ΘΕΜΑ 2

15891

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινούμενο με ταχύτητα υ, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σημειακό αντικείμενο μάζας $3 \cdot m$, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

(α) 25% , **(β)** 75% , **(γ)** 50%

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 10000 J από τη θερμή δεξαμενή και αποβάλλει ποσό θερμότητας 5000 J στην ψυχρή δεξαμενή. Η απόδοση της μηχανής είναι:

α) 50% , **(β)** 25% , **(γ)** 75%

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

15891-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot \upsilon = 4 \cdot m \cdot V \, , V = \frac{\upsilon}{4} \; [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{16} = \frac{3}{8} \cdot m \cdot \upsilon^2 \; [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = \frac{\frac{3}{8} \cdot m \cdot \upsilon^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = 75\%$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει:

$$\alpha = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{5000}{10000} = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 \text{ ή } 50\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 15895

Δύο υλικά σημεία, που έχουν ίσες μάζες και φέρουν ηλεκτρικά φορτία $q_1 = +1\ \mu C$ και $q_2 = +2\ \mu C$, συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 2\ cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια.

Μονάδες 6

Τα υλικά σημεία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα αντίστοιχα μέτρα των ταχυτήτων τους, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, όταν η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη.

Μονάδες 6

4.3. Αν η μάζα κάθε υλικού σημείου είναι $m = 0{,}1\ kg$, να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 7

4.4. Για την χρονική διάρκεια από t_0 μέχρι την χρονική στιγμή που η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που δέχεται το πρώτο υλικό σημείο από το δεύτερο.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να θεωρήσετε αμελητέα την βαρυτική αλληλεπίδραση των υλικών σημείων τόσο μεταξύ τους όσο και με άλλα σώματα.

ΘΕΜΑ 4

15895-Λύση

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο υλικών σημείων ισχύει:

$$U_{\eta\lambda} = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} J = 0{,}9\, J$$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του πρώτου υλικού σημείου:

$$0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2 \, , \; \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των υλικών σημείων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \, , \; K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \, , \; 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 0 \, ,$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 \, , \; U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon^2 \, , \; \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi}}{m}} = 3 \, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K_1 = W_{\vec{F}_{1,2}} \, , \; K_1 - 0 = W_{\vec{F}_{1,2}} \, , \; W_{\vec{F}_{1,2}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = 0{,}45\, J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 15896

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = +1\ \mu C$ και $q_2 = -2\ \mu C$ έχουν ίσες μάζες και συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 10\ cm$ μεταξύ τους.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2.

Μονάδες 6

Τα σημειακά φορτία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση υποπενταπλασιαστεί, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$,

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 αντίστοιχα, όταν η απόστασή τους υποπενταπλασιαστεί, αν για τις μάζες των δύο φορτίων ισχύει $m_1 = m_2 = m = 0{,}72\ mg$

Μονάδες 7

4.4. Να σχεδιάσετε, σε κοινό σύστημα ορθογώνιων αξόνων, τις γραφικές παραστάσεις που απεικονίζουν τις μεταβολές της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας, της κινητικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2, σε συνάρτηση με την απόστασή τους, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόστασή τους υποπενταπλασιάζεται.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Σε καθένα από τα φορτία q_1 και q_2 ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

ΘΕΜΑ 4

15896-Λύση

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σημειακών φορτίων ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = -9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = -0{,}18\, J$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος των σημειακών φορτίων διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο σύστημα. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του φορτίου q_1: $0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2$, $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των φορτίων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda},\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},\ 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda},$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 + k_{\eta\lambda} \frac{q_1 \cdot q_2}{\frac{r}{5}},\ U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon_1^2 + k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r},$$

Συνεπώς, για το μέτρο της κοινής ταχύτητας των δύο φορτίων ισχύει:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi} - k_{\eta\lambda} \frac{5 \cdot q_1 \cdot q_2}{r}}{m}},\ \upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{10^{-1}}}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}} \frac{m}{s},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{-0{,}18 + 0{,}9}{0{,}72 \cdot 10^{-6}}} \frac{m}{s},\ \upsilon = 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει: $U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$, $U = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot (-2 \cdot 10^{-6})}{r} (S.I.)$,

$$U = -\frac{0{,}018}{r} (S.I.)$$

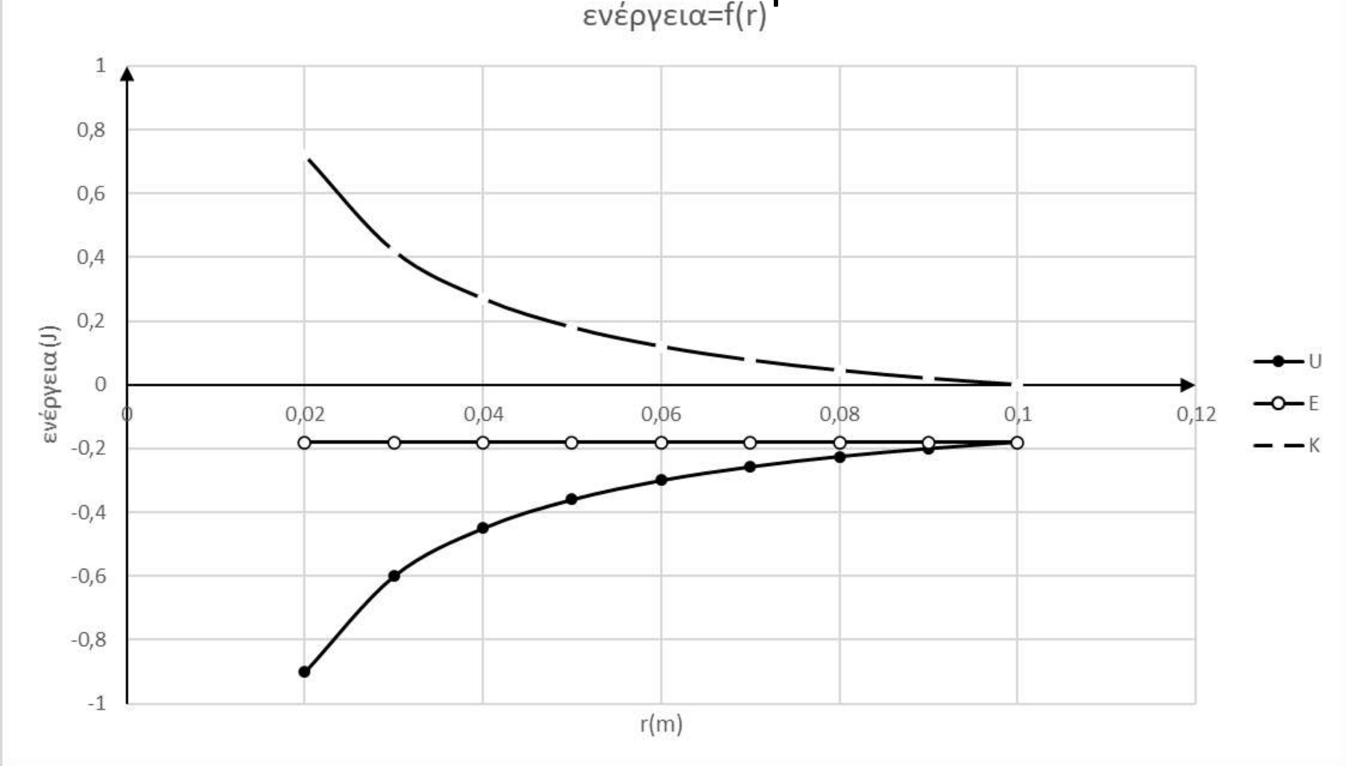
Η μηχανική ενέργεια E του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 παραμένει σταθερή και ίση με την αρχική. Έτσι: $E = U_{\alpha\rho\chi}$, $E = -0{,}18\, J$.

Για την κινητική ενέργεια U του συστήματος των σημειακών φορτίων q_1 και q_2 σε συνάρτηση με την απόστασή τους r ισχύει:

$$E = K + U,\ K = E - U,\ K = -0{,}18 + \frac{0{,}018}{r} (S.I.)$$

Οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ (οπότε $r = 10\, cm = 0{,}1\, m$) μέχρι τη χρονική στιγμή που η απόσταση των δύο σημειακών φορτίων έχει υποπενταπλασιαστεί ($r = 0{,}02\, m$) είναι:

15896-Λύση



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

15997

2.1. Δύο σημειακά αντικείμενα 1 και 2, τα οποία κινούνται στην ευθεία που ορίζουν, συγκρούονται. Αν Δp_1 είναι η μεταβολή της ορμής του σημειακού αντικειμένου 1 και Δp_2 η μεταβολή της ορμής του σημειακού αντικειμένου 2 κατά τη διάρκεια της κρούσης τους, τότε:

(α) $\Delta p_1 = \Delta p_2$, **(β)** $\Delta p_1 = -\Delta p_2$, **(γ)** $\Delta p_1 = \Delta p_2 = 0$

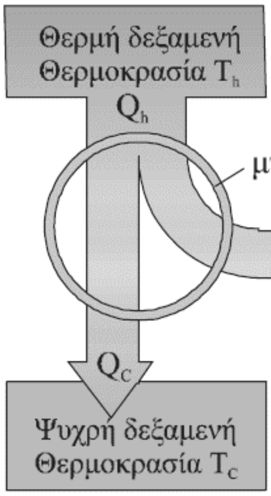
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά τη διάρκεια ενός κύκλου λειτουργίας μια θερμικής μηχανής, η αρχή λειτουργίας της οποίας, απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα είναι:



(α) $Q_h = Q_c + W$, **(β)** $Q_c = Q_h + W$, **(γ)** $Q_h = |Q_c| + W$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

15997-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2' , p_1 - p_1' = p_2' - p_2 , - \Delta p_1 = \Delta p_2$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η θερμότητα Q_c, δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική, γιατί αποβάλλεται από το σύστημα.

Μονάδες 9

16037

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας Μ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Βλήμα μάζας $m = M/4$ με κινητική ενέργεια Ε, κινείται οριζόντια και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας Μ. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια $K_{απ}$ λόγω της κρούσης είναι:

(α) $K_{απ} = \frac{4}{5}E$, **(β)** $K_{απ} = \frac{2}{5}E$, **(γ)** $K_{απ} = \frac{1}{5}E$

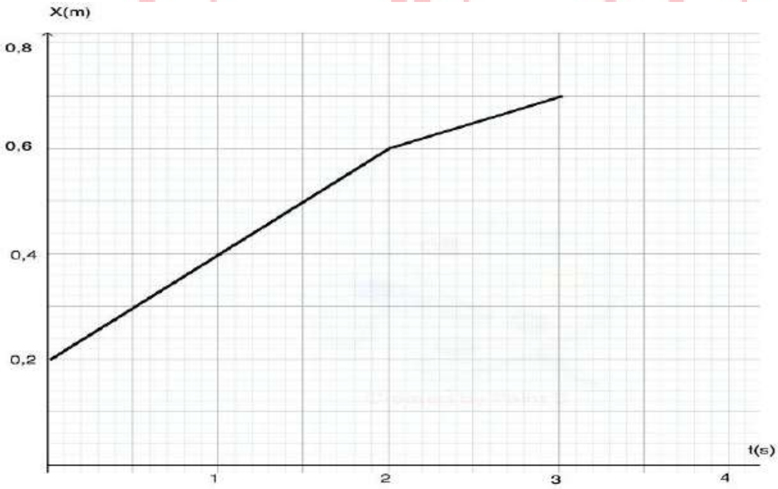
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Αμαξίδιο (Α) μάζας $m_A = 1Kg$, τη χρονική στιγμή $t = 2s$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο αμαξίδιο μάζας m_B. Το διάγραμμα της θέσης του αμαξιδίου (Α) με το χρόνο πριν και μετά την κρούση φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η μάζα του αμαξιδίου (Β) ισούται με:

(α) $m_B = 0{,}5Kg$, **(β)** $m_B = 1Kg$, **(γ)** $m_B = 2Kg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16037-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + 0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m + M}\upsilon \Rightarrow V = \frac{\upsilon}{5}$$

(μονάδες 4)

Η απώλεια στην κινητική ενέργεια θα είναι:

$$K_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot 5m \cdot \frac{\upsilon^2}{25} = \frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{4}{5}E$$

(μονάδες 4)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα θέσης-χρόνου βρίσκουμε τις ταχύτητες του αμαξιδίου (Α) πριν και μετά την κρούση αντίστοιχα:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}6 - 0{,}2}{2 - 0} = 0{,}2\mathrm{m/s} \;\; \text{και} \;\; \upsilon_A{}' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0{,}7 - 0{,}6}{3 - 2} = 0{,}1\mathrm{m/s}$$

(μονάδες 4)

Επειδή το αμαξίδιο (Α) είναι ένα από τα σώματα του συσσωματώματος, έχει την ταχύτητα του συσσωματώματος, δηλαδή: $V = \upsilon_A{}' = 0{,}1\mathrm{m/s}$.

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο αμαξιδίων βρίσκουμε τη μάζα του αμαξιδίου Β:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_A\upsilon_A + 0 = (m_A + m_B)V \Rightarrow m_B = \frac{m_A\upsilon_A}{V} - m_A = 1\mathrm{Kg}$$

(μονάδες 5)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 16040

Μπαλάκι του τένις, μάζας m, αφήνεται να πέσει από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος h_2 από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε :

4.1. το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,

Μονάδες 5

4.2. τη μεταβολή της ορμής (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της αναπήδησής του στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.3. Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο 6 N να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

Μονάδες 6

Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

4.4. Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος, h_3, στο οποίο θα ανέβει.

Μονάδες 7

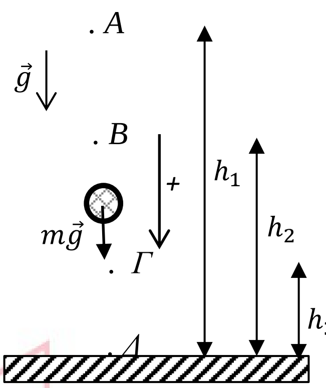
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$, $m = 100g$, $h_1 = 80cm$, $h_2 = 20cm$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

16040

ΘΕΜΑ 4

16040-Λύση

4.1. Έστω Α η θέση από την οποία αφήνεται το μπαλάκι να πέσει ελεύθερα και Δ η θέση ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος για πρώτη φορά. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Α και Δ. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος:



$$E_A = E_\Delta \text{ ή } K_A + U_A = K_\Delta + U_\Delta \text{ ή } 0 + m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + 0 \text{ ή}$$

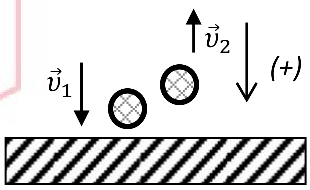
$$\upsilon_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} \text{ ή } \upsilon_1 = 4m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Έστω ότι το μπαλάκι αμέσως μετά την πρώτη αναπήδηση αποκτά ταχύτητα μέτρου υ_2 και στην συνέχεια ανεβαίνει μέχρι τη θέση Β όπου ακινητοποιείται στιγμιαία. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Δ και Β:

$$E_\Delta = E_B \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_B + U_B \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h_2 \text{ ή}$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} \text{ ή } \upsilon_2 = 2m/s \text{ με φορά προς τα πάνω.}$$



Η μεταβολή της ορμής είναι:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$**,** θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = -p_2 - p_1 = -m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1) = -0{,}6kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο $0{,}6kg \cdot \frac{m}{s}$**,** διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα πάνω.

Μονάδες 7

4.3. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Delta t = \frac{\Delta p}{\Sigma F} = \frac{-0{,}6\ kg \cdot \frac{m}{s}}{-6N} = 0{,}1s$$

Μονάδες 6

4.4. Μεταξύ των αναπηδήσεων η μηχανική ενέργεια διατηρείται καθώς στο μπαλάκι ασκείται μόνο το βάρος. Άρα μεταξύ της 1ης και 2ης αναπήδησης η μηχανική ενέργεια είναι:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = m \cdot g \cdot h_2 = 0{,}2J$$

Κατά τη δεύτερη αναπήδηση το μπαλάκι χάνει το 50% της μηχανικής ενέργειας, οπότε η νέα τιμής της είναι:

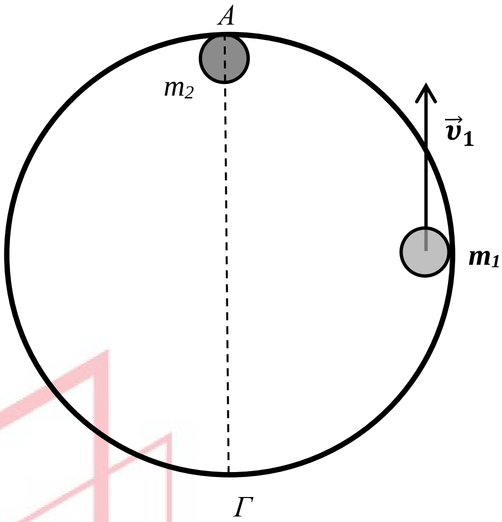
$$E' = \frac{50}{100} E = 0{,}1J$$

Στη συνέχεια το μπαλάκι φτάνει στη θέση Γ η οποία απέχει h_3 από το έδαφος. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας υπολογίζουμε το ύψος h_3 ως εξής:

$$E' = m \cdot g \cdot h_3 \text{ ή } h_3 = 0{,}1m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16041



Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ με λείες επιφάνειες και μάζες $m_1 = 4kg$ και $m_2 = 6kg$ αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας $R = 2m$ που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο $Σ_2$ είναι ακίνητο, ενώ το $Σ_1$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου $υ_1 = 5m/s$. Αν τα σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου $Σ_1$ κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση.

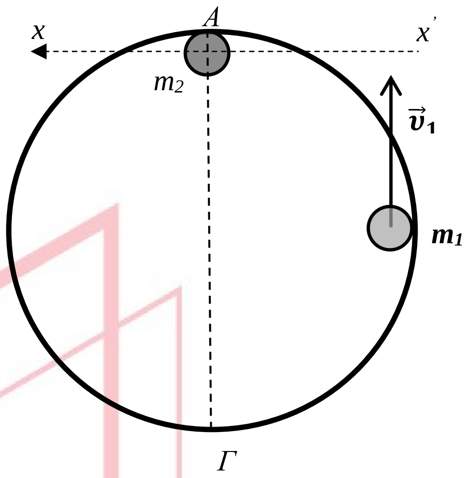
Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του μεταξύ της θέσης κρούσης Α και της αντιδιαμετρικής της Γ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16041-Λύση



4.1. Στον άξονα $x'Ax$ που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα των δύο σφαιριδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του άξονα:

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \text{ ή } 4 \cdot 5\ kg \cdot \frac{m}{s} = 10kg \cdot V$$

ή $V = 2m/s$ *(Μονάδες 4)*

Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο:

$T = \frac{2\cdot\pi\cdot R}{V} = 2 \cdot \pi\ s$ *(Μονάδες 2)*

Μονάδες 6

4.2. Η μεταβολή της ορμής του Σ_1 είναι:

$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot \upsilon_1 = -12\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο 12 $kg \cdot \frac{m}{s}$.

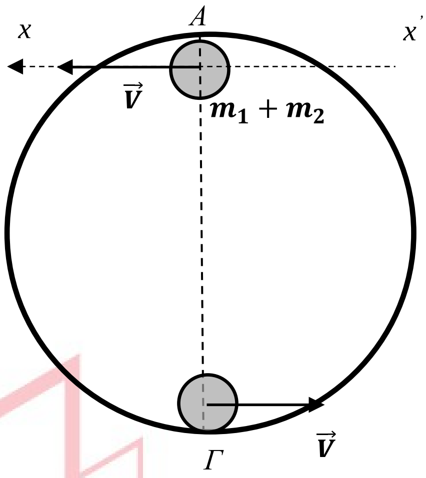
Μονάδες 6

4.3. Επειδή τα σφαιρίδια θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 - \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2)V^2 = 30J$$

Μονάδες 6

4.4. Όπως φαίνεται στο σχήμα στις αντιδιαμετρικές θέσεις Α και Γ οι ταχύτητες και οι ορμές του συσσωματώματος έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά, οπότε για τη μεταβολή της ορμής ισχύει:



$\Delta\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\alpha\rho\chi}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

$$\Delta p_{,\sigma\upsilon\sigma} = -(m_1 + m_2)\cdot V - (m_1 + m_2)\cdot V = -40kg\cdot m/s$$

Και το μέτρο της είναι $40kg\cdot m/s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16042

Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο ένα μήλο μάζας $M = 200g$. Ένα μικρό βέλος μάζας $m = 50g$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_1 = 10m/s$, χτυπά το μήλο με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της διάτρησης είναι $\Delta t = 0{,}1\ s$ και ότι το βέλος εξέρχεται από το μήλο με ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_2 = 8\ m/s$, να υπολογίσετε :

4.1. το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό,

Μονάδες 5

4.2. τη μεταβολή της ορμής του βέλους εξαιτίας της διάτρησης (μέτρο και κατεύθυνση),

Μονάδες 6

4.3. τη μέση δύναμη που ασκείται από το βέλος στο μήλο κατά τη χρονική διάρκεια της διάτρησης καθώς και τη μέση δύναμη που ασκείται από το μήλο στο βέλος στην ίδια χρονική διάρκεια,

Μονάδες 7

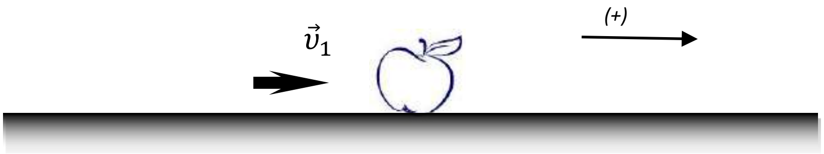
4.4. την απώλεια μηχανικής ενέργειας του συστήματος βέλους-μήλου κατά τη διάρκεια της διάτρησης.

Μονάδες 7

Για την επίλυση του προβλήματος θεωρήστε το βέλος αλλά και το μήλο ως υλικά σημεία.

ΘΕΜΑ 4

16042-Λύση



4.1. Στη διεύθυνση που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα μήλο, βέλος δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος:

$$m \cdot v_1 + 0 = m \cdot v_2 + M \cdot V \text{ ή } 0{,}5\, kg \cdot \frac{m}{s} = 0{,}4\, kg \cdot \frac{m}{s} + 0{,}2\, kg \cdot V$$

$$\text{ή } V = 0{,}5\, m/s$$

Άρα το μέτρο της ορμής του μήλου ακριβώς μετά την έξοδο του βέλους από αυτό είναι:

$$p = M \cdot V = 0{,}1\, kg \cdot \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.2. Η μεταβολή της ορμής του βέλους είναι:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi},$$

θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 = -0{,}1\, kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής του βέλους έχει μέτρο $0{,}1\, kg \cdot \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

Α) στο βέλος:

$$\Sigma F_{M\acute{\eta}\lambda o,B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma} = \frac{\Delta p_{\beta\acute{\varepsilon}\lambda o\upsilon\varsigma}}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F_{M\acute{\eta}\lambda o,B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma} = \frac{-0{,}1\, kg \cdot \frac{m}{s}}{0{,}1 s} = -1N$$

Β) Στο μήλο:

$$\Sigma F_{B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma,M\acute{\eta}\lambda o} = \frac{\Delta p_{M\acute{\eta}\lambda o\upsilon}}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F_{B\acute{\varepsilon}\lambda o\varsigma,M\acute{\eta}\lambda o} = \frac{0{,}1\, kg \cdot \frac{m}{s} - 0}{0{,}1 s} = 1N$$

Μονάδες 7

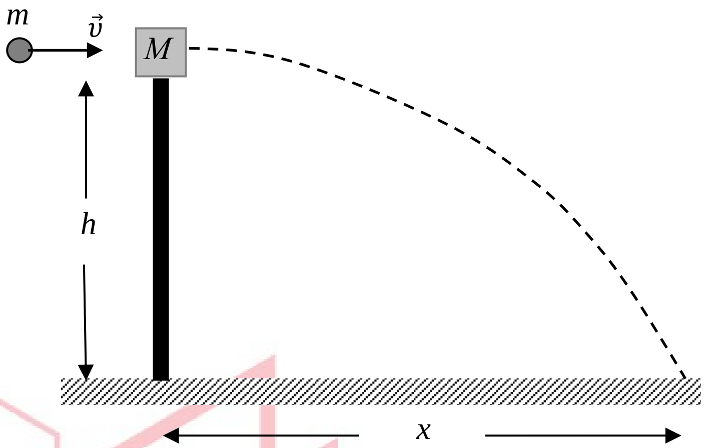
4.4. Επειδή το μήλο και το βέλος θεωρούνται υλικά σημεία, πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την διάτρηση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος μήλο-βέλος κατά τη διάρκεια της διάτρησης θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής του ενέργειας:

$$E_{απωλ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_1}^2 - (\frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_2}^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2) = 0{,}875 J$$

Μονάδες 7

16043

ΘΕΜΑ 4



Ο καθηγητής Φυσικής σε μία σχολή αξιωματικών του στρατού θέτει ένα πρόβλημα σχετικά με το πώς οι φοιτητές, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους από το μάθημα, θα μπορούσαν να υπολογίσουν την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ του βλήματος ενός πιστολιού. Ο καθηγητής υποδεικνύει στους φοιτητές την παρακάτω διαδικασία: Το βλήμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου, μάζας M, που ισορροπεί ελεύθερο στην κορυφή ενός στύλου ύψους h. Οι μάζες m και M μετρώνται με ζύγιση και το ύψος h μετράται με μετροταινία. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του στύλου, αφήνοντας ένα σημάδι στο χώμα ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση αυτής της απόστασης x. Οι φοιτητές ακολούθησαν τη διαδικασία και έλαβαν μετρήσεις ακολουθώντας τη διαδικασία που τους υπέδειξε ο καθηγητής τους και κατέγραψαν τις τιμές $m = 0{,}1 kg$, $M = 1{,}9 kg$, $h = 5\, m$ και $x = 10\, m$. Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν από τους φοιτητές, και θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε:

4.1. Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{V}$ την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του βλήματος πριν σφηνωθεί στο ξύλο.

Μονάδες 6

4.4. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

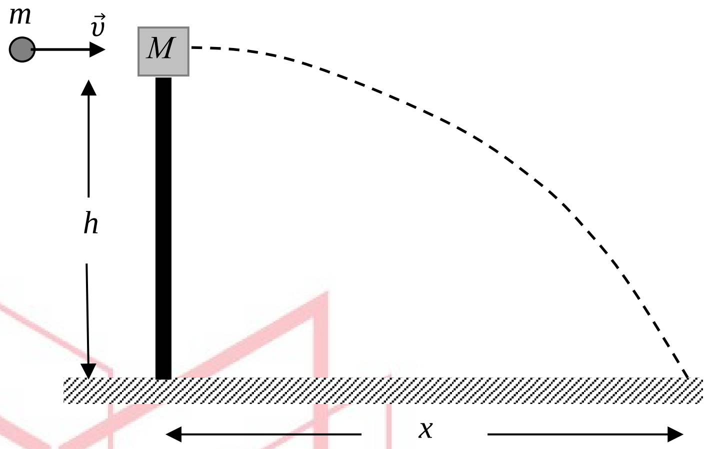
Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10 m/s^2$.

16043-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση του προκύπτει από την επαλληλία της ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και της ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.



Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος t_π υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $h = 5\ m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \text{ ή } t_\pi = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 1s$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική και η εξίσωση της προκύπτει από τις εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και της ελεύθερης πτώσης με απαλοιφή του χρόνου:

Οριζόντιος άξονας:

$$x = V \cdot t \text{ ή } t = \frac{x}{V}$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ή } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x}{V^2}^2$$

Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας V την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται θέτοντας στην εξίσωση της παραβολής $y = 5\ m$ και $x = 10\ m$ οπότε:

$$V = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}} = 10 m/s$$

Εναλλακτικά: $x = V \cdot t_\pi$ ή $V = \frac{x}{t_\pi} = 10 m/s$

Μονάδες 6

4.3. Στον άξονα που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα βλήμα-ξύλο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του βλήματος πριν την κρούση:

$$m \cdot v = (m + M) \cdot V \text{ ή } 0{,}1 \cdot v\ kg \cdot \frac{m}{s} = 2kg \cdot 10 m/s$$

$$\text{ή } v = 200\ m/s$$

16043-Λύση

Μονάδες 6

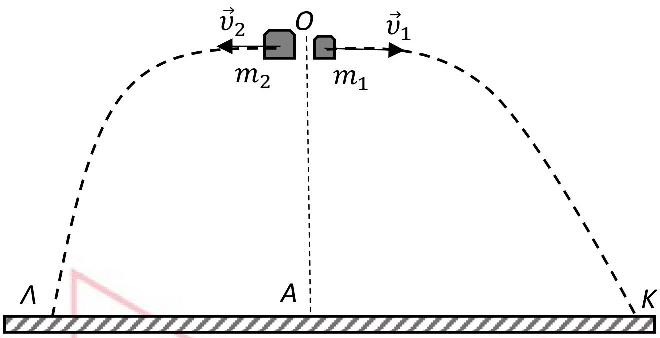
4.4. Επειδή το βλήμα και το ξύλο θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M) V^2 = 1900\, J$$

Μονάδες 7

16044

ΘΕΜΑ 4



Μία οβίδα μάζας 3 kg εκτοξεύεται από το σημείο Α του οριζόντιου εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Όταν φθάνει στο ανώτερο σημείο Ο της τροχιάς της, διασπάται ακαριαία, λόγω εσωτερικής έκρηξης, σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$. Το σημείο Ο βρίσκεται σε ύψος 20 m από το έδαφος. Το κομμάτι μάζας m_1 αποκτά αμέσως μετά την έκρηξη οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10m/s$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα κομμάτια m_1 και m_2 κινούνται και πέφτουν στο έδαφος σε σημεία Κ και Λ αντιστοίχως. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 7

4.2. Το χρονικό διάστημα που κινείται κάθε κομμάτι από τη στιγμή της έκρηξης μέχρι να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση ΚΛ.

Μονάδες 7

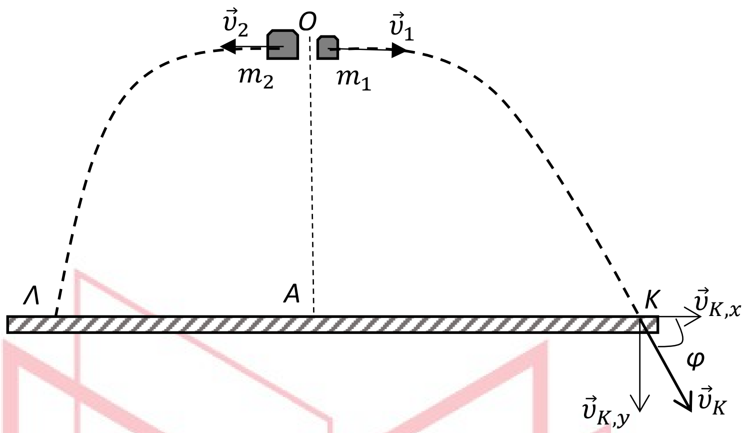
4.4 Την ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) του κομματιού μάζας m_1 ακριβώς πριν ακουμπήσει στο σημείο Κ του εδάφους.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$, και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

16044-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Η οβίδα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της (Ο) ακινητοποιείται στιγμιαία οπότε ακριβώς πριν την διάσπαση έχει μηδενική ταχύτητα και ορμή.

Κατά την έκρηξη που διαρκεί ελάχιστο χρόνο οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μεγαλύτερες του βάρους (εξωτερική δύναμη), οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του κομματιού με μάζα m_1 αμέσως μετά την έκρηξη:

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \upsilon_2 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1}{m_2} = 5\, m/s$$

Άρα η ταχύτητα που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη έχει μέτρο $5\, m/s$ και κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{\upsilon}_1$.

Μονάδες 7

4.2. Το κάθε κομμάτι εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση τους προκύπτει από την επαλληλία μίας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και μίας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.

Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το κάθε κομμάτι να αγγίξει το έδαφος $Δt_π$ είναι το ίδιο και για τα δύο καθώς βάλλονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος. Το $Δt_π$ υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $(OA) = h = 20\, m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {Δt_π}^2 \text{ ή } Δt_π = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2s$$

Μονάδες 6

16044-Λύση

4.3. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική. Η εξίσωση κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής υπολογίζει την μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) για κάθε κομμάτι μετά τη διάσπαση. Συγκεκριμένα:

Κομμάτι μάζας m_1:

$$(AK) = \upsilon_1 \cdot \Delta t_\pi = 20m$$

Κομμάτι μάζας m_2:

$$(A\Lambda) = \upsilon_2 \cdot \Delta t_\pi = 10m$$

$$\text{Άρα } (K\Lambda) = (AK) + (A\Lambda) = 30m.$$

Μονάδες 7

4.4 Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η ταχύτητα πρόσκρουσης του κομματιού με μάζα m_1 στο σημείο Κ προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων στον κατακόρυφο άξονα (ελεύθερη πτώση) και στον οριζόντιο άξονα (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση).

Οριζόντιος άξονας:

$$\upsilon_{K,x} = \upsilon_1 = 10m/s$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$\upsilon_{K,y} = g \cdot \Delta t_\pi = 20m/s$$

Οπότε,

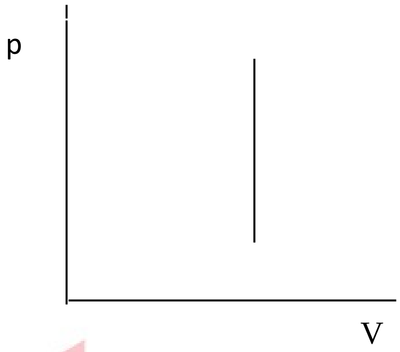
$$\upsilon_K = \sqrt{{\upsilon_{K,x}}^2 + {\upsilon_{K,y}}^2} = \sqrt{500}m/s = 10 \cdot \sqrt{5}m/s \text{ (μέτρο)}$$

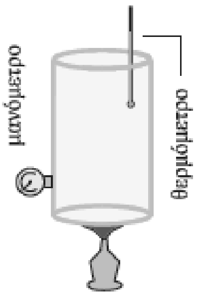
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{K,y}}{\upsilon_{K,x}} = 2 \text{(Κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 5

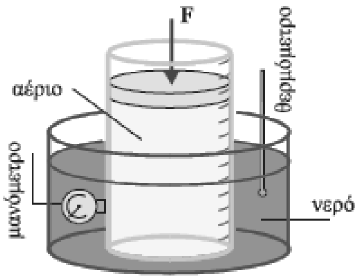
ΘΕΜΑ 2 16045

2.1. Δίνεται το διπλανό διάγραμμα (p - V) το οποίο απεικονίζει μια μεταβολή ιδανικού αερίου. Παρακάτω δίνονται τρεις πειραματικές διατάξεις που χρησιμοποιούνται για πειράματα με μονοατομικά αέρια που με καλή προσέγγιση θεωρούνται ιδανικά. Ποια από αυτές θα προκαλέσει μεταβολή στο μονοατομικό αέριο που περιέχει, αντίστοιχη με αυτή που παριστάνεται γραφικά στο διπλανό διάγραμμα;

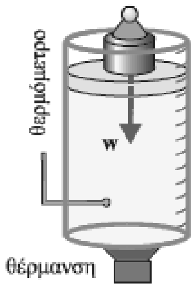




(α)



(β)



(γ)

2.1.Α. Να επιλέξετε την κατάλληλη διάταξη.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα με μάζα $0{,}05\ \mathrm{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $800\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση $8\ \mathrm{cm}$ μέσα στον τοίχο. Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:

(α) $t = 2 \cdot 10^{-2} s$, **(β)** $t = 2 \cdot 10^{-3} s$, **(γ)** $t = 2 \cdot 10^{-4} s$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16045-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Παρατηρούμε ότι κατά τη διάρκεια της μεταβολής στο διάγραμμα ο όγκος παραμένει σταθερός όσο μεταβάλλεται η πίεση. Άρα πρόκειται για μια ισόχωρη μεταβολή.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο βλήμα θεωρούμε ότι ασκείται σταθερή δύναμη από τον τοίχο για χρόνο Δt. Από τον 2^{o} νόμο του Newton:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \quad (1)$$

Το μέτρο της δύναμης μπορούμε να το υπολογίσουμε από το θεώρημα έργου-ενέργειας.

$$\Delta K = W_F$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = F \cdot \Delta x$$

$$-\frac{1}{2} m\upsilon^2 = -F\,\Delta x$$

Άρα $F = 200.000\ N$

Άρα από (1) προκύπτει ότι: $\Delta t = \frac{m \cdot \upsilon}{F} = 0{,}0002\ s$ ή $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}\ s$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16046

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται σε κυλινδρικό δοχείο, υφίσταται ισόθερμη αντιστρεπτή συμπίεση.

2.1.Α. Συμπληρώστε τις φράσεις με μια από τις τρεις επιλογές: «μειώνεται», «αυξάνεται», «δεν αλλάζει»

(α) η μάζα του _________________

(β) η πίεση του _________________

(γ) ο όγκος του _________________

(δ) η πυκνότητα του _________________

(ε) ο αριθμός των μορίων του αερίου _________________

(στ) η απόσταση μεταξύ των μορίων _________________

Μονάδες 6

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 6

2.2. Ένα φορτηγό με μάζα M και ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ένα επιβατηγό αυτοκίνητο με μάζα $m_1 = \frac{M}{4}$ (και με ταχύτητα τριπλάσια σε μέτρο από του φορτηγού) κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις πάνω σε οριζόντιο μονόδρομο, πλησιάζοντας το ένα το άλλο. Τα οχήματα συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Η συνολική ορμή $\vec{p}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, έχει μέτρο:

(α) $\frac{M}{4} \cdot \upsilon$, **(β** $3 \cdot \frac{M}{4} \cdot \upsilon$, **(γ)** $M \cdot \upsilon$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

16046-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστές απαντήσεις:

(α) η μάζα του ___ δεν αλλάζει ___

(β) η πίεση του ___ αυξάνεται ____

(γ) ο όγκος του ____ μειώνεται ____

(δ) η πυκνότητα του ___ αυξάνεται ___

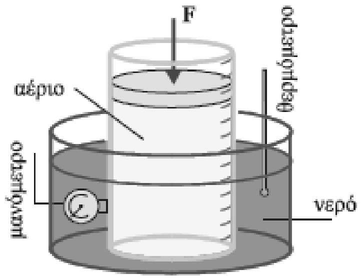
(ε) ο αριθμός των μορίων του αερίου ___ δεν αλλάζει ___

(στ) η απόσταση μεταξύ των μορίων ___ μειώνεται ____

Μονάδες 6

2.1.Β.

Σε μια ισόθερμη αντιστρεπτή συμπίεση η ποσότητα του αερίου παραμένει η ίδια καθώς το δοχείο είναι κλειστό. Άρα η μάζα του δεν αλλάζει, ούτε ο αριθμός των μορίων. Συμπιέζεται, άρα ο όγκος του μειώνεται, συνεπώς το αέριο θα έχει μεγαλύτερη πυκνότητα, μικρότερες αποστάσεις μεταξύ των μορίων και η πίεση θα αυξάνεται.



Μονάδες 6

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής στην πλαστική κρούση (με θετική φορά τη φορά της ταχύτητας του φορτηγού).

$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{\varphi\_\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{1\_\alpha\rho\chi}$$

$$p_{\tau\varepsilon\lambda} = -\frac{M}{4}\cdot 3\cdot \upsilon + M\cdot \upsilon$$

$$p_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{M}{4}\cdot \upsilon$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16049

2.1. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o. Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι:

(α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$, **(β)** $\Delta t_1 = \Delta t_2$, **(γ)** $\Delta t_1 > \Delta t_2$

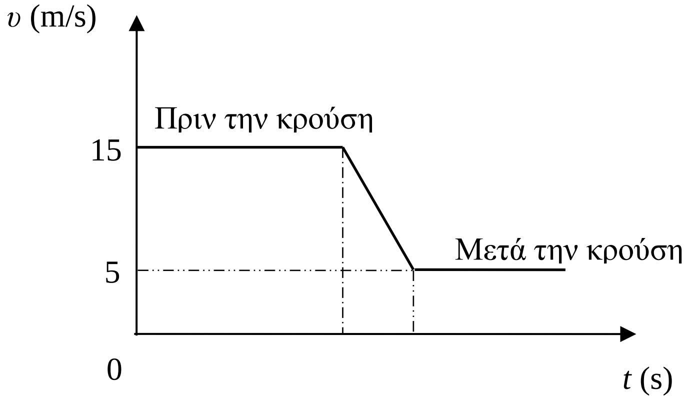
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διπλανό διάγραμμα παρουσιάζεται η τιμή της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m = 100\ g$ που συγκρούεται με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα $1\ s$ και εξαιτίας της, το σώμα μάζας m επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη, που δέχθηκε γι' αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα μάζας m, είναι σταθερή. Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι:



(α) $1\ N$, **(β)** $5\ N$, **(γ)** $15\ N$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

16049-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για τη σφαίρα που εκτελεί οριζόντια βολή, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Άρα θα φτάσει στον ίδιο χρόνο με τη σφαίρα που αφήνεται να πέσει, δηλαδή $\Delta t_1 = \Delta t_2$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας τον 2^{o} νόμο του Newton θα υπολογίσουμε την τιμή της σταθερής δύναμης και λαμβάνοντας τις τιμές των ταχυτήτων από τη γραφική παράσταση:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0{,}1 \cdot 5 - 0{,}1 \cdot 15}{1} N = -1N$$

Άρα το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι $1\ N$.

