15885

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\overline{K}$. Αν διπλασιαστεί η θερμοκρασία, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου είναι:

(α) $\overline{K}$, **(β)** $2 \cdot \overline{K}$, **(γ)** $\frac{\overline{K}}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τα μέτρα των εντάσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης g_A και g_B, σε δύο σημεία του Α και Β αντίστοιχα, ισχύει: $g_A = \frac{g_B}{4}$. Για τις αποστάσεις r_A και r_B των σημείων Α και Β αντίστοιχα, από το κέντρο της Γης, ισχύει:

(α) $r_A = 2 \cdot r_B$, **(β)** $r_A = 4 \cdot r_B$, **(γ)** $r_A = \frac{r_B}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

15885-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $g_A = \frac{1}{4} g_B$, $G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_A^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_B^2}$, $r_A^2 = 4 \cdot r_B^2$, $r_A = 2 \cdot r_B$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

15889

2.1. Η διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$ δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, ενός πεδίου βαρύτητας είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι:

(α) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.

(β) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β δεν απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.

(γ) κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι θετικό.

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά την αδιαβατική συμπίεση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:

(α) ελαττώνεται, **(β)** παραμένει σταθερή, **(γ)** αυξάνεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

15889-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το έργο της βαρυτικής δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{\vec{w}} = (V_A - V_B) \cdot m$ και συνεπώς είναι αρνητικό (καταναλισκόμενο). Έτσι, για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται ενέργεια τουλάχιστον ίση με την απόλυτη τιμή του έργου της βαρυτικής δύναμης.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τον πρώτο (1^o) Θερμοδυναμικό Νόμο ισχύει: $Q = \Delta U + W$. Στην αδιαβατική μεταβολή όμως $Q = 0$. Έτσι, $0 = \Delta U + W$, $\Delta U = -W$. Κατά τη συμπίεση: $W < 0$, οπότε: $\Delta U > 0$, $\Delta T > 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

15893

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από το βαρυτικό πεδίο της Γης, όταν αυτό εκτοξεύεται από ύψος $h = R_Γ$.

Μονάδες 6

4.2. Σώμα Σ εκτοξεύεται προς το διάστημα, από ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή της εκτόξευσης, η κινητική ενέργεια του σώματος Σ είναι δεκαέξι φορές μεγαλύτερη από την απόλυτη τιμή της δυναμικής ενέργειας του συστήματος σώμα Σ – Γη. Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ θα διαφύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος Σ, τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης, αν εκτοξεύτηκε από το ύψος h προς το διάστημα, με την ταχύτητα που προσδιορίσατε στο προηγούμενο ερώτημα. Η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 4\ \mathrm{kg}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα Σ από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του είναι $m = 4\ \mathrm{kg}$.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να θεωρήσετε ότι στο σώμα, μετά την εκτόξευσή του ασκείται μόνο η βαρυτική έλξη από τη Γη.

ΘΕΜΑ 4

15893-Λύση

4.1. Ισχύει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{2 \cdot R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$K = 16 \cdot |U|\,,\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = 16 \cdot \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h}\,,\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = 16 \cdot \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m}{2 \cdot R_\Gamma}\,,$$

$$\upsilon = \sqrt{16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = 32 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Ισχύει: $\upsilon > \upsilon_\delta$ και συνεπώς το σώμα Σ θα διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ διατηρείται σταθερή κατά τη διάρκεια της κίνησής του, επειδή η μοναδική δύναμη που του ασκείται είναι η βαρυτική έλξη της Γης, δύναμη που είναι συντηρητική. Έτσι:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda}\,,\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}\,,\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 0\,,$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot 16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma - \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m}{2 \cdot R_\Gamma} = K_{\tau\varepsilon\lambda}\,,\ K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{15}{2} \cdot m \cdot g_0 \cdot R_\Gamma = 1{,}92 \cdot 10^9\,J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\vec{w}} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} - \frac{1}{2} \cdot m \cdot 16 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma =$$

$$= 1{,}92 \cdot 10^9\,J - 2.048 \cdot 10^9\,J = -1{,}28 \cdot 10^8\,J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

15894

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από το βαρυτικό πεδίο της Γης ενός σώματος που εκτοξεύεται από την επιφάνειά της.

Μονάδες 6

4.2. Σώμα Σ εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης προς το διάστημα, με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής. Ποια είναι η σχέση της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ με τη δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα Σ – Γη τη στιγμή της εκτόξευσης;

Μονάδες 6

4.3. Πόση είναι η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ τη στιγμή που διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της βαρυτικής δύναμης που δέχεται το σώμα Σ από τη στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη διαφυγή του από το πεδίο βαρύτητας της Γης, αν η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 4$ kg.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ km$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$. Να θεωρήσετε ότι δρουν μόνο οι βαρυτικές δυνάμεις.

15894-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma}} = \sqrt{2 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 2 \cdot g_0 \cdot R_\Gamma = m \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$U = -G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma} = -m \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

Συνεπώς: $K = -U$.

Μονάδες 6

4.3. $E_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0 + 0 = 0$.

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$W_{\vec{w}} = \Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\delta^2 = -2{,}56 \cdot 10^8 \ J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

15895

Δύο υλικά σημεία, που έχουν ίσες μάζες και φέρουν ηλεκτρικά φορτία $q_1 = +1\,\mu C$ και $q_2 = +2\,\mu C$, συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 2\,cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια.

Μονάδες 6

Τα υλικά σημεία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα αντίστοιχα μέτρα των ταχυτήτων τους, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, όταν η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη.

Μονάδες 6

4.3. Αν η μάζα κάθε υλικού σημείου είναι $m = 0{,}1\,kg$, να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 7

4.4. Για την χρονική διάρκεια από t_0 μέχρι την χρονική στιγμή που η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που δέχεται το πρώτο υλικό σημείο από το δεύτερο.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να θεωρήσετε αμελητέα την βαρυτική αλληλεπίδραση των υλικών σημείων τόσο μεταξύ τους όσο και με άλλα σώματα.

ΘΕΜΑ 4

15895-Λύση

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο υλικών σημείων ισχύει:

$$U_{\eta\lambda} = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} J = 0{,}9\, J$$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του πρώτου υλικού σημείου:

$$0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2 \,,\ \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των υλικών σημείων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \,,\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \,,\ 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 0 \,,$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 \,,\ U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon^2 \,,\ \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi}}{m}} = 3\, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K_1 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,,\ K_1 - 0 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,,\ W_{\vec{F}_{1,2}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = 0{,}45\, J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

15896

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = +1\ \mu C$ και $q_2 = -2\ \mu C$ έχουν ίσες μάζες και συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 10\ cm$ μεταξύ τους.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2.

Μονάδες 6

Τα σημειακά φορτία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση υποπενταπλασιαστεί, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$,

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η απόστασή τους υποπενταπλασιαστεί, αν για τις μάζες των δύο φορτίων ισχύει $m_1 = m_2 = m = 0{,}72\ mg$

Μονάδες 7

4.4. Να σχεδιάσετε, σε κοινό σύστημα ορθογώνιων αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τις μεταβολές της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας, της κινητικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2, σε συνάρτηση με την απόστασή τους, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόστασή τους υποπενταπλασιάζεται.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Σε καθένα από τα φορτία q_1 και q_2 ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

ΘΕΜΑ 4

15896-Λύση

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σημειακών φορτίων ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = -0{,}18\, J$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος των σημειακών φορτίων διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο σύστημα. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του φορτίου q_1: $0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2$, $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των φορτίων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda},\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},\ 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 + k_{\eta\lambda} \frac{q_1 \cdot q_2}{\frac{r}{5}},\ U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon_1^2 + k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r},$$

Συνεπώς, για το μέτρο της κοινής ταχύτητας των δύο φορτίων ισχύει:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi} - k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r}}{m}},\ \upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}}}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}} \frac{m}{s},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 0{,}9}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}} \frac{m}{s},\ \upsilon = 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$, $U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{r} (S.I.)$,

$$U = -\frac{0{,}018}{r} (S.I.)$$

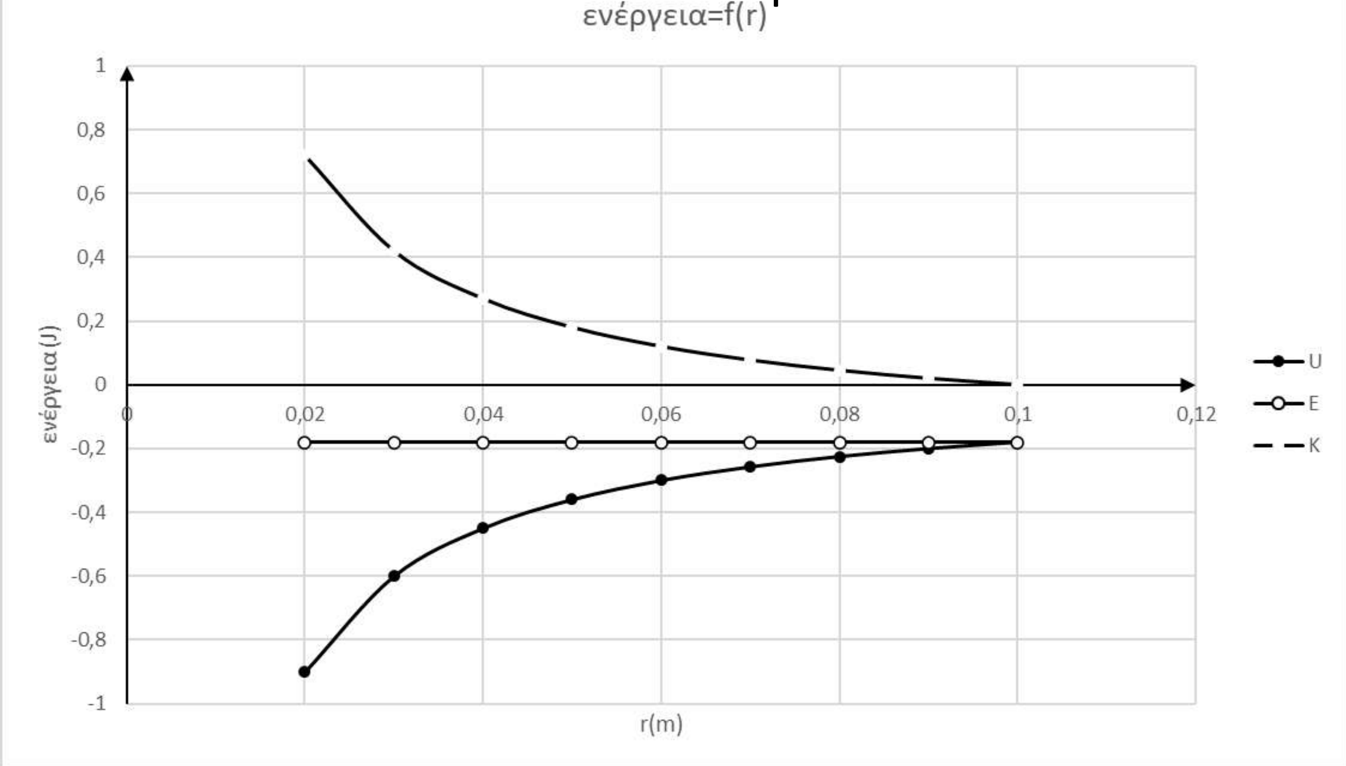
Η μηχανική ενέργεια E του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 παραμένει σταθερή και ίση με την αρχική. Έτσι: $E = U_{\alpha\rho\chi}$, $E = -0{,}18\, J$.

Για την κινητική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει:

$$E = K + U,\ K = E - U,\ K = -0{,}18 + \frac{0{,}018}{r} (S.I.)$$

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (οπότε $r = 10\, cm = 0{,}1\, m$) μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόσταση των δύο σημειακών φορτίων έχει υποπενταπλασιαστεί ($r = 0{,}02\, m$) είναι:

15896-Λύση



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

15897

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = +1\ \mu C$ συγκρατούνται σε σημεία Α και Β αντίστοιχα, στον αέρα και σε απόσταση $r = 10\ cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα φορτία q_1 και q_2 στο μέσο Μ της απόστασης των σημείων Α και Β.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που πεδίου κατά τη μεταφορά σημειακού φορτίου $q = -1\ \mu C$ από το σημείο Μ στο άπειρο (∞), δηλαδή σε θέση όπου η δύναμη του πεδίου μηδενίζεται.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί, από το σημείο Μ, κάθετα στην ΑΒ, σημειακό φορτίο $q = -1\ \mu C$ και μάζας $m = 72\ mg$ ώστε μόλις να διαφύγει από το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργούν τα σημειακά φορτία q_1 και q_2.

Μονάδες 7

Δίνεται $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να ληφθούν υπόψη μόνο οι ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις των φορτίων.

ΘΕΜΑ 4

15897-Λύση

4.1.

Ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = 0{,}09\, J$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει:

$$\sum V = V_A + V_B = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{\frac{r}{2}} + k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_2}{\frac{r}{2}} = 4 \cdot k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{r} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-1}} V = 3{,}6 \cdot 10^5\, V$$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $W_{\vec{w}} \left(M \xrightarrow{q} \infty\right) = \sum V \cdot q = 3{,}6 \cdot 10^5 \cdot (-1) \cdot 10^{-6} J = -0{,}36\, J$

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του βλήματος διατηρείται σταθερή καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησής του. Έτσι:

$$E_M = E_\infty\,,\ U_M + K_M = U_\infty + K_\infty\,,\ \sum V \cdot q + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 0 + 0\,,\ v_0 = \sqrt{\frac{-2 \cdot \sum V \cdot q}{m}} = 10^2\, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 15977

2.1 Τρεις ίσες σημειακές μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$, και $m_3 = m$ βρίσκονται στις κορυφές ενός ισοπλεύρου τριγώνου με μήκος πλευράς α και έχουν δυναμική ενέργεια βαρύτητας U. Αν σε άλλο ισόπλευρο τρίγωνο με μήκος πλευράς 4α, τοποθετήσουμε στις κορυφές του τις σημειακές μάζες $m_1' = 2m$, $m_2' = 2m$ και $m_3' = 2m$, τότε αυτές θα έχουν

(α) δυναμική ενέργεια μεγαλύτερη της U.

(β) δυναμική ενέργεια μικρότερη της U.

(γ) δυναμική ενέργεια ίση με την U.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου $R_Γ$, η ακτίνα της Γης, εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα πάνω ένα σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_o = \sqrt{g_o R_Γ}$, όπου g_o, το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης. Αν το σώμα κατά την κίνησή του δέχεται μόνο τη δύναμη βαρύτητας, τότε το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στη θέση όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία είναι:

(α) $-g_o R_Γ$, **(β)** 0, **(γ)** $-2g_o R_Γ$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

15977-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η δυναμική ενέργεια βαρύτητας U είναι:

$$\mathrm{U} = -\frac{\mathrm{G}(\mathrm{m_1} \cdot \mathrm{m_2})}{\alpha} - \frac{\mathrm{G}(\mathrm{m_1} \cdot \mathrm{m_3})}{\alpha} - \frac{\mathrm{G}(\mathrm{m_2} \cdot \mathrm{m_3})}{\alpha} = -\frac{3m^2\mathrm{G}}{\alpha}$$

Η δυναμική ενέργεια U΄ του συστήματος των σημειακών μαζών m_1', m_2', m_3' είναι:

$$\mathrm{U}' = -\frac{\mathrm{G}(\mathrm{m}_1' \cdot \mathrm{m}_2')}{4\alpha} - -\frac{\mathrm{G}(\mathrm{m}_1' \cdot \mathrm{m}_3')}{4\alpha} - \frac{\mathrm{G}(\mathrm{m}_3' \cdot \mathrm{m}_2')}{4\alpha} = -\frac{3m^2\mathrm{G}}{\alpha}$$

Παρατηρούμε ότι $\mathrm{U} = \mathrm{U}'$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$\mathrm{g_o} = \frac{\mathrm{G} \cdot \mathrm{M_\Gamma}}{\mathrm{R_\Gamma^2}} \implies \mathrm{G} \cdot \mathrm{M_\Gamma} = \mathrm{g_o} \cdot \mathrm{R_\Gamma^2}$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\mathrm{V}_{\alpha\rho\chi} = -\frac{\mathrm{GM_\Gamma}}{\mathrm{R_\Gamma} + h} = -\frac{\mathrm{g_o} \cdot \mathrm{R_\Gamma^2}}{2\mathrm{R_\Gamma}} = -\frac{\mathrm{g_o R_\Gamma}}{2}$$

Με εφαρμογή ΘΜΚΕ από το σημείο εκτόξευσης μέχρι το σημείο όπου η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στιγμιαία, έχουμε:

$$\mathrm{K}_{\tau\varepsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = \mathrm{m}(\mathrm{V}_{\alpha\rho\chi} - \mathrm{V}_{\tau\varepsilon\lambda}) \implies 0 - \frac{1}{2}\mathrm{m u_0^2} = \mathrm{m}\left(-\frac{\mathrm{g_o R_\Gamma}}{2} - \mathrm{V}_{\tau\varepsilon\lambda}\right) \implies \frac{1}{2}\mathrm{g_o R_\Gamma} = \frac{\mathrm{g_o R_\Gamma}}{2} - \mathrm{V}_{\tau\varepsilon\lambda} \implies$$

$$\mathrm{V}_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

15998

2.1. Δύο σημειακές μάζες m_1 και m_2 συγκρατούνται σε απόσταση r, σε περιοχή μακριά από άλλα βαρυτικά πεδία. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για να μεταφερθούν οι δύο μάζες σε αρκετά μεγάλη απόσταση, ώστε η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να γίνει ασήμαντη, είναι:

(α) $-G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$, **(β)** $G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$, **(γ)** 0

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Α έχει απόδοση e_A. Μια άλλη ιδανική θερμική μηχανή (μηχανή Carnot) Β έχει ίδια θερμοκρασία θερμής δεξαμενής με την Α $[T_h(B) = T_h(A)]$ και θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής διπλάσια εκείνης της Α $[T_c(B) = 2 \cdot T_c(A)]$. Αν η απόδοση της θερμικής μηχανής Β είναι e_B, τότε ισχύει η σχέση:

(α) $e_B = 2 \cdot e_A - 1$, **(β)** $e_B = 2 \cdot e_A + 1$, **(γ)** $e_A = 2 \cdot e_B - 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

15998-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η αρχική μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο μαζών είναι: $E_{αρχ} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$. Όταν η απόσταση των δύο μαζών γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους αλληλεπίδραση να γίνει ασήμαντη, η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματός τους είναι μηδενική. Μηδενική είναι επίσης και η κινητική ενέργεια του συστήματος των μαζών, επειδή η ενέργεια που ζητείται είναι η ελάχιστη. Έτσι:

$$E_{τελ} = E_{αρχ} + E\,,\ E = 0 - E_{αρχ}\,,\ E = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Ορθή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

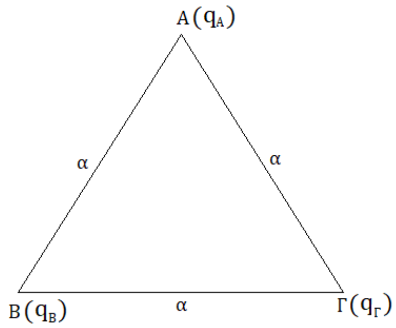
2.2.Β. Ισχύει: $e_A = 1 - \frac{T_c(A)}{T_h(A)}$, $\frac{T_c(A)}{T_h(A)} = 1 - e_A$ [1], $e_B = 1 - \frac{T_c(B)}{T_h(B)}$, $e_B = 1 - \frac{2 \cdot T_c(A)}{T_h(A)}$,

$e_B = 1 - 2 \cdot (1 - e_A)$, $e_B = 2 \cdot e_A - 1$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Τρία σημειακά φορτία $q_A = -2q,\ q_B = +3q,\ q_\Gamma = +q$ διατηρούνται ακίνητα στις κορυφές Α, Β, Γ αντίστοιχα, ενός ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α.



Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των τριών φορτίων είναι:

(α) $U = -11K_C\frac{q^2}{\alpha}$

(β) $U = -5K_C\frac{q^2}{\alpha}$

(γ) $U = +11K_C\frac{q^2}{\alpha}$

όπου K_C, η σταθερά του Coulomb

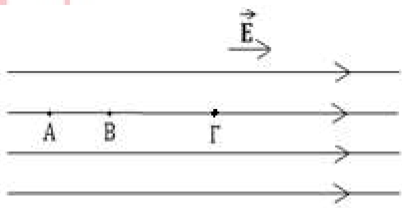
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος έχει ένταση $\vec{E}$. Τρία σημεία Α, Β και Γ του πεδίου, ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή, για τα οποία ισχύει ότι $(B\Gamma) = 2\cdot(AB)$. Ένα θετικό ηλεκτρικό φορτίο q_1 αφήνεται στο σημείο Α ελεύθερο να κινηθεί. Το έργο της δύναμης του πεδίου για να μεταβεί το ηλεκτρικό φορτίο q_1 από το σημείο Α στο Β είναι $W_{AB} = 10J$. Η κινητική ενέργεια K_Γ, που θα αποκτήσει το φορτίο q_1 όταν φτάσει στο σημείο Γ είναι:



(α) $K_\Gamma = 10J$, **(β)** $K_\Gamma = 20J$, **(γ)** $K_\Gamma = 30J$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16036-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

$$U = K_C\frac{q_A \cdot q_B}{\alpha} + K_C\frac{q_A \cdot q_\Gamma}{\alpha} + K_C\frac{q_B \cdot q_\Gamma}{\alpha} = K_C\frac{(-2q)\cdot(+3q)}{\alpha} + K_C\frac{(-2q)\cdot(+q)}{\alpha} + K_C\frac{(+3q)\cdot(+q)}{\alpha} \Rightarrow$$

$$U = -5K_C\frac{q^2}{\alpha}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

$$(\mathrm{A\Gamma}) = (\mathrm{AB}) + (\mathrm{B\Gamma}) = (\mathrm{AB}) + 2(\mathrm{AB}) \Rightarrow (\mathrm{A\Gamma}) = 3\cdot(\mathrm{AB})$$

Επειδή το ηλεκτρικό πεδίο είναι ομογενές έχουμε:

$$\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{E\cdot(AB)}{E\cdot(A\Gamma)} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{A\Gamma} = 3V_{AB} \qquad \text{(μονάδες 3)}$$

Το έργο της δύναμης του πεδίου για να μεταβεί το ηλεκτρικό φορτίο q_1 από το σημείο Α στο Β είναι:

$W_{AB} = q_1V_{AB} = 10\ \mathrm{J}$, οπότε το αντίστοιχο έργο από το σημείο Α στο Γ είναι:

$$W_{A\Gamma} = q_1V_{A\Gamma} = 3q_1V_{AB} = 30\ \mathrm{J} \qquad \text{(μονάδες 4)}$$

Από ΘΜΚΕ από το σημείο Α στο Γ έχουμε:

$$K_2 - 0 = W_{A\Gamma} \Rightarrow K_2 = 30\ \mathrm{J} \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

Μονάδες 9

16047

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_h = 500\ K$ και $T_c = 250\ K$. Αν μεταβληθεί η θερμοκρασία T_c της μηχανής με τέτοιο τρόπο ώστε να αυξηθεί ο συντελεστής απόδοσής της κατά 50%, τότε αυτό θα σημαίνει ότι η θερμοκρασία T_c της μηχανής:

(α) μειώθηκε κατά $250\ K$, **(β)** μειώθηκε κατά $125\ K$, **(γ)** αυξήθηκε κατά $125\ K$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Οι δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, έντασης μέτρου $E = 5 \cdot 10^2\ \frac{N}{C}$, έχουν κατεύθυνση προς τις θετικές τιμές του άξονα x΄x. Το δυναμικό στη θέση $x = +5\ m$ είναι $2500\ V$. Ποιο η τιμή του δυναμικού στη θέση $x = +2\ m$;

(α) $3000\ V$, **(β)** $4000\ V$, **(γ)** $5000\ V$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

16047-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αρχικά ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{250}{500} = 0{,}5$$

Αύξηση του συντελεστή κατά 50% σημαίνει ότι γίνεται 0,75, επομένως

$$e' = 1 - \frac{T_c{}'}{T_h} = 0{,}75$$

$$T_c' = (e' - 1)T_h = 0{,}25 \cdot 500\ K = 125\ K$$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής μειώθηκε κατά $125\ K$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Κατά μήκος της ίδιας δυναμικής γραμμής, αναζητούμε το δυναμικό στη θέση $x = +2\ m$. Ισχύει

$$E = \frac{V_A - V_B}{\Delta x}$$

$$V_A = E \cdot \Delta x + V_B = [500 \cdot (5 - 2) + 2500]\ V = 4000\ V$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16048

2.1. Δύο θερμικές μηχανές (1) και (2) έχουν αντίστοιχα συντελεστές απόδοσης e_1 και e_2. Η θερμική μηχανή (1) λειτουργεί με απορρόφηση θερμότητας Q_{h1} από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και παράγει έργο W_1. Η θερμική μηχανή (2) λειτουργεί με απορρόφηση θερμότητας Q_{h2} από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας και παράγει έργο W_2. Δίνεται ότι για τις θερμότητες Q_{h1}, Q_{h2} και τα έργα W_1, W_2 των δύο θερμικών μηχανών ισχύουν οι σχέσεις: $Q_{h1} = 2 \cdot Q_{h2}$ και $W_1 = 3 \cdot W_2$.

Για το πηλίκο $\frac{e_1}{e_2}$ των συντελεστών απόδοσης των δύο μηχανών ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{2}$, **(β)** $\frac{e_1}{e_2} = 1$, **(γ)** $\frac{e_1}{e_2} = \frac{2}{3}$

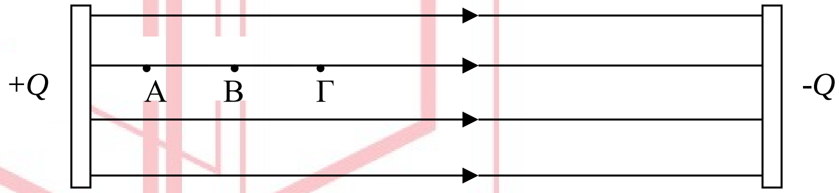
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δίνεται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του παρακάτω σχήματος, το οποίο έχει ένταση $\vec{E}$. Για τα τρία σημεία Α, Β, Γ του πεδίου τα οποία ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή ισχύει ότι $(AB) = (B\Gamma)$. Για τις διαφορές δυναμικού V_{AB} και $V_{A\Gamma}$, ανάμεσα στα σημεία Α, Β και Α, Γ αντίστοιχα ισχύει:



(α)) $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = 2$, **(β)** $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16048-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση που συνδέει τους συντελεστές απόδοσης για τις δύο θερμικές μηχανές προκύπτει ως εξής:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h1}} = \frac{3 \cdot W_2}{2 \cdot Q_{h2}} = \frac{3}{2} e_2$$

Άρα $\frac{e_1}{e_2} = \frac{3}{2}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Κατά μήκος της ίδιας δυναμικής γραμμής σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο η ένταση είναι σταθερή, οπότε θα ισχύει:

$$E = \frac{V_A - V_B}{AB}$$

και

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{A\Gamma} = \frac{V_A - V_\Gamma}{2AB}$$

Διαιρώντας κατά μέλη έχουμε

$$\frac{V_{AB}}{V_{A\Gamma}} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16067

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,

(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.

(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.

(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.

Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16067-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_\Gamma}{r^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(Μονάδες 6)

Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και R_Γ η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος (R_Γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot v - m \cdot v = 3m \cdot V$, $m \cdot v = 3m \cdot V$, $v = 3 \cdot V$, $V = \frac{v}{3}$ (1)

(Μονάδες 5)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 , K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 , K_1 = m \cdot v^2 \ (2)$$

Συσσωμάτωμα

16067-Λύση

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2,\ K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{9},\ K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{3},\ K_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon^2}{6}\ (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{\frac{m \cdot \upsilon^2}{6}},\ \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16069

2.1. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο:

(α) $υ_δ = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ}$ **(β)** $υ_δ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{2}}$ **(γ)** $υ_δ = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_Γ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2m_1$το οποίο κινείται πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $υ_2$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει παραμένει ακίνητο μετά την κρούση. Αν K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ πριν την κρούση, ο λόγος τους $\frac{K_1}{K_2}$ θα έχει τιμή

(α) $\frac{1}{2}$ **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση. αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16069-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από ύψος h δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2G\cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Όμως, $g_0 = \frac{G\cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G\cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2$

Επομένως, $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0\cdot R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} \implies \upsilon_\delta = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma}$

Μονάδες 8

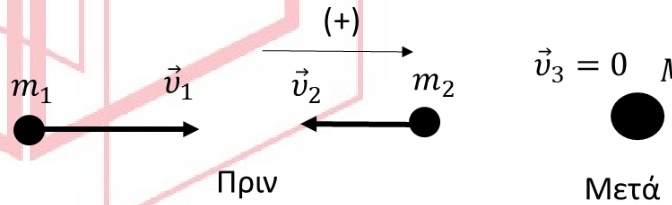
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, αφού τα σώματα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies m_1\cdot\vec{\upsilon}_1 + m_2\cdot\vec{\upsilon}_2 = 0 \implies m_1\cdot\upsilon_1 - m_2\cdot\upsilon_2 = 0 \implies m_1\cdot\upsilon_1 = 2\,m_1\cdot\upsilon_2$

Επομένως, $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\cdot\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\cdot\upsilon_2^2} \implies \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1\cdot 4\upsilon_2^2}{2m_1\cdot\upsilon_2^2} \implies \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16070

2.1. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται σε απόσταση r και έχουν δυναμική ενέργεια U. Δύο άλλες σημειακές $m_1' = 2m$ και $m_2' = m$ βρίσκονται σε απόσταση $r' = 2r$ και έχουν δυναμική ενέργεια U' . Ο λόγος των δύο δυναμικών ενεργειών $\frac{U}{U'}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα φορτηγό με μάζα Μ που κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ένα επιβατηγό αυτοκίνητο με μάζα $m_1 = \frac{M}{4}$ και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1 = -2\vec{\upsilon}$, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Η συνολική ορμή $\vec{p}_{ολ}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, έχει μέτρο:

(α) $2M\upsilon$ **(β)** $\frac{M\upsilon}{2}$ **(γ)** $M\upsilon$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16070-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1, m_2 είναι ίση με:

$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \implies U = -G\frac{m \cdot 2m}{r} \implies U = -G\frac{2m^2}{r}$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1', m_2' είναι ίση με:

$U' = -G\frac{m_1' \cdot m_2'}{r'} \implies U' = -G\frac{2m \cdot m}{2r} \implies U' = -G\frac{2m^2}{2r} \implies U' = -G\frac{m^2}{r}$

Επομένως, $\frac{U}{U'} = 2$

Μονάδες 8

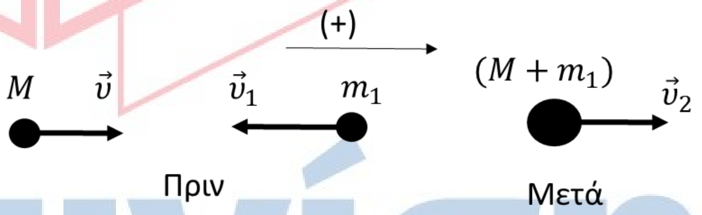
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies M \cdot \vec{\upsilon} + m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 = \vec{p}_{o\lambda} \implies p_{o\lambda} = M \cdot \upsilon - m_1 \cdot \upsilon_1 \implies p_{o\lambda} = M \cdot \upsilon - \frac{M}{4} \cdot 2\upsilon \implies$

$\implies p_{o\lambda} = \frac{M \cdot \upsilon}{2}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16071

2.1. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο:

(α) $υ_δ = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ}$ **(β)** $υ_δ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{2}}$ **(γ)** $υ_δ = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_Γ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε αντιστρεπτή μεταβολή κατά την οποία ο όγκος του αερίου τετραπλασιάζεται και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου τετραπλασιάζεται.
Κατά τη μεταβολή αυτή:
(α) Η πίεση του αερίου τετραπλασιάζεται και η θερμοκρασία του διπλασιάζεται
(β) Η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία του τετραπλασιάζεται
(γ) Η πίεση και η θερμοκρασία του αερίου διπλασιάζονται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16071-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από ύψος h δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Όμως, $g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2$

Επομένως, $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0 \cdot R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} \implies \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2}}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Έστω Α (p_A, V_A, T_A) η αρχική και Β (p_B, V_B, T_B) η τελική κατάσταση ισορροπίας του αερίου.
Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου, $\bar{K} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{\upsilon^2}$, στην αρχική και τελική κατάσταση ισορροπίας είναι:

$\bar{K}_A = \frac{3kT_A}{m}$ (1) και $\bar{K}_B = \frac{3kT_B}{m}$ (2)

Επειδή $\bar{K}_B = 4\bar{K}_A$, από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $T_B = 4T_A$ (3)

Σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση:

$p_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$ (4) και $p_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B$ (5)

Λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3) και ότι $V_B = 4V_A$, από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει ότι:

$p_A = p_B$

Επομένως, η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία του τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16074

Ένα σώμα μάζας m_1 περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h = \frac{7}{9}R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2m_1$ που περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά στην ίδια κυκλική τροχιά υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 6400\ Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.
Δίνεται ότι: $\frac{1024\pi}{27} = 119{,}15$

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

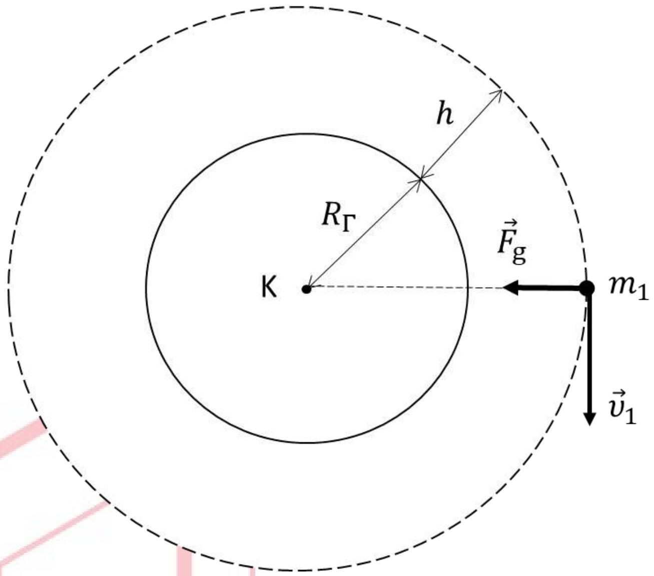
Μονάδες 6

4.4. Να ελέγξετε αν το συσσωμάτωμα διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16074-Λύση



4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ που δέχεται το σώμα μάζας m_1 από τη Γη δρα σαν κεντρομόλος:

$$F_g = F_k \implies G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{(R_\Gamma + h)^2} = m_1 \cdot \frac{\upsilon_1^2}{R_\Gamma + h}$$

Επομένως,

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \implies \upsilon_1 = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \implies \upsilon_1 = \frac{3}{4}\sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

Άρα, $\upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του σώματος είναι ανεξάρτητο από τη μάζα του. Το σώμα μάζας m_2 περιστρέφεται στο ίδιο ύψος, επομένως:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

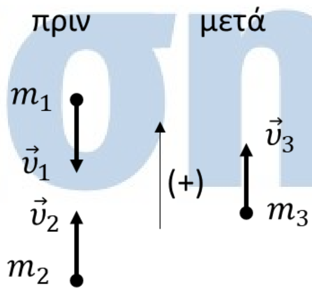
4.2. Η περίοδος περιστροφής του σώματος μάζας m_1 είναι ίση με:

$$T_1 = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{\upsilon_1} \implies T_1 = \frac{32\pi R_\Gamma}{9\upsilon_1} \implies T_1 = 11915\ s$$

Όμοια, $T_2 = T_1 = 11915\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα. Έστω $m_3 = m_1 + m_2 = 3m_1$, η μάζα του συσσωματώματος.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \implies \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_3\upsilon_3 \implies \upsilon_3 = \frac{\upsilon_1}{3}$$

Επομένως, $\upsilon_3 = 2 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα διαφυγής στη θέση που δημιουργείται το συσσωμάτωμα είναι ίση με:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \implies \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \implies \upsilon_\delta = \frac{3}{4}\sqrt{2g_0R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 6\sqrt{2} \cdot 10^3 \frac{m}{s}.$$

Παρατηρούμε ότι, $\upsilon_3 < \upsilon_\delta$, επομένως το συσσωμάτωμα δεν διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16076

Ένα σώμα μάζας $m = 34\,Kg$ εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h = 7R_\Gamma$, οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 10\,Kg$ και $m_2 = 24\,Kg$ αντίστοιχα. Το κομμάτι μάζας m_1 κατευθύνεται προς την επιφάνεια της Γης κινούμενο στην ευθεία που περνά από το κέντρο της, ενώ το κομμάτι μάζας m_2 φτάνει στο άπειρο με ταχύτητα που έχει μέτρο $\upsilon_\infty = 3 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\,Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\,\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα $\vec{u}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του κομματιού μάζας m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του κομματιού μάζας m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος και την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 8

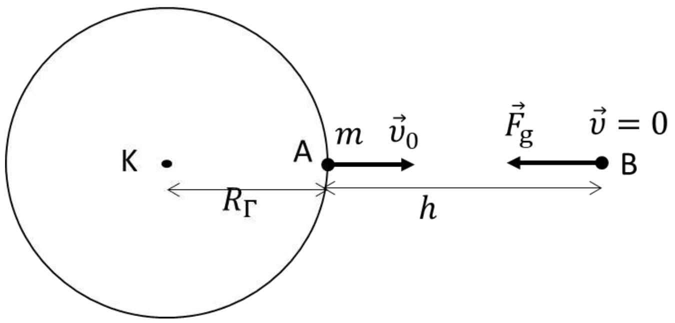
4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του κομματιού μάζας m_1 τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = R_\Gamma$.

Μονάδες 5

16076-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά την κίνησή του από το Α στο Β. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.



$$\Delta K = W_{(A)\to(B)} \implies$$

$$\implies 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = m\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}\right) \implies$$

$$\implies -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = m\left(-\frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{R_\Gamma} + \frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{8R_\Gamma}\right) \Rightarrow$$

$$\implies -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -\frac{7}{8}m \cdot g_0 \cdot R_\Gamma \Rightarrow \upsilon_0 = \sqrt{\frac{7}{4}g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_0 = 4\sqrt{7} \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

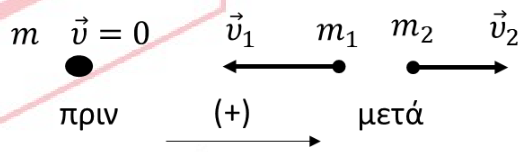
Μονάδες 6

4.2. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_2 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το άπειρο. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = W_{(B)\to(\infty)} \implies \frac{1}{2}m_2\upsilon_\infty^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = m_2\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}\right) \implies \upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_\infty^2 + \frac{g_0 R_\Gamma}{4}} \implies \upsilon_2 = 5 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της διάσπασης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0 \implies \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies 0 = -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 \implies$$
$$\upsilon_1 = \frac{m_2\upsilon_2}{m_1} \implies \upsilon_1 = 12 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_1 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το Α. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$\Delta K = W_{(B)\to(A)} \implies \frac{1}{2}m_1\upsilon_3^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = m_1\left(-\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} + \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma}\right) \implies \upsilon_3 = \sqrt{\upsilon_1^2 + \frac{7g_0R_\Gamma}{4}}$$

Επομένως, $u_3 = 16 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_g$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς το κέντρο της Γης και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_\Gamma m_1}{(R_\Gamma + h_1)^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_1 g_0}{4} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 25\ N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4 16077

Δύο σφαιρικοί πλανήτες Π_1 και Π_2 με μάζες M_1 και $M_2 = 9M_1$ έχουν ακτίνες $R_1 = 10^5 m$ και $R_2 = 10R_1$ αντίστοιχα. Τα κέντρα των δύο πλανητών απέχουν απόσταση $\ell = 40R_1$. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Π_1 στην επιφάνειά του έχει μέτρο $g_{0,1} = 6\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση Χ, από το κέντρο του πλανήτη Π_1, του σημείου Σ της διακέντρου των δύο πλανητών στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\ Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1.

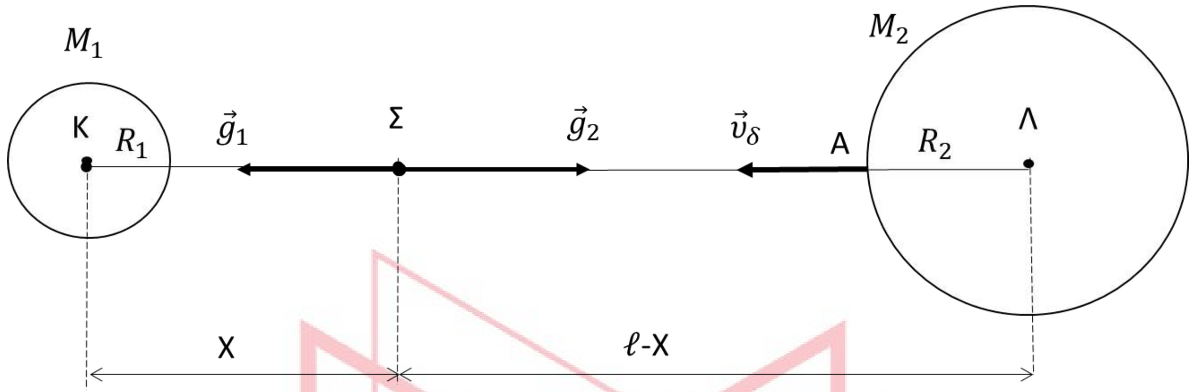
Μονάδες 8

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16077-Λύση



4.1. Στο σημείο Σ η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών έχει δύο συνιστώσες, την $\vec{g}_1$ λόγω του πλανήτη Π_1 και την $\vec{g}_2$ λόγω του πλανήτη Π_2, επομένως:

$$\vec{g}_\Sigma = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{GM_1}{X^2} = \frac{GM_2}{(\ell - X)^2} \Rightarrow \frac{M_1}{X^2} = \frac{9M_1}{(\ell - X)^2} \Rightarrow (\ell - X)^2 = 9X^2 \Rightarrow X = \frac{\ell}{4}$$

Επομένως, $X = 10\,R_1 \Rightarrow X = 10^6 m$

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ είναι ίσο με:

$$V_\Sigma = V_1 + V_2 \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{GM_1}{X} - \frac{GM_2}{\ell - X} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{10R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{30R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{4g_{0,1}R_1}{10} \Rightarrow V_\Sigma = -24 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

Μονάδες 6

4.3. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Α είναι ίσο με:

$$V_A = V_1 + V_2 \Rightarrow V_A = -\frac{GM_1}{\ell - R_2} - \frac{GM_2}{R_2} \Rightarrow V_A = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{30R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{10R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{28g_{0,1}R_1}{30} \Rightarrow V_A = -56 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

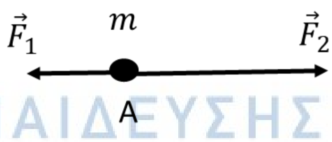
Η ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\,Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1 αντιστοιχεί σε μηδενική ταχύτητα του σώματος στο σημείο Σ αφού στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς την επιφάνεια του πλανήτη Π_1 λόγω της ισχυρότερης βαρυτικής έλξης που δέχεται από αυτόν.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το Α στο Σ.

$$\Delta K = W_{(A)\to(\Sigma)} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 = m(V_A - V_\Sigma) \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{2(V_\Sigma - V_A)} \Rightarrow \upsilon_\delta = 800\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2 είναι ίσος με τη συνισταμένη βαρυτική έλξη που δέχεται στο σημείο Α.



$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_2 m}{R_2^2} - \frac{GM_1 m}{(\ell - R_2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9GM_1 m}{100R_1^2} - \frac{GM_1 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9g_{0,1}R_1^2 m}{100R_1^2} - \frac{g_{0,1}R_1^2 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{8mg_{0,1}}{90} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1{,}6\,N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

16083

2.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι g_0 και η ακτίνα της Γης είναι R_Γ. Σε ύψος h= $3R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι:

(α) $\frac{g_0}{16}$, **(β)** $\frac{g_0}{8}$, **(γ)** $\frac{g_0}{4}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν ο λόγος των ακτινών σε κυκλική τροχιά δύο δορυφόρων της Γης είναι $\frac{r_1}{r_2} = 4$, τότε ο αντίστοιχος λόγος των περιόδων περιστροφής τους είναι:

(α) 8, **(β)** 2, **(γ)** 4

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16083-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνειας της γης δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \ (1)$$

αντικαθιστώ στη σχέση (1) όπου $\mathrm{h} = 3 \cdot R_\Gamma$ και έχω

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(4R_\Gamma)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \ (2)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G\,M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 \ (3)$$

Η σχέση (2) μέσω της σχέσεως (3) γίνεται:

$$g = \frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{16}$$

Μονάδες 8

16083-Λύση

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική έλξη της Γης σε κάθε δορυφόρο, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Για τον πρώτο δορυφόρο:

$$F_1 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_1^2} = \frac{mu_1^2}{r_1} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1} = u_1^2 \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}$$

Η περίοδος T_1 δίνεται από τον τύπο:

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot r_1}{u_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{u_1} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}} \;(1)$$

Για τον δεύτερο δορυφόρο:

$$F_2 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_2^2} = \frac{m \cdot u_2^2}{r_2} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2} = u_2^2 \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}$$

Η περίοδος T_2 δίνεται από τον τύπο:

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot r_2}{u_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{u_2} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}} \;(2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχω:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}}{2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 4^{3/2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = (2^2)^{3/2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2^3$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 8$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16091

Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας m=100kg κινούνται σε ύψος $h=3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή t=0 από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400Km και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης $g_0=10{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$. Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρουόμενες σφαίρες.

ΘΕΜΑ 4

16091-Λύση

4.1. Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_{\kappa} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}}(1)$$

όπου ΜΓ η μάζα της Γης και r= R_{Γ}+h=4R_{Γ} η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Οι δύο δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχουμε το

$$g_0 = \frac{G \cdot M_{\Gamma}}{{R_{\Gamma}}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2(2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\Gamma}}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_{\Gamma}}^2}{4\, R_{\Gamma}}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\, {}^{m}/_{s}$$

άρα και οι δύο δορυφόροι έχουν μέτρο ταχύτητας $u = 4000\, {}^{m}/_{s}$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος περιφοράς του κάθε δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u}$$

που από τον τύπο παρατηρώ ότι εξαρτάται από την ταχύτητα u του κάθε δορυφόρου καθώς και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς. Οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν ίδια μέτρα ταχυτήτων και ίδια ακτίνα r.

Η περίοδος

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u} \Leftrightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow T = 12800 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.3. Οι δύο δορυφόροι κινούνται αντίρροπα και συναντιούνται μετά από χρόνο t. Στο χρόνο αυτό οι δύο δορυφόροι έχουν διανύσει ίσα μήκη τόξων $s_1 = s_2 = u \cdot t.$

Το άθροισμα των μηκών των τόξων, που διανύουν οι δορυφόροι είναι ίσο με το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στην οποία κινούνται οι δορυφόροι.

Δηλαδή:

$$s_1 + s_2 = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow u \cdot t + u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow 2u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow t = \frac{2\pi r}{2 \cdot u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi r}{u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi \cdot 4R_{\Gamma}}{u}$$

$$t = 4\pi \cdot \frac{6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow t = 6400 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

16091-Λύση

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m \cdot u - m \cdot u = (m + m) \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow u_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$$

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας έχω:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{\sigma\upsilon\sigma\pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2 - K_{\sigma\upsilon\sigma} \xLeftrightarrow{K_{\sigma\upsilon\sigma}=0}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}\, m \cdot u^2 + \frac{1}{2}\, m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 2\frac{1}{2}\, m \cdot u^2 \Leftrightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda} = m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 100kg \cdot \left(4000\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg \cdot \left(4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg \cdot 16 \cdot 10^6 \frac{m^2}{s^2}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 16 \cdot 10^8 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16092

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνειά της.

4.1. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια ενός σώματος Σ μάζας $m = 4kg$ μέσα στο δορυφόρο, με δεδομένο ότι η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί στο παραπάνω σώμα Σ, προκειμένου να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Η Γη θεωρείται το μοναδικό σώμα στο διάστημα, η επίδραση της ατμόσφαιρας είναι αμελητέα, ενώ $R_Γ = 6400km$ και $g_0 = 10\, {}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16092-Λύση

4.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της γης υπολογίζεται από τον τύπο:

$g = G\frac{M_Γ}{(R_Γ+h)^2}$.