<u>Σχόλιο:</u> Το αντίθετο πρόσημο της τιμής της δύναμης (και της επιτάχυνσης που προκαλεί), με αυτό της ταχύτητας, περιγράφει επιβραδυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16050

Δύο σώματα με την ίδια μάζα $m = 0{,}2\ kg$, κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο σε αντίθετες κατευθύνσεις (το ένα κινείται με κατεύθυνση προς το άλλο). Το μέτρο της ταχύτητας του πρώτου σώματος είναι $\upsilon_1 = 6\ \frac{m}{s}$ και του δευτέρου $\upsilon_2 = 2\ \frac{m}{s}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0\ s$ απέχουν μεταξύ τους $4\ m$.

4.1. Υπολογίστε και σχεδιάστε τις ορμές των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή $t = 0\ s$.

Μονάδες 6

4.2. Ποια χρονική στιγμή θα συγκρουστούν τα δύο σώματα μεταξύ τους;

Μονάδες 6

4.3. Αν η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια είναι αμελητέα, ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 6

4.4. Σχεδιάστε (σε κοινό διάγραμμα) τις γραφικές παραστάσεις για τις τιμές των ταχυτήτων των δύο σωμάτων και του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα από 0 μέχρι 1 s. Να θεωρήσετε ως θετική την αρχική φορά κίνησης του σώματος με ταχύτητα υ_1.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16050-Λύση

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m \cdot \upsilon_1 = 0{,}2 \ \cdot 6 = 1{,}2\ kg \cdot \frac{m}{s}$$ με κατεύθυνση προς τα δεξιά

και $p_2 = m \cdot \upsilon_2 = 0{,}2 \ \cdot 2 = 0{,}4\ kg \cdot \frac{m}{s}$ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.

Μονάδες 6

4.2. Τα δύο σώματα κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Έστω ότι θα συγκρουστούν τη χρονική στιγμή t_1. Αν το πρώτο σώμα έχει διανύσει απόσταση x τότε το άλλο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση $4 - x$, οπότε:

$\frac{x}{\upsilon_1} = \frac{4-x}{\upsilon_2}$ ή $\frac{x}{6} = \frac{4-x}{2}$, άρα το πρώτο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση $x = 3\ m$ σε χρόνο:

$$t_1 = \frac{x}{\upsilon_1} = \frac{3}{6} s = 0{,}5\ s$$

Μονάδες 6

4.3. Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν και μετά την κρούση καθώς είναι μονωμένο. Σύμφωνα με τη θετική φορά που δίνεται στην εκφώνηση, προκύπτει:

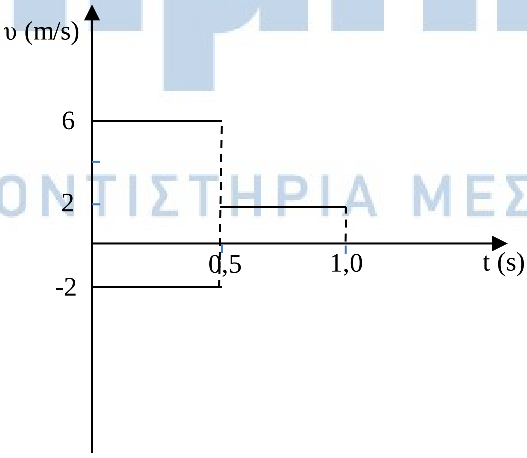
$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{1\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2\alpha\rho\chi}$$

$$2m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2$$

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2}{2m} = 2\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με την ίδια φορά που είχε το πρώτο σώμα (προς τα δεξιά).



Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16051

Δύο σημειακά σώματα με μάζες $m_1 = 0{,}4\ kg$ και $m_2 = 0{,}6\ kg$ κινούνται ευθύγραμμα (και σε αντίθετες κατευθύνσεις) πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Κάποια στιγμή τα σώματα συγκρούονται πλαστικά μεταξύ τους. Ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης τα δύο σώματα είχαν ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 20\ \frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 5\ \frac{m}{s}$ αντίστοιχα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

4.1. Υπολογίστε τα μέτρα και σχεδιάστε (ποιοτικά) τις ορμές των δύο σωμάτων ακριβώς πριν την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Αν η κρούση τους είναι πλαστική και η χρονική της διάρκεια είναι αμελητέα, ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα για το οποίο θα κινηθεί μετά την κρούση το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε την απώλεια ενέργειας του συσσωματώματος λόγω της τριβής ολίσθησης στο τραχύ δάπεδο.

Μονάδες 6

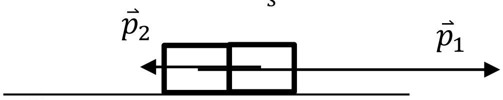
ΘΕΜΑ 4

16051-Λύση

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 = 0{,}4 \ \cdot 20 = 8\ kg \cdot \frac{m}{s} \text{ με κατεύθυνση προς τα δεξιά}$$

$$\text{και } p_2 = m_2 \cdot \upsilon_2 = 0{,}6 \ \cdot 5 = 3\ kg \cdot \frac{m}{s} \text{ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.}$$



Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης. Θεωρούμε ως θετική φορά κίνησης από αριστερά προς τα δεξιά, οπότε:

$$\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} = \vec{p}_{1\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2\alpha\rho\chi}$$

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$$

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{8-3}{1}\ \frac{m}{s} = 5\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για χρόνο Δt_2 πριν ακινητοποιηθεί λόγω της τριβής. Από το 2^{ο} νόμο του Newton μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνση) με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα λόγω της τριβής ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

$$F_{o\lambda} = m_{o\lambda} \cdot a$$

$$\mu \cdot m_{o\lambda} \cdot g = m_{o\lambda} \cdot a, \text{ άρα}$$

$$\alpha = \frac{\mu \cdot m_{o\lambda} \cdot g}{m_{o\lambda}} = \frac{0{,}2 \cdot 1 \cdot 10}{1}\ \frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{|\Delta \upsilon|}{a} = \frac{5}{2} s = 2{,}5\ s$$

Μονάδες 7

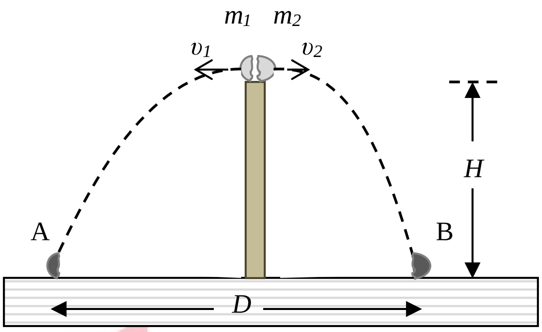
4.4. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για 2,5 s μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι ίση με:

$$\Delta K = W_T = 0 - \frac{1}{2} \cdot m_{o\lambda} \cdot {\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}}^2 = -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 25\ J = -12{,}5\ J$$

Συνεπώς, η απώλεια της ενέργειας του συσσωματώματος, λόγω της τριβής ολίσθησης, ισούται με 12,5 J

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 16052



Μικρή σφαίρα μάζας $m = 300\ g$ είναι τοποθετημένη πάνω σε κατακόρυφο στύλο μεγάλου ύψους H. Ξαφνικά μια έκρηξη διασπά τη σφαίρα σε δύο κομμάτια που αμέσως μετά την έκρηξη κινούνται σε οριζόντια διεύθυνση. Οι μάζες των δύο κομματιών είναι m_1 και m_2, για τις οποίες ισχύει: $m_2 = 2 \cdot m_1$.

Τα δύο κομμάτια m_1, m_2, εκτελούν οριζόντιες βολές και πέφτουν στο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται στη βάση του στύλου, μετά από χρόνο $3\ s$ από τη στιγμή της έκρηξης, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, που απέχουν μεταξύ τους $D = 180\ m$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1.Το ύψος του στύλου.

Μονάδες 6

4.2.Τα μέτρα των ταχυτήτων που έχουν τα δύο κομμάτια, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα (μέτρο, κατεύθυνση) με την οποία φτάνει η μάζα m_1 στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. Την απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών $2\ s$ μετά από τη στιγμή της έκρηξης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16052-Λύση

4.1. Οι δύο μάζες φτάνουν στο οριζόντιο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $3\ s$. Εκτελούν οριζόντια βολή, άρα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κίνηση της κάθε μάζας στον κατακόρυφο άξονα περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 = 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 9\ m = 45\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα των δύο μαζών η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη, συνεπώς:

$$\vec{p}_{τελ} = \vec{p}_{αρχ}$$

Ορίζουμε ως θετική ~~φορά~~ τη φορά της ταχύτητα της μάζας m_1, οπότε:

$$m_1 \cdot v_{1x} - m_2 \cdot v_{2x} = 0$$

$$m_1 \cdot v_{1x} - 2m_1 \cdot v_{2x} = 0$$

$$v_{1x} = 2 \cdot v_{2x}\ (1)$$

Οι δύο μάζες εκτελούν οριζόντια βολή, άρα στον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της κάθε μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Οι δύο μάζες διανύουν οριζόντια απόσταση $S_1 + S_2 = D$, σε χρόνο $t = 3\ s$, άρα:

$$t \cdot v_{1x} + t \cdot v_{2x} = D, \text{ ή}$$

$$3 \cdot 2 \cdot v_{2x} + 3 \cdot v_{2x} = 180\ m, \text{ άρα}$$

$$v_{2x} = 20\,\frac{m}{s}$$

και από τη σχέση (1) : $v_{1x} = 40\,\frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Η μάζα m_1 μετά την έκρηξη πραγματοποιεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος μετά από $3\ s$. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $v_{1x} = 40\frac{m}{s}$. Η κατακόρυφη θα προκύψει από την εξίσωση ταχύτητας κατά την ελεύθερη πτώση της μάζας για χρονική διάρκεια κίνησης $3\ s$.

$$v_{1y} = g \cdot t = 30\,\frac{m}{s}$$

Συνεπώς, η συνολική ταχύτητα της μάζας m_1 θα προκύψει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων, με μέτρο:

$$v_1{}^2 = v_{1x}{}^2 + v_{1y}{}^2$$

$$v_1{}^2 = (40^2 + 30^2)\ (\frac{m}{s})^2$$

$$v_1 = 50\,\frac{m}{s}$$

Για τη κατεύθυνση έχουμε:

Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει γωνία $\hat{\varphi}$ με τον οριζόντιο άξονα με $εφφ = \frac{v_{1y}}{v_{1x}} = \frac{3}{4}$.

Μονάδες 6

4.4. Μετά την έκρηξη οι δύο μάζες κινούνται με τις ταχύτητες που αναφέρθηκαν στο ερώτημα 4.2. Και οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα άρα είναι στο ίδιο ύψος κάθε χρονική στιγμή, δεδομένου ότι πραγματοποιούν οριζόντια βολή, και κινούνται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Συνεπώς:

$$D' = x_1 + x_2 = t' \cdot \upsilon_{1x} + t' \cdot \upsilon_{2x} = 120\ m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16054

Δύο αυτοκινητάκια από παιδικό παιχνίδι, με μάζες $m_1 = 250\ g$ και $m_2 = 300\ g$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλική πίστα ακτίνας $R = \frac{200}{\pi}\ cm$ και πραγματοποιούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 40\ \frac{cm}{s}$ και $\upsilon_2 = 50\ \frac{cm}{s}$ αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1.Τις περιόδους περιστροφής των δύο αυτοκινήτων T_1 και T_2.

Μονάδες 6

4.2.Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των αυτοκινήτων, δεδομένου ότι κινούνται κατά την ίδια φορά.

Μονάδες 6

Ξαφνικά, το δεύτερο αυτοκινητάκι ξεφεύγει από την πορεία του. Κινούμενο ευθύγραμμα προσκρούει κάθετα στον προστατευτικό ελαστικό τοίχο της πίστας και γυρίζει προς τα πίσω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_3 = 20\ \frac{cm}{s}$. Αν η πρόσκρουση διαρκεί $\Delta t = 0{,}07 s$ να υπολογιστούν:

4.3. Η μέση δύναμη κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά που δέχθηκε το αυτοκινητάκι από τον προστατευτικό τοίχο της πίστας κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16054-Λύση

4.1. Τα αυτοκινητάκια εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, με ίδια ακτίνα, οπότε:

$$T_1 = \frac{2\pi R}{\upsilon_1} = \frac{2\pi\frac{2}{\pi}}{0,4}\ s = 10s$$

$$T_2 = \frac{2\pi R}{\upsilon_2} = \frac{2\pi\frac{2}{\pi}}{0,5} s = 8s$$

Μονάδες 6

4.2. Αφού κινούνται προς την ίδια φορά θα ξανασυναντηθούν όταν το δεύτερο αυτοκινητάκι θα έχει κάνει ένα γύρο παραπάνω από το πρώτο.

$$S_2 - S_1 = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$\upsilon_2 \cdot t - \upsilon_1 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$t = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{2\pi\frac{2}{\pi}}{0,1}\ s = 40\ s$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο προκύπτει από τον 2ο νόμο του Newton για το χρονικό διάστημα Δt.

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

όπου θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι κατά την πρόσκρουση:

$$F = \frac{m_2 \cdot \upsilon_3 - (-m_2 \cdot \upsilon_2)}{\Delta t} = \frac{0,3 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,5}{0,07} N = 3\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Η πρόσκρουση προκαλεί μείωση της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου κατά:

$$K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_2({\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2)$$

Και το ποσοστό της μείωσης της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την πρόσκρουση του αυτοκινήτου με τον τοίχο προκύπτει από το πηλίκο:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{{\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2}{{\upsilon_2}^2} \cdot 100\% = \frac{0,5^2 - 0,2^2}{0,5^2} \cdot 100\% = 84\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

16063

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο, ακίνητο σημειακό αντικείμενο, μάζας $3\cdot m$. Η κρούση διαρκεί μικρό χρονικό διάστημα Δt. Κατά τη διάρκεια αυτού του χρονικού διαστήματος, το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο μάζας m από το σημειακό αντικείμενο μάζας $3\cdot m$ είναι:

(α) $-\frac{3\cdot m\cdot|\upsilon|}{4\cdot\Delta t}$, **(β)** $\frac{4\cdot m\cdot|\upsilon|}{3\cdot\Delta t}$, **(γ)** $\frac{3\cdot m\cdot|\upsilon|}{4\cdot\Delta t}$

όπου $|\upsilon|$ το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού, μονοατομικού, αερίου θερμαίνεται κατά ΔT (όπου ΔT η μεταβολή της θερμοκρασίας) με δύο τρόπους: διατηρώντας σταθερό τον όγκο του (αντιστρεπτή ισόχωρη θέρμανση) και διατηρώντας σταθερή την πίεσή του (αντιστρεπτή ισοβαρής θέρμανση). Αν Q_V και Q_P είναι τα ποσά της θερμότητας που πρέπει να απορροφήσει η συγκεκριμένη ποσότητα του ιδανικού μονοατομικού αερίου, για να θερμανθεί κατά ΔT, κατά την αντιστρεπτή ισόχωρη και κατά την αντιστρεπτή ισοβαρή θέρμανση αντίστοιχα, τότε:

(α) $\frac{Q_P}{Q_V}=\frac{3}{5}$, **(β)** $\frac{Q_P}{Q_V}=\frac{5}{3}$, **(γ)** $\frac{Q_P}{Q_V}=1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16063-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος των σημειακών αντικειμένων κατά τη διάρκεια της κρούσης και με θετική φορά τη φορά κίνησης του σώματος μάζας m ισχύει:

$m \cdot |\upsilon| = (m + 3 \cdot m) \cdot |V|$, $|V| = \frac{|\upsilon|}{4}$ [1]

Από τον 2ο νόμο του Newton για το σώμα μάζας m, κατά τη διάρκεια της κρούσης Δt ισχύει:

$\sum F_m = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, $F_m = \frac{m \cdot |V| - m \cdot |\upsilon|}{\Delta t}$ και με τη βοήθεια της σχέσης [1]: $F_m = \frac{m \cdot \frac{|\upsilon|}{4} - m \cdot |\upsilon|}{\Delta t} = -\frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$,

οπότε, για το μέτρο της δύναμης: $|F_m| = \frac{3 \cdot m \cdot |\upsilon|}{4 \cdot \Delta t}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ισχύει: $Q_V = \Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ [1] και $Q_P = \Delta U + W = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T + P\Delta V =$

$= \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T + n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [2] και [1] προκύπτει: $\frac{Q_P}{Q_V} = \frac{5}{3}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16064

2.1. Ένα βλήμα μάζας M κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του έχει μέτρο u, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m_2 = m$. Το Σ_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\upsilon$. Η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη:

(α) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω.
(β) έχει μέτρο υ και διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω.
(γ) είναι μηδέν.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν, το δυναμικό έχει τιμή:

(α) $V_O = -G\frac{5m}{r}$ **(β)** $V_O = -G\frac{9m}{r}$ **(γ)** $V_O = -G\frac{15m}{r}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16064-Λύση

ΘΕΜΑ 2

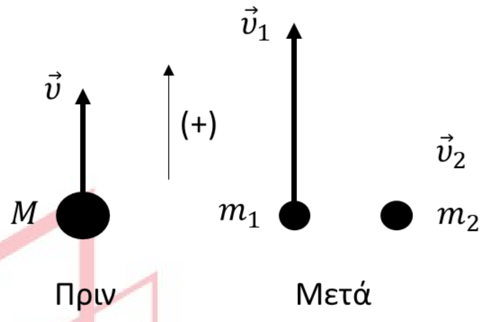
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα θεωρείται μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0$, αφού τα βάρη των σωμάτων δεν προλαβαίνουν να επηρεάσουν το αποτέλεσμά της.



Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Rightarrow M \cdot \vec{v} = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2m \cdot v = m \cdot v_1 + m \cdot v_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2m \cdot v = m \cdot 2v + m \cdot v_2$

Επομένως, $v_2 = 0$

Μονάδες 8

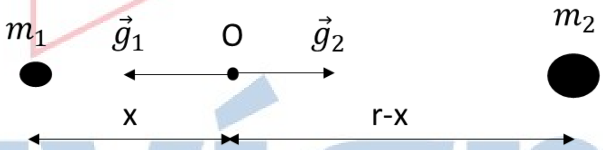
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σημείο Ο που η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν απέχει απόσταση x από την m_1.



$$\vec{g}_{(O)} = 0 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow G \cdot \frac{m_1}{x^2} = G \cdot \frac{m_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{m}{x^2} = \frac{4m}{(r-x)^2} \Rightarrow (r-x)^2 = 4x^2 \Rightarrow x = \frac{r}{3}$$

Το δυναμικό στο σημείο Ο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των δυναμικών των δύο μαζών στο σημείο αυτό. Επομένως,

$$V_O = V_{O,1} + V_{O,2} \Rightarrow V_O = -\frac{Gm_1}{x} - \frac{Gm_2}{r-x} \Rightarrow V_O = -G\frac{9m}{r}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16066

2.1. Ένα βλήμα μάζας Μ που είναι ακίνητο εκρήγνυται σε δύο κομμάτια Σ_1και Σ_2 με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$. Ο λόγος των κινητικών ενεργειών $\frac{K_1}{K_2}$ των δύο κομματιών αμέσως μετά την έκρηξη είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Τρεις σημειακές μάζες m_1 και m_2 και m_3 βρίσκονται στις κορυφές Α, Β και Γ αντίστοιχα, ισόπλευρου τριγώνου με μήκος πλευράς r. Αν υποδιπλασιάσουμε το μήκος κάθε πλευράς του τριγώνου η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών αυτών μαζών:

(α) διπλασιάζεται

(**β)** τετραπλασιάζεται

(**γ)** εξαπλασιάζεται

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16066-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

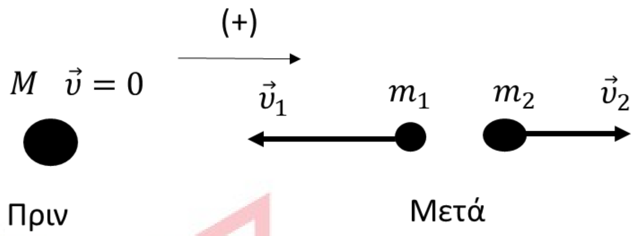
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα είναι, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow 0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 \Longrightarrow 0 = -m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 \Longrightarrow m \cdot \upsilon_1 = 2m \cdot \upsilon_2 \Longrightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2}{\frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2} \Longrightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m \cdot 4\upsilon_2^2}{2m \cdot \upsilon_2^2} \Longrightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος r, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{r} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{r}$$

Όταν το ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά με μήκος $r' = \frac{r}{2}$, η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σημειακών μαζών m_1, m_2 και m_3, είναι ίση με:

$$U' = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_1 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2 \cdot m_3}{\frac{r}{2}} \Longrightarrow U' = 2U$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16067

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,

(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.

(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.

(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.

Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16067-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_\Gamma}{r^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(Μονάδες 6)

Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και R_Γ η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος (R_Γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot v - m \cdot v = 3m \cdot V$, $m \cdot v = 3m \cdot V$, $v = 3 \cdot V$,
$V = \frac{v}{3}$ (1)

(Μονάδες 5)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \, , \, K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \, , \, K_1 = m \cdot v^2 \; (2)$$

Συσσωμάτωμα

16067-Λύση

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2 ,\ K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{9} ,\ K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{3} ,\ K_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon^2}{6}\ (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{\frac{m \cdot \upsilon^2}{6}} ,\ \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16069

2.1. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης έχει μέτρο:

(α) $υ_δ = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ}$ **(β)** $υ_δ = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{2}}$ **(γ)** $υ_δ = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_Γ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 που κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2m_1$το οποίο κινείται πάνω στο ίδιο λείο οριζόντιο επίπεδο, σε αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $υ_2$. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει παραμένει ακίνητο μετά την κρούση. Αν K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ πριν την κρούση, ο λόγος τους $\frac{K_1}{K_2}$ θα έχει τιμή

(α) $\frac{1}{2}$ **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση. αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16069-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από ύψος h δίνεται από τη σχέση: $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$

Όμως, $g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot R_\Gamma^2$

Επομένως, $\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0 \cdot R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} \implies \upsilon_\delta = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma}$

Μονάδες 8

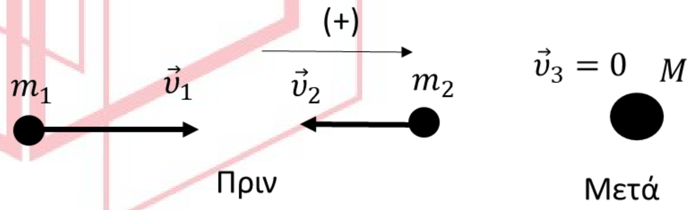
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, αφού τα σώματα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 = 0 \implies m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = 0 \implies m_1 \cdot \upsilon_1 = 2\, m_1 \cdot \upsilon_2$

Επομένως, $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2}{\frac{1}{2} m_2 \cdot \upsilon_2^2} \implies \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 \cdot 4\upsilon_2^2}{2m_1 \cdot \upsilon_2^2} \implies \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16070

2.1. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2m$ βρίσκονται σε απόσταση r και έχουν δυναμική ενέργεια U. Δύο άλλες σημειακές $m_1' = 2m$ και $m_2' = m$ βρίσκονται σε απόσταση $r' = 2r$ και έχουν δυναμική ενέργεια U' . Ο λόγος των δύο δυναμικών ενεργειών $\frac{U}{U'}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα φορτηγό με μάζα Μ που κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ και ένα επιβατηγό αυτοκίνητο με μάζα $m_1 = \frac{M}{4}$ και ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1 = -2\vec{\upsilon}$, συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Η συνολική ορμή $\vec{p}_{ολ}$ του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση, έχει μέτρο:

(α) $2M\upsilon$ **(β)** $\frac{M\upsilon}{2}$ **(γ)** $M\upsilon$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16070-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1, m_2 είναι ίση με:

$U = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \implies U = -G\frac{m \cdot 2m}{r} \implies U = -G\frac{2m^2}{r}$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των σημειακών μαζών m_1', m_2' είναι ίση με:

$U' = -G\frac{m_1' \cdot m_2'}{r'} \implies U' = -G\frac{2m \cdot m}{2r} \implies U' = -G\frac{2m^2}{2r} \implies U' = -G\frac{m^2}{r}$

Επομένως, $\frac{U}{U'} = 2$

Μονάδες 8

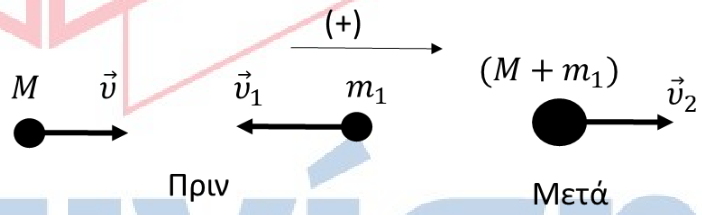
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$. Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.



$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies M \cdot \vec{v} + m_1 \cdot \vec{v}_1 = \vec{p}_{o\lambda} \implies p_{o\lambda} = M \cdot v - m_1 \cdot v_1 \implies p_{o\lambda} = M \cdot v - \frac{M}{4} \cdot 2v \implies$

$\implies p_{o\lambda} = \frac{M \cdot v}{2}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16072

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 0{,}6\,Kg$ και $m_2 = 0{,}4\,Kg$ κινούνται πάνω σε λείο. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά, έχοντας ακριβώς πριν τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 20\,\frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 5\,\frac{m}{s}$ αντίστοιχα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Το συσσωμάτωμα αφού διανύσει μικρή απόσταση στο λείο οριζόντιο επίπεδο εισέρχεται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ=0,2.

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνηση του στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 7

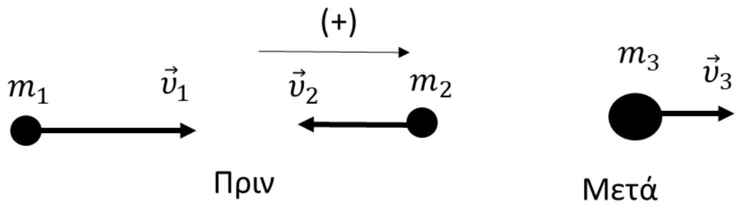
4.4. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα της κίνησης του συσσωματώματος στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο και την απόσταση που διανύει σε αυτό μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16072-Λύση

4.1. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$, αφού τα σώματα κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



Έστω $m_3 = m_1 + m_2 \Longrightarrow m_3 = 1Kg$ η μάζα του συσσωματώματος.

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2 = m_3 \cdot \vec{\upsilon}_3 \Longrightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = m_3 \cdot \upsilon_3 \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \upsilon_3 = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_3} \Longrightarrow \upsilon_3 = \frac{0{,}6 \cdot 20 - 0{,}4 \cdot 5}{1}\frac{m}{s} \Longrightarrow \upsilon_3 = 10\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2^2 \Longrightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \left(\frac{1}{2}0{,}6 \cdot 400 + \frac{1}{2}0{,}4 \cdot 25\right)J \Longrightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = 125\,J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

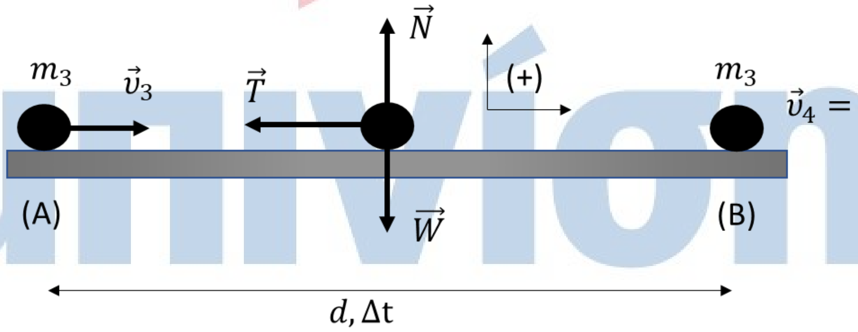
$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_3 \cdot \upsilon_3^2 \Longrightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \left(\frac{1}{2}1 \cdot 100\right)J \Longrightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 50\,J$$

Όμως, $\Delta K\% = \frac{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu}}{K_{\pi\rho\iota\nu}} \cdot 100\% \Longrightarrow \Delta K\% = \frac{50-125}{125} \cdot 100\% \Longrightarrow \Delta K\% = -60\%$

Μονάδες 6

4.3. Το συσσωμάτωμα εισέρχεται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο στο σημείο (Α) με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$, αφού στο λείο οριζόντιο επίπεδο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, και σταματά λόγω της τριβής στο σημείο (Β).

Κατά την κίνηση του από το (Α) στο (Β) ισορροπεί στον άξονα Υ, επομένως:



$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Longrightarrow \vec{N} + \vec{w} = 0 \Longrightarrow N - m_3 \cdot g = 0 \Longrightarrow N = m_3 \cdot g \Longrightarrow N = 10\,N$$

Σύμφωνα με το νόμο της τριβής, $T = \mu \cdot N \Longrightarrow T = 0{,}2 \cdot 10\,N \Longrightarrow T = 2\,N$

Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \Sigma\vec{F} \Longrightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -T \Longrightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -2\,\frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά την κίνηση του παραμένει σταθερός.

Όμως, $\Delta p = 0 - m_3 \cdot \upsilon_3 \implies \Delta p = (0 - 1 \cdot 10)\ \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p = -10\ \frac{Kg \cdot m}{s}$

Επομένως, $\frac{-10}{\Delta t} = -2 \implies \Delta t = 5s$

Εφαρμόζουμε Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το (Α) στο (Β):

$$\Delta K = W_N + W_w + W_T \implies 0 - \frac{1}{2} m_3 \cdot \upsilon_3^2 = 0 + 0 - T \cdot d \implies d = \frac{m_3 \cdot \upsilon_3^2}{2T} \implies d = \frac{1 \cdot 100}{4}\ m \implies d = 25\ m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16073

Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\beta = 200\frac{m}{s}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται από το βλήμα στο κιβώτιο, αν το βλήμα ακινητοποιήθηκε μέσα στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0,01\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο – βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

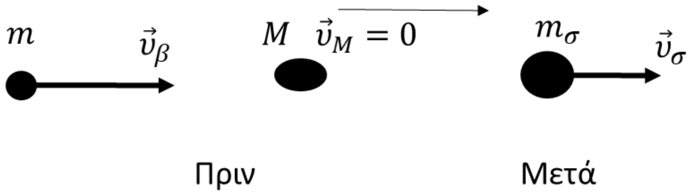
4.4. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16073-Λύση

4.1. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο , $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} \cong 0$, αφού οι τριβές δεν επηρεάζουν το αποτέλεσμα της.



Έστω $m_\sigma = M + m \Longrightarrow m_\sigma = 1Kg$ η μάζα του συσσωματώματος.

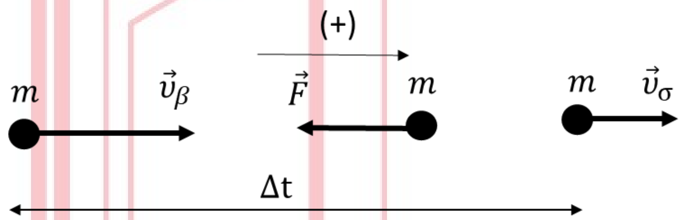
Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την πλαστική κρούση.

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow m \cdot \vec{\upsilon}_\beta + 0 = m_\sigma \cdot \vec{\upsilon}_\sigma \Longrightarrow m \cdot \upsilon_\beta = m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma \Longrightarrow \upsilon_\sigma = \frac{m \cdot \upsilon_\beta}{m_\sigma} \Longrightarrow \upsilon_\sigma = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 200}{1}\frac{m}{s}$

Επομένως, $\upsilon_\sigma = 6\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.2. Η δύναμη αντίστασης $\vec{F}$ που ασκείται από το κιβώτιο στο βλήμα είναι η μοναδική δύναμη που ευθύνεται για τη μεταβολή της ορμής του βλήματος, επομένως:



$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}_\beta}{\Delta t} \Longrightarrow \vec{F} = \frac{m \cdot \vec{\upsilon}_\sigma - m \cdot \vec{\upsilon}_\beta}{\Delta t} \Longrightarrow F = \frac{m \cdot \upsilon_\sigma - m \cdot \upsilon_\beta}{\Delta t} \Longrightarrow F = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot (6 - 200)}{10^{-2}}\ N$$

Επομένως, $F = -582\ N$

Μονάδες 6

4.3. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν την κρούση είναι το άθροισμα των κινητικών ενεργειών του βλήματος και του κιβωτίου.

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_\beta^2 + 0 \Longrightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \left(\frac{1}{2}3 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^4\right)J \Longrightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = 600\ J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος.

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2 \Longrightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \left(\frac{1}{2}1 \cdot 36\right)J \Longrightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 18\,J$$

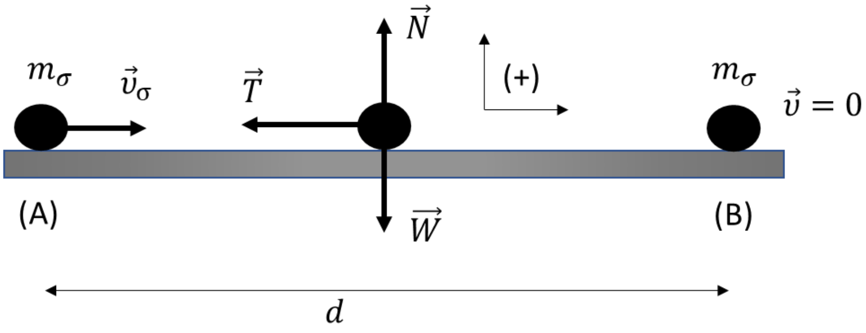
Η απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι ίση με:

$$E_{\alpha\pi} = K_{\pi\rho\iota\nu} - K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Longrightarrow E_{\alpha\pi} = (600 - 18)J \Longrightarrow E_{\alpha\pi} = 582\,J.$$

Μονάδες 6

4.4. Το συσσωμάτωμα κινείται στο τραχύ οριζόντιο επίπεδο από το σημείο (Α) με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\sigma$, μέχρι το σημείο (Β) όπου και σταματά λόγω της τριβής που δέχεται.

Κατά την κίνηση του από το (Α) στο (Β) ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα Υ,



16073-Λύση

επομένως:

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \implies \vec{N} + \vec{w} = 0 \implies N - m_\sigma \cdot g = 0 \implies N = m_\sigma \cdot g \implies N = 10\ N$

Σύμφωνα με το νόμο της τριβής, $T = \mu \cdot N \implies T = 0{,}2 \cdot 10\ N \implies T = 2\ N$

Εφαρμόζουμε Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το (Α) στο (Β):

$\Delta K = W_N + W_w + W_T \implies 0 - \frac{1}{2} m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2 = 0 + 0 - T \cdot d \implies d = \frac{m_\sigma \cdot \upsilon_\sigma^2}{2T} \implies d = \frac{1 \cdot 36}{4}\ m \implies d = 9\ m$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16076

Ένα σώμα μάζας $m = 34\,Kg$ εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h = 7R_\Gamma$, οπότε διασπάται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 10\,Kg$ και $m_2 = 24\,Kg$ αντίστοιχα. Το κομμάτι μάζας m_1 κατευθύνεται προς την επιφάνεια της Γης κινούμενο στην ευθεία που περνά από το κέντρο της, ενώ το κομμάτι μάζας m_2 φτάνει στο άπειρο με ταχύτητα που έχει μέτρο $\upsilon_\infty = 3 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\,Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\,\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα $\vec{u}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ του κομματιού μάζας m_2 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του κομματιού μάζας m_1 αμέσως μετά τη διάσπαση του σώματος και την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης.

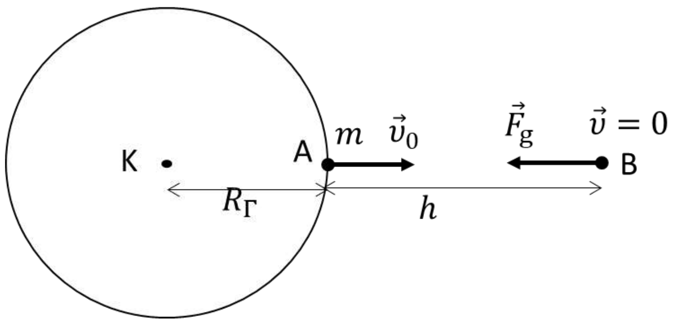
Μονάδες 8

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του κομματιού μάζας m_1 τη στιγμή που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = R_\Gamma$.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16076-Λύση



4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά την κίνησή του από το Α στο Β. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$ΔK = W_{(A)\to(B)} \implies$$

$$\implies 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = m\left(-\frac{GM_Γ}{R_Γ} + \frac{GM_Γ}{R_Γ + h}\right) \implies$$

$$\implies -\frac{1}{2}mv_0^2 = m\left(-\frac{g_0 \cdot R_Γ{}^2}{R_Γ} + \frac{g_0 \cdot R_Γ{}^2}{8R_Γ}\right) \Rightarrow$$

$$\implies -\frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{7}{8}m \cdot g_0 \cdot R_Γ \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{7}{4}g_0 R_Γ} \implies v_0 = 4\sqrt{7} \cdot 10^3 \, \frac{m}{s}$$

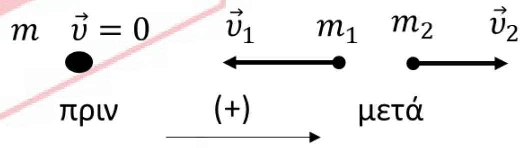
Μονάδες 6

4.2. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_2 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το άπειρο. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$ΔK = W_{(B)\to(\infty)} \implies \frac{1}{2}m_2v_\infty^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2 = m_2\left(-\frac{GM_Γ}{R_Γ + h}\right) \implies v_2 = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{g_0R_Γ}{4}} \implies v_2 = 5 \cdot 10^3 \, \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της διάσπασης το σύστημα θεωρείται μονωμένο.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.



$$Σ\vec{F}_{εξ} \cong 0 \implies \vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά} \implies 0 = -m_1v_1 + m_2v_2 \implies$$
$$v_1 = \frac{m_2v_2}{m_1} \implies v_1 = 12 \cdot 10^3 \, \frac{m}{s}$$

Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ είναι η μόνη δύναμη που δέχεται το κομμάτι μάζας m_1 κατά την κίνησή του από το Β μέχρι το Α. Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας.

$$ΔK = W_{(B)\to(A)} \implies \frac{1}{2}m_1v_3^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = m_1\left(-\frac{GM_Γ}{R_Γ+h} + \frac{GM_Γ}{R_Γ}\right) \implies v_3 = \sqrt{v_1^2 + \frac{7g_0R_Γ}{4}}$$

Επομένως, $u_3 = 16 \cdot 10^3 \, \frac{m}{s}$

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$Σ\vec{F} = \frac{Δ\vec{p}}{Δt} \Rightarrow \frac{Δ\vec{p}}{Δt} = \vec{F}_g$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς το κέντρο της Γης και μέτρο:

$$\frac{Δp}{Δt} = \frac{GM_Γm_1}{(R_Γ + h_1)^2} \Rightarrow \frac{Δp}{Δt} = \frac{m_1g_0}{4} \Rightarrow \frac{Δp}{Δt} = 25 \, N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16077

Δύο σφαιρικοί πλανήτες Π_1 και Π_2 με μάζες M_1 και $M_2 = 9M_1$ έχουν ακτίνες $R_1 = 10^5 m$ και $R_2 = 10R_1$ αντίστοιχα. Τα κέντρα των δύο πλανητών απέχουν απόσταση $\ell = 40R_1$. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου του πλανήτη Π_1 στην επιφάνειά του έχει μέτρο $g_{0,1} = 6\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση Χ, από το κέντρο του πλανήτη Π_1, του σημείου Σ της διακέντρου των δύο πλανητών στο οποίο η συνολική ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\ Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1.

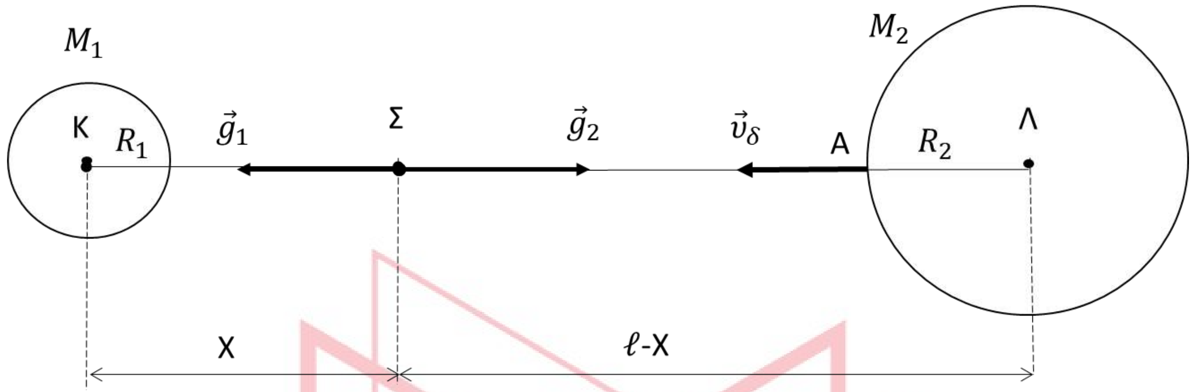
Μονάδες 8

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16077-Λύση



4.1. Στο σημείο Σ η συνολική ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών έχει δύο συνιστώσες, την $\vec{g}_1$ λόγω του πλανήτη Π_1 και την $\vec{g}_2$ λόγω του πλανήτη Π_2, επομένως:

$$\vec{g}_\Sigma = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{GM_1}{X^2} = \frac{GM_2}{(\ell - X)^2} \Rightarrow \frac{M_1}{X^2} = \frac{9M_1}{(\ell - X)^2} \Rightarrow (\ell - X)^2 = 9X^2 \Rightarrow X = \frac{\ell}{4}$$

Επομένως, $X = 10\,R_1 \Rightarrow X = 10^6 m$

Μονάδες 6

4.2. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Σ είναι ίσο με:

$$V_\Sigma = V_1 + V_2 \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{GM_1}{X} - \frac{GM_2}{\ell - X} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{10R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{30R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{4g_{0,1}R_1}{10} \Rightarrow V_\Sigma = -24 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

Μονάδες 6

4.3. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο πλανητών στο σημείο Α είναι ίσο με:

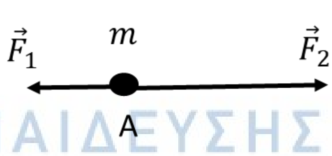
$$V_A = V_1 + V_2 \Rightarrow V_A = -\frac{GM_1}{\ell - R_2} - \frac{GM_2}{R_2} \Rightarrow V_A = -\frac{g_{0,1}R_1^2}{30R_1} - \frac{9g_{0,1}R_1^2}{10R_1} \Rightarrow V_\Sigma = -\frac{28g_{0,1}R_1}{30} \Rightarrow V_A = -56 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}.$$

Η ελάχιστη ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\delta$ με την οποία πρέπει να εκτοξεύσουμε ένα σώμα μάζας $m = 3\,Kg$ από την επιφάνεια του πλανήτη Π_2 για να φτάσει στον πλανήτη Π_1 αντιστοιχεί σε μηδενική ταχύτητα του σώματος στο σημείο Σ αφού στη συνέχεια θα επιταχυνθεί προς την επιφάνεια του πλανήτη Π_1 λόγω της ισχυρότερης βαρυτικής έλξης που δέχεται από αυτόν.
Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το Α στο Σ.

$$\Delta K = W_{(A)\to(\Sigma)} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_\delta^2 = m(V_A - V_\Sigma) \Rightarrow \upsilon_\delta = \sqrt{2(V_\Sigma - V_A)} \Rightarrow \upsilon_\delta = 800\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

4.4. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος μάζας m αμέσως μετά την εκτόξευσή του από τον πλανήτη Π_2 είναι ίσος με τη συνισταμένη βαρυτική έλξη που δέχεται στο σημείο Α.



$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{GM_2 m}{R_2^2} - \frac{GM_1 m}{(\ell - R_2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9GM_1 m}{100R_1^2} - \frac{GM_1 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{9g_{0,1}R_1^2 m}{100R_1^2} - \frac{g_{0,1}R_1^2 m}{900R_1^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{8mg_{0,1}}{90} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 1{,}6\ N$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16091

Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας m=100kg κινούνται σε ύψος $h=3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή t=0 από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400Km και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης $g_0=10 {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$.
Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρουόμενες σφαίρες.

ΘΕΜΑ 4

16091-Λύση

4.1. Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_\kappa \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}} (1)$$

όπου ΜΓ η μάζα της Γης και r= R_Γ+h=4R_Γ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Οι δύο δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχουμε το

$$g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{4\, R_\Gamma}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\, {}^m/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\, {}^m/_s$$

άρα και οι δύο δορυφόροι έχουν μέτρο ταχύτητας $u = 4000\, {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος περιφοράς του κάθε δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u}$$

που από τον τύπο παρατηρώ ότι εξαρτάται από την ταχύτητα u του κάθε δορυφόρου καθώς και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς. Οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν ίδια μέτρα ταχυτήτων και ίδια ακτίνα r.

Η περίοδος

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4R_\Gamma}{u} \Leftrightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^m/_s} \Leftrightarrow T = 12800 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.3. Οι δύο δορυφόροι κινούνται αντίρροπα και συναντιούνται μετά από χρόνο t. Στο χρόνο αυτό οι δύο δορυφόροι έχουν διανύσει ίσα μήκη τόξων $s_1 = s_2 = u \cdot t$.

Το άθροισμα των μηκών των τόξων, που διανύουν οι δορυφόροι είναι ίσο με το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στην οποία κινούνται οι δορυφόροι.

Δηλαδή:

$$s_1 + s_2 = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow u \cdot t + u \cdot t = 2\pi \cdot r \;\Leftrightarrow\; 2u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow t = \frac{2\pi r}{2 \cdot u} \Leftrightarrow\; t = \frac{\pi r}{u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi \cdot 4R_\Gamma}{u}$$

$$t = 4\pi \cdot \frac{6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^m/_s} \;\Leftrightarrow t = 6400 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

16091-Λύση

$$\vec{P}_{αρχ\ συσ} = \vec{P}_{τελ\ συσ}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ}$$

$$m \cdot u - m \cdot u = (m + m) \cdot u_{συσ}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot u_{συσ} \Leftrightarrow u_{συσ} = 0$$

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας έχω:

$$E_{απωλ} = K_{συσπριν} - K_{συσμετα}$$

$$E_{απωλ} = K_1 + K_2 - K_{συσ} \xLeftrightarrow{K_{συσ}=0}$$

$$E_{απωλ} = K_1 + K_2$$

$$E_{απωλ} = \frac{1}{2} m \cdot u^2 + \frac{1}{2} m \cdot u^2$$

$$E_{απωλ} = 2\frac{1}{2} m \cdot u^2 \Leftrightarrow E_{απωλ} = m \cdot u^2$$

$$E_{απωλ} = 100kg \cdot \left(4000\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{απωλ} = 10^2 kg \cdot \left(4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{απωλ} = 10^2 kg \cdot 16 \cdot 10^6 \frac{m^2}{s^2}$$

$$E_{απωλ} = 16 \cdot 10^8 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16092

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνειά της.

4.1. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια ενός σώματος Σ μάζας $m = 4kg$ μέσα στο δορυφόρο, με δεδομένο ότι η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί στο παραπάνω σώμα Σ, προκειμένου να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Η Γη θεωρείται το μοναδικό σώμα στο διάστημα, η επίδραση της ατμόσφαιρας είναι αμελητέα, ενώ $R_Γ = 6400km$ και $g_0 = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16092-Λύση

4.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της γης υπολογίζεται από τον τύπο: $g = G\frac{M_Γ}{(R_Γ+h)^2}$.

Αντικαθιστώ στον τύπο του ύψους $h = 3R_Γ$. Έτσι έχω

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R_Γ + 3R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{(4R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} (1)$$

Για την ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης έχω

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2 (2)$$

Έχω $g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} g = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{16{R_Γ}^2} \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}g_0 \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}10\,{}^{m}/_{s^2} \Leftrightarrow g = \frac{5}{8}{}^{m}/_{s^2}$

Μονάδες 6

4.2. Το βάρος του δορυφόρου, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_κ \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} (1)$$

όπου $M_Γ$ η μάζα της Γης και $r = R_Γ + h = 4R_Γ$, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Για την επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{4\,R_Γ}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\,{}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας είναι ίση:

$$E_M = K + U = \frac{1}{2}m \cdot u^2 + \left(-G\frac{M_Γ \cdot m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_Γ}{r}}\right)^2 - G\frac{M_Γ \cdot m}{r}$$

$$E_M = \frac{1}{2}\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} - \frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} \Leftrightarrow E_M = -\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{2r} (3)$$

Αντικαθιστώ στην σχέση (3) όπου $G \cdot M_Γ = g_0{R_Γ}^2$ και όπου $r = 4R_Γ$ και έτσι έχω:

$$E_M = -\frac{g_0 \cdot m \cdot {R_Γ}^2}{2 \cdot 4 \cdot R_Γ} \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}g_0 \cdot m \cdot R_Γ \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}4kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m = -32 \cdot 10^6 J$$

Άρα: E_M=-32·10^6J

Μονάδες 6

16092-Λύση

4.4. Η ελάχιστη ενέργεια $E_{προσφ}$ είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την αρχή διατήρηση ενέργειας για το σώμα Σ θα πάρουμε:

$$E_{M(αρχ)}+E_{προσφ}=E_{M(τελ)}$$

$$E_M+E_{προσφ}=K_\infty+U_\infty$$

$$E_M+E_{προσφ}=0$$

$$E_{προσφ}=-E_M$$

$$E_{προσφ}=-(-32\cdot 10^6 J)$$

$$E_{προσφ}=32\cdot 10^6 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16093

Ένα σώμα βάλλεται κατακόρυφα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ προς τα πάνω από εξώστη ύψους $H = 25m$. Η αλγεβρική τιμή της ορμής του σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση $P = 30 - 15t(SI)$. Η βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής και τη μάζα του σώματος.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική άφιξη του σώματος στο μέγιστο ύψος.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το μέγιστο ύψος, μετρημένο από το έδαφος, που φθάνει το σώμα.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι τη στιγμή της προσεδάφισής του.

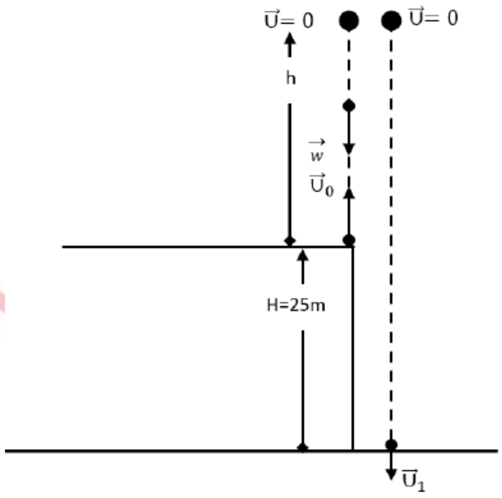
Μονάδες 7

Αντιστάσεις από τον αέρα παραλείπονται.

ΘΕΜΑ 4

16093-Λύση

4.1.



Για δύο χρονικές στιγμές, η ορμή υπολογίζεται αντιστοίχως

$P_1 = 30 - 15t_1$ και $P_2 = 30 - 15t_2$.

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής υπολογίζεται

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_2 - \vec{P}_1}{t_2 - t_1} = \frac{P_2 - P_1}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - (30 - 15t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{30 - 15t_2 - 30 + 15t_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{-15(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = -15kg\,{}^{m}/_{s^2}$$

Ο ρυθμός μεταβολής ορμής $\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$ είναι η Συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά της άνοδό του. Επειδή οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται η μοναδική δύναμη που δέχεται είναι το βάρος του.

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} \Leftrightarrow -w = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow -mg = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{g}\cdot\frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$m = -\frac{1}{10}\cdot(-15) \Leftrightarrow m = 1{,}5kg$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος έχει μηδενική ταχύτητα και άρα μηδενική ορμή $\vec{P} = 0$. Άρα την χρονική στιγμή t_3 που φτάνει στο μέγιστο ύψος έχω

$$P = 0 \Leftrightarrow P = 30 - 15t \Leftrightarrow 0 = 30 - 15t_3 \Leftrightarrow 15t_3 = 30$$

$$t_3 = 2s$$

Μονάδες 6

4.3. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα U_0 που υπολογίζεται ως εξής: τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ορμή μέτρου $P_0 = 30kg\,{}^{m}/_{s}$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ η ορμή δίνεται από τον τύπο

$$P_0 = m \cdot υ_0 \Leftrightarrow υ_0 = \frac{P_0}{m} = \frac{30\, kg\, {}^{m}/_{s}}{1,5kg} \Leftrightarrow υ_0 = 20\, {}^{m}/_{s}$$

Το ύψος h που φτάνει το σώμα από την επιφάνεια του εξώστη υπολογίζεται από τον τύπο

$$y = υ_o \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Θέτοντας όπου y=h και όπου $t = t_3$ έτσι έχω

$$h = υ_0 \cdot t_3 - \frac{1}{2} g \cdot {t_3}^2$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και προκύπτει:

$$h = 20m$$

$h_{max} = h + H \;\Rightarrow\; h_{max} = 45\ m$ από το έδαφος

Μονάδες 6

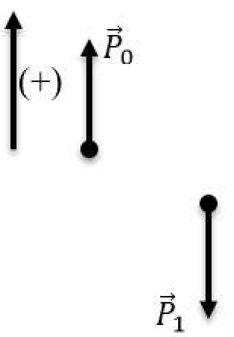
4.4. Βρίσκω το μέτρο της ταχύτητας $υ_1$ με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_w$$

$$\frac{1}{2} m \cdot {υ_1}^2 - 0 = +mg(h + H)$$

$$υ_1 = \sqrt{2g(H + h)} \Leftrightarrow υ_1 = 30\, {}^{m}/_{s}$$

Για την εύρεση της μεταβολής ορμής έχω:



$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_1 - \vec{P}_0$$
$$\Delta P = -P_1 - (+P_0)$$
$$\Delta P = -P_1 - P_0$$
$$\Delta P = -m \cdot υ_1 - m\, υ_0 \Leftrightarrow \Delta P = -m\,(υ_1 + υ_0)$$
$$\Delta P = -75 kg\, {}^{m}/_{s}$$

Η μεταβολή της ορμής είναι ένα διάνυσμα που έχει μέτρο $\Delta P = 75 kg\, {}^{m}/_{s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πλανήτης έχει ακτίνα R. Ο πίνακας δείχνει το δυναμικό σε δύο χαρακτηριστικά ύψη από την επιφάνεια του πλανήτη.

Ύψος h	Δυναμικό V
R	V_1
$2R$	V_2

Η σχέση ανάμεσα στα V_1 και V_2 είναι

(α) $V_1 = \frac{3}{2}V_2$ **(β)** $V_1 = 2V_2$ **(γ)** $V_1 = 4V_2$

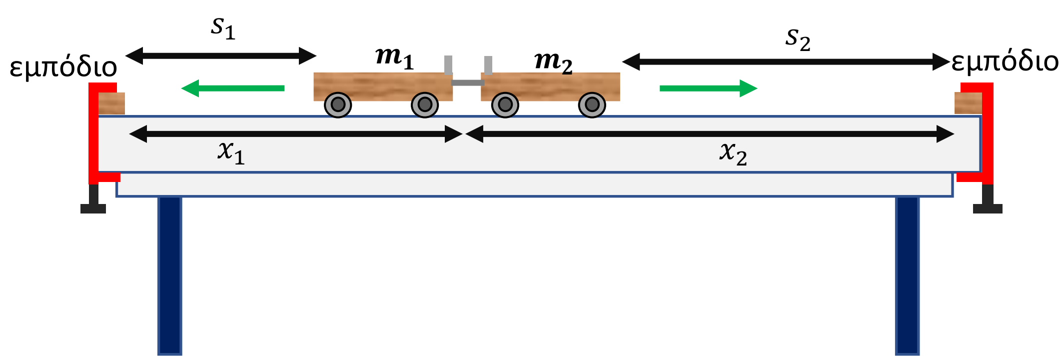
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Εργαστηριακά αμαξίδια μαζών m_1 και m_2 είναι αρχικά ακίνητα σε εργαστηριακό πάγκο. Το ένα από τα δύο έχει συμπιεσμένο έμβολο. Τοποθετούνται σε κατάλληλη θέση, ώστε αφού το έμβολο απελευθερωθεί, τα αμαξίδια να κινηθούν, κατά προσέγγιση, ευθύγραμμα και ομαλά, και να ακουστεί ταυτόχρονα κρότος εξαιτίας της σύγκρουσης του κάθε αμαξιδίου με καλά στερεωμένο ξύλινο εμπόδιο που βρίσκεται στη δική του άκρη του πάγκου.



Με βάση τις αποστάσεις που σημειώνονται στο σχήμα, ισχύει:

(α) $m_1 x_1 = m_2 x_2$ **(β)** $m_1 s_1 = m_2 s_2$ **(γ)** $m_1 s_2 = m_2 s_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο τύπος του δυναμικού είναι $V = -\frac{GM}{r}$ (2 μονάδες), όπου r η απόσταση από το κέντρο του πλανήτη. Είναι $r = R + h$ (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει (2 μονάδες):

$$V_1 = -\frac{GM}{R+R} \Rightarrow V_1 = -\frac{GM}{2R}$$

$$V_2 = -\frac{GM}{R+2R} \Rightarrow V_2 = -\frac{GM}{3R}$$

Συγκρίνοντας (ή απλά διαιρώντας κατά μέλη) (2 μονάδες): $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3R}{2R}$ ή $V_1 = \frac{3}{2}V_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Λόγω διατήρησης ορμής (5 μονάδες):

$$p_{ολ,πριν} = p_{ολ,μετα}$$

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2$$

$$0 = m_1 \frac{s_1}{t} - m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 \frac{s_1}{t} = m_2 \frac{s_2}{t}$$

$$m_1 s_1 = m_2 s_2$$

Οι αποστάσεις είναι s και όχι x γιατί κάθε σημείο του αμαξιδίου μετατοπίζεται κατά s (μόνο το μπροστινό μέρος του φτάνει στο εμπόδιο) (2 μονάδες).

Ο χρόνος είναι t και για τις δύο κινήσεις γιατί το έμβολο αναγκάζει και τα δύο να ξεκινήσουν ταυτόχρονα, ενώ ο κρότος ακούγεται επίσης ταυτόχρονα, άρα κινούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα (2 μονάδες).

Επειδή τα αμαξίδια έχουν τροχούς (χρησιμοποιούν σε γενικές γραμμές την τριβή για να κινηθούν αντί αυτή να τα εμποδίζει), προφανώς μπορούμε προσεγγιστικά να θεωρήσουμε την κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16105

2.1. Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ως συνάρτηση της ορμής του είναι:

(α) Ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων

(β) Ευθεία που δε διέρχεται από την αρχή των αξόνων

(γ) Παραβολή

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι έχει επινοήσει θεωρητικά μια μηχανή Carnot με πολύ μικρή απόδοση, γύρω στο 1%, τόσο μικρή που ακόμη και η απόδοση της μηχανής ενός πολύ παλιού αυτοκινήτου να είναι μεγαλύτερη.

(α) Ο μαθητής έχει δίκιο, διότι κάθε μηχανή Carnot έχει τη μικρότερη απόδοση από οποιαδήποτε άλλη.

(β) Ο μαθητής έχει απολύτως άδικο. Κάθε μηχανή Carnot έχει πάντα μεγαλύτερη απόδοση από κάθε άλλη θερμική μηχανή.

(γ) Ο μαθητής έχει δίκιο, μπορεί να υπάρξει μηχανή Carnot η οποία να έχει απόδοση μικρότερη από κάποια άλλη θερμική μηχανή, ακόμη κι από μια μηχανή πολύ κακής απόδοσης.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ο τύπος της κινητικής ενέργειας μπορεί να γραφεί συναρτήσει της ορμής (5 μονάδες):

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}p^2$$

Η σχέση K και p είναι ίδια με τη σχέση των y και x στην συνάρτηση: (2 μονάδες)

$$y = ax^2$$

της οποίας η γραφική παράσταση είναι μία παραβολή (1 μονάδα).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η μηχανή Carnot είναι η μηχανή με την υψηλότερη θεωρητική απόδοση ανάμεσα σε όλες τις θερμικές μηχανές **που λειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών** (3 μονάδες). Όσον αφορά τις πρακτικές αποδόσεις, αυτές (λόγω απωλειών στις διαδικασίες μετατροπής από αιτίες όπως η τριβή) είναι ακόμη μικρότερες από τις θεωρητικές (1 μονάδα). Αυτό δεν σημαίνει πως δεν μπορούν να υπάρξουν μηχανές που να έχουν υψηλότερη απόδοση από μια μηχανή Carnot, αρκεί η μηχανή Carnot και η μηχανή με την οποία την συγκρίνουμε να λειτουργούν ανάμεσα σε διαφορετικές θερμοκρασίες (5 μονάδες).

Για παράδειγμα, αν μια μηχανή Carnot λειτουργεί μεταξύ πολύ κοντινών θερμοκρασιών, η απόδοσή της θα είναι πολύ μικρή (για παράδειγμα, αν λειτουργεί μεταξύ 300 K και 297 K, τότε η απόδοσή της είναι 1%). Το ξέρουμε ότι υπάρχουν μηχανές, όχι Carnot, που έχουν πολύ υψηλότερη απόδοση και αυτό το επιτυγχάνουν επειδή λειτουργούν μεταξύ διαφορετικών ακραίων θερμοκρασιών (με μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ τους).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16107

2.1. Προσφέρουμε ένα ποσό θερμότητας σε ένα ιδανικό αέριο. Τότε:

(α) Η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται πάντα.

(β) Υπάρχει περίπτωση να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου.

(γ) Δεν υπάρχει περίπτωση να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα είναι αρχικά ακίνητο. Το σώμα εκρήγνυται και χωρίζεται σε δύο κομμάτια (θραύσματα) (1) και (2), με μάζες $m_1 \neq m_2$.

Για τα μέτρα της μεταβολής της ορμής και τις μεταβολές της κινητικής ενέργειας των δύο κομματιών ισχύει:

α. $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 = \Delta K_2$.

β. $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

γ. $|\Delta p_1| \neq |\Delta p_2|$, $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16107-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο ισχύει (3 μονάδες)

$$Q = \Delta U + W$$

Η ερώτηση ζητάει να βρούμε τι παθαίνει η θερμοκρασία του αερίου. Η μεταβολή της θερμοκρασίας ενός ιδανικού αερίου είναι ανάλογη της μεταβολής της εσωτερικής του ενέργειας (2 μονάδες), άρα για να μειωθεί η θερμοκρασία του αερίου θα πρέπει $\Delta U < 0$:

$$\Delta U = Q - W$$

Αν προσφέρουμε θερμότητα στο αέριο, όπως στην συγκεκριμένη περίπτωση, είναι $Q > 0$.
Το αν θα είναι $W > 0$ ή $W < 0$ ή $W = 0$ εξαρτάται από το αν το αέριο παράγει έργο ή αν καταναλώνει έργο (πχ, μέσω ενός εμβόλου), οπότε αναμένουμε επίσης ότι η ΔU θα είναι θετική για μερικές μεταβολές και αρνητική για άλλες. (1 μονάδα).
Στην περίπτωση που το αέριο κάνει έργο και αυτό είναι $W > Q$, θα είναι $\Delta U < 0$ και η θερμοκρασία του αερίου θα μειωθεί (2 μονάδες). Σε κάθε άλλη περίπτωση η θερμοκρασία του αερίου θα μείνει σταθερή (μόνο αν $W = Q$) ή θα αυξηθεί. Συνεπώς υπάρχει περίπτωση να μειωθεί (αλλά δεν είναι σίγουρο πως θα γίνεται πάντα).

Μονάδες 8

2.2.
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Από την αρχή διατήρησης της ορμής για σύστημα δύο σωμάτων (εδώ τα δύο κομμάτια στα οποία χωρίζεται το σώμα):

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$
$$\vec{p}_2' - \vec{p}_2 = \vec{p}_1 - \vec{p}_1{}'$$
$$\overrightarrow{\Delta p_2'} = -\overrightarrow{\Delta p_1'}$$

(Το παραπάνω είναι αναμενόμενο, γιατί αν η ορμή συστήματος δύο σωμάτων διατηρείται, η μεταβολή της ορμής του ενός θα πρέπει να αντισταθμιστεί από την αντίθετη μεταβολή της ορμής του άλλου). Συνεπώς:

$$|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

16107-Λύση

Σε σχέση με την κινητική ενέργεια, αυτή στην αρχή είναι μηδενική για κάθε κομμάτι, εφόσον το αρχικό σώμα ήταν ακίνητο. Η μεταβολή της κινητικής ενέργεια θα είναι για το κομμάτι 1:

$$\Delta K_1 = K_1' - K_1 = K_1' - 0 = \frac{{p_1'}^2}{2m_1} = \frac{(p_1' - 0)^2}{2m_1} = \frac{(\Delta p_1)^2}{2m_1}$$

Αντίστοιχα

$$\Delta K_2 = \frac{(\Delta p_2)^2}{2m_2}$$

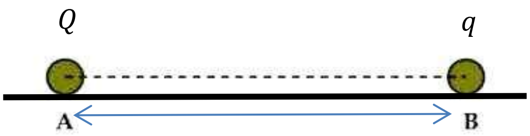
Επειδή $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$ και $m_1 \neq m_2$, θα είναι $\Delta K_1 \neq \Delta K_2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16109

Τα σωματίδια Α και Β συγκρατούνται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σωματίδια έχουν ίσα θετικά φορτία $Q = q$ μάζες m_A και m_B αντίστοιχα, το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U και αφήνονται να κινηθούν.



4.1. Να δείξετε ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων που έχουν κάθε χρονική στιγμή τα δύο σωματίδια είναι αντιστρόφως ανάλογος με τον λόγο των μαζών τους.

Μονάδες 5

4.2. Να δείξετε ότι η κινητική ενέργεια του Β, σε πολύ μεγάλη απόσταση από το Α (σε απόσταση τόση ώστε τα σωματίδια πρακτικά δεν αλληλεπιδρούν), δίνεται από τη σχέση:

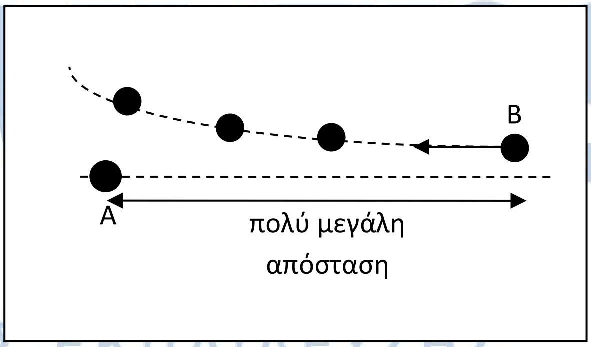
$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B}\, U.$$

Μονάδες 8

4.3. Για αυτό το ερώτημα υποθέτουμε πως η μάζα του Α είναι πολύ μεγαλύτερη της μάζας του Β ($m_A \gg m_B$), ώστε στους υπολογισμούς η μάζα του Β να θεωρείται αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του Α. Να υπολογίσετε, αξιοποιώντας το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2. ή με όποιον άλλο τρόπο σκεφτείτε, τις κινητικές ενέργειες των Α και Β όταν βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους.

Μονάδες 7

4.4. Όταν το Β φθάνει σε μεγάλη απόσταση από το Α, το εκτοξεύουμε και πάλι προς τα πίσω, όχι όμως ακριβώς στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια αλλά λίγο έκκεντρα, όπως φαίνεται στο σχήμα που αποτελεί κάτοψη του επιπέδου στο οποίο γίνεται η κίνηση. Εξηγήστε γιατί το Β θα ακολουθήσει μια τροχιά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κατάλληλο σχήμα.



Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16109-Λύση

4.1. Το σύστημα είναι μονωμένο διότι δεν του ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, άρα η ορμή του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Αρχικά τα δύο σωματίδια είναι ακίνητα, άρα η ορμή του συστήματος είναι μηδέν (1 μονάδα). Σε μία τυχαία χρονική στιγμή οι ταχύτητές τους θα έχουν μέτρα v_A και v_B αντίστοιχα, οπότε, με δεδομένο πως κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, λόγω άπωσης (και τα δύο είναι θετικά), η ορμή του συστήματος θα μπορεί να γραφτεί ως $m_B v_B - m_A v_A$ (θεωρώντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά στο σχήμα) (1 μονάδα).

Γράφοντας την αρχή διατήρησης ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετά}$$
$$0 = m_B v_B - m_A v_A$$
$$m_B v_B = m_A v_A$$
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}$$

άρα οι ταχύτητες είναι αντιστρόφως ανάλογες των μαζών (2 μονάδες)

Μονάδες 5

4.2. Με δεδομένο πως η μόνη δύναμη που παράγει έργο στο σύστημα είναι η ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb (συντηρητική δύναμη) η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται (1 μονάδα). Ως αποτέλεσμα, το άθροισμα ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας και κινητικής ενέργειας των δύο σωματιδίων στην αρχή είναι ίσο με το αντίστοιχο άθροισμα όταν τα δύο σωματίδια θα βρίσκονται σε πολύ μεγάλη απόσταση (1 μονάδα). Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος σε πολύ μεγάλη απόσταση είναι μηδενική (1 μονάδα), ενώ η κινητική ενέργεια των δύο σωματιδίων στην αρχή ήταν επίσης μηδενική (1 μονάδα).

$$(U+K)_{αρχ} = (U+K)_{τελ}$$
$$U + 0 = 0 + K_A + K_B$$

Οι κινητικές ενέργειες των δύο σωματιδίων συνδέονται μέσω των ταχυτήτων τους, με βάση τη σχέση του ερωτήματος 4.1 (η οποία μπορεί να γραφεί ως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A}$) (2 μονάδες):

$$K_A = \frac{1}{2} m_A {v_A}^2 = \frac{1}{2} m_A (v_B \frac{m_B}{m_A})^2 = \frac{1}{2} \frac{{m_B}^2}{m_A} {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} \frac{1}{2} m_B {v_B}^2 = \frac{m_B}{m_A} K_B$$

Αντικαθιστώντας στην σχέση που συνδέει τις ενέργειες και λύνοντας ως προς K_B προκύπτει το ζητούμενο (2 μονάδες):

$$U = \frac{m_B}{m_A} K_B + K_B$$
$$U = (\frac{m_B}{m_A} + 1) K_B$$
$$U = \frac{m_B + m_A}{m_A} K_B$$
$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Μονάδες 8

4.3. Το αποτέλεσμα του ερωτήματος 4.2 είναι πως

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U$$

Αν ισχύει πως $m_A \gg m_B$, τότε $m_A + m_B \cong m_A$ (2 μονάδες), άρα (2 μονάδες):

$$K_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} U \cong \frac{m_A}{m_A} U = U$$

Αν επανέλθουμε στην ενδιάμεση μορφή της διατήρησης μηχανικής ενέργειας που βρέθηκε στη διάρκεια της λύσης του 4.2 (3 μονάδες):

$$U = K_A + K_B$$

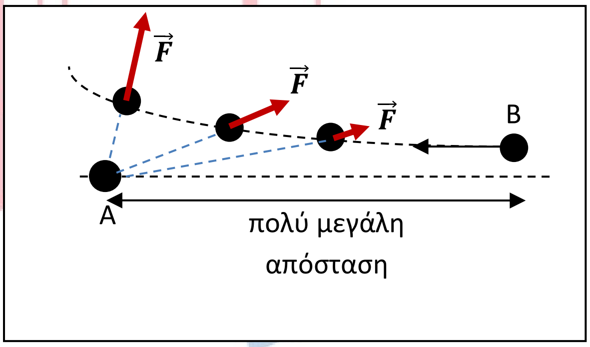
$$U = K_A + U$$

$$K_A = 0$$

(Εναλλακτικά, στη λύση του 4.2 βρέθηκε πως $K_A = \frac{m_B}{m_A} K_B$. Με δεδομένο πως $m_A \gg m_B$, ισχύει πως $\frac{m_B}{m_A} \cong 0$, άρα $K_A = 0$. Αντίστοιχα μπορεί κανείς να σκεφθεί πως $v_A = v_B \frac{m_B}{m_A} \cong 0$, οπότε πάλι $K_A = 0$)

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο σωματίδια είναι θετικά άρα απωθούνται υπό την επίδραση της ηλεκτροστατικής δύναμης Coulomb $\vec{F}$ η οποία δρα στην ευθεία που συνδέει τα δύο σωματίδια (2 μονάδες). Αυτό σημαίνει πως η κίνηση του σωματιδίου Β θα αποκλίνει προς τα επάνω όπως φαίνεται στο σχήμα (1 μονάδα).



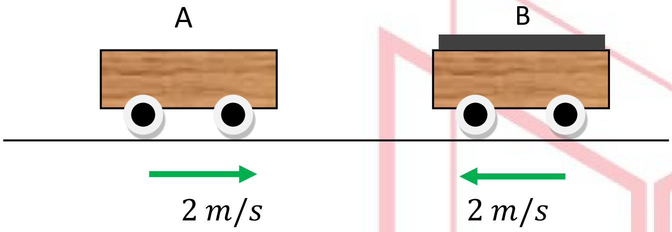
Το μέτρο της δύναμης Coulomb είναι αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης (2 μονάδες), άρα μεγαλώνει όσο το σωματίδιο Β κινείται προς τα αριστερά και αυτό οδηγεί στην μεγαλύτερη καμπύλωση της τροχιάς όσο το Β πλησιάζει το Α.

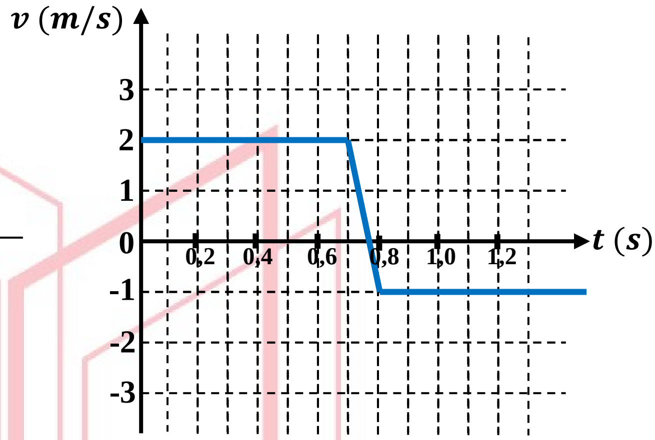
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

16111

Στο παρακάτω σχήμα, το εργαστηριακό αμαξίδιο Α, μάζας $1\ kg$, κινείται οριζόντια με αρχική ταχύτητα $2\ m/s$. Συγκρούεται με το εργαστηριακό αμαξίδιο Β μάζας $2\ kg$ το οποίο κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $2\ m/s$. Η γραφική παράσταση που ακολουθεί, μας δείχνει την μεταβολή της ταχύτητας του αμαξιδίου Α (πριν, κατά τη διάρκεια και μετά την κρούση).





4.1. Υπολογίστε τη μεταβολή της ορμής του αμαξιδίου Α κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την ταχύτητα του αμαξιδίου Β μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τη δύναμη που ασκήθηκε στο αμαξίδιο Β κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίστε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο αμαξιδίων κατά την κρούση.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16111-Λύση

4.1. Από το διάγραμμα φαίνεται πως η ταχύτητα του Α μετά την κρούση είναι $-1\ m/s$.

$$\Delta p_A = p'_A - p_A = (1\ kg)\left(-1\frac{m}{s}\right) - (1\ kg)\left(2\frac{m}{s}\right) = -3\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο αμαξιδίων μπορεί να θεωρηθεί, έστω κατά προσέγγιση, μονωμένο στη διάρκεια της κρούσης (1 μονάδα).

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής (5 μονάδες):

$$\vec{p}_{ολ,πριν} = \vec{p}_{ολ,μετα}$$

$$(1\ kg)\left(2\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)\left(-2\frac{m}{s}\right) = (1\ kg)\left(-1\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)v_B{}'$$

$$v'_B = -0{,}5\ m/s$$

Άρα το Β κινείται προς τα αριστερά (1 μονάδα) με ταχύτητα μέτρου 0,5 m/s.

Μονάδες 7

4.3. Το Β δέχεται δύναμη από το Α στη διάρκεια της κρούσης. Από το διάγραμμα φαίνεται πως η κρούση διαρκεί μεταξύ 0,7 s και 0,8 s, άρα διαρκεί 0,1 s (2 μονάδες). Με βάση τον 2ο νόμο του Νεύτωνα (4 μονάδες):

$$\Sigma F = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} = \frac{p'_B - p_B}{\Delta t} = \frac{(2\ kg)\left(-0{,}5\frac{m}{s}\right) - (2\ kg)\left(-2\frac{m}{s}\right)}{0{,}1\ s} = 30\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Πριν την κρούση, η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο αμαξιδίων είναι (2 μονάδες):

$$K_{πριν} = K_A + K_B = \frac{1}{2}m_A v_A{}^2 + \frac{1}{2}m_B v_B{}^2 = \frac{1}{2}(1\ kg)(2\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(2\frac{m}{s})^2 = 6\ J$$

Μετά την κρούση, η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο αμαξιδίων είναι (2 μονάδες):

$$K_{μετά} = K_A{}' + K_B{}' = \frac{1}{2}m_A v_A{}'^2 + \frac{1}{2}m_B v_B{}'^2 = \frac{1}{2}(1\ kg)(1\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(0{,}5\frac{m}{s})^2 = 0{,}75\ J$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι (2 μονάδες):

$$\Delta K = K_{μετά} - K_{πριν} = (0{,}75\ J) - (6\ J) = -5{,}25\ J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

16116

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Σελήνης με ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση της ακτίνας της Σελήνης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά προς το διάστημα. Αν τη στιγμή της εκτόξευσης το σώμα, έχει θετική μηχανική ενέργεια $E_M^{\alpha\rho\chi} = E_0 > 0$ και μετά την εκτόξευσή του κινείται ελεύθερα με μοναδική δύναμη την έλξη του από τη Σελήνη, τότε:

(α) το σώμα δεν θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης

(β) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, με μηδενική ταχύτητα

(γ) το σώμα θα καταφέρει να διαφύγει από την έλξη της Σελήνης, κινούμενο προς το διάστημα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μικρές σφαίρες με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 2 \cdot m$ κινούνται αντίθετα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα μέτρα των ταχυτήτων τους υ_1, υ_2 αντίστοιχα, είναι ίσα ακριβώς πριν συγκρουστούν και ισχύει $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_0$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και η κρούση είναι πλαστική, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης είναι:

(α) $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 0$, **(β)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = \frac{4}{3} \cdot m \cdot \upsilon_0$, **(γ)** $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = 2 \cdot m \cdot \upsilon_0$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16116-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν η εκτόξευση του σώματος γινόταν με την ταχύτητα διαφυγής, θα κατάφερνε μόλις να φτάσει εκτός πεδίου, δηλαδή με μηδενική ταχύτητα και θα είχε μηχανική ενέργεια μηδέν. Επειδή κατά την κίνηση του σώματος, η μηχανική ενέργεια διατηρείται, η μηχανική ενέργεια θα ήταν μηδέν σε όλες τις θέσεις, άρα και στο σημείο εκτόξευσης. Τώρα όμως, που εκτοξεύεται με θετική μηχανική ενέργεια, θα εξέρχεται από το πεδίο βαρύτητας της Σελήνης με κινητική ενέργεια και θα ισχύει:

$E_M^{\infty} = E_M^{εκτ} = E_0$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\infty}^2 = E_0$, οπότε $\upsilon_{\infty} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_0}{m}}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την πλαστική κρούση των δύο σφαιρών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή με θετική την αρχική φορά κίνησης της σφαίρας μάζας m_1 :

$m \cdot \upsilon_0 - 2 \cdot m \cdot \upsilon_0 = 3 \cdot m \cdot \upsilon$, άρα $\upsilon = -\frac{\upsilon_0}{3}$,

με το αρνητικό πρόσημο να δηλώνει ότι η φορά κίνησης του συσσωματώματος είναι αντίθετη εκείνης του σώματος μάζας m_1.