Αντικαθιστώ στον τύπο του ύψους $h = 3R_Γ$. Έτσι έχω

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R_Γ + 3R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{(4R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} (1)$$

Για την ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης έχω

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2 (2)$$

Έχω $g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} g = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{16{R_Γ}^2} \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}g_0 \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}10\,{}^{m}/_{s^2} \Leftrightarrow g = \frac{5}{8}\,{}^{m}/_{s^2}$

Μονάδες 6

4.2. Το βάρος του δορυφόρου, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_κ \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} (1)$$

όπου $M_Γ$ η μάζα της Γης και $r = R_Γ + h = 4R_Γ$, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Για την επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{4\,R_Γ}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\,{}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας είναι ίση:

$$E_M = K + U = \frac{1}{2}m \cdot u^2 + \left(-G\frac{M_Γ \cdot m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_Γ}{r}}\right)^2 - G\frac{M_Γ \cdot m}{r}$$

$$E_M = \frac{1}{2}\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} - \frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} \Leftrightarrow E_M = -\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{2r} (3)$$

Αντικαθιστώ στην σχέση (3) όπου $G \cdot M_Γ = g_0 {R_Γ}^2$ και όπου $r = 4R_Γ$ και έτσι έχω:

$$E_M = -\frac{g_0 \cdot m \cdot {R_Γ}^2}{2 \cdot 4 \cdot R_Γ} \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}g_0 \cdot m \cdot R_Γ \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}4kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m = -32 \cdot 10^6 J$$

Άρα: E_M=-32·10^6J

Μονάδες 6

4.4. Η ελάχιστη ενέργεια $E_{προσφ}$ είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την αρχή διατήρηση ενέργειας για το σώμα Σ θα πάρουμε:

$$E_{M(αρχ)}+E_{προσφ}=E_{M(τελ)}$$

$$E_{M}+E_{προσφ}=K_{\infty}+U_{\infty}$$

$$E_{M}+E_{προσφ}=0$$

$$E_{προσφ}=-\ E_{M}$$

$$E_{προσφ}=-\ (-32\cdot 10^{6}J)$$

$$E_{προσφ}=32\cdot 10^{6}J$$

Μονάδες 7

16096

ΘΕΜΑ 2

2.1. Θερμική μηχανή παράγει, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, ωφέλιμο έργο 2000J και απορροφά από το περιβάλλον θερμότητα 8000J. Η απόδοση της μηχανής είναι:
(α) 25%.
(β) 33%.
(γ) 50%.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το πιο γνωστό, ίσως, διαστημικό τηλεσκόπιο είναι το Hubble, που κινείται σε τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h_H = \frac{R_\Gamma}{12}$ (όπου R_Γ η ακτίνα της Γης).
Το πρώτο, όμως, διαστημικό τηλεσκόπιο που έθεσε σε σχεδόν κυκλική τροχιά η NASA ήταν το τηλεσκόπιο OAO 2 (Orbiting Astronomical Observatory 2) το 1968, μόλις τρεις εβδομάδες πριν από την πρώτη επανδρωμένη αποστολή στη Σελήνη. Το τηλεσκόπιο αυτό τέθηκε σε δορυφορική τροχιά γύρω από τη Γη, σε ύψος $h_o = \frac{R_\Gamma}{8}$ από την επιφάνειά της (όπου R_Γ η ακτίνα της Γης).
Αν θεωρήσετε, ως υ_o το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινούνταν το OAO 2 και υ_H το μέτρο της ταχύτητας του τηλεσκοπίου Hubble, τότε ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H}$ είναι ίσος με:

(α) $\sqrt{\frac{26}{27}}$, **(β)** $\sqrt{\frac{27}{26}}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{8}{12}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16096-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μίας θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση:

$$e = \frac{W}{Q_h}$$

(Μονάδα 1)

Από τα δεδομένα, το έργο ισούται με $W = 2000J$ και η θερμότητα που δαπανάται για κάθε κύκλο λειτουργίας της μηχανής είναι ίση με $Q_h = 8000J$.
Άρα με αντικατάσταση στην (1):

$$e = \frac{2000\mathrm{J}}{8000\mathrm{J}} \text{ , } e = 0{,}25$$

Άρα, η απόδοση είναι 25%

(Μονάδες 7)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G\frac{m \cdot M}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ΟΑΟ 2 στο ύψος h_0 είναι: $r_o = R_\Gamma + h_o$, $r_0 = R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{8}$, $r_0 = \frac{9}{8} \cdot R_\Gamma$ (2)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τη (2) έχουμε:

$$\upsilon_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_o}} \text{ , } \upsilon_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{\frac{9}{8} \cdot R_\Gamma}} \text{ , } \upsilon_o = \sqrt{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}} \text{ (3)}$$

Για τον δορυφόρο / τηλεσκόπιο Hubble στο ύψος h_H είναι: $r_H = R_\Gamma + h_H$, $r_H = R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{12}$,

$r_H = \frac{13}{12} \cdot R_\Gamma$ (4)

16096-Λύση

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τη (4) έχουμε:

$$\upsilon_H = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r_H}}\ ,\ \upsilon_H = \sqrt{\frac{G \cdot M}{\frac{13}{12} \cdot R_\Gamma}}\ ,\ \upsilon_H = \sqrt{\frac{12 \cdot G \cdot M}{13}}\ (5)$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Διαιρούμε κατά μέλη $\frac{(3)}{(5)}$: $\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \frac{\sqrt{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}}}{\sqrt{\frac{12 \cdot GM}{13 \cdot R_\Gamma}}}\ ,\ \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{\frac{8 \cdot G \cdot M}{9 \cdot R_\Gamma}}{\frac{12 \cdot G \cdot M}{13 \cdot R_\Gamma}}}\ ,\ \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{8 \cdot 13}{9 \cdot 12}}\ ,\ \frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{2 \cdot 13}{3 \cdot 9}}$,

$$\frac{\upsilon_o}{\upsilon_H} = \sqrt{\frac{26}{27}}$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Μονάδες 9

Στους παρακάτω υπερσυνδέσμους μπορείτε να βρείτε πληροφορίες για τους δορυφόρους ΟΑΟ 2 και Hubble.

https://www.nasa.gov/feature/goddard/2018/nasa-s-first-stellar-observatory-oao-2-turns-50

https://www.nasa.gov/content/about-facts-hubble-faqs

ΘΕΜΑ 2

16098

2.1. Δύο παιδιά, η Κυβέλη και ο Αντώνης, συζητούν για το λογοτεχνικό βιβλίο του Ιουλίου Βερν «Γύρω από τη Σελήνη». Σε αυτό, ένα βλήμα που μεταφέρει δύο ανθρώπους, αφού εκτοξεύεται από τη Γη, καταλήγει να γίνει τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης, σε ύψος h από την επιφάνειά της.
Η συζήτηση των παιδιών αφορά στην ταχύτητα που έχει ένας τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης σε κάποιο ύψος από την επιφάνειά της και κατά πόσο το μέτρο της ταχύτητας αυτής εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου. Η Κυβέλη ισχυρίζεται ότι το μέτρο της ταχύτητας αυτής δεν εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου, ενώ ο Αντώνης ότι εξαρτάται. Τελικά,
(α) η Κυβέλη έχει δίκιο, διότι το μέτρο της ταχύτητας του τεχνητού δορυφόρου εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και από τη μάζα της Σελήνης.
(β) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και τη μάζα του τεχνητού δορυφόρου.
(γ) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται μόνο από τη μάζα του σώματος που περιστρέφεται.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, το οριζόντιο βεληνεκές είναι ίσο με S, τότε το ύψος H από το οποίο εκτοξεύθηκε το αντικείμενο είναι:

(α) $\frac{2 \cdot \upsilon_o^2}{g}$, **(β)** $\frac{2 \cdot \upsilon_o^2}{g \cdot S^2}$, **(γ)** $\frac{g \cdot S^2}{2 \cdot \upsilon_o^2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Να θεωρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και να αμελητέες τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

ΘΕΜΑ 2

16098-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση, που προσδιορίζει την ταχύτητα του βλήματος μπορεί να προκύψει μέσω της ακόλουθης διαδικασίας.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται το βλήμα που κινείται σε κυκλική τροχιά με ακτίνα $r = R_Σ + h$ από το κέντρο της Σελήνης (όπου $R_Σ$ η ακτίνα της Σελήνης και h το ύψος από την επιφάνειά της) δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_Σ}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_κ = \frac{m \cdot υ^2}{r}$

Είναι: $F_κ = w$, $\frac{m \cdot υ^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_Σ}{r^2}$, $υ^2 = G \cdot \frac{M_Σ}{r}$, $υ = \sqrt{\frac{G \cdot M_Σ}{r}}$

(Μονάδες 5)

Στη σχέση αυτή, η μάζα $M_Σ$ είναι η μάζα της Σελήνης γύρω από την οποία κινείται το βλήμα και η ακτίνα r είναι η ακτίνα περιστροφής του βλήματος γύρω από τη Σελήνη.

Συνεπώς, η Κυβέλη έχει δίκιο αφού η ταχύτητα περιστροφής εξαρτάται από τη μάζα της Σελήνης και την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και όχι από τη μάζα του αντικειμένου που περιστρέφεται σε ύψος h, άρα σε ακτίνα $r = R_Σ + h$.

(Μονάδες 3)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στον άξονα x΄x το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $x = S$.
Συνεπώς:

$$x = υ_o \cdot t, \; t_{ολ} = \frac{S}{υ_o}$$

(Μονάδες 3)

Στο άξονα y΄y το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $y = H$. Συνεπώς:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{ολ})^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{S}{υ_o}\right)^2, \; H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{S^2}{υ_o^2}, \; H = \frac{g \cdot S^2}{2 \cdot υ_o^2}$$

16098-Λύση

(<u>Μονάδες 6</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πλανήτης έχει ακτίνα R. Ο πίνακας δείχνει το δυναμικό σε δύο χαρακτηριστικά ύψη από την επιφάνεια του πλανήτη.

Ύψος h	Δυναμικό V
R	V_1
$2R$	V_2

Η σχέση ανάμεσα στα V_1 και V_2 είναι

(α) $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ **(β)** $V_1 = 2V_2$ **(γ)** $V_1 = 4V_2$

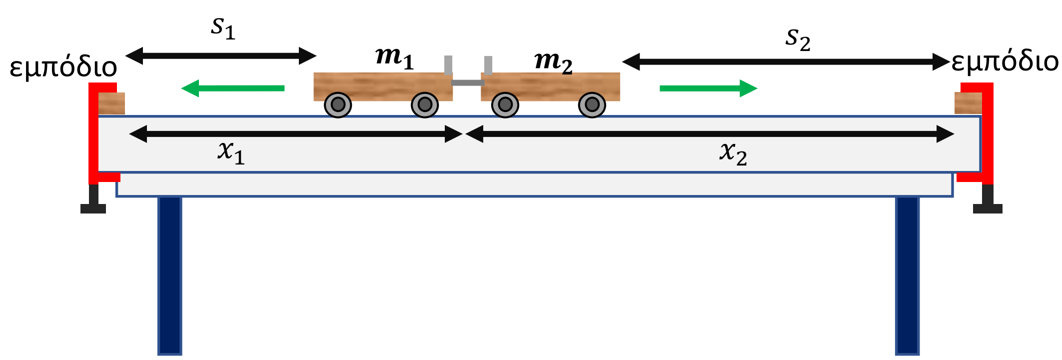
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Εργαστηριακά αμαξίδια μαζών m_1 και m_2 είναι αρχικά ακίνητα σε εργαστηριακό πάγκο. Το ένα από τα δύο έχει συμπιεσμένο έμβολο. Τοποθετούνται σε κατάλληλη θέση, ώστε αφού το έμβολο απελευθερωθεί, τα αμαξίδια να κινηθούν, κατά προσέγγιση, ευθύγραμμα και ομαλά, και να ακουστεί ταυτόχρονα κρότος εξαιτίας της σύγκρουσης του κάθε αμαξιδίου με καλά στερεωμένο ξύλινο εμπόδιο που βρίσκεται στη δική του άκρη του πάγκου.



Με βάση τις αποστάσεις που σημειώνονται στο σχήμα, ισχύει:

(α) $m_1x_1 = m_2x_2$ **(β)** $m_1s_1 = m_2s_2$ **(γ)** $m_1s_2 = m_2s_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο τύπος του δυναμικού είναι $V = -\frac{GM}{r}$ (2 μονάδες), όπου r η απόσταση από το κέντρο του πλανήτη. Είναι $r = R + h$ (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει (2 μονάδες):

$$V_1 = -\frac{GM}{R+R} \Rightarrow V_1 = -\frac{GM}{2R}$$

$$V_2 = -\frac{GM}{R+2R} \Rightarrow V_2 = -\frac{GM}{3R}$$

Συγκρίνοντας (ή απλά διαιρώντας κατά μέλη) (2 μονάδες): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3R}{2R}$ ή $V_1 = \frac{3}{2}V_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Λόγω διατήρησης ορμής (5 μονάδες):

$$p_{ολ,πριν} = p_{ολ,μετα}$$

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

$$0 = m_1 \frac{s_1}{t} - m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 \frac{s_1}{t} = m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 s_1 = m_2 s_2$$

Οι αποστάσεις είναι s και όχι x γιατί κάθε σημείο του αμαξιδίου μετατοπίζεται κατά s (μόνο το μπροστινό μέρος του φτάνει στο εμπόδιο) (2 μονάδες).

Ο χρόνος είναι t και για τις δύο κινήσεις γιατί το έμβολο αναγκάζει και τα δύο να ξεκινήσουν ταυτόχρονα, ενώ ο κρότος ακούγεται επίσης ταυτόχρονα, άρα κινούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα (2 μονάδες).

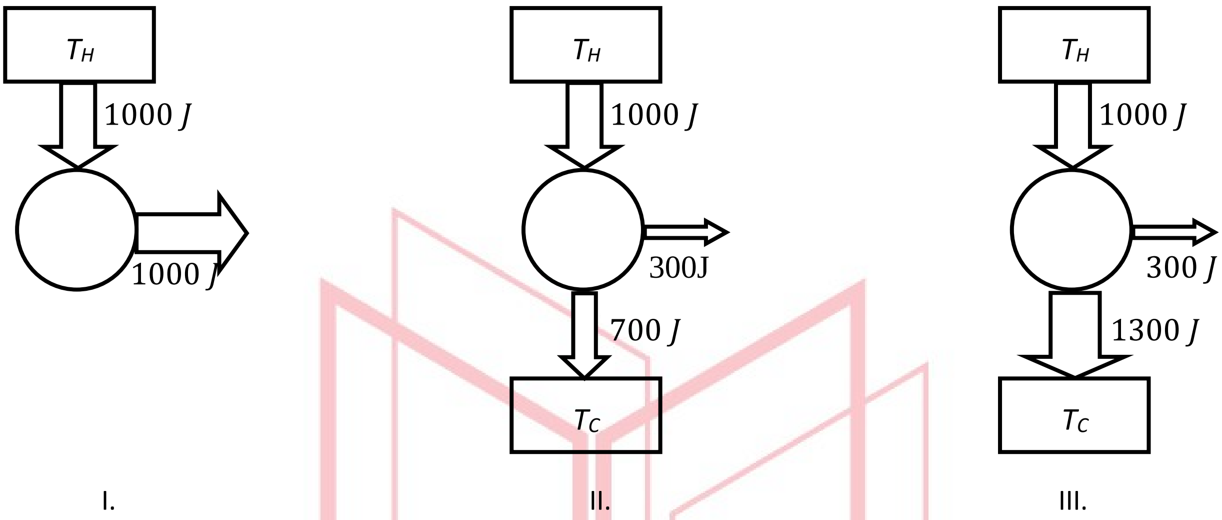
Επειδή τα αμαξίδια έχουν τροχούς (χρησιμοποιούν σε γενικές γραμμές την τριβή για να κινηθούν αντί αυτή να τα εμποδίζει), προφανώς μπορούμε προσεγγιστικά να θεωρήσουμε την κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16106

2.1. Στα παρακάτω διαγράμματα ο κύκλος παριστάνει τη θερμική μηχανή.



Το διάγραμμα που αναπαριστά σωστά μια θερμική μηχανή είναι το:

(α) I (β) II (γ) III

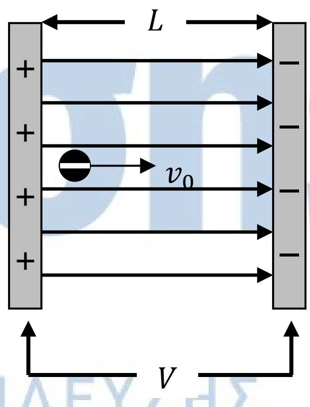
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Φορτισμένο σωματίδιο μάζας m με αρνητικό φορτίο q βάλλεται με αρχική ταχύτητα v_0 παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς πεδίου έντασης $\vec{E}$ και ομόρροπα με αυτές όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το πεδίο δημιουργείται ανάμεσα σε δύο φορτισμένες πλάκες που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V και απέχουν απόσταση L. Θεωρούμε το βάρος του σωματιδίου αμελητέο.



Η απόσταση s_{stop} που θα διανύσει το σωματίδιο μέχρι να ακινητοποιηθεί είναι:

α. $s_{stop} = \frac{v_0 mL}{|q|V}$ β.$s_{stop} = \frac{v_0 mL}{2|q|V}$ γ. $s_{stop} = \frac{v_0^2 mL}{2|q|V}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Για μία θερμική μηχανή ισχύει $Q_H = W + |Q_C|$ (διατήρηση της ενέργειας – 1ος θερμοδυναμικός νόμος κάτι που ισχύει μόνο στο διάγραμμα ΙΙ (όπου $1000\,J = (300\,J) + (700\,J)$).

Παρατήρηση:

Η μηχανή του διαγράμματος Ι έχει $|Q_C| = 0$, που σημαίνει πως παραβιάζει τον 2ο θερμοδυναμικό νόμο (διατύπωση Kelvin – Planck: είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε ωφέλιμο έργο).

Για τη μηχανή του διαγράμματος ΙΙΙ ισχύει πως $|Q_C| = W + Q_H$ ($(1300\,J) = (300\,J) + (1000\,J)$) που σημαίνει πως η συνολική ενέργεια που εισέρχεται στη μηχανή είναι λιγότερη από αυτήν που εξέρχεται (παραβιάζεται η διατήρηση της ενέργειας – 1ος θερμοδυναμικός νόμος).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Κάποια στιγμή σταματάει. Η εξίσωση της ταχύτητας $v = v_0 - at$ δίνει πως:

$$0 = v_0 - at_{stop}$$

$$t_{stop} = \frac{v_0}{a}$$

Η εξίσωση του διαστήματος $s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$ δίνει πως (2 μονάδες):

$$s_{stop} = v_0\frac{v_0}{a} - \frac{1}{2}a\left(\frac{v_0}{a}\right)^2 = \frac{v_0^2}{2a}$$

Το πεδίο είναι ομογενές, άρα (1 μονάδα) $E = \frac{V}{L}$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, σε συνδυασμό με τον ορισμό της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου $E = F_{\eta\lambda}/|q|$ (1 μονάδα) και με το γεγονός πως η μόνη δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο είναι η ηλεκτρική δύναμη (άρα $\Sigma F = F_{\eta\lambda}$) προκύπτει (3 μονάδες):

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{|q|E}{m} = \frac{|q|V}{mL}$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο του s_{stop} προκύπτει (2 μονάδες):

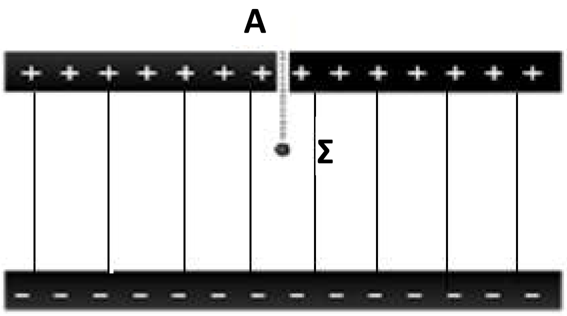
$$s_{stop} = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\frac{|q|V}{mL}} = \frac{v_0^2 mL}{2|q|V}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16108

Το πείραμα του Millikan, γνωστό και ως πείραμα της σταγόνας λαδιού, είναι από τα πιο διάσημα πειράματα στην ιστορία της Φυσικής και είχε ως αποτέλεσμα την ακριβή μέτρηση για πρώτη φορά του στοιχειώδους φορτίου (φορτίου του ηλεκτρονίου) το 1909. Η συσκευή με την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα φαίνεται στη φωτογραφία. Στο κάτω μέρος της συσκευής υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (επίπεδος πυκνωτής με τους οπλισμούς - πλάκες τοποθετημένους οριζόντια). Αρνητικά φορτισμένες σταγόνες λαδιού εισέρχονται από την οπή Α που υπάρχει στο θετικό οπλισμό του οριζόντια επίπεδου πυκνωτή. Όλο τα σύστημα βρίσκεται σε κενό. Η σταγόνα Σ, με μάζα $m = 0{,}1\ g$ και φορτίο $q = 1{,}5 \times 10^{-8}\ C^{-}$, κινείται ήδη εντός του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, που έχει ένταση $E = 60\ kV/m$. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι $d = 10\ mm$.



4.1. Να σχεδιάσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, και να υπολογίσετε την ηλεκτρική δύναμη που δέχεται η σταγόνα Σ.

Μονάδες 5

4.2. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα, καθώς και την κατεύθυνση της κίνησής της. Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινείται.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση της σταγόνας λαδιού από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 6

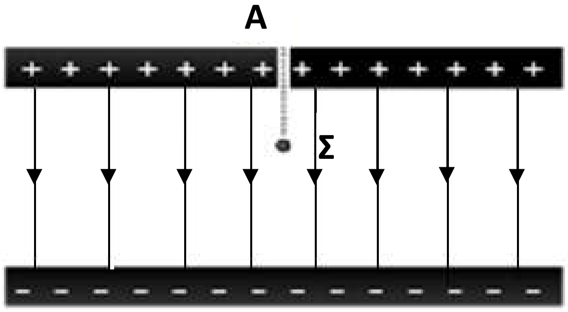
4.4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργεια της σταγόνας κατά την κίνησή της από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

16108-Λύση

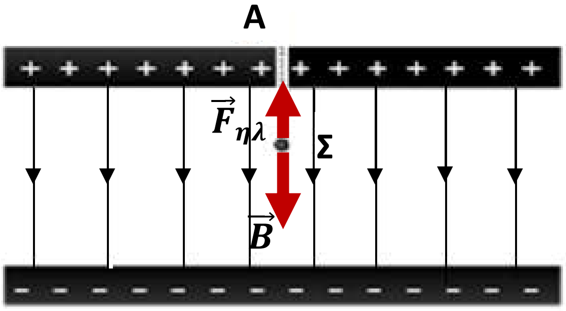
4.1.



$$F_{\eta\lambda} = qE = (1{,}5 \times 10^{-8}\,C)\left(60\frac{kV}{m}\right) =$$
$$= (1{,}5 \times 10^{-8}\,C)\left(60 \times 10^{3}\frac{N}{C}\right)$$
$$= 9 \times 10^{-4}\,N$$

Μονάδες 5

4.2. Η σταγόνα δέχεται το βάρος της προς τα κάτω και την ηλεκτρική δύναμη προς τα επάνω (η ίδια είναι αρνητικά φορτισμένη, οπότε έλκεται από τον θετικό οπλισμό). (2 μονάδες)



Το βάρος της σταγόνας είναι $B = mg = (0{,}1\,g)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = (0{,}1 \times 10^{-3}\,kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = 10 \times 10^{-4}\,N$ (1 μονάδα)

Το βάρος είναι μεγαλύτερο από την ηλεκτρική δύναμη σε μέτρο, άρα η σταγόνα θα επιταχυνθεί **προς τα κάτω** (1 μονάδα). Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα (2 μονάδες):

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{B - F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{10 \times 10^{-4}\,N - 9 \times 10^{-4}\,N}{0{,}1 \times 10^{-3}\,kg} = 1\,m/s^2$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο, αφού είναι αντίθετη (ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω) στην κίνηση του σώματος (η οποία γίνεται κατακόρυφα προς τα κάτω). (Ισοδύναμα, $\sigma\upsilon\nu\theta = \sigma\upsilon\nu 180^o = -1$ για αντικατάσταση στον τύπο του έργου) (2 μονάδες). Υπολογισμός (4 μονάδες):

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -F_{\eta\lambda}d = -(9 \times 10^{-4}\,N)(10\,mm) = -(9 \times 10^{-4}\,N)(10 \times 10^{-3}\,m) = -9 \times 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = \Sigma F d = (10 \times 10^{-4}\,N - 9 \times 10^{-4}\,N)(10\,mm) = (10^{-4}\,N)(10 \times 10^{-3}\,m)$$
$$= 10^{-6}\,J$$

ή με διαφορετικό τρόπο υπολογισμού: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = W_B + W_{F_{\eta\lambda}} = mgd + W_{F_{\eta\lambda}} =$

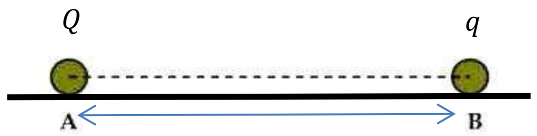
$$(0{,}1 \times 10^{-3}\,kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right)(10 \times 10^{-3}\,m) + (-9 \times 10^{-6}\,J) = 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16109

Τα σωματίδια Α και Β συγκρατούνται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σωματίδια έχουν ίσα θετικά φορτία $Q = q$ μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U και αφήνονται να κινηθούν.



4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων που έχουν κάθε χρονική στιγμή τα δύο σωματίδια είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον λόγο των μαζών τους.

Μονάδες 5

4.2. Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του Β, σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α (σε απόσταση τόση ώστε τα σωματίδια πρακτικά δεν αλληλεπιδρούν), δίνεται από τη σχέση:

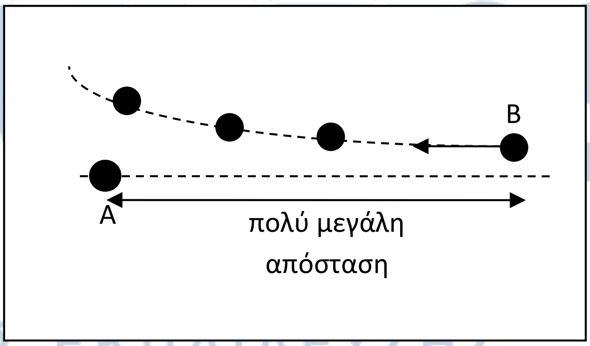
$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U.$$

Μονάδες 8

4.3. Για αυτό το ερώτημα υποθέτουμε πως η μάζα του Α είναι πολύ μεγαλύτερη της μάζας του Β ($m_A \gg m_B$), ώστε στους υπολογισμούς η μάζα του Β να θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του Α. Να υπολογίσετε, αξιοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2. ή με όποιον άλλο τρόπο σκεφτείτε, τις κινητικές ενέργειες των Α και Β όταν βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους.

Μονάδες 7

4.4. Όταν το Β φθάνει σε μεγάλη απόσταση από το Α, το εκτοξεύουμε και πάλι προς τα πίσω, όχι όμως ακριβώς στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια αλλά λίγο έκκεντρα, όπως φαίνεται στο σχήμα που αποτελεί κάτοψη του επιπέδου στο οποίο γίνεται η κίνηση. Εξηγήστε γιατί το Β θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλο σχήμα.



Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16109-Λύση

4.1. Το σύστημα είναι μονωμένο διότι δεν του ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Αρχικά τα δύο σωματίδια είναι ακίνητα, άρα η ορμή του συστήματος είναι μηδέν (1 μονάδα). Σε μία τυχαία χρονική στιγμή οι ταχύτητές τους θα έχουν μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, οπότε, με δεδομένο πως κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, λόγω άπωσης (και τα δύο είναι θετικά), η ορμή του συστήματος θα μπορεί να γραφτεί ως $m_B v_B - m_A v_A$ (θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά στο σχήμα) (1 μονάδα).

Γράφοντας την αρχή διατήρησης ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά}$$
$$0 = m_B v_B - m_A v_A$$
$$m_B v_B = m_A v_A$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

άρα οι ταχύτητες είναι αντιστρόφως ανάλογες των μαζών (2 μονάδες)

Μονάδες 5

4.2. Με δεδομένο πως η μόνη δύναμη που παράγει έργο στο σύστημα είναι η ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb (συντηρητική δύναμη) η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Ως αποτέλεσμα, το άθροισμα ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας και κινητικής ενέργειας των δύο σωματιδίων στην αρχή είναι ίσο με το αντίστοιχο άθροισμα όταν τα δύο σωματίδια θα βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση (1 μονάδα). Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε πολύ μεγάλη απόσταση είναι μηδενική (1 μονάδα), ενώ η κινητική ενέργεια των δύο σωματιδίων στην αρχή ήταν επίσης μηδενική (1 μονάδα).

$$(U + K)_{αρχ} = (U + K)_{τελ}$$
$$U + 0 = 0 + K_A + K_B$$

Οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων συνδέονται μέσω των ταχυτήτων τους, με βάση τη σχέση του ερωτήματος 4.1 (η οποία μπορεί να γραφεί ως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A}$) (2 μονάδες):

$$K_A = \frac{1}{2} m_A {v_A}^2 = \frac{1}{2} m_A (v_B \frac{m_B}{m_A})^2 = \frac{1}{2} \frac{{m_B}^2}{m_A} {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} \frac{1}{2} m_B {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} K_B$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση που συνδέει τις ενέργειες και λύνοντας ως προς K_B προκύπτει το ζητούμενο (2 μονάδες):

$$U = \frac{m_B}{m_A} K_B + K_B$$
$$U = (\frac{m_B}{m_A} + 1) K_B$$
$$U = \frac{m_B + m_A}{m_A} K_B$$
$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Μονάδες 8

4.3. Το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2 είναι πως

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Αν ισχύει πως $m_A \gg m_B$, τότε $m_A + m_B \cong m_A$ (2 μονάδες), άρα (2 μονάδες):

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U \cong \frac{m_A}{m_A} U = U$$

Αν επανέλθουμε στην ενδιάμεση μορφή της διατήρησης μηχανικής ενέργειας που βρέθηκε στη διάρκεια της λύσης του 4.2 (3 μονάδες):

$$U = K_A + K_B$$

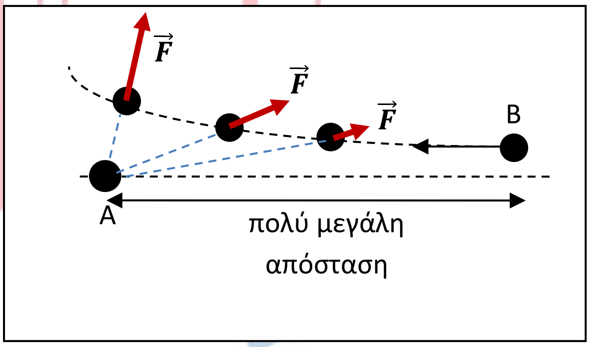
$$U = K_A + U$$

$$K_A = 0$$

(Εναλλακτικά, στη λύση του 4.2 βρέθηκε πως $K_A = \frac{m_B}{m_A} K_B$. Με δεδομένο πως $m_A \gg m_B$, ισχύει πως $\frac{m_B}{m_A} \cong 0$, άρα $K_A = 0$. Αντίστοιχα μπορεί κανείς να σκεφθεί πως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A} \cong 0$, οπότε πάλι $K_A = 0$)

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο σωματίδια είναι θετικά άρα απωθούνται υπό την επίδραση της ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb $\vec{F}$ η οποία δρα στην ευθεία που συνδέει τα δύο σωματίδια (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει πως η κίνηση του σωματιδίου Β θα αποκλίνει προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα (1 μονάδα).



Το μέτρο της δύναμης Coulomb είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης (2 μονάδες), άρα μεγαλώνει όσο το σωματίδιο Β κινείται προς τα αριστερά και αυτό οδηγεί στην μεγαλύτερη καμπύλωση της τροχιάς όσο το Β πλησιάζει το Α.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16112

Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6 \times 10^6\ m$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3{,}6 \times 10^{14}\ Nm^2/kg$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης.

Μονάδες 6

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος R από την επιφάνειά του.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη.

Μονάδες 6

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4 \times 10^7\ m$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000\ kg$, ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{0{,}3} \cong 0{,}55$, $\frac{24\pi}{55} \cong 1{,}4$. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

16112-Λύση

4.1. Απλή αντικατάσταση (5 μονάδες) $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{3,6\times10^{14}\ Nm^2/kg}{(6\times10^6\ m\ )^2} = 10\ N/kg$

Παρατηρούμε πως η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι όση και στη Γη (1 μονάδα).

Μονάδες 6

4.2. Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου θα είναι $r = R + h = R + R = 2R$ (1 μονάδα).

Πρέπει η βαρυτική δύναμη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (2 μονάδες):

$$F_\kappa = F_{\beta\alpha\rho}$$

Αντικατάσταση και επίλυση (4 μονάδες):

$$\frac{mv^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2(6\times10^6\ m)}}$$

$$v = \sqrt{0,3}\times10^4\,\frac{m}{s} \cong 5500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 2R}{T}$$

$$T = \frac{4\pi R}{v} = \frac{4\pi(6\times10^6\ m)}{5500\ m/s} \cong 1,4\times10^4\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Το έργο του βαρυτικού πεδίου για τη μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Β του βαρυτικού πεδίου είναι (2 μονάδες)

$$W_{A\to B} = m(V_A - V_B)$$

Το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τον τύπο: $V = -\frac{GM}{r}$

Για τον πύραυλο, Α=σημείο στην επιφάνεια της Γης και Β=σημείο σε απόσταση $2,4\times10^7\ m$ από το κεντρο του πλανήτη, άρα $r_A = R$, $r_B = r' = 2,4\times10^7\ m$ (1 μονάδα).

Με αντικατάσταση (2 μονάδες):

$$W_{A\to B} = m\left(-\frac{GM}{R} - \left(-\frac{GM}{r'}\right)\right) = (10^3\ kg)\left(-\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{6\times10^6\ m} - \left(-\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2.4\times10^7\ m}\right)\right)$$

$$= -4,5\times10^{10}\ J$$

Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί είναι (1 μονάδα) ακριβώς $E = -W_{A\to B} = 4{,}5 \times 10^{10}\ J$

Μονάδες 6

16115

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα ρολόι τοίχου, ο ωροδείκτης έχει μήκος l_1, ο λεπτοδείκτης μήκος l_2 και για τα μήκη τους ισχύει η σχέση $l_2 = 1{,}5 \cdot l_1$. Οι δύο δείκτες περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα προσαρμοσμένο στο ένα τους άκρο. Για τα μέτρα υ_1και υ_2, των γραμμικών ταχυτήτων των κινούμενων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

(α). $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 18$ **(β).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 1{,}5$ **(γ).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 18$

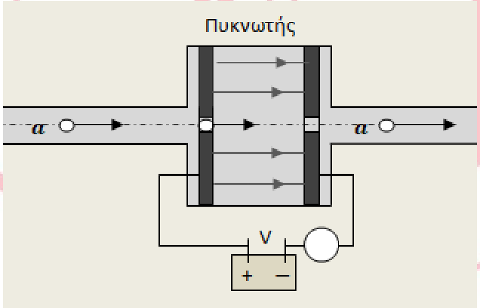
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Τα σωμάτια **α** είναι σωματίδια που αποτελούνται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Σε τμήμα επιταχυντή σωματιδίων, σωμάτια **α** που κινούνται οριζόντια, ευθύγραμμα και ομαλά, χωρίς να δέχονται δυνάμεις αντίστασης, διαπερνούν κάθετα μια επίπεδη μεταλλική πλάκα, από κατάλληλη οπή και εξέρχονται επίσης κάθετα διαπερνώντας μια δεύτερη μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται απέναντι, σε σταθερή απόσταση από την πρώτη, από κατάλληλη οπή που υπάρχει και σε αυτή. Τα σωμάτια **α** κινούνται πάντα ευθύγραμμα και οι δύο οπές βρίσκονται στην ευθεία της κίνησης των σωματιδίων, όπως στην εικόνα. Το ηλεκτρικό φορτίο του πρωτονίου είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ($q_\pi = e$).



Μεταξύ των δύο κατακόρυφων μεταλλικών πλακών, δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με κατεύθυνση ίδια με αυτή της κίνησης των σωματιδίων, με αυτόματη ενεργοποίηση κατάλληλης τάσης V, τη στιγμή ακριβώς που ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο χώρο μεταξύ των δύο πλακών και καταργείται με απενεργοποίησή της, όταν αυτό εξέρχεται από το χώρο αυτό.

Ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο ομογενές πεδίο με κινητική ενέργεια $K_0 = 500\ eV$ και εξέρχεται από αυτό με διπλάσια κινητική ενέργεια. Η τάση που εφαρμόστηκε μεταξύ των μεταλλικών πλακών κατά το πέρασμα του σωματιδίου από το χώρο μεταξύ τους, ήταν:

(α) $V = 250\ V$, **(β)** $V = 500\ V$, **(γ)** $V = 1000\ V$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16115-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του ωροδείκτη είναι $T_1 = 12\ \mathrm{h}$. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του λεπτοδείκτη είναι $T_2 = 1\ \mathrm{h}$. Άρα για τις δύο περιόδους ισχύει η σχέση $T_1 = 12 \cdot T_2$.

Για το λόγο των μέτρων των γραμμικών ταχυτήτων των ελεύθερων άκρων του λεπτοδείκτη (υ_2) και του ωροδείκτη (υ_1), ισχύει:

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot l_2}{T_2}}{\frac{2\cdot\pi\cdot l_1}{T_1}} = \frac{T_1 \cdot l_2}{T_2 \cdot l_1} = \frac{12 \cdot T_2 \cdot 1{,}5 \cdot l_1}{T_2 \cdot l_1} = 18$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρικό φορτίο του σωματίου α είναι το φορτίο των δύο πρωτονίων του, δηλαδή $q_\alpha = 2 \cdot e$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωμάτιο α κατά το πέρασμά του από το ενεργοποιημένο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή:

$\Delta K = W_{\eta\lambda}$, $\quad 2 \cdot K_0 - K_0 = q_\alpha \cdot V$, $\quad K_0 = q_\alpha \cdot V$

ή $\quad 500\ \mathrm{eV} = 2e \cdot V$

και τελικά $V = 250\ \mathrm{V}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16116

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση της ακτίνας της Σελήνης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά προς το διάστημα. Αν τη στιγμή της εκτόξευσης το σώμα, έχει θετική μηχανική ενέργεια $E_M^{\alpha\rho\chi} = E_0 > 0$ και μετά την εκτόξευσή του κινείται ελεύθερα με μοναδική δύναμη την έλξη του από τη Σελήνη, τότε:

(α) το σώμα δεν θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης

(β) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, με μηδενική ταχύτητα

(γ) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, κινούμενο προς το διάστημα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2 \cdot m$ κινούνται αντίθετα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 αντίστοιχα, είναι ίσα ακριβώς πριν συγκρουστούν και ισχύει $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_0$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλαστική, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 0$, **(β)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = \frac{4}{3} \cdot m \cdot \upsilon_0$, **(γ)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 2 \cdot m \cdot \upsilon_0$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16116-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν η εκτόξευση του σώματος γινόταν με την ταχύτητα διαφυγής, θα κατάφερνε μόλις να φτάσει εκτός πεδίου, δηλαδή με μηδενική ταχύτητα και θα είχε μηχανική ενέργεια μηδέν. Επειδή κατά την κίνηση του σώματος, η μηχανική ενέργεια διατηρείται, η μηχανική ενέργεια θα ήταν μηδέν σε όλες τις θέσεις, άρα και στο σημείο εκτόξευσης. Τώρα όμως, που εκτοξεύεται με θετική μηχανική ενέργεια, θα εξέρχεται από το πεδίο βαρύτητας της Σελήνης με κινητική ενέργεια και θα ισχύει:

$E_M^{\infty} = E_M^{εκτ} = E_0$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\infty}^2 = E_0$, οπότε $\upsilon_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την πλαστική κρούση των δύο σφαιρών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή με θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας μάζας m_1 :

$m \cdot \upsilon_0 - 2 \cdot m \cdot \upsilon_0 = 3 \cdot m \cdot \upsilon$, άρα $\upsilon = -\frac{\upsilon_0}{3}$,

με το αρνητικό πρόσημο να δηλώνει ότι η φορά κίνησης του συσσωματώματος είναι αντίθετη εκείνης του σώματος μάζας m_1.

Για τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$\Delta p_1 = m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_1 = m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3}\right) - m \cdot \upsilon_0 = -\frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

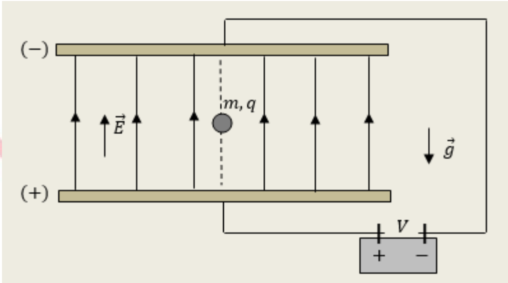
$$\Delta p_2 = 2 \cdot m \cdot \upsilon - 2 \cdot m \cdot \upsilon_2 = 2 \cdot m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3} + \upsilon_0\right) = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

Δηλαδή τελικά $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16117

2.1. Με τη βοήθεια δύο οριζόντιων μεταλλικών πλακών που συγκρατούνται σε σταθερή απόσταση μεταξύ τους, δημιουργήσαμε κατακόρυφο και ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, φορτίζοντας τις δύο πλάκες, δημιουργώντας τάση V μεταξύ τους, όπως στη διάταξη που φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.
Ένα μικρό μεταλλικό σφαιρίδιο, μάζας m, θετικά φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο q, ισορροπεί ακίνητο μέσα στο κατακόρυφο αυτό ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Στην περιοχή η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης είναι g και οι δυνάμεις από τον αέρα στο σφαιρίδιο, μπορούν να αγνοηθούν.



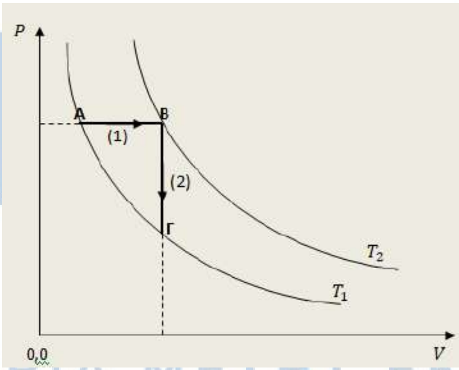
Αν θα μπορούσαμε να διπλασιάσουμε ακαριαία την τάση μεταξύ των μεταλλικών πλακών ($V' = 2 \cdot V$), χωρίς να αλλάξουμε την πολικότητά τους, τότε το σφαιρίδιο:
(α) θα άρχιζε να κινείται προς τα πάνω με επιτάχυνση $\vec{a}$ μέτρου $a = g$
(β) θα εξακολουθούσε να ισορροπεί ακίνητο
(γ) θα άρχιζε να κινείται προς τα κάτω με επιτάχυνση $\vec{a}$ μέτρου $a = g$
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα πίεσης-όγκου ($P - V$), αποδίδονται δύο αντιστρεπτές μεταβολές, ορισμένης ποσότητας ιδανικού μονοατομικού αερίου. Η ισοβαρής αντιστρεπτή θέρμανση ΑΒ (μεταβολή (1)), από αρχική θερμοκρασία T_1 μέχρι θερμοκρασία T_2 και η ισόχωρη αντιστρεπτή ψύξη ΒΓ (μεταβολή (2)), από τη θερμοκρασία T_2 , μέχρι την αρχική θερμοκρασία T_1.



Αν είναι Q_2 η θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον κατά την ισόχωρη ψύξη (μεταβολή (2)), τότε για τη θερμότητα Q_1 που ανταλλάσσει στην ισοβαρή θέρμανση (μεταβολή (1)), ισχύει:

(α) $Q_1 = Q_2$, **(β)** $Q_1 = -Q_2$, **(γ)** $Q_1 = -\frac{5}{3} \cdot Q_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16117-Λύση

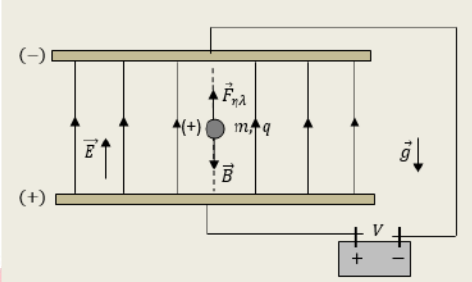
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

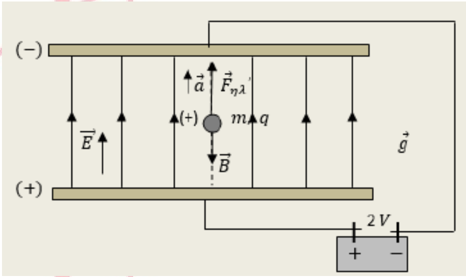
2.1.Β.



Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ισχύει $E = \frac{V}{l}$, όπου V η τάση μεταξύ των δύο πλακών και l η απόστασή τους.

Αρχικά το φορτισμένο σωματίδιο ισορροπεί ακίνητο και ισχύει:

$\Sigma F = 0$, ή $F_{\eta\lambda} - B = 0$, ή $E \cdot q = m \cdot g$ ή $\frac{V}{l} \cdot q = m \cdot g$ (1)



Διπλασιάζοντας την τάση μεταξύ των οπλισμών, διπλασιάζεται η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου $E' = \frac{2 \cdot V}{l}$. Άρα το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης γίνεται μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους του σφαιριδίου και έτσι αυτό θα αποκτήσει επιτάχυνση προς τα πάνω:

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_{\eta\lambda}' - m \cdot g}{m} = \frac{E' \cdot q - m \cdot g}{m} = \frac{\frac{2 \cdot V}{l} \cdot q - m \cdot g}{m} = \frac{2 \cdot m \cdot g - m \cdot g}{m} = g$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής για την μεταβολή (1) - ισοβαρή θέρμανση ΑΒ:

$$Q_1 = W_1 + \Delta U_1 = P_A \cdot (V_B - V_A) + \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1)$$

ή $$Q_1 = n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) + \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής για την μεταβολή (2) – ισόχωρη ψύξη:

$$Q_2 = \Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2), έχουμε:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = -\frac{5}{3} \;, \; \textit{άρα ισχύει: } Q_1 = -\frac{5}{3} \cdot Q_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16124

Δορυφόρος μάζας $m = 300Kg$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Κάποια στιγμή λόγω εσωτερικής έκρηξης διασπάται σε δύο τμήματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το $Σ_2$ αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, ενώ το $Σ_1$ συνεχίζει να εκτελεί κίνηση στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτή που ήταν πριν την έκρηξη, αλλάζοντας κατεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ορμής του δορυφόρου στο ύψος αυτό.

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος $Σ_2$ μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. τον λόγο των μαζών m_1/m_2.

Μονάδες 7

4.4. την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_Γ = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10$ m/s^2. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

16124-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} \Rightarrow$$

$$\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 = 5{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Συνεπώς, το μέτρο της ορμής του δορυφόρου σε ύψος h είναι:

$$p = m\upsilon = 16{,}8 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Μονάδες 7

4.2. Το τμήμα Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, που είναι η ταχύτητα διαφυγής του:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.3. Για την έκρηξη ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Το τμήμα Σ_1 παραμένει σε κυκλική τροχιά ακτίνας ίση με την αρχική, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, αλλά κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Συνεπώς έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta \Rightarrow 2m_1\upsilon = m_2(\upsilon_\delta - \upsilon) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 7

4.4. Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$m_2 = 5m_1, \text{ οπότε } m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 6m_1 \Rightarrow m_1 = 50 \text{ Kg και } m_2 = 250 \text{ Kg} \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

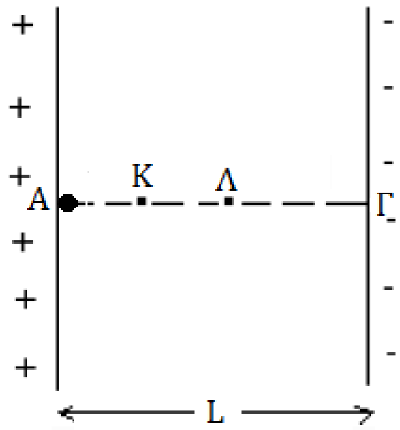
Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\delta^2\right) - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4 \cdot 10^9 \text{ J} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16130



Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\mathrm{L} = 1\ \mathrm{cm}$, είναι φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο παραπάνω σχήμα και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο πλακών είναι $\mathrm{V} = 200\mathrm{V}$. Σωμάτιο μάζας $\mathrm{m} = 10\ \mathrm{g}$ και ηλεκτρικού φορτίου $\mathrm{q} = +10^{-8}\ \mathrm{C}$, αφήνεται ελεύθερο από ένα σημείο Α πολύ κοντά στη θετική πλάκα.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτροστατικού πεδίου.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματίου.

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 το σωμάτιο φτάνει στο σημείο Γ που βρίσκεται στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σωματίου στο σημείο Γ.

Μονάδες 7

4.4. Το σωμάτιο κατά την πορεία του από το σημείο Α στο σημείο Γ διέρχεται και από τα σημεία Κ και Λ που απέχουν απόσταση $(\mathrm{K\Lambda}) = 0{,}25\ \mathrm{cm}$. Αν το δυναμικό στο σημείο Κ είναι $\mathrm{V_K} = 80\ \mathrm{V}$, να υπολογίσετε το δυναμικό στο σημείο Λ.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι το βάρος του σωματίου είναι αμελητέο.

16130

ΘΕΜΑ 4

16130-Λύση

4.1. Βρίσκουμε τη διαφορά δυναμικού του πυκνωτή:

Η σχέση μεταξύ της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού είναι:

$$\mathrm{E} = \frac{V}{\mathrm{L}} = 2 \cdot 10^4\ \mathrm{V/m}$$

Μονάδες 5

4.2. Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $\mathrm{F} = \mathrm{m}\alpha \Rightarrow \mathrm{Eq} = \mathrm{m}\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\mathrm{Eq}}{\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-2}\mathrm{m/s^2}$.

Μονάδες 6

4.3. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε:

$$\mathrm{L} = \frac{1}{2}\alpha \mathrm{t}_1^2 \Rightarrow \mathrm{t}_1 = \sqrt{\frac{2\mathrm{L}}{\alpha}} \Rightarrow \mathrm{t}_1 = 1\mathrm{s}, \quad \text{άρα:} \ \ \upsilon = \alpha \mathrm{t}_1 = 2 \cdot 10^{-2}\mathrm{m/s}$$

Μονάδες 7

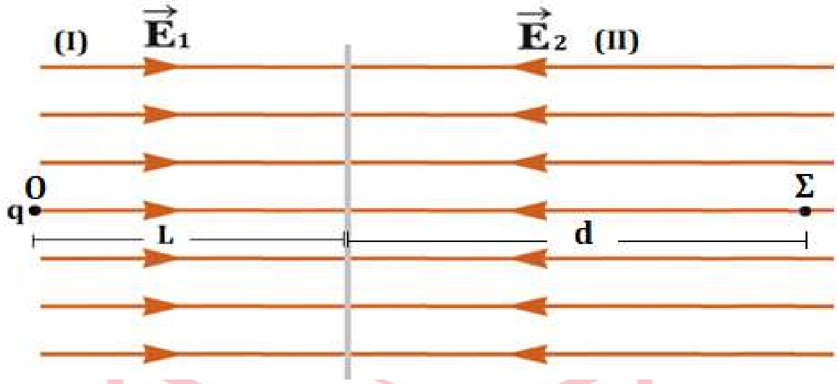
4.4. Από τη σχέση της έντασης και της διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έχουμε:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V_K} - \mathrm{V_\Lambda}}{(\mathrm{K\Lambda})} \Rightarrow \mathrm{V_K} - \mathrm{V_\Lambda} = \mathrm{E} \cdot (\mathrm{K\Lambda}) \Rightarrow \mathrm{V_\Lambda} = \mathrm{V_K} - \mathrm{E} \cdot (\mathrm{K\Lambda}) = 30\ \mathrm{Volt}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16137



Σωματίδιο μάζας $m = 2\ mg$ με ηλεκτρικό φορτίο $q = +2\ \mu C$, τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, αφήνεται σε ένα σημείο Ο της περιοχής (Ι), στην οποία υπάρχει οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο με ένταση μέτρου $E_1 = 1\ V/m$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ s$, το σωματίδιο αφού έχει διανύσει απόσταση L μέσα στην περιοχή (Ι), έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και εισέρχεται αμέσως στην περιοχή (ΙΙ), στην οποία υπάρχει οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης $\vec{E}_2$, αντίθετης κατεύθυνσης από το πεδίο έντασης $\vec{E}_1$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα). Το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $t_2 = 4\ s$ βρίσκεται στη θέση Σ, έχοντας διανύσει μια απόσταση d στην περιοχή (ΙΙ) και έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2 = 1\ m/s$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σωματιδίου στην περιοχή (Ι).

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την απόσταση L και το μέτρο της ταχύτητας υ_1 του σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης $\vec{E}_2$ και την απόσταση d που διανύει το σωματίδιο στην περιοχή (ΙΙ).

Μονάδες 8

4.4. Αν το δυναμικό του σημείου Ο είναι $V_O = 10\ V$ να υπολογίσετε το δυναμικό στο σημείο Σ.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16137-Λύση

4.1. Το σωματίδιο στην περιοχή (I) δέχεται δύναμη $F_1 = E_1 q$, οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, συνεπώς: $F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow E_1 q = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{E_1 q}{m} = 1\ \mathrm{m/s^2}$.