Για τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας, εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$\Delta p_1 = m \cdot \upsilon - m \cdot \upsilon_1 = m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3}\right) - m \cdot \upsilon_0 = -\frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

$$\Delta p_2 = 2 \cdot m \cdot \upsilon - 2 \cdot m \cdot \upsilon_2 = 2 \cdot m \cdot \left(-\frac{\upsilon_0}{3} + \upsilon_0\right) = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$$

Δηλαδή τελικά $|\overrightarrow{\Delta p_1}| = |\overrightarrow{\Delta p_2}| = \frac{4 \cdot m \cdot \upsilon_0}{3}$

Μονάδες 9

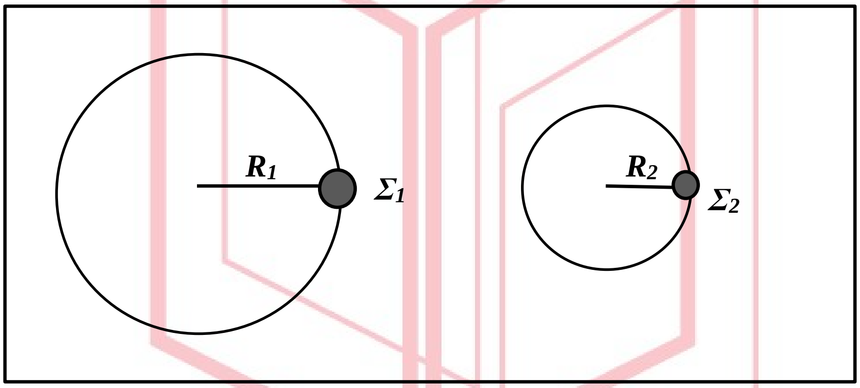
ΘΕΜΑ 2 16119

2.1. « Ένας αθλητής καλαθοσφαίρισης (basketball) πατάει γερά και σηκώνεται αφήνοντας τη μπάλα στο καλάθι».

Να αιτιολογήσετε αν παραβιάζεται ή όχι, η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Μονάδες 12

2.2 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με



αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 2 \cdot R_2$ και ότι η περίοδος της κυκλικής κίνησής τους είναι ίδια.

2.2.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2$

2.2.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.2.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

16119

ΘΕΜΑ 2

16119-Λύση

2.1. Η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου **δεν** παραβιάζεται. Εφαρμόζοντας την διατήρηση για το σύστημα το οποίο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο κατά το πάτημα του αθλητή και αμέσως αφού σηκωθεί από το δάπεδο, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

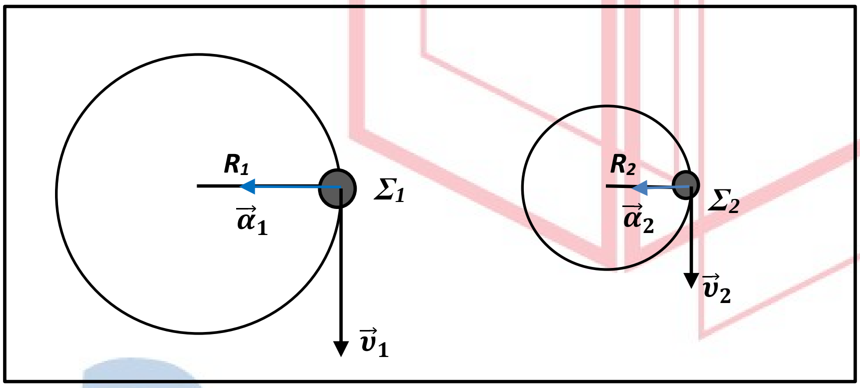
$$0 = m \cdot \upsilon - M \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot \upsilon}{M}$$

ότι η ταχύτητα της Γης $\vec{V}$ είναι πρακτικά μηδενική λόγω της πολύ μεγάλης μάζας της M σε σύγκριση με τη μάζα του αθλητή m.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α.



Μονάδες 2

2.2.Β. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 3

2.2.Γ.

Εφόσον οι περίοδοι της κυκλικής κίνησής τους είναι ίσες το ίδιο θα συμβαίνει και για τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = T_2 \text{ ή } \frac{2\cdot\pi}{T_1} = \frac{2\cdot\pi}{T_2} \text{ ή } \omega_1 = \omega_2$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

$$\alpha_1 = {\omega_1}^2 \cdot R_1 \xRightarrow{\omega_1 = \omega_2, R_1 = 2\cdot R_2} \alpha_1 = {\omega_2}^2 \cdot 2 \cdot R_2$$

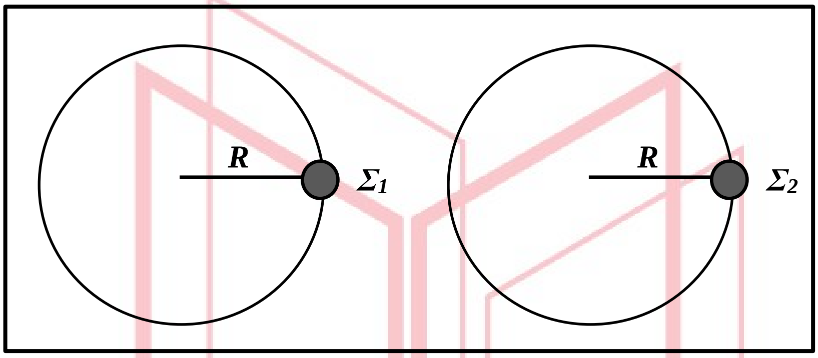
$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

16120

2.1 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα ίδιου μήκους R από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω ότι T_1 είναι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_1$ και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_2$, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $T_1 = 2 \cdot T_2$.



2.1.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$, **(β)** $\alpha_2 = 4 \cdot \alpha_1$, **(γ)** $\alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$

2.1.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.1.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 (Ισχύει $\upsilon_2 < \upsilon_1$). Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt. Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

(α) $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(β)** $N = \frac{m(\upsilon_1-\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(γ)** $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} - mg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

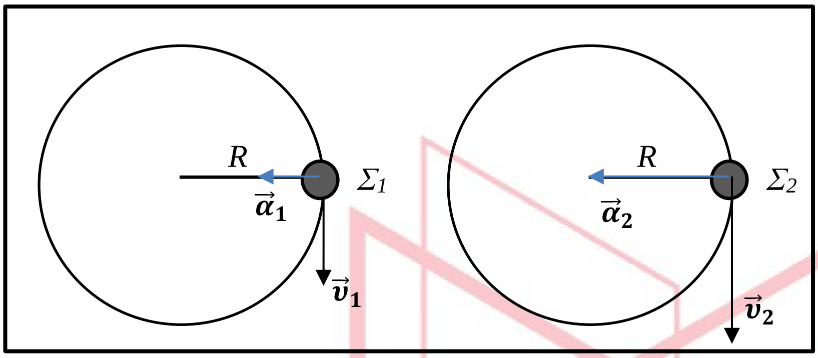
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16120-Λύση

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 2

2.1.Β. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 3

2.1.Γ.

Ξεκινώντας από τη δεδομένη σχέση που συνδέει τις περιόδους της ομαλής κυκλικής κίνησης οδηγούμαστε στη σχέση που συνδέει τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = 2 \cdot T_2 \text{ ή } \frac{2\cdot\pi}{T_1} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\cdot\pi}{T_2} \text{ ή } \omega_2 = 2\cdot\omega_1$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

$$\alpha_2 = {\omega_2}^2 \cdot R = 4\cdot{\omega_1}^2\cdot R = 4\cdot\alpha_1$$

Μονάδες 7

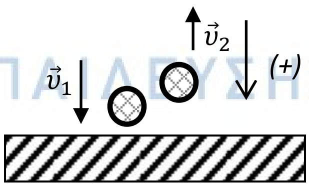
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το μπαλάκι προσκρούει κάθετα στο οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 όπως φαίνεται στο σχήμα.



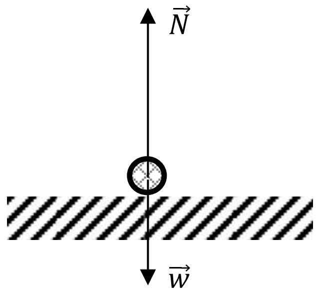
Η μεταβολή της ορμής του είναι:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = -p_2 - p_1 = -m\cdot(\upsilon_2 + \upsilon_1)$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει διεύθυνση κατακόρυφη, φορά προς τα πάνω και μέτρο,

$$\Delta p = m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$



Μονάδες 3

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} < 0$$

Μονάδες 3

Η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα επάνω. Κατά την κρούση ασκούνται στο μπαλάκι οι δυνάμεις του βάρους και η ζητούμενη $\vec{N}$ από το δάπεδο, άρα:

$$\Sigma F = -N + w \text{ ή } \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} = -N + m \cdot g$$

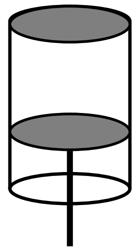
$$N = \frac{m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} + m \cdot g$$

Μονάδες 3

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16122



2.1. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο βάρους $\vec{w}$ και επιφάνειας A που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στο δοχείο προστίθεται ορισμένη ποσότητα αερίου και κατόπιν τοποθετείται με το κινούμενο έμβολο προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το έμβολο ισορροπεί σε κάποια θέση.

Κατά την ισορροπία η πίεση του αερίου είναι:

(α) ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

(β) μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

(γ) μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας M. Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{100}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_1, χτυπά το σώμα με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Το βλήμα εξέρχεται από το σώμα οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\frac{\upsilon_1}{10}$. Αν τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι Δp_1 και Δp_2 αντίστοιχα τότε:

(α) $\Delta p_1 = \frac{9}{1000} \cdot \Delta p_2$, **(β)** $\Delta p_1 = \Delta p_2$, **(γ)** $\Delta p_1 = \frac{1000}{9} \cdot \Delta p_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16122-Λύση

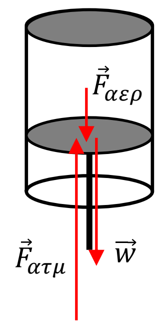
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Στο έμβολο που ισορροπεί ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη από την ατμόσφαιρα $\vec{F}_{\alpha\tau\mu}$ και η δύναμη από το αέριο $\vec{F}_{\alpha\varepsilon\rho}$.



Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton για το έμβολο:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ή } F_{\alpha\varepsilon\rho} + w = F_{\alpha\tau\mu} (1)$$

Διαιρώντας όλους τους όρους της (1) με το εμβαδό της επιφάνειας του εμβόλου Α, έχουμε:

$$\frac{F_{\alpha\varepsilon\rho}}{A} + \frac{w}{A} = \frac{F_{\alpha\tau\mu}}{A} \text{ ή } p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} - \frac{w}{A} \text{ ή } p_{\alpha\varepsilon\rho} < p_{\alpha\tau\mu}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Το βλήμα (1) και το σώμα (2) αλληλεπιδρούν κατά την διάτρηση και οι δυνάμεις μεταξύ τους ικανοποιούν τον 3ο νόμο του Newton:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton για τα (1) και (2) κατά την χρονική διάρκεια Δt της αλληλεπίδρασης:

$$\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} \text{ ή } \Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1$$

Οπότε τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι ίσα.

Μονάδες 9

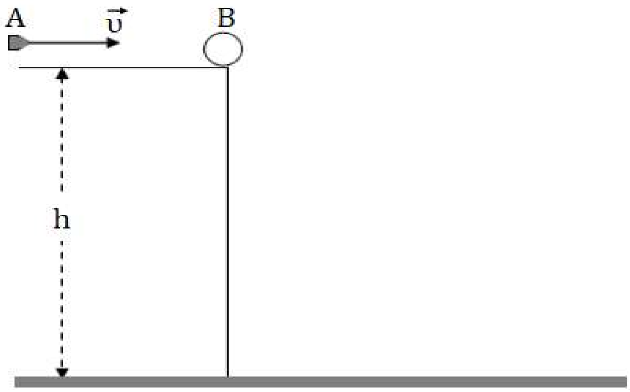
Παρατήρηση: Η διατήρηση της ορμής, είναι άμεση συνέπεια του τρίτου νόμου του Νεύτωνα σύμφωνα με τον οποίο η δράση είναι αντίθετη με την αντίδραση. Συγκεκριμένα αν 1 και 2 είναι τα σώματα που αλληλεπιδρούν και αποτελούν το σύστημα, ισχύει:

$$\Delta\vec{p}_2 = -\Delta\vec{p}_1 \text{ ή } \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi} = -(\vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}) \Leftrightarrow \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi} - \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\vec{p}_{1,\alpha\rho\chi} + \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} + \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau,\tau\varepsilon\lambda}$$

ΘΕΜΑ 4

16123



Σώμα Β, μάζας $M = 0{,}9\ \mathrm{Kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη ενός τραπεζιού ύψους $h = 0{,}45\ \mathrm{m}$ από το έδαφος. Βλήμα Α, μάζας $m = 0{,}1\ \mathrm{Kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 100\ \mathrm{m/s}$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα) και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Β δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β λόγω της κρούσης.

Μονάδες 5

4.3. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα διανύοντας μια οριζόντια απόσταση s, φτάνει στο έδαφος. Να υπολογίσετε την απόσταση s.

Μονάδες 7

4.4. Μετά από χρόνο t_1 από τη στιγμή της κρούσης και πριν το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι $K_1 = 50{,}5\ \mathrm{J}$. Να βρείτε την απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16123-Λύση

4.1. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + 0 = (m+M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m+M}\upsilon \Rightarrow V = 10\ m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m+M)V^2 = 450\ J$$

Μονάδες 5

4.3. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή, συνεπώς, στον κατακόρυφο άξονα η κίνησή του είναι ελεύθερη πτώση, οπότε: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = 0{,}3\ s$ (μονάδες 4).

Στον οριζόντιο άξονα το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε:

$s = Vt \Rightarrow s = 3\ m$ (μονάδες 3)

Μονάδες 7

4.4. Από την κινητική ενέργεια υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1:

$K_1 = \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{101}\ m/s$ (μονάδες 2)

Αλλά: $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{1,x}^2 + \upsilon_{1,y}^2} \Rightarrow \upsilon_1^2 = V^2 + (gt_1)^2 \Rightarrow t_1 = 0{,}1\ s$ (μονάδες 2).

Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα είναι:

$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 0{,}05\ m$ (μονάδες 2)

Συνεπώς, η απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$h_1 = h - y_1 = 0{,}4\ m$ (μονάδες 2)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4 16124

Δορυφόρος μάζας $m = 300Kg$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Κάποια στιγμή λόγω εσωτερικής έκρηξης διασπάται σε δύο τμήματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το $Σ_2$ αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, ενώ το $Σ_1$ συνεχίζει να εκτελεί κίνηση στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτή που ήταν πριν την έκρηξη, αλλάζοντας κατεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ορμής του δορυφόρου στο ύψος αυτό.

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος $Σ_2$ μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. τον λόγο των μαζών m_1/m_2.

Μονάδες 7

4.4. την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5\ m$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ m/s^2$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

16124-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} \Rightarrow$$

$$\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 = 5{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Συνεπώς, το μέτρο της ορμής του δορυφόρου σε ύψος h είναι:

$$p = m\upsilon = 16{,}8 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Μονάδες 7

4.2. Το τμήμα Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, που είναι η ταχύτητα διαφυγής του:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.3. Για την έκρηξη ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Το τμήμα Σ_1 παραμένει σε κυκλική τροχιά ακτίνας ίση με την αρχική, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, αλλά κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Συνεπώς έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta \Rightarrow 2m_1\upsilon = m_2(\upsilon_\delta - \upsilon) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 7

4.4. Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$m_2 = 5m_1, \text{ οπότε } m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 6m_1 \Rightarrow m_1 = 50 \text{ Kg και } m_2 = 250 \text{ Kg} \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\delta^2\right) - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4 \cdot 10^9 \text{ J} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16203

Ένα σώμα εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, στη διεύθυνση της ακτίνας της Γης που περνάει από το σημείο εκτόξευσης και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την επιφάνειά της. Το σώμα καταφέρνει να φτάσει σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης ($h = R_\Gamma$).

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας με την οποία εκτοξεύθηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από σημείο που βρίσκεται σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Τη στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στο ύψος $h = R_\Gamma$, μια ξαφνική έκρηξη διασπά το σώμα σε δύο άλλα σώματα ίσων μαζών ($m_1 = m_2$), τα οποία κινούνται στην αρχική διεύθυνση κίνησης του σώματος. Το σώμα μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$ μέτρου $\upsilon_1{}' = 16\ \frac{km}{s}$.

4.3. Να αποδείξετε ότι το σώμα μάζας m_2 θα διαφύγει από την έλξη της Γης προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 με την οποία διαφεύγει στο διάστημα.

Μονάδες 6

Η Γη θεωρείται σφαίρα ακίνητη και ομογενής ακτίνας $R_\Gamma = 6400\ \mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειά της $g_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Θεωρούμε επίσης ότι οι αντιστάσεις από την ατμόσφαιρα της Γης μπορούν να αγνοηθούν.

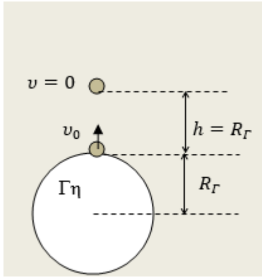
ΘΕΜΑ 4

16203-Λύση

4.1. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας από την εκτόξευση μέχρι το σημείο που φτάνει:

$E_M^{αρχ} = E_M^{τελ}$ ή $-G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{R_Γ} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -G \cdot \frac{M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$

ή $\frac{m \cdot υ_0^2}{2} = \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{2 \cdot R_Γ}$, οπότε $υ_0 = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$



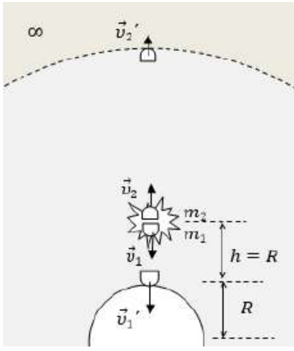
Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από το ύψος $h = R_Γ$, είναι:

$υ_δ = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ + h}} = \sqrt{g_0 \cdot R_Γ} = 8 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Έστω $\vec{υ}_1$ η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 αμέσως μετά την έκρηξη και $\vec{υ}_1{}'$ η ταχύτητά του όταν φτάνει στην επιφάνεια της Γης. Το σώμα αυτό αμέσως μετά την έκρηξη κινείται προς τη Γη. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:



$$E_M^{εκρ} = E_M^{τελ}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ + h} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1'^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_1}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ} = υ_1'^2 - \frac{2 \cdot G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1^2 = υ_1'^2 - \frac{G \cdot M_Γ}{R_Γ}$$

$$υ_1 = \sqrt{υ_1'^2 - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{2{,}56 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \sqrt{192} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Κατά την έκρηξη που συνέβη στο αρχικό σώμα, με την οποία χωρίστηκε στα δύο νέα σώματα ίσης μάζας και η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων αυτών:

$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$, ή $0 = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2$, άρα ισχύει $m_1 \cdot υ_1 = m_2 \cdot υ_2$ και επειδή $m_1 = m_2$ προκύπτει $υ_2 = υ_1 = 8 \cdot \sqrt{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} > υ_δ$

Άρα η μάζα m_2 διαφεύγει από την έλξη του πεδίου βαρύτητας της Γης κινούμενη προς το διάστημα.

Μονάδες 7

4.4. Για να υπολογίσουμε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η μάζα m_2 διαφεύγει στο διάστημα εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, κατά την κίνησή της από το σημείο της έκρηξης μέχρι τη διαφυγή της από το πεδίο βαρύτητας της Γης:

$E_M^{εκρ} = E_M^{\infty}$, ή $\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2^2 - G \cdot \frac{M_Γ \cdot m_2}{2 \cdot R_Γ} = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot υ_2'^2$

ή $υ_2'^2 = υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ$

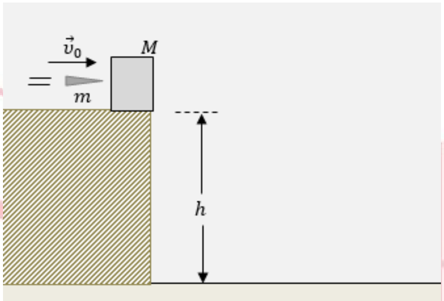
τελικά $υ_2{}' = \sqrt{υ_2^2 - g_0 \cdot R_Γ} = \sqrt{1{,}92 \cdot 10^8 - 0{,}64 \cdot 10^8} \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 8 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16204

Ένα μικρό κιβώτιο μάζας $M = 1800\ \mathrm{g}$ είναι ακίνητο στην άκρη ενός πάγκου, του οποίου η επιφάνεια βρίσκεται σε ύψος h από οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m = 200\ \mathrm{g}$ κινείται οριζόντια στο ύψος του κέντρου του κιβωτίου και συγκρούεται με αυτό. Τη στιγμή που συγκρούεται με το κιβώτιο, το βλήμα είχε ταχύτητα $\vec{v}_0$ μέτρου $v_0 = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας.



Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή και τη στιγμή που φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi = 45^{o}$.
Να υπολογίσετε:
4.1. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

Μονάδες 6

4.2. το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος, που έγινε θερμική ενέργεια κατά την πλαστική κρούση

Μονάδες 6

4.3. την οριζόντια απόσταση του σημείου στο οποίο το συσσωμάτωμα χτύπησε στο οριζόντιο δάπεδο, από τη βάση του πάγκου

Μονάδες 7

4.4. το ύψος h του πάγκου.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, οι αντιστάσεις αέρα αμελητέες. Δίνονται επίσης οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $ημ45^{o} = συν45^{o} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΘΕΜΑ 4

16204-Λύση

4.1. Κατά την πλαστική κρούση του βλήματος με το κιβώτιο, ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων:

$\vec{p}^{\,πριν}_{συστ} = \vec{p}^{\,μετα}_{συστ}$ ή $m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v$

Άρα $v = \frac{m \cdot v_0}{m+M} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\pi = \frac{Q}{K^{πριν}_{βλ}} \cdot 100\% = \frac{|\Delta K_{συστ}|}{K^{πριν}_{βλ}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2} \cdot 100\% = 90\%$$

Μονάδες 6

4.3. Αναλύοντας την οριζόντια βολή του συσσωματώματος σε δύο ανεξάρτητες κινήσεις, μια ευθύγραμμη ομαλή σε οριζόντιο άξονα x΄x και μια ελεύθερη πτώση σε κατακόρυφο άξονα y΄y και θεωρώντας $t_0 = 0$ τη στιγμή έναρξης της βολής του συσσωματώματος, έχουμε:

x΄x : $v_x = v$ (1) y΄y: $v_y = g \cdot t$ (2)

$x = v \cdot t$ (2) $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (4)

Τη στιγμή που χτυπάει το συσσωμάτωμα στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$, για την οποία ισχύει:

$$εφ\varphi = \frac{v_y^{τελ}}{v_x^{τελ}} = \frac{g \cdot t_{βολ}}{v} = 1$$

$$t_{βολ} = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

$$s = v \cdot t_{βολ} = 1{,}6\ \mathrm{m}$$

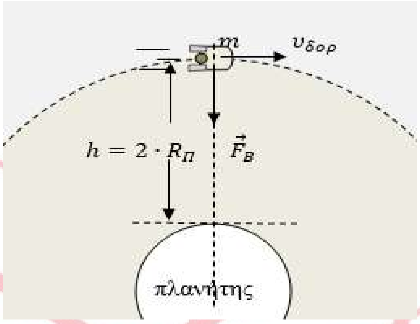
Μονάδες 7

4.4. $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{βολ}^2 = 0{,}8\ \mathrm{m}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 16205

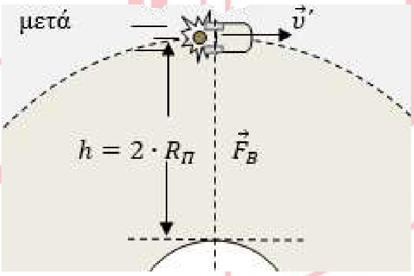
Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_{\Pi} = \frac{M_{\Gamma}}{3}$, όπου M_{Γ} η μάζα της Γης και ακτίνα $R_{\Pi} = R_{\Gamma}$, όπου R_{Γ} η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας m, έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος $h = 2 \cdot R_{\Pi}$ από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900\,\text{kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_{\Gamma} = 6400\,\text{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16205-Λύση

4.1. Για να παραμένει στην δορυφορική του τροχιά γύρω από τον πλανήτη, πρέπει να κινείται με ταχύτητα τέτοια, ώστε η βαρυτική έλξη του από τον πλανήτη, να παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης στην κυκλική του τροχιά στο ύψος αυτό. Δηλαδή πρέπει:

$F_B = F_K$ ή $G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{m \cdot \upsilon_{\delta o \rho}^2}{R_\Pi + h}$

ή $G \cdot \frac{M_\Gamma}{9 \cdot R_\Gamma} = \upsilon_{\delta o \rho}^2$, οπότε $\upsilon_{\delta o \rho} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{9}} = \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη υπολογίζεται:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_\Gamma}{\upsilon_{\delta o \rho}} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3} \ \mathrm{s} = 14400 \cdot \pi \ \mathrm{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Κατά την εκτόξευση του σώματος από το όχημα, η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο όχημα να κινείται στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητά του ακριβώς πριν την εκτόξευση. Δηλαδή:

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, ή $m \cdot \upsilon_{\delta o \rho} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'$

Άρα $\upsilon' = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Από την έκρηξη κατά την εκτόξευση του σώματος από το δορυφορικό όχημα, αποδόθηκε στο σύστημα πρόσθετη μηχανική ενέργεια, ως αύξηση της συνολικής κινητικής ενέργειας των τμημάτων του:

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta o \rho}^2 = \frac{900}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 16 - \frac{64}{9}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J} = \frac{900 \cdot 32}{6} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J}$$

Τελικά $\Delta E_M = 1{,}6 \cdot 10^9 \ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση του σώματος προς την επιφάνεια του πλανήτη εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$-G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{3 \cdot R_\Pi} = -G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{R_\Pi} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2$$

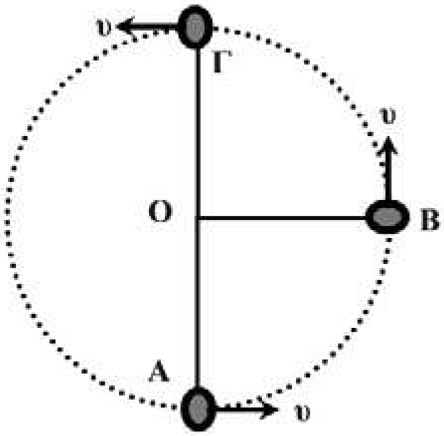
ή $\frac{2 \cdot G \cdot M_\Pi}{3 \cdot R_\Pi} = \frac{\upsilon_1^2}{2}$, άρα $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

16209

2.1. Το σώμα μάζας m της διπλανής εικόνας περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Ο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, στερεωμένο στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους l. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g.



Αν F_A είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Α και $F_Γ$ είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Γ, για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

(α) $F_A = F_Γ$, **(β)** $F_A > F_Γ$, **(γ)** $F_A < F_Γ$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα μάζας $3m$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ$ όταν ξαφνικά εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι με μάζα m κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα με ταχύτητα μέτρου $4υ$. Η ταχύτητα με την οποία κινείται το δεύτερο κομμάτι μάζας $2m$ είναι:

(α) $-\frac{υ}{2}$, **(β)** $\frac{υ}{2}$, **(γ)** $υ$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16209-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση Α η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{L} \quad ή \quad F_A - m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επίσης στη θέση Γ η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m\,\upsilon^2}{L} \quad ή \quad F_\Gamma + m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επειδή η τιμή της κεντρομόλου δύναμης είναι η ίδια και στις δύο θέσεις (η ταχύτητα είναι σταθερή) θα έχουμε:

$$F_A - m\,g = F_\Gamma + m\,g \quad ή \quad F_A = F_\Gamma + 2m\,g$$

Από την παραπάνω ισότητα δεδομένου ότι η ποσότητα $m\,g$ είναι πάντα θετική προκύπτει ότι: $F_A > F_\Gamma$

Μονάδες 8

2.2

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι δυνάμεις κατά την διάρκεια της έκρηξης είναι εσωτερικές με αποτέλεσμα να έχουμε διατήρηση της ορμής. Έτσι μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής πριν και μετά την έκρηξη. Έχουμε ορίσει θετική φορά την φορά κίνησης του βλήματος $\vec{\upsilon}$. Η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού είναι $\vec{\upsilon}_x$

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad ή \quad 3m\,\vec{\upsilon} = m\;4\vec{\upsilon} + 2m\,\vec{\upsilon}_x \quad ή \quad 3m\,\upsilon = m\;4\upsilon + 2m\,\upsilon_x \quad ή \quad \upsilon_x = -\frac{\upsilon}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16227

2.1. Δύο σώματα (1) και (2), έχουν μάζες αντίστοιχα m_1 και m_2, για τις οποίες ισχύει η σχέση $m_2 = 4 \cdot m_1$. Τα δύο σώματα κινούνται με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$, αντίστοιχα, και οι κινητικές τους ενέργειες είναι ίσες ($K_1 = K_2$). Για τα μέτρα των ορμών των δύο σωμάτων, ισχύει ότι:

(α) είναι ίσα

(β) το μέτρο της ορμής του σώματος (1) είναι διπλάσιο από το μέτρο της ορμής του σώματος (2)

(γ) το μέτρο της ορμής του σώματος (2) είναι διπλάσιο από το μέτρο της ορμής του σώματος (1)

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο ιδανικές (υποθετικές) μηχανές Carnot (1) και (2), λειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών $T_1 = T_1{}' = T_h$ (θερμή δεξαμενή) και $T_2 = T_2{}' = T_c$ (ψυχρή δεξαμενή). Κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση της μηχανής (1), το αέριο απορροφά θερμότητα Q_1, ενώ κατά την ισόθερμη αντιστρεπτή εκτόνωση της μηχανής (2), το αέριο απορροφά θερμότητα Q_2. Δίνεται ότι για αυτά τα ποσά θερμότητας ισχύει η σχέση : $Q_2 = 2 \cdot Q_1$. Αν W_1 είναι το ωφέλιμο μηχανικό έργο που παράγεται από τη μηχανή (1) ανά κύκλο λειτουργίας της και W_2 το ωφέλιμο μηχανικό έργο που παράγεται από τη μηχανή (2) ανά κύκλο λειτουργίας της, ισχύει η σχέση:

(α) $W_1 = 2 \cdot W_2$, **(β)** $W_2 = 2 \cdot W_1$, **(γ)** $W_1 = W_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16227-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

$K_1 = K_2$, $\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2$, $\frac{(m_1 \cdot \upsilon_1)^2}{m_1} = \frac{(m_2 \cdot \upsilon_2)^2}{m_2}$, $\frac{p_1^2}{m_1} = \frac{p_2^2}{4 \cdot m_1}$

Τελικά $p_2 = 2 \cdot p_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή οι δύο μηχανές Carnotλειτουργούν μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών, έχουν ίσους συντελεστές απόδοσης:

$$e_1 = e_2 = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Αλλά για τους συντελεστές απόδοσης των θερμικών μηχανών ισχύουν και οι σχέσεις

$$e_1 = \frac{Q_1}{W_1}, \quad e_2 = \frac{Q_2}{W_2}$$

Q_1 είναι η θερμότητα που απορροφά το αέριο της μηχανής (1) και Q_2 είναι η θερμότητα που απορροφά το αέριο της μηχανής (2) κατά την ισόθερμη εκτόνωση των θερμοδυναμικών κύκλων του αερίου σε κάθε μια από τις μηχανές Carnot

Αλλά δίνεται ότι ισχύει : $Q_2 = 2 \cdot Q_1$, άρα προκύπτει $\frac{Q_1}{W_1} = \frac{2 \cdot Q_1}{W_2}$, οπότε $W_2 = 2 \cdot W_1$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16245

2.1. Μια θερμική μηχανή απορροφά θερμότητα $Q_h = 1000\,J$ από μια θερμή δεξαμενή θερμοκρασίας $T_h = 400\,K$. Η μηχανή αυτή θα μπορεί να αποβάλλει, σε μια ψυχρή δεξαμενή θερμοκρασίας $T_c = 300\,K$ θερμότητα

(α) μικρότερη ή ίση με 500 J , **(β)** ανάμεσα σε 501 και 749 J , **(γ)** 750 J ή μεγαλύτερη

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σε οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας M. Βλήμα μάζας $m = \frac{M}{1000}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_1, χτυπά το σώμα με αποτέλεσμα να το διαπεράσει. Το βλήμα εξέρχεται από το σώμα οριζόντια με ταχύτητα $\frac{\upsilon_1}{9}$.

Αν τα μέτρα της μεταβολής της ορμής του βλήματος και του σώματος είναι $|\Delta p_1|$ και $|\Delta p_2|$ αντίστοιχα τότε:

(α) $|\Delta p_1| = \frac{9}{1000}|\Delta p_2|$, **(β)** $|\Delta p_1| = \frac{1000}{9}|\Delta p_2|$, **(γ)** $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16245-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η εξιδανικευμένη μηχανή Carnot και η απόδοσή της e_{carnot} αποτελεί το ανώτατο όριο για την απόδοση e όλων των άλλων μηχανών που λειτουργούν ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.:

$$e_{carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h} \text{ ή } e_{carnot} = 1 - \frac{300}{400} \text{ ή } e_{carnot} = 0{,}25$$

Συνεπώς:

$$e_{Carnot} \geq e \text{ ή } 0{,}25 \geq \frac{1000 - |Qc|}{1000} \text{ ή } |Q_c| \geq 750J$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το βλήμα και το σώμα αλληλεπιδρούν κατά τη διάτρηση και οι δυνάμεις μεταξύ τους ικανοποιούν τον τρίτο νόμο του Newton. Σύμφωνα με αυτόν το μέτρο των δυνάμεων που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο θα είναι:

$$F_{1\to 2} = F_{2\to 1}$$

Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Newton για τα δύο σώματα κατά την χρονική διάρκεια Δt της αλληλεπίδρασης:

$$\frac{|\Delta p_1|}{\Delta t} = \frac{|\Delta p_2|}{\Delta t}$$

$$|\Delta p_1| = |\Delta P_2|$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16263

2.1. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζα M. Αν κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ των μαζών ισούται με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** $\frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t:

(α) $\frac{12}{17}h$, **(β)** $\frac{8}{15}h$, **(γ)** $\frac{6}{11}h$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

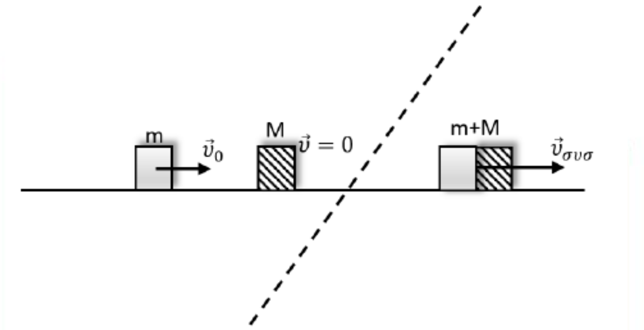
16263-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ(πριν)} = \vec{P}_{ΟΛ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v_{συσ}$$

$$v_{συσ} = \frac{m \cdot v_0}{m + M} \ (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{συσ} = \frac{25}{100} \cdot K_{αρχ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot {v_{συσ}}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 \ (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \left(\frac{m \cdot v_0}{m + M}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot \frac{m^2 \cdot {v_0}^2}{(m + M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {v_0}^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m + M} = \frac{1}{4}$$

$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 8

16263-Λύση

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.B. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες φ_λ και φ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \ (1)$$

Αρχική θέση δεικτών   Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot \mathrm{t} = \frac{2\pi}{\mathrm{T}_\lambda} \cdot \mathrm{t} \ (2)$$

Όπου $\mathrm{T}_\lambda = 1\mathrm{h}$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{\mathrm{T}_\omega} \cdot \mathrm{t} \ (3)$$

Όπου $\mathrm{T}_\omega = 12\mathrm{h}$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.
Ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \overset{(2),(3)}{\iff} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi$$

$$2\pi\left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = \pi \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2}$$

$$t\left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t\left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega}\right) = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)}$$

$$t = \frac{6}{11} h$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16264

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα υ_0. Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y. Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

(α) $\upsilon_0 \cdot \sqrt{3}$, **(β)** $\upsilon_0 \cdot \sqrt{5}$ **(γ)** $\upsilon_0 \cdot \sqrt{7}$

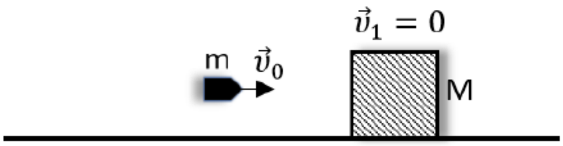
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ακίνητου ξύλινου σώματος μάζας Μ.



Κατά την κρούση αυτή η μεταβολή της ορμής του βλήματος είναι:

(α) $\frac{-m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(β)** $\frac{-2m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$, **(γ)** $-\frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot M \cdot \upsilon_0}{(m+M)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16264-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στο οριζόντιο άξονα x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y ελεύθερη πτώση.

Η οριζόντια μετατόπιση x δίνεται από τον τύπο $x = υ_0 \cdot t$, και η κατακόρυφη μετατόπιση y δίνεται από τον τύπο $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Βάση των δεδομένων της άσκησης τη χρονική στιγμή t το $y = x \Leftrightarrow \frac{1}{2} g \cdot t^2 = υ_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{2 \cdot υ_0}{g}$.

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας υx είναι σταθερή $υ_x = υ_0$.

Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας $υ_y = g \cdot t$ άρα $υ_y = g \cdot \frac{2υ_0}{g} \Leftrightarrow υ_y = 2\,υ_0$.

Το μέτρο της ταχύτητας

$$υ = \sqrt{{υ_x}^2 + {υ_y}^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{{υ_0}^2 + (2\,υ_0)^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{{υ_0}^2 + 4\,{υ_0}^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{5\,{υ_0}^2} \Leftrightarrow υ = υ_0\sqrt{5}$$

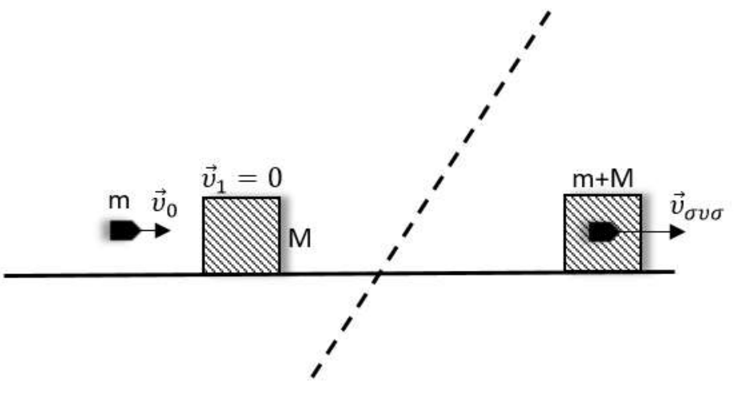
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ_{πριν}} = \vec{P}_{ΟΛ_{μετά}} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v_{συσ} \Leftrightarrow v_{συσ} = \frac{m \cdot v_0}{m + M} \;(1)$$

Η μεταβολή ορμής του βλήματος

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{β_{τελ}} - \vec{P}_{β_{αρχ}}$$

16264-Λύση

$$\varDelta P = m\cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} - m\cdot \upsilon_0 \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \varDelta P = \frac{m\cdot m\cdot \upsilon_0}{m+M} - m\cdot \upsilon_0 \Leftrightarrow \varDelta P = m\cdot \upsilon_0\left(\frac{m}{M+m} - 1\right)$$

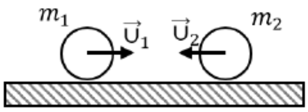
$$\varDelta P = m\cdot \upsilon_0\left(-\frac{M}{m+M}\right) \Leftrightarrow \varDelta P = -\frac{m\cdot M\cdot \upsilon_0}{m+M}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16270

Δύο σφαίρες μαζών $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 2kg$ κινούνται πάνω σε λείο δάπεδο στην ίδια ευθεία με αντίθετη φορά και με ταχύτητες μέτρων $\upsilon_1 = 5\, m/s$ και $\upsilon_2 = 10\, m/s$ αντίστοιχα, όπως στο σχήμα:



Οι σφαίρες συγκρούονται και αμέσως μετά την κρούση η σφαίρα m_1 κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1{}' = 7\, m/s$ και με φορά αντίθετη της $\vec{\upsilon}_1$. Η σύγκρουση διαρκεί Δt=0,01s.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας m_2 μετά τη σύγκρουση

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη μέση δύναμη η οποία ασκήθηκε στη σφαίρα μάζας m_1 κατά τη σύγκρουση

Μονάδες 6

4.3. Να ελέγξετε αν κατά τη κρούση έχουμε απώλεια μηχανικής ενέργειας.

Μονάδες 6

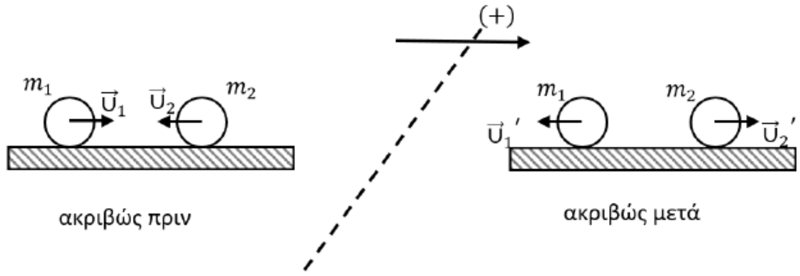
4.4. Να βρείτε την απόσταση των σφαιρών m_1 και m_2 μετά από 2,01s από τη στιγμή που ήρθαν σε επαφή.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16270-Λύση

4.1.



Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.)

$$\vec{P}_{αρχσυσ} = \vec{P}_{τελσυσ}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1{}' + \vec{P}_2{}' \Leftrightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = -m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$\upsilon_2{}' = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 + m_1 \cdot \upsilon_1{}'}{m_2}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω

$$\upsilon_2{}' = 8\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη σύγκρουση των δύο μαζών η σφαίρα m_1 δέχεται τη μέση δύναμη $\overrightarrow{F_1}$ από τη σφαίρα m_2, το μέτρο της οποία υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \vec{F}_1 = \frac{\vec{P}_1 τελ - \vec{P}_1 αρχ}{\Delta t}$$

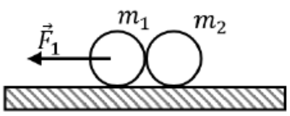
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot \upsilon_1{}' - (+m_1 \cdot \upsilon_1)}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot \upsilon_1{}' - m_1 \cdot \upsilon_1}{\Delta t}$$

$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot (\upsilon_1{}' + \upsilon_1)}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και η

$$F_1 = -3600N$$



Η δύναμη αυτή έχει μέτρο $F_1 = 3600N$ και κατεύθυνση προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα.

Μονάδες 6

4.3. Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας οφείλεται στην κινητική ενέργεια του συστήματος, αφού η δυναμική είναι μηδέν. Η απώλεια μηχανικής ενέργειας υπολογίζεται από τον τύπο:

$$E_{\alpha\pi} = K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}\ (1)$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = K_1 + K_2 \Leftrightarrow K_{\sigma\upsilon\nu\ \pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1{}^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2{}^2$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = 137{,}5J\ (2)$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = K_1{}' + K_2{}' \Leftrightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m_1 \cdot \upsilon_1{}'^2 + \frac{1}{2}m_2 \cdot \upsilon_2{}'^2$$

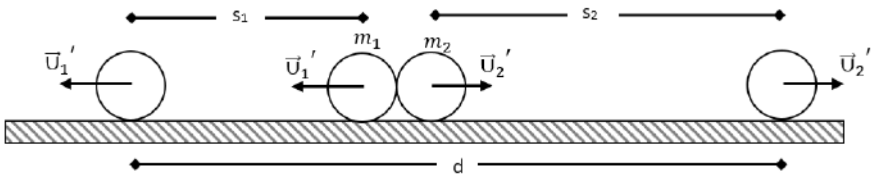
Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και καταλήγω.

$$K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 137{,}5J\ (3)$$

Παρατηρώ ότι $K_{\sigma\upsilon\sigma\ \pi\rho\iota\nu} = K_{\sigma\upsilon\sigma\ \mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 137{,}5J$ άρα κατά την κρούση αυτή δεν παρατηρείται απώλεια μηχανικής ενέργειας.

Μονάδες 6

4.4. Εφόσον η σύγκρουση διαρκεί 0,01s, τα σώματα κινούνται χωρίς να είναι σε επαφή μετά την κρούση για χρονικό διάστημα $\Delta t = 2s$



Με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1{}' = 7\,{}^{m}/_{s}$ και $\upsilon_2{}' = 8\,{}^{m}/_{s}$ προς αντίθετη φορά.

Το δάπεδο είναι λείο και τα δύο σώματα εκτελούν Ε.Ο.Κ.

Το σώμα m_1 σε χρόνο $\Delta t = 2s$ διανύει διάστημα $S_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t \Leftrightarrow S_1 = 14m$

Το σώμα m_2 σε χρόνο $\Delta t = 2s$ διανύει διάστημα $S_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t \Leftrightarrow S_2 = 16m$

Τα σώματα απέχουν μεταξύ τους $d = S_1 + S_2 \Leftrightarrow d = 30m$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16271

Ένα βλήμα μάζας $m = 10kg$ εκτοξεύεται προς τα πάνω από το έδαφος κατά την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 40\,{}^{m}/_{s}$. Κατά την άνοδό του και στη θέση $y = 60m$ διασπάται με έκρηξη σε δύο τμήματα Α και Β ίσων μαζών, από τα οποία το Α συνεχίζει προς τα πάνω και φθάνει σε ύψος $h = 180m$ από το σημείο της έκρηξης.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του τμήματος Α αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Β αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε τη χρονική στιγμή άφιξης του τμήματος Α στο μέγιστο ύψος του.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε συνολική μεταβολή της ορμής του τμήματος Β από τη στιγμή αμέσως μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του.

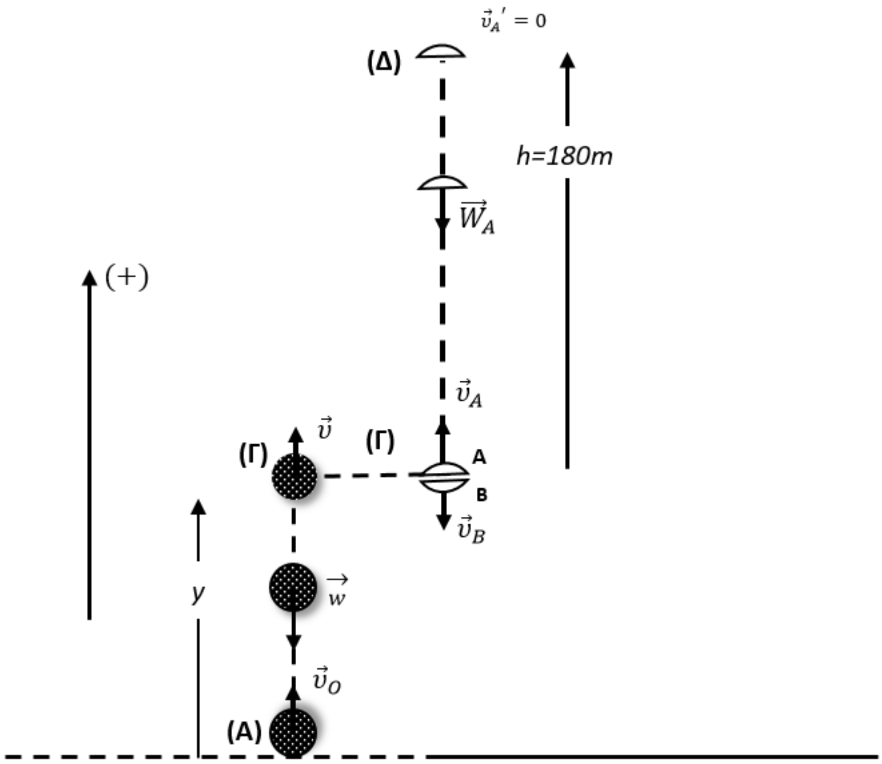
Μονάδες 7

Να θεωρήσετε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$).

ΘΕΜΑ 4

16271-Λύση

4.1.



Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το τμήμα Α ακριβώς μετά την έκρηξη από τη θέση Γ μέχρι τη θέση Δ που έχει ανέβει κατακόρυφα σε ύψος h=180m.

$$K_{τελ}^{(Δ)} - K_{αρχ}^{(Γ)} = W_W$$

$$0 - \frac{1}{2} m_A \cdot {υ_A}^2 = -m_A \cdot g \cdot h \Leftrightarrow υ_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

$$υ_A = 60 \, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το βλήμα για την κατακόρυφη μετακίνηση του κατά y=60m από τη θέση Α στη θέση (Γ)

$$K_{τελ}^{(Γ)} - K_{αρχ}^{(A)} = W_W$$

$$\frac{1}{2} m \cdot υ^2 - \frac{1}{2} m \cdot {υ_0}^2 = -m \cdot g \cdot y \Leftrightarrow υ = \sqrt{{υ_0}^2 - 2g \cdot y}$$

$$υ = 20 \, {}^{m}/_{s}$$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την έκρηξη του βλήματος στα τμήματα Α και Β. Εάν m είναι η μάζα του βλήματος τα τμήματα Α και Β έχουν ίσες μάζες $m_A = m_B = \frac{m}{2}$.

$$\vec{P}_{αρχ\, συσ} = \vec{P}_{τελ\, συσ}$$

$$\vec{P}_{βλ} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$$

$$m \cdot υ = \frac{m}{2} υ_A + \frac{m}{2} υ_B \Leftrightarrow 2m \cdot υ = m \cdot υ_A + m \cdot υ_B \Leftrightarrow 2m \cdot υ = m \cdot (υ_A + υ_B) \Leftrightarrow 2υ = υ_A + υ_B$$

$$\upsilon_B = 20 - \upsilon_A \Leftrightarrow \upsilon_B = -20\, {}^{m}/_{s}$$

Μετά την κρούση το σώμα Β κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω και με ταχύτητα μέτρου

$$\upsilon_B = 20\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

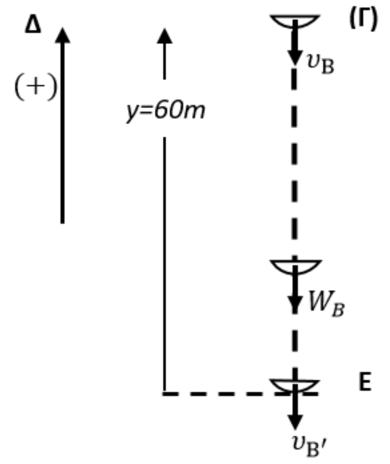
4.3. Το τμήμα Α κατά την κατακόρυφη κίνηση εκτελεί κατακόρυφη βολή προς τα πάνω και η ταχύτητά του δίνεται από τον τύπο $\upsilon = \upsilon_o - g \cdot t$ με υ_o την ταχύτητα υ_A μέτρου $\upsilon_A = 60\, {}^{m}/_{s}$. Στο μέγιστο ύψος η ταχύτητα του υ είναι μηδέν. Έτσι έχω

$$0 = \upsilon_A - g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_A}{g}$$

$$t = 6s$$

Μονάδες 6

4.4.



Εφαρμόζω για το τμήμα Β Θεώρημα Μηχανικής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση ακριβώς μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του για να βρω με τι ταχύτητα φτάνει στο έδαφος.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{WB}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {\upsilon_B{}'}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {\upsilon_B}^2 = +m_B \cdot g \cdot y$$

$$\upsilon_B{}' = \sqrt{{\upsilon_B}^2 + 2g \cdot y}$$

$$\upsilon_B{}' = 40\, {}^{m}/_{s}$$

$$\Delta \vec{P}_\beta = \vec{P}_{\beta_{\tau\varepsilon\lambda}} - \vec{P}_{\beta_{\alpha\rho\chi}}$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot \upsilon_B{}' - (-m_B \cdot \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot \upsilon_B{}' + m_B \cdot \upsilon_B$$

$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot (\upsilon_B{}' - \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -\frac{m}{2} \cdot (\upsilon_B{}' - \upsilon_B)$$

$$\Delta P_\beta = -100 kg\, {}^{m}/_{s}$$

Άρα η μεταβολή ορμής έχει μέτρο $\Delta P = 100 kg \cdot {}^{m}/_{s}$, διεύθυνση κατακόρυφη και φορά αντίθετη από την θετική φορά διανυσμάτων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 16299

2.1. Ποσότητα μονοατομικού ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν μεγαλύτερη τιμή από ότι στην κατάσταση Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στη Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον πρώτο τρόπο οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής-ισόχωρη, ενώ με το δεύτερο τρόπο ισόχωρη-ισοβαρής. Οι ενέργειες που μεταφέρονται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι

(α) ίσες και με τους δύο τρόπους.

(β) μεγαλύτερη με τον πρώτο τρόπο.

(γ) μεγαλύτερη με το δεύτερο τρόπο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι της Γης Δ_1 και Δ_2 με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_1 είναι τετραπλάσιο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_2, τότε οι ακτίνες r_1 και r_2 των τροχιών των δορυφόρων συνδέονται με τη σχέση:

(α) $r_1 = r_2/2$, **(β)** $r_1 = r_2/4$, **(γ)** $r_1 = 2r_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16299-Λύση

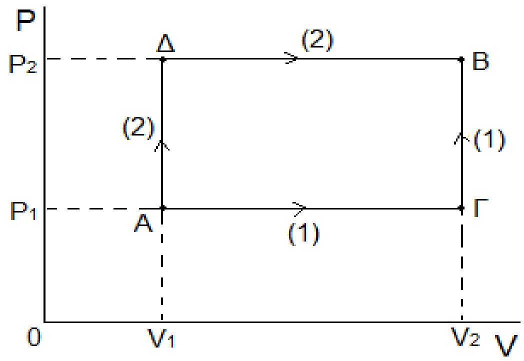
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.B.



Με τον πρώτο τρόπο (1), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_1 = W_{A\Gamma} + W_{\Gamma B} = P_1(V_2 - V_1) + 0 = P_1(V_2 - V_1) \quad (1)$$

Με το δεύτερο τρόπο (2), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_2 = W_{A\Delta} + W_{\Delta B} = 0 + P_2(V_2 - V_1) = P_2(V_2 - V_1) \quad (2)$$

Επειδή $P_2 > P_1$ από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$W_2 > W_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.B.

Ισχύει ότι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_g$, όπου $\vec{F}_g$, η βαρυτική δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος από τη Γη. Συνεπώς, για το δορυφόρο Δ_1 έχουμε:

$$F_{g,1} = G\frac{M_\Gamma . m_1}{r_1^2} = G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} \qquad (1)$$

ενώ για το δορυφόρο Δ_2 έχουμε:

$$F_{g,2} = G\frac{M_\Gamma . m_2}{r_2^2} = G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \qquad (2)$$

Επειδή ισχύει ότι $F_{g,1} = 4F_{g,2}$, από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} = 4G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = 16r_1^2 \Rightarrow r_1 = r_2/4$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16328

Σφαρίδιο μάζας $m_1 = 10^{-9}\, Kg$, φορτισμένο με θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\, C$, βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_o = 40\, \frac{m}{s}$ προς δεύτερο σφαιρίδιο, που είναι αρχικά ακίνητο σε απόσταση $d = 1\, m$ από αυτό. Το δεύτερο σφαιρίδιο έχει μάζα $m_2 = 3 \cdot m_1$ και φορτίο $q_2 = q_1$. Τα σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο, λείο και μονωτικό δάπεδο.

4.1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί καθένα από τα σφαιρίδια μέχρι να φτάσουν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε τις ταχύτητες των σφαιριδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Να προσδιορίσετε τη μεταβολή της ορμής για κάθε ένα από τα σωματίδια μέχρι αυτά να φτάσουν στην ελάχιστη απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Ποια είναι η ελάχιστη απόσταστη στην οποία πλησιάζουν τα δύο σφαιρίδια;

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9\, \frac{N \cdot m^2}{C^2}$, αγνοούνται άλλες αντιστάσεις στην κίνηση των σφαιριδίων και θεωρούμε θετική την φορά κίνησης του σφαιριδίου μάζας m_1.

ΘΕΜΑ 4

16328-Λύση

4.1. Μεταξύ των σφαιριδίων ασκούνται απωστικές δυνάμεις.

(Μονάδα 1)

Το σφαιρίδιο 1 επιβραδύνεται ενώ το σφαιρίδιο 2 επιταχύνεται.

(Μονάδα 1)

Καθώς το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου 1 ελαττώνεται και του σφαιριδίου 2 αυξάνεται η μεταξύ τους απόσταση μικραίνει.
Κάποια στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωμάτων θα γίνουν ίσα και στη συνέχεια η ταχύτητα του 1 θα γίνει μικρότερηαπό την ταχύτητα του 2 και η απόστασή τους θα μεγαλώνει.
Συνεπώς, τα δύο σφαιρίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση όταν οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν.

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.2. Στην ελάχιστη απόσταση τα σφαιρίδια έχουν ίσες ταχύτητες. Άρα $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

(Μονάδα 1)

Το σύστημα είναι μονωμένο, επειδή δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, συνεπώς η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}\,,\ m_1 \cdot \vec{\upsilon}_o = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1 + m_2 \cdot \vec{\upsilon}_2$$

(Μονάδες 2)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2,$$

(Μονάδα 1)

$$m_1 \cdot \upsilon_o = m_1 \cdot \upsilon + 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon\ ,\ m_1 \cdot \upsilon_o = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon\ ,\ \upsilon_o = 4 \cdot \upsilon\ ,\ \upsilon = \frac{\upsilon_o}{4} = 10\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}$$

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{1,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_1 = p_{1,\tau\varepsilon\lambda} - p_{1,\alpha\rho\chi}\ ,\ \Delta p_1 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot \upsilon_0\ ,\ \Delta p_1 = m_1 \cdot (\upsilon - \upsilon_0),$$
$$\Delta p_1 = -3 \cdot 10^{-8}\,Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Για τη μεταβολή της ορμής του σφαιριδίου 2 είναι:

$$\Delta\vec{p}_2 = \vec{p}_{2,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{2,\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta p_2 = p_{2,\tau\varepsilon\lambda} - 0\,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon_2\,,\qquad \Delta p_2 = m_2 \cdot \upsilon\,,\qquad \Delta p_2 = 3 \cdot 10^{-8} Kg\frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται γιατί η μοναδική αλληλεπίδρασή τους είναι η ηλεκτρική αλληλεπίδραση, που είναι συντηρητική.

16328-Λύση

Αν θεωρήσουμε ως αρχική θέση τη θέση από την οποία βάλλεται το σφαιρίδιο 1 και ως τελική τη θέση που τα σφαιρίδια βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση, τότε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L_{min}},$$

(Μονάδες 4)

$$\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{d} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + K_c \cdot \frac{q_1^2}{L_{min}},$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 40^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{1} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-9} \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10^{-8})^2}{L_{min}} \ (S.I.),$$

$$L_{min} = \frac{9}{15}\, m = 0{,}6\, m$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16331

Στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς $a = 0{,}3\ cm$, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα τρία μικρά σφαιρίδια φορτισμένα με ίσα ηλεκτρικά φορτία $q_1 = q_2 = q_3 = 2\,\mu C$. Στη συνέχεια απομακρύνουμε το φορτίο q_3 από την κορυφή Γ και διατηρούμε τα άλλα δύο στις κορυφές Α και Β δένοντας το κάθε ένα από αυτά στο άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος μήκους $L = 0{,}3\ cm$. Έτσι τελικά τα φορτία αυτά ισορροπούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε απόσταση $L = 0{,}3\,cm$ μεταξύ τους. Οι μάζες των φορτίων q_1, q_2 είναι $m_1 = 5 \cdot 10^{-5}\,Kg$ και $m_2 = 2 \cdot m_1$, αντίστοιχα. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και τα δύο σφαιρίδια αρχίζουν να κινούνται λόγω των απωστικών ηλεκτρικών δυνάμεων που αναπτύσσονται μεταξύ τους.

4.1. Να προσδιορίσετε την ενέργεια του αρχικού συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 5

4.2. Αν $U_{\alpha\rho\chi}$ και $U_{\tau\varepsilon\lambda}$ οι δυναμικές ενέργειες του συστήματος των δύο φορτίων q_1, q_2 όταν αυτά απέχουν μεταξύ τους απόσταση L και $2 \cdot L$ αντίστοιχα, να προσδιορίσετε το λόγο: $\frac{U_{\alpha\rho\chi}}{U_{\tau\varepsilon\lambda}}$.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ που αποκτούν τα φορτία q_1 και q_2 στην απόσταση $2 \cdot L$.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2.

Μονάδες 8

Δίνεται η σταθερά του νόμου Coulomb: $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$, ενώ αγνοούνται όλες οι δυνάμεις που μπορεί να δέχονται τα μικρά σφαιρίδια, εκτός από την ηλεκτρική τους αλληλεπίδραση.

ΘΕΜΑ 4

16331-Λύση

4.1. Η δυναμική ενέργεια του συστήματος των φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{ολ} = U_{1,2} + U_{1,3} + U_{2,3}$$

(Μονάδα 1)

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{α} + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{α} + K_c \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{α},$$

$$U_{ολ} = K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α} + K_c \cdot \frac{q^2}{α},$$

$$U_{ολ} = 3 \cdot K_c \cdot \frac{q^2}{L},$$

(Μονάδες 2)

$$U_{ολ} = 3 \cdot 9 \cdot 10^9 \, \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{(2 \cdot 10^{-6}\,C)^2}{0{,}3 \cdot 10^{-2}\,m},$$

$$U_{ολ} = 36J$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 5

4.2. Αρχικά η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U_{αρχ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}$$

Και η τελική δυναμική ενέργεια είναι ίση με:

$$U_{τελ} = K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2L}$$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, ο λόγος $\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}}$ θα ισούται με

$$\frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = \frac{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L}}{K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L}}, \quad \frac{U_{αρχ}}{U_{τελ}} = 2$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Το σύστημα είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}, \ \vec{0} = m_1 \cdot \vec{υ}_1 + m_2 \cdot \vec{υ}_2$$

$$0 = m_1 \cdot υ_1 - m_2 \cdot υ_2,$$

(Μονάδες 3)

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2\,,\; m_1 \cdot \upsilon_1 = 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2\,,\; \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2\,,\; \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 7

4.4. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{2 \cdot L},$$

(Μονάδες 4)

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (2 \cdot \upsilon_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2 + K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L},$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} - K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 4 \cdot \upsilon_2^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{2 \cdot L} = \frac{6}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2,$$

$$K_c \cdot \frac{q^2}{L} = 6 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^2\,,\; \upsilon_2^2 = K_c \cdot \frac{q^2}{6 \cdot m_1 \cdot L}\,,\; \upsilon_2 = \sqrt{\frac{q^2 \cdot K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}}\,,\; \upsilon_2 = q \cdot \sqrt{\frac{K_c}{6 \cdot m_1 \cdot L}}$$

Και με αριθμητική αντικατάσταση:

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6}\, C \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9\, \frac{Nm^2}{C^2}}{6 \cdot 5 \cdot 10^{-5}\, Kg \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-2}\, m}},$$

$$\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8\, \frac{m}{s},$$

$$\upsilon_2 = 200\, \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 3)

Άρα

$$\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2\,,\; \upsilon_1 = 400\, \frac{m}{s}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16332

Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης R_{Γ}.

Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από το οποία το ένα, μάζας m_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη - σε αντίθετη, όμως, από την αρχική φορά της κίνησής του - ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει μόλις από την έλξη της Γης.

4.1. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο ίσο με g_o, να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία κινείται ο δορυφόρος στο ύψος $h = R_{\Gamma}$.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής του κομματιού μάζας m_1 του δορυφόρου, που παραμένει στην κυκλική τροχιά.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο του μέτρου της ταχύτητας διαφυγής του κομματιού μάζας m_2 προς το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τον λόγο των μαζών των δύο κομματιών m_1 και m_2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16332-Λύση

4.1. Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_\Gamma}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ύψος h είναι: $r = R_\Gamma + h$, $r = R_\Gamma + R_\Gamma$, $r = 2 \cdot R_\Gamma$ (2)

Επιπλέον, το μέτρο της έντασης του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \, , \, g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma \; (3)$$

(Μονάδα 1)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τις (2) και (3) προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}} \, , \, \upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 5

4.2. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα που προσδιορίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου, συνεπώς, το κομμάτι μάζας m_1 που παραμένει σε τροχιά θα συνεχίσει να κινείται εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα ίσου μέτρου.

(Μονάδα 1)

Η περίοδος, δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\upsilon}$$

(Μονάδα 1)

Συνεπώς,

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R_\Gamma}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}} \, , \, T = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

16332-Λύση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}, \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}}, \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}}, \upsilon_\delta = \sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}$$

(Μονάδες 5)

Συνεπώς ο λόγος $\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \frac{\sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}}, \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 7

4.4. Κατά την έκρηξη η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(Μονάδα 1)

$$m \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta$$

(Μονάδες 2)

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot \upsilon_\delta - m_1 \cdot \upsilon, 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot (\upsilon_\delta - \upsilon),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\upsilon_\delta - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \upsilon - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

(Μονάδες 5)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16366

Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 200\ m/s$, και συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ξεκινά να κινείται το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης $\bar{F}$ που άσκησε το βλήμα πάνω στο κιβώτιο, αν η κρούση διήρκεσε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}01\ s$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο δάπεδο και το κιβώτιο $\mu = 0{,}2$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

16366-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα κιβώτιο-βλήμα υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα μετά την κρούση:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \;\; ή \;\; mυ = (m+M)V_σ \;\; ή \;\; V_σ = 6\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας λόγω της κρούσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$K_{Απωλ.} = |ΔΚ| = \left|\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot {V_σ}^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot υ^2\right| = 582\ J$$

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$Δp = p_{τελ} - p_{αρχ} = MV_σ - 0$$

Από το δεύτερο νόμο του Newton η σχέση δύναμης και μεταβολής της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$\bar{F} = \frac{Δ\vec{p}}{Δt} \;\; ή \;\; \bar{F} = \frac{\vec{p}_{τελ} - \vec{p}_{αρχ}}{Δt} \;\; ή \;\; F = \frac{MV_σ}{Δt}$$

Οπότε το μέτρο της δύναμης είναι: $F = 582\ N.$

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι:

$$0 - \frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_σ}^2 = W_T \;\; ή \;\; -\frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_σ}^2 = -μ\cdot(M+m)\cdot g\cdot s$$

όπου το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με $T = μN = μ(M+m)g = 2\ N.$

Με αντικατάσταση των δεδομένων στην πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι το διάστημα είναι $s = 9\ m.$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16368

Μικρή σφαίρα μάζας $0,1\ kg$ αφήνεται από ύψος h να πέσει ελεύθερα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα προσκρούει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 5\ m/s$ και αναπηδά κατακόρυφα. Η ταχύτητα με την οποία ξεκινά την αναπήδηση από το δάπεδο έχει μέτρο $\upsilon_2 = 2\ m/s$. Η χρονική διάρκεια της επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι $0,1\ s$. Να υπολογιστούν:

4.1. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (κατά μέτρο και κατεύθυνση) κατά την κρούση της με το δάπεδο.

Μονάδες 6

4.2. Η μέση τιμή της δύναμης που ασκήθηκε από το δάπεδο στη σφαίρα κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

Μονάδες 6

4.4. Το επί τοις εκατό (%) ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, το επίπεδο του δαπέδου. Να ορίσετε θετική φορά προς τα πάνω.

16368-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μεταβολή της ορμής είναι (θετική φορά προς τα επάνω):

$$\Delta p = m\upsilon_2 - m\upsilon_1$$

$$\Delta p = [0{,}1 \cdot 2 - 0{,}1\,(-5)] kg\, m/s = 0{,}7\, kg\, m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι το βάρος του mg και η δύναμη A από το δάπεδο. Η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται από τη σχέση

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } A - mg = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ άρα } A = mg + \frac{\Delta p}{\Delta t} = (1 + \frac{0{,}7}{0{,}1}) N \text{ ή } A = 8\, N$$

Μονάδες 6

4.3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά τη μετακίνηση της σφαίρας :

$$m\, g\, h = \frac{1}{2} m\, {\upsilon_1}^2 \text{ ή } h = 1{,}25\, m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν και μετά την κρούση :

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m\, {\upsilon_1}^2 = 1{,}25\, J \text{ και } K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m\, {\upsilon_2}^2 = 0{,}2\, J$$

το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση είναι :

$$\frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\,\% = \frac{1{,}05}{1{,}25} 100\,\% = 84\,\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16369

Σώμα μάζας $m_1 = 4\ kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας $m_2 = 6\ kg$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma = 1\frac{m}{s}$ και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}4\ m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε.

4.1. Ποιος είναι ο χρόνος t που χρειάζεται για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος H.

Μονάδες 6

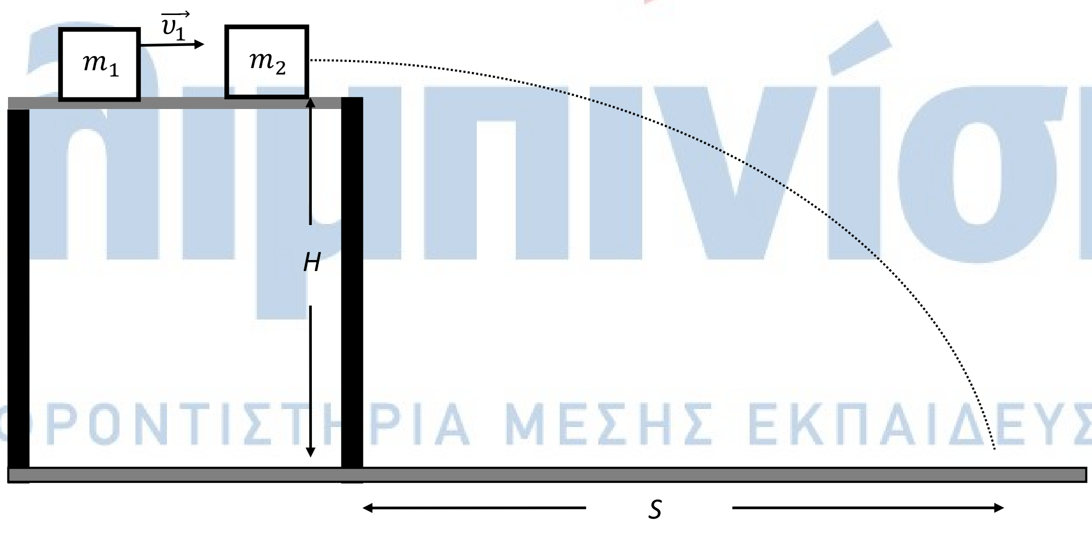
4.3. Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος m_1 πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 5

4.4. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

Μονάδες 8

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\ m/s^2$. Και τα δύο σώματα θεωρούνται μικρών διαστάσεων και σημειακά.



16369-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον οριζόντιο άξονα (σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων) η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

$$s = V_\sigma t \quad \text{ή} \quad t = 0{,}4\ s$$

Μονάδες 6

4.2. Αντίστοιχα στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης, οπότε το ύψος :

$$H = \frac{1}{2} g t^2 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_1 (ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά)

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\sigma \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = 2{,}5\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Με το 2ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = w = (m_1 + m_2)g = 100 \frac{kg\frac{m}{s}}{s} = 100\ N$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

16383

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,

(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.

(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.

(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.

Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16383-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_\Gamma}{r^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(Μονάδες 6)

Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_\Gamma + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και R_Γ η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_\Gamma + h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος (R_Γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot v - m \cdot v = 3m \cdot V$, $m \cdot v = 3m \cdot V$, $v = 3 \cdot V$,
$V = \frac{v}{3}$ (1)

(Μονάδες 5)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \, , \; K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v^2 \, , \; K_1 = m \cdot v^2 \; (2)$$

Συσσωμάτωμα

16383-Λύση

$$K_\sigma = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot m\cdot\left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2,\ K_\sigma = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot m\cdot\frac{\upsilon^2}{9},\ K_\sigma = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\frac{\upsilon^2}{3},\ K_\sigma = \frac{m\cdot\upsilon^2}{6}\ (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m\cdot\upsilon^2}{\frac{m\cdot\upsilon^2}{6}},\ \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(<u>Μονάδες 4</u>)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16388

2.1. Ένα μπαλόνι περιέχει αέριο ήλιο. Τα μόρια του αερίου συγκρούονται μεταξύ τους και μετά από κάθε κρούση μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του μπαλονιού η ορμή τους αυξάνεται ή μειώνεται. Το μέγεθος του μπαλονιού:

(α) αυξάνεται.

(β) μειώνεται.

(γ) παραμένει σταθερό.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το ήλιο που περιέχει το μπαλόνι, προσεγγίζει καλύτερα από κάθε άλλο αέριο την συμπεριφορά του ιδανικού αερίου. Θερμαίνουμε το μπαλόνι με συνέπεια να αυξηθεί ο όγκος και η θερμοκρασία του. Αυτό συνέβη επειδή η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου:

(α) αυξήθηκε **(β)** μειώθηκε **(γ)** παρέμεινε σταθερή

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16388-Λύση

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ορμή των μορίων μεταβάλλεται μετά από τις συγκρούσεις, αλλά η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού το σύστημα είναι μονωμένο. Κατά συνέπεια δεν αλλάζει το σχήμα του μπαλονιού

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου δίνεται από την:

$$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

Εφόσον αυξήθηκε η θερμοκρασία, αυξήθηκε και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 16390

2.1. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η έλικα ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Θεωρούμε δύο σημεία Α και Β σε μία ακτίνα της έλικας. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου u_A και βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο u_B. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;

(α) $u_A = u_B$, **(β)** $u_A < u_B$, **(γ)** $u_A > u_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16390-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια τροχιά, έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, το οποίο δίνεται από την σχέση $u=\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Την στιγμή που συγκρούονται οι δύο δορυφόροι ίσης μάζας, το σύστημα έχει ορμή μηδέν γιατί οι ορμές τους είναι αντίθετες. Επειδή η ορμή διατηρείται, το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα είναι αρχικά ακίνητο. Όμως, επειδή δέχεται την ελκτική δύναμη από την Γη, θα αρχίσει να επιταχύνεται προς την Γη, με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, η οποία διαρκώς αυξάνει.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u=\frac{2\pi r}{T}$, όπου Τ η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι $u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο Α έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το Β.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16460

Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000 Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ = 6.400 km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή .

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16460-Λύση

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε ύψος h από την επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g=\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma+h)^2}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h=3R_\Gamma$ και το γεγονός ότι $GM_\Gamma=g_0R_\Gamma^2$ θα έχουμε

$$g=\frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma+h)^2}=\frac{g_0R_\Gamma^2}{16R_\Gamma^2}=\frac{g_0}{16}=0{,}624\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 5

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$u=\sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}=\sqrt{\frac{g_0R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}}=\frac{\sqrt{g_0R_\Gamma}}{2}=\frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,6{,}4\cdot10^6\,m}}{2}=4\cdot10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ο δορυφόρος αντιστρέφει την φορά της ταχύτητάς του χωρίς να αλλάζει το μέτρο, οπότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

$$\Delta P=P_{\tau\varepsilon\lambda}-P_{\alpha\rho\chi}=mu-(-mu)=2mu=2\cdot5\cdot10^3kg\cdot4\cdot10^3\,\frac{m}{s}=4\cdot10^7\,\frac{kgm}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για να αποδείξουμε ότι ο δορυφόρος διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης θα συγκρίνουμε την ταχύτητα διαφυγής σε αυτό το ύψος με την ταχύτητα που απέκτησε ο δορυφόρος. Έχουμε

$$u_\delta=\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma+h}}=\sqrt{\frac{2g_0R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}}=\frac{\sqrt{2g_0R_\Gamma}}{2}=\frac{\sqrt{2\cdot10\,\frac{m}{s^2}\,6{,}4\cdot10^6\,m}}{2}=4\sqrt{2}\cdot10^3\,\frac{m}{s}<2u=8\cdot10^3\,\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα που απέκτησε από τους πυραύλους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής στο σημείο αυτό, οπότε θα μεταβεί σε ''άπειρη' απόσταση. Για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του δορυφόρου θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι την τελική ($U_{\tau\varepsilon\lambda}=0$).

$$U_{\alpha\rho\chi}+K_{\alpha\rho\chi}=U_{\tau\varepsilon\lambda}+K_{\tau\varepsilon\lambda}\Leftrightarrow-\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma+h}+\frac{mu_1^2}{2}=\frac{mu_\infty^2}{2}\Leftrightarrow\frac{u_\infty^2}{2}=-\frac{g_0R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}+\frac{u_1^2}{2}\Leftrightarrow$$

$$u_\infty=\sqrt{\frac{2u_1^2-g_0R_\Gamma}{2}}=\sqrt{\frac{128\cdot10^6-64\cdot10^6}{2}\frac{m}{s}}=\sqrt{32\cdot10^6}\,\frac{m}{s}=4\sqrt{2}\cdot10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4 16461

Δύο μικρά ομογενή σφαιρικά σώματα αμελητέων διαστάσεων έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και m_2 και βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απέχουν μεταξύ τους $d = 1m$ και έλκονται με βαρυτική δύναμη μέτρου $F = \frac{40}{3} \cdot 10^{-11}$N. Αν η σταθερά της παγκόσμιας έλξης είναι $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}\ N\, m^2 Kg^{-2}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρείται μηδέν

4.1. Ποια είναι η μάζα του σώματος m_2;

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από τις δύο μάζες στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης.

Μονάδες 6

4.3. Στο σημείο Μ τοποθετούμε μία μάζα $m_3 = 0{,}5kg$. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών και να βρεθεί το έργο της βαρυτικής δύναμης όταν το σώμα μάζας m_3 μεταφερθεί έξω από το βαρυτικό πεδίο των άλλων δύο μαζών.

Μονάδες 7

4.4. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αφεθούν ελεύθερες να κινηθούν, να υπολογιστεί ο λόγος των ταχυτήτων τους $\frac{u_1}{u_2}$ οποιαδήποτε χρονική στιγμή πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16461-Λύση

4.1. Για να υπολογίσουμε την μάζα m_2 θα εφαρμόσουμε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης για τις δύο μάζες.

$$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2} \Leftrightarrow m_2 = \frac{Fd^2}{Gm_1} = \frac{\frac{40}{3}10^{-11} \cdot 1^2}{\frac{20}{3}\,10^{-11} \cdot 2}kg = 1kg$$

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της απόστασης των σημείων οφείλεται στην συνεισφορά των δύο μαζών, συνεπώς

$$V^{(M)} = V_1^{(M)} + V_2^{(M)} = -\frac{Gm_1}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{d}{2}} = -\frac{2G(m_1+m_2)}{d} = -2\frac{20}{3}10^{-11} \cdot 3\frac{J}{kg} = -4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 6

4.3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των 3 μαζών θα είναι

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{d} - \frac{Gm_1m_3}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2m_3}{\frac{d}{2}} = -\frac{G}{d}(m_1m_2 + 2m_1m_3 + 2m_2m_3) \Leftrightarrow$$

$$U = -\frac{20}{3}10^{-11} \cdot (2+2+1)J = -\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}J$$

Το έργο της βαρυτικής δύναμης για την μεταφορά της m_3 από το σημείο Μ στο "άπειρο" είναι

$$W_{M\to\infty} = mV_M = 0{,}5kg\left(-4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right) = -2 \cdot 10^{-10}J$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν αφεθούν ελεύθερες οι μάζες να κινηθούν, το σύστημα που δημιουργούν είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής σε όλη την διάρκεια της κίνησής τους. Συνεπώς

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 = m_1u_1 - m_2u_2 \Leftrightarrow m_1u_1 = m_2u_2 \Leftrightarrow 2u_1 = u_2 \Leftrightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16463

Ένα βλήμα μάζας $m = 0{,}1kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1 = 100\, m/s$ και συναντά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας M, το οποίο βρίσκεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο και εξέρχεται από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $u_2 = 20\, m/s$, ενώ το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα $V = 5\, m/s$.