Μονάδες 5

4.2. Από την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση που εκτελεί το σωματίδιο έχουμε:

$$L = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow L = 2\ \mathrm{m}, \quad \upsilon_1 = \alpha_1 t_1 = 2\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο στην περιοχή (II) δέχεται δύναμη $F_2 = E_2 q$, ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{1-2}{4-2} = -0{,}5\ \mathrm{m/s^2}$. Συνεπώς:

$$F_2 = m|\alpha_2| \Rightarrow E_2 q = m|\alpha_2| \Rightarrow E_2 = \frac{m|\alpha_2|}{q} = 0{,}5\ \mathrm{V/m}$$

$$d = \upsilon_1 \Delta t - \frac{1}{2}|\alpha_2| \cdot (\Delta t)^2 = 3\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 8

4.4. Από ΘΜΚΕ (Ο στο Σ) έχουμε:

$$W_{O\to\Sigma} = q(V_O - V_\Sigma) \Rightarrow F_1 \cdot L - F_2 \cdot d = q(V_O - V_\Sigma) \Rightarrow E_1 \cdot L - E_2 \cdot d = V_O - V_\Sigma \Rightarrow$$
$$V_\Sigma = V_O - E_1 \cdot L + E_2 \cdot d = 9{,}5\ \mathrm{V}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16201

Διαστημικό όχημα, μάζας $m = 300\ \mathrm{kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα. Η αρχική του ταχύτητα είναι μηδενική, ενώ ο προωθητικός του μηχανισμός το αναγκάζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$. Όταν το όχημα φτάνει σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$) από την επιφάνειά της, ο προωθητικός μηχανισμός σταματάει να λειτουργεί και το όχημα κινείται πλέον ελεύθερα, λόγω της ταχύτητας που απέκτησε ως τότε. Αν το διαστημικό όχημα δε δέχεται αντιστάσεις και καταφέρνει μόλις να διαφύγει για πάντα από την έλξη της Γης, να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας που είχε το διαστημικό όχημα, τη στιγμή που έπαψε να λειτουργεί ο προωθητικός μηχανισμός, δηλαδή την ταχύτητα διαφυγής από το συγκεκριμένο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσης του διαστημικού οχήματος, όσο λειτουργούσε ο προωθητικός του μηχανισμός.

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική διάρκεια λειτουργίας του προωθητικού μηχανισμού.

Μονάδες 6

4.4. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του οχήματος μετά από χρονική διάρκεια $\Delta t = 800 \cdot \sqrt{2}\ \mathrm{s}$ από την εκκίνησή του.

Μονάδες 7

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$ και η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$.

ΘΕΜΑ 4

16201-Λύση

4.1. Τη στιγμή που σταματάει η λειτουργία του προωθητικού μηχανισμού, το διαστημικό όχημα έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής υ_δ από το πεδίο βαρύτητας της Γης και από το ύψος που βρίσκεται τότε από την επιφάνειά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του οχήματος από το σημείο εκείνο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο της Γης:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\delta^2 - \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} = 0$ και επειδή $h = R_\Gamma$ και $G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2$ προκύπτει:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8000\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη με τη δράση του προωθητικού μηχανισμού, για την οποία σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει: $F = m \cdot a$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του οχήματος μέχρι να σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\delta^2 = F \cdot h = m \cdot a \cdot h$ οπότε $a = \frac{\upsilon_\delta^2}{2 \cdot h} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Μονάδες 6

4.3. $\upsilon_\delta = a \cdot t$ άρα $t = 1600\ \mathrm{s}$

Μονάδες 6

4.4. Στη χρονική διάρκεια που ζητήθηκε, δεν έχει ακόμη σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός. Έτσι ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 3{,}2 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$$

Τότε η δυναμική ενέργεια του οχήματος είναι:

$$U = -G\frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m}{R_\Gamma + h} = -1{,}28 \cdot 10^{10}\mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16202

Θεωρούμε τη Γη μια σφαίρα ακίνητη και ομογενή, ακτίνας $R_{\Gamma} = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ένας μετεωρίτης μάζας $m = 100\ \mathrm{kg}$ κινείται ευθύγραμμα προς τη Γη, σε διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο της και εισέρχεται από το διάστημα στο Γήϊνο βαρυτικό πεδίο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 8 \cdot \sqrt{2}\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης θα έφτανε στην επιφάνεια της Γης, αν δεν υπήρχε η ατμόσφαιρα.

Μονάδες 6

Αν υποθέσουμε ότι η ατμόσφαιρα της Γης φτάνει σε ύψος $h = \frac{R_{\Gamma}}{4}$ από την επιφάνειά της:

4.2. να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ο μετεωρίτης εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

Μονάδες 6

4.3. να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του μετεωρίτη τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα της Γης.

Μονάδες 6

4.4. Αν τελικά ο μετεωρίτης εξαιτίας των αντιστάσεων της ατμόσφαιρας έφτασε στην επιφάνεια της Γης με ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτή που εισήλθε στο πεδίο βαρύτητας της Γης, να υπολογίσετε τη θερμική ενέργεια που παράχθηκε εξαιτίας τριβών μεταξύ του μετεωρίτη και της ατμόσφαιρας της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16202-Λύση

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την είσοδο του μετεωρίτη στο βαρυτικό πεδίο της Γης, μέχρι να χτυπήσει στην επιφάνειά της:

$E_M^{\alpha\rho\chi} = E_M^{\varepsilon\pi\iota\varphi}$, ή $\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 - G\cdot\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma}$

Αλλά ισχύει $G\cdot M_\Gamma = g_0\cdot R_\Gamma^2$

Οπότε προκύπτει $\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\cdot g_0\cdot R_\Gamma$

Και με αντικατάσταση $\upsilon = 16\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την είσοδο του μετεωρίτη στο βαρυτικό πεδίο της Γης, μέχρι την είσοδό του στην ατμόσφαιρα της Γης:

$E_M^{\alpha\rho\chi} = E_M^{\alpha\tau\mu}$, ή $\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_1^2 - G\cdot\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma+h}$

Αλλά ισχύει $G\cdot M_\Gamma = g_0\cdot R_\Gamma^2$ και $h = \frac{R_\Gamma}{4}$

Οπότε προκύπτει

$$\upsilon_1^2 = \upsilon_0^2 + \frac{8}{5}\cdot g_0\cdot R_\Gamma = \left(2\cdot 64\cdot 10^6 + \frac{8}{5}\cdot 64\cdot 10^6\right)\frac{m^2}{s^2} = 2\cdot 64\cdot 10^6\cdot\frac{9}{5}\ \frac{m^2}{s^2} = 4\cdot 9\cdot 64\cdot 10^5\ \frac{m^2}{s^2}$$

Και τελικά $\upsilon_1 = 4{,}8\cdot 10^{3{,}5}\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. $U_1 = -G\cdot\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma+h} = -\frac{g_0\cdot R_\Gamma^2\cdot m}{\frac{5}{4}R_\Gamma} = -\frac{4}{5}\cdot g_0\cdot R_\Gamma\cdot m = -5{,}12\cdot 10^9\ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε είναι ίση με την απώλεια μηχανικής ενέργειας του μετεωρίτη από την είσοδό του στο πεδίο βαρύτητας της Γης, μέχρι να φτάσει στην επιφάνειά της αφού πέρασε μέσα από την ατμόσφαιρα.

$$Q = |\Delta E_M| = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 - \left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 - G\cdot\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma}\right) = G\cdot\frac{M_\Gamma\cdot m}{R_\Gamma} = g_0\cdot R_\Gamma\cdot m = 6{,}4\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16203

Ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, στη διεύθυνση της ακτίνας της Γης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την επιφάνειά της. Το σώμα καταφέρνει να φτάσει σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$).

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στο ύψος $h = R_\Gamma$, μια ξαφνική έκρηξη διασπά το σώμα σε δύο άλλα σώματα ίσων μαζών ($m_1 = m_2$), τα οποία κινούνται στην αρχική διεύθυνση κίνησης του σώματος. Το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ μέτρου $\upsilon_1{}' = 16\ \frac{km}{s}$.

4.3. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m_2 θα διαφύγει από την έλξη της Γης προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 με την οποία διαφεύγει στο διάστημα.

Μονάδες 6

Η Γη θεωρείται σφαίρα ακίνητη και ομογενής ακτίνας $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Θεωρούμε επίσης ότι οι αντιστάσεις από την ατμόσφαιρα της Γης μπορούν να αγνοηθούν.

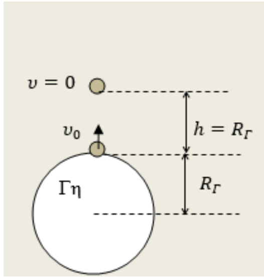
ΘΕΜΑ 4

16203-Λύση

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την εκτόξευση μέχρι το σημείο που φτάνει:

$E_M^{αρχ} = E_M^{τελ}$ ή $-G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$

ή $\frac{m \cdot υ_0^2}{2} = \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$, οπότε $υ_0 = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$



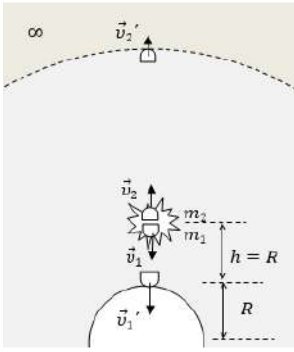
Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από το ύψος $h = R_Γ$, είναι:

$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ + h}} = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Έστω $\vec{υ}_1$ η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη και $\vec{υ}_1{}'$ η ταχύτητά του όταν φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Το σώμα αυτό αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:



$$E_M^{εκρ} = E_M^{τελ}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ + h} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^{'2} - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ} = υ_1^{'2} - \frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 = υ_1^{'2} - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1 = \sqrt{υ_1^{'2} - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{2{,}56 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \sqrt{192} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Κατά την έκρηξη που συνέβη στο αρχικό σώμα, με την οποία χωρίστηκε στα δύο νέα σώματα ίσης μάζας και η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων αυτών:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή $0 = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2$, άρα ισχύει $m_1 \cdot υ_1 = m_2 \cdot υ_2$ και επειδή $m_1 = m_2$ προκύπτει $υ_2 = υ_1 = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} > υ_δ$

Άρα η μάζα m_2 διαφεύγει από την έλξη του πεδίου βαρύτητας της Γης κινούμενη προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η μάζα m_2 διαφεύγει στο διάστημα εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, κατά την κίνησή της από το σημείο της έκρηξης μέχρι τη διαφυγή της από το πεδίο βαρύτητας της Γης:

$E_M^{εκρ} = E_M^{\infty}$, ή $\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_2}{2 \cdot R_Γ} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^{'2}$

ή $υ_2^{'2} = υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ$

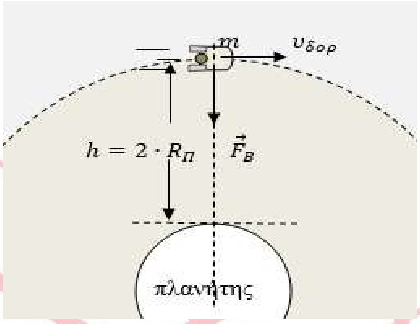
τελικά $υ_2{}' = \sqrt{υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{1{,}92 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16205

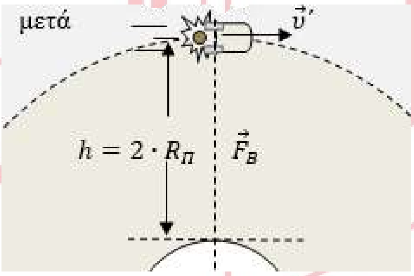
Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_\Pi = \frac{M_\Gamma}{3}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης και ακτίνα $R_\Pi = R_\Gamma$, όπου R_Γ η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας m, έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος $h = 2 \cdot R_\Pi$ από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900\ \mathrm{kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16205-Λύση

4.1. Για να παραμένει στην δορυφορική του τροχιά γύρω από τον πλανήτη, πρέπει να κινείται με ταχύτητα τέτοια, ώστε η βαρυτική έλξη του από τον πλανήτη, να παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης στην κυκλική του τροχιά στο ύψος αυτό. Δηλαδή πρέπει:

$F_B = F_K$ ή $G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{m \cdot \upsilon_{\delta o \rho}^2}{R_\Pi + h}$

ή $G \cdot \frac{M_\Gamma}{9 \cdot R_\Gamma} = \upsilon_{\delta o \rho}^2$, οπότε $\upsilon_{\delta o \rho} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{9}} = \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη υπολογίζεται:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_\Gamma}{\upsilon_{\delta o \rho}} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3} \ \mathrm{s} = 14400 \cdot \pi \ \mathrm{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Κατά την εκτόξευση του σώματος από το όχημα, η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο όχημα να κινείται στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητά του ακριβώς πριν την εκτόξευση. Δηλαδή:

$\vec{p}_{\pi \rho \iota \nu} = \vec{p}_{\mu \varepsilon \tau \acute{\alpha}}$, ή $m \cdot \upsilon_{\delta o \rho} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'$

Άρα $\upsilon' = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Από την έκρηξη κατά την εκτόξευση του σώματος από το δορυφορικό όχημα, αποδόθηκε στο σύστημα πρόσθετη μηχανική ενέργεια, ως αύξηση της συνολικής κινητικής ενέργειας των τμημάτων του:

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta o \rho}^2 = \frac{900}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 16 - \frac{64}{9}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J} = \frac{900 \cdot 32}{6} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J}$$

Τελικά $\Delta E_M = 1{,}6 \cdot 10^9 \ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση του σώματος προς την επιφάνεια του πλανήτη εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

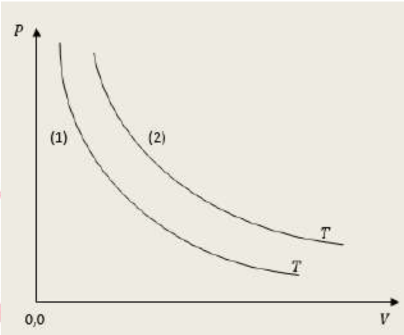
$$-G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{3 \cdot R_\Pi} = -G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{R_\Pi} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2$$

ή $\frac{2 \cdot G \cdot M_\Pi}{3 \cdot R_\Pi} = \frac{\upsilon_1^2}{2}$, άρα $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2 16226

2.1.Στο διάγραμμα του σχήματος απεικονίζονται οι ισόθερμες καμπύλες (1) και (2), της ίδιας θερμοκρασίας T για δύο διαφορετικά ιδανικά αέρια.



Αν n_1 και n_2 τα moles των δύο αερίων, τότε ισχύει η σχέση:

(α) $n_1 = n_2$, **(β)** $n_1 > n_2$, **(γ)**$n_1 < n_2$

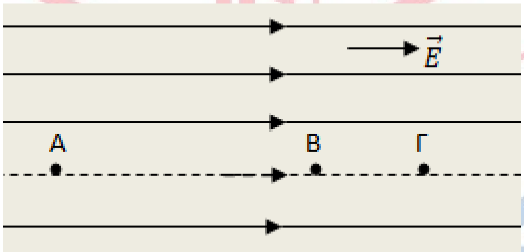
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2.Τρία σημεία Α, Β και Γ, βρίσκονται πάνω σε μια δυναμική γραμμή ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$όπως στο σχήμα. Για τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων που ορίζουν τα τρία αυτά σημεία ισχύει η σχέση $(ΑΓ) = 4 \cdot (ΒΓ)$.



Αν τα δυναμικά των σημείων Α και Γ του ηλεκτρικού πεδίου είναι $V_A = 20\ \mathrm{V}$ και $V_Γ = 4\ \mathrm{V}$, τότε το δυναμικό του σημείου Β είναι:

(α)$V_B = 16\ \mathrm{V}$, **(β)**$V_B = 8\ \mathrm{V}$, **(γ)**$V_B = 12\ \mathrm{V}$

2.2.Α.Ναεπιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16226-Λύση

ΘΕΜΑ 2

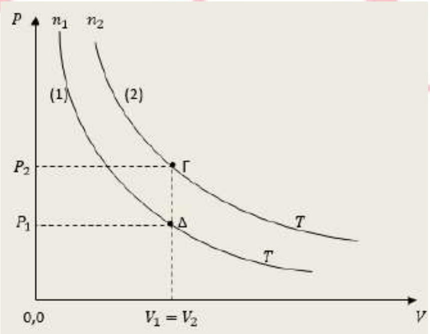
2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε μια κατάσταση ισορροπίας των n_1 molestou αερίου (1), με θερμοκρασία T, όγκο V_1 και πίεση P_1. Θεωρούμε επίσης μια κατάσταση ισορροπίας των n_2 molestou αερίου (2), με θερμοκρασία T , ίσου όγκου $V_2 = V_1$ με τον όγκο του αερίου (1) και πίεσης P_2. Οι δύο αυτές καταστάσεις ισορροπίας των αερίων (1) και (2), απεικονίζονται στο δεδομένο διάγραμμα από τα σημεία Δ και Γ αντίστοιχα.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος διαπιστώνουμε ότι για τις πιέσεις των δύο αυτών καταστάσεων ισορροπίας των δύο αερίων ισχύει η σχέση: $P_2 > P_1$ (1)

Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων για τις δύο αυτές καταστάσεις των αερίων προκύπτουν:

$P_1 = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{V_1}$, $P_2 = \frac{n_2 \cdot R \cdot T}{V_2}$ και έχουμε θεωρήσει $V_1 = V_2$

Έτσι με τη βοήθεια της σχέσης (1) προκύπτει ότι ισχύει: $n_2 > n_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για τα ευθύγραμμα τμήματα (ΑΓ) και (ΑΒ), ισχύουν οι σχέσεις:

$(A\Gamma) = 4 \cdot (B\Gamma)$ και $(AB) = (A\Gamma) - (B\Gamma) = 3 \cdot (B\Gamma)$

Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου ισχύουν:

$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(A\Gamma)} = \frac{V_A - V_B}{(AB)}$, έτσι προκύπτει $\frac{V_A - V_\Gamma}{V_A - V_B} = \frac{(A\Gamma)}{(AB)} = \frac{4 \cdot (B\Gamma)}{3 \cdot (B\Gamma)} = \frac{4}{3}$

ή $3 \cdot V_A - 3 \cdot V_\Gamma = 4 \cdot V_A - 4 \cdot V_B$, οπότε: $V_B = \frac{V_A + 3 \cdot V_\Gamma}{4} = 8\ \mathrm{V}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16243

2.1 Φορτίο q αφήνεται να μετακινηθεί απόσταση $2\ m$ κατά μήκος δυναμικής γραμμής ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $E = 10^3\ N/C$. Στο φορτίο ασκείται δύναμη μόνο από το ηλεκτρικό πεδίο, η επίδραση της βαρύτητας και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχικής και τελικής του θέσης ισούται με:

(α) $5 \cdot 10^2\ V$, **(β)** $3 \cdot 10^2\ V$, **(γ)** $2 \cdot 10^3\ V$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δοχείο περιέχει αρχικά $4\ mol$ ιδανικού αερίου υπό πίεση p_0 και θερμοκρασία T_0. Το δοχείο φράσσεται στο στόμιο του από ειδική βαλβίδα ασφαλείας η οποία ανοίγει και επιτρέπει να διαφύγει ποσότητα αερίου μόλις η πίεση στο δοχείο ξεπεράσει την τιμή $2p_0$. Θερμαίνουμε το αέριο σε θερμοκρασία $4T_0$ οπότε η βαλβίδα ανοίγει, επιτρέπει να διαφύγει μια ποσότητα αερίου ενώ το υπόλοιπο αέριο, μέσα στο δοχείο, διατηρείται σε θερμοκρασία $4T_0$.

Ο λόγος του αριθμού των mol του αερίου πριν και μετά το άνοιγμα της βαλβίδας ισούται με:

(α) 4 , **(β)** $\frac{1}{2}$, **(γ)** 2

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16243-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού δίνεται από την εξίσωση:

$$E = \frac{V}{x} \quad \text{ή} \quad V = E\,x \quad \text{ή} \quad V = 2 \cdot 10^3\ volt$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, όσο το δοχείο είναι κλειστό, (με πίεση p_0 και θερμοκρασία T_0)έχουμε:

$$p_0\, V_0 = n_1\, R\, T_0$$

Στη συνέχεια όταν το δοχείο ανοίγει και μια ποσότητα αερίου διαφεύγει θα έχουμε ότι:

$$p\, V = n_2\, R\, T$$

Η τιμή της πίεσης (τη στιγμή που ανοίγει η βαλβίδα) θα είναι $2p_0$. Η τιμή της θερμοκρασίας θα είναι $4T_0$.

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις παραπάνω εξισώσεις θα έχουμε:

$$\frac{p_0\, V_0}{p\, V} = \frac{n_1\, R\, T_0}{n_2\, R\, T} \quad \text{ή} \quad \frac{p_0\, V_0}{2p_0\, V_0} = \frac{n_1\, R\, T_0}{n_2\, R\, 4T_0} \quad \text{ή} \quad \frac{n_1}{n_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16266

2.1. Ένας δορυφόρος μεταφέρεται από την γήινη επιφάνεια σε ύψος h όπου το βάρος του γίνεται το $\frac{1}{16}$ του βάρους που είχε στην επιφάνεια της Γης. Με κατάλληλη διάταξη ο δορυφόρος τίθεται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη στο ύψος h.

Αν το g_0 είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη γήινη επιφάνεια και R η ακτίνα της Γης, τότε η ταχύτητα περιφοράς του είναι:

(α) $\frac{1}{16}\sqrt{g_0 R}$ **(β)** $\frac{1}{4}\sqrt{g_0 R}$ **(γ)** $\frac{1}{2}\sqrt{g_0 R}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος, αν εκτοξευτεί από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο υ_δ. Τοποθετούμε το σώμα σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης ως δορυφόρο σε κυκλική τροχιά, ώστε η γραμμική του ταχύτητα να έχει μέτρο $\upsilon = \frac{\upsilon_\delta}{2}$.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην γήινη επιφάνεια είναι g_0 και η ακτίνα της Γης R.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στο ύψος h είναι:

(α) $\frac{g_0}{8}$, **(β)** $\frac{g_0}{4}$, **(γ)** $\frac{g_0}{16}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16266-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το βάρος του δορυφόρου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με $B_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R^2}$ (1)

ενώ το βάρος του δορυφόρου σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης είναι ίσο με $B = \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{(R+h)^2}$ (2)

Ισχύει όμως

$$B = \frac{1}{16} B_0 \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{(R+h)^2} = \frac{1}{16} \cdot \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{R^2}$$

$$\frac{1}{(R+h)^2} = \frac{1}{16R^2} \Leftrightarrow (R+h)^2 = 16R^2 \Leftrightarrow (R+h)^2 = (4R)^2$$

$$R + h = 4R \Leftrightarrow h = 3R \ (1)$$

Η ταχύτητα περιφοράς του δορυφόρου σε ύψος h=3R υπολογίζεται από τη σχέση

$$\mathrm{F} = \mathrm{F}_\kappa \Leftrightarrow \mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{r}^2} = \frac{\mathrm{m}\,\upsilon^2}{\mathrm{r}} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{r}} = \upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{r}}}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R+h}}} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{4\mathrm{R}}} \ (1)$$

Η βαρυτική επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης δίνεται από τον τύπο $\mathrm{g}_0 = \frac{\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}^2} \Leftrightarrow \mathrm{G} \cdot M_\Gamma = \mathrm{g}_0 \mathrm{R}^2$ (2)

Αντικαθιστώ το αποτέλεσμα της σχέσεως (2) στην σχέση (1) και έχω:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}^2}{4\mathrm{R}}} \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}}{4}} \Leftrightarrow \upsilon = \frac{1}{2}\sqrt{\mathrm{g}_0 \cdot \mathrm{R}}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης μηχανικής ενέργειας από την επιφάνεια της Γης μέχρι το άπειρο, όπου το σώμα φτάνει με μηδενική μηχανική ενέργεια.

$$\mathrm{E}\mu\eta\chi_{\Gamma\eta} = \mathrm{E}\mu\eta\chi_\infty \Leftrightarrow -\mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{R}} + \frac{1}{2}\,\mathrm{m}\upsilon\delta^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{m}\,\upsilon_\delta^2 = \mathrm{G}\frac{M_\Gamma \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{R}} \Leftrightarrow \upsilon_\delta^2 = \frac{2\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}}$$

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2\mathrm{G} \cdot M_\Gamma}{\mathrm{R}}} \ (1)$$

16266-Λύση

Για το σώμα m που τοποθετείται σε κυκλική τροχιά ως δορυφόρος, η βαρυτική έλξη της Γης παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r^2} = \frac{m\,\upsilon^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r} = \upsilon^2 \Leftrightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}}\ (2)$$

Από τα δεδομένα της άσκησης έχω:

$\upsilon = \frac{1}{2}\upsilon_\delta \overset{(1)}{\underset{(2)}{\Leftrightarrow}} \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2G\frac{M_\Gamma}{R}}$ υψώνω στο τετράγωνο

$$\frac{G \cdot M_\Gamma}{r} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2G \cdot M_\Gamma}{R} \Leftrightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{2R} \Leftrightarrow r = 2R \Leftrightarrow R + h = 2R \Leftrightarrow h = R$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R+h)^2}$$

αντικαθιστώ h=R και ο τύπος γίνεται:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R+R)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{4R^2}\ (3)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R^2} \Leftrightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R^2\ (4)$$

Αντικαθιστώ την σχέση (3) με την σχέση (4) και έχω

$$g = \frac{g_0 . R^2}{4R^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16299

2.1. Ποσότητα μονοατομικού ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν μεγαλύτερη τιμή από ότι στην κατάσταση Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στη Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον πρώτο τρόπο οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής-ισόχωρη, ενώ με το δεύτερο τρόπο ισόχωρη-ισοβαρής. Οι ενέργειες που μεταφέρονται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι

(α) ίσες και με τους δύο τρόπους.

(β) μεγαλύτερη με τον πρώτο τρόπο.

(γ) μεγαλύτερη με το δεύτερο τρόπο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι της Γης Δ$_1$ και Δ$_2$ με μάζες $\mathrm{m_1 = m}$ και $\mathrm{m_2 = 4m}$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες $\mathrm{r_1}$ και $\mathrm{r_2}$ αντίστοιχα. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ$_1$ είναι τετραπλάσιο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ$_2$, τότε οι ακτίνες $\mathrm{r_1}$ και $\mathrm{r_2}$ των τροχιών των δορυφόρων συνδέονται με τη σχέση:

(α) $\mathrm{r_1 = r_2/2}$, **(β)** $\mathrm{r_1 = r_2/4}$, **(γ)** $\mathrm{r_1 = 2r_2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16299-Λύση

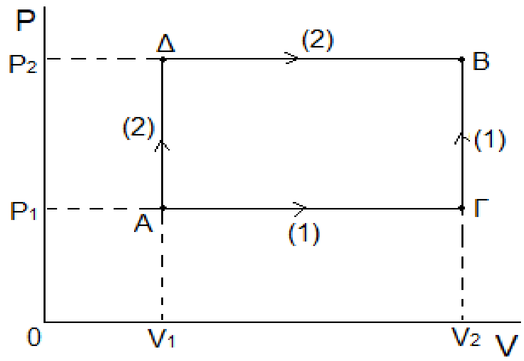
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Με τον πρώτο τρόπο (1), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_1 = W_{A\Gamma} + W_{\Gamma B} = P_1(V_2 - V_1) + 0 = P_1(V_2 - V_1) \quad (1)$$

Με το δεύτερο τρόπο (2), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_2 = W_{A\Delta} + W_{\Delta B} = 0 + P_2(V_2 - V_1) = P_2(V_2 - V_1) \quad (2)$$

Επειδή $P_2 > P_1$ από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$W_2 > W_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ισχύει ότι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_g$, όπου $\vec{F}_g$, η βαρυτική δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος από τη Γη. Συνεπώς, για το δορυφόρο Δ_1 έχουμε:

$$F_{g,1} = G\frac{M_\Gamma . m_1}{r_1^2} = G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} \quad (1)$$

ενώ για το δορυφόρο Δ_2 έχουμε:

$$F_{g,2} = G\frac{M_\Gamma . m_2}{r_2^2} = G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \quad (2)$$

Επειδή ισχύει ότι $F_{g,1} = 4F_{g,2}$, από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} = 4G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = 16r_1^2 \Rightarrow r_1 = r_2/4$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16325

2.1. Όταν η απόλυτη θερμοκρασία (Τ) ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερό όγκο, τότε η πίεσή του:

(α) παραμένει σταθερή.

(β) διπλασιάζεται.

(γ) υποδιπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά ταχύτητα μέτρου υ_1, όταν βγαίνει από το πεδίο. Αν ένα ηλεκτρόνιο επιταχυνθεί από την ηρεμία σε άλλο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού $V_2 = 2V_1$ θα αποκτήσει, κατά την έξοδό του από αυτό, ταχύτητα μέτρου υ_2. Για τα μέτρα των δύο ταχυτήτων ισχύει η σχέση :

(α) $\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \upsilon_1$, **(β)** $\upsilon_2 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_1$, **(γ)** $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16325-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού ο όγκος παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $\frac{P}{T} = σταθ$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Συνεπώς, είναι:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2},$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{\frac{T_1}{2}},$$

$$P_1 = 2 \cdot P_2$$

(<u>Μονάδες 6</u>)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά κινητική ενέργεια που δίνεται από το θεώρημα έργου – ενέργειας.

$$K_1 - K_o = \Sigma W$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon_1^2 = q_e \cdot V_1 \,,\; \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}} \,(1)$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Ομοίως, όταν επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_2 αποκτά ταχύτητα:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}} \,(2)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Διαιρούμε κατά μέλη τη $\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot V_1}{V_1}} = \sqrt{2}, \upsilon_2 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_1$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16327

Από την επιφάνεια της Γης εκτοξεύεται ένας πύραυλος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = \frac{3}{4} \cdot \upsilon_\delta$, όπου υ_δ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ Km$ και η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_o = 10\ \frac{m}{s^2}$.
Να προσδιορίσετε:

4.1. την ταχύτητα διαφυγής του σώματος από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης και το δυναμικό του πεδίου στο ύψος $h = R_\Gamma$.

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της ταχύτητας του πυραύλου σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, όταν εκτοξεύεται με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$.

Μονάδες 6

4.4. τη μέγιστη απόσταση από την επιφάνεια της Γης, στην οποία μπορεί να φθάσει ο πύραυλος, όταν εκτοξεύεται με την αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16327-Λύση

4.1. Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \ (1)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίση με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \ , \ g_o \cdot R_{\Gamma}^2 = G \cdot M_{\Gamma} \ (2)$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}}} \ , \ \upsilon_{\delta} = \sqrt{2 \cdot g_o \cdot R_{\Gamma}} \ (3)$$

Συνεπώς, με αντικατάσταση στην (3) προκύπτει:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{2 \cdot 10 \ \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \ m} \ , \ \upsilon_{\delta} = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$V_o = -G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}},$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$V_o = -\frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}} \ , \ V_o = -g_o \cdot R_{\Gamma} \ , \ V_o = -6{,}4 \cdot 10^7 \ \frac{J}{Kg}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το δυναμικό στο σημείο Α στο ύψος $h = R_{\Gamma}$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_A = -G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h},$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$V_A = -\frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma} + R_{\Gamma}} \ , \ V_A = -\frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{2 \cdot R_{\Gamma}} \ , \ V_A = -\frac{g_o \cdot R_{\Gamma}}{2} \ , \ V_A = -3{,}2 \cdot 10^7 \ \frac{J}{Kg}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης μέχρι το ύψος h

$$K_A - K_o = W$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = m \cdot (V_o - V_A),$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} \cdot \upsilon_1^2 = (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 2 \cdot (V_o - V_A),$$

$$\upsilon_2^2 = \upsilon_1^2 + 2 \cdot (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 = \left(\frac{3}{4} \cdot \upsilon_\delta\right)^2 + 2 \cdot (V_o - V_A),\ \upsilon_2^2 = \frac{9}{16} \cdot \upsilon_\delta^2 + 2 \cdot (V_o - V_A)$$

Και με αντικατάσταση προκύπτει: $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot 128 \cdot 10^6 + 2 \cdot (-3{,}2 \cdot 10^7)}\ \frac{m}{s}$,

$$\upsilon_2 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 6

4.4. Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται. Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

(Μονάδα 1)

Στο μέγιστο ύψος h_{max} θα είναι $K_2 = 0$, συνεπώς:

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma}\right) = 0 + \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h_{max}}\right)$$

(Μονάδα 1)

Όμως, $g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma$ και με αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{2} \cdot \upsilon_1^2 - \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},\ \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{16} \cdot \upsilon_\delta^2 - \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{16} \cdot 2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma - g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{9}{16} \cdot g_o \cdot R_\Gamma - g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},\ -\frac{7}{16} \cdot g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{7}{16} \cdot g_o = \frac{g_o \cdot R_\Gamma}{R_\Gamma + h_{max}} \rightarrow$$

$$h_{max} = \frac{9 \cdot R_\Gamma}{7}$$

(Μονάδες 3)

Και με αντικατάσταση:

$$h_{max} \cong 8{,}23 \cdot 10^6\ m$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16328

Σφαρίδιο μάζας $m_1 = 10^{-9}\,Kg$, φορτισμένο με θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\,C$, βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o = 40\,\frac{m}{s}$ προς δεύτερο σφαιρίδιο, που είναι αρχικά ακίνητο σε απόσταση $d = 1\,m$ από αυτό. Το δεύτερο σφαιρίδιο έχει μάζα $m_2 = 3 \cdot m_1$ και φορτίο $q_2 = q_1$. Τα σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο, λείο και μονωτικό δάπεδο.

4.1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί καθένα από τα σφαιρίδια μέχρι να φτάσουν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε τις ταχύτητες των σφαιριδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη μεταβολή της ορμής για κάθε ένα από τα σωματίδια μέχρι αυτά να φτάσουν στην ελάχιστη απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταστη στην οποία πλησιάζουν τα δύο σφαιρίδια;

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9\,\frac{N \cdot m^2}{C^2}$, αγνοούνται άλλες αντιστάσεις στην κίνηση των σφαιριδίων και θεωρούμε θετική την φορά κίνησης του σφαιριδίου μάζας m_1.

ΘΕΜΑ 4

16328-Λύση

4.1. Μεταξύ των σφαιριδίων ασκούνται απωστικές δυνάμεις.

(Μονάδα 1)

Το σφαιρίδιο 1 επιβραδύνεται ενώ το σφαιρίδιο 2 επιταχύνεται.

(Μονάδα 1)

Καθώς το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου 1 ελαττώνεται και του σφαιριδίου 2 αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση μικραίνει.
Κάποια στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων θα γίνουν ίσα και στη συνέχεια η ταχύτητα του 1 θα γίνει μικρότερηαπό την ταχύτητα του 2 και η απόστασή τους θα μεγαλώνει.
Συνεπώς, τα δύο σφαιρίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση όταν οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν.

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.2. Στην ελάχιστη απόσταση τα σφαιρίδια έχουν ίσες ταχύτητες. Άρα $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

(Μονάδα 1)

Το σύστημα είναι μονωμένο, επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, συνεπώς η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}, \; m_1 \cdot \vec{\upsilon}_o = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2$$

(Μονάδες 2)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2,$$

(Μονάδα 1)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon + 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon \;,\; m_1 \cdot \upsilon_o = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon \;,\; \upsilon_o = 4 \cdot \upsilon \;,\; \upsilon = \frac{\upsilon_o}{4} = 10\,\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}$$

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_1 = p_{1,\tau\varepsilon\lambda} - p_{1,\alpha\rho\chi} \;,\; \Delta p_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot \upsilon_0 \;,\; \Delta p_1 = m_1 \cdot (\upsilon - \upsilon_0),$$
$$\Delta p_1 = -3 \cdot 10^{-8}\, Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 2 είναι:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_2 = p_{2,\tau\varepsilon\lambda} - 0 \,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon_2 \,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon \,,\qquad \Delta p_2 = 3 \cdot 10^{-8} Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται γιατί η μοναδική αλληλεπίδρασή τους είναι η ηλεκτρική αλληλεπίδραση, που είναι συντηρητική.

16328-Λύση

Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση από την οποία βάλλεται το σφαιρίδιο 1 και ως τελική τη θέση που τα σφαιρίδια βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση, τότε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L_{min}},$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{L_{min}},$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 40^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{L_{min}} \ (S.I.),$$

$$L_{min} = \frac{9}{15}\, m = 0{,}6\, m$$

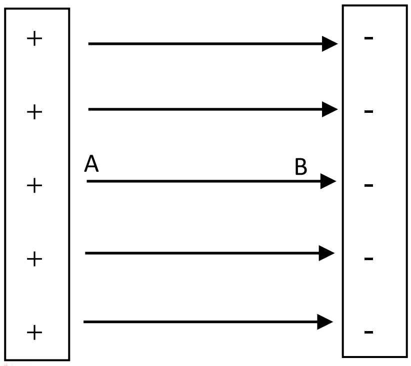
(<u>Μονάδες 3</u>)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16329

Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία, όπως στο σχήμα, δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.



Η διαφορά δυναμικού των δύο πλακών είναι $V = 1\,KV$ και η απόσταση μεταξύ τους $d = 5\,mm$.
Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, από το σημείο Α του πεδίου, ένα θετικό φορτίο q_1 επιταχύνεται από την ηρεμία χωρίς αντιστάσεις, μόνο με την επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου και φτάνει στο σημείο Β. Η απόσταση (ΑΒ) είναι ίση με $(AB) = d = 5\,mm$.
Γνωρίζετε ότι: το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $-e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$, η μάζα του ίση με $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,Kg$ ενώ για το θετικό φορτίο q_1 ισχύει η σχέση $q_1 = e$ και η μάζα του είναι ίση με $m_1 = 2 \cdot m_e$.

4.1. Να προσδιορίσετε την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδες 4

4.2. Αν από το σημείο Β, επιταχυνθεί από την ηρεμία ένα ηλεκτρόνιο τότε να βρείτε το λόγο των μέτρων των επιταχύνσεων που αποκτά καθένα από τα σωματίδια.

Μονάδες 8

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το φορτίο q_1 και στη συνέχεια να υπολογίσετε το έργο για τη μετακίνηση του φορτίου q_1 μεταξύ των σημείων Α και Β. Το αποτέλεσμα για το έργο να δοθεί σε eV.

Μονάδες 5

4.4. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της θέσης του φορτίου q_1 σε συνάρτηση με το τετράγωνο του χρόνου $(x - t^2)$, ορίζοντας έναν άξονα x΄x, με $x_0 = 0$ στο σημείο Α, δηλαδή στο σημείο στο οποίο αρχίζει να κινείται το φορτίο αυτό.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16329-Λύση

4.1. Το μέτρο της έντασης στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίσο με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.

$$E = \frac{V}{L}$$

(Μονάδα 1)

$$E = \frac{V}{d}\ ,\ E = \frac{1\ KV}{5\ mm}\ ,\ E = \frac{1 \cdot 10^3\ V}{5 \cdot 10^{-3}\ m} \rightarrow$$

(Μονάδες 2)

$$E = 2 \cdot 10^5\ \frac{V}{m}$$

ή

$$E = 2 \cdot 10^5\ \frac{N}{C}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 4

4.2. Αν σε ένα ομογενές πεδίο βρεθεί ένα φορτισμένο σωματίδιο τότε θα δεχτεί σταθερή δύναμη μέτρου

$$\mathrm{F} = E \cdot |q|$$

(Μονάδα 1)

και θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση μέτρου

$$\alpha = \frac{E \cdot |q|}{m}$$

Για το φορτίο q_1 είναι:

$$\alpha_1 = \frac{E \cdot |q_1|}{m_1}$$

Για το φορτίο q_2 είναι:

$$\alpha_2 = \frac{E \cdot |q_2|}{m_2}$$

(Μονάδες 3)

Συνεπώς, ο λόγος των μέτρων των επιταχύνσεων είναι:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{E \cdot |q_1|}{m_1}}{\frac{E \cdot |q_2|}{m_2}}\ ,\ \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \cdot \frac{m_2}{m_1}\ ,\ \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 1 \cdot \frac{m_2}{2 \cdot m_2}\ ,\ \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 8

16329-Λύση

4.3. Για το φορτίο q_1 είναι:

$$\alpha_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \frac{N}{C} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C}{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ Kg},\ \alpha_1 \cong\ 0{,}18 \cdot 10^{17}\ \frac{N}{Kg} = 1{,}8 \cdot 10^{16} \frac{m}{s^2}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το έργο για τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο A στο B προσδιορίζεται μέσω της σχέσης:

$$W_{AB} = q_1 \cdot V,$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$W_{AB} = e \cdot 10^3\ V,\ W_{AB} = 1000\ eV$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 5

4.4. Για να κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση της θέσης συναρτήσει του τεραγώνου του χρόνου θα προσδιορίσουμε το χρόνο άφιξης του φορτίου στο σημείο B και μάλιστα το τετράγωνο του χρόνου αυτού. Τα σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, συνεπώς είναι:

$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ και για $x_0 = 0$ είναι $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Θα λύσουμε την τελευταία εξίσωση ως προς το χρόνο στο τετράγωνο:

$$t^2 = \frac{2 \cdot x}{a}$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

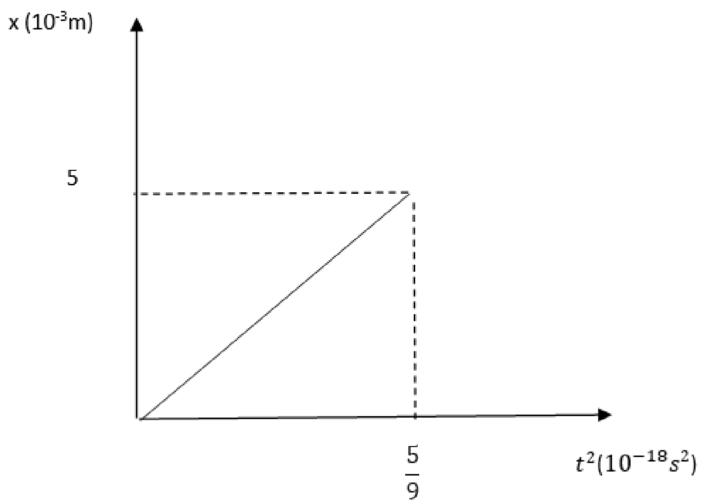
Για το χρόνο κίνησης του φορτίου q_1 είναι:

$$t_1^2 = \frac{2 \cdot d}{a_1},\ t_1^2 = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ m}{1{,}8 \cdot 10^{16}\ \frac{m}{s^2}},\ t_1^2 = \frac{5}{9} \cdot 10^{-18}\ s^2$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

Η γραφική παράσταση της θέσης συναρτήσει του τετραγώνου του χρόνου θα είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων γιατί η σχέση $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ ή $x = \frac{a}{2} \cdot t^2$ είναι της μαθηματικής μορφής $y = \alpha \cdot x$.

(<u>Μονάδα 1</u>)



(<u>Μονάδες 4</u>)

16329-Λύση

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16331

Στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς $a = 0,3\ cm$, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα τρία μικρά σφαιρίδια φορτισμένα με ίσα ηλεκτρικά φορτία $q_1 = q_2 = q_3 = 2\,\mu C$. Στη συνέχεια απομακρύνουμε το φορτίο q_3 από την κορυφή Γ και διατηρούμε τα άλλα δύο στις κορυφές Α και Β δένοντας το κάθε ένα από αυτά στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους $L = 0,3\ cm$. Έτσι τελικά τα φορτία αυτά ισορροπούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε απόσταση $L = 0,3\,cm$ μεταξύ τους. Οι μάζες των φορτίων q_1, q_2 είναι $m_1 = 5 \cdot 10^{-5}\,Kg$ και $m_2 = 2 \cdot m_1$, αντίστοιχα. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και τα δύο σφαιρίδια αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών ηλεκτρικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους.

4.1. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του αρχικού συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 5

4.2. Αν $U_{\alpha\rho\chi}$ και $U_{\tau\varepsilon\lambda}$ οι δυναμικές ενέργειες του συστήματος των δύο φορτίων q_1, q_2 όταν αυτά απέχουν μεταξύ τους απόσταση L και $2 \cdot L$ αντίστοιχα, να προσδιορίσετε το λόγο: $\frac{U_{\alpha\rho\chi}}{U_{\tau\varepsilon\lambda}}$.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ που αποκτούν τα φορτία q_1 και q_2 στην απόσταση $2 \cdot L$.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2.

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, ενώ αγνοούνται όλες οι δυνάμεις που μπορεί να δέχονται τα μικρά σφαιρίδια, εκτός από την ηλεκτρική τους αλληλεπίδραση.

ΘΕΜΑ 4

16331-Λύση

4.1. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{ολ} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}$$

(Μονάδα 1)

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{α} + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{α} + K_c \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{α},$$

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α},$$

$$U_{ολ} = 3 \cdot K_c \cdot \frac{q^2}{L},$$

(Μονάδες 2)

$$U_{ολ} = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6}\, C)^2}{0{,}3 \cdot 10^{-2}\, m},$$

$$U_{ολ} = 36J$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 5

4.2. Αρχικά η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U_{αρχ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}$$

Και η τελική δυναμική ενέργεια είναι ίση με:

$$U_{τελ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2L}$$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, ο λόγος $\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}}$ θα ισούται με

$$\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = \frac{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}}{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L}},\ \frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = 2$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Το σύστημα είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ},\ \vec{0} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2$$

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2,$$

(Μονάδες 3)

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2\,,\ m_1 \cdot \upsilon_1 = 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2\,,\ \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2\,,\ \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 7

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L},$$

(Μονάδες 4)

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (2 \cdot \upsilon_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L},$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} - K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 4 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{6}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = 6 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2\,,\ \upsilon_2^2 = K_c \cdot \frac{q^2}{6 \cdot m_1 \cdot L}\,,\ \upsilon_2 = \sqrt{\frac{q^2 \cdot K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}}\,,\ \upsilon_2 = q \cdot \sqrt{\frac{K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}}$$

Και με αριθμητική αντικατάσταση:

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6}\, C \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}}{6 \cdot 5 \cdot 10^{-5}\, Kg \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-2}\, m}},$$

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8\ \frac{m}{s},$$

$$\upsilon_2 = 200\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Άρα

$$\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2\,,\ \upsilon_1 = 400\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16332

Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης $R_Γ$.

Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από το οποία το ένα, μάζας m_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη - σε αντίθετη, όμως, από την αρχική φορά της κίνησής του - ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει μόλις από την έλξη της Γης.

4.1. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο ίσο με g_o, να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας $υ$, με την οποία κινείται ο δορυφόρος στο ύψος $h = R_Γ$.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής του κομματιού μάζας m_1 του δορυφόρου, που παραμένει στην κυκλική τροχιά.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο του μέτρου της ταχύτητας διαφυγής του κομματιού μάζας m_2 προς το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τον λόγο των μαζών των δύο κομματιών m_1 και m_2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16332-Λύση

4.1. Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_Γ}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_κ = \frac{m \cdot υ^2}{r}$

Είναι: $F_κ = w$, $\frac{m \cdot υ^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_Γ}{r^2}$, $υ^2 = G \cdot \frac{M_Γ}{r}$, $υ = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ύψος h είναι: $r = R_Γ + h$, $r = R_Γ + R_Γ$, $r = 2 \cdot R_Γ$ (2)

Επιπλέον, το μέτρο της έντασης του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_Γ}{R_Γ^2} , \; g_o \cdot R_Γ^2 = G \cdot M_Γ \; (3)$$

(Μονάδα 1)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τις (2) και (3) προκύπτει:

$$υ = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_Γ^2}{2 \cdot R_Γ}} , \; υ = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_Γ}{2}}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 5

4.2. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα που προσδιορίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου, συνεπώς, το κομμάτι μάζας m_1 που παραμένει σε τροχιά θα συνεχίσει να κινείται εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα ίσου μέτρου.

(Μονάδα 1)

Η περίοδος, δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{2 \cdot π \cdot r}{υ}$$

(Μονάδα 1)

Συνεπώς,

$$T = \frac{2 \cdot π \cdot 2 \cdot R_Γ}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_Γ}{2}}} , \; T = 4 \cdot π \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R_Γ}{g_o}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ + h}}$$

16332-Λύση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} , \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}} , \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}} , \upsilon_\delta = \sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}$$

(Μονάδες 5)

Συνεπώς ο λόγος $\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \frac{\sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}} , \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 7

4.4. Κατά την έκρηξη η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(Μονάδα 1)

$$m \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta$$

(Μονάδες 2)

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot \upsilon_\delta - m_1 \cdot \upsilon , 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot (\upsilon_\delta - \upsilon),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\upsilon_\delta - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon} , \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \upsilon - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon} , \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

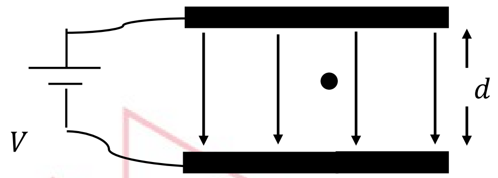
(Μονάδες 5)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16367

Οι δύο φορτισμένες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες του σχήματος συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης V και απέχουν απόσταση d. Στο χώρο μεταξύ των πλακών, στο μέσο της απόστασης τους, αιωρείται μικρή σταγόνα μάζας $m = 2 \cdot 10^{-4}$ kg και φορτίου $q = -2 \cdot 10^{-7}$ C.



4.1. Αν η σταγόνα ισορροπεί, να υπολογίσετε την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

Διπλασιάζουμε την τάση της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών, οπότε η σταγόνα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα.

4.2. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί η σταγόνα και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει.

Μονάδες 6

4.3. Αν η σταγόνα φτάνει στη πλάκα, προς την οποία κινήθηκε, με ταχύτητα μέτρου $1\ \frac{m}{s}$, να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους της σταγόνας καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση της σταγόνας από την αρχική της θέση μέχρι τη στιγμή που φτάνει στην πλάκα προς την οποία κινήθηκε.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\ \frac{m}{s^2}$. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

16367-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Αφού η σταγόνα ισορροπεί θα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \;\text{ ή }\; F_{\eta\lambda} = |q|E = mg \;\text{ ή }\; E = \frac{mg}{|q|} = 10^4\frac{V}{m}$$

Μονάδες 6

4.2. Αν διπλασιάσουμε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών θα διπλασιαστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E' = \frac{V'}{d} \;\text{ ή }\; E' = \frac{2V}{d} \;\text{ ή }\; E' = 2E$$

Συνεπώς θα διπλασιαστεί η ηλεκτρική δύναμη και η σταγόνα δε θα ισορροπεί πλέον. Η αρχική τιμή της δύναμης είναι $F_{\eta\lambda}$ και η νέα τιμή της δύναμης θα είναι $F_{\eta\lambda}'$ οπότε θα έχουμε (χρησιμοποιώντας $E' = 2E$):

$$F_{\eta\lambda} = mg \text{ και}$$

$$F_{\eta\lambda}' = qE' = 2qE = 2mg$$

Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται η σταγόνα θα είναι: $\Sigma F = F_{\eta\lambda}' - mg$

Άρα: $\Sigma F = 2mg - mg = mg$, συνεπώς η σταγόνα θα κινηθεί προς τα πάνω.