4.1. Να υπολογίσετε την μάζα του κιβωτίου.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από το κιβώτιο, αν το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε να περάσει μέσα από το κιβώτιο ήταν $\Delta t = 0{,}2s$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Το κιβώτιο διανύει απόσταση $s = 4m$ και σταματάει. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ οριζόντιου επιπέδου και κιβωτίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16463-Λύση

4.1. Κατά την διάρκεια του φαινομένου, στο οποίο το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής. Έχουμε:

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow mu_1 = mu_2 + MV \Leftrightarrow M = \frac{mu_1 - mu_2}{V} \Leftrightarrow$$
$$M = \frac{0{,}1kg100\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 20\frac{m}{s}}{5\frac{m}{s}} = 1{,}6\ kg$$

Μονάδες 6

4.2. Με χρήση της γενίκευσης του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα, η μέση δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο είναι

$$F = \frac{ΔP}{Δt} = \frac{P_{1τελ} - P_{1αρχ}}{Δt} = \frac{mu_2 - mu_1}{Δt} = \frac{0{,}1kg20\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 100\frac{m}{s}}{0{,}2s} = -40N$$

Μονάδες 6

4.3. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης είναι το πηλίκο των κινητικών τους ενεργειών, δηλαδή

$$\frac{K_{κιβ}}{K_1} = \frac{\frac{MV^2}{2}}{\frac{mu_1^2}{2}} = \frac{MV^2}{mu_1^2} = \frac{1{,}6kg\left(5\frac{m}{s}\right)^2}{0{,}1kg\ \left(100\frac{m}{s}\right)^2} = \frac{40}{1000} = 0{,}04 = 4\%$$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση που εκτελεί το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση και μέχρι να σταματήσει θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.). Οι δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο είναι το βάρος του B, η τριβή T και η κάθετη αντίδραση N, ενώ η τελική κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. Συνεπώς

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Leftrightarrow 0 - \frac{MV^2}{2} = W_B + W_T + W_N \Leftrightarrow -\frac{MV^2}{2} = -Ts \xLeftrightarrow{T=μN=μMg}$$
$$\frac{MV^2}{2} = μMgs \Leftrightarrow μ = \frac{V^2}{2gs} = \frac{5^2}{2 \cdot 10 \cdot 4} = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16494

Ένα σώμα μάζας m=1,2 kg κινείται πάνω σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=0,2m. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα έχει μέτρο ΣF=600 N και κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Να υπολογίσετε:

4.1. Την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 4

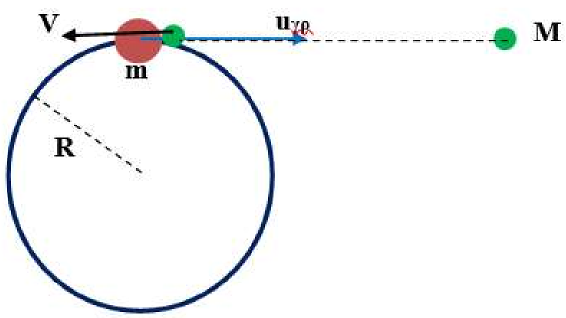
4.2. Την γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει, σε χρόνο ίσο με το χρόνο κίνησης δεύτερου σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και αποκτά ταχύτητα u=54 m/s έχοντας επιτάχυνση $α=12m/s^2$.

Μονάδες 7

4.4. Το δεύτερο σώμα μάζας M=m/2 συγκρούεται τελικά με το πρώτο σώμα σε κάποιο σημείο της κυκλικής τροχιάς του, έχοντας ταχύτητα V με κατεύθυνση αντίρροπη της γραμμικής ταχύτητας του του πρώτου σώματος τη στιγμή της κρούσης.



Αν η κρούση είναι πλαστική, να υπολογίσετε την ταχύτητα V του σώματος μάζας M ώστε το συσσωμάτωμα να έχει μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16494-Λύση

4.1. Η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF είναι η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει το σώμα να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$\Sigma F = F_\kappa = m.\alpha_\kappa \Leftrightarrow 600 = 1{,}2.\alpha_\kappa \Leftrightarrow \alpha_\kappa = 500\, m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ισούται:

$$\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \omega^2 R \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_\kappa}{R}} = \sqrt{\frac{500}{0{,}2}} = 50\, rad/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει το σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \qquad (1)$$

Η γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης είναι:

$$u_{\gamma\rho} = \omega.R = 50.0{,}2 = 10\, \frac{m}{s} \qquad (2)$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας Μ αποκτά ταχύτητα που δίνεται από την σχέση:

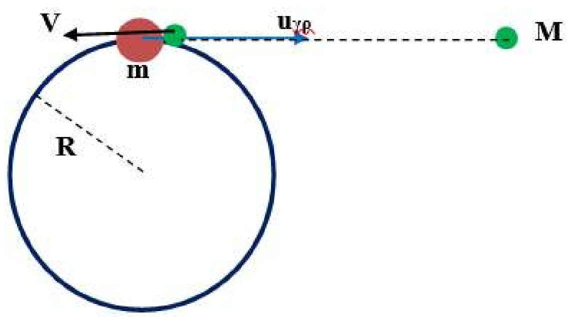
$$u = a.t \Leftrightarrow 54 = 12.t \Leftrightarrow t = 4{,}5\, s \qquad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (2) και την (3) στην (1) προκύπτει το ζητούμενο μήκος του τόξου:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \Leftrightarrow s = 10.4{,}5 = 45\, m$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι μηδενική. Άρα τα σώματα μετά την κρούση ακινητοποιούνται.



Από την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau}$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m.u_{\gamma\rho} - M.V = 0 \Leftrightarrow m.u_{\gamma\rho} = \frac{m}{2}.V \Leftrightarrow V = 20\, m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16496

Ένας πύραυλος μάζας m=1200 kg εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα u_0=100m/s κατακόρυφα προς τα πάνω. Κάποια στιγμή φθάνει στο ανώτερο σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία. Εκείνη τη στιγμή εκρήγνυται σε 3 κομμάτια Α, Β και Γ. Το κομμάτι Α μάζας m_1=m/3 αποκτά οριζόντια ταχύτητα u_A=30 m/s, ενώ το κομμάτι Β, μάζας m_B=500 kg, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι για όλες τις κινήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, παραμένει σταθερή και ότι δεν υπάρχει ατμόσφαιρα. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του κομματιού Γ, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 5

4.3. Σε ποια θέση θα προσγειωθεί το κομμάτι Α ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Πόσο απέχουν τα κομμάτια Α και Γ την στιγμή t=3s μετά την έκρηξη.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

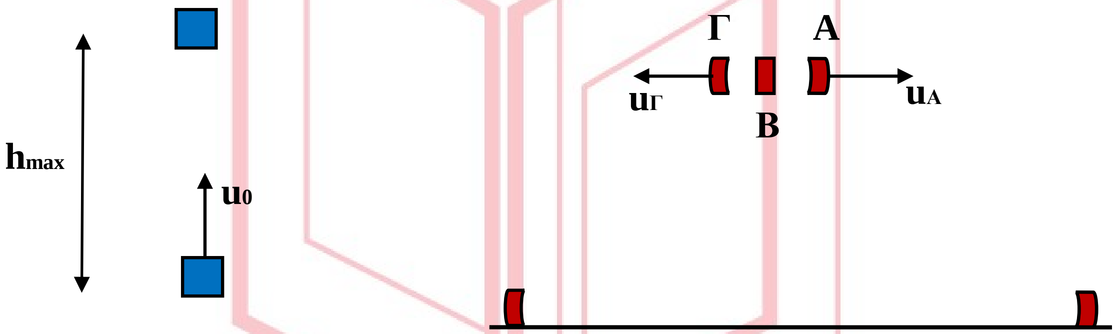
16496-Λύση

4.1. Λόγω των παραδοχών δεν υπάρχουν τριβές, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με επίπεδο αναφοράς το επίπεδο εκτόξευσης του πυραύλου και μέχρι του μέγιστου ύψους όπου στιγμιαία ακινητεί:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_0^2 + 0 = 0 + mgh \Leftrightarrow h = \frac{u_0^2}{2g} = 500m$$

Μονάδες 5

4.2. Στο ανώτερο σημείο όπου η ταχύτητα μηδενίζεται, ο πύραυλος εκρήγνυται. Διατηρείται η ορμή του συστήματος κατά την έκρηξη, οπότε:



$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_\Gamma \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{0} + \vec{P}_\Gamma$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$0 = m_A u_A + m_\Gamma u_\Gamma \Leftrightarrow -\frac{1200}{3}30 = \left(1200 - 500 - \frac{1200}{3}\right)u_\Gamma \Leftrightarrow u_\Gamma = -40m/s$$

Άρα το κομμάτι Γ θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα 40 m/s.

Μονάδες 5

4.3. Το κομμάτι Α του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα u_A=30m/s.

Στον άξονα των xx' εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον yy':

$$yy': \ h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10s$$

$$xx': \quad x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300m$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά τον ίδιο ύψος h_1:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

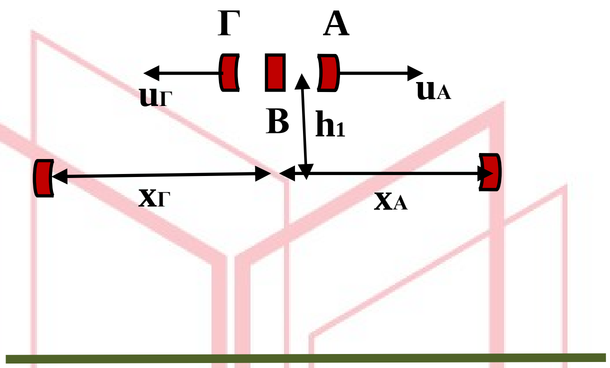
Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των xx'.

Οπότε για το κομμάτι Α του πυραύλου: 16496-Λύση

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90m$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_A t_1 = -40 \times 3 = -120m$$



Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι : $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210m$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16702

Δορυφόρος μάζας $m = 2000$ Kg, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h_1 = 192 \cdot 10^5$ m από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:

4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 6

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου.

Μονάδες 7

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$.

Μονάδες 6

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $m_1 = 4000$ Kg, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000$m/s και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10$ m/s^2.

ΘΕΜΑ 4

16702-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_1 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1} = -16 \cdot 10^6\ \mathrm{J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}} = 4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

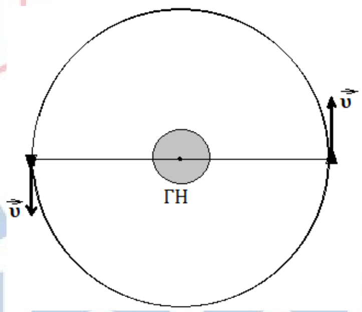
Άρα η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h_1)}{\upsilon} = 12800\pi\ \mathrm{s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Μονάδες 7

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon = 16 \cdot 10^6\ \mathrm{Kg \cdot m/s}$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + (-m_1\upsilon_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon - m_1\upsilon_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} \quad (\text{μονάδες } 3)$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων υ και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

16708

2.1. Ένα σώμα μάζας m κινείται στον οριζόντιο άξονα x΄x με ταχύτητα μέτρου υ προς τα δεξιά. Ενα άλλο σώμα μάζας $4m$ που κινείται στον ίδιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/2$ προς τα αριστερά, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο.

Αμέσως μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα κινείται:

(α) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/10$ προς τα δεξιά.

(β) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/5$ προς τα αριστερά.

(γ) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/4$ προς τα αριστερά.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι μπορεί να κατασκευάσει μια θερμική μηχανή η οποία λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_c = 300$ K και $T_h = 600$ K. Ο μαθητής ισχυρίζεται επίσης ότι το έργο το οποίο μπορεί να αποδώσει η μηχανή σε ένα κύκλο έχει τιμή τριπλάσια από την τιμή του Q_c.

Πιστεύετε, ότι είναι δυνατόν να κατασκευαστεί μια θερμική μηχανή με τα παραπάνω χαρακτηριστικά;

(α) Ναι, μπορεί να κατασκευαστεί.

(β) Όχι, δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

(γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για ν' απαντήσουμε.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16708-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.
2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Επιλέγουμε θετική φορά προς τα δεξιά. Κατά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon - 4 \cdot m \cdot \frac{\upsilon}{2} = 5 \cdot m \cdot V \Rightarrow \upsilon - 2 \cdot \upsilon = 5 \cdot V$$

$$\Rightarrow -\upsilon = 5 \cdot V \Rightarrow \boldsymbol{V} = -\frac{\boldsymbol{\upsilon}}{\mathbf{5}}$$

Άρα αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα **μέτρου $\boldsymbol{\upsilon/5}$ προς τ' αριστερά**.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αν η εξιδανικευμένη, υποθετική μηχανή Carnot, λειτουργούσε μεταξύ των δεδομένων θερμοκρασιών $T_c = 300\ \mathrm{K}$ και $T_h = 600\ \mathrm{K}$ θα είχε απόδοση:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\ \mathrm{K}}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow \boldsymbol{e_c} = \mathbf{0,5}\ (1)$$

Μονάδες 2

Σύμφωνα με τον μαθητή:

$$W = 3 \cdot |Q_c|\ (2)$$

και

$$W = Q_h - |Q_c| \overset{(2)}{\Rightarrow} 3 \cdot |Q_c| = Q_h - |Q_c| \Rightarrow Q_h = 4 \cdot |Q_c|\ \ (3)$$

Άρα ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής προκύπτει:

$$e = \frac{W}{Q_h} \xRightarrow{(2),(3)} e = \frac{3 \cdot |Q_c|}{4 \cdot |Q_c|} \Rightarrow \boldsymbol{e} = \mathbf{0,75}\ (4)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι $\boldsymbol{e > e_c}$.

Το αποτέλεσμα αντίκειται στο θεώρημα Carnot σύμφωνα με το οποίο: *Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή, η οποία να λειτουργεί ανάμεσα σε δύο θερμοκρασίες και να έχει μεγαλύτερη απόδοση από την μηχανή Carnot, που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.*

Άρα **δεν μπορεί** να κατασκευαστεί η μηχανή που προτείνει ο μαθητής.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

16709

2.1. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 $(m_1 > m_2)$ βρίσκονται ακίνητοι σε μια οριζόντια πίστα πάγου, ο ένας απέναντι από τον άλλο, και κάποια στιγμή σπρώχνει ο ένας τον άλλο.

Για τα μέτρα των ορμών (p_1 και p_2) και των ταχυτήτων (υ_1 και υ_2) που θα αποκτήσουν οι παγοδρόμοι θα ισχύει:

(α) $p_1 > p_2$ και $\upsilon_1 = \upsilon_2$, **(β)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 > \upsilon_2$, **(γ)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 < \upsilon_2$

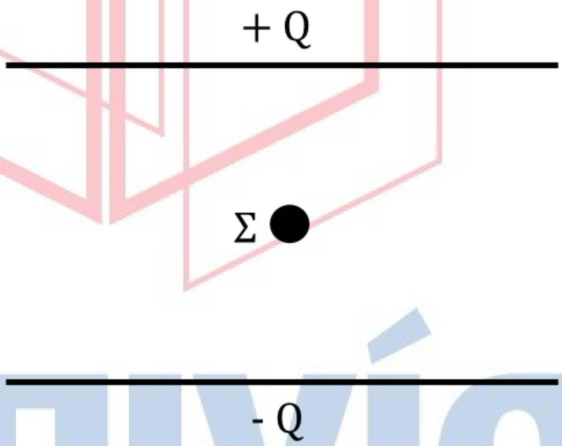
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν απόσταση ίση με $d = 4\ \mathrm{cm}$ είναι ίση με $400\ \mathrm{V}$. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών, ισορροπεί φορτισμένο σωματίδιο Σ μάζας $m = 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{kg}$.



Αν θεωρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $10\ \mathrm{m/s^2}$, τότε το φορτίο που φέρει το σωματίδιο είναι ίσο με:

(α) $-4 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(β)** $-2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$, **(γ)** $2 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16709-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε το σύστημα των 2 παγοδρόμων ως μονωμένο σύστημα σωμάτων, άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

Άρα οι παγοδρόμοι αποκτούν αντίθετες ορμές, οπότε για τα μέτρα τους ισχύει $\boldsymbol{p_1} = \boldsymbol{p_2}$.

Για την σχέση των ταχυτήτων τους ισχύει:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2 \xRightarrow{m_1 > m_2} \boldsymbol{v_1 < v_2}$$

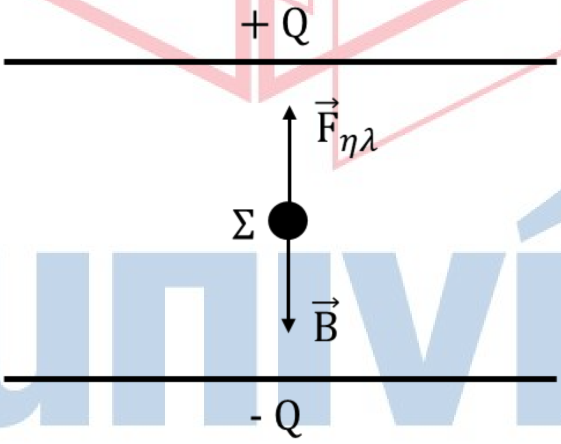
Μονάδες 2Χ4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 2

Στο φορτισμένο σωματίδιο Σ ασκούνται 2 δυνάμεις. Το βάρος του και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο. Για να ισορροπεί το σωματίδιο οι δυνάμεις πρέπει να είναι αντίθετες. Άρα σύμφωνα με τη φορά της δύναμης, που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο, αυτό πρέπει να είναι **αρνητικά φορτισμένο**, καθώς έλκεται από τη θετικά φορτισμένη πλάκα και απωθείται από την αρνητικά φορτισμένη.

Μονάδες 2

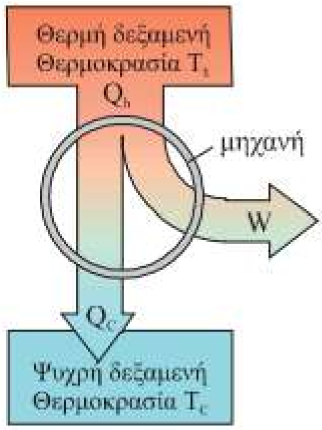
$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = B \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow \frac{V}{d} \cdot |q| = m \cdot g$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{m \cdot g \cdot d}{V} \Rightarrow |q| = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}{400\ \mathrm{V}} \Rightarrow \boldsymbol{|q| = 2.10^{-9}\ \mathrm{C}}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2 16733

2.1. Μία θερμική μηχανή λειτουργεί σύμφωνα με το σχεδιάγραμμα, το οποίο απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα. Η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία T_h και η ψυχρή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_c < T_h$ με $T_c > 0K$. Αν η θερμική μηχανή απορροφά θερμότητα Q_h από την θερμή δεξαμενή, αποβάλλει θερμότητα Q_c στην ψυχρή δεξαμενή και παράγει έργο W, τότε



(α) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μεγαλύτερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(β) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μικρότερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(γ) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα ίσο με το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μάζες m_1 και $m_2 = 3m_1$ κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης και μέτρου u_1 και $u_2 = 4u_1$ αντίστοιχα. Οι μάζες συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Η ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα, το οποίο δημιουργείται στην κρούση, έχει μέτρο

(α) $\frac{3u_1}{4}$, **(β)** $\frac{4u_1}{5}$, **(γ)** $\frac{11u_1}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16733-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε μία θερμική μηχανή, ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας, δηλαδή το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά το αέριο από την θερμή δεξαμενή είναι ίσο με το άθροισμα του έργου W που παράγει και του ποσού θερμότητας $|Q_c|$ που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή . Συνεπώς

$$Q_h = W + |Q_c|$$

Επειδή το έργο είναι πάντα θετικός αριθμός, εύκολα συμπεραίνουμε ότι ισχύει $Q_h > |Q_c|$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο και κατά την διάρκεια της κρούσης εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής. Θα θεωρήσουμε ως θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση στην οποία κινείται το m_2 και θα συμβολίσουμε με V την ταχύτητα του συσσωματώματος, οπότε έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_2 u_2 - m_1 u_1 = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2 u_2 - m_1 u_1}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{3m_1 4u_1 - m_1 u_1}{m_1 + 3m_1} = \frac{11 m_1 u_1}{4m_1} = \frac{11u_1}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16738

Μία μπάλα εκτοξεύεται από την ταράτσα ενός κτιρίου, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = \frac{20m}{s}$ και κατεύθυνση ένα γειτονικό κτήριο που απέχει $d = 30m.$ Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}.$ Να υπολογίσετε

4.1. πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα να χτυπήσει το γειτονικό κτήριο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο απέχει το σημείο που χτύπησε η μπάλα το απέναντι κτήριο από το έδαφος;

Μονάδες 6

4.3. ποιο είναι το μέτρο της ορμής της όταν συναντάει το απέναντι κτήριο, αν η μπάλα έχει μάζα m=0,5Kg;

Μονάδες 7

4.4. ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, με την οποία πρέπει να βληθεί η μπάλα για να χτυπήσει το κτήριο;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16738-Λύση

4.1. Η μπάλα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $20m$. Όταν θα συναντήσει το γειτονικό κτήριο, η οριζόντια μετατόπισή της θα είναι ίση με την οριζόντια απόσταση των κτηρίων. Χρησιμοποιώντας την σχέση που δίνει την οριζόντια μετατόπιση ενός σώματος στην οριζόντια βολή έχουμε

$$d = u_0 t \Leftrightarrow t = \frac{d}{u_0} = \frac{30m}{20\frac{m}{s}} = 1{,}5s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας όταν συναντάει το γειτονικό κτήριο είναι

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}(1{,}5s)^2 = 11{,}25m$$

Κατά συνέπεια, το σημείο στο οποίο χτύπησε η μπάλα θα απέχει από το έδαφος απόσταση l, η οποία είναι

$$l = h - y = 20m - 11{,}25m = 8{,}75m$$

Μονάδες 6

4.3. Η ταχύτητα σε κάθε σημείο της τροχιάς είναι εφαπτομενική και προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας. Όταν συναντήσει το γειτονικό κτίριο, το μέτρο της θα είναι

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{20^2 + (10 \cdot 1{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{400 + 225}\frac{m}{s} = \sqrt{625}\frac{m}{s} = 25\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής της μπάλας εκείνη την στιγμή είναι

$$P = mu = 0{,}5kg \cdot 25\frac{m}{s} = 12{,}5\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

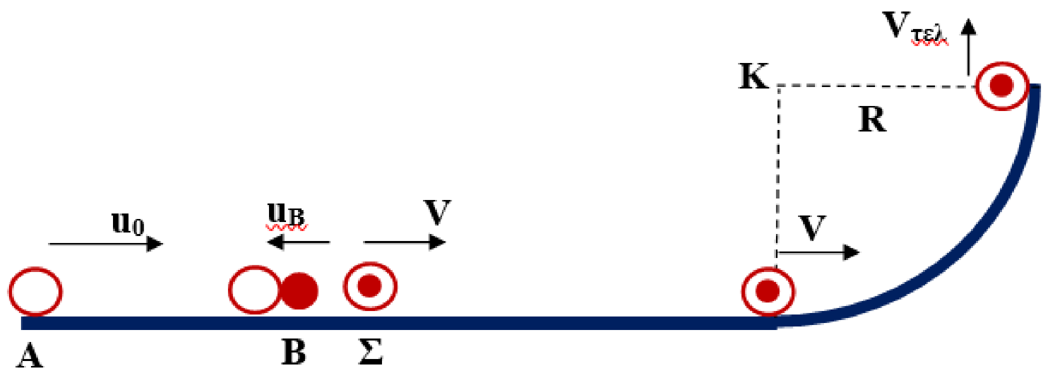
4.4. Η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας όταν εκτελεί οριζόντια βολή, είναι ανάλογη με την αρχική ταχύτητα u_0 για δεδομένο ύψος. Κατά συνέπεια, όσο αυξάνουμε την αρχική ταχύτητα, τόσο πιο μεγάλη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) θα έχει η μπάλα. Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα, που πρέπει να έχει η μπάλα είναι αυτή που αντιστοιχεί σε οριζόντια μετατόπιση ίση με την απόσταση των κτηρίων, ώστε το σημείο σύγκρουσης να είναι στην βάση του γειτονικού κτηρίου. Συνεπώς, θα πρέπει το σημείο (d, h) να ανήκει στην τροχιά της μπάλας. Με αντικατάσταση στην εξίσωση τροχιάς έχουμε

$$h = \frac{g}{2u_{0,min}^2}d^2 \Leftrightarrow 2hu_{0,min}^2 = gd^2 \Leftrightarrow u_{0,min} = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 30m\sqrt{\frac{10\frac{m}{s^2}}{40m}} = \frac{30m}{2s} = 15\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 16741

Σώμα μάζας $m_A = 5kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $u_0 = 10m/s$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$. Δύο δευτερόλεπτα αργότερα συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β, μάζας $m_B = 2\ kg$, που κινείται αντίρροπα του Α και έχει τη χρονική στιγμή που γίνεται η κρούση ταχύτητα $u_B = 1m/s$. Το συσσωμάτωμα Σ που προκύπτει, κινείται προς την φορά κίνησης που είχε το σώμα Α, χωρίς τριβές μετά την κρούση. Κάποια στιγμή συναντά τεταρτοκύκλιο, ακτίνας $R = 0{,}2\ m$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο υψηλότερο σημείο Δ του τεταρτοκυκλίου έχει ταχύτητα $V_{τελ} = \sqrt{2}\ m/s$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα u_A με την οποία συγκρούεται το σώμα Α με το Β.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το έργο τριβής κατά την κίνηση του συσσωματώματος στο τεταρτοκύκλιο.

Μονάδες 7

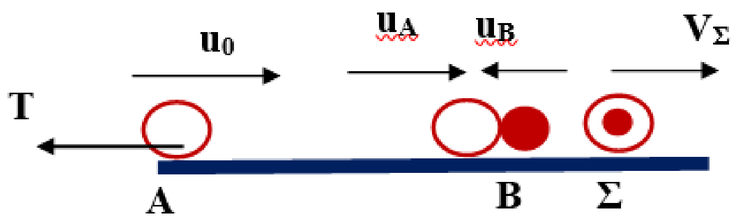
4.4. Την συνολική θερμότητα που παράχθηκε.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16741-Λύση

4.1. Το σώμα Α κινούμενο με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10\,m/s$ στο τραχύ επίπεδο, επιβραδύνει με αποτέλεσμα την στιγμή της κρούσης να έχει ταχύτητα u_A:



$$\vec{u}_A = \vec{u}_0 + \vec{\alpha} \cdot t_1 \qquad (1)$$

όπου η επιβράδυνση α προκύπτει από τον 2ο ν. του Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m_A \cdot \vec{\alpha} \qquad (2)$$

Η μόνη δύναμη στο σώμα Α είναι η τριβή, οπότε η (2) γίνεται:

$$-T = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow -\mu \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha = -0{,}2 \cdot 10\frac{m}{s^2} = -2\frac{m}{s^2} \qquad (3)$$

Η (1) λόγω της (3), γίνεται:

$$u_A = (10 - 2 \cdot 2)m/s = 6\,m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Με ταχύτητα u_A το σώμα Α συγκρούεται με το Β. Η πλαστική κρούση έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία συσσωματώματος Σ. Στην διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau}$$

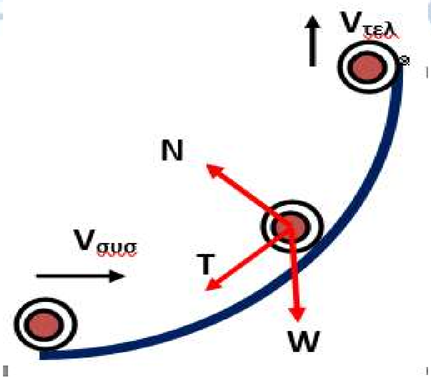
Θέτουμε θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m_A u_A - m_B u_B = (m_A + m_B)V_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m_A u_A - m_B u_B}{m_A + m_B} \Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{5 \cdot 6 - 2 \cdot 1}{5 + 2}\,m/s$$

$$\Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma} = 4m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά την κίνηση του συσσωματώματος Σ στο τεταρτοκύκλιο εφαρμόζουμε το Θ.Ε.Ε. για το υπολογισμό του έργου της μεταβλητής δύναμης της τριβής:



16741-Λύση

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_N + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot V_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot V^2 = -m_{\sigma\upsilon\sigma} \cdot g \cdot R + 0 + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \sqrt{2}^2 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4^2 = -7 \cdot 10 \cdot 0{,}2 + W_{T2} \Leftrightarrow W_{T2} = -35\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.4. Η συνολική θερμότητα που παράχθηκε προέρχεται από:

1] το έργο τριβής στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$W_{T1} = -\mu \cdot m_A \cdot g \cdot x_A \qquad (4)$$

$$x_A = u_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 = 10 \cdot 2 - \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 = 16\ \mathrm{m} \qquad (5)$$

Η (4) λόγω της (5):

$$W_{T1} = -0{,}2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 16 = -160\ \mathrm{J}$$

και άρα: $Q_1 = |W_{T1}| = 160\ \mathrm{J}$

2] την εκλυόμενη θερμότητα λόγω της κρούσης:

$$Q_2 = |\Delta K| = \left|K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m_A + m_B) \cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot u_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot u_B^2\right| = |-35| = 35\ \mathrm{J}$$

3] το έργο τριβής που υπολογίσαμε στο ερώτημα 4.3:

$$Q_3 = |W_{T2}| = 35\ \mathrm{J}$$

Δηλ:

$$Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 160 + 35 + 35 = 230\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16849

Δύο σφαίρες A και B μικρών διαστάσεων βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό και έχουν μάζες $m_A = 1\ \mathrm{g}$ και $m_B = 2\ \mathrm{g}$ αντίστοιχα. Οι σφαίρες φέρουν ηλεκτρικά φορτία $Q_A = 0{,}1\ \mu\mathrm{C}$ και $Q_B = 0{,}2\ \mu\mathrm{C}$. Κρατάμε ακίνητες τις σφαίρες σε απόσταση $x = 2\ \mathrm{cm}$ και κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την A ενώ τη B συνεχίζουμε να την κρατάμε ακίνητη.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A, μόλις αυτή αφήνεται ελεύθερη.

Μονάδες 5

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A, όταν απέχει απόσταση $2x$ από την B.

Μονάδες 7

Επαναφέρουμε τις σφαίρες στην αρχική τους θέση, δηλαδή σε απόσταση x και στη συνέχεια τις αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες και τις δύο. Τη χρονική στιγμή που αυτές απέχουν απόσταση $2x$ να υπολογίσετε:

4.3. Το μέτρο της επιτάχυνσης της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 5

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας.

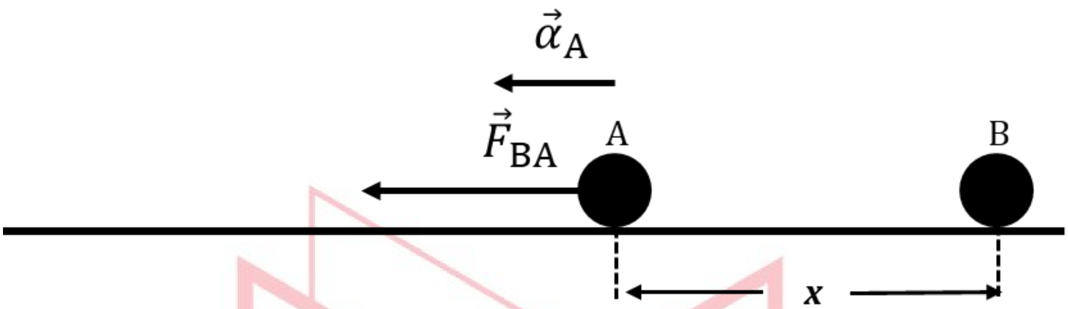
Μονάδες 8

Δίνεται $k_c = 9.10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η αντίσταση του αέρα και οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

16849-Λύση

4.1.



Υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης Coulomb που δέχεται η φορτισμένη σφαίρα Α από τη φορτισμένη σφαίρα Β:

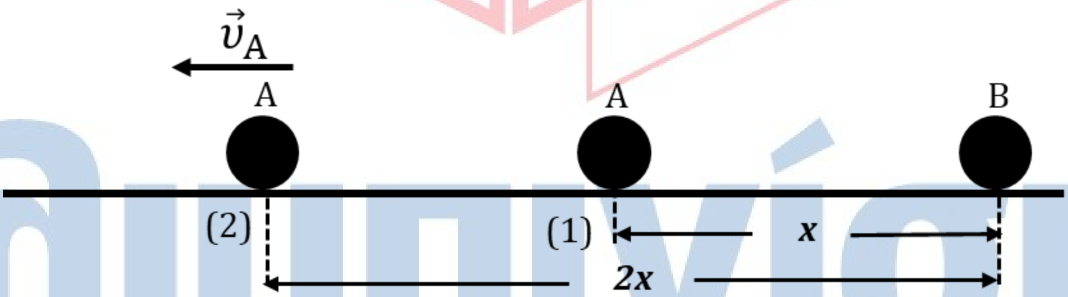
$$F_{BA} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{x^2} = 9.10^9 \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{(2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = 0,45\ \mathrm{N}}$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας Α εφαρμόζοντας τον 2^{o} νόμο του Νεύτωνα:

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} = \frac{0{,}45\ \mathrm{N}}{10^{-3}\ kg} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 450\ {}^{\mathrm{m}}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+2=5

4.2.



Καθώς η δύναμη Coulomb είναι συντηρητική δύναμη, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

Μονάδες 2

Από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2) έχουμε:

$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

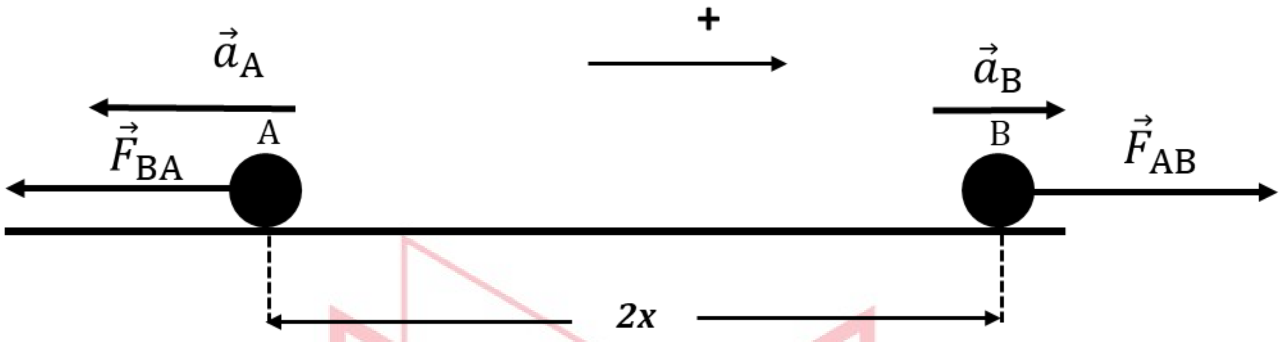
$$\Rightarrow 0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot m_A}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{9.10^9\ \frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 3\ {}^{\mathrm{m}}/_{s}}$$

Μονάδες 5

4.3.

16849-Λύση



$$F_{BA} = F_{AB} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(2 \cdot x)^2} = 9.10^9 \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{(2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = F_{AB} = \frac{9}{80}\,\mathrm{N}}$$

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 112,5\ {}^{m}/_{s^2}}$$

$$F_{AB} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{AB}}{m_B} \Rightarrow \boldsymbol{a_B = 56,25\ {}^{m}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+1+1=5

4.4. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από τη θέση, όπου τα δύο φορτισμένα σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση x μέχρι την θέση, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$.

$$E_{MHX\_1} = E_{MHX\_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_B^2 \quad (1)$$

Για το σύστημα των δύο φορτισμένων σωματιδίων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_B \cdot \upsilon_B - m_A \cdot \upsilon_A \Rightarrow 0 = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot \upsilon_B - 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot \upsilon_A \Rightarrow$$

$$\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B \ (2)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \upsilon_B^2 \cdot (4 \cdot m_A + m_B) \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot (4 \cdot m_A + m_B)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{9.10^9 \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C}}{2 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} \cdot 6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_B = \frac{\sqrt{6}}{2}\ {}^{m}/_{s}}$$

και από τη σχέση (2)

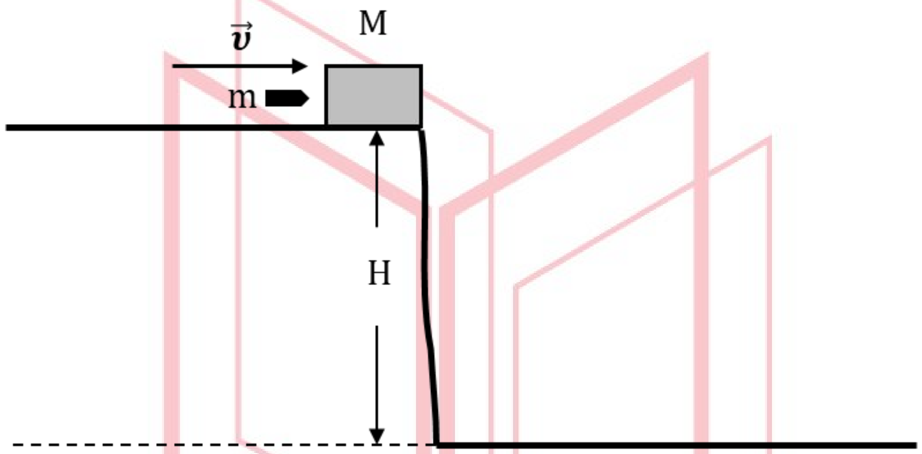
$$\boldsymbol{\upsilon_A = \sqrt{6}\ {}^{m}/_{s}}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4

16851

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 1{,}95\ \mathrm{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας, η οποία βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ \mathrm{m}$, πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 50\ \mathrm{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και καταλήγει στη θάλασσα.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα V_Σ του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

4.3. Τη χρονική διάρκεια της καθόδου του συσσωματώματος, μέχρις αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

4.4. Την οριζόντια απόσταση s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), μέχρις ότου φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$ και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

ΘΕΜΑ 4

16851-Λύση

4.1.

Για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ = (m + M) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow 0{,}05\ \mathrm{kg} \cdot 100\ \mathrm{m}/\mathrm{s} = (0{,}05\ \mathrm{kg} + 1{,}95\ \mathrm{kg}) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_Σ = 2{,}5\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2.

Υπολογισμός της απώλειας Κινητικής Ενέργειας κατά την κρούση:

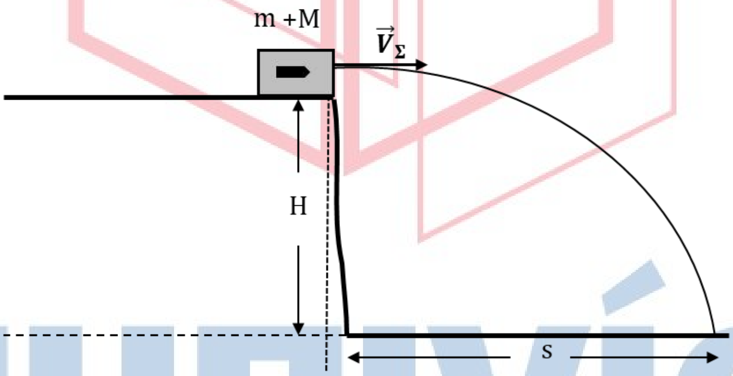
$$ΔK = \left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_Σ^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2\right|$$

$$\Rightarrow ΔK = \left|\frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{kg} \cdot (2{,}5\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \mathrm{kg} \cdot (100\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2\right|$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{ΔK = 243{,}75\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 7

4.3.



Υπολογισμός της χρονικής διάρκειας καθόδου:

Καθώς η οριζόντια βολή είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης 2 κινήσεων, μιας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα yy' και μιας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα xx', οι οποίες εκτελούνται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη (αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων), για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας καθόδου έχουμε:

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 3\ \mathrm{s}}$$

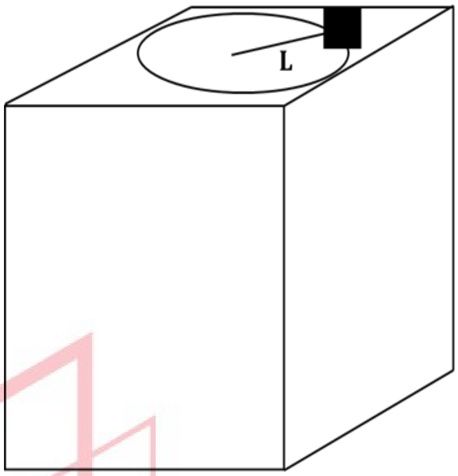
Μονάδες 6

4.4. Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς χρησιμοποιούμε την εξίσωση θέσης-χρόνου της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, για την κίνηση στον οριζόντιο άξονα xx' .

$$s = V_Σ \cdot t \Rightarrow s = 2{,}5\ \mathrm{m}/\mathrm{s} \cdot 3\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s = 7{,}5\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4 16853



Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20\ \mathrm{m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο επάνω στην επιφάνεια της ταράτσας. Το κουτί κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρονικό διάστημα $0{,}2 \cdot \pi\ \mathrm{s}$. Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται, ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει, να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1\ \mathrm{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.

4.1. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού με το οποίο είναι δεμένο το κουτί A.

Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα, καθώς και πόσο μακριά από την βάση του κτιρίου, το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος .

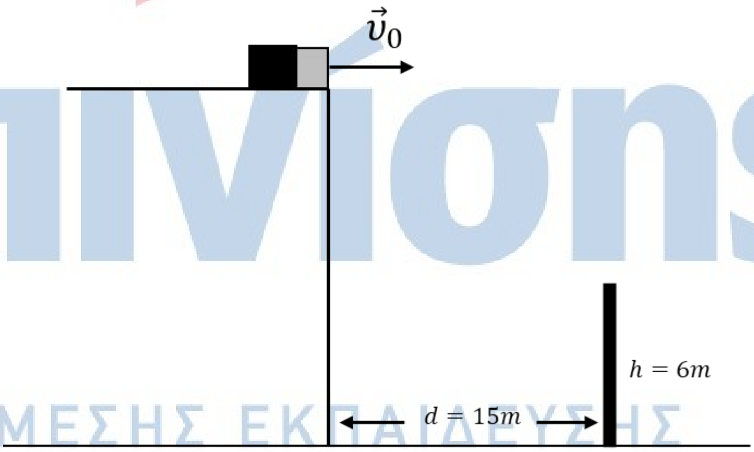
Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Μονάδες 6

4.4. Έστω ότι σε απόσταση $d = 15\ \mathrm{m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6\ \mathrm{m}$. Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.

Μονάδες 7



Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A επάνω στην ταράτσα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

16853-Λύση

4.1. Το κουτί A εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κύκλο ακτίνας L. Με βάση τις εξισώσεις της κυκλικής ομαλής κίνησης προκύπτει:

$$\upsilon = \omega \cdot L \Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi}{T} \cdot L \Rightarrow L = \frac{T \cdot \upsilon}{2\pi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{0{,}2\pi\ \mathrm{s} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{2\pi} \Rightarrow \boldsymbol{L = 2\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 4

4.2. Όταν κόβεται το σχοινί, το κουτί A λόγω αδράνειας, ολισθαίνει επάνω στην ταράτσα κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς και με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$, με την οποία και συγκρούεται πλαστικά με το κουτί B.

Μονάδα 1

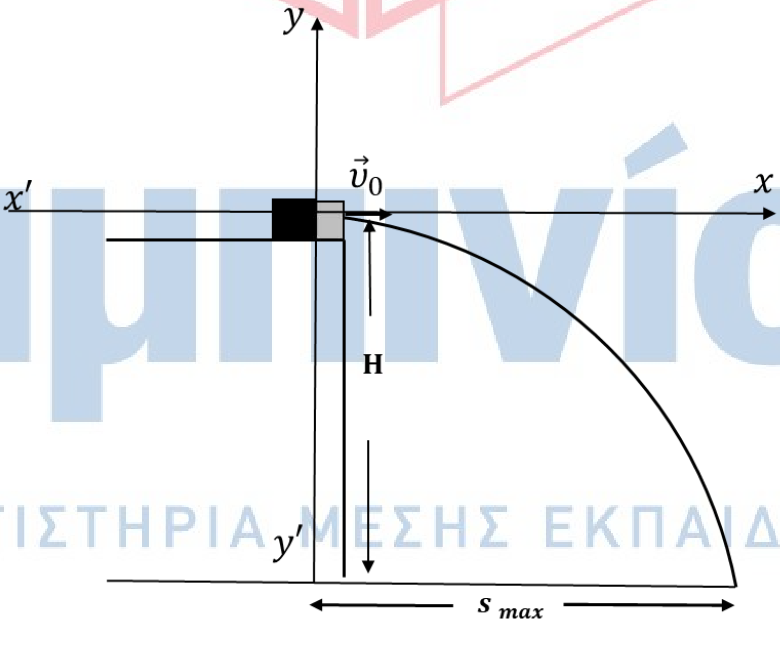
Για τη πλαστική κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon = (\,m_1 + m_2) \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \frac{3\ \mathrm{kg} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{4\ \mathrm{kg}} \Rightarrow\ \boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 2

Το συσσωμάτωμα, αφού εγκαταλείψει το κτίριο εκτελεί οριζόντια βολή.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή ενώ στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Μονάδα 1

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20\ \mathrm{m}}{10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 2\ \mathrm{s}}$$

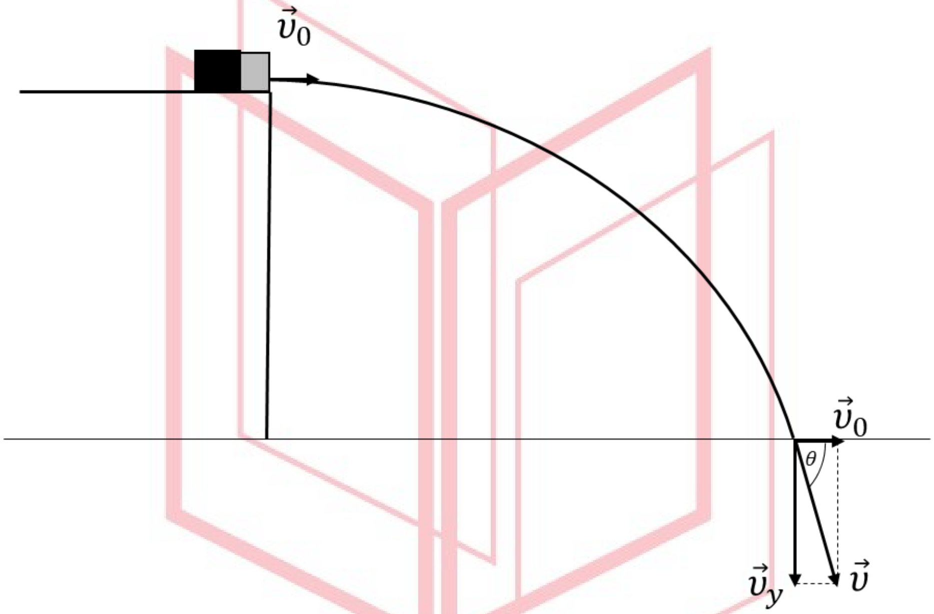
16853-Λύση

Επομένως η απόσταση από την βάση του κτιρίου, που το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (βεληνεκές) είναι:

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_{max} = 30\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 2+2=4

4.3.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος προκύπτει από την σχέση:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (1)$$

$$\upsilon_y = g \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_y = 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (2)$$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \xRightarrow{(1),(2)} \upsilon = \sqrt{(15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + (20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 25\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 4

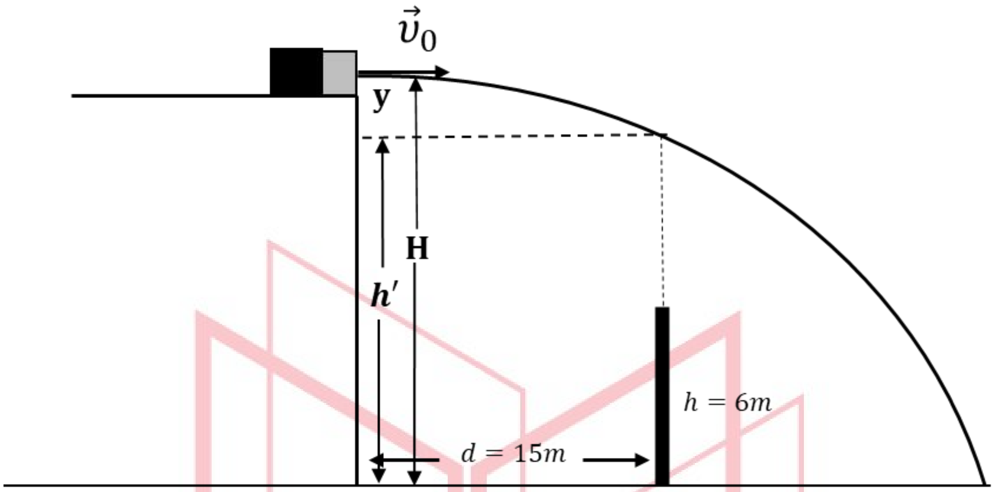
και η διεύθυνση της $\vec{\upsilon}$:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{20\ {}^{m}/_{s}}{15\ {}^{m}/_{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$$

Μονάδες 2

4.4.

16853-Λύση



Το συσσωμάτωμα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά 15 m, την χρονική στιγμή t_1.

$$d = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{\upsilon_0} = \frac{15\ \mathrm{m}}{15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1\ s}$$

Μονάδες 3

Την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω, από τη θέση που ξεκίνησε, κατά:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot (1\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5\ m}$$

Μονάδες 3

Άρα απέχει από το έδαφος :

$$h' = H - y = 20\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{h' = 15\ m}$$

Επομένως θα περάσει πάνω από τον στύλο.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4 16856

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$ κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων ήταν $\upsilon_1 = 20\ \mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2 = 10\ \mathrm{m/s}$.

4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

4.3. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}1\ \mathrm{s}$, να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.

Μονάδες 7

4.4. Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο της κρούσης, θα ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}32$.
Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης η μετατόπιση του συσσωματώματος είναι αμελητέα.

Μονάδες 8

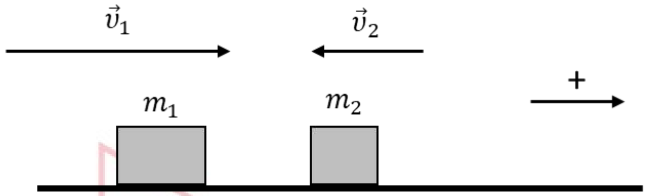
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

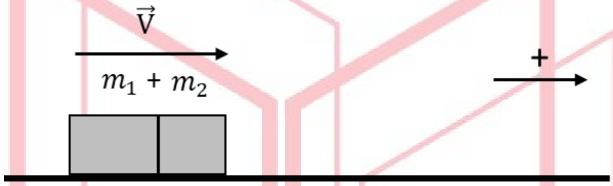
16856-Λύση

4.1.

Πριν την κρούση:



Μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων:



Ισχύει η Αρχή Διατήρησης Ορμής κατά την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = (\,m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_0 = \frac{6\ \mathrm{kg} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 4\ \mathrm{kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{10\ \mathrm{kg}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

με φορά προς τα δεξιά.

Μονάδες 5

4.2.

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 6\ \mathrm{kg} \cdot (20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 4\ \mathrm{kg} \cdot (10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K_{απ.} = 1080\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 5

4.3.

Για την αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων κατά την διάρκεια της κρούσης ισχύει ο 3[ος] νόμος του Νεύτωνα (Δράσης-Αντίδρασης):

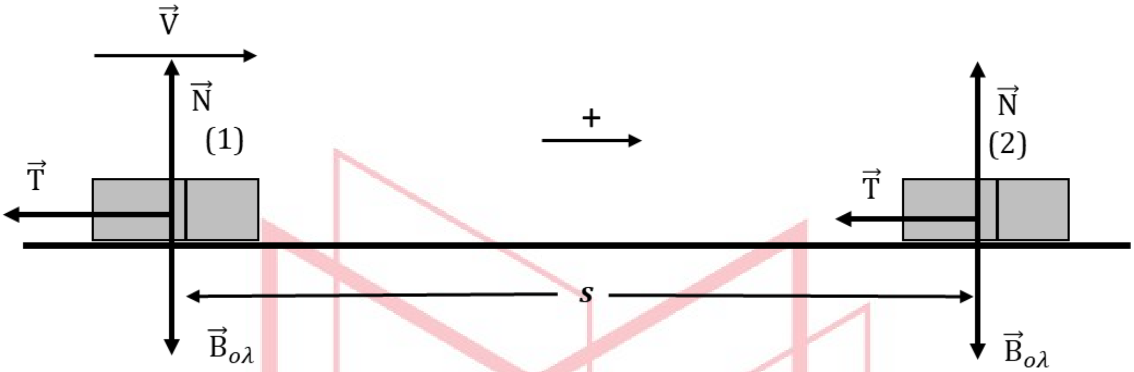
$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| \Rightarrow \left|\frac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}\right| \Rightarrow$$

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \left|\frac{6\ \mathrm{kg} \cdot 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 6\ \mathrm{kg} \cdot 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{0{,}1\ \mathrm{s}}\right| \Rightarrow \boldsymbol{|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = 720\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 7

16856-Λύση

4.4.



Μονάδες 3

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_{ο\lambda} = 0 \Rightarrow N = m_{ο\lambda} \cdot g \Rightarrow$$
$$N = 10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{N = 100\ \mathrm{N}}\ \ (1)$$

Αλλά

$$T = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow} T = 0{,}32 \cdot 100\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T = 32\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας από τη θέση (1), αμέσως μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων, μέχρι τη θέση (2), όπου το συσσωμάτωμα σταματά.

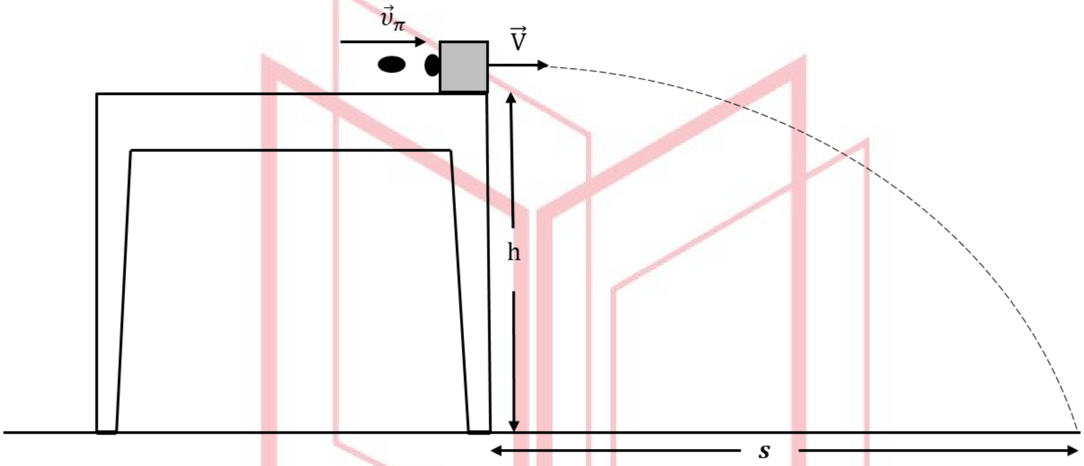
$$K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.} = W_{ο\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 = -T \cdot s \Rightarrow$$
$$-\frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -\,32\ \mathrm{N} \cdot s \Rightarrow \boldsymbol{s = 10\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4

16857

Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας $M = 30\,\mathrm{g}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος $h = 0{,}8\,\mathrm{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = 10\,\mathrm{g}$, έτσι ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα υ_π με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}8\,\mathrm{m}$ από το σημείο βολής.



4.1. Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Ποια η ταχύτητα υ_π με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία $\varphi = 45^0$ ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί η γωνία αυτή με απλή παρατήρηση, ώστε να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του μαθητή. Με τα δεδομένα που έχετε και τα αποτελέσματα, πού έχουν προκύψει από τα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιό από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό, στο οποίο πρέπει να καταλήξετε;

Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

(α) $\varphi = 45^0$, **(β)** $\varphi < 45^0$, **(γ)** $\varphi > 45^0$

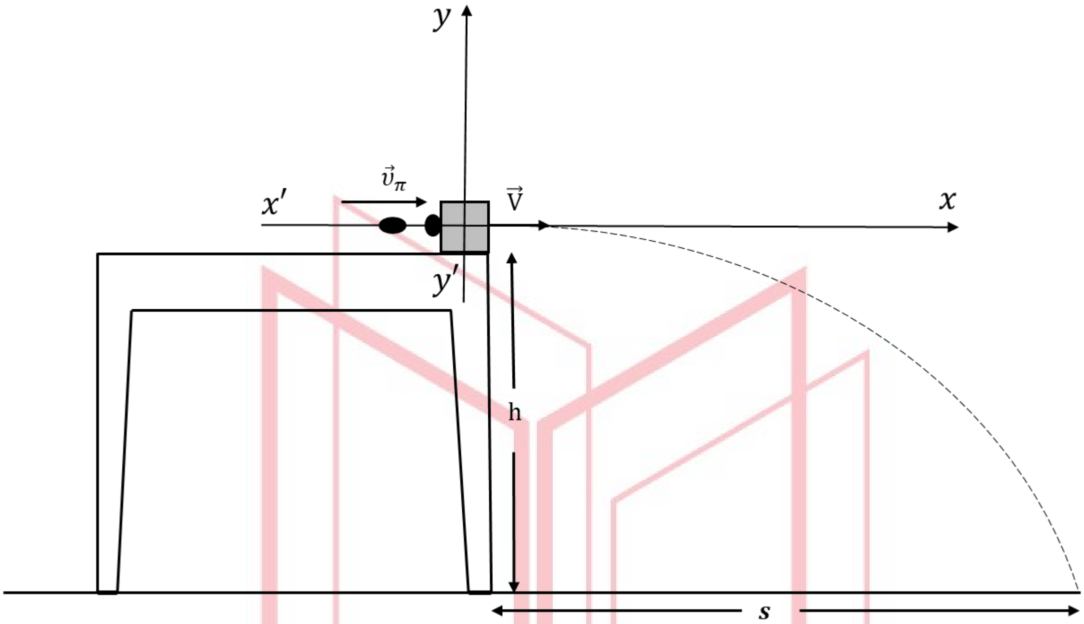
Δίνεται: $\varepsilon\varphi 45^0 = 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16857-Λύση

4.1.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στον $y'y$ είναι ελεύθερη πτώση.

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 0{,}4\ \mathrm{s}}$$

Οπότε η οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος υπολογίζεται:

$$s = V \cdot t \Rightarrow 0{,}8\ \mathrm{m} = V \cdot 0{,}4\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει για την πλαστική κρούση η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_\pi = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_\pi = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V}{m_1} \Rightarrow$$

$$V = \frac{40\ \mathrm{g} \cdot 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}{10\ \mathrm{g}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 5

4.3. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται:

$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_\pi^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

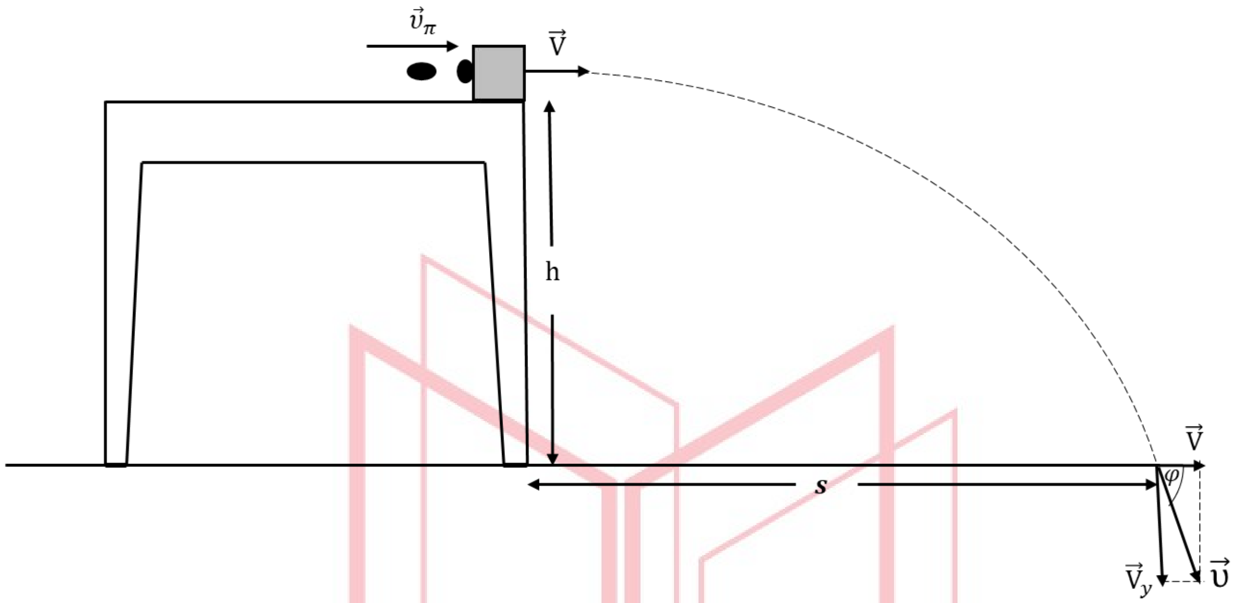
$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (8\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (2\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{K_{απ.} = 0{,}24\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.4.

16857-Λύση



Η διεύθυνση της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο πάτωμα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , της οποίας η εφαπτομένη μπορεί να υπολογιστεί από:

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{V_y}{V}=\frac{g\cdot t}{V}=\frac{10\ \mathrm{m/s^2}\cdot 0{,}4\ \mathrm{s}}{2\ \mathrm{m/s}}\Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi=2}>\varepsilon\varphi\mathbf{45^0}\quad(\boldsymbol{\varepsilon\varphi 45^0=1})$$

Άρα:

$$\boldsymbol{\varphi}>45^{\mathbf{0}}$$ **, σωστή απάντηση η (γ)**

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 16875

2.1. Η άκρη Δ του δείκτη των δευτερολέπτων σε ένα ρολόι εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ παραμένει σταθερό.

(α) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και έχει σταθερό μέτρο.

(β) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και δεν έχει σταθερό μέτρο.

(γ) Η επιτάχυνση του Δ είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

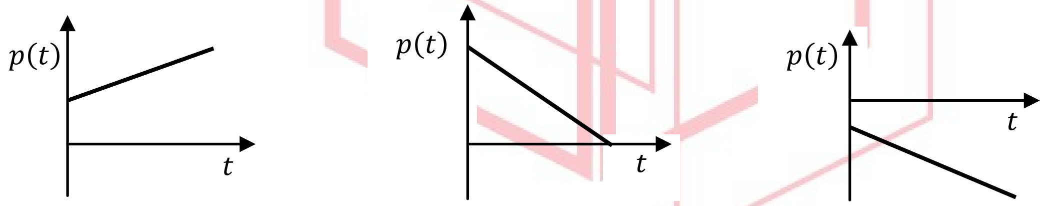
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ_0 όταν ξαφνικά φρενάρει με αποτέλεσμα να σταματήσει μετά από χρόνο t από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός του πάτησε το φρένο. Θεωρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι σταθερή.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστά την ορμή του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



(α) (β) (γ)

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16875-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το άκρο Δ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητάς του, έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς(κεντρομόλος επιτάχυνση) και μέτρο που δίνεται από την σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ η γραμμική ταχύτητα και R η ακτίνα της κυκλικής κίνησης.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό, άρα και το μέτρο της α_κ παραμένει σταθερό και διάφορο του μηδενός.

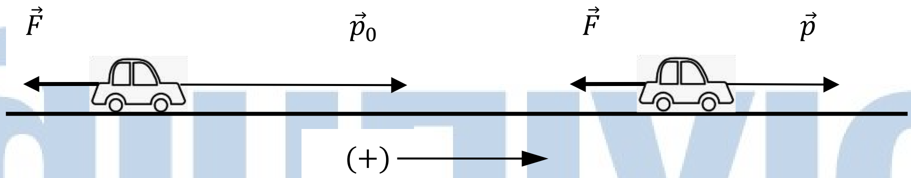
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν $\vec{p}_o = m\vec{\upsilon}_o$ η αρχική ορμή του αυτοκινήτου, από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_o$$

Το αυτοκίνητο επιβραδύνεται επομένως η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας και της ορμής του οπότε για τα μέτρα (ορίζοντας τη φορά προς τα δεξιά ως θετική) έχουμε

$$-F(t - t_0) = p(t) - p_0$$

και τελικά (θεωρώντας $t_0 = 0$)

$$p(t) = p_0 - Ft \ (1)$$

[Η σχέση (1) είναι της μορφής $y = \beta - \alpha x$ με $a > 0$]

Μονάδες 9

16875-Λύση

17062

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1,25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:

4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2\ sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ;

Μονάδες 6

4.4. Ποια η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας στη διάρκεια της οριζόντιας βολής;

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

17062-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε χρόνο: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0,5sec$. Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$x_1 = u_1 \bullet t = 1m$ και: $x_2 = u_2 \bullet t = 5m$.

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4m$$

Μονάδες 6

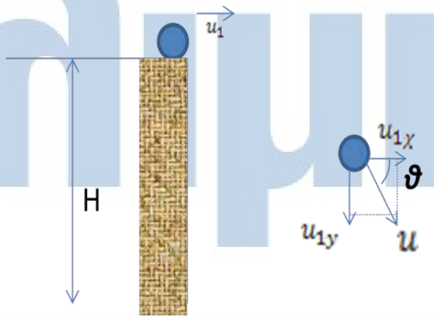
4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$h = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t_1^2 = 0,2m$.

Άρα απέχει από το έδαφος: $y = H - h = 1,05m$

Μονάδες 6

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0,2\ s$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1 οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση. Συγκεκριμένα:



$u_{1y} = g \bullet t_1 = 2m/s$ και $u_{1\chi} = u_1 = 2m/s$.

Οπότε: $u = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = 2\sqrt{2}\ m/s$ και:

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_{1y}}{u_{1\chi}} = 1$, δηλαδή θ = 45°

Άρα, το διάνυσμα της ταχύτητας u σχηματίζει γωνία 45° προς τα κάτω, σε σχέση με την οριζόντια διεύθυνση.

17062-Λύση

Μονάδες 6

4.4. Η ορμή των σφαιρών μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Για τη σφαίρα m_1 ισχύει: $\Delta p_1 = m_1 \bullet u_{1y} - 0 = m_1 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 30kg \bullet m/s$

Για τη σφαίρα m_2 ισχύει: $\Delta p_2 = m_2 \bullet u_{2y} - 0 = m_2 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 10kg \bullet m/s$

Μονάδες 7

17063

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας $\mathrm{M} = 6\mathrm{tn}$ κατευθύνεται προς τη Γη μεταφέροντας σεληνάκατο μάζας m= $1\mathrm{tn}$. Σε απόσταση $\mathrm{r}_1 = 4 \cdot \mathrm{R}_\Gamma$ από το κέντρο της, η ταχύτητα του οχήματος είναι $\mathrm{u}_1 = 6 \cdot 10^3 \mathrm{m/s}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του οχήματος όταν βρεθεί σε απόσταση $\mathrm{r}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, χωρίς τη χρήση πυραύλων.

Μονάδες 6

Στην παραπάνω θέση απόστασης r_2 από την επιφάνεια της Γης, απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα) και αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς τη βοήθεια ανασχετικών πυραύλων.

4.2. Ποια η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου;

Μονάδες 6

4.3. Με ποια ταχύτητα η σεληνάκατος θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.4. Αν κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του διαστημικού οχήματος προς τη Γη λειτουργούν οι ανασχετικοί πύραυλοι, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων ώστε να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα.

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και την ελκτική δύναμη μεταξύ διαστημικού οχήματος και σεληνακάτου. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης: $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{68} = 8{,}25$.

17063-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – διαστημικό όχημα διατηρείται οπότε:

$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$

$-G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_1^2 = -G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_2} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_2^2$, δηλαδή:

$-\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_1^2 = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \leftrightarrow$

$u_2^2 = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2} + u_1^2 + g_0 \cdot R_\Gamma \leftrightarrow$

$u_2 = 8{,}25 \cdot 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όχημα - σεληνάκατος:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$(M+m) \cdot u_2 = M \cdot u + 0 \leftrightarrow u = \frac{(M+m) \cdot u_2}{M}$

Άρα: $u = 9{,}6 \cdot 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση της σεληνακάτου από το σημείο απόστασης r_2 έως την επιφάνεια της Γης:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 - 0 = m \cdot (V_{αρχ} - V_{τελ})$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 = m \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)$

$u_3^2 = +G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}$

$u_3 = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

17063-Λύση

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του οχήματος, από το σημείο που απελευθερώθηκε η σεληνάκατος, έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w + W_F$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) + W_F$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot (u^2 + g_0 \cdot R_\Gamma)$$

$$W_F = -468{,}48 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 7

17065

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου;

Μονάδες 6

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_Γ$;

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_Γ = 6400 km$.

17065-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου με την περίοδο περιστροφής του είναι:

$u = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma = \frac{4\pi}{T} R_\Gamma$.

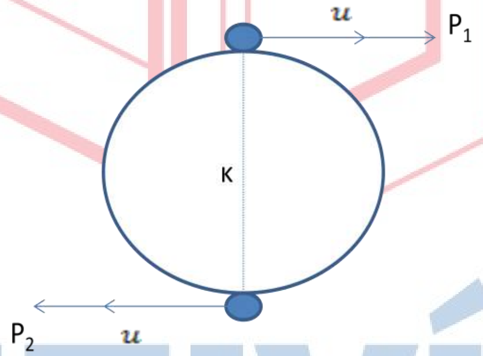
Οπότε: $T = \frac{4\pi}{u} R_\Gamma = 20096\, sec$

Η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \frac{u}{r} = \frac{u}{2R_\Gamma} = 3{,}125 \bullet 10^{-4}\ \mathrm{rad/sec}$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου για μισή περιστροφή ($t = \frac{T}{2}$) είναι:



$\Delta P = P_2 - (-P_1) = P_2 + P_1 = M \bullet u + M \bullet u = 2 \bullet M \bullet u = 4 \bullet 10^6\ \mathrm{kg \bullet m/sec}$,
ομόρροπη της ορμής P_2.

Μονάδες 6

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \bullet u - M \bullet u = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

17065-Λύση

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4}$

Σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12}$

Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$E_{o\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12} + \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4} = \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{6} = 5{,}33 \bullet 10^9\ J$

Μονάδες 7

17066

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας M εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 . Όταν το όχημα βρεθεί σε ύψος $h = 2R_\Gamma$, ένας εκρηκτικός μηχανισμός το διαχωρίζει ακαριαία σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = \frac{2M}{3}$ και $m_2 = \frac{M}{3}$ αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη, το σώμα μάζας m_2 κινείται κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα μέτρου u_2 . Ενώ, το σώμα μάζας m_1 αποκτά την ελάχιστη ταχύτητα που χρειάζεται ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_1 που αποκτά το σώμα m_1 μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα στο ύψος $h = 2R_\Gamma$, λίγο πριν την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2 με την οποία φτάνει το σώμα m_2 στην επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

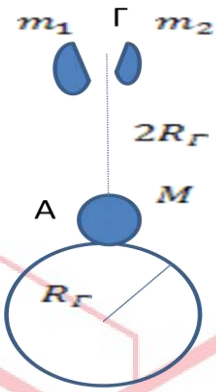
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το όχημα από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_\Gamma = 6400km$, $\sqrt{42{,}66} = 6{,}53$, $\sqrt{85{,}33} = 9{,}24$, $\sqrt{104{,}25} = 10{,}21$.

17066-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το σώμα μάζας m_1 διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχοντας αποκτήσει ταχύτητα u_1 αμέσως μετά την έκρηξη. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το σημείο Γ της έκρηξης έως το άπειρο για το σώμα m_1:

$$ΔK = W_w$$

$$0 - \frac{1}{2} \bullet m_1 \bullet u_1^2 = m_1 \bullet (V_{αρχ} - V_{τελ})$$

$$-\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = (-G \bullet \frac{M_Γ}{3R_Γ} - 0) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = \frac{g_0 R_Γ^2}{3R_Γ} \rightarrow u_1^2 = \frac{2 \bullet g_0 \bullet R_Γ}{3} \rightarrow$$

$$u_1 = 6{,}53 \bullet 10^3\ m/s.$$

Μονάδες 6

4.2. Θεωρούμε τη διάρκεια της έκρηξης πολύ μικρή και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$$

$$M \bullet u = m_1 \bullet u_1 + m_2 \bullet 0 \rightarrow M \bullet u = \frac{2M}{3} \bullet u_1$$

Επομένως: $u = \frac{2u_1}{3} = 4{,}35 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος m_2 από το σημείο Γ έως την επιφάνεια της Γης:

17066-Λύση

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 - 0 = m_2 \bullet \left(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda} \right)$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 = m_2 \bullet (-G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma})$

$\frac{1}{2} \bullet u_2^2 = +2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_2^2 = \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow$

$u_2 = 9{,}24 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από την επιφάνεια της Γης έως το σημείο Γ λίγο πριν την έκρηξη:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - \frac{1}{2} \bullet M \bullet u_0^2 = M \bullet (V_A - V_\Gamma)$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

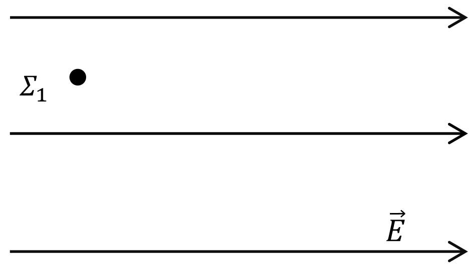
$u^2 - u_0^2 = -4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_0^2 = u^2 + 4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow$

$u_0^2 = u^2 + \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow u_0 = 10{,}21 \bullet 10^3\ m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 17169

Σωματίδιο Σ_1 μάζας $m = 10^{-3}$ kg και φορτίου $q = 10^{-5}$ C αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3$ N/C. Το σωματίδιο μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του σωματιδίου όταν αυτό έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σωματίδιο και της τελικής του θέσης (μετά από $d = 20$ m).

Μονάδες 4

Όταν το σωματίδιο Σ_1 διανύσει την απόσταση $d = 20$ m, συναντά δεύτερο σωματίδιο Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά.

4.3. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σωματιδίου δεδομένου ότι κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου Σ_1.

Μονάδες 6

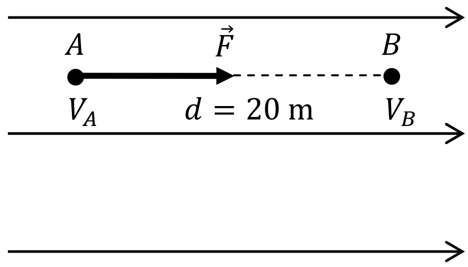
4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σωματίδιο, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1 (όταν το σωματίδιο Σ_1 έχει διανύσει και πάλι την απόσταση $d = 20$ m), το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

17169-Λύση



4.1. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{\alpha} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } \boldsymbol{\alpha = 10\ \frac{m}{s^2}} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2\ \text{s} \quad (3)$$

$$\text{και } \upsilon = \alpha\Delta t \xrightarrow{(2),(3)} \boldsymbol{\upsilon = 20\ \frac{m}{s}} \quad (4)$$

Μονάδες 8

4.2. Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta V = 2 \cdot 10^4\ V} \quad (5)$$

Μονάδες 4

4.3. Έστω m' η μάζα του σωματιδίου Σ_2 και V η ταχύτητα του συσσωματώματος. Για την πλαστική κρούση των δύο σωματιδίων από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$m\upsilon = (m + m')V \quad (6)$$

Το ποσοστό απώλειας της μηχανικής ενέργειας είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ ή } -75\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ και τελικά } \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{1}{4} \quad (7)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε

$$\frac{\frac{1}{2}(m + m')V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{(m + m')\left(\frac{m\upsilon}{m + m'}\right)^2}{m\upsilon^2} = \frac{1}{4}$$

και τελικά

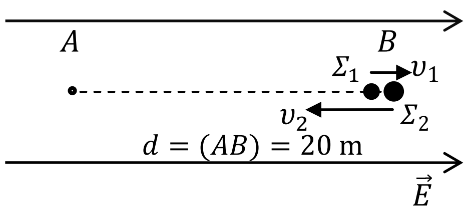
$$m' = 3m \text{ ή } \boldsymbol{m' = 3 \cdot 10^{-3}\ kg} \quad (8)$$

Μονάδες 6

4.4. Η κρούση των δύο σωματιδίων γίνεται στο σημείο B αφού το σώμα Σ_1 έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m.

Η ταχύτητα του φορτισμένου σημειακού σώματος Σ_1 πριν τη κρούση είναι

$$\upsilon_1 = 20\ \frac{m}{s} \quad \text{(ερώτημα 4.1.)}$$

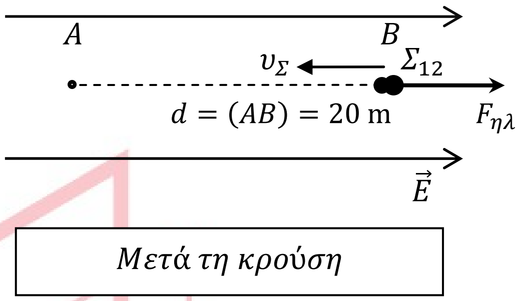


Πριν τη κρούση

17169-Λύση

Έστω υ_2 η ζητούμενη ταχύτητα του σώματος Σ_2. Μετά τη κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα υ_Σ με φορά προς το σημείο A.

Εφαρμόζουμε για το συσσωμάτωμα το Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των σημείων B και A (στο σημείο A το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα).



$$K_A - K_B = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_B = -F_{\eta\lambda} d \Rightarrow$$

$$K_B = Eqd \ (9)$$

Αλλά δεδομένου ότι $m_\Sigma = 4m$ έχουμε

$$K_B = \frac{1}{2} 4m\upsilon_\Sigma^2 \ (10)$$

Από τις σχέσεις (9) και (10) έχουμε τελικά

$$\upsilon_\Sigma = \sqrt{\frac{Eqd}{2m}} \text{ ή } \upsilon_\Sigma = 10\ \frac{\mathrm{m}}{s} \ (11)$$

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \text{ (και θεωρώντας τη φορά προς τα αριστερά ως θετική)}$$

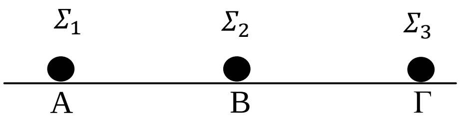
$$3m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 4m\upsilon_\Sigma$$

και τελικά

$$\upsilon_2 = \frac{4\upsilon_\Sigma + \upsilon_1}{3} \ \text{ ή } \ \boldsymbol{\upsilon_2 = 20\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 17170



Τρία σημειακά σωματίδια Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται σε ευθεία, στις θέσεις Α, Β και Γ ενός οριζοντίου μονωτικού επιπέδου μεγάλων διαστάσεων. Για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r = 3\ \mathrm{m}$. Οι μάζες των σωματιδίων είναι $m_1 = m_3 = m = 3 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}$, ενώ για τα φορτία τους ισχύει: $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Ποιο από τα φορτία του παραπάνω συστήματος δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, όταν τα σωματίδια βρίσκονται στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί αρχικά;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.3. Αφήνουμε τα φορτία Σ_1 και Σ_3 ελεύθερα να κινηθούν ενώ το Σ_2 παραμένει στην αρχική του θέση. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν θα έχουν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση.

Μονάδες 8

Επαναφέρουμε τα φορτία στις αρχικές τους θέσεις. Ακινητοποιούμε τα Σ_1 και Σ_3 στις θέσεις Α και Γ και τα κρατάμε σταθερά σε αυτές και εκτοξεύουμε το Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\sqrt{21}\ \mathrm{m/s}$ (σε διεύθυνση διαφορετική από την ευθεία στην οποία βρίσκονται τα τρία φορτία).

4.4. Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το Σ_2 φτάνει στο άπειρο;

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

17170-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι

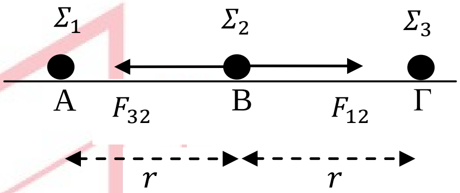
$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 75\,\mathrm{J}} \;\; (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το φορτίο Σ_2 δέχεται από τα φορτία Σ_1 και Σ_3 αντίθετες δυνάμεις μέτρου



$$F_{12} = F_{32} = k_c \frac{q^2}{r^2}$$

όπου $q_1 = q_2 = q_3 = q$ και $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r$

Μονάδες 4

4.3. Το σύστημα των τριών σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_3 \upsilon_3 \xRightarrow{m_1 = m_3 = m} \upsilon_1 = \upsilon_3 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_3 = K \;\; (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \frac{\mathbf{75}}{\mathbf{2}}\,\mathbf{J}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 50\,\frac{m}{s}}$$

Μονάδες 8

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{3,\alpha\rho\chi} + U = K_{3,\tau\varepsilon\lambda} + U_{13} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon_0^2 + U = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + k_c \frac{q^2}{2r}$$

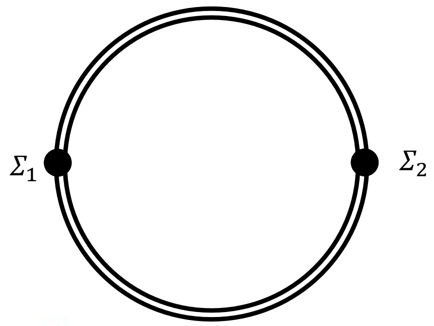
και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = 120\,\frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17171



Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$ και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1\ \mathrm{g}$ μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3\ \mathrm{m}$, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.