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Newton:

$$\Sigma F = ma \;\text{ ή }\; mg = ma$$

$$\alpha = g = 10\frac{m}{s^2}$$

Ανέρχεται προς τα πάνω με επιτάχυνση με μέτρο ίσο με $10\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 6

4.3. Η σταγόνα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, συνεπώς για τον χρόνο κίνησης του ηλεκτρικού φορτίου θα έχουμε:

$$t = \frac{\upsilon}{\alpha} = 0{,}1s \;,$$

Και για την απόσταση που διανύει η σταγόνα: $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2$

$$d = at^2 = 0{,}1m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε το έργο του βάρους w καθώς και το έργο της δύναμης $F_{\eta\lambda}'$ από τις παρακάτω σχέσεις:

$$W_w = -mg\frac{d}{2} = -10^{-4}J$$

$$W_{F'} = qE'\frac{d}{2} = 2mg\frac{d}{2} = 2\cdot 10^{-4}J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 16383

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,

(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.

(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.

(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.

Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16383-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_{\Gamma}}{r^2} \quad (1)$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(<u>Μονάδες 6</u>)

<u>Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου</u> αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_{\Gamma} + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και R_{Γ} η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_{\Gamma}+h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος (R_{Γ}).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{\text{ολ},\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{ολ},\text{τελ}}$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot v - m \cdot v = 3m \cdot V$, $m \cdot v = 3m \cdot V$, $v = 3 \cdot V$,
$V = \frac{v}{3}$ (1)

(<u>Μονάδες 5</u>)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \,,\; K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \,,\; K_1 = m \cdot v^2 \; (2)$$

Συσσωμάτωμα

16383-Λύση

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2 , \; K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{9} , \; K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{3} , \; K_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon^2}{6} \; (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{\frac{m \cdot \upsilon^2}{6}} , \; \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16384

2.1. Όταν ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τριπλασιάζεται υπό σταθερή θερμοκρασία, τότε η πίεσή του
(α) παραμένει σταθερή.
(β) τριπλασιάζεται
(γ) υποτριπλασιάζεται

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρούμε ότι ο λόγος των ακτίνων της Γης προς αυτόν της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{R_\Gamma}{R_\Sigma} = \frac{11}{3}$ ενώ ο λόγος των μέτρων της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης προς την αντίστοιχη επιτάχυνση στην επιφάνεια της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{g_{o\Gamma}}{g_{o\Sigma}} = 6$. Αν $\upsilon_{\delta\Gamma}$ είναι το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης και $\upsilon_{\delta\Sigma}$ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Σελήνης, τότε ο λόγος των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{\sqrt{22}}$, **(β)** $\sqrt{22}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{11}{2}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16384-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η θερμοκρασία παραμένει σταθερή (Τ=σταθ) η μεταβολή είναι ισόθερμη

(<u>Μονάδα 1</u>)

Συνεπώς, ισχύει ο Νόμος Boyle

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 ,$$

(<u>Μονάδα 1</u>)

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot \cdot 3V_1 , P_1 = 3 \cdot P_2 , P_2 = \frac{P_1}{3}$$

(<u>Μονάδες 6</u>)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\pi}{R_\Pi}}$$

όπου M_π: η μάζα του πλανήτη και R_π: η ακτίνα του πλανήτη.

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με:

$$g_{o\Pi} = G \cdot \frac{M_\Pi}{R_\Pi^2} , g_o \cdot R_\Pi^2 = G \cdot M_\Pi \ (2)$$

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_o R_\Pi^2}{R_\Pi}} , \upsilon_\delta = \sqrt{2g_o R_\Pi} \ (3)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Γη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Gamma} = \sqrt{2g_{o\Gamma} R_\Gamma} \ (4)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Σελήνη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Sigma} = \sqrt{2g_{o\Sigma} R_\Sigma} \ (5)$$

(<u>Μονάδες 7</u>)

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (4), (5).

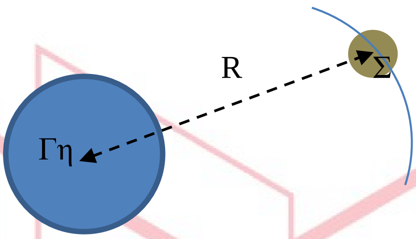
$$\frac{(4)}{(5)} : \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \frac{\sqrt{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}}{\sqrt{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}} ,\ \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{\frac{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}} ,\ \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{\frac{g_{o\Gamma}}{g_{o\Sigma}}\frac{R_{\Gamma}}{R_{\Sigma}}} ,\ \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{6 \cdot \frac{11}{3}} ,\ \frac{\upsilon_{\delta\Gamma}}{\upsilon_{\delta\Sigma}} = \sqrt{22}$$

(<u>Μονάδες 2</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16385

2.1. Η μάζα της Γης είναι $M_{\Gamma} = 5{,}97x10^{24}kg$ ενώ της Σελήνης m_{Σ}. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σωμάτων είναι $R = 3{,}84x10^{5}\ km$ ενώ δεχόμαστε ότι η Σελήνη εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από την Γη.



Δίνεται $G = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg.s^2}$.

(α) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μεγαλύτερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(β) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μικρότερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(γ) Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρώντας ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η επιτάχυνσή της κατά την κίνηση αυτή είναι:

(α) $10{,}37x10^{6}\ m/s^2$, **(β)** $2{,}7x10^{-3}\ m/s^2$, **(γ)** $5{,}4x10^{3}\ m/s^2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16385-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο σώματα αλληλεπιδρούν καθώς το ένα έλκει το άλλο. Οι δυνάμεις μεταξύ τους έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, τα μέτρα τους θα είναι ίσα.

Προκύπτουν από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης: $F = G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{r^2}$

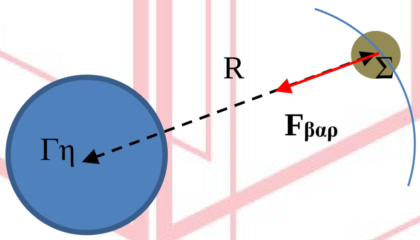
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η μόνη δύναμη που ασκείται στην Σελήνη είναι η βαρυτική έλξη της Γης. Η δύναμη αυτή αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη στην κυκλική κίνηση που εκτελεί η Σελήνη γύρω από την Γη, και άρα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_\kappa$$

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa$$

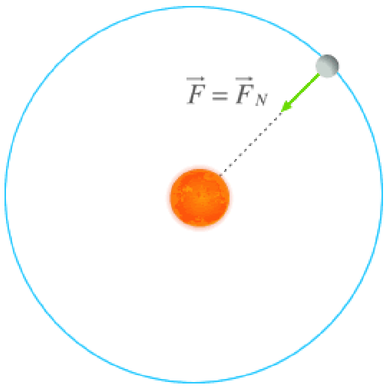
$$G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{R^2} = m_\Sigma . \alpha_\kappa$$

$$\alpha_\kappa = G\frac{M_\Gamma}{R^2} = 6{,}67 \cdot . 10^{-11} . \frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(3{,}84 \cdot 10^8)^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16386

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από ένα άλλο μάζας Μ λόγω της βαρυτικής έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων. Αν τετραπλασιάσουμε την μάζα του σώματος Μ χωρίς να μεταβάλλουμε την μεταξύ τους απόσταση, για να συνεχίσει να εκτελεί την ίδια τροχιά το σώμα m, η γραμμική ταχύτητά του:



(α) Θα πρέπει να παραμείνει η ίδια.

(β) Θα πρέπει να διπλασιαστεί.

(γ) Θα πρέπει να υποδιπλασιστεί

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Υποτριπλασιάζουμε την απόσταση των δύο σωμάτων. Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η μάζα του m, χωρίς να αλλάξει η μάζα Μ του άλλου σώματος, ώστε για την μεταξύ τους βαρυτική δύναμη να ισχύει $F' = 27 \cdot F$:

(α) 100% , **(β)** 200% , **(γ)** 300%

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16386-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η βαρυτική δύναμη είναι η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα m και άρα αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη για την κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_{\kappa} \Leftrightarrow G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \Leftrightarrow u = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Η νέα γραμμική ταχύτητα, αντίστοιχα, θα είναι:

$$u' = \sqrt{G\frac{4M}{R}} = 2\sqrt{G\frac{M}{R}} = 2u$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, η βαρυτική δύναμη μεταξύ τους είναι:

$$F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (1)$$

Μετά τον υποτριπλασιασμό της απόστασης, θα είναι:

$$F'_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{R'^2} \Leftrightarrow 27 \cdot F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} = G\frac{9Mm'}{R^2} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{F_{\beta\alpha\rho}}{F'_{\beta\alpha\rho}} = \frac{G\frac{Mm}{R^2}}{G\frac{9Mm'}{R^2}} \Leftrightarrow \frac{F_{\beta\alpha\rho}}{27 \cdot F_{\beta\alpha\rho}} = \frac{m}{9m'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{m'} \Leftrightarrow m' = 3m$$

Η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta m}{m}100\% = \frac{m' - m}{m}100\% = \frac{3m - m}{m}100\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16390

2.1. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η έλικα ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Θεωρούμε δύο σημεία Α και Β σε μία ακτίνα της έλικας. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου u_A και βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο u_B. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;

(α) $u_A = u_B$, **(β)** $u_A < u_B$, **(γ)** $u_A > u_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16390-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια τροχιά, έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, το οποίο δίνεται από την σχέση $u = \sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}$. Την στιγμή που συγκρούονται οι δύο δορυφόροι ίσης μάζας, το σύστημα έχει ορμή μηδέν γιατί οι ορμές τους είναι αντίθετες. Επειδή η ορμή διατηρείται, το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα είναι αρχικά ακίνητο. Όμως, επειδή δέχεται την ελκτική δύναμη από την Γη, θα αρχίσει να επιταχύνεται προς την Γη, με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, η οποία διαρκώς αυξάνει.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u = \frac{2\pi r}{T}$, όπου T η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι $u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο Α έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το Β.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16460

Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ = 6.400km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή .

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16460-Λύση

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε ύψος h από την επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 3R_\Gamma$ και το γεγονός ότι $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ θα έχουμε

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{16R_\Gamma^2} = \frac{g_0}{16} = 0{,}624\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 5

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\;6{,}4 \cdot 10^6\, m}}{2} = 4 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ο δορυφόρος αντιστρέφει την φορά της ταχύτητάς του χωρίς να αλλάζει το μέτρο, οπότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

$$\Delta P = P_{\tau\varepsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi} = mu - (-mu) = 2mu = 2 \cdot 5 \cdot 10^3 kg \cdot 4 \cdot 10^3\,\frac{m}{s} = 4 \cdot 10^7\,\frac{kgm}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για να αποδείξουμε ότι ο δορυφόρος διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης θα συγκρίνουμε την ταχύτητα διαφυγής σε αυτό το ύψος με την ταχύτητα που απέκτησε ο δορυφόρος. Έχουμε

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{2g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{2 \cdot 10\,\frac{m}{s^2}\;6{,}4 \cdot 10^6\, m}}{2} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s} < 2u = 8 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα που απέκτησε από τους πυραύλους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής στο σημείο αυτό, οπότε θα μεταβεί σε ''άπειρη' απόσταση. Για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του δορυφόρου θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι την τελική ($U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$).

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow -\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} + \frac{mu_1^2}{2} = \frac{mu_\infty^2}{2} \Leftrightarrow \frac{u_\infty^2}{2} = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{u_1^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$u_\infty = \sqrt{\frac{2u_1^2 - g_0 R_\Gamma}{2}} = \sqrt{\frac{128 \cdot 10^6 - 64 \cdot 10^6}{2}\,\frac{m}{s}} = \sqrt{32 \cdot 10^6}\,\frac{m}{s} = 4\sqrt{2} \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4 16461

Δύο μικρά ομογενή σφαιρικά σώματα αμελητέων διαστάσεων έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και m_2 και βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απέχουν μεταξύ τους $d = 1m$ και έλκονται με βαρυτική δύναμη μέτρου $F = \frac{40}{3} \cdot 10^{-11}$N. Αν η σταθερά της παγκόσμιας έλξης είναι $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}\ N\, m^2 Kg^{-2}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρείται μηδέν

4.1. Ποια είναι η μάζα του σώματος m_2;

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από τις δύο μάζες στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης.

Μονάδες 6

4.3. Στο σημείο Μ τοποθετούμε μία μάζα $m_3 = 0{,}5kg$. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών και να βρεθεί το έργο της βαρυτικής δύναμης όταν το σώμα μάζας m_3 μεταφερθεί έξω από το βαρυτικό πεδίο των άλλων δύο μαζών.

Μονάδες 7

4.4. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αφεθούν ελεύθερες να κινηθούν, να υπολογιστεί ο λόγος των ταχυτήτων τους $\frac{u_1}{u_2}$ οποιαδήποτε χρονική στιγμή πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16461-Λύση

4.1. Για να υπολογίσουμε την μάζα m_2 θα εφαρμόσουμε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης για τις δύο μάζες.

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{d^2} \Leftrightarrow m_2 = \frac{Fd^2}{Gm_1} = \frac{\frac{40}{3}10^{-11} \cdot 1^2}{\frac{20}{3}\ 10^{-11} \cdot 2} kg = 1kg$$

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της απόστασης των σημείων οφείλεται στην συνεισφορά των δύο μαζών, συνεπώς

$$V^{(M)} = V_1^{(M)} + V_2^{(M)} = -\frac{Gm_1}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{d}{2}} = -\frac{2G(m_1+m_2)}{d} = -2\frac{20}{3}10^{-11} \cdot 3\frac{J}{kg} = -4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 6

4.3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των 3 μαζών θα είναι

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{d} - \frac{Gm_1m_3}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2m_3}{\frac{d}{2}} = -\frac{G}{d}(m_1m_2 + 2m_1m_3 + 2m_2m_3) \Leftrightarrow$$

$$U = -\frac{20}{3}10^{-11} \cdot (2+2+1)J = -\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}J$$

Το έργο της βαρυτικής δύναμης για την μεταφορά της m_3 από το σημείο Μ στο "άπειρο" είναι

$$W_{M\to\infty} = mV_M = 0{,}5kg\left(-4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right) = -2 \cdot 10^{-10}J$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν αφεθούν ελεύθερες οι μάζες να κινηθούν, το σύστημα που δημιουργούν είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής σε όλη την διάρκεια της κίνησής τους. Συνεπώς

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 = m_1u_1 - m_2u_2 \Leftrightarrow m_1u_1 = m_2u_2 \Leftrightarrow 2u_1 = u_2 \Leftrightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16492

Ένας δορυφόρος κινείται σε ύψος $h = 2600\ km$ από την επιφάνεια της Γης. Η μάζα της Γης έχει μετρηθεί $M_Γ = 6 \cdot 10^{24}\ kg$, η ακτίνα της $R_Γ = 6400\ km$, ενώ η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια αυτής είναι $g_0 = 10\ m/s^2$. Δίνεται η παγκόσμια βαρυτική σταθερά $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N/kg \cdot m^2$, ενώ αμελούνται τριβές.

Να υπολογίσετε:

4.1.Την ένταση και το δυναμικό σε ένα σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.2.Την μηχανική ενέργεια του δορυφόρου στο ύψος αυτό, αν η μάζα του δορυφόρου είναι $450\ kg$.

Μονάδες 6

4.3.Κάποια στιγμή πυροδοτούνται πύραυλοι του δορυφόρου με συνέπεια την μεταβολή της ολικής ενέργειάς του στο 80% της αρχικής του ενέργειας. Να βρείτε το ύψος της νέας τροχιάς στο οποίο μεταπίπτει ο δορυφόρος.

Μονάδες 6

4.4.Να υπολογίσετε τον λόγο των ταχυτήτων $\frac{u'}{u}$, όπου u' η ταχύτητα του δορυφόρου στην νέα θέση και u η ταχύτητά του στην αρχική του θέση. Δίνεται $\sqrt{5} \cong 2{,}24$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16492-Λύση

4.1.Η ένταση στο σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου είναι:

$$g_\Sigma = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{(9 \cdot 10^6)^2} = \frac{409{,}6}{81} \cong 5{,}06\ \mathrm{m/s^2}$$

με διεύθυνση, την διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της Γης.

Για το δυναμικό ισχύει:

$$V_\Sigma = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{9 \cdot 10^6} \cong -45{,}5 \cdot 10^6\ \mathrm{J/kg}$$

Μονάδες 6

4.2.Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα δυναμικής και κινητικής ενέργειας στο ύψος αυτό.

Η δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_\Sigma = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h}$$

Για την κινητική ενέργεια:

Από την κυκλική κίνηση είναι $\Sigma F = F_\kappa \Leftrightarrow F_g = F_\kappa$

$$G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m_\Sigma \cdot u^2}{R_\Gamma + h} \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = m_\Sigma \cdot u^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} \cdot m_\Sigma \cdot u^2 = K_\Sigma$$

$$E_M = U_\Sigma + K_\Sigma = -G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h}$$

$$E_M = -\frac{1}{2} \cdot 45{,}5 \cdot 10^6 \cdot 450\ \mathrm{J} = -1{,}02 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

4.3.Στην νέα τροχιά ο δορυφόρος θα έχει το 80% της αρχικής μηχανικής ενέργειας:

$$E'_M = 0{,}8 \cdot E_M$$

$$-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = 0{,}8 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h'}\right)$$

$$\frac{1}{R_\Gamma + h} = \frac{0{,}8}{R_\Gamma + h'} \Leftrightarrow R_\Gamma + h' = 0{,}8 \cdot (R_\Gamma + h) \Leftrightarrow h' = 800\ \mathrm{km}$$

Μονάδες 6

4.4. Οι ταχύτητες του δορυφόρου στις δύο τροχιές είναι:

$$u = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \qquad (1)$$

16492-Λύση

$$u' = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'}} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{u'}{u} = \frac{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h'}}}{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h}}} = \sqrt{\frac{R_\Gamma + h}{R_\Gamma + h'}} = \sqrt{\frac{9\cdot 10^6}{7{,}2\cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}8}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}12$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16493

Μία σεληνάκατος μάζας $m_Δ$=5000 kg κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10 m/s για να προσεληνωθεί. Σε ύψος h=120m από την επιφάνεια αποκολλάται ένα εξάρτημα μικρής μάζας από το σύστημα προσελήνωσης και πέφτει στην Σελήνη. Αν η μάζα της Σελήνης είναι $m_Σ=7,4.10^{22}$ kg, η ακτίνα της $R_Σ$=1750km και δίνεται $G=6,67.10^{-11}$ $N/kg.m^2$, να υπολογίσετε :

4.1.Την ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 5

4.2.Την δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη και την δυναμική ενέργειά της όταν βρίσκεται σε ύψος h=1250 km και αρχίζει η διαδικασία καθόδου.

Μονάδες 6

4.3.Με ποια ταχύτητα θα φθάσει στην επιφάνεια της Σελήνης το εξάρτημα που αποκολλήθηκε.

Μονάδες 7

4.4.Ποιο από τα δύο σώματα (σεληνάκατος – εξάρτημα) θα φθάσει πρώτο στην επιφάνεια και με ποια χρονική διαφορά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16493-Λύση

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης, δίνεται:

$$g_\Sigma = G\frac{M_\Sigma}{R_\Sigma^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}}{(1750.10^3)^2} = 1{,}6\ m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη προκύπτει από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F = G\frac{M_\Sigma.m_\Delta}{(R_\Sigma + h)^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{(3.10^6)^2} = 2742\ N$$

Η δυναμική ενέργεια της σεληνακάτου όταν βρίσκεται σε ύψος h είναι:

$$U = -G\frac{M_\Sigma.m_\Delta}{R_\Sigma + h} = -\frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{3.10^6} = -82{,}2.10^8\ J$$

Μονάδες 6

4.3. Το εξάρτημα αποκολλάται σε ύψος h=120m και ενώ η σεληνάκατος κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s. Άρα και αυτό έχει εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα. Λόγω της έλλειψης ατμόσφαιρας και άρα τριβών, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία φθάνει στην επιφάνεια με την βοήθεια του Θ.Ε.Ε.:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W$$

$$\frac{1}{2}m_\Delta u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}m_\Delta u_{\alpha\rho\chi}^2 = m_\Delta.g_\Sigma.h \Leftrightarrow u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = 2gh - u_{\alpha\rho\chi}^2$$

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{2g_\Sigma h + u_{\alpha\rho\chi}^2} = \sqrt{484} = 22\ m/s$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την αποκόλληση, η μεν σεληνάκατος συνεχίζει να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s ενώ το εξάρτημα επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση g_Σ από την αρχική ταχύτητα u. Η επιτάχυνση g_Σ θεωρείται σταθερή λόγω του μικρού ύψους από το οποίο έγινε η αποκόλληση.
Άρα το εξάρτημα θα φθάσει γρηγορότερα στην επιφάνεια της Σελήνης.
Ο χρόνος για να διανύσει τα 120m η σεληνάκατος είναι :

$$t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} = \frac{h}{u} = \frac{120}{10} = 12\ s$$

Αντίστοιχα, για το εξάρτημα που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_\Sigma t$$

$$h = u.t + \frac{1}{2}g_\Sigma t^2$$

Με δεδομένο τον υπολογισμό της ταχύτητας από το προηγούμενο ερώτημα:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_\Sigma t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} \Leftrightarrow 22 = 10 + 1{,}6.t \Leftrightarrow t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 7{,}5\ s$$

Οπότε η ζητούμενη χρονική διαφορά θα είναι

$$\Delta t = t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} - t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 4{,}5\ s$$

Μονάδες 7

16633

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μάζες m_1 και m_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση r. Πόσο μεταβάλλεται η βαρυτική δύναμη, αν διπλασιαστούν οι μάζες των σωμάτων και τετραπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση;

(α) η δύναμη τετραπλασιάζεται.

(β) η δύναμη υποτετραπλασιάζεται.

(γ) η δύναμη διπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στην επιφάνεια της Γης ένα σώμα έχει βάρος $w = 300N.$ Να βρείτε το βάρος του σώματος σε έναν πλανήτη, που έχει ακτίνα ίση με την ακτίνα της Γης και μάζα ίση με το μισό της μάζας της Γης.

(α) 600N , **(β)** 50N , **(γ)** 150N

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16633-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η αρχική δύναμη ισούται με: $F = G \bullet \frac{m_1 \bullet m_2}{\boldsymbol{r}^2}$, ενώ η τελική δύναμη:

$$F = G \bullet \frac{2m_1 \bullet 2m_2}{(\boldsymbol{4r})^2} = G \bullet 4\frac{m_1 \bullet m_2}{16\boldsymbol{r}^2} = \frac{F}{4}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το βάρος του σώματος στην επιφάνεια της Γης και του πλανήτη αντίστοιχα, ισούται με: $B_{\Gamma} = m \bullet g_{\Gamma}$, $B_{\Pi} = m \bullet g_{\Pi}$, όπου: $g_{\Gamma} = \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2}$ και $g_{\Pi} = \frac{GM_{\Pi}}{R_{\Pi}^2}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $B_{\Gamma} = m \bullet \frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2}$ και $B_{\Pi} = m \bullet \frac{GM_{\Pi}}{R_{\Pi}^2}$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε: $\frac{B_{\Gamma}}{B_{\Pi}} = \frac{M_{\Gamma} \bullet R_{\Pi}^2}{M_{\Pi} \bullet R_{\Gamma}^2} = \frac{M_{\Gamma}}{M_{\Pi}} = 2$

Άρα: $B_{\Pi} = \frac{B_{\Gamma}}{2} = 150N$

Μονάδες 9

16636

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου που οφείλεται σε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 , ισούται με το μηδέν στο σημείο Κ. Αν οι αποστάσεις του σημείου Κ από τις m_1 και m_2 είναι L_1 και L_2 , με $\frac{L_1}{L_2} = 4$, για τη σχέση μαζών των δύο σωμάτων ισχύει:

(α) $m_1 = 16 \bullet m_2$

(β) $m_2 = 4 \bullet m_1$

(γ) $m_1 = \frac{m_2}{16}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας πλανήτης έχει μάζα Μ και σε σχέση με τη Γη, έχει ίδια πυκνότητα και τριπλάσια ακτίνα. Αν στην επιφάνεια της Γης η ένταση του βαρυτικού πεδίου ισούται με 10N/kg και ο όγκος μιας σφαίρας είναι $V = \frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R^3$,τότε το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη είναι:

(α) 20N/kg , **(β)** 15N/kg , **(γ)** 30N/kg

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16636-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ισχύει: $g_1 = g_2 \rightarrow \frac{Gm_1}{L_1^2} = \frac{Gm_2}{L_2^2} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1^2}{L_2^2} = 16 \rightarrow m_1 = 16 \bullet m_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην επιφάνεια της Γης: $g_\Gamma = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} = \frac{G\rho V_\Gamma}{R_\Gamma^2} = \frac{G\rho}{R_\Gamma^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Gamma^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Gamma$

Στην επιφάνεια του πλανήτη: $g_\Pi = \frac{GM_\Gamma}{R_\Pi^2} = \frac{G\rho V_\Pi}{R_\Pi^2} = \frac{G\rho}{R_\Pi^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Pi^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_\Pi$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{g_\Gamma}{g_\Pi} = \frac{R_\Gamma}{R_\Pi} = \frac{1}{3} \rightarrow g_\pi = 3 \bullet g_\Gamma = 30N/Kg$

Μονάδες 9

16637

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας δορυφόρος κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη και η απόστασή του από την επιφάνεια της Γης, σταδιακά μειώνεται. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

(α) Το μέτρο της επιτάχυνσης του δορυφόρου μειώνεται .

(β) Η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται.

(γ) Η δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο από τη Γη μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Έστω δύο σημειακά φορτία q_1, q_2 που έχουν απόσταση $d = 20cm$. Αν η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -10\,J$, η δύναμη που ασκείται μεταξύ τους έχει μέτρο:

(α) $F = 10N$, **(β)** $F = 5N$, **(γ)** $F = 50N$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16637-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σωστή, διότι η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_\delta = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}}$,άρα όσο μειώνεται η απόσταση r το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Επομένως αυξάνεται και η κινητική ενέργεια του δορυφόρου ($K = \frac{1}{2} \bullet m_\delta \bullet u_\delta^2$)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων ισούται με:

$$U = K_c\,\frac{q_1 \bullet q_2}{r}$$

Το μέτρο της ελκτικής δύναμης που αναπτύσσεται μεταξύ των φορτίων είναι:

$$F = K_c\,\frac{|q_1| \bullet |q_2|}{r^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε: $F = \frac{|U|}{r} = 50\ N$.

Όμως έχουμε U<0, άρα τα φορτία είναι ετερώνυμα και η δύναμη F είναι ελκτική.

Μονάδες 9

16638

ΘΕΜΑ 2

2.1. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος αυξάνεται καθώς αυτό πλησιάζει την επιφάνεια της Γης .

(β) Η δυναμική ενέργεια στο βαρυτικό πεδίο της Γης έχει αρνητικό πρόσημο, διότι η ελκτική δύναμη μεταξύ Γης και σωμάτων είναι μικρού μέτρου.

(γ) Ένα σώμα το οποίο αφήνεται ελεύθερο σε βαρυτικό πεδίο, κινείται από υψηλότερη δυναμική ενέργεια σε χαμηλότερη .

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι έχουν την ίδια μάζα και περιστρέφονται γύρω από τη Γη σε ύψη $h_{1=}R_{\Gamma}$ και $h_{2=}2R_{\Gamma}$ αντίστοιχα, όπου R_{Γ} η ακτίνα της Γης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

(1). Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων τους είναι: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{3}$

(2). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{3}$

(3). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2}$

(α) η πρόταση 1 , **(β)** η πρόταση 2 , **(γ)** η πρόταση 3

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16638-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

α) Η δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση: $U = -G \bullet \frac{M_\Gamma M}{r}$.

Καθώς μειώνεται η απόσταση r από το κέντρο της Γης, μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος και αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.

β) Το αρνητικό πρόσημο στον τύπο της δυναμικής ενέργειας εξηγείται από το γεγονός, ότι πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια σε ένα σύστημα δύο μαζών, προκειμένου να τις μεταφέρουμε σε μια απόσταση r από το άπειρο.

γ) Σωστή, διότι το σώμα κινείται από σημείο υψηλότερης δυναμικής ενέργειας σε σημείο χαμηλότερης δυναμικής ενέργειας, αφού: $W = -\Delta U = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} > 0$, δηλαδή: $U_{\alpha\rho\chi} > U_{\tau\varepsilon\lambda}$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

1. Λάθος, διότι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο δορυφόρων ισούται με:

$$u_1 = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{2R_\Gamma}} \;,\; u_2 = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{3R_\Gamma}}$$

Επομένως: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Λάθος, διότι το μέτρο της κινητικής ενέργειας για κάθε δορυφόρο ισούται με:

$$K_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_1}^2 \;,\; K_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_2}^2$$

16638-Λύση

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = (\frac{u_1}{u_2})^2 = (\sqrt{\frac{3}{2}})^2 = \frac{3}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16702

Δορυφόρος μάζας $m = 2000$ Kg, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h_1 = 192 \cdot 10^5$ m από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:

4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 6

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου.

Μονάδες 7

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$.

Μονάδες 6

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $m_1 = 4000$ Kg, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000$m/s και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10$ m/s^2.

ΘΕΜΑ 4

16702-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_1 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1} = -16 \cdot 10^6 \text{ J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}} = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

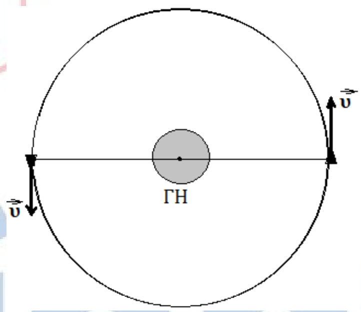
Άρα η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h_1)}{\upsilon} = 12800\pi \text{ s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Μονάδες 7

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + (-m_1\upsilon_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon - m_1\upsilon_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (\text{μονάδες } 3)$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων υ και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

16707

ΘΕΜΑ 2

2.1. Διαθέτουμε μια θερμική μηχανή (1), η οποία έχει συντελεστή απόδοσης e_1. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (1) προσφέρουμε σ’ αυτή θερμότητα Q_{h1}, οπότε το ωφέλιμο έργο που αυτή παράγει είναι W_1.

Μια δεύτερη θερμική μηχανή (2) έχει συντελεστή απόδοσης e_2. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (2) προσφέρουμε σ’ αυτή θερμότητα διπλάσια απ’ αυτή που προσφέραμε στη μηχανή (1) και τότε αυτή παράγει τετραπλάσιο ωφέλιμο έργο, απ’ αυτό που παράγει η μηχανή (1). Για τους συντελεστές απόδοσης e_1 και e_2 των δύο θερμικών μηχανών ισχύει:

(α)$e_2 = 2 \cdot e_1$, **(β)**$e_2 = \mathrm{e}_1$, **(γ)** $e_2 = \frac{e_1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αρνητικά φορτισμένο σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μεγάλης έκτασης.

Η κατεύθυνση της κίνησης του:

(α) Συμπίπτει με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(β) Είναι αντίθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(γ) Είναι κάθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16707-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (1) είναι:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h1}} \quad (1)$$

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (2) είναι:

$$e_2 = \frac{W_2}{Q_{h2}} = \frac{4 \cdot W_1}{2 \cdot Q_{h1}} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boldsymbol{e_2 = 2 \cdot e_1}$$

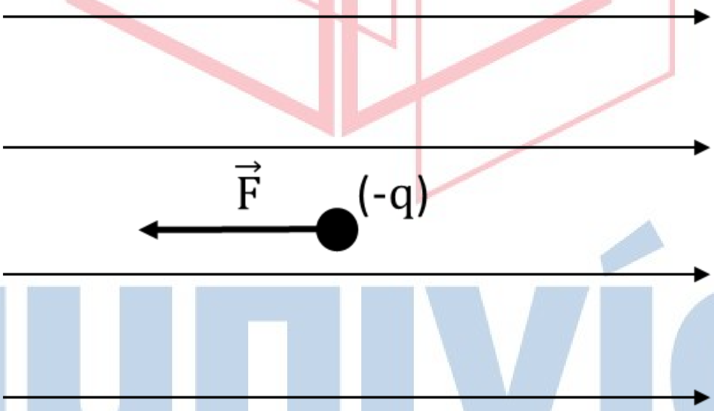
Μονάδες 4+4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 3

Το σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, άρα δέχεται σταθερή δύναμη με διεύθυνση παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές και φορά αντίθετη από αυτές, καθώς το φορτίο του είναι αρνητικό $\left(\vec{F} = -q\vec{E}\right)$.

Μονάδες 4

Άρα η κατεύθυνση της κίνησής του θα είναι αντίθετη της κατεύθυνσης των δυναμικών γραμμών.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2 16709

2.1. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 $(m_1 > m_2)$ βρίσκονται ακίνητοι σε μια οριζόντια πίστα πάγου, ο ένας απέναντι από τον άλλο, και κάποια στιγμή σπρώχνει ο ένας τον άλλο.

Για τα μέτρα των ορμών (p_1 και p_2) και των ταχυτήτων (υ_1 και υ_2) που θα αποκτήσουν οι παγοδρόμοι θα ισχύει:

(α) $p_1 > p_2$ και $\upsilon_1 = \upsilon_2$, **(β)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 > \upsilon_2$, **(γ)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 < \upsilon_2$

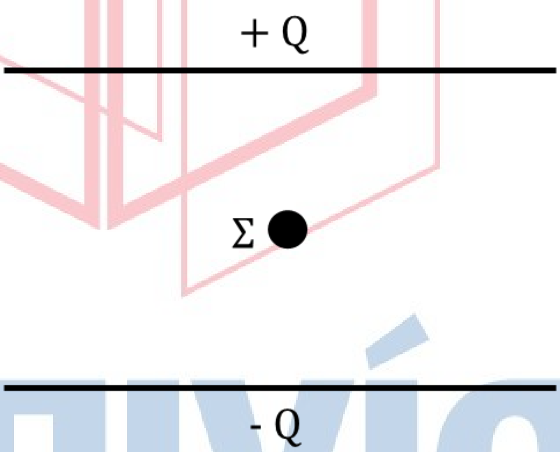
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν απόσταση ίση με $d = 4\ \mathrm{cm}$ είναι ίση με $400\ \mathrm{V}$. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών, ισορροπεί φορτισμένο σωματίδιο Σ μάζας $m = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg}$.



Αν θεωρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $10\ \mathrm{m/s^2}$, τότε το φορτίο που φέρει το σωματίδιο είναι ίσο με:

(α) $-4 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(β)** $-2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(γ)** $2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16709-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε το σύστημα των 2 παγοδρόμων ως μονωμένο σύστημα σωμάτων, άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

Άρα οι παγοδρόμοι αποκτούν αντίθετες ορμές, οπότε για τα μέτρα τους ισχύει $\boldsymbol{p_1} = \boldsymbol{p_2}$.

Για την σχέση των ταχυτήτων τους ισχύει:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 \cdot υ_1 = m_2 \cdot υ_2 \xRightarrow{m_1 > m_2} \boldsymbol{υ_1 < υ_2}$$

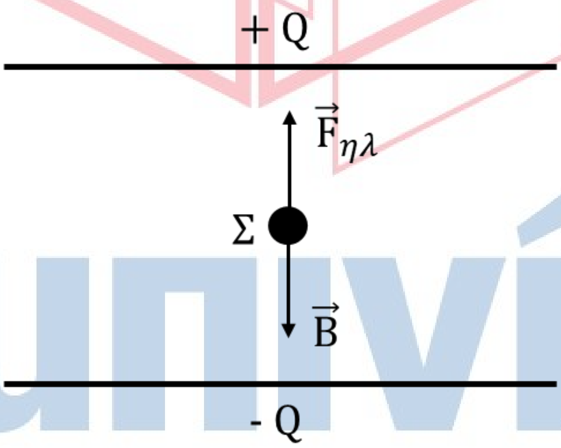
Μονάδες 2Χ4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 2

Στο φορτισμένο σωματίδιο Σ ασκούνται 2 δυνάμεις. Το βάρος του και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο. Για να ισορροπεί το σωματίδιο οι δυνάμεις πρέπει να είναι αντίθετες. Άρα σύμφωνα με τη φορά της δύναμης, που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο, αυτό πρέπει να είναι **αρνητικά φορτισμένο**, καθώς έλκεται από τη θετικά φορτισμένη πλάκα και απωθείται από την αρνητικά φορτισμένη.

Μονάδες 2

$$Σ\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = B \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow \frac{V}{d} \cdot |q| = m \cdot g$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{m \cdot g \cdot d}{V} \Rightarrow |q| = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}{400\ \mathrm{V}} \Rightarrow \boldsymbol{|q| = 2.10^{-9}\ \mathrm{C}}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

16734

2.1. Η τροχιά που διαγράφει η Γη καθώς κινείται γύρω από τον Ήλιο είναι ελλειπτική και στην μία εστία βρίσκεται ο Ήλιος. Όταν η Γη διέρχεται από το σημείο της τροχιάς της με την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο λέμε ότι βρίσκεται στο περιήλιο, ενώ το σημείο της τροχιάς με την μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο λέγεται αφήλιο. Θεωρώντας πως η κίνηση της Γης γίνεται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης από τον Ήλιο συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας της Γης είναι

(α) μεγαλύτερο στο αφήλιο.
(β) μεγαλύτερο στο περιήλιο.
(γ) ίδιο, τόσο στο περιήλιο όσο και στο αφήλιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνια με απόλυτο φορτίο e, που είναι αρχικά ακίνητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, επιταχύνονται μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού V και αποκτούν ταχύτητα u. Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού $4V$ θα είναι

(α) $2u$, **(β)** $4u$, **(γ)** u

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16734-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η Γη κινείται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης, η μηχανική της ενέργεια κατά μήκος της τροχιάς παραμένει σταθερή, δηλαδή

$$K + U = σταθερό \Leftrightarrow \frac{M_Γ u^2}{2} - \frac{G M_H M_Γ}{r} = σταθερό$$

Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι όταν μεγαλώνει η απόσταση r, μεγαλώνει και η βαρυτική δυναμική ενέργεια που εκφράζεται με τον όρο $-\frac{G M_H M_Γ}{r}$. Κατά συνέπεια, επειδή έχουμε σταθερό άθροισμα στην έκφραση της μηχανικής ενέργειας, ο όρος $\frac{M_Γ u^2}{2}$ ο οποίος εκφράζει την κινητική ενέργεια μειώνεται, δηλαδή η ταχύτητα u μειώνεται. Το αντίθετο συμβαίνει όταν η απόσταση της Γης από τον Ήλιο μειώνεται. Επειδή η Γη στο περιήλιο έχει την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο, εκεί θα έχει την μεγαλύτερη ταχύτητα.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Έστω Α το σημείο όπου τα ηλεκτρόνια βρίσκονται με μηδενική ταχύτητα και Β το σημείο με διαφορά δυναμικού V ως προς το Α. Το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Leftrightarrow U_A + 0 = U_B + K_B \Leftrightarrow K_B = U_A - U_B \Leftrightarrow K_B = W_{A\to B} \Leftrightarrow$$

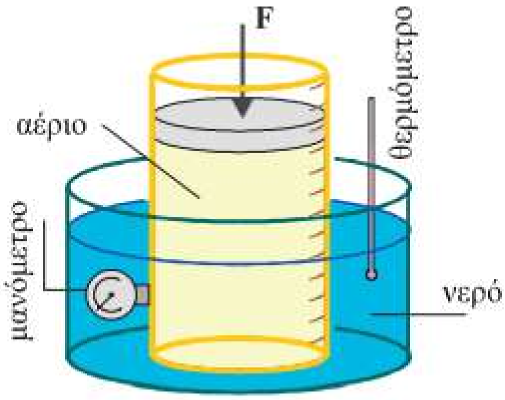
$$\frac{1}{2} m u^2 = eV \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

Επειδή η ταχύτητα είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της τάσης, όταν η τάση είναι τετραπλάσια τότε η ταχύτητα θα είναι διπλάσια.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16735

2.1. Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο. Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη διπλασιάζουμε την ένδειξη του μανομέτρου. Τότε



(α) η θερμοκρασία του αερίου θα διπλασιαστεί.

(β) ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

(γ) η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας εξωπλανήτης (πλανήτης που δεν ανήκει στο ηλιακό σύστημα) έχει εννεαπλάσια μάζα από αυτήν που έχει η Γη και 4 φορές μεγαλύτερη ακτίνα από την ακτίνα της Γης. Αν η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης είναι $u_\delta = 11{,}2\frac{km}{s}$ πόση είναι η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια αυτού του πλανήτη.

(α) $5{,}6\frac{km}{s}$, **(β)** $11{,}2\frac{km}{s}$, **(γ)** $16{,}8\frac{km}{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16735-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μεταβολή στην οποία υπόκειται το αέριο είναι ισόθερμη. Σύμφωνα με τον νόμο του Boyle ο οποίος ισχύει σε ισόθερμη μεταβολή, η πίεση του αερίου είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του. Το μανόμετρο δείχνει την πίεση του αερίου στο δοχείο. Όταν η πίεση διπλασιαστεί, τότε ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από την σχέση $u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$. Σε έναν πλανήτη με ακτίνα $R = 4R_\Gamma$ και μάζα $M = 9M_\Gamma$ η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια είναι

$$u_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G9M_\Gamma}{4R_\Gamma}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = \frac{3}{2}u_\delta = \frac{3}{2}11{,}2\frac{km}{s} = 16{,}8\frac{km}{s}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16737

2.1. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ αντίστοιχα, βρίσκονται στο ίδιο μικρό ύψος h από το έδαφος και εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες u_1 και $u_2 = 3u_1$ αντίστοιχα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε

(α) το σώμα Α θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(β) το σώμα Β θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(γ) τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δέσμη ηλεκτρονίων εκτοξεύεται με ταχύτητα u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και κατά την έξοδο από το πεδίο, η δέσμη έχει απόκλιση $y_{max} = 4cm.$ Αν διπλασιάσουμε την ταχύτητα εκτόξευσης της δέσμης στο πεδίο, τότε η απόκλιση στην έξοδο θα είναι

(α) $1cm$, **(β)** $4cm$, **(γ)** $8cm$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16737-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην οριζόντια βολή, ο χρόνος πτώσης ενός σώματος από σταθερό ύψος H δίνεται από την σχέση $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, δηλαδή είναι ανεξάρτητος από το μέτρο της ταχύτητας και την μάζα του σώματος. Κατά συνέπεια, τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόκλιση των ηλεκτρονίων μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση τροχιάς, η οποία είναι παραβολή. Στην έξοδο η απόκλιση είναι

$$y_{max} = \frac{a}{2u_0^2}x^2$$

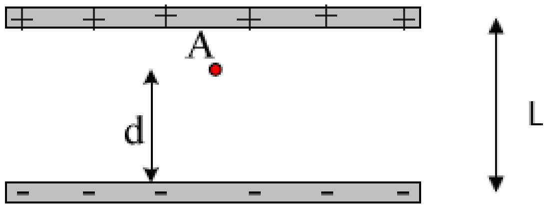
Η επιτάχυνση δεν εξαρτάται από την ταχύτητα u_0, οπότε η απόκλιση είναι αντίστροφα ανάλογη με το τετράγωνο της αρχικής ταχύτητας. Όταν η αρχική ταχύτητα διπλασιαστεί, η απόκλιση στην έξοδο θα υποτετραπλασιαστεί και θα γίνει $\frac{4cm}{4} = 1cm$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16739

Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει ανάμεσα σε δυο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες αμελητέου πάχους, οι οποίες έχουν αντίθετα φορτία $+Q$ και $-Q$ αντίστοιχα, αιωρείται (ισορροπεί) σε σημείο Α σωματίδιο μάζας $m = 1g$ και φορτίου q, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 2cm$ και έχουν διαφορά δυναμικού $V = 100V$. Αν δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$, να βρεθούν



4.1. το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδες 5

4.2. το πρόσημο και το μέγεθος του φορτίου q.

Μονάδες 6

Με κατάλληλο τρόπο διπλασιάζουμε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των μεταλλικών πλακών. Αν η απόσταση του σημείου Α από τον αρνητικό οπλισμό είναι $d = 1{,}5cm$

4.3. να βρεθεί το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να συναντήσει το φορτίο q την μεταλλική πλάκα στην οποία θα φτάσει πρώτα.

Μονάδες 7

4.4. Ποιο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του φορτίου από το σημείο Α μέχρι την μεταλλική πλάκα, την οποία θα συναντήσει πρώτη.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16739-Λύση

4.1. Το ομογενές πεδίο μεταξύ των παράλληλων μεταλλικών πλακών, θα έχει ένταση

$$E=\frac{V}{L}=\frac{100V}{2\cdot 10^{-2}m}=5\cdot 10^{3}\frac{V}{m}$$

Μονάδες 5

4.2. Το φορτίο ισορροπεί υπό την επίδραση δύο δυνάμεων, της βαρυτικής και της ηλεκτρικής δύναμης, οι οποίες πρέπει να είναι αντίθετες. Συνεπώς το φορτίο έλκεται ηλεκτρικά από τον πάνω οπλισμό, ο οποίος έχει θετικό φορτίο, άρα το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο. Αν εφαρμόσουμε τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F=0\Leftrightarrow F=W\Leftrightarrow E|q|=mg\Leftrightarrow |q|=\frac{mg}{E}=\frac{10^{-3}kg\cdot 10\frac{m}{s^2}}{5\cdot 10^{3}\frac{V}{m}}=2\cdot 10^{-6}C$$

Μονάδες 6

4.3. Από την σχέση $E=\frac{V}{L}$ προκύπτει ότι η ένταση E του πεδίου είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού V μεταξύ των πλακών. Άρα, όταν διπλασιαστεί η διαφορά δυναμικού, θα διπλασιαστεί η ένταση και, κατά συνέπεια, η ηλεκτρική δύναμη, με αποτέλεσμα το φορτίο να πάψει να ισορροπεί. Αντίθετα, θα αποκτήσει επιτάχυνση, κινούμενο προς την θετική μεταλλική πλάκα. Η επιτάχυνση έχει μέτρο

$$a=\frac{\Sigma F}{m}=\frac{2E|q|-mg}{m}=\frac{2mg-mg}{m}=g$$

Το σωματίδιο επιταχύνεται ομαλά και για να φτάσει στην θετική μεταλλική πλάκα θα διανύσει απόσταση $s=L-d=0{,}5cm$. Θα χρειαστεί χρόνο

$$s=\frac{at^2}{2}\Leftrightarrow t=\sqrt{\frac{2s}{a}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}5\cdot 10^{-2}m}{10\frac{m}{s^2}}}=\sqrt{\frac{10^{-2}}{10}}s=\frac{0{,}1}{\sqrt{10}}s=\frac{\sqrt{10}}{100}s$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν διπλασιαστεί η ένταση του πεδίου θα έχει μέτρο

$$E_1=2E=2\cdot 5\cdot 10^{3}\frac{V}{m}=10^{4}\frac{V}{m}$$

Από το σημείο Α μέχρι το σημείο συνάντησης, έστω Β, του φορτίου με την θετική μεταλλική πλάκα η διαφορά δυναμικού είναι

$$V_{AB}=E_1 s=10^{4}\frac{V}{m}0{,}5\cdot 10^{-2}m=50V$$

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης από το Α στο Β είναι

$$W_{A\to B}=|q|V_{AB}=2\cdot 10^{-6}\,C\cdot 50V=10^{-4}J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16740

Η Ιώ και η Ευρώπη είναι τα δύο πιο κοντινά φεγγάρια του πλανήτη Δία. Η Ιώ περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $\mathrm{R_{I\omega}} = 432 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$ γύρω από τον Δία σε 1,57 ημέρες. Αντίστοιχα, η ακτίνα περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία, είναι $\mathrm{R_{Eu}} = 675 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$. Δίνεται $\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg.s^2}}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα περιστροφής της Ιούς γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.2. Την μάζα του πλανήτη Δία.

Μονάδες 6

4.3.Την περίοδο περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.4.Την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς, αν η ακτίνα της είναι $\mathrm{r_I} = 1800\ \mathrm{km}$ και η μάζα της $\mathrm{m_I} = 9 \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}$. Δίνεται $\sqrt{6{,}67} = 2{,}58$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16740-Λύση

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_K$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Delta \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G\frac{M_\Delta}{R_I}} \qquad (1)$$

$$u_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2.10^4 m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \qquad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1.57 \text{ days} = 1{,}57 \cdot 86400 \text{ s}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{m^3}{kg.s^2}$

$R_I = 432 \cdot 10^3 km = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$

και τελικά $\qquad M_\Delta = 2{,}59 \cdot 10^{27} kg$

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι : $\qquad T_{E\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{R_{E\upsilon}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη : $\qquad \frac{T_I}{T_{E\upsilon}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{E\upsilon}^3}} \Leftrightarrow \frac{1{,}57}{T_{E\upsilon}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}95 \text{ days}$

16740-Λύση

Μονάδες 6

4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2{,}58 \cdot 10^3 = 2{,}58\ \mathrm{km/s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16849

Δύο σφαίρες A και B μικρών διαστάσεων βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό και έχουν μάζες $m_A = 1\,\mathrm{g}$ και $m_B = 2\,\mathrm{g}$ αντίστοιχα. Οι σφαίρες φέρουν ηλεκτρικά φορτία $Q_A = 0{,}1\,\mu\mathrm{C}$ και $Q_B = 0{,}2\,\mu\mathrm{C}$. Κρατάμε ακίνητες τις σφαίρες σε απόσταση $x = 2\,\mathrm{cm}$ και κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την A ενώ τη B συνεχίζουμε να την κρατάμε ακίνητη.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A, μόλις αυτή αφήνεται ελεύθερη.

Μονάδες 5

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A, όταν απέχει απόσταση $2x$ από την B.

Μονάδες 7

Επαναφέρουμε τις σφαίρες στην αρχική τους θέση, δηλαδή σε απόσταση x και στη συνέχεια τις αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες και τις δύο. Τη χρονική στιγμή που αυτές απέχουν απόσταση $2x$ να υπολογίσετε:

4.3. Το μέτρο της επιτάχυνσης της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 5

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας.

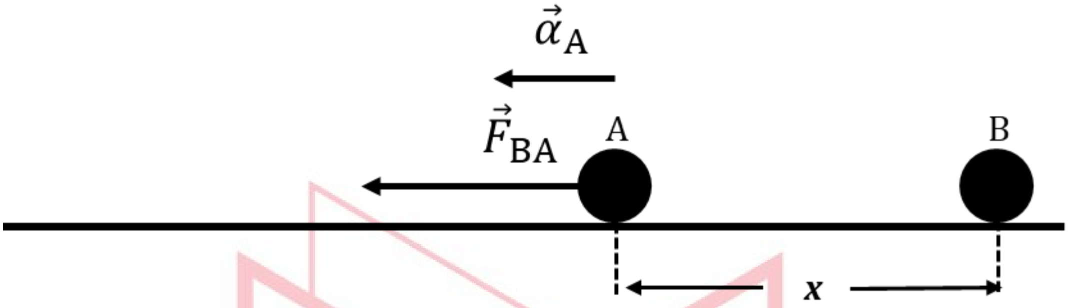
Μονάδες 8

Δίνεται $k_c = 9.10^9\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$. Η αντίσταση του αέρα και οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

16849-Λύση

4.1.



Υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης Coulomb που δέχεται η φορτισμένη σφαίρα Α από τη φορτισμένη σφαίρα Β:

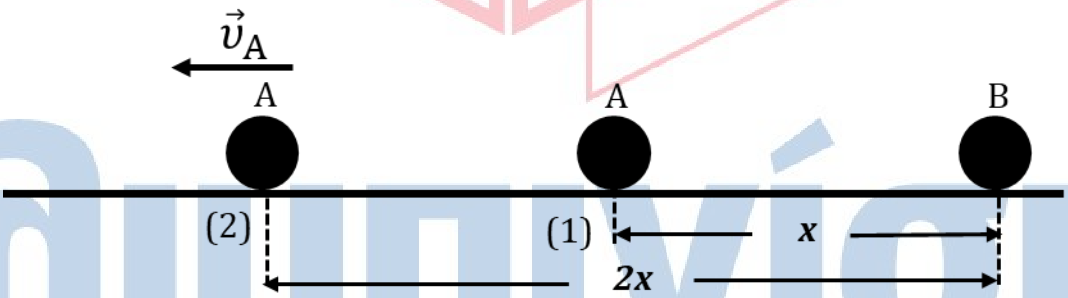
$$F_{BA} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{x^2} = 9.10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{(2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = 0,45\ \mathrm{N}}$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας Α εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} = \frac{0{,}45\ \mathrm{N}}{10^{-3}\ kg} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 450\ ^{\mathrm{m}}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+2=5

4.2.



Καθώς η δύναμη Coulomb είναι συντηρητική δύναμη, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

Μονάδες 2

Από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2) έχουμε:

$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

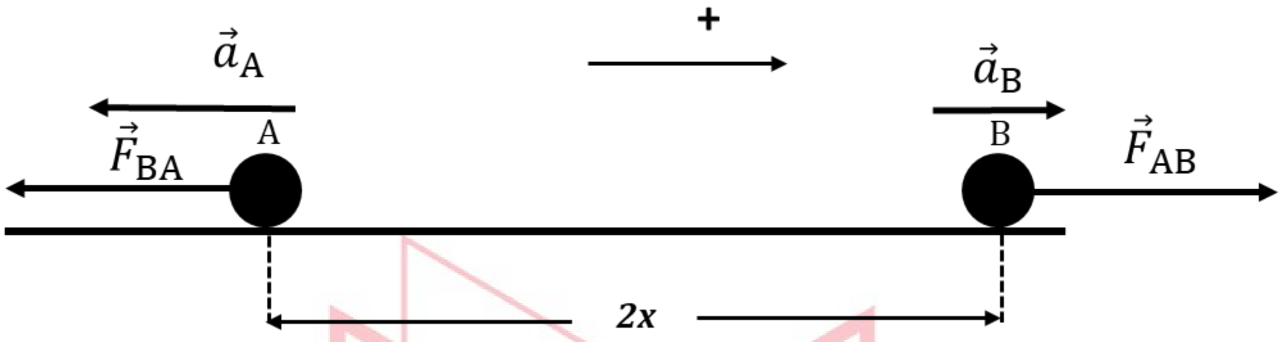
$$\Rightarrow 0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot m_A}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{9.10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 3\ ^{\mathrm{m}}/_{s}}$$

Μονάδες 5

4.3.

16849-Λύση



$$F_{BA} = F_{AB} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(2 \cdot x)^2} = 9.10^9\, \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{(2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = F_{AB} = \frac{9}{80}\,\mathrm{N}}$$

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 112{,}5\ {}^{m}/_{s^2}}$$

$$F_{AB} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{AB}}{m_B} \Rightarrow \boldsymbol{a_B = 56{,}25\ {}^{m}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+1+1=5

4.4. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από τη θέση, όπου τα δύο φορτισμένα σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση x μέχρι την θέση, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$.

$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_B^2 \quad (1)$$

Για το σύστημα των δύο φορτισμένων σωματιδίων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_B \cdot \upsilon_B - m_A \cdot \upsilon_A \Rightarrow 0 = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot \upsilon_B - 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot \upsilon_A \Rightarrow$$

$$\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B \ (2)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \upsilon_B^2 \cdot (4 \cdot m_A + m_B) \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot (4 \cdot m_A + m_B)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{9.10^9\, \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_B = \frac{\sqrt{6}}{2}\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

και από τη σχέση (2)

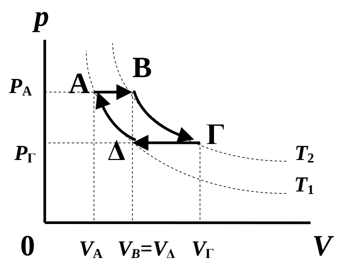
$$\boldsymbol{\upsilon_A = \sqrt{6}\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2

16867

2.1. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί το θερμοδυναμικό κύκλο που φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος και αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο ισοβαρείς μεταβολές. Αν μια μηχανή Carnot λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών T_1, T_2 με τον κύκλο αυτό, θα είχε συντελεστή απόδοσης $e = 0{,}5$.



Αν γνωρίζετε ότι για το αέριο στο δεδομένο κύκλο είναι $V_B = V_Δ$, όπως φαίνεται και στο σχήμα, τότε ισχύει:

(α) $V_Γ = 3V_A$, **(β)** $V_Γ = 4V_A$, **(γ)** $V_Γ = 6V_A$

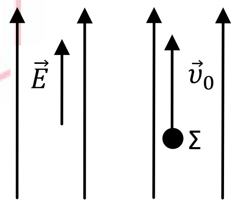
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε σημείο Σ ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, έντασης $\vec{E}$, εκτοξεύεται κάποια στιγμή ηλεκτρόνιο με αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$ παράλληλη και ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου όπως στο σχήμα. Οι βαρυτικές δυνάμεις και κάθε μορφής αντιστάσεις στη κίνηση του ηλεκτρονίου μπορούν να αγνοηθούν. Το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στο αρχικό σημείο μετά από χρονικό διάστημα $Δt_1$ από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε.



Αν η ένταση του πεδίου ήταν διπλάσια, και το ηλεκτρόνιο εκτοξευόταν με την ίδια αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$, θα επέστρεφε στο αρχικό σημείο εκτόξευσης, μετά από χρονικό διάστημα $Δt_2$ από τη στιγμή της εκτόξευσης του, για το οποίο ισχύει:

(α) $Δt_2 = Δt_1$ **(β)** $Δt_2 = 2Δt_1$ **(γ)** $Δt_2 = \frac{Δt_1}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16867-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \ \ ή \ \ e = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

Μονάδες 1

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}5$ έχουμε $T_2 = 2T_1$ (2)

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $A \rightarrow B$ έχουμε

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_B}{V_A} = 2 \ \text{ και τελικά } V_B = 2V_A \quad (3)$$

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $\Gamma \rightarrow \Delta$ έχουμε

$$\frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = 2 \xrightarrow{V_\Delta = V_B} \frac{V_\Gamma}{V_B} = 2$$

$$\Rightarrow V_\Gamma = 2V_B \overset{(3)}{\Longrightarrow} V_\Gamma = 4V_A$$

Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

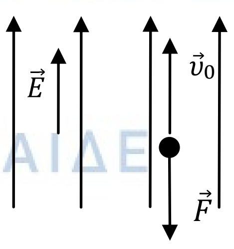
2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ με φορά αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \Rightarrow m\vec{a}_1 = -e\vec{E} \quad (1)$$

και τελικά για το μέτρο της $\vec{a}_1$ έχουμε

$$\alpha_1 = \frac{eE}{m} = \text{σταθερή} \quad (2)$$



Μ

Μονάδες 3

Επομένως, για το μέτρο της μετατόπισης του ηλεκτρονίου ισχύει

$$\Delta x_1 = \upsilon_o \Delta t_1 - \frac{1}{2}\alpha_1 \Delta t_1^2 \quad (3)$$

Θέτοντας στη σχέση (3) $\Delta x_1 = 0$ έχουμε

16867-Λύση

$$\Delta t_1 = \frac{2v_0}{\alpha_1} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Όταν το ηλεκτρόνιο εκτοξευτεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο διπλάσιας έντασης με ανάλογους συλλογισμούς έχουμε

$$\alpha_2 = \frac{-e2E}{m} = 2\alpha_1 = \text{σταθερή} \quad (5)$$

$$\text{και } \Delta t_2 = \frac{2v_0}{\alpha_2} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε τελικά

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

16869

2.1. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι $e = 0{,}75$.

Αν διατηρήσουμε σταθερή τη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής (T_c) της μηχανής, για να μειώσουμε το συντελεστής απόδοσης σε $e' = 0{,}5$ πρέπει:

(α) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(β) να ελαττώσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(γ) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 75%

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο φορτισμένα σωματίδια, με την ίδια μάζα και το ίδιο φορτίο, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα σε απόσταση r και η δυναμική ενέργεια ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι U. Αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα τα δύο σωματίδια να κινηθούν εξαιτίας των απωστικών δυνάμεων που ασκεί το ένα στο άλλο, χωρίς να παίζουν κάποιο ρόλο οι τριβές ή η βαρυτική δύναμη.

Όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι διπλάσια της αρχικής ($r' = 2 \cdot r$), η κινητική ενέργεια κάθε σωματιδίου είναι K και ισχύει:

(α) $K = U$, **(β)** $K = \frac{U}{4}$, **(γ)** $K = 4U$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16869-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}75$ έχουμε $T_h = 4T_c$ (2)

και για $e' = 0{,}5$ έχουμε $T_h' = 2T_c$ (3)

Από τις σχέσεις (2 και (3) έχουμε

$$T_h' = \frac{T_h}{2} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Επομένως

$$\Pi\% = \frac{\Delta T_h}{T_h}100\% \quad \text{και τελικά} \quad \Pi\% = -50\%$$

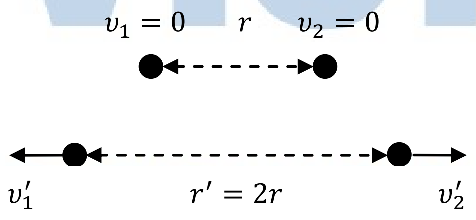
Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\alpha\rho\chi} = k_c\frac{q^2}{r} \quad (1)$$

και η τελική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c\frac{q^2}{r'} \quad \text{ή} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c\frac{q^2}{2r} \quad \text{και τελικά με τη βοήθεια της σχέσης (1)} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{U_{\alpha\rho\chi}}{2} \quad (2)$$

Μονάδες 2

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, επομένως

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_2\upsilon_2' - m_1\upsilon_1' \xRightarrow{m_1=m_2} \upsilon_2' = \upsilon_1' \quad \text{και τελικά } K_2' = K_1' = K \quad (3)$$

Μονάδες 3

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε

16869-Λύση

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2),(3)} 0 + U_{\alpha\rho\chi} = 2K + \frac{U_{\alpha\rho\chi}}{2}$$

Μονάδες 3

και τελικά $(U_{\alpha\rho\chi} = U)$

$$K = \frac{U}{4}$$

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 2 16871

2.1. Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια είναι φορτισμένα με ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2 και συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο δάπεδο, σε κοντινή σχετικά μεταξύ τους απόσταση ώστε να αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -0{,}8$ J. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα και τα δύο φορτία ταυτόχρονα να κινηθούν. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μια επόμενη χρονική στιγμή, ενώ ακόμη τα φορτία κινούνται ελεύθερα, η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι δυνατόν να έχει γίνει:

(α) $U' = -1{,}2$ J , **(β)** $U' = -0{,}4$ J , **(γ)** $U' = 0{,}8$ J

2.1.Α Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0. Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η οποία είναι:

(α) ανεξάρτητη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(β) εξαρτώμενη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(γ) πάντα ίση με 45^{o}.

2.2.Α Να επιλέξετε τι συμπληρώνει σωστά την παραπάνω πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16871-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο και οι μεταξύ τους ηλεκτρικές δυνάμεις είναι συντηρητικές επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{αρχ} = K_1 + K_2 + U_{τελ} \quad (1)$$

Μονάδες 4

όπου K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιριδίων.

Από τη σχέση (1) έχουμε

$$U_{αρχ} > U_{τελ} \quad (2)$$

Η πρόταση (α) είναι η μόνη που ικανοποιεί τη συνθήκη (2).

Μονάδες 4

(*Παρατήρηση: Από το αρνητικό πρόσημο της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας συμπεραίνουμε ότι τα σφαιρίδια είναι ετερώνυμα*)

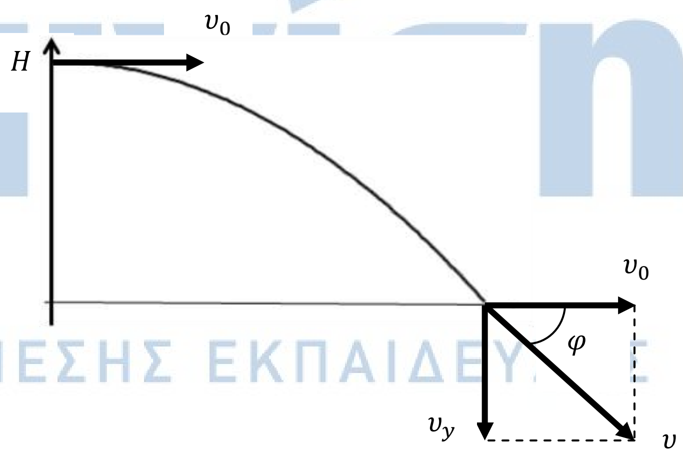
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Στον οριζόντιο άξονα η κίνηση της σφαίρας είναι ευθύγραμμη ομαλή αφού η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος. Στο κατακόρυφο άξονα η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σύμφωνα με το σχήμα η τελική ταχύτητα $υ$ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $φ$, η εφαπτομένη της οποίας δίδεται από τη σχέση



$$εφφ = \frac{υ_y}{υ_0}$$

17063

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας $\mathrm{M} = 6\mathrm{tn}$ κατευθύνεται προς τη Γη μεταφέροντας σεληνάκατο μάζας m= $1\mathrm{tn}$. Σε απόσταση $\mathrm{r}_1 = 4 \cdot \mathrm{R}_\Gamma$ από το κέντρο της, η ταχύτητα του οχήματος είναι $\mathrm{u}_1 = 6 \cdot 10^3 \mathrm{m/s}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του οχήματος όταν βρεθεί σε απόσταση $\mathrm{r}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, χωρίς τη χρήση πυραύλων.

Μονάδες 6

Στην παραπάνω θέση απόστασης r_2 από την επιφάνεια της Γης, απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα) και αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς τη βοήθεια ανασχετικών πυραύλων.

4.2. Ποια η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου;

Μονάδες 6

4.3. Με ποια ταχύτητα η σεληνάκατος θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.4. Αν κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του διαστημικού οχήματος προς τη Γη λειτουργούν οι ανασχετικοί πύραυλοι, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων ώστε να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα.

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και την ελκτική δύναμη μεταξύ διαστημικού οχήματος και σεληνακάτου. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης: $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{68} = 8{,}25$.

17063-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – διαστημικό όχημα διατηρείται οπότε:

$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$-G \cdot \frac{M_\Gamma(M+m)}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_1^2 = -G \cdot \frac{M_\Gamma(M+m)}{r_2} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_2^2$, δηλαδή:

$-\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_1^2 = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \leftrightarrow$

$u_2^2 = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2} + u_1^2 + g_0 \cdot R_\Gamma \leftrightarrow$

$u_2 = 8{,}25 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όχημα - σεληνάκατος:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$(M+m) \cdot u_2 = M \cdot u + 0 \leftrightarrow u = \frac{(M+m) \cdot u_2}{M}$

Άρα: $u = 9{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση της σεληνακάτου από το σημείο απόστασης r_2 έως την επιφάνεια της Γης:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 - 0 = m \cdot (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 = m \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)$

$u_3^2 = +G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}$

$u_3 = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Μονάδες 6

17063-Λύση

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του οχήματος, από το σημείο που απελευθερώθηκε η σεληνάκατος, έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w + W_F$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot (u^2 + g_0 \cdot R_\Gamma)$$

$$W_F = -468{,}48 \cdot 10^9 \ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

17065

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου;

Μονάδες 6

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_Γ$;

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_Γ = 6400 km$.

17065-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου με την περίοδο περιστροφής του είναι:

$u = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma = \frac{4\pi}{T} R_\Gamma$.

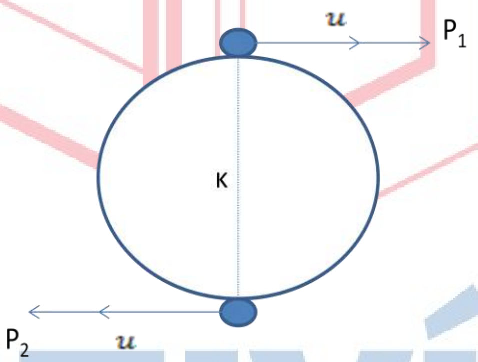
Οπότε: $T = \frac{4\pi}{u} R_\Gamma = 20096\, sec$

Η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \frac{u}{r} = \frac{u}{2R_\Gamma} = 3{,}125 \bullet 10^{-4}\ \mathrm{rad/sec}$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου για μισή περιστροφή ($t = \frac{T}{2}$) είναι:



$\Delta P = P_2 - (-P_1) = P_2 + P_1 = M \bullet u + M \bullet u = 2 \bullet M \bullet u = 4 \bullet 10^6\ \mathrm{kg \bullet m/sec}$,
ομόρροπη της ορμής P_2.

Μονάδες 6

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \bullet u - M \bullet u = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

17065-Λύση

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma+h} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4}$$

Σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma+h} =$$

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h'} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma+h'} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12}$$

Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$$E_{o\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12} + \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4} = \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{6} = 5{,}33 \bullet 10^9\ J$$

Μονάδες 7

17066

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας M εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 . Όταν το όχημα βρεθεί σε ύψος $h = 2R_{\Gamma}$, ένας εκρηκτικός μηχανισμός το διαχωρίζει ακαριαία σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = \frac{2M}{3}$ και $m_2 = \frac{M}{3}$ αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη, το σώμα μάζας m_2 κινείται κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα μέτρου u_2 . Ενώ, το σώμα μάζας m_1 αποκτά την ελάχιστη ταχύτητα που χρειάζεται ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_1 που αποκτά το σώμα m_1 μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα στο ύψος $h = 2R_{\Gamma}$, λίγο πριν την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2 με την οποία φτάνει το σώμα m_2 στην επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

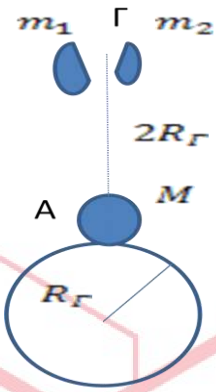
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το όχημα από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_{\Gamma} = 6400km$, $\sqrt{42{,}66} = 6{,}53$, $\sqrt{85{,}33} = 9{,}24$, $\sqrt{104{,}25} = 10{,}21$.

17066-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το σώμα μάζας m_1 διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχοντας αποκτήσει ταχύτητα u_1 αμέσως μετά την έκρηξη. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το σημείο Γ της έκρηξης έως το άπειρο για το σώμα m_1:

$ΔK = W_w$

$0 - \frac{1}{2} \bullet m_1 \bullet u_1^2 = m_1 \bullet (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$- \frac{1}{2} \bullet u_1^2 = (-G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} - 0) \rightarrow$

$\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = \frac{g_0 R_Γ^2}{3R_Γ} \rightarrow u_1^2 = \frac{2 \bullet g_0 \bullet R_Γ}{3} \rightarrow$

$u_1 = 6{,}53 \bullet 10^3 \; m/s.$

Μονάδες 6

4.2. Θεωρούμε τη διάρκεια της έκρηξης πολύ μικρή και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$

$M \bullet u = m_1 \bullet u_1 + m_2 \bullet 0 \rightarrow M \bullet u = \frac{2M}{3} \bullet u_1$

Επομένως: $u = \frac{2u_1}{3} = 4{,}35 \bullet 10^3 \; m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος m_2 από το σημείο Γ έως την επιφάνεια της Γης:

17066-Λύση

$ΔK = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 - 0 = m_2 \bullet (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 = m_2 \bullet (-G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} + G \bullet \frac{M_Γ}{R_Γ})$

$\frac{1}{2} \bullet u_2^2 = +2G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} \rightarrow u_2^2 = \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_Γ}{3} \rightarrow$

$u_2 = 9{,}24 \bullet 10^3 \ m/s$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από την επιφάνεια της Γης έως το σημείο Γ λίγο πριν την έκρηξη:

$ΔK = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - \frac{1}{2} \bullet M \bullet u_0^2 = M \bullet (V_A - V_Γ)$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -G \bullet \frac{M_Γ}{R_Γ} + G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ}$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -2G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ}$

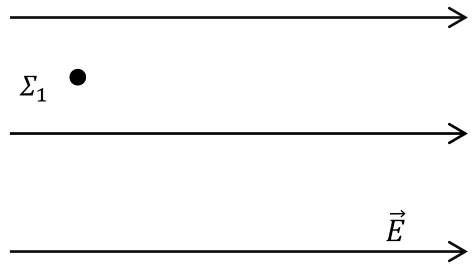
$u^2 - u_0^2 = -4G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} \rightarrow u_0^2 = u^2 + 4G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} \rightarrow$

$u_0^2 = u^2 + \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_Γ}{3} \rightarrow u_0 = 10{,}21 \bullet 10^3 \ m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 17169

Σωματίδιο Σ_1 μάζας $m = 10^{-3}\ \mathrm{kg}$ και φορτίου $q = 10^{-5}\ \mathrm{C}$ αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3\ \mathrm{N/C}$. Το σωματίδιο μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του σωματιδίου όταν αυτό έχει διανύσει απόσταση $d = 20\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σωματίδιο και της τελικής του θέσης (μετά από $d = 20\ \mathrm{m}$).

Μονάδες 4

Όταν το σωματίδιο Σ_1 διανύσει την απόσταση $d = 20\ \mathrm{m}$, συναντά δεύτερο σωματίδιο Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά.

4.3. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σωματιδίου δεδομένου ότι κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου Σ_1.

Μονάδες 6

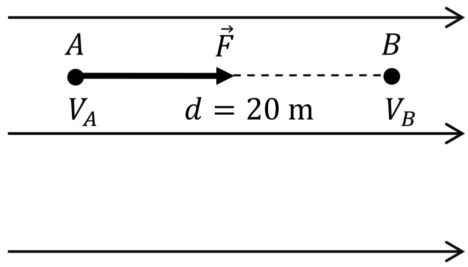
4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σωματίδιο, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1 (όταν το σωματίδιο Σ_1 έχει διανύσει και πάλι την απόσταση $d = 20\ \mathrm{m}$), το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

17169-Λύση



4.1. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } \boldsymbol{\alpha = 10\ \frac{m}{s^2}} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2\ \text{s} \quad (3)$$

$$\text{και } \upsilon = \alpha\Delta t \xrightarrow{(2),(3)} \boldsymbol{\upsilon = 20\ \frac{m}{s}} \quad (4)$$

Μονάδες 8

4.2. Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta V = 2 \cdot 10^4\ V} \quad (5)$$

Μονάδες 4

4.3. Έστω m' η μάζα του σωματιδίου Σ_2 και V η ταχύτητα του συσσωματώματος. Για την πλαστική κρούση των δύο σωματιδίων από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$m\upsilon = (m + m')V \quad (6)$$

Το ποσοστό απώλειας της μηχανικής ενέργειας είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ ή } -75\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ και τελικά } \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{1}{4} \quad (7)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε

$$\frac{\frac{1}{2}(m + m')V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{(m + m')\left(\frac{m\upsilon}{m + m'}\right)^2}{m\upsilon^2} = \frac{1}{4}$$

και τελικά

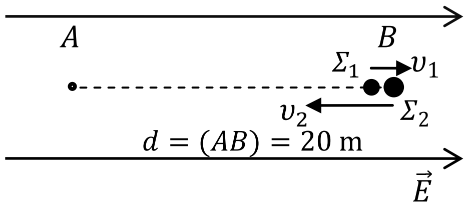
$$m' = 3m \text{ ή } \boldsymbol{m' = 3 \cdot 10^{-3}\ kg} \quad (8)$$

Μονάδες 6

4.4. Η κρούση των δύο σωματιδίων γίνεται στο σημείο B αφού το σώμα Σ_1 έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m.

Η ταχύτητα του φορτισμένου σημειακού σώματος Σ_1 πριν τη κρούση είναι

$$\upsilon_1 = 20\ \frac{m}{s} \quad \text{(ερώτημα 4.1.)}$$



Πριν τη κρούση

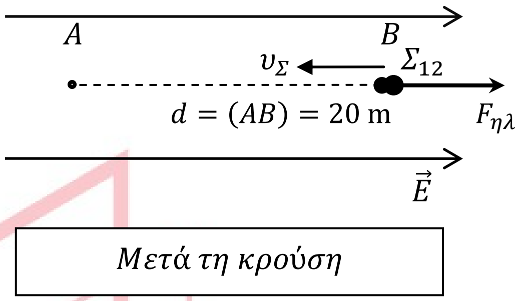
17169-Λύση

Έστω υ_2 η ζητούμενη ταχύτητα του σώματος Σ_2. Μετά τη κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα υ_Σ με φορά προς το σημείο A.

Εφαρμόζουμε για το συσσωμάτωμα το Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των σημείων B και A (στο σημείο A το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα).

$$K_A - K_B = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_B = -F_{\eta\lambda} d \Rightarrow$$

$$K_B = Eqd \;(9)$$



Αλλά δεδομένου ότι $m_\Sigma = 4m$ έχουμε

$$K_B = \frac{1}{2} 4m\upsilon_\Sigma^2 \;(10)$$

Από τις σχέσεις (9) και (10) έχουμε τελικά

$$\upsilon_\Sigma = \sqrt{\frac{Eqd}{2m}} \text{ ή } \upsilon_\Sigma = 10\ \frac{\text{m}}{s} \;(11)$$

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \quad \text{(και θεωρώντας τη φορά προς τα αριστερά ως θετική)}$$

$$3m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 4m\upsilon_\Sigma$$

και τελικά

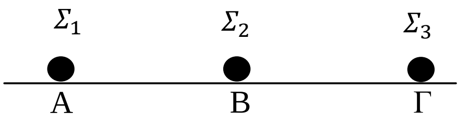
$$\upsilon_2 = \frac{4\upsilon_\Sigma + \upsilon_1}{3} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon_2 = 20\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17170

Τρία σημειακά σωματίδια Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται σε ευθεία, στις θέσεις Α, Β και Γ ενός οριζοντίου μονωτικού επιπέδου μεγάλων διαστάσεων. Για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r = 3\ \mathrm{m}$. Οι μάζες των σωματιδίων είναι $m_1 = m_3 = m = 3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$, ενώ για τα φορτία τους ισχύει: $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Ποιο από τα φορτία του παραπάνω συστήματος δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, όταν τα σωματίδια βρίσκονται στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί αρχικά;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.3. Αφήνουμε τα φορτία Σ_1 και Σ_3 ελεύθερα να κινηθούν ενώ το Σ_2 παραμένει στην αρχική του θέση. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν θα έχουν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση.

Μονάδες 8

Επαναφέρουμε τα φορτία στις αρχικές τους θέσεις. Ακινητοποιούμε τα Σ_1 και Σ_3 στις θέσεις Α και Γ και τα κρατάμε σταθερά σε αυτές και εκτοξεύουμε το Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\sqrt{21}\ \mathrm{m/s}$ (σε διεύθυνση διαφορετική από την ευθεία στην οποία βρίσκονται τα τρία φορτία).

4.4. Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το Σ_2 φτάνει στο άπειρο;

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

17170-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι

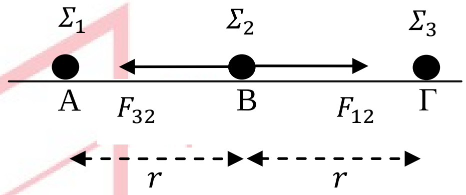
$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 75\ \mathrm{J}}\ \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το φορτίο Σ_2 δέχεται από τα φορτία Σ_1 και Σ_3 αντίθετες δυνάμεις μέτρου



$$F_{12} = F_{32} = k_c \frac{q^2}{r^2}$$

όπου $q_1 = q_2 = q_3 = q$ και $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r$

Μονάδες 4

4.3. Το σύστημα των τριών σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_3 \upsilon_3 \xRightarrow{m_1 = m_3 = m} \upsilon_1 = \upsilon_3 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_3 = K\ \ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{75}{2}\ \mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 50\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 8

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{3,\alpha\rho\chi} + U = K_{3,\tau\varepsilon\lambda} + U_{13} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon_0^2 + U = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + k_c \frac{q^2}{2r}$$

και τελικά

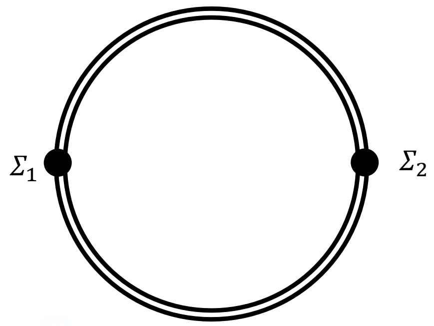
$$\boldsymbol{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = 120\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17171

Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$ και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1\ \mathrm{g}$ μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3\ \mathrm{m}$, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.



4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 6

4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.

4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

Μονάδες 7

4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

17171-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U} = \mathbf{15\,J} \;\; (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m} \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \;\; (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}\,\mathbf{J}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{100}\sqrt{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ} \Rightarrow m_1 \upsilon_0 - m_2 \upsilon_0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m}$$

$$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \;\; (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xRightarrow{(1),(3)} 2\frac{1}{2} m \upsilon_0^2 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \mathbf{20\,J}$$

αλλά

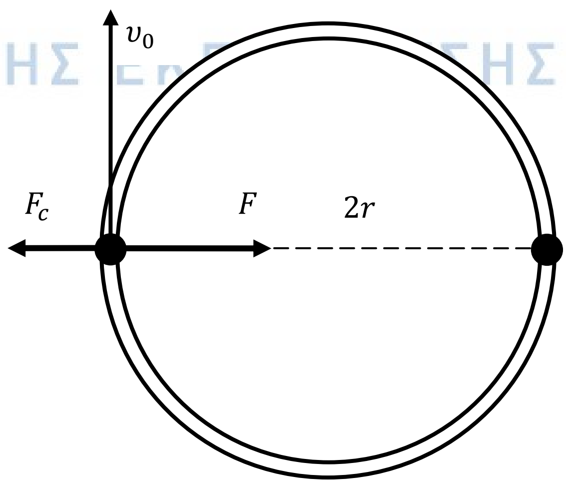
$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{200}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 7

4.4. Για να εκτελεί το σωματίδιο ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι κάθετες στην ταχύτητά του και να ισχύει:

$$ΣF = F_{κεντρομολος} \Rightarrow F - F_c = \frac{m \upsilon_0^2}{r} \Rightarrow$$

$$F = k_c \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} + \frac{m \upsilon_0^2}{r}$$



Όπου F_c η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων και F η δύναμη που ασκείται από τις κυκλικές ράγες.

Με αντικατάσταση έχουμε τελικά

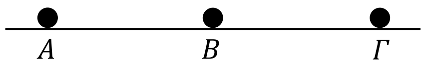
$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathbf{65}}{\mathbf{6}}\,\mathbf{N}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

17172

Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-4}\, C$ βρίσκονται στις θέσεις A και B, πάνω σε οριζόντιο μονωμένο επίπεδο μεγάλων διαστάσεων, για τις οποίες ισχύει $AB = 3\ \mathrm{m}$. Η μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο A είναι $m = 0{,}2\ \mathrm{kg}$.



4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η τιμή του φορτίου q_3 τρίτου σημειακού φορτισμένου σώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο Γ της ευθείας AB, για το οποίο ισχύει $B\Gamma = 3\ \mathrm{m}$, ώστε η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων να είναι μηδενική.

Μονάδες 6

4.3. Να εξετάσετε αν σε κάποιο από τα φορτία q_1, q_2 και q_3 η συνισταμένη δύναμη από τα άλλα είναι μηδέν στις θέσεις A, B και Γ αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Ακινητοποιούμε τα φορτία q_2 και q_3 στις θέσεις B και Γ και αφήνουμε το q_1 ελεύθερο να κινηθεί.

4.4. Αφού αιτιολογήσετε γιατί το φορτίο q_1 μπορεί να φτάσει στο άπειρο (δηλαδή σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα άλλα δύο φορτία), να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο άπειρο.

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

17172-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

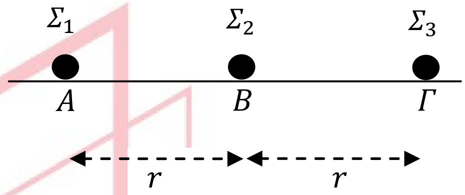
$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 270\,\mathrm{J}} \;\; (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι



$$U' = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r} \;\; (2)$$

όπου $q_1 = q_2 = q$ και $AB = B\Gamma = r$

Από σχέση (2) έχουμε

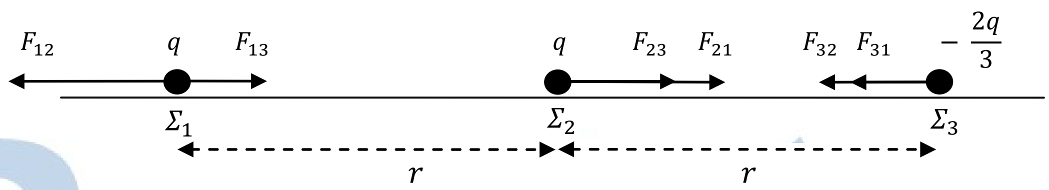
$$0 = k_c \frac{q^2}{r} + k_c \frac{q q_3}{2r} + k_c \frac{q q_3}{r} \;\; (3)$$

και τελικά

$$q_3 = -\frac{2q}{3} \;\; ή \;\; \boldsymbol{q_3 = -2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{C}}$$

Μονάδες 6

4.3.



Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που δέχεται κάθε φορτίο από τα άλλα δύο φορτία.

Φορτίο Σ_1: $\Sigma F_1 = F_{12} - F_{13} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{\frac{2}{3}q^2}{(2r)^2} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{q^2}{6r^2} \Rightarrow \Sigma F_1 \neq 0$

Φορτίο Σ_2: $\Sigma F_2 = F_{21} + F_{23} \Rightarrow \Sigma F_2 \neq 0$

Φορτίο Σ_3: $\Sigma F_3 = F_{31} + F_{32} \Rightarrow \Sigma F_3 \neq 0$

Τελικά σε κανένα φορτίο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.4. Το φορτίο Σ_1 δέχεται συνολική δύναμη διάφορη του μηδενός με φορά προς τα αριστερά (από το προηγούμενο ερώτημα $F_{12} = 6F_{13}$).

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} 0 + U' = K + U_{23} \overset{(3)}{\Longrightarrow}$$

$$K = -U_{23} \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon^2 = -k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

και τελικά

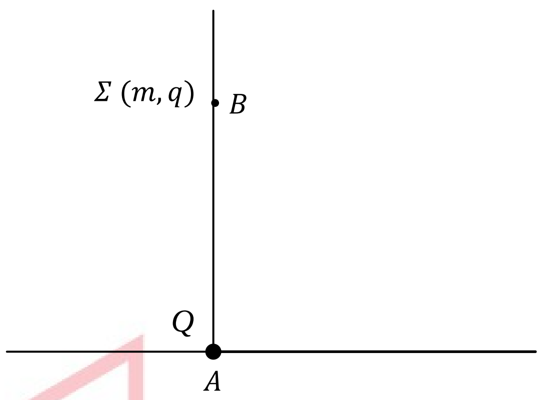
$$\upsilon = 30\sqrt{2}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17173

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = 4\ \mu\text{C}$ βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο A οριζόντιου μονωτικού δαπέδου. Σε σημείο B που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το φορτίο Q και σε απόσταση $r = AB = 20\ \text{cm}$ από αυτό, αφήνουμε ελεύθερο ένα σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ έχει μάζα $m = 20\ \text{g}$ και ηλεκτρικό φορτίο $q = 2\ \mu\text{C}$. Να θεωρήσετε μηδενική την αντίσταση του αέρα.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όταν το Σ βρίσκεται στο σημείο B.

Μονάδες 5

4.2. Να βρείτε τη κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ, όταν το αφήσουμε ελεύθερο στο σημείο B.

Μονάδες 6

Το σώμα Σ μετακινείται «αυθόρμητα» λόγω της αλληλεπίδρασής του με το φορτίο Q. Για μετακίνηση του σώματος Σ κατά $r' = 10\ \text{cm}$, από το σημείο B όπου το αφήσαμε ελεύθερο, να υπολογίσετε:

4.3. Τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ.

Μονάδες 7

4.4. Την ταχύτητα που θα έχει το φορτισμένο σώμα Σ στο τέλος της μετακίνησης αυτής.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

17173-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

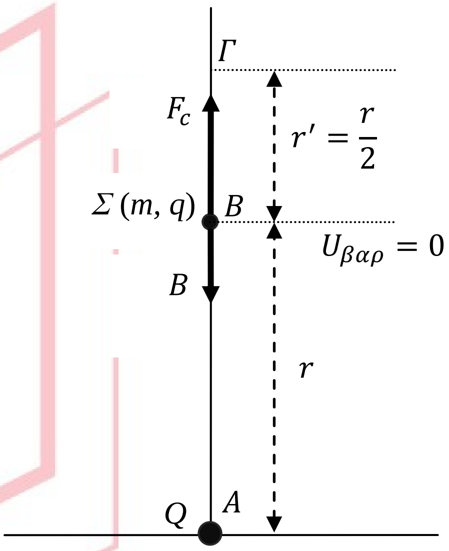
$$U = k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 36 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}}\ (1)$$

Μονάδες 5

4.2. Στο φορτίο q ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος B και η ηλεκτρική δύναμη F_c.



Έχουμε

$$\left.\begin{aligned} B &= mg \\ F_c &= k_c \frac{qQ}{r^2} \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} B &= 0{,}2\ \mathrm{N} \\ F_c &= 1{,}8\ \mathrm{N} \end{aligned}\right\} \text{ και τελικά } F_c > B$$

Επομένως το φορτίο θα κινηθεί κατακόρυφα προς τα πάνω εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ είναι

$$\Delta U_{\eta\lambda} = U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U = k_c \frac{qQ}{r + r'} - k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta U_{\eta\lambda} = -12 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}}\ (2)$$

Μονάδες 7

4.4. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi} + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \quad (3)$$

όπου με $U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi}$ και $U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda}$ η αρχική και τελική βαρυτική δυναμική ενέργεια αντίστοιχα.

Με τη βοήθεια του σχήματος από τη σχέση (3) έχουμε

$$0 + 0 + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} - U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} K_{\tau\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\eta\lambda} - mgr'$$

και τελικά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = 0{,}1\ \mathrm{J}$$

αλλά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = \sqrt{10}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17478

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 1\,g$ και φορτίο $q = +1\,\mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 10^{-2}\,\frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10\,\frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

ΘΕΜΑ 4

17478-Λύση

4.1. Ισχύουν:

$$|F_{\eta\lambda}| = |E| \cdot q = 10^{-5}\, N.$$

$$|F_{\eta\lambda}| = m \cdot |\alpha|\,,\ |\alpha| = \frac{|F_{\eta\lambda}|}{m}\,,\ |\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = \upsilon_0 - |\alpha| \cdot t_1 = 0$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -5 \cdot 10^{-8}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = \left(10^{-2} - \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}\right) m = 5 \cdot 10^{-3}\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}\,,\ V_0 - V_1 = -E \cdot x_1 = -5 \cdot 10^{-2}\, V$$

Μονάδες 7

18060

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{M} = 300\ \mathrm{kg}$ μπορεί να περιστρέφεται σε μέγιστο ύψος $\mathrm{h_1} = 2\mathrm{R_Γ}$ και ελάχιστο ύψος $\mathrm{h_2} = \mathrm{R_Γ}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης.

4.1. Ποια η ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.2. Ποιο το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου κατά την αλλαγή της τροχιάς του δορυφόρου, από ύψος $\mathrm{h_1}$σε ύψος $\mathrm{h_2}$ από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.3. Αν ο δορυφόρος συνέχιζε να περιστρέφεται στο ύψος $\mathrm{h_1}$, να υπολογίσετε την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε τμήμα του δορυφόρου μάζας $\mathrm{m_2} = 100\mathrm{kg}$, ώστε μόλις να φτάσει στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Αν το υπόλοιπο τμήμα του δορυφόρου εξακολουθεί να κινείται σε κυκλική τροχιά στο ύψος $\mathrm{h_1}$, με τις δικές του μηχανές, ποια η ολική μηχανική ενέργεια του δορυφόρου μετά την αποχώρηση της μάζας $\mathrm{m_2}$;

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την ελκτική δύναμη μεταξύ δορυφόρου και της μάζας $\mathrm{m_2}$. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_0} = 10\mathrm{m/s^2}$, η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_Γ} = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{21{,}33} = 4{,}62$.

18060-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την περιστροφή του δορυφόρου γύρω από τη Γη, η δύναμη παγκόσμιας έλξης αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη:

$F_N = F_k$, δηλαδή:

$$\frac{G\,M_\Gamma M}{(R_\Gamma+h_1)^2} = \frac{M u_1^2}{R_\Gamma+h_1} \leftrightarrow u_1^2 = \frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{3} \;(1)$$

Άρα η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_1 = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{3}} = 4{,}62 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$.

Μονάδες 6

4.2. Το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_w = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) =$$

$$= M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) =$$

$$= M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{6R_\Gamma}\right) = M \cdot \frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{6}$$ Επομένως: $W_w = 3{,}2 \cdot 10^9\ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.3. Θα χρησιμοποιήσουμε αρχή διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα Γη – μάζας m_2 :

$E_{\alpha\rho\chi} + E = E_{\tau\varepsilon\lambda}$, δηλαδή: $-G \cdot \frac{M_\Gamma m_2}{R_\Gamma+h_1} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_1^2 + E = 0$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1) έχουμε:

$$E = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m_2}{3R_\Gamma} - \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot m_2}{6} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot m_2}{6} = 1{,}06 \cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

4.4. Στο ύψος h_1 το υπόλοιπο μέρος του δορυφόρου έχει μάζα: $m_1 = M - m_2 = 200kg$, και συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Η συνολική μηχανική του ενέργεια είναι:

$E_{o\lambda} = K + U = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 - G \cdot \frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1}$, όπου: $u_1^2 = \frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1}$

Οπότε: $E_{o\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{G\,M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} - G \cdot \frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1} =$

18060-Λύση

$$-\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1}=-\frac{g_0\cdot R_\Gamma^2\cdot m_1}{6R_\Gamma}=-\frac{g_0\cdot R_\Gamma\cdot m_1}{6}$$

Τελικά: $E_{ολ}=-1{,}06\bullet 10^9\ \mathrm{J}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

18608

Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 45{,}5\ \mathrm{eV}$.
4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το ηλεκτρόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το ηλεκτρόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο ηλεκτρόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$ και η απόλυτη τιμή του φορτίου του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

ΘΕΜΑ 4

18608-Λύση

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = -e \cdot V_{AB}$, $V_{AB} = -45{,}5\,V$, $V = 45{,}5\,V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}\ \frac{m}{s} = 4 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 455\ \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_e} = \frac{E \cdot e}{m_e}$. Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_e}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_e} = 1{,}456 \cdot 10^{-10}\ \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 19227

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$ και η θερμή δεξαμενή της έχει θερμοκρασία $600\,K$. Εάν γνωρίζετε ότι το ποσό θερμότητας που απορροφά η μηχανή από τη θερμή δεξαμενή ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1500\,J$.

2.1.Α. να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$T_C\ (K)$	$W(J)$	$\lvert Q_c\rvert(J)$	$Q_h\ (J)$
			1500

Μονάδες 6

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας στην συμπλήρωση του πίνακα.

Μονάδες 6

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου θα μηδενιστεί στιγμιαία τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m\cdot\upsilon_0}{E\cdot e}$, **(β)** $\frac{m\cdot\upsilon_0}{2\cdot E\cdot e}$, **(γ)** $\frac{2\cdot m\cdot\upsilon_0}{E\cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19227-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.

T_C (K)	W(J)	$\lvert Q_c \rvert$(J)	Q_h (J)
300	**750**	**750**	**1500**

Μονάδες 6

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } W = e_C \cdot Q_h = 0{,}5 \cdot 1500 \text{ J} = 750 \text{ J}$$

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| \text{ ή } |Q_C| = Q_h - W = 750 \text{ J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e_C = 1 - \frac{T_C}{T_h} \text{ ή } \frac{T_C}{T_h} = 1 - e_C = 0{,}5 \text{ ή } T_C = 0{,}5 \cdot T_h = 300 \text{ K},$$

Όπου T_C η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής.

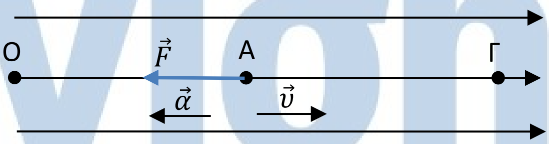
Μονάδες 6

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**.

Μονάδες 4

Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \ (1)$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } E \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \ (2)$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της (2) προκύπτει το ζητούμενο:

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \frac{E \cdot e}{m} \cdot (t - 0) \text{ ή } t = \frac{m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19228

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά το ιδανικό αέριο της μηχανής ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1200\,\mathrm{J}$. Η θερμότητα που απορροφά το ιδανικό αέριο από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας, ανά κύκλο λειτουργίας της μηχανής είναι ίσο με:

(α) $1200\,\mathrm{J}$, **(β)** $2400\,\mathrm{J}$, **(γ)** $2000\,\mathrm{J}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Το ηλεκτρόνιο επανέρχεται στο σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m \cdot υ_0}{E \cdot e}$, **(β)** $\frac{m \cdot υ_0}{2 \cdot E \cdot e}$, **(γ)** $\frac{2 \cdot m \cdot υ_0}{E \cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19228-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| = 1200\ \mathrm{J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

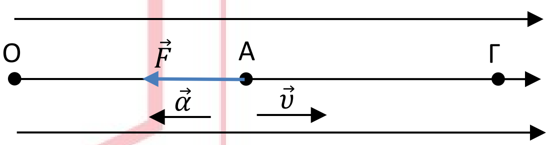
$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } Q_h = \frac{W}{e_C} = \frac{1200\ J}{0{,}5} = 2400\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4



2.2.Β. Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$F = E \cdot e \ (1)$$

Εφαρμόζοντας τον 2$^{\text{ο}}$ νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } E \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \ (2)$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι το σημείο Γ. Στην συνέχεια η ταχύτητα αλλάζει κατεύθυνση, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και την χρονική στιγμή t διέρχεται και πάλι από το σημείο Ο. Από την εξίσωση της μετατόπισης για την κίνηση, με αντικατάσταση της (2) και θέτοντας μηδενική μετατόπιση ($\Delta x = 0$) προκύπτει :

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t^2 \text{ ή } 0 = t \cdot \left(\upsilon_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t\right) \ (3)$$

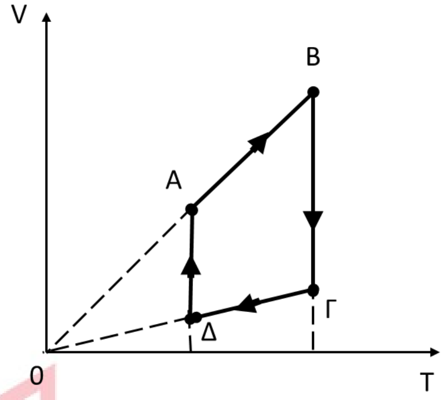
Άρα σύμφωνα με την (3) $t = 0$ (Περιγράφει τη στιγμή εισόδου στο ηλεκτρικό πεδίο) ή $t = \frac{2 \cdot m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$ (Περιγράφει την ζητούμενη χρονική στιγμή).

Μονάδες 9

19474

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η μεταβολή ΑΒΓΔΑ που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα όγκου – θερμοκρασίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός ιδανικού αερίου αποτελείται από:



(α) Δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(β) Δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(γ) Δύο ισόχωρες και δύο ισοβαρείς μεταβολές.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης:
(α) η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(β) το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(γ) η ένταση και το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19474-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στο διάγραμμα V-T κάθε ισοβαρής μεταβολή έχει σταθερή κλίση σύμφωνα με το νόμο Gay-Lussac:

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{T}} = \sigma\tau\alpha\theta. \text{ για } p = \sigma\tau\alpha\theta. \text{ και } n = \sigma\tau\alpha\theta$$

Επομένως, οι μεταβολές ΑΒ και ΓΔ είναι ισοβαρείς.

Επιπλέον, στο διάγραμμα V-T κάθε ισόθερμη μεταβολή είναι κάθετη στον άξονα T αφού:

$$T = \sigma\tau\alpha\theta. \text{ και } n = \sigma\tau\alpha\theta$$

Επομένως, οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισόθερμες.

Οπότε, η μεταβολή ΑΒΓΔΑ αποτελείται από δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

Μονάδες 8

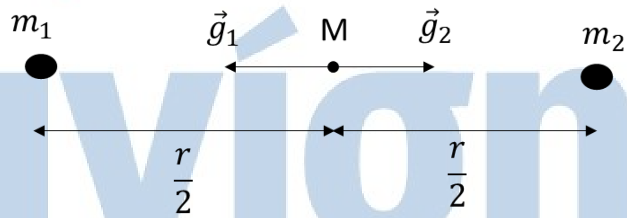
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο σημείο Μ η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίση με:



$$\vec{g}_M = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Longrightarrow g_M = g_1 - g_2 \Longrightarrow$$

$$g_M = G \cdot \frac{m_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - G \cdot \frac{m_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Longrightarrow g_M = 0$$

Στο σημείο Μ το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίσο με:

$$V_M = -\frac{Gm_1}{\frac{r}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{r}{2}} \Longrightarrow V_M = -G\frac{4m}{r} \Longrightarrow V_M \neq 0$$

Μονάδες 9

19480

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο βρίσκεται ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και θετικού φορτίου q_1. Στο ίδιο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο και σε απόσταση r από το σώμα Σ_1 βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m_1$ και αρνητικού φορτίου q_2. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι K_1 και K_2 αντίστοιχα.

Ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = 1$ **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος Η με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ και εκτελεί οριζόντια βολή με βεληνεκές S. Αν εκτοξεύσουμε οριζόντια το ίδιο σώμα από το ίδιο σημείο με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές:

α) παραμένει ίδιο **β)** διπλασιάζεται **γ)** τετραπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19480-Λύση

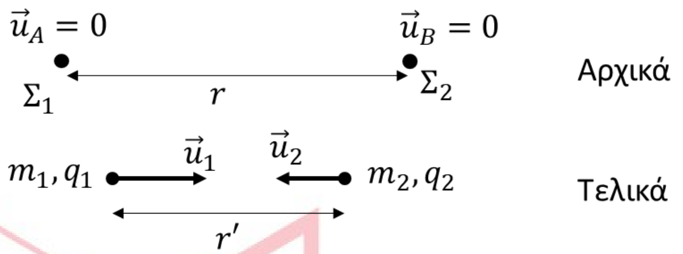
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ από την αρχική στην τελική κατάσταση του συστήματος.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 u_1 - m_2 u_2 \;\Rightarrow\; m_1 u_1 = m_2 u_2 \;\Rightarrow\; m_1 u_1 = 2m_1 u_2 \;\Rightarrow\; u_1 = 2u_2$$

Επομένως, $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 u_1^2}{\frac{1}{2}m_2 u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 \cdot 4u_2^2}{2m_1 \cdot u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = 2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την οριζόντια βολή, στον κατακόρυφο άξονα Υ το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν t_π είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος, τότε: $H = \frac{1}{2} g \cdot {t_\pi}^2$

Το χρονικό διάστημα t_π εξαρτάται μόνο από το ύψος H και το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας, επομένως είναι ίδιο ανεξάρτητα από την τιμή της οριζόντιας ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το σώμα.

Στον οριζόντιο άξονα Χ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_1 = \upsilon_0 \cdot t_\pi$

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_2 = 2\upsilon_0 \cdot t_\pi$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, $S_2 = 2S_1$.

Επομένως, το βεληνεκές διπλασιάζεται όταν εκτοξεύσουμε το σώμα με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$.

19480-Λύση

$x = \upsilon_0 \cdot t$ (1)

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος μετατοπίζεται οριζόντια κατά $x = s$ σε χρόνο πτώσης $t = t_\pi$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχω

Με απαλοιφή του χρόνου πτώσης t_π από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$H = \frac{g \cdot S^2}{2\upsilon_0^2} \Rightarrow S = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρώ ότι το βεληνεκές S είναι ανάλογο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας, επομένως, όταν διπλασιαστεί η αρχική ταχύτητα θα διπλασιαστεί και το βεληνεκές.

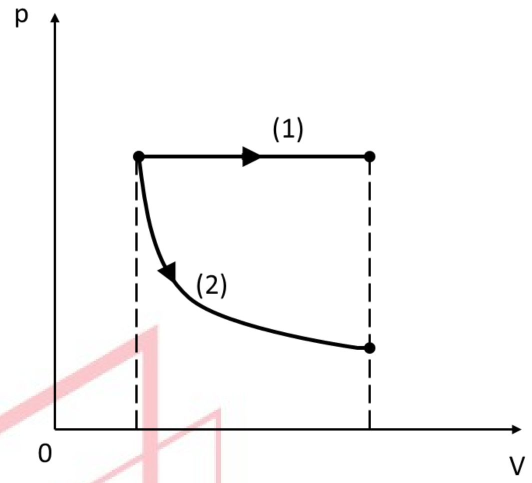
Μονάδες 9

19483

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται με τους δύο διαφορετικούς τρόπους που φαίνονται στο σχήμα: (1) με ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή, (2) με ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή.
Για τη θερμότητα που απορροφά το αέριο στις μεταβολές (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

(α) $Q_1 = Q_2$
(β) $Q_1 > Q_2$
(γ) $Q_1 < Q_2$



2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο q_1 βρίσκεται σε απόσταση $10cm$ από θετικό σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $q_2 = 1 \cdot 10^{-6}C$, οπότε το σύστημα των δύο σημειακών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_1. Αντικαθιστούμε το φορτίο q_2 με ένα άλλο φορτίο $q_2' = 3 \cdot 10^{-6}C$ και ταυτόχρονα μειώνουμε την απόσταση μεταξύ του q_1 και του q_2' έτσι ώστε να απέχουν $5cm$, οπότε το σύστημα των δύο σημειακών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_2. Ο λόγος $\frac{U_1}{U_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{3}$ **(β)** $\frac{U_1}{U_2} = \frac{3}{2}$ **(γ)** $\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{6}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19483-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ κάθε μεταβολής και του άξονα V είναι ίσο με το αντίστοιχο έργο του αερίου, επομένως: $W_1 > W_2$ (1).

Η μεταβολή (1) είναι ισοβαρής εκτόνωση – θέρμανση, επομένως: $\Delta U_1 > 0$ (2)

Η μεταβολή (2) είναι ισόθερμη εκτόνωση, επομένως: $\Delta U_2 = 0$ (3)

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι: $\Delta U_1 > \Delta U_2$ (4)

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι: $W_1 + \Delta U_1 > W_2 + \Delta U_2$ (5)

Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, $Q_1 = \Delta U_1 + W_1$ και $Q_2 = \Delta U_2 + W_2$, οπότε: $Q_1 > Q_2$

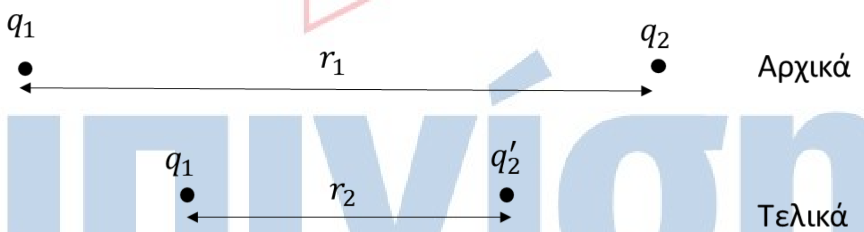
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Στην αρχική θέση όπου τα δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία απέχουν απόσταση r_1, το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια:

$U_1 = K_C \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}$

Στην τελική θέση όπου τα δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία απέχουν απόσταση r_2, το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια:

$U_2 = K_C \frac{q_1 \cdot q_2'}{r_2}$

Επομένως, $\frac{U_1}{U_2} = \frac{K_C \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}}{K_C \frac{q_1 \cdot q_2'}{r_2}} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{q_2 \cdot r_2}{q_2' \cdot r_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{6}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

19490

Δύο φορτισμένα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 10^{-6} Kg$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-6} Kg$ και ηλεκτρικά φορτία $q_1 = -5\mu C$ και $q_2 = -10\mu C$ αντίστοιχα. Τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το Σ_1 με ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει κατεύθυνση προς το Σ_2 και μέτρο $v_0 = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. Το σωματίδιο Σ_2 συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό.
Η αντίσταση του αέρα, οι τριβές και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση r_1, από το Σ_2, στην οποία θα φτάσει το Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 που τα σωματίδια βρίσκονται σε απόσταση r_1 απελευθερώνουμε το σωματίδιο Σ_2.
4.2. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{a_1}{a_2}$ των μέτρων των επιταχύνσεων των δύο σωματιδίων αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η απόσταση των σωματιδίων είναι $r_2 = 3r_1$.

Μονάδες 8

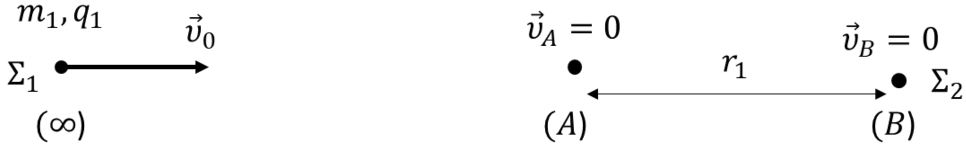
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2.

Μονάδες 5

19490-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1.
Έστω Α το σημείο στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του Σ_1. Στη θέση αυτή η απόσταση των δύο σωματιδίων είναι η ελάχιστη.



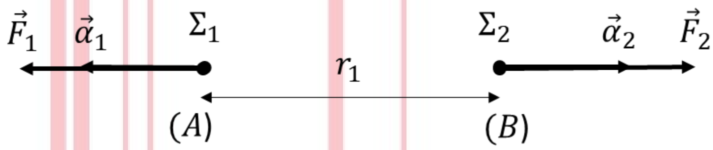
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 από το (∞) στο (Α).

$$\Delta K = W_{\infty \to A} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_0^2 = q_1 (V_\infty - V_A) \Rightarrow -\frac{1}{2} m_1 \upsilon_0^2 = q_1 \left(0 - K_C \frac{q_2}{r_1}\right) \Rightarrow r_1 = \frac{2 K_C q_1 q_2}{m_1 \upsilon_0^2}$$

Επομένως, $r_1 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-6}) \cdot (-10 \cdot 10^{-6})}{10^{-6} \cdot 9 \cdot 10^8} m \Rightarrow r_1 = 10^{-3} m$

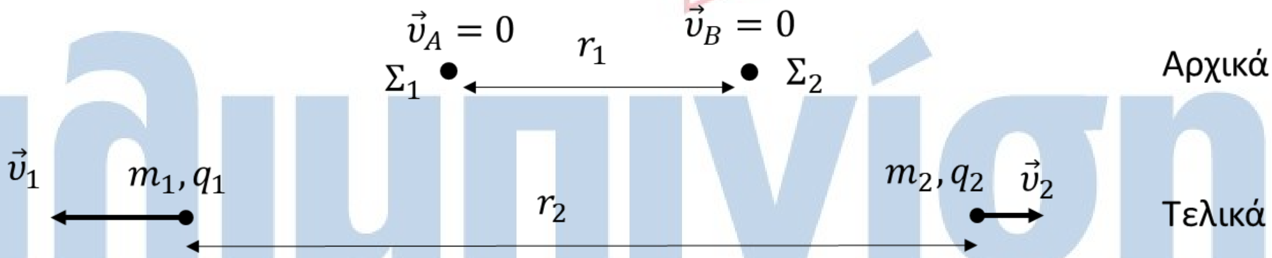
Μονάδες 6

4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωματιδίων είναι αντίθετες γιατί είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $F_1 = m_1 a_1$ και $F_2 = m_2 a_2$.
Επομένως,
$m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$.



Μονάδες 6

4.3.



Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο αφού $\Sigma \vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.
Σύμφωνα με την ΑΔΟ:
$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \Rightarrow m_1 \upsilon_1 = m_2 \upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2 \upsilon_2$ (1)
Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων είναι διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_C \frac{q_1 q_2}{r_1} = K_C \frac{q_1 q_2}{r_2} + \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2 K_C q_1 q_2}{9 m_1 r_1}}$
Με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon_2 = 10^4 \frac{m}{s}$, επομένως $\upsilon_1 = 2 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = F_1$ και $\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = F_2$, επομένως: $\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 5 \cdot 10^4 N$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

19491

Από σημείο Ο κατακόρυφου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$ που έχει μέτρο $E = 1000\frac{V}{m}$ και φορά προς τα πάνω, εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, σε κατεύθυνση αντίθετη από τις δυναμικές γραμμές φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m} = 1 \cdot 10^{11}\frac{C}{Kg}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_0 = 5 \cdot 10^6\frac{m}{s}$. Να θεωρήσετε ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και οι πάσης φύσεως αντιστάσεις στην κίνηση του σωματιδίου είναι ασήμαντες.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο και να καθορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει.

Μονάδες 6

4.2. Να καθορίσετε τη χρονική στιγμή t_1 και τη θέση Α στην οποία μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.3. Να καθορίσετε την ταχύτητα του σωματιδίου και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία επιστρέφει στο σημείο Ο. Να δώσετε μια ενεργειακή εξήγηση για την τιμή της ταχύτητας επιστροφής στο Ο.

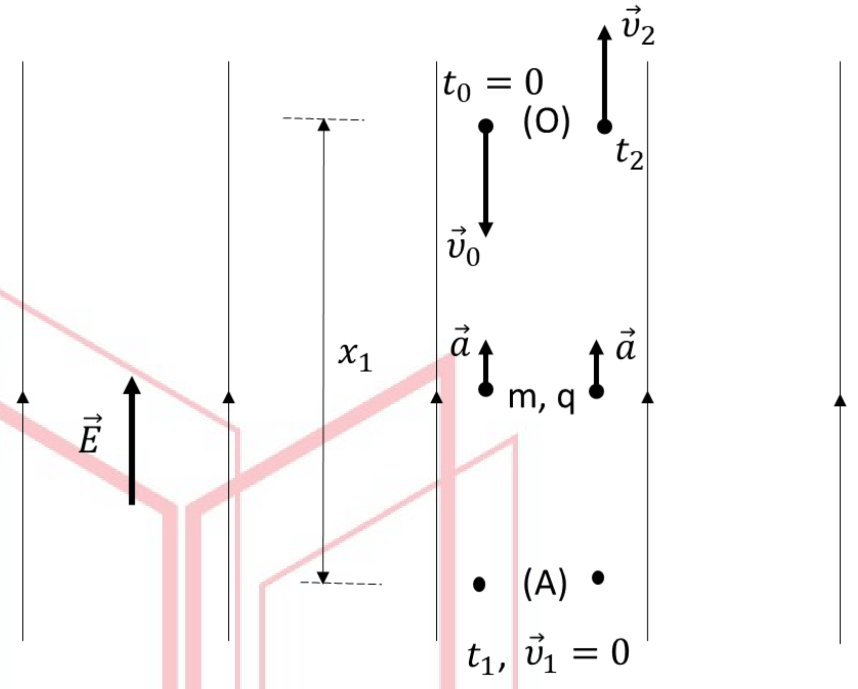
Μονάδες 8

4.4. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Ο και Α.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

19491-Λύση



4.1. Το ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο m, q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο σταθερή δύναμη $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$. Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, έχουμε:

$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{E} \cdot q \Rightarrow \vec{a} = \vec{E} \cdot \frac{q}{m}$.

Η επιτάχυνση $\vec{a}$ που αποκτά το σωματίδιο είναι σταθερή και αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας $\vec{v}_0$.

Επομένως το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ίσο με:

$$a = E \cdot \frac{q}{m} \Rightarrow a = 10^3 \cdot 10^{11} \frac{m}{s^2}$$

Επομένως, $a = 10^{14} \frac{m}{s^2}$

Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα του σωματιδίου μηδενίζεται στιγμιαία στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_1.

$$\upsilon_1 = 0 \Rightarrow \upsilon_0 - at_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{5 \cdot 10^6}{10^{14}}\, s \Rightarrow t_1 = 5 \cdot 10^{-8} s$$

$$x_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow x_1 = \left(5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-8} - \frac{1}{2} 10^{14} \cdot 25 \cdot 10^{-16}\right) m \Rightarrow x_1 = 0{,}125\, m$$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_2 το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο Ο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μετατόπιση x_2 τη χρονική στιγμή t_2 θα είναι:

$$x_2 = 0 \Rightarrow 0 = u_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 \xRightarrow{(t_2 \neq 0)} t_2 = \frac{2\upsilon_0}{a} \Rightarrow t_2 = 10 \cdot 10^{-8} s$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_0 - at_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_0 - a\frac{2\upsilon_0}{a} \Rightarrow \upsilon_2 = -\upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_2 = -5 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

Παρατηρούμε ότι $|\upsilon_2| = \upsilon_0$. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαδρομή $O \rightarrow A \rightarrow O$ είναι κλειστή και το ομογενές πεδίο είναι διατηρητικό, επομένως $W_{O \rightarrow A \rightarrow O} = 0$.

Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ: $\Delta K = W_{O \rightarrow A \rightarrow O} \Rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_0^2 = 0 \Rightarrow |\upsilon_2| = \upsilon_0$

Μονάδες 8

4.4. Τα σημείο Ο και Α ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου επομένως:

$$E = \frac{V_{AO}}{x_1} \Rightarrow V_{AO} = E \cdot x_1 \Rightarrow V_{AO} = 10^3 \cdot 0{,}125\, V \Rightarrow V_{AO} = 125\, V$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

19535

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 10^{-6}\ kg$ και φορτίο $q = +1\ \mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_0$, μέτρου $v_0 = 2 \cdot 10^2\ \frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^2\ \frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\ s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

19535-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύουν:

$$|F_{\eta\lambda}| = |E| \cdot q = 10^{-4}\, N.$$

$$|F_{\eta\lambda}| = m \cdot |\alpha| \,,\; |\alpha| = \frac{|F_{\eta\lambda}|}{m} \,,\; |\alpha| = 10^2\, \frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^2\, \frac{m}{s^2}$. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = 3 \cdot 10^2\, \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει:

$\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} \,,\; W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \,,\; W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\upsilon^2 - \upsilon_0^2) =$
$= 2{,}5 \cdot 10^{-2}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = 250\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1} \,,\; V_1 - V_0 = E \cdot x_1 = 2{,}5 \cdot 10^4\, V$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 19536

Πρωτόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 200\ \mathrm{eV}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το πρωτόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το πρωτόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του πρωτονίου, από την αρχική του θέση, μέχρι να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιταχυνόμενη κίνησή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο πρωτόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ και το φορτίο του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

19536-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = e \cdot V$, $V = 200\,V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}}\ \frac{m}{s} = 2 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 2 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το πρωτόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_p} = \frac{E \cdot e}{m_p}$. Το πρωτόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_p}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\overline{\Delta K}}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_p} = 3{,}2 \cdot 10^{-11}\ \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

20045

2.1. Ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η απόλυτη θερμοκρασία του είναι T και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\overline{K}$. Προκειμένου να διπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου θα πρέπει η θερμοκρασία του, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, να είναι:

(α) T, **(β)** $2 \cdot T$, **(γ)** $\frac{T}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τις αποστάσεις r_A και $r_B > R_\Gamma$ (R_Γ η μέση ακτίνα της Γης) δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, από το κέντρο της Γης, ισχύει $r_A = 2 \cdot r_B$. Για τα μέτρα των εντάσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης g_A και g_B, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, ισχύει:

(α) $g_A = \frac{g_B}{4}$, **(β)** $g_A = 4 \cdot g_B$, **(γ)** $g_A = \frac{g_B}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20045-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού, μονοατομικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $r_A = 2 \cdot r_B,\ r_A^2 = 4 \cdot r_B^2,\ G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_A^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_B^2},\ g_A = \frac{g_B}{4}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20046

2.1. Η διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$ δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, ενός πεδίου βαρύτητας είναι θετική. Αυτό σημαίνει ότι:

(α) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια,

(β) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Β στο σημείο Α δεν απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια,

(γ) κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι θετικό.

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά την αδιαβατική εκτόνωση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:

(α) αυξάνεται, **(β)** ελαττώνεται, **(γ)** παραμένει σταθερή

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20046-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το έργο της βαρυτικής δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{\vec{w}} = (V_A - V_B) \cdot m$ και συνεπώς είναι θετικό (παραγόμενο).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τον πρώτο (1^{o}) Θερμοδυναμικό Νόμο ισχύει: $Q = \Delta U + W$. Στην αδιαβατική μεταβολή όμως $Q = 0$. Έτσι, $0 = \Delta U + W$, $\Delta U = -W$. Κατά την εκτόνωση: $W > 0$, οπότε: $\Delta U < 0$, $\Delta T < 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20634

2.1. Δύο απομονωμένες σημειακές μάζες $m_1 = \mathrm{M}$ και $m_2 = 8\mathrm{M}$ βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα μιας ευθείας (ε) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση d. Σε ένα σημείο Γ της ευθείας (ε) και ανάμεσα στα σημεία Α και Β, που απέχει απόσταση $\mathrm{d}/4$ από το σημείο Α, αφήνουμε ελεύθερη τρίτη σημειακή μάζα m, η οποία στη συνέχεια:

(α) θα παραμείνει ακίνητη.

(β) θα κινηθεί προς το σημείο Α.

(γ) θα κινηθεί προς το σημείο Β.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια θερμική μηχανή λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $\mathrm{T}_1 = \mathrm{T}$ και $\mathrm{T}_2 = 1{,}5\mathrm{T}$ και σε κάθε κύκλο μας δίνει ωφέλιμο μηχανικό έργο W. Η ελάχιστη θερμότητα $\mathrm{Q_{min}}$, που καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας η θερμική μηχανή για να δώσει το παραπάνω έργο W είναι

(α) $\mathrm{Q_{min}} = \mathrm{W}/3$, **(β)** $\mathrm{Q_{min}} = 1{,}5\mathrm{W}$, **(γ)** $\mathrm{Q_{min}} = 3\mathrm{W}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20634-Λύση

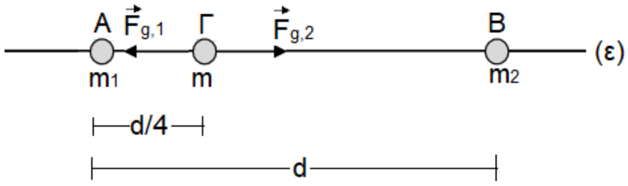
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_1 είναι:

$$F_{g,1} = G\frac{Mm}{(d/4)^2} = 16G\frac{Mm}{d^2} \quad (1)$$

ενώ η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_2 είναι:

$$F_{g,2} = G\frac{8Mm}{(3d/4)^2} = 16G\frac{8Mm}{9d^2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παρατηρούμε ότι $F_{g,1} > F_{g,2}$. Συνεπώς, η μάζα m θα κινηθεί προς το σημείο Α.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν η θερμική μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_1 = T$ και $T_2 = 1{,}5T$, έχει συντελεστή απόδοσης:

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{T}{1{,}5T} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα Carnot, ο μέγιστος συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής είναι:

$$e_{max} = e_C = \frac{1}{3} \quad (2)$$

Από τον ορισμό του συντελεστή απόδοσης μιας θερμικής μηχανής έχουμε:

$$e = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow Q_h = \frac{W}{e} \quad (3)$$

Για να έχουμε την ελάχιστη θερμότητα Q_h που καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας η θερμική μηχανή για να δώσει το έργο W, πρέπει ο συντελεστής απόδοσης e να είναι μέγιστος, δηλαδή $e = e_{max} = 1/3$, οπότε:

$$Q_{h,min} = Q_{min} = \frac{W}{e_{max}} = 3W$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20639

2.1 Ένας δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου R_Γ, είναι η ακτίνα της Γης, με περίοδο περιφοράς T. Αν ο δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, η περίοδος περιφοράς του

(α) τριπλασιάζεται.

(β) τετραπλασιάζεται.

(γ) οκταπλασιάζεται.

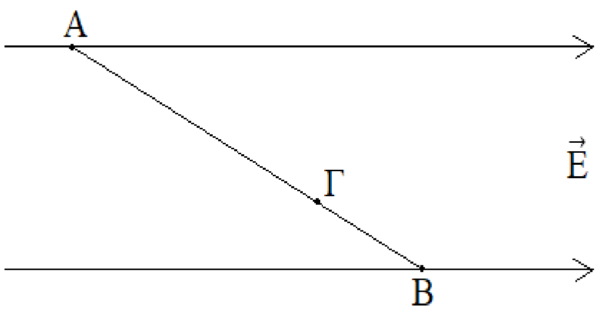
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημεία Α και Β ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δεν ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή έχουν δυναμικά V_A και V_B αντίστοιχα και ισχύει ότι $V_A = -3{,}5V_B$. Ένα άλλο σημείου Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΑΒ έτσι ώστε να ισχύει $(A\Gamma) = 2 \cdot (\Gamma B)$. Το δυναμικό V_Γ, του σημείου Γ, είναι:



(α) $V_\Gamma = \frac{V_B}{2}$, **(β)** $V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}$, **(γ)** $V_\Gamma = \frac{V_B}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20639-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (1)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} \qquad (2)$$

Άρα η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τη Γη στο ύψος αυτό είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + h)^3}{g_o R_\Gamma^2}} \qquad (3)$$

Συνεπώς για τα ύψη $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ και $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης προκύπτει αντίστοιχα:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{2}\right)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{3^3 \cdot R_\Gamma}{2^3 \cdot g_o}} \quad \text{και} \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + 5R_\Gamma)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{6^3 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

Άρα βρίσκουμε: $\frac{T'}{T} = 8$.

Μονάδες 8

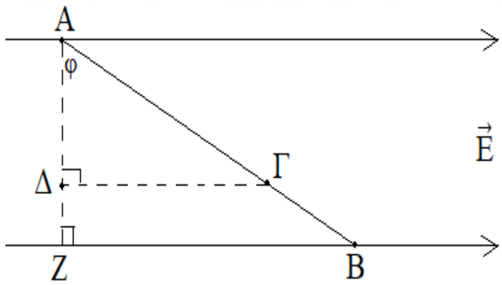
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Συνεπώς:



$$E = \frac{V_A - V_B}{(ZB)} = \frac{-3{,}5V_B - V_B}{(AB)\eta\mu\varphi} = -\frac{4{,}5V_B}{[(A\Gamma) + (\Gamma B)]\eta\mu\varphi} \Rightarrow$$

$$E = -\frac{4{,}5V_B}{3(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (1)$$

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(\Delta\Gamma)} = \frac{-3{,}5V_B - V_\Gamma}{(A\Gamma)\eta\mu\varphi} \Rightarrow E = -\frac{3{,}5V_B + V_\Gamma}{2(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε: $V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}$.

Μονάδες 9

20643

ΘΕΜΑ 2

2.1 Φορτισμένη σταγόνα λαδιού, βάρους W και ηλεκτρικού φορτίου q, ισορροπεί μέσα σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο έχει δημιουργηθεί σε ένα πάγκο του εργαστηρίου της Φυσικής. Η κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι κατακόρυφη προς τα κάτω. Η σταγόνα ισορροπεί υπό την επίδραση μόνο των δυνάμεων που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο και από το βαρυτικό πεδίο της Γης. Αν το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι E, τότε το ηλεκτρικό φορτίο q της σταγόνας του λαδιού

(α) είναι θετικό και ισχύει $|q| = \frac{W}{E}$.

(β) είναι αρνητικό και ισχύει $|q| = \frac{W}{E}$.

(γ) είναι αρνητικό και ισχύει $|q| = \frac{E}{W}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης, έτσι ώστε το ανώτατο σημείο στο οποίο φτάνει να είναι το σημείο όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_o/9$, όπου g_o, είναι το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της. Αν $R_Γ$, είναι η ακτίνα της Γης και θεωρήσουμε ότι στο σώμα κατά την κίνησή του ασκείται μόνο η δύναμη βαρύτητας της Γης, η ολική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι:

(α) $E = -\frac{1}{2}mg_oR_Γ$, **(β)** $E = -\frac{1}{3}mg_oR_Γ$, **(γ)** $E = -\frac{1}{9}mg_oR_Γ$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20643-Λύση

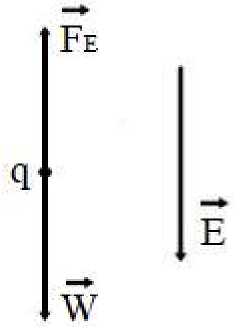
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Η σταγόνα λαδιού ισορροπεί με την επίδραση των δυνάμεων του βάρους W και της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει φορά προς τα κάτω, επομένως η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να έχει φορά προς τα πάνω ώστε να ισορροπεί, άρα το ηλεκτρικό φορτίο q της σταγόνας είναι αρνητικό. Συνεπώς, λόγω ισορροπίας έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_E = W \Rightarrow E|q| = W \Rightarrow |q| = \frac{W}{E}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad \text{(1 μονάδα)}$$

Σε ύψος h, από την επιφάνεια της Γης, όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_h = g_o/9$, θα έχουμε:

$$g_h = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \implies \frac{g_o}{9} = \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} \Rightarrow 3R_\Gamma = R_\Gamma + h \implies h = 2R_\Gamma \qquad \text{(3 μονάδες)}$$

Στο ύψος h, από την επιφάνεια της Γης η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα είναι:

$$E_h = K_h + U_h = 0 + \left(-G\frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h}\right) = -\frac{m g_o R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = -\frac{1}{3} m g_o R_\Gamma \qquad \text{(3 μονάδες)}$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα Γη-σώμα, η ολική ενέργεια Ε του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι ίση με την E_h, οπότε:

$$E = -\frac{1}{3} m g_o R_\Gamma \qquad \text{(2 μονάδες)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 20656

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 10^4\ Kg$ και $m_2 = 9 \cdot 10^4\ Kg$ αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση $r = 10\ Km$.

Να υπολογίσετε:

4.1. το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους.

Μονάδες 6

4.2. την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2\ Km$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2, των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β.

Μονάδες 7

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2, όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r′, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$.

ΘΕΜΑ 4

20656-Λύση

4.1. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους είναι:

$$V_M = V_1 + V_2 \;\Rightarrow\; V_M = -G\frac{m_1}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2}{\frac{r}{2}} = -\frac{2G}{r}(m_1 + m_2) = -13{,}34 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω x, η απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν. Άρα:

$$\vec{g}_{ολ} = 0 \;\Rightarrow \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0 \;\Rightarrow g_1 = g_2 \;\Rightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(r-x)^2} \;\Rightarrow \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{x}{r-x} \;\Rightarrow x = 2500\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \;\Rightarrow 0 + 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Άρα ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων Α και Β είναι:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} = \frac{m_1}{m_2}\cdot\left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = 9$$

Μονάδες 7

4.4. Οι δυναμικές ενέργειες U_1, U_2 του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r΄ αντίστοιχα, δίνονται από τις σχέσεις:

$$U_1 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \quad (1) \qquad U_2 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}}{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'}} = \frac{r'}{r} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20661

Ένας δορυφόρος Α, μάζας $m_1 = 300\text{Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνειά της, όπου R_Γ, η ακτίνα της Γης.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω, με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $m = 2\text{Kg}$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $m_2 = 100\text{Kg}$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5\ \text{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ \text{m/s}^2$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

20661-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \;\Longrightarrow\; G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{r} = -\frac{m_1 g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{m_1 g_o R_\Gamma}{2} = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Μονάδες 5

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m_1}{r^2} = m_1\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

Άρα η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{\upsilon}{R_\Gamma + h} = \frac{\upsilon}{2R_\Gamma} = 43{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{M_\Gamma m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\frac{g_o R_\Gamma}{2} - m\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -m\frac{g_o R_\Gamma}{4} = -16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W, προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_\infty + U_\infty$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_\infty = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = 16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \;\Rightarrow m_1\upsilon - m_2\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

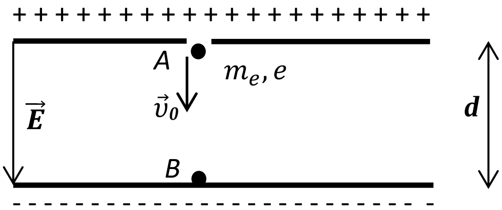
Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2}100\% = 75\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20716



Δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι αντίθετα φορτισμένοι. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ του οπλισμού που είναι φορτισμένος θετικά και του οπλισμού που είναι φορτισμένος αρνητικά είναι V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται από μικρή οπή, που βρίσκεται στο θετικό οπλισμό (σημείο Α), με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μέτρου $7 \cdot 10^6\ \mathrm{m/s}$. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών, έντασης $\vec{E}$, με κατεύθυνση προς τον αρνητικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $d = 10\ \mathrm{mm}$. Να υπολογίσετε:

4.1. την διαφορά δυναμικού V έτσι ώστε το ηλεκτρόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει τον αρνητικό οπλισμό,

Μονάδες 6

4.2. την ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση με την οποία το ηλεκτρόνιο θα επιστρέψει στο σημείο Α,

Μονάδες 6

4.3. τη χρονική στιγμή που το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στο σημείο Α, εάν ως $t = 0\ s$ θεωρηθεί η χρονική στιγμή που το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο.

Μονάδες 7

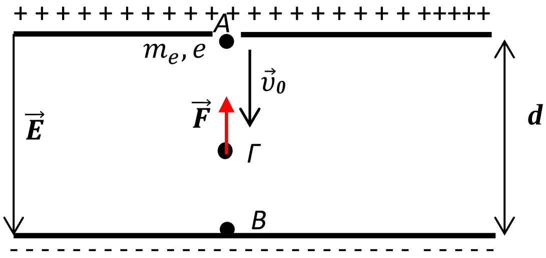
4.4. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ ενός σημείου του οπλισμού που είναι φορτισμένος θετικά και σημείου που απέχει από αυτόν απόσταση $\frac{3 \cdot d}{4}$.

Μονάδες 6

Δίνονται το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου του ηλεκτρονίου (στοιχειώδες φορτίο) προς τη μάζα του, $\frac{e}{m_e} = 1{,}75 \cdot 10^{11} C/kg$ και το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

20716-Λύση



4.1. Έστω Α το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Γ ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του και Β το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$F = E \cdot e \ (1)$$

Όμως η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:

$$E = \frac{V}{d} \text{ και } F = \frac{V}{d} \cdot e \ (2)$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α στο Β και με χρήση της (2) έχουμε:

$$K_B - K_A = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 = -F \cdot d \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 = e \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot {v_0}^2}{2 \cdot e}$$

$$\text{ή } V = \frac{(7 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{11}} V = 140 \text{ V}$$

Μονάδες 3

4.2. Η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητική οπότε το έργο της κατά μήκος της κλειστής διαδρομής $A \to B \to A$ (η μετατόπιση σε αυτήν την διαδρομή είναι μηδέν) είναι μηδενικό. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά μήκος της κλειστής διαδρομής $A \to B \to A$, οπότε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_A}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 = 0 \text{ ή } v_A = \pm v_0 = \pm 7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Η επιτάχυνση αρχικά είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι το σημείο Β. Στην συνέχεια η ταχύτητα αλλάζει κατεύθυνση, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αποτέλεσμα να διέλθει και πάλι από το σημείο Α. Άρα η ταχύτητα $\vec{v}_A$ θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την $\vec{v}_0$ οπότε για την τιμή της ισχύει:

$$v_A = -7 \cdot 10^6 \ m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (2) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } \frac{V}{d} \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{V \cdot e}{d \cdot m}$$

$$\text{ή } \alpha = \frac{\frac{140 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{11}}{10 \cdot 10^{-3}} m}{s^2} = 2{,}45 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 \ (3)$$

Μονάδες 4

Από την εξίσωση της μετατόπισης για την κίνηση, και θέτοντας μηδενική μετατόπιση ($\Delta x = 0$) προκύπτει :

$$\Delta x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ ή } 0 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } 0 = t \cdot (v_0 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t) \ (4)$$

Άρα σύμφωνα με την (4), $t = 0$ (Περιγράφει τη στιγμή εισόδου στο ηλεκτρικό πεδίο) ή $t = \frac{2 \cdot \upsilon_0}{\alpha}$ (Περιγράφει την ζητούμενη χρονική στιγμή). Με αντικατάσταση της (3):

$$t = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^6\, m/s}{2{,}45 \cdot 10^{15} m/s^2} \cong 5{,}7 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 3

4.4. Έστω V' η ζητούμενη διαφορά δυναμικού. Η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικού πεδίου είναι σταθερή και η σχέση της με την διαφορά δυναμικού περιγράφεται στην λύση του ερωτήματος 4.1. Άρα:

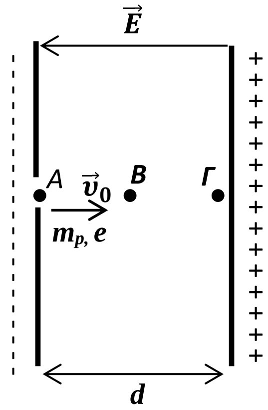
$$E = \frac{V}{d} = \frac{V'}{\frac{3 \cdot d}{4}} \text{ ή } V' = \frac{3 \cdot V}{4} = 105\ \mathrm{V}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20717

Δύο κατακόρυφοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι φορτισμένοι με τάση V. Ένα πρωτόνιο εισέρχεται από μικρή οπή που βρίσκεται στον αρνητικό οπλισμό (σημείο Α), με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μέτρου 10^5 m/s. Η ταχύτητα του πρωτονίου όπως φαίνεται στο σχήμα είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί μεταξύ των οπλισμών, με κατεύθυνση προς τον θετικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $d = 10$ mm και $(AB) = (B\Gamma)$. Να υπολογίσετε:



4.1. την τιμή της τάσης V έτσι ώστε το πρωτόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει το θετικό οπλισμό,

Μονάδες 6

4.2. το λόγο $\frac{V_{BA}}{V_{\Gamma A}}$ μεταξύ των διαφορών δυναμικού μεταξύ των σημείων Β, Α και των σημείων Γ, Α ,

Μονάδες 6

4.3. το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το πρωτόνιο στη θετική πλάκα, καθώς και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει στο σημείο εκτόξευσης,

Μονάδες 6

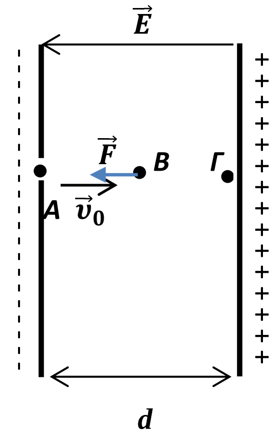
4.4. την κινητική ενέργεια του πρωτονίου στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο οπλισμών (σημείο Β).

Μονάδες 7

Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

20717-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Έστω Α το σημείο εισόδου του πρωτονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Β το μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο οπλισμών και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το πρωτόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$F = E \cdot e \ (1)$$

Όμως η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής.
Οπότε:

$$E = \frac{V}{d} \text{ και } F = \frac{V}{d} \cdot e \ (2)$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας-έργου από το Α στο Γ και με χρήση της (2) έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 = -F \cdot d \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 = e \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot {v_0}^2}{2 \cdot e}$$

$$\text{ή } V = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot (10^5)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ V ή } \boldsymbol{V = 50\ \mathrm{V}}$$

Μονάδες 3

Μονάδες 6

4.2. Όπως αναφέρθηκε στην λύση του ερωτήματος 4.1. η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Ισχύει $(\Gamma A) = 2 \cdot (BA)$, οπότε:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_{BA}}{\frac{d}{2}} = \frac{V_{\Gamma A}}{d} \text{ ή } \boldsymbol{\frac{V_{BA}}{V_{\Gamma A}} = \frac{1}{2}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (2) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου:

$$F = m \cdot \alpha \text{ ή } \frac{V}{d} \cdot e = m \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = \frac{V \cdot e}{m \cdot d} = \frac{\frac{50 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} m}{s^2} \text{ ή } \boldsymbol{\alpha = 5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m/s^2}} (3)$$

Αρχικά (διαδρομή $A \rightarrow \Gamma$) η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της (3) προκύπτει το ζητούμενο χρονικό διάστημα:

$$v_\Gamma = v_O - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } 0 = v_0 - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{v_0}{\alpha} = \frac{10^5}{5 \cdot 10^{11}} s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_1 = 2 \cdot 10^{-7} \mathrm{s}}$$

Μονάδες 3

Στην συνέχεια (διαδρομή $\Gamma \rightarrow A$)η επιτάχυνση είναι ομόρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της κίνησης βάζοντας $\Delta x = d$ υπολογίζουμε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει το πρωτόνιο στο σημείο εισόδου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\cdot \alpha \cdot \Delta t_2{}^2 \text{ ή } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2\cdot d}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{11}}}\, s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_2 = 2\cdot 10^{-7} s}$$

Μονάδες 3

Παρατηρούμε ότι: $\Delta t_1 = \Delta t_2$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας-έργου από το Α στο Β :

$$K_B - K_A = W_F \text{ ή } K_B - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0{}^2 = -F\cdot \frac{d}{2} \text{ ή } K_B = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_0{}^2 - \frac{V}{d}\cdot e\cdot \frac{d}{2} \text{ ή}$$

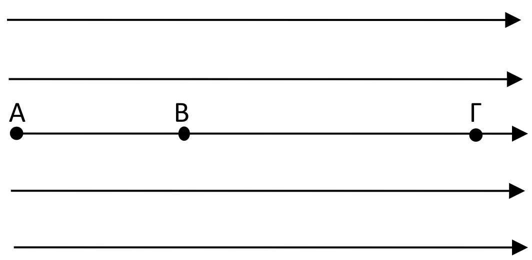
$$K_B = \left(\frac{1}{2}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 10^{10} - 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 25\right) \mathrm{J} \text{ ή } \boldsymbol{K_B = 4\cdot 10^{-18}\ J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20719

Τρία σημεία Α, Β και Γ βρίσκονται κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει: $(A\Gamma) = 3 \cdot (AB) = 18\ \mathrm{cm}$. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β είναι ίση με $600\ \mathrm{V}$. Πρωτόνιο διέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0\ \mathrm{s}$ από το σημείο Γ, με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της δυναμικής γραμμής. Να υπολογίσετε:



4.1. το μέτρο και την κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου (Μονάδες 3) καθώς και την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ (Μονάδες 3),

Μονάδες 6

4.2. την επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) του πρωτονίου,

Μονάδες 5

4.3. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$ με την οποία πρέπει να διέλθει το πρωτόνιο από το σημείο Γ, έτσι ώστε να ακινητοποιηθεί στιγμιαία στο Α,

Μονάδες 7

Στη συνέχεια το πρωτόνιο επιστρέφει στο σημείο Γ.

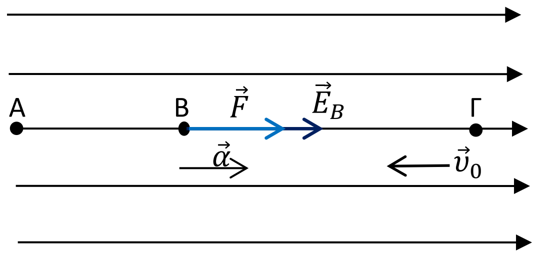
4.4. Βρείτε ποια χρονική στιγμή διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ.

Μονάδες 7

Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε για τις πράξεις $\sqrt{3} \cong 1{,}7$.

ΘΕΜΑ 4

20719-Λύση



4.1. Η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έχει ίδια κατεύθυνση με τις δυναμικές γραμμές, είναι σταθερή και ενδεικτικά το διάνυσμά της έχει σχεδιαστεί στο σημείο Β. Η τιμή της είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:

$$E = \frac{V}{x} = \frac{V_{AB}}{(AB)} = \frac{600\ V}{6\ cm} = 100\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{cm}} \text{ ή } \boldsymbol{E = 10^4\ \mathrm{V/m}}$$

Μονάδες 3

Για την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ ισχύει:

$$E = \frac{V}{x} = \frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} \text{ ή } V_{A\Gamma} = E \cdot (A\Gamma) \text{ ή } \boldsymbol{V_{A\Gamma} = 1800\ \mathrm{V}}$$

Μονάδες 3

4.2. Το πρωτόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος. Η επιτάχυνση έχει πάντα ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη. Εφαρμόζοντας τον 2$^{\text{ο}}$ νόμο του Newton υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } E \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} = \frac{10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}\, m/s^2 \text{ ή } \boldsymbol{\alpha = 10^{12}\ \mathrm{m/s^2}}$$

Μονάδες 5

4.3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Γ στο Α απαιτώντας η τελική κινητική ενέργεια να μηδενιστεί, οπότε έχουμε:

$$K_A - K_\Gamma = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = -F \cdot (\Gamma A) \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = E \cdot e \cdot (\Gamma A) \text{ ή }$$

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot e \cdot (\Gamma A)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 18 \cdot 10^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}}\, m/s \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon_0 = 6 \cdot 10^5 \mathrm{m/s}}$$

Άρα το πρωτόνιο πρέπει να διέλθει από το σημείο Γ με ταχύτητα μέτρου $6 \cdot 10^5 m/s$ ώστε να ακινητοποιηθεί στιγμιαία στο Α.

Μονάδες 7

4.4. Αρχικά (διαδρομή $\Gamma \rightarrow A$) η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της τιμής της επιτάχυνσης προκύπτει το αντίστοιχο χρονικό διάστημα:

$$\upsilon_A = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{6 \cdot 10^5}{10^{12}}\, s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_1 = 6 \cdot 10^{-7} \mathrm{s}}$$

Μονάδες 3

Στην συνέχεια (διαδρομή $A \rightarrow B$) η επιτάχυνση είναι ομόρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της κίνησης βάζοντας $\Delta x = (AB)$ υπολογίζουμε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διέλθει το πρωτόνιο από το σημείο Β:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t_2{}^2 \text{ ή } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (AB)}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-2}}{10^{12}}} s = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^{-7} s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_2 \cong 3,4 \cdot 10^{-7} s}$$

Μονάδες 3

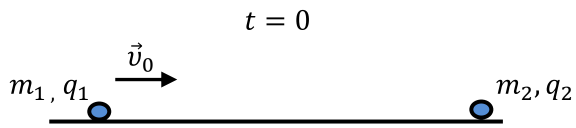
Άρα το πρωτόνιο διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ την χρονική στιγμή:

$$\boldsymbol{t} = 6 \cdot 10^{-7} \mathrm{s} + 3{,}4 \cdot 10^{-7} \mathrm{s} = \boldsymbol{9,4 \cdot 10^{-7} s}$$

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4

20720



Δύο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια (1) και (2) έχουν μάζες m_1 και m_2 και ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα και βρίσκονται επάνω σε λείο, οριζόντιο μονωτικό δάπεδο και σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t = 0\,\text{s}$ το σωματίδιο (1) εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου υ_0 και κατεύθυνση προς το σωματίδιο (2), ενώ το σωματίδιο (2) αφήνεται ταυτόχρονα ελεύθερο να κινηθεί.

Δίνονται: $m_1 = 10^{-6}\,\text{kg}$, $m_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}$, $q_1 = -5\,\mu\text{C}$, $q_2 = -10\,\mu\text{C}$, $\upsilon_0 = 3 \cdot 10^4\,\text{m/s}$, $k = 9 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2/\,\text{C}^2$.

4.1. Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης του κάθε σωματιδίου.

Μονάδες 5

Να υπολογίσετε:

4.2. τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων, όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη,

Μονάδες 6

4.3. την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν,

Μονάδες 7

4.4. την απόσταση των δύο σωματιδίων, τη χρονική στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1).

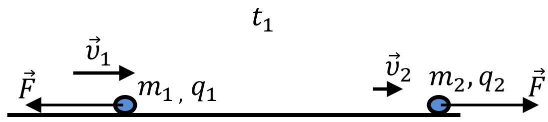
Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα, και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

20720-Λύση

4.1. Το σωματίδιο (1) αρχικά δεν αλληλεπιδρά με το σωματίδιο (2) (άπειρη απόσταση), οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Όταν αρχίσουν να αλληλεπιδρούν το σωματίδιο (1) θα δεχτεί απωστική ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία πριν κινηθεί προς τα αριστερά εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.



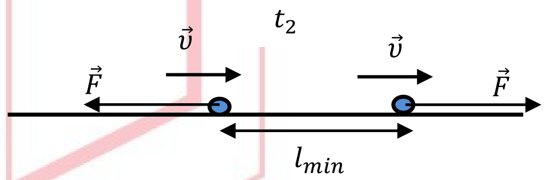
Σχήμα 1

Το σωματίδιο (2) αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και εξαιτίας της απωστικής ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}$ που θα δεχτεί από το (1), θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά.

Το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμη $\vec{F}$ μεταβάλλεται συνεχώς καθώς η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων αλλάζει, άρα καμία από τις κινήσεις που περιγράφησαν παραπάνω δεν είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.

Μονάδες 5

4.2. Για όσο διάστημα ισχύει για τις ταχύτητες που φαίνονται στο Σχήμα 1, $\upsilon_1 > \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων μειώνεται, ενώ αν $\upsilon_1 < \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων θα αυξάνεται. Οπότε η ελάχιστη απόσταση επιτυγχάνεται κάποια χρονική στιγμή t_2, όπου τα σωματίδια έχουν στιγμιαία ίσες ταχύτητες μέτρου υ (Σχήμα 2).



Σχήμα 2

Στον άξονα της κίνησης το σύστημα των δύο σωματιδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση τα βάρη και οι δυνάμεις από το μονωτικό δάπεδο που είναι εξωτερικές εξουδετερώνονται. Συνεπώς το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2, οπότε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1), ισχύει:

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon \text{ ή } \upsilon = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_1 + m_2} = \frac{10^{-6} kg \cdot 3 \cdot 10^4\ m/s}{3 \cdot 10^{-6} kg} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon = 10^4\ \mathrm{m/s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2 υπολογίζουμε την ελάχιστη απόσταση l_{min} στην οποία θα πλησιάσουν:

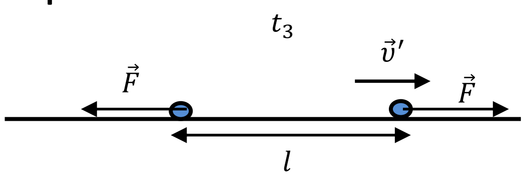
$$E_0 = E_2 \text{ ή } K_o + U_o = K_2 + U_2 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon^2 + k \cdot \frac{q_1 . q_2}{l_{min}} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8)\ \mathrm{N \cdot m} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 / C^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l_{min}}\ \mathrm{C^2} \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l_{min} = 1,5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 1,5\ \mathrm{mm}}$$

Μονάδες 7

4.4. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0$ s και τη χρονική στιγμή t_3 που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1) (Σχήμα 3), έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1):

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_2 \cdot \upsilon' \text{ ή } \upsilon' = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_2} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon' = 1,5 \cdot 10^4\ \mathbf{m/s}}$$

Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0$ s και t_3 υπολογίζουμε την απόσταση l των δύο σωματιδίων:

$$E_0 = E_3 \text{ ή } K_o + U_o = K_3 + U_3 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{l} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}25 \cdot 10^8)\mathrm{N \cdot m} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 / C^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l}\ \mathrm{C^2} \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l = 2 \cdot 10^{-3}\mathbf{m} = 2\ \mathbf{mm}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

20796

2.1. Ηλεκτρικό φορτίο +q, μάζας m, εκτοξεύεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης Ε, με αρχική ταχύτητα u_0. Η τροχιά που θα ακολουθήσει το φορτίο θα είναι:

(α) ευθύγραμμη και η ταχύτητά του θα είναι σταθερή

(β) παραβολική και η επιτάχυνσή του θα είναι σταθερή

(γ) κυκλική με μεταβαλλόμενη κεντρομόλο επιτάχυνση

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δίνεται από την σχέση: $\mathrm{e} = 1 + \frac{Q_c}{Q_h}$. Ειδικά για την μηχανή Carnot, η σχέση γίνεται:

(α) $\mathrm{e} = 1 + \frac{T_c}{T_h}$, **(β)** $\mathrm{e} = 1 - \frac{T_h}{T_c}$, **(γ)** $\mathrm{e} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20796-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η σύνθετη κίνηση του φορτίου αναλύεται σε δύο κινήσεις στους άξονες xx' και yy'.

Στον xx' η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και ισχύει:

$$x = u_0 \cdot t \qquad (1)$$

Στον yy' η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_y = F/m = \frac{\mathcal{E} \cdot q}{m}$ και ισχύει:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \alpha_y \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot q}{m} \cdot t^2 \qquad (2)$$

Με απαλοιφή του χρόνου t από τις εξισώσεις (1) και (2):

$$t = \frac{x}{u_0}$$

και

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot q}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot q}{m} \cdot \left(\frac{x}{u_0}\right)^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot q}{m \cdot u_0^2} \cdot x^2 \qquad (3)$$

Η εξίσωση (3) είναι εξίσωση παραβολής

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην περίπτωση (α) η απόδοση είναι μεγαλύτερη της μονάδας, πράγμα άτοπο.

Για την μηχανή Carnot, ισχύει:

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

Από τον τύπο της απόδοσης της εκφώνησης προκύπτει:

$$e = 1 + \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

άρα σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20799

2.1. Πρωτόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 από πολύ μακριά προς ακίνητο σωμάτιο α το οποίο όμως είναι ελεύθερο να κινηθεί. Η ταχύτητα του πρωτονίου είναι πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια. Αν δίνεται k η ηλεκτρική σταθερά, $\mathrm{m_p = m_n = m}$ η μάζα του πρωτονίου η οποία ισούται με αυτήν του νετρονίου, $\mathrm{q_p} = |\mathrm{e}|$ το φορτίο του πρωτονίου και ότι το σωμάτιο α είναι πυρήνας Ηλίου με 2 πρωτόνια και 2 νετρόνια, τότε οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων όταν η μεταξύ τους απόσταση θα είναι ελάχιστη δίνεται από την:

(α) $\mathrm{u_p = u_\alpha = u_0}$.

(β) $\mathrm{5u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{2}}$.

(γ) $\mathrm{u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5}}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η απόδοση μιας μηχανής Carnot είναι η μέγιστη μεταξύ όλων των θερμικών μηχανών που λειτουργούν μεταξύ των δύο ισόθερμων T_1 και T_2. Έστω ότι διαθέτουμε μια μηχανή Carnot με θερμοκρασία θερμής πηγής στους 27^o C. Η απόδοση αυτής της μηχανής θα ήταν μεγαλύτερη αν την λειτουργούσαμε:

(α) στον Βόρειο Πόλο , **(β)** στον Ισημερινό , **(γ)** στη σκιά της Σελήνης, στο διάστημα

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20799-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με την εκτόξευση του πρωτονίου, λόγω των απωστικών δυνάμεων στα δύο σωμάτια, το πρωτόνιο επιβραδύνει και το σωμάτιο α επιταχύνει. Όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη, η ταχύτητα των δύο σωματιδίων στιγμιαία θα είναι η ίδια: $u_p = u_\alpha$. Οι δυνάμεις μεταξύ τους είναι εσωτερικές του συστήματος, άρα αυτό είναι μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ):

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + m_\alpha \cdot u_\alpha \Leftrightarrow m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + 4 \cdot m_\alpha \cdot u_p \Leftrightarrow$$

$$m_p \cdot u_0 = 5 \cdot m_p \cdot u_p \Leftrightarrow u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόδοση της μηχανής Carnot δίνεται από την σχέση:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Αφού η θερμή δεξαμενή βρίσκεται μόνιμα στους 27° C δηλαδή σε $T_h = 300K$ ο παράγοντας που καθορίζει την απόδοση της μηχανής είναι η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής. Όσο χαμηλότερη η T_c , τόσο μικρότερο το κλάσμα των θερμοκρασιών και άρα μεγαλύτερη η απόδοση της μηχανής Carnot. Άρα στον Ισημερινό η μηχανή θα είχε απόδοση κοντά στο μηδέν (σε κάποιες περιπτώσεις δεν θα λειτουργούσε), στον Βόρειο Πόλο με μέση θερμοκρασία κάτω από το μηδέν της κλίμακας Κελσίου θα είχε απόδοση γύρω στο 10%, ενώ στο διάστημα και συγκεκριμένα στη σκιά της Σελήνης (μη έκθεση σε απευθείας ακτινοβολία), η θερμοκρασία πλησιάζει στο απόλυτο μηδέν και η απόδοση είναι μεγαλύτερη από 0,9.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20808

2.1. Η απόδοση μιας μηχανής Carnot είναι η μέγιστη μεταξύ όλων των θερμικών μηχανών που λειτουργούν μεταξύ των δύο ισόθερμων T_1 και T_2. Έστω ότι διαθέτουμε μια μηχανή Carnot που λειτουργεί με σταθερή θερμοκρασιακή διαφορά θερμής – ψυχρής δεξαμενής: $\Delta T = T_h - T_c = 100$ K. Η απόδοση της μηχανής:

(α) είναι μεγαλύτερη όσο υψηλότερη είναι η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

(β) είναι μεγαλύτερη όσο χαμηλότερη είναι η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

(γ) είναι η ίδια ανεξάρτητα την θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Το διάγραμμα σε άξονες P-V της ισόθερμης μεταβολής είναι:

(α) Ευθεία από την αρχή των αξόνων , **(β)** Παραβολή , **(γ)** Υπερβολή

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20808-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σύμφωνα με την κινητική θεωρία των αερίων είναι:

$$\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

άρα η απόλυτη θερμοκρασία αποτελεί μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατ’ αρχήν, η έκφραση «εκτοξεύεται από πολύ μακριά» αναφέρεται σε «άπειρη» απόσταση των δύο σωματιδίων. Δηλαδή, αρχικά δεν έχουμε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια από την αλληλεπίδραση των σωματιδίων. Επίσης, στην ελάχιστη απόσταση, η ταχύτητα του πρωτονίου μηδενίζεται.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου:

$$E_{M\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{M\eta\chi}^{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_p \cdot u_0^2 + 0 = 0 + k\frac{|e| \cdot 2|e|}{x} \Leftrightarrow x = \frac{4 \cdot k \cdot |e|^2}{m_p \cdot u_0^2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20892

2.1. Κατά την ισόβαρη εκτόνωση ΑΒ μιας ποσότητας μονοατομικού ιδανικού αερίου έχουμε αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας κατά ΔU. Η θερμότητα Q που απορροφά το αέριο είναι ίση με:

(α) $\frac{5}{3}\Delta U$, **(β)** $\frac{2}{3}\Delta U$, **(γ)** $\frac{4}{3}\Delta U$

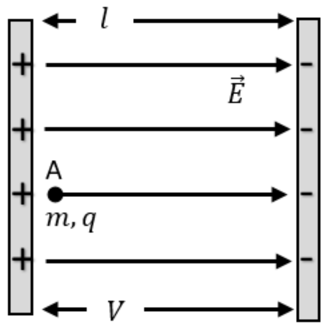
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου q_p αφήνεται στο σημείο Α, κοντά στη θετική πλάκα του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του σχήματος. Οι παράλληλες πλάκες απέχουν l μεταξύ τους και έχουν φορτιστεί με τάση V. Το πρωτόνιο κινείται με επιτάχυνση α_1. Από την ίδια θέση στο ίδιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο αφήνω ένα φορτίο $q = 4q_p$ και μάζας $m = 2m_p$.



Το φορτίο κινείται με επιτάχυνση α_2. Ο λόγος των επιταχύνσεων $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ είναι:

(α) $\frac{1}{2}$, **(β)** $\frac{2}{3}$, **(γ)** $\frac{3}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20892-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Για μία ποσότητα μονοατομικού ιδανικού αερίου η εσωτερική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

Για τη μεταβολή ΑΒ θα έχουμε

$$\Delta U = U_B - U_A = \frac{3}{2}nRT_B - \frac{3}{2}nRT_A$$

$$\Delta U = \tfrac{3}{2}nR(T_B - T_A)\ (1)$$

Το έργο του αερίου στην ισόβαρή μεταβολή ΑΒ είναι

$$W = P_A(V_B - V_A) \Rightarrow W = P_A \cdot V_B - P_A \cdot V_A \Rightarrow W = P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A$$

Η σχέση αυτή με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων γράφεται

$$W = nRT_B - nRT_A \Rightarrow W = nR(T_B - T_A)\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$\Delta U = \frac{3}{2}W \Rightarrow W = \frac{2}{3}\Delta U$$

Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο παίρνουμε:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = \Delta U + \frac{2}{3}\Delta U \Rightarrow Q = \frac{5}{3}\Delta U$$

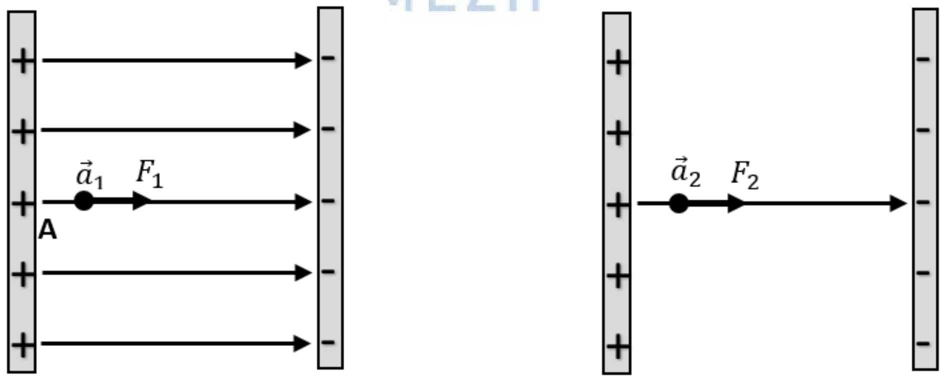
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



ΣΧΗΜΑ 1 ΣΧΗΜΑ 2

20892-Λύση

Το πρωτόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_1 = q_p E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_1 = q_p \cdot \frac{V}{l}$

Αν δεχθούμε το βάρος του πρωτονίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_1, τότε το πρωτόνιο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών (σχήμα 1) με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m_p}$, μέτρου $\alpha_1 = \frac{q_p\, V}{m_p \cdot l}$

Ομοίως το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_2 = q\, E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_2 = q \frac{V}{l}$.

Αν δεχθούμε το βάρος του φορτίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_2 , τότε το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών σχήμα (2) με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$, μέτρου $\alpha_2 = \frac{q\, V}{m\, l}$

Ο λόγος $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ είναι:

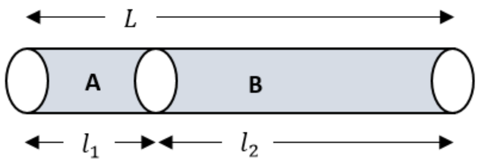
$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{q_p\, V}{m_p \cdot l}}{\frac{q\, V}{m \cdot l}} \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m \cdot q_p}{m_p \cdot q} \xrightarrow[m=2m_p]{q=4q_p} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20893

2.1. Μέσα στο κλειστό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος μήκους L υπάρχει ένα λεπτό έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και δεν επιτρέπει την ανταλλαγή θερμότητας μέσα από αυτό. Στο αριστερό μέρος του δοχείου υπάρχει ορισμένη ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Α σε θερμοκρασία ενώ στο δεξιό μέρος υπάρχει ίση ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Β στην ίδια θερμοκρασία T.



Η σχέση των γραμμομοριακών μαζών M_A και M_B των ιδανικών αερίων Α και Β αντιστοίχως είναι $M_A = 16M_B$. Αν το έμβολο ισορροπεί, οι αποστάσεις του έμβολου l_1 και l_2 από τα άκρα του δοχείου ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $l_2 = 16l_1$, **(β)** $l_2 = 4l_1$, **(γ)** $l_2 = 2l_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο θετικά φορτισμένα σωματίδια εκτοξεύονται με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ_0 το ένα εναντίον του άλλου από άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τα φορτία και οι μάζες των σωματιδίων είναι αντίστοιχα q_1, m και q_2, $4m$. Όταν η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνει μέγιστη, τα δύο φορτισμένα σωματίδια μάζας m και $4m$ αποκτούν ταχύτητες μέτρου υ_1και υ_2 αντίστοιχα, ίσες με:

(α) $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(β)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(γ)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{7}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20893-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Α

$$P_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot RT \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M_A} \cdot RT$$

Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Β

$$P_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot RT \Rightarrow P_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M_B} \cdot RT$$

Όταν το έμβολο ισορροπεί, είναι $P_1 = P_2$.

Διαιρώντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_B}{M_A} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_2 = 16V_1 \Rightarrow A \cdot l_2 = 16A \cdot l_1$$

$$l_2 = 16l_1$$

Μονάδες 8

2.2.

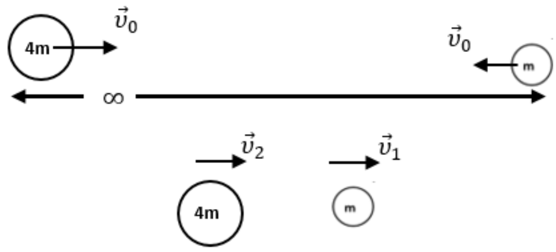
2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση

$$U = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{x}$$

Παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η μεταξύ των σωματιδίων απόσταση x γίνει ελάχιστη. Η απόσταση x γίνεται ελάχιστη στην κατάσταση όπου τα σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες, μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής:



$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \vec{P}_{4m} + \vec{P}_m = \vec{P}'_{4m} + \vec{P}'_m$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon_2 + m \cdot \upsilon_1$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon + m \cdot \upsilon \Rightarrow 3m \cdot \upsilon_0 = 5m \cdot \upsilon$$

$$\upsilon = \frac{3\upsilon_0}{5}$$

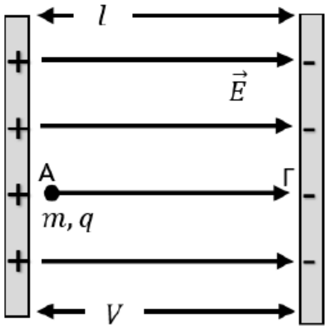
Άρα, τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}$ $και$ $\upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20894

2.1. Πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου q_p αφήνεται στο σημείο Α, κοντά στη θετική πλάκα του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του σχήματος. Οι παράλληλες πλάκες απέχουν l μεταξύ τους και έχουν φορτιστεί με τάση V. Το πρωτόνιο φτάνει στην αρνητική πλάκα στο σημείο $Γ$ με ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Από την ίδια θέση στο ίδιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο αφήνεται ένα θετικό φορτίο $q = 4q_p$ και μάζας $m = 4m_p$.



Το θετικό φορτίο q φτάνει στην αρνητική πλάκα στο σημείο $Γ$ με ταχύτητα μέτρου $υ_2$. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{υ_1}{υ_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1 , **(β)** 2 , **(γ)** 3

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δοχείο σταθερού όγκου περιέχει $n\,mol$ μονοατομικού ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T. Για να τριπλασιαστεί η πίεση του αερίου πρέπει να προσφέρουμε ποσό θερμότητας Q ίσο με:

(α) nRT, **(β)** $3nRT$, **(γ)** $2nRT$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20894-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου από τη θέση A στη θέση Γ:

$$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F\eta\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m_p\upsilon_1^2 = q_p \cdot V \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2q_p \cdot V}{m_p}}\,(1)$$

Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση A στη θέση Γ:

$$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F\eta\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = q \cdot V \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{2q \cdot V}{m}}\,(2)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) όπου $q = 4q_p$ και $m = 4m_p$ καταλήγω:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2q_p \cdot V}{m_p}}\ (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) προς (3) καταλήγω ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην ισόχωρη θέρμανση ισχύει ο νόμος του Charles:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{T} = \frac{3P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 3T.$$

Για το ποσό θερμότητας που απορροφά το μονοατομικό ιδανικό αέριο στην ισόχωρη θέρμανση ισχύει:

$$Q = \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}nR(T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{3}{2}nR(3T - T)$$

$$Q = \frac{3}{2}nR \cdot 2T$$

$$Q = 3nRT.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20895

2.1. Από άπειρη απόσταση εκτοξεύουμε ένα αρνητικό φορτίο $q_1 = -2e$ με κινητική ενέργεια K_0 εναντίον ενός μονίμως ακλόνητου αρνητικού φορτίου $q_2 = -2e$. Η απόσταση x από το αρνητικό φορτίο q_2 όπου η κινητική ενέργεια του αρνητικού φορτίου q_1 υποτετραπλασιάζεται είναι:

(α) $x = \frac{7K_c \cdot e^2}{3K_0}$, **(β)** $x = \frac{16K_c \cdot e^2}{3K_0}$, **(γ)** $x = \frac{5K_c \cdot e^2}{3K_0}$

Δίνονται: το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο e και η ηλεκτρική σταθερά K_c

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου θερμαίνεται, από θερμοκρασία Τ σε 3Τ υπό σταθερή πίεση. Το ποσοστό αύξησης του όγκου του αερίου είναι ίσο με:

(α) 300%, **(β)** 200% , **(γ)** 400%

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20895-Λύση

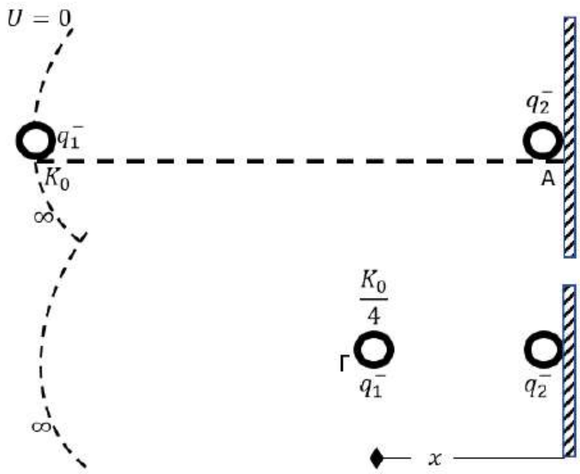
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Έστω ότι στη θέση που υποτετραπλασιάζεται η κινητική ενέργεια του αρνητικού φορτίου q_1, το αρνητικό φορτίο q_1 απέχει από το αρνητικό φορτίο q_2 απόσταση x. Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των δύο αρνητικών φορτίων q_1 και q_2.

$$E_{αρχ} = E_{τελ}$$

$$U_{αρχ} + K_{αρχ} = U_{τελ} + K_{τελ}$$

$$0 + K_0 = \frac{K_c \cdot q_1 \cdot q_2}{x} + \frac{K_0}{4}$$

$$\frac{3K_0}{4} = \frac{K_c \cdot 4e^2}{x}$$

$$x = \frac{16K_c \cdot e^2}{3K_0}$$

Μονάδες 8

2.2.

20895-Λύση

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{3 \cdot T} \Rightarrow V_2 = 3 \cdot V_1$$

Το ποσοστό αύξησης του όγκου του αερίου δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi\% = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot 100\%$$

$$\Pi\% = \frac{3V_1 - V_1}{V_1} \cdot 100\%$$

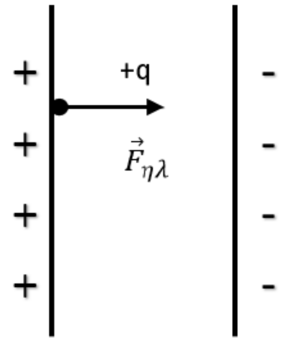
$$\Pi\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

20896

Στο χώρο μεταξύ δύο παράλληλων αντίθετα φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν μεταξύ τους $d = 80cm$ αφήνεται ένα σωμάτιο το οποίο έχει φορτίο $q = +160\mu C$ και μάζα $m = 3{,}2 \cdot 10^{-5} kg$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 2 \cdot 10^4\ {}^{V}/_{m}$.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σωμάτιο.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωμάτιου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα το σωμάτιο, αν αφεθεί κοντά στη θετικά φορτισμένη πλάκα.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σωμάτιου κατά την μετακίνησή του από τη θετική στην αρνητική πλάκα.

Μονάδες 7

Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

ΘΕΜΑ 4

20896-Λύση

4.1. Το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F = q \cdot E \Rightarrow F = 3{,}2N$. Το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών με επιτάχυνση μέτρου $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 10^5\, {}^{m}/_{s^2}$.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής ορμής ισούται με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης. Άρα:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 3{,}2kg\, {}^{m}/_{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Από την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα του φορτίου έχουμε $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ θέτοντας $x = d$ βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το φορτίο q για να πάει από τη θετική στην αρνητική πλάκα

$$d = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \Rightarrow t = 4 \cdot 10^{-3} s$$

Το φορτίο φτάνει στην απέναντι πλάκα με ταχύτητα που το μέτρο της δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon = a \cdot t \Rightarrow \upsilon = 400\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή ορμής του σωματίου κατά την μετακίνησή του από την θετική στην αρνητική πλάκα υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta P = m \cdot \upsilon \Rightarrow \Delta P = 12{,}8 \cdot 10^{-3} kg\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20898

Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100\mu C$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q = 1\mu C$ και μάζα $m = 10gr$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r = 0{,}1m$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\, {}^{m}/_{s}$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q.

4.1. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το φορτίο q.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q, όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q.

Μονάδες 7

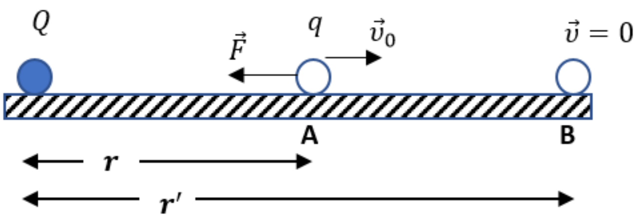
Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά$K_C = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}$

ΘΕΜΑ 4

20898-Λύση

4.1.



Η απόσταση θα είναι μέγιστη όταν η τελική ταχύτητα του φορτίου q θα γίνει μηδέν. Έστω r' η μέγιστη απόσταση. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως τη θέση Β.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_0{}^2 = q(V_A - V_B)$$

$$-\frac{1}{2}m \cdot \upsilon_0{}^2 = q\left(\frac{K_c Q}{r} - \frac{K_c Q}{r'}\right)$$

$$r' = 0{,}2m$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή τα φορτία είναι ετερόσημα μέγιστη δυναμική ενέργεια θα έχουν όταν απέχουν τη μέγιστη απόσταση:

$$U_{max} = \frac{K_c \cdot Q \cdot q}{r'} \Rightarrow U_{max} = -4{,}5J$$

Μονάδες 6

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = F'_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{r'^2} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 22{,}5kg\, {}^{m}/_{s^2}$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής $\frac{d\vec{P}}{dt}$ είναι από το φορτίο q προς το φορτίο Q.

Μονάδες 6

4.4. Βρίσκω αρχικά την ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο ∞, άρα οποιαδήποτε άλλη ταχύτητα υ_0 μεγαλύτερη της $\upsilon_{0\,min}$ είναι ικανή για να πάει το φορτίο q στο ∞.

Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ είναι αυτή που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα $\upsilon_\infty = 0$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως το άπειρο ∞.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_{0\,min}{}^2 = q \cdot V_A$$

$$\upsilon_{0\,min} = 30\sqrt{2}\, {}^{m}/_{s}$$

Άρα για $\upsilon_0 \geq \upsilon_{0\,min} \Rightarrow \upsilon_0 \geq 30\sqrt{2}\, {}^{m}/_{s}$ το φορτίο q απομακρύνεται από το πεδίο που δημιουργεί το φορτίο Q.

Μονάδες 7

21173

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα που έχει ορμή P, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα τριπλάσιας μάζας, το οποίο είναι ακίνητο. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η ορμή του συσσωματώματος είναι $4\mathrm{P}$.

(β) Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι τετραπλάσια του αρχικά κινούμενου σώματος.

(γ) Κατά τη σύγκρουση μεταφέρθηκε από το πρώτο σώμα στο δεύτερο ορμή $\frac{3\mathrm{P}}{4}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται από την ηρεμία μεταξύ δυο σημείων ηλεκτροστατικού πεδίου που επικρατεί τάση V_0 και στη συνέχεια εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές άλλου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, που σχηματίζεται από δύο παράλληλες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες είναι V_0, η μεταξύ τους απόσταση d και το μήκος των πλακών είναι $2\mathrm{d}$. Αν βάρος και δυνάμεις αντίστασης αμελούνται, η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου κατά την έξοδο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι:

(α) 45^0 , **(β)** 30^0 , **(γ)** 60^0

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21173-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την πλαστική κρούση η ορμή του συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερή, οπότε:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow P = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow \ m \cdot u = 4 \cdot m \cdot V \leftrightarrow V = \frac{u}{4}$

Η μεταβολή της ορμής για κάθε σώμα είναι:

$\Delta P_1 = m \cdot V - m \cdot u = m \cdot \frac{u}{4} - m \cdot u = \frac{P}{4} - P = -\frac{3 \cdot P}{4}$

$\Delta P_2 = 3m \cdot V - 0 = 3m \cdot \frac{u}{4} = \frac{3 \cdot P}{4}$

Επομένως, σωστή η πρόταση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Πριν εισέλθει στο πεδίο το φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q, επιταχύνεται λόγω της διαφοράς δυναμικού V_0 και αποκτά κινητική ενέργεια. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - \ 0 = q \cdot \ V_0$, οπότε: $m \cdot u_0^2 = 2 \cdot q \ \cdot \ V_0$ (1)

Κατά την έξοδο του σωματιδίου από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η ταχύτητα του στον x άξονα θα είναι $u_x = u_0$ (2) και στον y άξονα θα είναι:

21173-Λύση

$u_y = α \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{Eq}{m} \cdot t = \frac{qV_0}{dm} \cdot t$ (3)

Την χρονική στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο έχει διανύσει μέσα σε αυτό οριζόντια απόσταση $2d$, οπότε ισχύει: $2d = u_0 \cdot t \leftrightarrow t = \frac{2d}{u_0}$

Άρα, η σχέση (3) μας δίνει: $u_y = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0}$ (4)

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου θα είναι: $εφ\, ϕ = \frac{u_y}{u_x}$. Λόγω των σχέσεων (1), (2), (4) έχουμε: $εφ\, ϕ = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0^2} = \frac{2qV_0 d}{2qV_0 d} = 1$.

Επομένως: $φ = 45^{o}$, σωστή είναι η απάντηση (α).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21387

Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη και εκτοξεύει ένα σώμα μάζας $\mathrm{m} = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ οριζόντια, με ταχύτητα $\upsilon_0 = 12\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από ύψος $\mathrm{h} = 7{,}2\mathrm{m}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta\mathrm{t} = 3\mathrm{s}$.

4.1. Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το μέτρο της ορμής του σώματος μετά από χρόνο $\mathrm{t} = 2{,}5\mathrm{s}$ από την στιγμή που εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 6

4.4. Αν ο αστροναύτης γνωρίζει ότι η Σελήνη έχει ακτίνα $\mathrm{R} = 1{,}7 \cdot 10^6\mathrm{m}$ ποια τιμή υπολογίζει για το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου της Σελήνης στην επιφάνειά της;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21387-Λύση

4.1. Η μέγιστη οριζόντια απόσταση που φτάνει το σώμα αντιστοιχεί στο βεληνεκές της οριζόντιας βολής, το οποίο είναι

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t = 12\frac{m}{s} \cdot 3s = 36m$$

Μονάδες 6

4.2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Σελήνη προσδιορίζεται από τον χρόνο πτώσης του σώματος θέτοντας $y = h$, δηλαδή

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \Leftrightarrow g = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 7{,}2m}{(3s)^2} = \frac{14{,}4}{9}\frac{m}{s^2} = 1{,}6\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Μετά από χρόνο $t = 2{,}5s$ από την στιγμή που το σώμα εκτοξεύτηκε, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{12^2 + (1{,}6 \cdot 2{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{144 + 16}\frac{m}{s} = \sqrt{160}\frac{m}{s} = 4\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής του σώματος εκείνη την στιγμή είναι

$$P = m\upsilon = 0{,}5kg \cdot 4\sqrt{10}\frac{m}{s} = 2\sqrt{10}\,kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Στην Σελήνη, η ένταση του βαρυτικού της πεδίου στην επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Sigma}{R^2} \qquad (1)$$

Αντίστοιχα, το δυναμικό δίνεται από την σχέση

$$V = -\frac{GM_\Sigma}{R} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

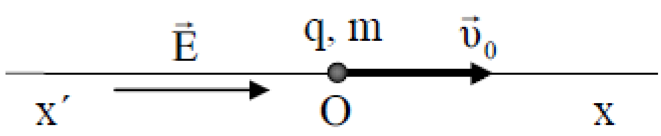
$$\frac{g}{V} = \frac{\frac{GM_\Sigma}{R^2}}{-\frac{GM_\Sigma}{R}} \Leftrightarrow \frac{g}{V} = -\frac{1}{R} \Leftrightarrow V = -gR = -1{,}6\frac{m}{s^2}1{,}7 \cdot 10^6 m = -2{,}72 \cdot 10^6\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21398

Σε μία περιοχή υπάρχει ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ με μέτρο $E = 10^5 \frac{N}{C}$. Θεωρούμε άξονα x'x που έχει θετική κατεύθυνση εκείνη των δυναμικών γραμμών του ηλεκτροστατικού πεδίου $\vec{E}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται σωματίδιο μάζας $m = 10^{-3}$kg και αρνητικού φορτίου $q = -10^{-2}$C από την αρχή του άξονα Ο και κατά την θετική φορά με ταχύτητα $\upsilon_0 = 4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Να θεωρήσετε πως η μοναδική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο είναι η ηλεκτροστατική και να υπολογίσετε



4.1. την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο.

Μονάδες 6

4.2. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχής Ο και του σημείου που θα σταματήσει το σωματίδιο στιγμιαία.

Μονάδες 6

4.3. ποια χρονική στιγμή θα επιστρέψει το σωματίδιο στην αρχή Ο.

Μονάδες 6

4.4. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά την κίνησή του από την αρχή Ο μέχρι να βρεθεί πάλι στην θέση αυτή .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21398-Λύση

4.1. Η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται μόνο στην ηλεκτροστατική δύναμη, οπότε από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{E|q|}{m} = \frac{10^5 \cdot |-10^{-2}|}{10^{-3}}\frac{m}{s^2} = 10^6\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωματίδιο από την αρχή O μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, έστω μέχρι το σημείο A.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{m\upsilon_0^2}{2} = qV_{OA} \Leftrightarrow V_{OA} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2q} \Leftrightarrow$$

$$V_{OA} = -\frac{10^{-3}(4\cdot 10^3)^2}{2\,(-10^{-2})}\,V = 8\cdot 10^5\ \text{Volt}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση όταν θα βρεθεί στην θέση $x = 0$. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, δέχεται ηλεκτρική δύναμη αντίθετη με την αρχική ταχύτητα και επιβραδύνεται ομαλά. Έχουμε

$$x = \upsilon_0 t - \frac{\alpha t^2}{2} \Leftrightarrow 0 = t\left(\upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2}\right) \Leftrightarrow t = 0\ (\text{αρχή})\ \text{ή}\ \upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2} = 0$$

Η πρώτη λύση αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σωματιδίου. Από την δεύτερη λύση προκύπτει

$$\upsilon_0 = \frac{\alpha t}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2\upsilon_0}{\alpha} = \frac{2\cdot 4\cdot 10^3}{10^6}s = 8\cdot 10^{-3}s$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σωματίδιο στην αρχική θέση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t = \upsilon_0 - \alpha\left(\frac{2\upsilon_0}{\alpha}\right) = \upsilon_0 - 2\upsilon_0 = -\upsilon_0 = -4\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε

$$\Delta P = m\upsilon - m\upsilon_0 = m(-\upsilon_0) - m\upsilon_0 = -2m\upsilon_0 = -2\cdot 10^{-3}\cdot 4\cdot 10^3\ \text{kg}\frac{m}{s} = -8\ \text{kg}\frac{m}{s}$$

Κατά συνέπεια, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι $8\ \text{kg}\frac{m}{s}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 21401

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης. Κατά την διάρκεια της ανόδου το σώμα διέρχεται από διαδοχικά σημεία στα οποία:

(α) το βαρυτικό δυναμικό αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

(β) το βαρυτικό δυναμικό μειώνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου αυξάνεται.

(γ) το βαρυτικό δυναμικό και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνονται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία σταθερή δύναμη F ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του και σε χρονικό διάστημα Δt προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής του κατά $12\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Αν η δύναμη διπλασιαστεί, τότε σε χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 3\Delta t_1$ η μεταβολή του μέτρου της ορμής που προκαλεί αυτή η δύναμη θα είναι:

(α) $24\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(β)** $36\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(γ)** $72\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21401-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$V = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \quad (1)$$

Καθώς το σώμα απομακρύνεται από την επιφάνεια της Γης, το ύψος μεγαλώνει. Από την σχέση (1) προκύπτει εύκολα, πως όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής αυξάνεται, ο όρος $\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}$ μικραίνει αλλά, λόγω του αρνητικού προσήμου που υπάρχει στην σχέση (1), το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου μεγαλώνει.

Αντίστοιχα, σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, η ένταση του βαρυτικού πεδίου

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2)$$

Όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής στην σχέση (2) αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με την γενίκευση του 2ου νόμου του Νεύτωνα, μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του, προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής κατά

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta P = F \cdot \Delta t \quad (1)$$

Η σχέση (1) για την αρχική δύναμη είναι

$$\Delta P_1 = F_1 \cdot \Delta t_1 \quad (2)$$

και για την τελική δύναμη

$$\Delta P_2 = F_2 \cdot \Delta t_2 \quad (3)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (2) και (3) κατά μέλη, οπότε προκύπτει

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{F_2 \cdot \Delta t_2} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{2F_1 \cdot 3\Delta t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \Delta P_2 = 6\Delta P_1 = 6 \cdot 12\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 72\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21405

2.1. Μία ποσότητα ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε αδιαβατική εκτόνωση. Στην μεταβολή αυτή η θερμοκρασία του αερίου:

(α) μειώνεται.

(β) αυξάνεται.

(γ) παραμένει σταθερή.

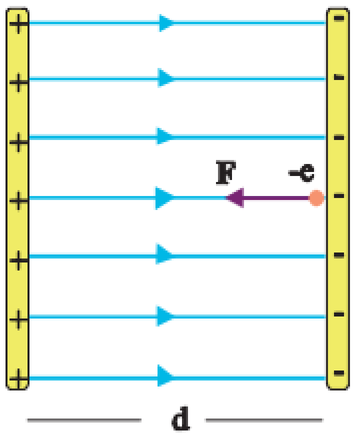
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία απέχουν απόσταση d και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E. Ένα ηλεκτρόνιο με μάζα m και φορτίο $-\mathrm{e}$ αφήνεται πολύ κοντά στην αρνητική πλάκα, στο σημείο που φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Θεωρώντας το βάρος του ηλεκτρονίου αμελητέο, η ταχύτητα με την οποία θα χτυπήσει το ηλεκτρόνιο στην θετικά φορτισμένη μεταλλική πλάκα είναι:

(α) $\mathrm{u}=\sqrt{\dfrac{\mathrm{Eed}}{2\mathrm{m}}}$, **(β)** $\mathrm{u}=\sqrt{\dfrac{2\mathrm{Eed}}{\mathrm{m}}}$, **(γ)** $\mathrm{u}=\sqrt{\dfrac{\mathrm{Eed}}{\mathrm{m}}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21405-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην αδιαβατική μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου η μορφή του 1ου θερμοδυναμικού νόμου είναι

$$W = -\Delta U \qquad (1)$$

Στην σχέση (1) το μέγεθος ΔU είναι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και W είναι το έργο του αερίου. Επειδή το αέριο εκτονώνεται, η μεταβολή του όγκου είναι θετική, οπότε θετικό θα είναι και το έργο, άρα $W > 0$.

Από την σχέση (1) συμπεραίνουμε ότι αφού το έργο είναι θετικό, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας θα είναι αρνητική, δηλαδή $\Delta U < 0$. Για ένα ιδανικό αέριο η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T \qquad (2)$$

Επειδή $\Delta U < 0$ από την σχέση (2) προκύπτει ότι $\Delta T < 0$, άρα η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την αρνητική πλάκα μέχρι να συναντήσει την θετική πλάκα. Το ηλεκτρόνιο δέχεται μόνο την ηλεκτρική δύναμη από το πεδίο, η οποία έχει μέτρο $F = E \cdot |-e| = E \cdot e$. Συνεπώς

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} mu^2 - 0 = F \cdot d \Leftrightarrow u^2 = \frac{2 \cdot F \cdot d}{m} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2Eed}{m}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 21437

2.1. Ένα βαγόνι B_1 μάζας $m_1 = 30.000\ \mathrm{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 4\ \mathrm{m/s}$ και συγκρούεται με ένα άλλο ακίνητο βαγόνι B_2. Αμέσως μετά τη σύγκρουση, το B_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2' = 3\ \mathrm{m/s}$, ενώ το B_1 αναστρέφει την κίνησή του και κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1' = 1\ \mathrm{m/s}$.

Η μάζα m_2 του βαγονιού B_2 είναι ίση με

(α) $30.000\ \mathrm{kg}$, **(β)** $50.000\ \mathrm{kg}$, **(γ)** $40.000\ \mathrm{kg}$

2.1.A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο αντίθετα φορτισμένες μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$. Από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα ξεκινά ένα ηλεκτρόνιο, με μηδενική αρχική ταχύτητα, το οποίο κινείται προς τη θετικά φορτισμένη πλάκα. Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι m_e και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $-e$. Αγνοούμε την βαρυτική δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο.

Το ηλεκτρόνιο φθάνει στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα υ ίση με

(α) $\sqrt{2\ d\ E\ e\ m_e}$, **(β)** $\sqrt{\frac{2\ d\ m_e}{E\ e}}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{2\ d\ E\ e}{m_e}}$

2.2.A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21437-Λύση

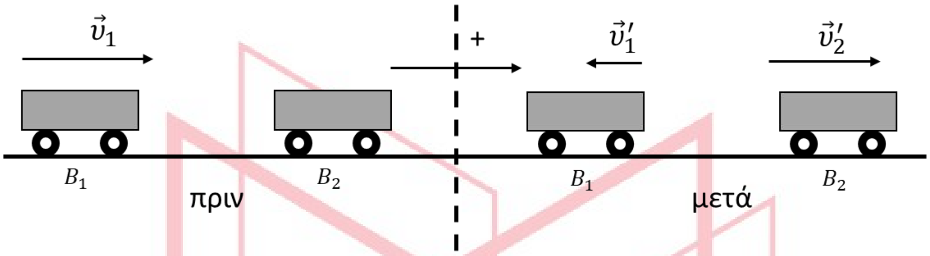
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Για το σύστημα των δυο βαγονιών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Λαμβάνοντας θετική φορά αυτήν που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \Rightarrow$$

$$30.000\ \mathrm{Kg} \cdot 4\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + 0 = 30.000\ \mathrm{Kg} \cdot (-1)\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + m_2 \cdot 3\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{m_2 = 50.000\ \mathrm{Kg}}$$

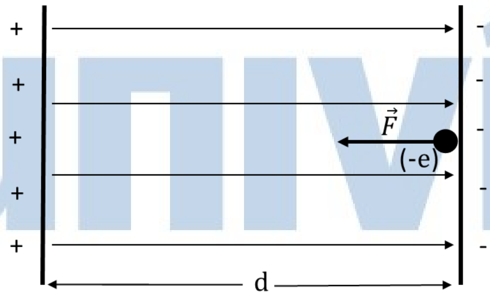
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Το ηλεκτρόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ σταθερή δύναμη μέτρου $F = E \cdot e$ με κατεύθυνση, λόγω του αρνητικού φορτίου του, αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας-έργου για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα έως την θετικά φορτισμένη (απόσταση μεταξύ των δύο πλακών ίση με d) έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 - 0 = F \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 = E \cdot e \cdot d \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot e \cdot d}{m_e}}}$$

Μονάδες 9

21598

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες (με την αρνητική πλάκα να βρίσκεται κάτω από την θετική) απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 10\mathrm{cm}$ και είναι φορτισμένες με τάση $V = 1000\ \mathrm{V}$. Μεταξύ των πλακών αναπτύσσεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Σώμα με φορτίο $q = 2\ \mu\mathrm{C}$ και μάζας $m = 2\mathrm{g}$ αφήνεται στην θετική πλάκα, στο σημείο Α και μπορεί να μετακινείται μέσα στο πεδίο. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται. Να υπολογίσετε:

4.1. την ένταση του πεδίου και τη δύναμη που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτίο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο έργο παράγεται από το πεδίο όταν το φορτίο q μετακινείται κάθετα στις πλάκες, από την θετική προς την αρνητική, από το σημείο Α προς το Γ. Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει το φορτίο; Δίνεται η απόσταση: $x = (\text{ΑΓ}) = 5\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.3. το δυναμικό του σημείου Γ του προηγούμενου ερωτήματος, αν το σημείο Α έχει δυναμικό $V_A = 700\ \mathrm{V}$.

Μονάδες 6

4.4. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το φορτίο q στο σημείο Γ.

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

21598-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{1000\ V}{0{,}1m} = 10^4\ \frac{V}{m}.$$

Το φορτίο δέχεται δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο μέτρου:

$$F = E \cdot q = 10^4 \frac{V}{m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} C = 2 \cdot 10^{-2} N.$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν το φορτίο q μετακινείται κάθετα στις πλάκες κατά απόσταση x, κινείται στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών και ομόρροπα της δύναμης του πεδίου. Το έργο που παράγεται είναι:

$$W = F \cdot x = 2 \cdot 10^{-2} N \cdot 5 \cdot 10^{-2} m = 10^{-3}\ J$$

Το φορτίο q κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μόνο υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης F του πεδίου, οπότε αποκτά σταθερή επιτάχυνση και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 6

4.3. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ είναι:

$V_{ΑΓ} = E \cdot x = 10^4 \frac{V}{m} \cdot 5 \cdot 10^{-2} m = 500\ V$. Οπότε:

$$V_{ΑΓ} = V_A - V_Γ \leftrightarrow V_Γ = V_A - V_{ΑΓ} = 200\ V.$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το σημείο Α στο σημείο Γ λαμβάνουμε:

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow K_Γ - K_A = W_F \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_Γ^2 - 0 = F \cdot x \leftrightarrow u_Γ^2 = \frac{2 \cdot F \cdot x}{m} \leftrightarrow$$

$$u_Γ = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot x}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} N \cdot 5 \cdot 10^{-2} m}{2 \cdot 10^{-3}\ kg}} = \frac{1m}{s}.$$

Μονάδες 7

21602

ΘΕΜΑ 4

Παρακολουθώντας συχνά στις ειδήσεις της τηλεόρασης την κίνηση ενός μεταγωγικού διαστημικού οχήματος βλέπουμε να ξεκινά όχι με ιδιαίτερα γρήγορο τρόπο! Θα περίμενε κανείς να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα πολύ μεγάλη της τάξης της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Αντιθέτως όμως παρατηρούμε να ανεβαίνει εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημά μας θα περιγράψουμε με «επιστημονικό τρόπο» τα βήματα της κίνησης ενός υποθετικού διαστημικού οχήματος.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το διαστημικό όχημα βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, πυροδοτείται και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση a με μηδενική αρχική ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή t τα καύσιμα του τελειώνουν και βρίσκεται σε ύψος $h = 6400\,Km$ από την επιφάνεια της Γης. Εκεί έχει αποκτήσει την ελάχιστη απαιτούμενη ταχύτητα (ταχύτητα διαφυγής) για να εγκαταλείψει στη συνέχεια το γήινο βαρυτικό πεδίο.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του διαστημικού οχήματος υ στο ύψος h.

Μονάδες 7

4.2. Το χρόνο t της κίνησής του έως τη θέση σε ύψος h.

Μονάδες 5

Αν στο ύψος αυτό εκτελεί κυκλική τροχιά ένας δορυφόρος Δ ο οποίος τη στιγμή της εκτόξευσης βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση να υπολογίσετε:

4.3. Την ταχύτητα υ περιστροφής του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.4. Την περίοδο T του δορυφόρου και την πιθανότητα να συγκρουστεί με το διαστημόπλοιο.

Μονάδες 8

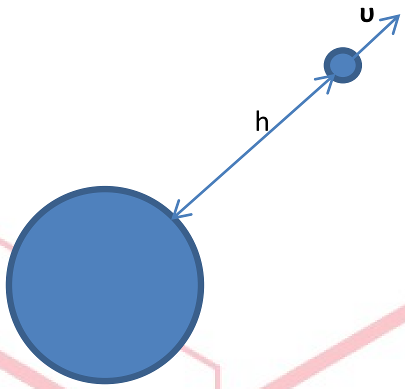
Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g_0 = 10\,\frac{m}{s^2}$, η ακτίνα της Γης $R = 6400\,Km$. Επίσης δίνεται ότι το γινόμενο $GM = g_0\,R^2$ όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και M είναι η μάζα της Γης.

Η γη θεωρείται ακίνητη και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

21602-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Η ταχύτητα υ του διαστημόπλοιου στο ύψος h είναι η ταχύτητα διαφυγής από το πεδίο βαρύτητας της Γης. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ των δύο θέσεων, του σημείου Α που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της γης και για το άπειρο(∞). Στο άπειρο φθάνει το σώμα με μηδενική ταχύτητα και αφού δεν υπάρχει βαρυτική αλληλεπίδραση με τη Γη (και με κανένα άλλο ουράνιο σώμα). Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης και σώματος είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{mM}{R+h}\right) = 0 + 0 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2g_0\frac{R^2}{(R+h)}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{g_0 R} \text{ ή } \upsilon = 8\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Αφού ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση a η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Με τη βοήθεια των εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση αυτή θα έχουμε:

Για το ύψος $h = \frac{1}{2}at^2$ και την ταχύτητα στη θέση αυτή που δίνεται από τη σχέση $\upsilon = at$ βρίσκουμε ότι: $h = \frac{1}{2}\,a\left(\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^2$ ή $h = \frac{1}{2}a\frac{\upsilon^2}{\alpha^2}$ ή $h = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$ ή $\alpha = \frac{\upsilon^2}{2h}$

και με αριθμητική αντικατάσταση υπολογίζουμε: $a = \frac{(8\cdot 10^3)^2}{2\cdot 6400\cdot 10^3} = \frac{64\cdot 10^6}{2\cdot 64\cdot 10^5}\ \frac{m}{s^2}$ ή $\alpha = 5\frac{m}{s^2}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε $t = 1600s$.

Μονάδες 5

4.3. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου στο ύψος h = R υπολογίζεται ως εξής:

Η ελκτική δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau} = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho.} = \frac{m\upsilon^2}{(R+h)}$$

Η δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ σύμφωνα με το νόμο της παγκόσμιας έλξης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

21602-Λύση

$$F_{βαρυτ} = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2}$$

Εάν εξισώσουμε τις παραπάνω σχέσεις θα υπολογίσουμε την ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου:

$$\frac{m\upsilon^2}{(R+h)} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2} \quad ή \ \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R}{2}} \ ή \ \upsilon = \sqrt{\frac{10 \cdot 6400 \cdot 10^3}{2}}\frac{m}{s} \ ή$$

$$\upsilon = \sqrt{32} \cdot 10^3 \frac{m}{s} \ ή \ \upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου που βρίσκεται σε ύψος $h = R$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\upsilon = \frac{2\pi(R+h)}{T} \ ή \ T = \frac{2\pi(R+h)}{\upsilon} \ ή \ T = \frac{4\pi R}{\upsilon} \ ή \ T = \frac{4\pi \cdot 6400 \cdot 10^3}{4\sqrt{2} \cdot 10^3} \ ή \ T = 3200\sqrt{2}\pi \ s$$

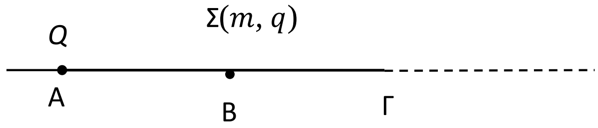
Εάν συγκρίνουμε τον χρόνο που χρειάζεται να φθάσει ο πύραυλος στο ύψος $h = R$ ο οποίος είναι $t = 1600s$, με το χρόνο που χρειάζεται για την περιστροφή του ο δορυφόρος μέχρι να επιστρέψει στην ίδια ακριβώς θέση ο οποίος είναι $T = 3200\sqrt{2}\pi \ s$, βλέπουμε ότι είναι μικρότερος. Αυτό σημαίνει ότι δεν πρόκειται να συναντήσει τον δορυφόρο καθώς ανεβαίνει. Επομένως δεν υπάρχει πιθανότητα να συναντηθούν τα δύο σώματα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

21604

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = 0{,}4\ \mu C$ βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο Α λείου οριζόντιου επιπέδου. Το δάπεδο είναι κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Τοποθετούμε στο σημείο Β του οριζόντιου επιπέδου, ένα αρχικά ακίνητο σημειακό φορτισμένο αντικείμενο Σ, το οποίο έχει μάζα



$m = 2\ mg$ και ηλεκτρικό φορτίο $q = 2 \cdot 10^{-8}\ C$, και το οποίο στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνονται ότι $(\mathrm{AB}) = (\mathrm{B\Gamma}) = 1\ m$ και η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

Θεωρούμε μηδενική την αντίσταση του αέρα και δεν λαμβάνεται υπόψη η δύναμη της βαρύτητας.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος, που περιλαμβάνει το σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q και το σημειακό φορτισμένο αντικείμενο Σ, όταν το Σ βρίσκεται ακίνητο στο σημείο Β.

Μονάδες 5

4.2. Την αύξηση ή την ελάττωση της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του πιο πάνω συστήματος (Σ,Q) , όταν το αντικείμενο Σ μετακινηθεί από το σημείο Β, στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα με την οποία φτάνει το αντικείμενο Σ στο σημείο Γ. Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο Σ είναι η ηλεκτρική δύναμη Coulomb.

Μονάδες 7

4.4. Την ταχύτητα του φορτισμένου αντικειμένου Σ, μόλις αυτό φτάσει σε σημείο εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του σημειακού φορτίου Q . Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο Σ είναι η δύναμη Coulomb.

Μονάδες 7

21604-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο ηλεκτρικών φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{αρχ} = K_c \frac{Q\,q}{AB} \text{ ή } U_{αρχ} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{1} J \text{ ή } U_{αρχ} = 72 \cdot 10^{-6} J$$

Μονάδες 5

4.2. Εάν αφήσουμε ελεύθερο το ηλεκτρικό φορτίο q θα ασκηθεί σε αυτό ηλεκτρική δύναμη και θα μετακινηθεί. Όταν βρεθεί στη θέση Γ η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι:

$$U_{τελ} = K_c \frac{Q\,q}{AΓ} \text{ ή } U_{τελ} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2} J \text{ ή } U_{τελ} = 36 \cdot 10^{-6} J$$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια θα ελαττωθεί και η τιμή της μεταβολής $ΔU$ είναι:

$$ΔU = U_{τελ} - U_{αρχ} \text{ ή } ΔU = 36 \cdot 10^{-6} J - 72 \cdot 10^{-6} J \text{ ή } ΔU = -36 \cdot 10^{-6} J$$

Μονάδες 6

4.3. Με βάση τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση του ηλεκτρικού φορτίου από τη θέση Β στη θέση Γ θα έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \text{ ή } 0 + 72 \cdot 10^{-6} J = K_{τελ} + 36 \cdot 10^{-6} J$$

$$\text{ή } K_{τελ} = 36 \cdot 10^{-6} J \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} (Kg) \cdot υ^2 = 36 \cdot 10^{-6} (J) \text{ ή } υ = 6 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Αν απομακρυνθεί το ηλεκτρικό φορτίο q τόσο ώστε να βγει εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του φορτίου Q (σε σημείο Δ), η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των ηλεκτρικών φορτίων θα είναι μηδέν. Τότε σύμφωνα με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για τη μετακίνηση του ηλεκτρικού φορτίου q από το σημείο Β μέχρι το σημείο Δ θα έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \text{ ή } 0 + 72 \cdot 10^{-6} J = K_{τελ}$$

$$\text{ή } \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} (Kg) \cdot υ^2 = 72 \cdot 10^{-6} J \text{ ή } υ = 6\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21670

Οι δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Γ που απέχουν απόσταση $(\mathrm{A\Gamma}) = 50\ \mathrm{cm}$ και βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή είναι $\mathrm{V_{A\Gamma}} = 50\ \mathrm{V}$.

4.1. Να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού δύο άλλων σημείων Β και Δ που βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή, ανάμεσα στα Α και Γ και απέχουν το μεν Β απόσταση $\mathrm{x} = 10\ \mathrm{cm}$ από το Α, το δε Δ απόσταση $2 \cdot \mathrm{x}$ από το Γ.

Μονάδες 6

4.2. Τοποθετούμε στο σημείο Α φορτίο $\mathrm{q} = +2\ \mathrm{C}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το φορτίο και την δύναμη που θα του ασκηθεί από το πεδίο.

Μονάδες 6

4.3. Δίνεται η μάζα του φορτίου $\mathrm{m} = 1\ \mathrm{g}$. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει το φορτίο αν κινηθεί από το σημείο Α σε ένα σημείο Ζ που απέχει $\mathrm{x_1} = 0{,}9\ \mathrm{m}$ στην φορά κίνησής του. Η βαρυτική δύναμη θεωρείται αμελητέα.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του φορτίου και τον χρόνο κίνησής του από το Α στο Ζ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21670-Λύση

4.1. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ισχύει:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{l}}$$

και άρα στην δική μας περίπτωση:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V_{A\Gamma}}}{(\mathrm{A\Gamma})} = \frac{\mathrm{V_{B\Delta}}}{(\mathrm{B\Delta})} \qquad (1)$$

όπου η απόσταση (ΒΔ) είναι:

$$(\mathrm{B\Delta}) = (\mathrm{A\Gamma}) - (\mathrm{AB}) - (\Delta\Gamma) = 50\ \mathrm{cm} - 10\ \mathrm{cm} - 20\ \mathrm{cm} = 20\ \mathrm{cm}$$

αφού $(\mathrm{AB}) = \mathrm{x} = 10\ \mathrm{cm}$ και $(\Delta\Gamma) = 2 \cdot \mathrm{x} = 20\ \mathrm{cm}$

Αντικαθιστώντας στην (1):

$$\frac{\mathrm{V_{A\Gamma}}}{(\mathrm{A\Gamma})} = \frac{\mathrm{V_{B\Delta}}}{(\mathrm{B\Delta})} \Leftrightarrow \frac{50\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{V_{B\Delta}}}{0{,}2\ \mathrm{m}} \Leftrightarrow \mathrm{V_{B\Delta}} = 20\ \mathrm{V}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το φορτίο είναι θετικό θα κινηθεί προς τα δεξιά, στην φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου.

Η δύναμη που ασκείται στο φορτίο από το πεδίο είναι:

$$\mathrm{F_{\eta\lambda}} = \mathrm{E} \cdot |\mathrm{q}| = \frac{\mathrm{V_{A\Gamma}}}{(\mathrm{A\Gamma})} \cdot \mathrm{q} = \frac{50\ \mathrm{V}}{0{,}5\ \mathrm{m}} \cdot 2\ \mathrm{C} = 200\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του φορτίου:

$$\Delta\mathrm{K} = \Sigma\mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{K_{\tau\epsilon\lambda}} - \mathrm{K_{\alpha\rho\chi}} = \mathrm{W_F} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{u}^2 - 0 = \mathrm{F_{\eta\lambda}} \cdot \mathrm{x_1} \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{u} = \sqrt{\frac{2 \cdot \mathrm{F_{\eta\lambda}} \cdot \mathrm{x_1}}{\mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200\ \mathrm{N} \cdot 0{,}9\ \mathrm{m}}{10^{-3}\mathrm{Kg}}} = 600\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η κίνηση του φορτίου από το Α στο Ζ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, αφού η μόνη δύναμη που του ασκείται προέρχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και είναι σταθερή. Οπότε:

$$\Sigma\mathrm{F} = \mathrm{m} \cdot \alpha \Leftrightarrow \mathrm{F_{\eta\lambda}} = \mathrm{m}\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{\mathrm{F_{\eta\lambda}}}{\mathrm{m}} = \frac{200\ \mathrm{N}}{10^{-3}\ \mathrm{Kg}} = 2 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

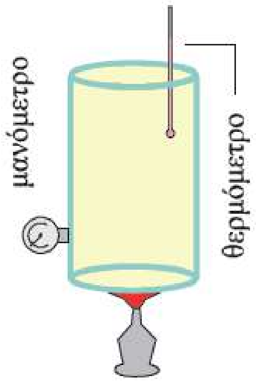
Ο χρόνος κίνησης είναι:

$$\mathrm{u} = \alpha \cdot \mathrm{t} \Leftrightarrow \mathrm{t} = \frac{\mathrm{u}}{\alpha} = \frac{600\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Leftrightarrow \mathrm{t} = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 21693

2.1. Σε πείραμα το οποίο γίνεται σε σχολικό εργαστήριο, το κλειστό δοχείο του σχήματος περιέχει αέρα. Το δοχείο θερμαίνεται από το κάτω μέρος, όπως στο σχήμα. Με τη βοήθεια θερμομέτρου και μανομέτρου λαμβάνονται μετρήσεις της θερμοκρασίας και της πίεσης του αέρα, καθώς αυτός θερμαίνεται. Τα σφάλματα των μετρήσεων θεωρούνται αμελητέα. Οι μετρήσεις αυτές φαίνονται στον πίνακα:



Θερμοκρασία T (K)	Πίεση p (kN/m^2)
300	100
330	130
360	160
390	190
420	210

Για τον αέρα στο δοχείο

(α) συμπεραίνουμε πως συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

(β) συμπεραίνουμε πως δεν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

(γ) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε αν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

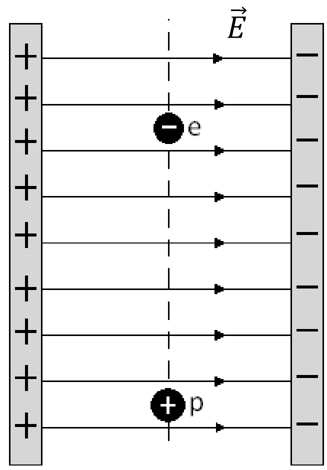
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου E που δημιουργείται μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων παραλλήλων πλακών αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο έτσι ώστε να ισαπέχουν από τις φορτισμένες πλάκες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε ότι η απόσταση των σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.



Ποιο από τα δύο σωματίδια θα φτάσει πρώτο σε φορτισμένη πλάκα;

(α) το πρωτόνιο p

(β) το ηλεκτρόνιο e

(γ) και τα δύο ταυτόχρονα

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21693-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες και να βρίσκεται. (2 μονάδες)

Στο συγκεκριμένο πείραμα, ο όγκος του αέρα είναι σταθερός (βρίσκεται σε κλειστό δοχείο). Αν ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο θα πρέπει το πηλίκο $\frac{p}{T}$ να παραμένει σταθερό σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής (νόμος Gay-Lussac). (3 μονάδες)

Παίρνοντας **οποιαδήποτε δύο ζευγάρια θερμοκρασίας – πίεσης** από τον πίνακα, το πηλίκο $\frac{p}{T}$ βγαίνει διαφορετικό (τα πηλίκα είναι σε σειρά $\frac{p}{T} = \frac{100}{300} \cong 0{,}33, \frac{130}{330} \cong 0{,}39, \frac{160}{360} \cong 0{,}44, \frac{190}{390} \cong 0{,}49, \frac{210}{420} = 0{,}5$), άρα ο νόμος Gay-Lussac δεν ισχύει, συνεπώς ο αέρας δεν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο. (3 μονάδες)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

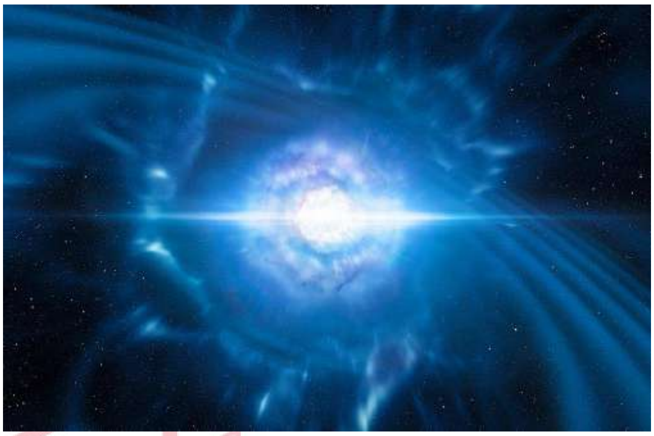
Τα δύο σωματίδια έχουν να διανύσουν ίσες αποστάσεις για να προσπέσουν σε πλάκα, ξεκινώντας από την ηρεμία (2 μονάδες). Ταχύτερα θα φτάσει εκείνο που έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση (2 μονάδες). Αφού τα φορτία τους είναι ίσα σε απόλυτη τιμή (1 μονάδα), δέχονται ίσες κατά μέτρο δυνάμεις ($F = E|q|$) (2 μονάδες), συνεπώς μεγαλύτερη επιτάχυνση θα έχει εκείνο με τη μικρότερη μάζα ($a = F/m$) (2 μονάδες), δηλαδή το ηλεκτρόνιο.

Μονάδες 9

21697

ΘΕΜΑ 4

Οι αστέρες νετρονίων είναι το αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης τεράστιων αστέρων, συνήθως στο τέλος της ζωής τους. Εκτός από τις μαύρες τρύπες, είναι τα πιο πυκνά ουράνια σώματα του Σύμπαντος. Περιστρέφονται πάρα πολύ γρήγορα. Ένας από τους πιο ενδιαφέροντες αστέρες νετρονίων είναι ο PSR J1748-2446ad, ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με συχνότητα περίπου $700\ Hz$. Η ακτίνα του είναι περίπου $10\ km$, ενώ η μάζα του M είναι τέτοια ώστε $GM = 2 \times 10^{20}\ Nm^2/kg$ (είναι περίπου μιάμιση φορά μεγαλύτερη από τη μάζα του Ήλιου).



Αναπαράσταση αστέρα νετρονίων
Πηγή: European Southern Observatory (ESO)

4.1. Υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα που θα είχε ένα αντικείμενο το οποίο θα τοποθετούσαμε και θα αφήναμε ακίνητο στον ισημερινό της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, μόνο λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση που θα έπρεπε να έχει το αντικείμενο του ερωτήματος 4.1 λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του, και αναφέρετε την κατεύθυνσή της. Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση $\pi^2 \cong 10$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων, και συγκρίνετέ την με την αντίστοιχη της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Στην πραγματικότητα δεν θα ήταν δυνατό να τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων (λόγω της υπερβολικά ισχυρής βαρυτικής έλξης και των ακτινοβολιών), αλλά θα μπορούσαμε να το αφήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα από πάρα πολύ μεγάλη απόσταση, ώστε να κινηθεί μόνο υπό την επίδραση της βαρυτικής έλξης του αστέρα νετρονίων και να φτάσει έτσι στην επιφάνειά του. Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται πως η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου ίση με $10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

21697-Λύση

4.1. Το αντικείμενο θα περιστρέφεται μαζί με τα σημεία της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Η γραμμική ταχύτητά του θα είναι

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f = 2\pi(10\ km)(700\ Hz) = 2\pi(10\times10^3\ m)(700\ Hz) = 14\pi\times10^6\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται πάντα από τον τύπο

$$a_\kappa = \frac{v^2}{R}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$$a_\kappa = \frac{(14\pi\times10^6\frac{m}{s})^2}{10^4\ m} = 196\pi^2 10^8\frac{m}{s^2} \cong 1{,}96\times10^{11} m/s^2$$

Η κατεύθυνση της κεντρομόλου επιτάχυνσης θα ήταν προς το κέντρο του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

4.3. Η επιτάχυνση βαρύτητας σε απόσταση R από σημειακή μάζα M (ή από το κέντρο σφαιρικής μάζας M) ισούται με την ένταση του πεδίου βαρύτητας και δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{GM}{R^2}\ \text{(1 μονάδα)}$$

Στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων θα είναι :

$$g_{AN} = \frac{2\times10^{20}\ Nm^2/kg}{(10^4\ m)^2} = 2\times10^{12}\ N/kg = 2\times10^{12}\ m/s^2\ \text{(3 μονάδες)}$$

Σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης, η τιμή αυτή είναι:

$$\frac{g_{AN}}{g_{\Gamma\eta\varsigma}} = \frac{2\times10^{12}\ m/s^2}{10\ m/s^2} = 2\times10^{11}$$

δηλαδή 200.000.000.000 φορές μεγαλύτερη (3 μονάδες).

Μονάδες 7

4.4. Το αντικείμενο, έστω μάζας m, θα κινηθεί μόνο με την επίδραση της βαρύτητας, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$(U+K)_{\sigma\varepsilon\ \pi o\lambda\upsilon\ \mu\varepsilon\gamma\alpha\lambda\eta\ \alpha\pi o\sigma\tau\alpha\sigma\eta} = (U+K)_{\sigma\tau\eta\nu\ \varepsilon\pi\iota\varphi\alpha\nu\varepsilon\iota\alpha}$$

$$0+0 = \left(-\frac{GMm}{R}\right) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2(2\times10^{20}\frac{Nm^2}{kg})}{10^4\ m}} = 2\times10^8\ m/s$$

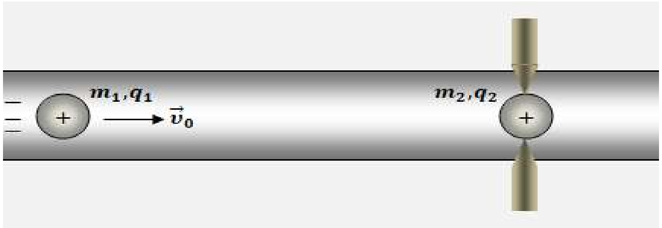
(Στην πραγματικότητα η παραπάνω τιμή είναι μόνο μία εκτίμηση, με δεδομένο πως υπάρχουν και σχετικιστικά φαινόμενα)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21822

Κατά την εξέλιξη ενός πειράματος, σε σωλήνα κενού, ένα μικρό σωματίδιο (1) μάζας $m_1 = 70\,\mu g$, φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q_1 = 7\,\mu C$ κινείται ευθύγραμμα εναντίον άλλου σωματιδίου (2) μάζας $m_2 = m_1$, φορτισμένου με το ίδιο ακριβώς ηλεκτρικό φορτίο $(q_2 = q_1)$. Αρχικά το σωματίδιο (2) συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό και το σωματίδιο (1) έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^4\ \frac{m}{s}$ όταν βρίσκεται αρκετά μακριά από το σωματίδιο (2), ώστε να μην αλληλεπιδρούν, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το κινούμενο σωματίδιο (1) επιβραδύνεται από την ηλεκτρική άπωση που δέχεται από το (2), καθώς πλησιάζει προς αυτό. Όταν το σωματίδιο (1) έχει πλησιάσει το ακίνητο σωματίδιο (2) σε απόσταση d_1, έχει υποδιπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του $\left(\upsilon_1 = \frac{\upsilon_0}{2}\right)$ και ακριβώς εκείνη τη στιγμή ο μηχανισμός απελευθερώνει το σωματίδιο m_2, το οποίο πλέον κινείται ελεύθερα εξαιτίας μόνο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο φορτισμένων σωματιδίων.
Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση d_1.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων, στη διάρκεια της παραπάνω αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας των σωματιδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση

Μονάδες 6

4.4. Την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις, μαγνητικά πεδία εξαιτίας της κίνησης των φορτισμένων σωματιδίων αγνοούνται και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

ΘΕΜΑ 4

21822-Λύση

4.1. Στο σωματίδιο (1) καθώς κινείται προς το ακίνητο σωματίδιο (2), ασκείται μόνο η απωστική δύναμη Coulomb η οποία αναπτύσσεται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων. Η δύναμη αυτή είναι διατηρητική δύναμη και κατά την κίνηση του (1) προς το ακίνητο (2), μέχρι να φτάσει στην απόσταση d_1 από αυτό, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, θεωρώντας ως δυναμική ενέργεια αποκλειστικά λόγω της ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης μεταξύ τους;

$$E_{M\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{M\eta\chi}^{1}, \quad \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}\text{: } K_{\alpha\rho\chi} = U_{\eta\lambda}^{1} + K_1, \text{ ή } \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} + \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot(\frac{\upsilon_0}{2})^2$$

ή $\frac{3}{8}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1}$,

άρα είναι: $d_1 = \frac{8\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{3\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2} = \frac{8\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{3\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8} = 42\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 4{,}2\ \mathrm{cm}$

Μονάδες 6

4.2. $|\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = |\Delta p_1| = \left|m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} - m_1\cdot\upsilon_0\right| = \left|-\frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2}\right| = \frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2} = 70\cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

Μετά την απελευθέρωση του σωματιδίου (1), τα δύο σωματίδια κινούνται στην ευθεία της διακέντρου τους και εξαιτίας της ηλεκτρικής άπωσης που δημιουργείται μεταξύ τους, το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται, ενώ το σωματίδιο (2) επιταχύνεται από την ηρεμία. Όσο χρόνο όμως η ταχύτητα του (1) είναι κατά μέτρο μεγαλύτερη από του (2), το πλησιάζει και η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται. Η ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση θα παρατηρείται, τη στιγμή που εξισώνονται οι ταχύτητές τους ($\upsilon_1{}' = \upsilon_2 = \upsilon$).
Από τη στιγμή που απελευθερώθηκε το (2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και οι δυνάμεις που εκτελούν έργο είναι διατηρητικές.
Ισχύουν για το σύστημα:

4.3. Αρχή διατήρησης της ορμής:

$p_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta.$, άρα $m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} = (m_1+m_2)\cdot\upsilon$, οπότε η κοινή τους ταχύτητα στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση: $\upsilon = \frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2\cdot(m_1+m_2)} = \frac{\upsilon_0}{4} = 5\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.4. Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$E_{M\eta\chi}^{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$, άρα $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{4} + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\upsilon^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\cdot\upsilon^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{16} = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

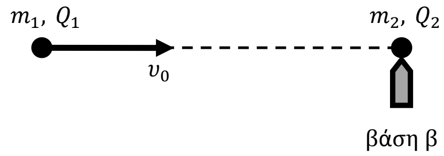
ή $k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}} = \frac{7}{16}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2$, οπότε προκύπτει $d_{min} = \frac{16\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{7\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2}$

τελικά $d_{min} = \frac{16\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{7\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8}\ \mathrm{m} = 36\cdot 10^{-3}\ m = 0{,}036\ \mathrm{m} = 3{,}6\ \mathrm{cm}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 21988

Ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο (Σ_1), μάζας $m_1 = 16 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{kg}$ με ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 = 7 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$, βάλλεται εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου (Σ_2), ίσης μάζας $(m_1 = m_2 = m)$ και διπλάσιου φορτίου $(Q_2 = 2Q_1)$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 100\ \mathrm{m/s}$, όπως στο διπλανό σχήμα.



Το σωματίδιο (Σ_2) είναι στερεωμένο πάνω σε μονωτική βάση β και η αρχική απόσταση των δύο σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να θεωρούμε ότι δεν αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά μεταξύ τους όταν εκτοξεύεται το σωματίδιο (Σ_1) προς το σωματίδιο (Σ_2). Τη στιγμή που η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) έχει γίνει η μισή της αρχικής, λόγω της ηλεκτρικής άπωσης η βάση β παύει να συγκρατεί το σωματίδιο (Σ_2) και αυτό μπορεί να κινείται ελεύθερο, χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση r_1 μεταξύ των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_2) ξεκόλλησε από τη βάση β και άρχισε να κινείται.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη απόσταση r_2, στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων από τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_1) βάλλεται εναντίον του σωματιδίου (Σ_2), μέχρι τη στιγμή που πλησίασαν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

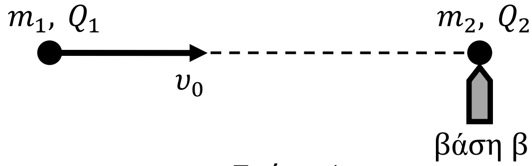
Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές είναι αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

21988-Λύση

4.1. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε



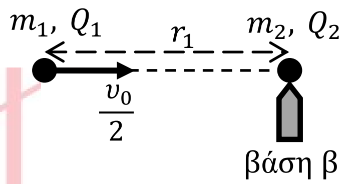
Σχήμα 1

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_1} \xrightarrow{m_1=m,\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{3}{8}m\upsilon_0^2 = k_c\frac{2Q_1^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{16k_cQ_1^2}{3m\upsilon_0^2}$$



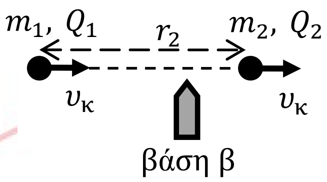
Σχήμα 2

και τελικά

$$\boldsymbol{r_1 = 147 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

4.2. Μετά τη χρονική στιγμή που απελευθερώνεται το σωματίδιο (Σ_2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και τα δύο σωματίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν $(\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_\kappa)$. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1\frac{\upsilon_0}{2} = m_1\upsilon_\kappa + m_2\upsilon_\kappa \xrightarrow{m_1=m_2=m} m\frac{\upsilon_0}{2} = 2m\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_0}{4}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_\kappa = 25\ \mathrm{m/s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.2.) έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\kappa^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_2} \xrightarrow{m_1=m_2=m,\ \upsilon_\kappa=\frac{\upsilon_0}{4},\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{4}\right)^2 + k_c\frac{2Q_1^2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{32k_cQ_1^2}{7m\upsilon_0^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{r_2 = 126 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

4.4. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος $\left(\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}\right)$ των δύο σωματιδίων δίδεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\alpha\rho\chi}$$

και για το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος (θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά στα σχήματα 1 και 3) έχουμε:

$$\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = \left|\vec{P}_{συστ.,τελ} - \vec{P}_{συστ.,αρχ}\right| \Rightarrow$$

$$\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = |2mυ_{κ} - mυ_0|$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = 8 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21990

Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) με μάζες $m_1 = 2\,\mathrm{g}$ και $m_2 = 4\,\mathrm{g}$ αντίστοιχα, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε θέσεις τέτοιες, ώστε τα κέντρα τους να απέχουν μεταξύ τους $r = 3\,\mathrm{cm}$. Τα δύο σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) είναι ηλεκτρικά φορτισμένα με φορτία $Q_1 = 4\ \mu\mathrm{C}$ και $Q_2 = 9\ \mu\mathrm{C}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα και αρχίζουν να κινούνται εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 3\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η μεταξύ τους απόσταση έχει διπλασιαστεί.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.4. Αν εκτοξεύαμε τα δύο σφαιρίδια από άπειρη απόσταση, το ένα προς το άλλο, πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, ποια θα έπρεπε να είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους ώστε να φτάσουν σε ελάχιστη απόσταση $3\ \mathrm{cm}$ με μηδενικές ταχύτητες;

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις του αέρα. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό (αέρα) $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

ΘΕΜΑ 4

21990-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων είναι

$$U = k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 10,8\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες των σφαιριδίων χρονική στιγμή t_1. Τα σφαιρίδια έχουν ομόσημα φορτία, επομένως το ένα απωθεί το άλλο και έτσι αποκτούν ταχύτητες αντίθετης φοράς.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \xRightarrow{m_2=2m_1} \upsilon_1 = 2\upsilon_2 \ \ (1)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + k_c\frac{Q_1\, Q_2}{2r} \ \ (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 60\ \frac{m}{s}} \ \text{ και } \ \boldsymbol{\upsilon_2 = 30\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τη σχέση (1) έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_1 = -\vec{P}_2, \ \text{για κάθε χρονική στιγμή}$$

Επομένως για τα μέτρα του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου ισχύει

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}_2}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1}$$

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = \Sigma F \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = F_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = k_c\frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = 90\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω V_1 και V_2 οι ταχύτητες με τις οποίες εκτοξεύτηκαν τα σφαιρίδια. Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1V_1 - m_2V_2 = 0 \xRightarrow{m_2=2m_1} V_1 = 2V_2 \ \ (3)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, μεταξύ της αρχικής κατάστασης όταν αυτά βρίσκονταν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους και της τελικής κατάστασης όταν αυτά έχουν μηδενική ταχύτητα και βρίσκονται σε απόσταση $r = 3$ cm, έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = 0 + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r} \quad (4)$$

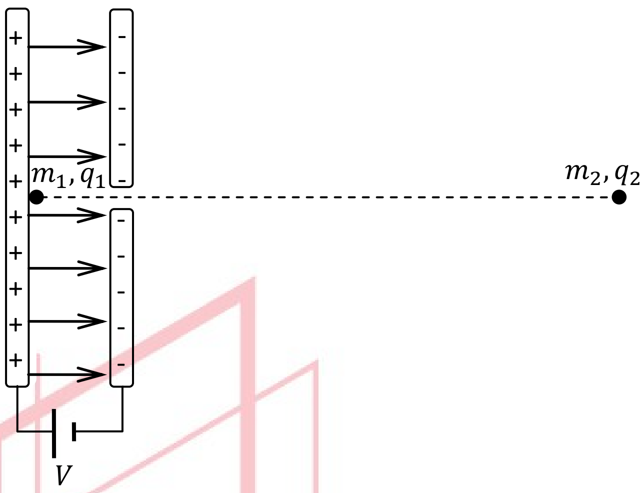
Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{V_1 = 60\sqrt{2}\ \frac{m}{s}} \ \text{ και } \ \boldsymbol{V_2 = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21991



Σωματίδιο (Σ_1), με μάζα $m_1 = 4 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{kg}$ και θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\ \mathrm{C}$, αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα πολύ κοντά στο θετικό οπλισμό φορτισμένου πυκνωτή και στο εσωτερικό του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που έχει δημιουργηθεί μεταξύ των οπλισμών του.

Η τάση φόρτισης του πυκνωτή είναι $V = 2.000\ \mathrm{V}$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του $d = 8\ \mathrm{cm}$. Η κίνηση του σωματιδίου (Σ_1) είναι ευθύγραμμη, παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς πεδίου του πυκνωτή και ακριβώς πάνω στην ευθεία της τροχιάς αυτής, υπάρχει μια τρύπα στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή. Από το άνοιγμα αυτό, το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που απέκτησε στο τέλος της κίνησής του μέσα σε αυτό το πεδίο. Στην ευθεία της κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) και σε μεγάλη απόσταση από το σημείο εξόδου του από τον πυκνωτή, υπάρχει άλλο σωματίδιο (Σ_2) της ίδια μάζας $(m_1 = m_2)$ αλλά διπλάσιου θετικού φορτίου $(q_2 = 2q_1)$ από το (Σ_1). Το σωματίδιο (Σ_2) είναι αρχικά ακίνητο, αλλά είναι ελεύθερο να κινηθεί.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σωματιδίου (Σ_1) κατά την κίνησή του στο ομογενές πεδίο του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και το μέτρο υ_0 της ταχύτητάς του καθώς εξέρχεται μέσω της τρύπας του αρνητικού οπλισμού από το πεδίο αυτό.

Μονάδες 6

4.3. Να εξηγήσετε, καθώς το σωματίδιο (Σ_1) κινείται προς το σωματίδιο (Σ_2), ποια είναι η συνθήκη ώστε να μειώνεται η μεταξύ τους απόσταση, και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (Σ_1), όταν βρεθεί στην ελάχιστη απόσταση από το (Σ_2).

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή ομογενές και σημαντικό μόνο μεταξύ των οπλισμών του, δηλαδή να θεωρήσετε ασήμαντη τη δράση του στο σωματίδιο (Σ_1), μετά την έξοδό του από αυτό.

Να θεωρήσετε επίσης ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και ότι οι πάσης φύσης αντιστάσεις στην κίνηση των σωματιδίων είναι ασήμαντες.

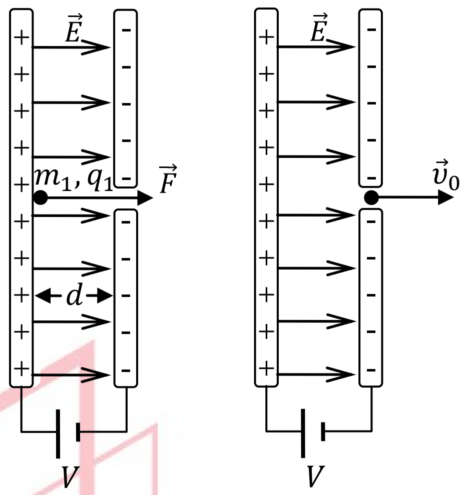
Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

21991-Λύση

4.1. Το σωματίδιο (Σ_1) δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m_1\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$



Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού (που είναι ίση με τη τάση φόρτισης) μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ισχύει η σχέση

$$E = \frac{V}{d} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qV}{m_1 d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\alpha = 6{,}25 \cdot 10^{8}\ \frac{m}{s^2}} \quad (3)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σωματίδιο (Σ_1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2d}{\alpha}} \overset{(3)}{\Rightarrow} \boldsymbol{\Delta t = 16 \cdot 10^{-6}\ s} \quad (4)$$

$$\text{και } v_0 = \alpha\Delta t \xRightarrow{(3),(4)} \boldsymbol{v_0 = 10^4\ \frac{m}{s}}$$

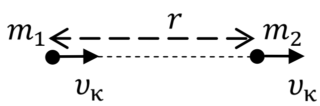
Μονάδες 6

4.3. Αρχικά το σωματίδιο (Σ_2) ήταν ακίνητο. Το σωματίδιο (Σ_1) πλησιάζει το σωματίδιο (Σ_2) έχοντας αρχική ταχύτητα v_0. Τα δύο σωματίδια έχουν ομώνυμα φορτία και το ένα απωθεί το άλλο με αποτέλεσμα το σωματίδιο (Σ_1) να επιβραδύνεται και το σωματίδιο (Σ_2) να επιταχύνεται. Για όσο χρονικό διάστημα η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) είναι μεγαλύτερη αυτής του σωματιδίου (Σ_2) $(v_1 > v_2)$, το (Σ_1) θα πλησιάζει το (Σ_2). Κάποια στιγμή οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων θα γίνουν ίσες $(v_1 = v_2 = v_\kappa)$. Τη στιγμή αυτή τα σωματίδια θα έχουν την ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. Στη συνέχεια το σωματίδιο (Σ_2) θα εξακολουθεί να επιταχύνεται απομακρυνόμενο από το σωματίδιο (Σ_1) το οποίο θα επιβραδύνεται $(v_1 < v_2)$.

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1 v_0 = m_1 v_\kappa + m_2 v_\kappa \xRightarrow{m_1 = m_2 = m} v_\kappa = \frac{v_0}{2}$$



και τελικά

$$\boldsymbol{v_\kappa = 5 \cdot 10^3\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.3.) έχουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + 0 = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 υ_0^2 = \frac{1}{2}m_1 υ_κ^2 + \frac{1}{2}m_2 υ_κ^2 + k_c\frac{q_1\,q_2}{r} \xRightarrow{m_1= m_2= m,\ υ_κ=\frac{υ_0}{2},\ q_2=2q_1}$$

$$\frac{1}{2}mυ_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{υ_0}{2}\right)^2 + k_c\frac{2q_1^2}{r} \Rightarrow r = \frac{8k_c q_1^2}{mυ_0^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{r = 18 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

22075

ΘΕΜΑ 4

Σφαίρα με φορτίο $Q = 8\ \mu C$ βρίσκεται ακίνητη στο έδαφος και σε ύψος $h = 90 cm$ πάνω από αυτή και στην ίδια κατακόρυφο, φέρεται άλλη σφαίρα μάζας $m = 4\ g$ και φορτίου $q = 10^{-7} C$. Να υπολογίσετε:

4.1. την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

Μονάδες 3

Κάποια στιγμή η σφαίρα μάζας m αφήνεται να κινηθεί. Να βρείτε:

4.2. το έργο της δύναμης του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά την μετακίνηση της σφαίρας από την αρχική θέση μέχρι σημείο Α, που απέχει από το έδαφος ύψος $\frac{2h}{3}$.

Μονάδες 6

4.3. την ταχύτητα που έχει όταν διέρχεται από το σημείο Α.

Μονάδες 6

4.4. Το ελάχιστο ύψος από το έδαφος καθώς πλησιάζει το φορτίο Q.

Μονάδες 7

Δίνονται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$, $K = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

22075-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών στο ύψος h είναι:

$$U = K \cdot \frac{Q \cdot q}{h} \leftrightarrow$$

$$U = 9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} C \cdot 10^{-7} C}{9 \cdot 10^{-1} m} \leftrightarrow$$

$$U = 8 \cdot 10^{-3} \ J.$$

Μονάδες 3

4.2. Το έργο της δύναμης του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά την πτώση της δεύτερης σφαίρας μέχρι το σημείο Α είναι:

$$W_F = q \cdot (V_{αρχ} - V_{τελ}) = q \cdot \left(K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{\frac{2h}{3}} \right) = -K \cdot \frac{Q \cdot q}{2h} \leftrightarrow$$

$$W_F = -9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} C \cdot 10^{-7} C}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-1} m} = -4 \cdot 10^{-3} \ J$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την πτώση της δεύτερης σφαίρας μεταξύ της αρχικής θέσης της (ύψος h από το έδαφος) και του σημείου Α (ύψος $\frac{2h}{3}$ από το έδαφος):

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - 0 = W_W + W_F \leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{2h}{3}\right) + W_F \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{3} + W_F \leftrightarrow$$

$$u^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{3} + \frac{2 \cdot W_F}{m} \leftrightarrow$$

$$u = 2 \ m/s$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω d το ελάχιστο ύψος από το έδαφος, που θα πλησιάσει η δεύτερη σφαίρα το φορτίο Q. Θα εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ για την πτώση της σφαίρας από το ύψος h έως τη θέση αυτή. Αφού η κάθοδος της σφαίρας σταματά στο σημείο αυτό, η ταχύτητά της εκεί θα είναι μηδενική:

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow 0 = W_W + W_F \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot \left(K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + K \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) - K \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{h - d}{h \cdot d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = (h - d) \cdot \left(m \cdot g - \frac{K \cdot Q \cdot q}{h \cdot d} \right)$$

Από την παραπάνω εξίσωση λαμβάνουμε ως λύσεις:

$d = h$, δηλαδή η αρχική θέση της σφαίρας και:

$d = \frac{K \cdot Q \cdot q}{m \cdot g \cdot h} = 20\text{cm}.$

Αποδεχόμαστε τη λύση $d = 20\text{cm}$ αφού πρέπει $d < h$.

Μονάδες 10

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ:</u> Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να αναστοχαστούμε τη λύση του ερωτήματος 4.4. Εφαρμόσαμε το Θ.Μ.Κ.Ε. αναζητώντας το κατώτατο σημείο της κίνησης, στο οποίο η ταχύτητα μηδενίζεται. Τα Μαθηματικά, όμως, που χαρακτηρίζονται από ορθολογισμό, μας έδωσαν όλες τις θέσεις όπου ισχύει αυτό, δηλαδή τόσο το σημείο τερματισμού όσο και την αφετηρία τη κίνησης. Αυτό είναι ένα σπουδαίο χαρακτηριστικό των Μαθηματικών, ότι δηλαδή πάντοτε μας δίνουν όλες τις λύσεις που ταιριάζουν με τους περιορισμούς που θέτουμε γράφοντας τις εξισώσεις και όχι μόνο εκείνες που αναζητούμε!

ΘΕΜΑ 4 22166

Δύο φορτισμένες επίπεδες πλάκες (οπλισμοί) με αντίθετα φορτία δημιουργούν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι $V = 2400V$ και η μεταξύ τους απόσταση $L = 1{,}2m$. Σε σημείο Α, που απέχει $x = 20cm$ από την θετικά φορτισμένη πλάκα αφήνεται σώμα με φορτίο $q = +2C$ και μάζα $m = 20g$. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου και να μελετήσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το φορτίο.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του φορτίου σε ένα σημείο Γ, όταν θα έχει διανύσει απόσταση $(ΑΓ) = 0{,}625m$ μέσα στο πεδίο.

Μονάδες 7

4.3. Στο σημείο εκείνο τοποθετείται αφόρτιστο σώμα μάζας $M = 480g$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το κινούμενο φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία φθάνει το συσσωμάτωμα στην απέναντι πλάκα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22166-Λύση

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$\mathcal{E} = \frac{V}{L} = \frac{2400V}{1{,}2m} = 2000\ \frac{V}{m}$$

Όσον αφορά το είδος της κίνησης, επειδή η μόνη δύναμη στο φορτίο είναι η σταθερή δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $F = \mathcal{E} \cdot q$, θα είναι σταθερή και η επιτάχυνση και άρα η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη προς τον αρνητικό οπλισμό.

Μονάδες 5

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το σημείο Α στο Γ:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_\Gamma - K_A = W_F \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_\Gamma^2 - 0 = F \cdot (A\Gamma) = \mathcal{E} \cdot q \cdot (A\Gamma) \Leftrightarrow u_\Gamma^2 = \frac{2 \cdot \mathcal{E} \cdot q \cdot (A\Gamma)}{m} \Leftrightarrow$$

$$u_\Gamma = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000\ \frac{V}{m} \cdot 2\,C \cdot 0{,}625\ m}{0{,}02\ kg}} = 500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Για την κρούση που ακολουθεί, με το σώμα μάζας Μ, ισχύει η Α.Δ.Ο. :

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m \cdot u = (m + M) \cdot V_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m \cdot u}{m + M} = \frac{0{,}02\ kg \cdot 500\frac{m}{s}}{0{,}5\ kg} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = 20\ m/s$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε και πάλι το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από το σημείο Γ, μετά την κρούση, μέχρι το σημείο Δ στον αρνητικό οπλισμό:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_\Delta - K_\Gamma = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot u_\Delta^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = F \cdot [L - x - (A\Gamma)] \Leftrightarrow$$

$$u_\Delta^2 - V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = \frac{2 \cdot \mathcal{E} \cdot q}{m + M} \cdot [L - x - (A\Gamma)] \Leftrightarrow u_\Delta^2 = V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 + \frac{2 \cdot \mathcal{E} \cdot q}{m + M} \cdot [L - x - (A\Gamma)] \Leftrightarrow$$

$$u_\Delta = \sqrt{V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 + \frac{2 \cdot \mathcal{E} \cdot q}{m + M} \cdot [L - x - (A\Gamma)]} = \sqrt{20^2\ \frac{m^2}{s^2} + \frac{2 \cdot 2000\ \frac{V}{m} \cdot 2\,C \cdot 0{,}375\ m}{0{,}5\ kg}} \Leftrightarrow$$

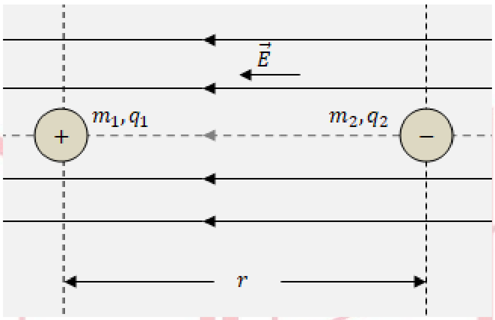
$$u_\Delta = \sqrt{400\frac{m^2}{s^2} + 6000\frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{6400\frac{m^2}{s^2}} \Leftrightarrow u_\Delta = 80\ m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22516

Δύο μικρά σφαιρίδια (1) και (2) με μάζες $m_1 = 240\ \mathrm{mg}$ και $m_2 = 60\ \mathrm{mg}$ αντίστοιχα, έχουν φορτιστεί κατάλληλα και έχουν αποκτήσει ηλεκτρικά φορτία $q_1 = 8\ \mu\mathrm{C}$ και $q_2 = -8\ \mu\mathrm{C}$ αντίστοιχα. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο και λείο μονωτικό δάπεδο, μέσα σε ομογενές οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο, το μέτρο της έντασης του οποίου είναι $E = 8 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$, με αποτέλεσμα να ισορροπούν ακίνητα σε απόσταση r μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση r μεταξύ των δύο σφαιριδίων.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή καταργείται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, με αποτέλεσμα τα φορτισμένα σφαιρίδια να αρχίσουν να πλησιάζουν κινούμενα το ένα προς το άλλο, εξαιτίας της έλξης μεταξύ τους.
Να υπολογίσετε:

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων, τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει υποτριπλασιαστεί.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου (1), τη στιγμή που η απόσταση μεταξύ των σφαιριδίων έχει υποτριπλασιαστεί.

Μονάδες 5

4.4. Το έργο της δύναμης που δέχεται το σφαιρίδιο (1) από την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο φορτίων, από τη στιγμή που καταργήθηκε το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, μέχρι να υποτριπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση.

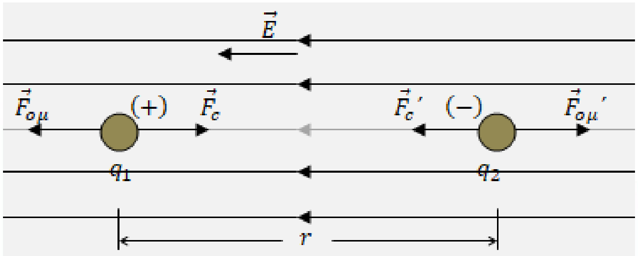
Μονάδες 6

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

ΘΕΜΑ 4

22516-Λύση

4.1. Μεταξύ των δύο σφαιριδίων ασκούνται αντίθετες (ελκτικές) δυνάμεις Coulomb ($\vec{F_c}, \vec{F_c}'$). Στο θετικά φορτισμένο σφαιρίδιο (1), ασκείται δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ($\vec{F}_{ομ}$), ομόρροπη της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου αυτού. Στο αρνητικά φορτισμένο σφαιρίδιο (2), ασκείται δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ($\vec{F}_{ομ}'$), αντίρροπη της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου αυτού. Κάθε σφαιρίδιο ισορροπεί ακίνητο με την επίδραση αυτών των δύο δυνάμεων, όπως στο σχήμα.

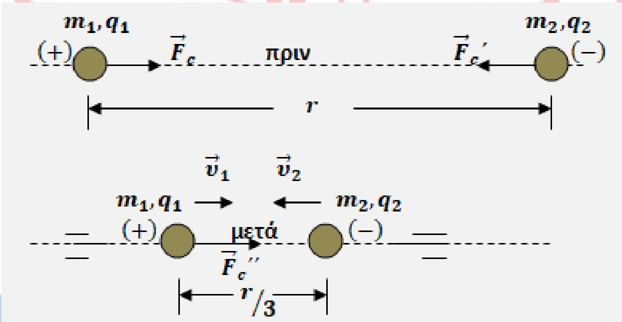


Ισχύει: $F_c = F_{ομ}$, $K_{ηλ} \cdot \frac{q_1 \cdot |q_2|}{r^2} = E \cdot q_1$

$r^2 = \frac{K_{ηλ} \cdot |q_2|}{E} = 9 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$, $r = 0{,}3\ \mathrm{m}$

Μονάδες 7

4.2.Όταν καταργείται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, τα δύο φορτισμένα σφαιρίδια, αρχίζουν να κινούνται στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, πλησιάζοντας το ένα στο άλλο, με επιταχυνόμενες κινήσεις εξαιτίας των ελκτικών δυνάμεων μεταξύ τους.



Οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές για το σύστημα των δύο σφαιριδίων και συντηρητικές. Έτσι για το σύστημα των δύο σφαιριδίων ισχύουν:

η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα}$, $0 = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2$, $υ_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot υ_1 = \frac{240}{60} \cdot υ_1$, $υ_2 = 4 \cdot υ_1$ (1)

η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$E_{MHX}^{πριν} = E_{MHX}^{μετα}$, $k_{ηλ} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^2 + k_{ηλ} \cdot \frac{3 \cdot q_1 \cdot q_2}{r}$

ή $k_{ηλ} \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{r}\right) = \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot υ_1^2 + m_2 \cdot 16 \cdot υ_1^2)$

ή $9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot (-8) \cdot 10^{-6} \left(-\frac{2}{0{,}3}\right) = \frac{υ_1^2}{2} \cdot (m_1 + 16 \cdot m_2)$, $(S.I)$

ή $\frac{20}{3} \cdot 9 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = \frac{υ_1^2}{2} \cdot (240 + 16 \cdot 60) \cdot 10^{-6}$, $(S.I)$

ή $υ_1^2 = \frac{20 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 600 \cdot 10^{-6}} = 6400\ \frac{m^2}{s^2}$, $υ_1 = 80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, οπότε $υ_2 = 320\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 7

4.3.Τη χρονική στιγμή που τα σφαιρίδια απέχουν μεταξύ τους $\frac{r}{3} = 0{,}1\ m$, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου (1) σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, είναι:

$$\left|\frac{Δp_1}{Δt}\right| = F_c'' = k_{ηλ} \cdot \frac{q_1 \cdot |q_2|}{\left(\frac{r}{3}\right)^2} = 57{,}6\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 5

22516-Λύση

4.4. Μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της ελκτικής δύναμης που δέχεται το σφαιρίδιο (1), εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σφαιρίδιο αυτό:

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 240 \cdot 10^{-6} \cdot 80^2 \text{ J} = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 64 \cdot 10^2 \text{ J} = 0{,}768 \text{ J}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

22517

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (Ο.Η.Π.) με δυναμικές γραμμές κατακόρυφες με φορά προς τα κάτω, παρουσιάζει διαφορά δυναμικού $\mathrm{V} = 100\ \mathrm{V}$ μεταξύ δύο σημείων του Α και Γ που απέχουν απόσταση $l = 0{,}1\ \mathrm{m}$. και βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή. Τοποθετούμε μέσα στο πεδίο ορθοστάτη από τον οποίο κρεμάμε μέσω μη αγώγιμου νήματος, φορτίο $\mathrm{q} = +0{,}4\ \mathrm{mC}$ και μάζας $\mathrm{M} = 100\ \mathrm{g}$. Το φορτίο ισορροπεί.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

Μονάδες 5

4.2. Βλήμα μάζας $\mathrm{m} = 20\ \mathrm{g}$ χωρίς κάποιο φορτίο, κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οριζόντια με ταχύτητα $\mathrm{u} = 120\ \mathrm{m}/s$ και συγκρούεται πλαστικά με το φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Αν το μήκος του νήματος δίνεται $\mathrm{d} = 1\ \mathrm{m}$, να υπολογίσετε την τάση του αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Αν αμέσως μετά την κρούση κόψουμε το νήμα, τι κίνηση θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα και με ποια επιτάχυνση;

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

22517-Λύση

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου (Ο.Η.Π.) προκύπτει από την σχέση:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{l}} = \frac{100\ \mathrm{V}}{0{,}1\ \mathrm{m}} = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορτίο είναι:

1] Η δύναμη από το Ο.Η.Π. έχει φορά προς τα κάτω αφού το φορτίο είναι θετικό και είναι:

$$\mathrm{F} = \mathrm{E} \cdot |\mathrm{q}| = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3}\mathrm{C} \Leftrightarrow \mathrm{F} = 0{,}4\ \mathrm{N}$$

2] Το βάρος του φορτίου, επίσης προς τα κάτω:

$$\mathrm{W} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{g} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1\mathrm{N}$$

3] Η ζητούμενη τάση του νήματος με φορά προς τα πάνω.

Για να ισορροπεί το φορτίο, ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}} + \vec{\mathrm{T}} = \vec{0}$$

$$\mathrm{F} + \mathrm{W} - \mathrm{T} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{T} = \mathrm{F} + \mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{T} = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1\ \mathrm{N} = 1{,}4\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{\mathrm{P}}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{\mathrm{P}}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$\mathrm{m} \cdot \mathrm{u} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\mathrm{m} \cdot \mathrm{u}}{\mathrm{m} + \mathrm{M}} = \frac{0{,}02\ \mathrm{kg} \cdot 120\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}02\ \mathrm{kg} + 0{,}1\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται ακόμα στην θέση όπου το νήμα είναι κατακόρυφο.

Για την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{\mathrm{F}}_\kappa \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}}_{\sigma\upsilon\sigma} + \vec{\mathrm{T}'} = \vec{\mathrm{F}}_\kappa$$

Με θετική φορά αυτήν της κεντρομόλου δύναμης:

$$\mathrm{T}' - \mathrm{F} - \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = \mathrm{F} + \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} + \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}}$$

$$\mathrm{T}' = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1{,}2\ \mathrm{N} + \frac{0{,}12\ \mathrm{kg} \cdot 20^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{1\ \mathrm{m}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = 49{,}6\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 7

4.4. Η κίνηση θα είναι σύνθετη: ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}$ και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα. Άρα η ζητούμενη επιτάχυνση του συσσωματώματος προκύπτει από την συνισταμένη δύναμη που προέρχεται από το διανυσματικό άθροισμα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου και του βάρους του στον κατακόρυφο άξονα. Άρα:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}}_\mathrm{y} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \vec{\alpha}_\mathrm{y}$$

$$F + W_{\sigma\upsilon\sigma} = (m + M) \cdot \alpha_y \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{F + W_{\sigma\upsilon\sigma}}{m + M} \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{1{,}6\ \mathrm{N}}{0{,}12\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{40}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 7

22521

ΘΕΜΑ 4

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή είναι $V = 100\,V$. Ο πυκνωτής αποτελείται από δυο κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες, του ίδιου εμβαδού και σχήματος, οι οποίες είναι παράλληλες και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 10\,cm$. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο εσωτερικό του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το σημείο εισόδου στον πυκνωτή είναι μια οπή στη θετικά φορτισμένη πλάκα. Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από αυτή την οπή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 και με κατεύθυνση την αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Στο ηλεκτρόνιο ασκείται δύναμη μόνο λόγω του ηλεκτρικού πεδίου και το μέτρο της ταχύτητας του μηδενίζεται, στιγμιαία, τη στιγμή που φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου κατά την κίνησή του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου σε ηλεκτρονιοβόλτ (eV).

Μονάδες 7

4.4. Αν το ηλεκτρόνιο εισέρχονταν με την ίδια αρχική ταχύτητα υ_0 από μια οπή της αρνητικά φορτισμένης πλάκας θα έφτανε στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου υ_1. Να υπολογίσετε το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_0}$.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, και οι βαρυτικές δυνάμεις δεν λαμβάνονται υπόψη. Το στοιχειώδες φορτίο που μετακινείται είναι: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$ (Σχολικό Βιβλίο σελ. 152).

22521-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{d} \text{ ή } E = \frac{10^2}{10^{-1}}\frac{V}{m} \text{ ή } E = 10^3\ \frac{N}{C}$$

Μονάδες 5

4.2. Η συνολική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι ίση με την δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\eta\lambda} = \vec{E}\cdot(-e)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής μπορεί να υπολογιστεί από την γενικότερη σχέση έκφρασης του δεύτερου Νόμου του Νεύτωνα. Δηλαδή:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \vec{E}\cdot(-e) \text{ ή } \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right| = E\cdot e \text{ ή}$$

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right| = 10^3\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ N \text{ ή } \frac{\Delta P}{\Delta t} = 1{,}6\cdot\ 10^{-16}\ N$$

Μονάδες 6

4.3. Αν το ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα υ_0 παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου θα κινηθεί κατά μήκος της δυναμικής γραμμής στην οποία βρίσκεται και θα δεχθεί δύναμη μέτρου F με αντίθετη κατεύθυνση από εκείνη της φοράς των δυναμικών γραμμών.

Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική του θέση έως ότου σταματήσει στιγμιαία.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } 0 - K_{\alpha\rho\chi} = -F\ d \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = F\ d \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = E\ e\ d$$

$$\text{ή } K_{\alpha\rho\chi} = 10^3\left(\frac{N}{C}\right)\cdot e\cdot\ 10^{-1}(m) \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = 100\ eV$$

Μονάδες 7

4.4. Αν τώρα το ηλεκτρόνιο ξεκινήσει με αρχική ταχύτητα υ_0 από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα τότε θα φθάσει στη θετική φορτισμένη μεταλλική πλάκα με ταχύτητα υ_1. Η δύναμη που δέχεται έχει τώρα την κατεύθυνση της κίνησης του ηλεκτρονίου. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την μετακίνηση του ηλεκτρονίου μεταξύ των παραπάνω θέσεων οπότε θα έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = F\ d \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = E\ e\ d \text{ ή}$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = 100\ eV \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} = 200eV$$

Εάν πάρουμε το πηλίκο:

$$\frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{200eV}{100eV} = 2 \text{ ή } \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} = 2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_0^2} = 2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_0} = \sqrt{2}$$

22521-Λύση

Μονάδες 7