4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 6

4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.

4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

Μονάδες 7

4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

17171-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 15\ \mathrm{J}}\ \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m} \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \ \text{ και τελικά } \ K_1 = K_2 = K\ \ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}\ \mathbf{J}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \ \text{ και τελικά } \ \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{100}\sqrt{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \upsilon_0 - m_2 \upsilon_0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m}$$

$$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \ \text{ και τελικά } \ K_1 = K_2 = K\ \ (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(3)} 2\frac{1}{2} m \upsilon_0^2 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = 20\ \mathrm{J}}$$

αλλά

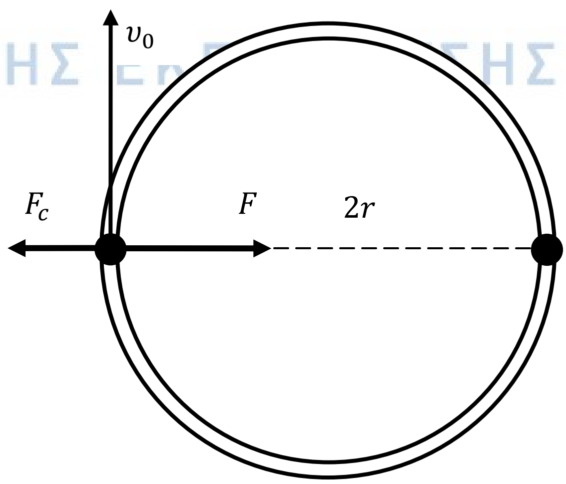
$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \ \text{ και τελικά } \ \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{200}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 7

4.4. Για να εκτελεί το σωματίδιο ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι κάθετες στην ταχύτητά του και να ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu o\lambda o\varsigma} \Rightarrow F - F_c = \frac{m \upsilon_0^2}{r} \Rightarrow$$

$$F = k_c \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} + \frac{m \upsilon_0^2}{r}$$



Όπου F_c η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων και F η δύναμη που ασκείται από τις κυκλικές ράγες.

Με αντικατάσταση έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathbf{65}}{\mathbf{6}}\ \mathbf{N}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινείται πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο, λείο δάπεδο και συγκρούεται μετωπικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται έχει κινητική ενέργεια ίση με το 20% της κινητικής ενέργειας που είχε το σώμα Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$ **(β)** $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4}$ **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$

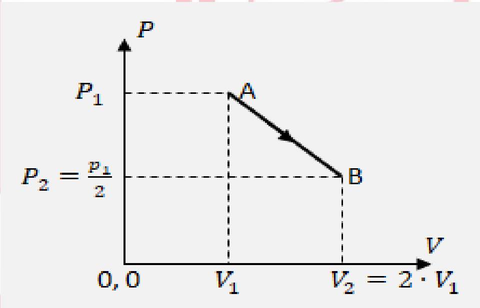
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο V_1 και πίεση P_1 (κατάσταση Α). Με μια αντιστρεπτή εκτόνωση το αέριο μεταβαίνει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο $V_2 = 2 \cdot V_1$ και πίεση $P_2 = \frac{P_1}{2}$ (κατάσταση Β).



Στο διάγραμμα πίεσης-όγκου αποδίδονται οι καταστάσεις ισορροπίας Α και Β του αερίου και η αντιστρεπτή μεταβολή (ΑΒ). Κατά τη διάρκεια της αντιστρεπτής μεταβολής (ΑΒ), το αέριο ανταλλάσσει θερμότητα Q με το περιβάλλον, η οποία είναι ίση με:

(α) $Q = P_1 \cdot V_1$, **(β)** $Q = \frac{1}{2} \cdot P_1 \cdot V_1$, **(γ)** $Q = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

18913-Λύση

ΘΕΜΑ 2

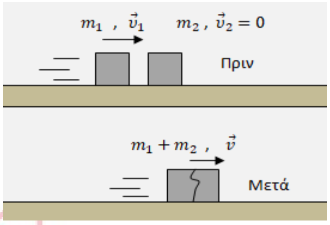
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την μετωπική πλαστική κρούση τους:



$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}, \qquad m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot v, \qquad v = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot v_1 \qquad (1)$$

Δίνεται από την εκφώνηση, ότι ισχύει η σχέση:

$$K_{\mu\varepsilon\tau\alpha} = \frac{20}{100} \cdot K_{\pi\rho\iota\nu}, \quad \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2, \qquad (2)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{m_1+m_2} = \frac{1}{5} \cdot m_1 \cdot v_1^2, \quad m_1 + m_2 = 5 \cdot m_1, \quad m_2 = 4 \cdot m_1$$

Έτσι τελικά $\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4 \cdot m_1} = \frac{1}{4}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

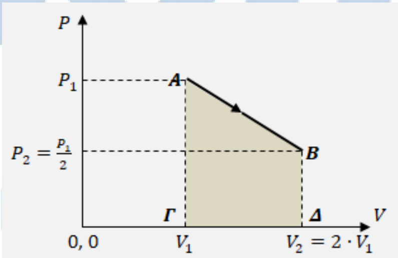
Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, για την αντιστρεπτή εκτόνωση (ΑΒ), του αερίου:

$$Q = \Delta U + W$$

Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του ιδανικού μονοατομικού αερίου, ισχύει:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1) = \frac{3}{2} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) = 0$$

Υπολογίζουμε το έργο του αερίου κατά την αντιστρεπτή εκτόνωση, ως εμβαδό του σχήματος (ΑΒΔΓ) (τραπεζίου), το οποίο δημιουργείται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής σε άξονες πίεσης – όγκου και τον άξονα όγκων:



$$W = \frac{[(A\Gamma) + (B\Delta)] \cdot (\Gamma\Delta)}{2} = \frac{(P_1 + \frac{P_1}{2}) \cdot (2 \cdot V_1 - V_1)}{2} = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Οπότε τελικά προκύπτει:

$$Q = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 19230

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε θερμοκρασία 25°C. Εάν η θερμοκρασία του αερίου γίνει 50°C, τότε η εσωτερική του ενέργεια:

(α) θα παραμείνει σταθερή , **(β)** θα διπλασιαστεί , **(γ)** τίποτα από τα δύο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα (με $m_1 \neq m_2$), στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο, πάνω σε ένα οριζόντιο παγοδρόμιο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι με ταχύτητες σταθερού μέτρου. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή οι αποστάσεις που έχουν διανύσει είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα. Αν αγνοήσουμε όλων των ειδών τις τριβές τότε ισχύει:

(α) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_1}{m_2}$, **(β)** $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$, **(γ)** $\frac{x_1}{x_2} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19230-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4

2.1.Β. Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Αρχικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια είναι:

$$T_1 = (273 + 25)\ K = 298\ K \text{ και } U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1$$

Τελικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια γίνεται:

$$T_1 = (273 + 50)\ K = 323\ K \text{ και } U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_2$$

Οπότε για την σχέση των εσωτερικών ενεργειών θα ισχύει:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{323}{288} \cong 1{,}08 \text{ Άρα, } U_2 \cong 1{,}08 \cdot U_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο παγοδρόμων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το παγοδρόμιο είναι αντίθετες, οπότε είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (1) \text{όπου,}$$

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των παγοδρόμων με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Οι παγοδρόμοι απομακρυνόμενοι εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει οι παγοδρόμοι x_1 και x_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Παγοδρόμος 1: $x_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Παγοδρόμος 2: $x_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ (4)

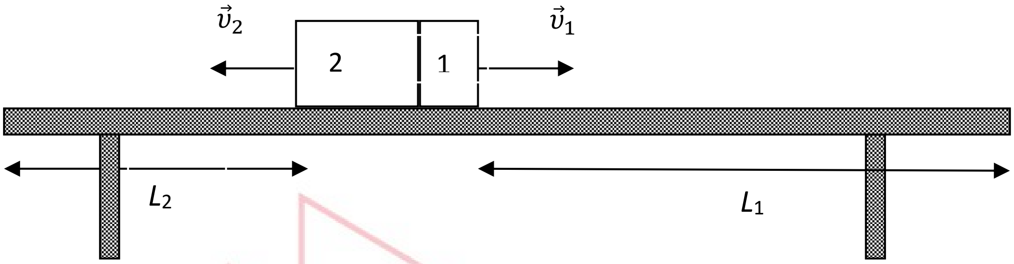
Συνδυάζοντας τις (1) και (4) προκύπτει το ζητούμενο: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$

Μονάδες 9

19232

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Σώμα βρίσκεται αρχικά ακίνητο και απέχει αποστάσεις L_1 και L_2 από τις άκρες ενός λείου, οριζόντιου τραπεζιού. Κάποια στιγμή το σώμα εκρήγνυται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_2 = 4 \cdot m_1$. Αν τα δύο κομμάτια φτάνουν ταυτόχρονα στις άκρες του τραπεζιού, τότε ισχύει:

(α) $L_1 = \frac{L_2}{4}$, **(β)** $L_1 = 4 \cdot L_2$, **(γ)** $L_1 = 2 \cdot L_2$

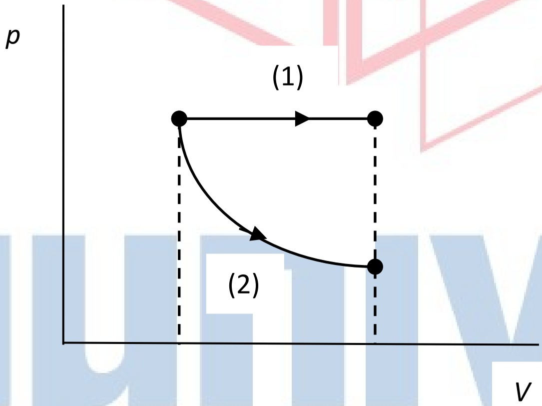
2.1.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται με τους δύο διαφορετικούς τρόπους που φαίνονται στο σχήμα: (1) με ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή και (2) με ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή. Για τη θερμότητα που απορροφά το αέριο σε κάθε περίπτωση ισχύει:

(α) $Q_1 > Q_2$, **(β)** $Q_1 < Q_2$, **(γ)** $Q_1 = Q_2$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19232-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την έκρηξη δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το τραπέζι είναι αντίθετες, οπότε το σύστημα των κομματιών στα οποία σπάει το σώμα είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } m_1 \cdot \upsilon_1 = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \upsilon_1 = 4 \cdot \upsilon_2 \text{ (1) όπου,}$$

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των κομματιών με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Τα κομμάτια απομακρυνόμενα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει L_1 και L_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Κομμάτι 1: $L_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Κομμάτι 2: $L_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη και χρησιμοποιώντας την (1) έχουμε: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 4$ ή $L_1 = 4 \cdot L_2$

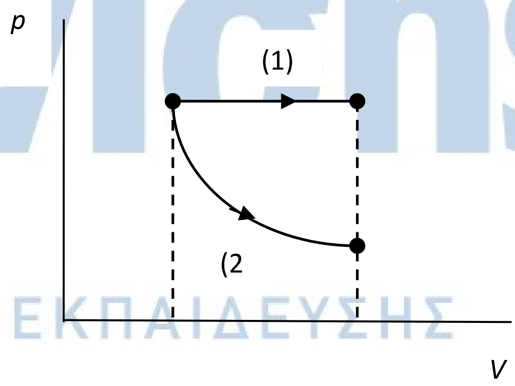
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α).**

Μονάδες 4

2.2.Β. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V. Όπως προκύπτει από το σχήμα το έργο στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισόθερμη μεταβολή (2):



$$W_1 > W_2$$

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι θετική γιατί έχουμε εκτόνωση ($\Delta V > 0$):

$\Delta U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V$. Εφόσον $\Delta V > 0$ και $\Delta U > 0$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στις ισόθερμες μεταβολές είναι μηδενική καθώς η θερμοκρασία δεν αλλάζει, οπότε: $\Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0$.

Εφαρμόζοντας τον 1^{ο} Θερμοδυναμικό νόμο για κάθε μεταβολή έχουμε:

Μεταβολή (1): $Q_1 = W_1 + \Delta U_1$ και Μεταβολή (2): $Q_2 = W_2 + \Delta U_2$

Εφόσον $W_1 > W_2$ και $\Delta U_1 > \Delta U_2$ ισχύει και $Q_1 > Q_2$. **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ 2

19480

2.1. Πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο βρίσκεται ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και θετικού φορτίου q_1. Στο ίδιο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο και σε απόσταση r από το σώμα Σ_1 βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m_1$ και αρνητικού φορτίου q_2. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι K_1 και K_2 αντίστοιχα.

Ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = 1$ **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος Η με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ και εκτελεί οριζόντια βολή με βεληνεκές S. Αν εκτοξεύσουμε οριζόντια το ίδιο σώμα από το ίδιο σημείο με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές:

α) παραμένει ίδιο **β)** διπλασιάζεται **γ)** τετραπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19480-Λύση

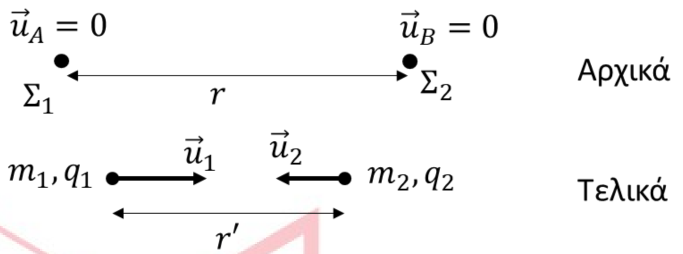
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ από την αρχική στην τελική κατάσταση του συστήματος.

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 u_1 - m_2 u_2 \;\Rightarrow\; m_1 u_1 = m_2 u_2 \;\Rightarrow\; m_1 u_1 = 2m_1 u_2 \;\Rightarrow\; u_1 = 2u_2$

Επομένως, $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 u_1^2}{\frac{1}{2}m_2 u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 \cdot 4u_2^2}{2m_1 \cdot u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = 2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την οριζόντια βολή, στον κατακόρυφο άξονα Y το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν t_π είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος, τότε: $H = \frac{1}{2} g \cdot {t_\pi}^2$

Το χρονικό διάστημα t_π εξαρτάται μόνο από το ύψος H και το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας, επομένως είναι ίδιο ανεξάρτητα από την τιμή της οριζόντιας ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το σώμα.

Στον οριζόντιο άξονα X το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_1 = \upsilon_0 \cdot t_\pi$

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_2 = 2\upsilon_0 \cdot t_\pi$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, $S_2 = 2S_1$.

Επομένως, το βεληνεκές διπλασιάζεται όταν εκτοξεύσουμε το σώμα με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$.

19480-Λύση

$x = \upsilon_0 \cdot t$ (1)

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος μετατοπίζεται οριζόντια κατά $x = s$ σε χρόνο πτώσης $t = t_\pi$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχω

Με απαλοιφή του χρόνου πτώσης t_π από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$H = \frac{g \cdot S^2}{2\upsilon_0^2} \Longrightarrow S = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρώ ότι το βεληνεκές S είναι ανάλογο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας, επομένως, όταν διπλασιαστεί η αρχική ταχύτητα θα διπλασιαστεί και το βεληνεκές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

19486

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_o = 30\frac{m}{s}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1, σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1.

Μονάδες 6

4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2, τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{v}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

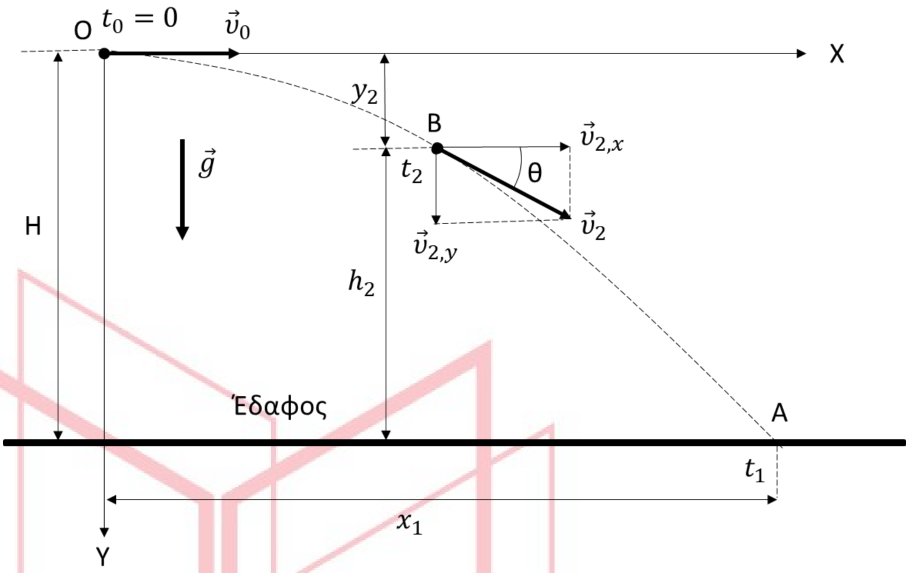
Μονάδες 6

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 4) και τη μεταβολή της ορμής του μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 3).

Μονάδες 7

19486-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα X είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Y ελεύθερη πτώση.
Για τη θέση Α:

$$y_1 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t_1 = 6s$$

$$x_1 = v_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 180\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη θέση Β.

$$y_2 = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \Rightarrow y_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2\ m \Rightarrow y_2 = 45\ m$$

Όμως, $h_2 = H - y_2 \Rightarrow h_2 = (180 - 45)\ m \Rightarrow h_2 = 135\ m$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας: $\vec{v}_2 = \vec{v}_{2x} + \vec{v}_{2y}$

$$v_{2x} = v_0 \Rightarrow v_{2x} = 30 \frac{m}{s} \quad \text{και} \quad v_{2y} = g \cdot t_2 \Rightarrow v_{2y} = 3 \cdot 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_{2y} = 30 \frac{m}{s}$$

Επομένως,

$$v_2 = \sqrt{v_{2x}^2 + v_{2y}^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{30^2 + 30^2}\ \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_{2x}}{v_{2y}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{30}{30} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^o$$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_2, όπως και κάθε χρονική στιγμή από $t_0 = 0$ έως t_1, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = 1 \cdot 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Επίσης, $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot (t_2 - 0) \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot t_2$

Επομένως, η μεταβολή της ορμής από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = 1 \cdot 10 \cdot 3\ \frac{Kg \cdot m}{s} \Longrightarrow \Delta p_2 = 30\ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19488

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\,Kg$, από σημείο O που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\,m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_o = 10\,\frac{m}{s}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο O ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\,Kg$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Μονάδες 6

4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\,s$.

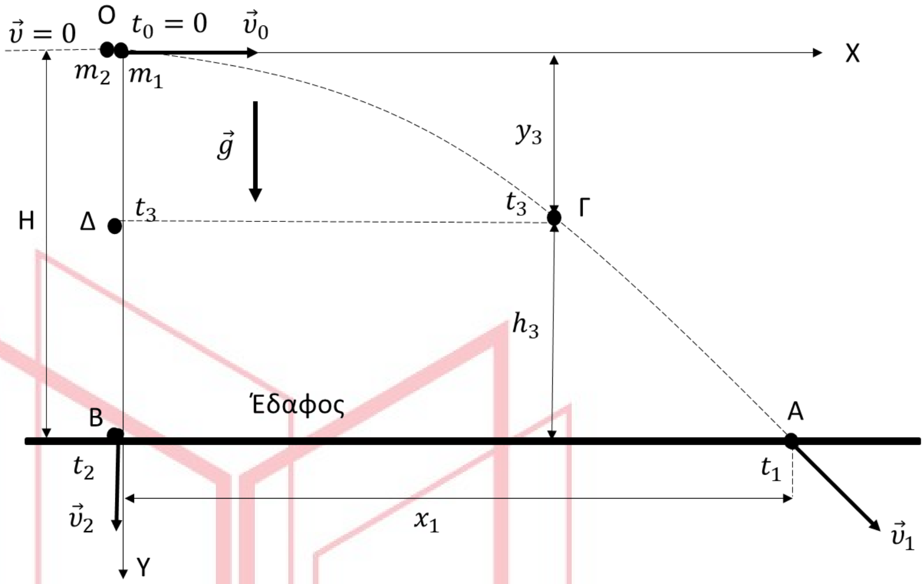
Μονάδες 6

4.4. Τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19488-Λύση



4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα X είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Y ελεύθερη πτώση. Το σώμα μάζας m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Για τη θέση Α:

$y_1 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \implies$

$\implies t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_1 = 3s$

Για τη θέση Β:

$y_2 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = H \implies t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} s \implies t_2 = 3s$

Παρατηρούμε ότι $t_1 = t_2 = 3s$. Αυτό οφείλεται στο ότι τα δύο σώματα εκτελούν την ίδια κίνηση στον άξονα Υ.

Μονάδες 6

4.2. Αφού τα δύο σώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα την ίδια κίνηση στον κατακόρυφο άξονα Y και από το ίδιο ύψος, θα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στην ίδια κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος, ενώ η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση αυξάνει συνέχεια λόγω της οριζόντιας κίνησης του σώματος μάζας m_1 στον οριζόντιο άξονα X. Η απόσταση των δύο σωμάτων είναι μέγιστη τη στιγμή που φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος και είναι ίση με x_1.

$x_1 = v_0 \cdot t_1 \implies x_1 = 10 \cdot 3\, m \implies x_1 = 30\, m$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_3 τα δύο σώματα έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση y_3.

$y_3 = \frac{1}{2} g \cdot t_3^2 \implies y_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\, m \implies y_3 = 5\, m$

Όμως, $h_3 = H - y_3 \implies h_3 = (45 - 5)\, m \implies h_3 = 40\, m$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \implies \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = σταθερό$

Επομένως, $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \implies \Delta\vec{p} = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$\Delta p_1 = m_1 \cdot g \cdot t_1 \implies \Delta p_1 = 1 \cdot 10 \cdot 3\, \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p_1 = 30\, \frac{Kg \cdot m}{s}$

Το ίδιο ισχύει για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2. Δηλαδή, έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = m_2 \cdot g \cdot t_2 \Rightarrow \Delta p_2 = 2 \cdot 10 \cdot 3 \ \frac{Kg \cdot m}{s} \Rightarrow \Delta p_2 = 60 \ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19490

Δύο φορτισμένα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 10^{-6} Kg$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-6} Kg$ και ηλεκτρικά φορτία $q_1 = -5\mu C$ και $q_2 = -10\mu C$ αντίστοιχα. Τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το Σ_1 με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει κατεύθυνση προς το Σ_2 και μέτρο $\upsilon_0 = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. Το σωματίδιο Σ_2 συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό.
Η αντίσταση του αέρα, οι τριβές και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση r_1, από το Σ_2, στην οποία θα φτάσει το Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 που τα σωματίδια βρίσκονται σε απόσταση r_1 απελευθερώνουμε το σωματίδιο Σ_2.

4.2. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{a_1}{a_2}$ των μέτρων των επιταχύνσεων των δύο σωματιδίων αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η απόσταση των σωματιδίων είναι $r_2 = 3r_1$.

Μονάδες 8

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2.

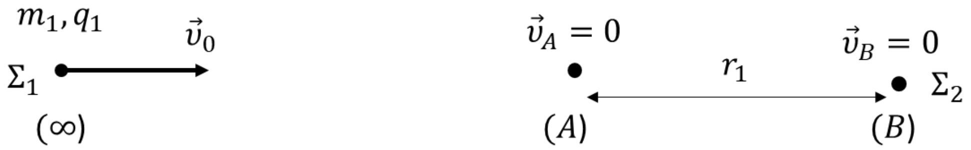
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

19490-Λύση

4.1.

Έστω Α το σημείο στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του Σ_1. Στη θέση αυτή η απόσταση των δύο σωματιδίων είναι η ελάχιστη.



Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 από το (∞) στο (Α).

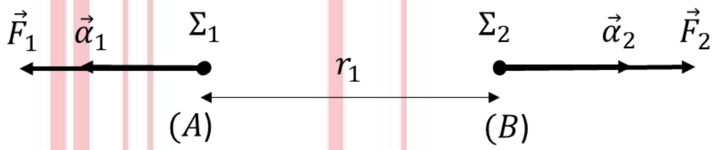
$$\Delta K = W_{\infty\to A} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1(V_\infty - V_A) \Rightarrow -\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1\left(0 - K_C\frac{q_2}{r_1}\right) \Rightarrow r_1 = \frac{2K_C q_1 q_2}{m_1\upsilon_0^2}$$

Επομένως, $r_1 = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot(-5\cdot 10^{-6})\cdot(-10\cdot 10^{-6})}{10^{-6}\cdot 9\cdot 10^8}m \Rightarrow r_1 = 10^{-3}m$

Μονάδες 6

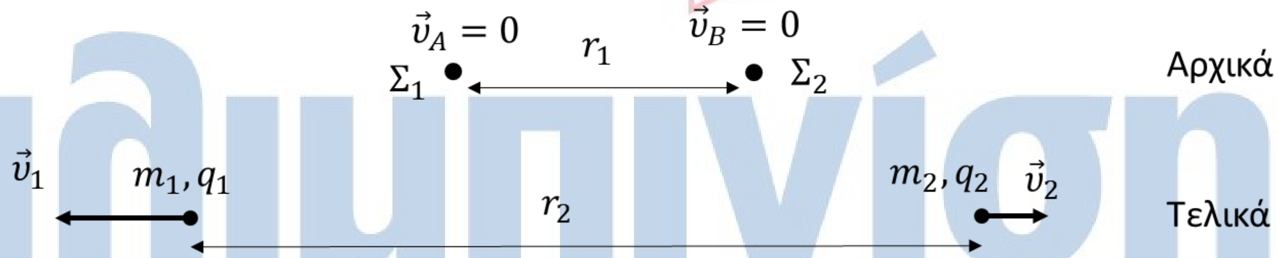
4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωματιδίων είναι αντίθετες γιατί είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $F_1 = m_1 a_1$ και $F_2 = m_2 a_2$. Επομένως,

$m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$.



Μονάδες 6

4.3.



Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο αφού $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Σύμφωνα με την ΑΔΟ:

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (1)

Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων είναι διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_C\frac{q_1 q_2}{r_1} = K_C\frac{q_1 q_2}{r_2} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_C q_1 q_2}{9m_1 r_1}}$

Με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon_2 = 10^4\frac{m}{s}$, επομένως $\upsilon_1 = 2\cdot 10^4\frac{m}{s}$.

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = F_1$ και $\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = F_2$, επομένως: $\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 5 \cdot 10^4 N$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

19652

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ακτίνας R, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η περίοδος της κίνησης του σώματος είναι ίση με T. Αν το σώμα αυτό, κινηθεί σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας και η περίοδος περιστροφής παραμείνει η ίδια, τότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της νέας κίνησης θα:

(α) διπλασιαστεί.
(β) υποδιπλασιαστεί.
(γ) παραμείνει το ίδιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σφαίρα Α, μάζας $m_1 = m$,που κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, διπλάσιας μάζας ($m_2 = 2 \cdot m_1$), που βρίσκεται στο ίδιο δάπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

(α) $\frac{K}{4}$, **(β)** $\frac{K}{3}$, **(γ)** $\frac{3 \cdot K}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19652-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η γραμμική ταχύτητα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Αν $R' = 2 \cdot R$, τότε η γραμμική ταχύτητα γίνεται:

$$\upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot R'}{T}, \quad \upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \upsilon$$

Άρα, θα διπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$m \cdot \upsilon = (m + 2 \cdot m) \cdot v, \quad v = \frac{\upsilon}{3}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m + 2 \cdot m) \cdot v^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m \cdot \upsilon^2, \quad K_\sigma = \frac{K}{3}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19653

2.1. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK) του σώματος, κατά τη χρονική διάρκεια που διανύει ένα ημικύκλιο, ισούται με:

(α) 0.
(β) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$.
(γ) $m \cdot \upsilon^2$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα m_1 και το δεύτερο m_2, ενώ τα δύο κομμάτια εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2 αντίστοιχα.
Αν γνωρίζετε ότι το βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, οι μάζες m_1 και m_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19653-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, συνεπώς, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό.

Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2.$$

Άρα, και η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}, \quad \Delta K = K - K, \quad \Delta K = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}\ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \quad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_1, \ \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda}, \ \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2,$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2, \ m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot 2 \cdot \upsilon_1, \ m_1 = 2 \cdot m_2, \ \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20047

2.1. Δύο σημειακά αντικείμενα 1 και 2, τα οποία κινούνται στην ευθεία που ορίζουν, συγκρούονται. Αν $|\Delta p_1|$ είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 1 και $|\Delta p_2|$ το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 2 κατά τη διάρκεια της κρούσης τους, τότε:

(α) $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, **(β)** $|\Delta p_1| = -|\Delta p_2|$, **(γ)** $|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = 0$

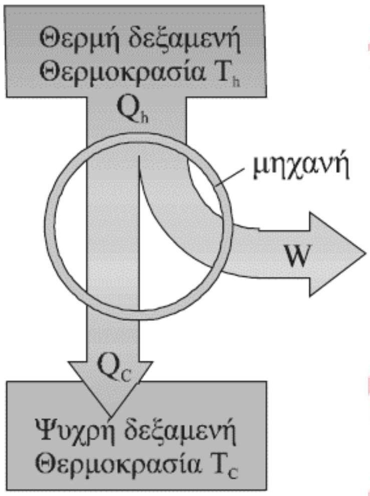
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η αρχή λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα. Ισχύει:



(α) $Q_h = Q_c$, **(β)** $|Q_c| < Q_h$, **(γ)** $Q_h < |Q_c|$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20047-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2',\ p_1 - p_1' = p_2' - p_2,\ -\Delta p_1 = \Delta p_2,\ |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η θερμότητα Q_c, δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική. Η θερμότητα Q_h, δηλαδή η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετική. Το έργο W, που παράγεται σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετικό. Έτσι, από τη μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας για τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής: $Q_h = |Q_c| + W$, $|Q_c| < Q_h$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20048

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινούμενο με ταχύτητα υ, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σημειακό αντικείμενο μάζας M, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι 75%, τότε :

(α) $M = 3 \cdot m$, **(β)** $M = m$, **(γ)** $M = \frac{m}{3}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 10000 J από τη θερμή δεξαμενή θερμότητας και έχει απόδοση 50%. Η θερμότητα που αποβάλλει η θερμική μηχανή, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, στην ψυχρή δεξαμενή θερμότητας είναι:

α) $5000\,J$, **(β)** $10000\,J$, **(γ)** $2500\,J$

2.2.Α.
Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20048-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot v \,,\, v = \frac{m \cdot \upsilon}{M + m} \, [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{M + m} \cdot \upsilon^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \left(1 - \frac{m}{M + m}\right) [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = 75\%,\, 1 - \frac{m}{M + m} = \frac{3}{4},\, \frac{m}{M + m} = \frac{1}{4},\, M = 3 \cdot m$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει:

$$\alpha = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h},\, \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \alpha = 0{,}5,\, |Q_c| = 0{,}5 \cdot Q_h = 5000\, J$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 20110

Ακίνητο πυροβόλο, βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, στην άκρη γκρεμού και σε ύψος H από οριζόντιο έδαφος. Από το πυροβόλο αυτό, του οποίου η μάζα είναι $M = 100\text{Kg}$, εκτοξεύεται βλήμα μάζας $m = 5\text{Kg}$ με οριζόντια ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_o = 100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4.1. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση, θεωρώντας ότι αυτή διαρκεί αμελητέο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

4.2. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

4.3. Το βλήμα που εκτοξεύτηκε, εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 50\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το βλήμα φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε το ύψος H, από το οποίο εκτοξεύτηκε το βλήμα καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

ΘΕΜΑ 4

20110-Λύση

4.1. Για το μονωμένο σύστημα πυροβόλο – βλήμα η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = -M \cdot v + m \cdot v_{0,} \quad v = \frac{m \cdot v_0}{M}, v = \frac{5 \cdot 100}{100}\frac{m}{s}, \qquad v = 5\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \quad 0 - K_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 - T \cdot \Delta x, \qquad -K_{\alpha\rho\chi} = -\mu \cdot N \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \mu \cdot M \cdot g \cdot \Delta x, \qquad \Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}, \quad \Delta x = 2{,}5m$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}, \qquad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0,$$

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad v^2 = v_o^2 + g^2 \cdot t^2, \qquad \left(50\sqrt{5}\right)^2 = 100^2 + 10^2 \cdot t^2, \qquad t = 5s$$

Μονάδες 7

4.4. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \ , \qquad H = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2 m, \quad H = 125m$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = v_o \cdot t, \qquad S = v_o \cdot t_{o\lambda}, \ S = 100 \cdot 5\, m, \qquad S = 500m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20112

Βλήμα μάζας $m = 0{,}02\text{Kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 200\ \frac{m}{s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο στόχο μάζας $M = 0{,}98\text{Kg}$, που βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο τραπέζι, σε ύψος $H = 1{,}25\text{m}$, από οριζόντιο δάπεδο. Να βρεθεί:

4.1. η ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως, μετά την κρούση,

Μονάδες 6

4.2. η μεταβολή της ορμής του βλήματος, κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης,

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα, αν γνωρίζετε ότι η κρούση διαρκεί 0,01s.

Μονάδες 7

4.4. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα ξεπερνά την άκρη του τραπεζιού. Να προσδιορίσετε το χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το συσσωμάτωμα στο δάπεδο, καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4

20112-Λύση

4.1. Για το μονωμένο σύστημα, βλήμα – ξύλινος στόχος, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot v, \quad v = \frac{m \cdot \upsilon}{M + m}, \qquad v = \frac{0{,}02 \cdot 200}{0{,}98 + 0{,}02}\frac{m}{s}, \qquad v = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη μεταβολή της ορμής είναι:

$$\Delta\vec{p}_{\beta\lambda} = \overrightarrow{p'}_{\beta\lambda} - \vec{p}_{\beta\lambda}, \qquad \Delta p_{\beta\lambda} = p'_{\beta\lambda} - p_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot V - m \cdot \upsilon, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot (V - \upsilon),$$

$$\Delta p_{\beta\lambda} = 0{,}02 \cdot (4 - 200) Kg\frac{m}{s}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = -3{,}92 Kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Για το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα είναι:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad F = \frac{3{,}92}{0{,}01}N, \quad F = 392N$$

Μονάδες 7

4.4. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad 1{,}25 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = 0{,}5s$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o \cdot t, \qquad S = V \cdot t_{o\lambda}, \quad S = 4 \cdot 0{,}5\, m, \qquad S = 2m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20113

Ένα μικρό σώμα, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, δεμένο στο άκρο νήματος, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\frac{m}{s}$. Αν το σώμα έχει μάζα $m_1 = 0{,}1Kg$, και το μήκος του νήματος είναι ίσο με $\ell = \frac{1}{\pi}m$, να προσδιορίσετε:

4.1. την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής τροχιάς του σώματος,

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος και της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται.

Μονάδες 6

4.3. Όταν το σώμα εκτελεί μία πλήρη περιστροφή το νήμα κόβεται και αυτό κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο τραπέζι. Στην πορεία του συναντά ένα δεύτερο, ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 0{,}9Kg$, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να προσδιορίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος, εξαιτίας της κρούσης του με το δεύτερο σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

20113-Λύση

4.1. Για την περίοδο είναι:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot \ell}{\upsilon}, \qquad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\pi}}{20} s, \qquad T = 0{,}1s$$

Για τη συχνότητα:

$$f = \frac{1}{T}, \qquad f = 10Hz$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}, \qquad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}1} \frac{rad}{s}, \quad \omega = 20 \cdot \pi \frac{rad}{s},$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ίση με:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{\ell}, \quad \alpha_\kappa = \frac{20^2}{\frac{1}{\pi}} \frac{m}{s^2}, \qquad \alpha_\kappa = 400 \cdot \pi \frac{m}{s^2}$$

Κεντρομόλος δύναμη:

$$F_\kappa = m_1 \cdot \alpha_\kappa, \qquad F_\kappa = 0{,}1 \cdot 400 \cdot \pi\, N, \qquad F_\kappa = 40 \cdot \pi\, N,$$

Μονάδες 6

4.3.

Για το μονωμένο σύστημα, των δύο σωμάτων, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m_1 \cdot \upsilon = (m_1 + m_2) \cdot V, \quad V = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}, \qquad V = \frac{0{,}1 \cdot 20}{0{,}1 + 0{,}9} \frac{m}{s}, \qquad V = 2\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \overrightarrow{p'}_1 - \vec{p}_1, \qquad \Delta p_1 = p'_1 - p_1, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot \upsilon, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot (V - \upsilon),$$

$$\Delta p_1 = 0{,}1 \cdot (2 - 20) Kg\frac{m}{s}, \quad \Delta p_1 = -1{,}8\, Kg\frac{m}{s}$$

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1, \qquad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (V^2 - \upsilon^2),$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (2^2 - 20^2)\, J, \qquad \Delta K_1 = -19{,}8J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

20231

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται μέσα σε δοχείο με σταθερά τοιχώματα σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, με απόλυτη θερμοκρασία T_1 και πίεση p_1. Τριπλασιάζουμε την απόλυτη θερμοκρασία T του αερίου.

Στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας του αερίου, για τη πίεσή του p_2, θα ισχύει:

(α) $p_2 = \frac{p_1}{3}$, **(β)** $p_2 = p_1$, **(γ)** $p_2 = 3\,p_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο με μάζα M κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ πάνω σε οριζόντιο δρόμο. Στη πορεία του συναντά ακίνητο κιβώτιο πού έχει μάζα $m_1 = \frac{M}{20}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Το συσσωμάτωμα, αυτοκίνητο-κιβώτιο, αποκτά ταχύτητα $\vec{V}$, αμέσως μετά τη κρούση.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αυτοκινήτου κατά την κρούση είναι ίσο με:

(α) $\frac{4\,M\upsilon}{21}$, **(β)** $\frac{2\,M\upsilon}{21}$, **(γ)** $\frac{M\upsilon}{21}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20231-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το δοχείο έχει σταθερά τοιχώματα, οπότε πρόκειται για ισόχωρη μεταβολή. Συνεπώς:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

και αφού τριπλασιάστηκε η απόλυτη θερμοκρασία θα ισχύει:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{3T_1} \Rightarrow$$

$$p_2 = 3\,p_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με την ίδια φορά που είχε το αυτοκίνητο. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται πριν και μετά τη σύγκρουση, συνεπώς:

$$M \cdot \upsilon = (M + m_1) \cdot V \text{ ή}$$

$$M \cdot \upsilon = \left(M + \frac{M}{20}\right) \cdot V \text{ ή}$$

$$M \cdot \upsilon = \frac{21M}{20} V \text{ ή}$$

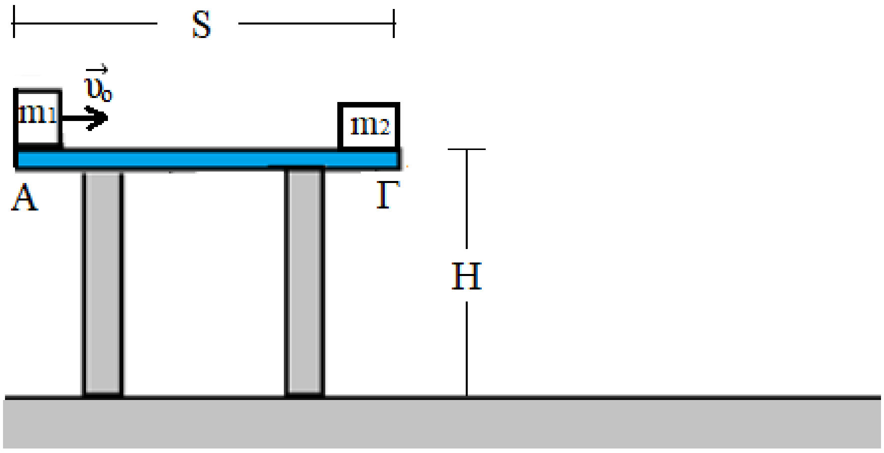
$$V = \frac{20 \cdot \upsilon}{21}$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής <u>του αυτοκίνητου</u>, θα είναι:

$$|M \cdot V - M \cdot \upsilon| = |M \frac{20 \cdot \upsilon}{21} - M \cdot \upsilon| = \frac{M \cdot \upsilon}{21}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 20648



Δύο σώματα μάζας $m_1 = 1Kg$ και $m_2 = 4Kg$ είναι τοποθετημένα και ακίνητα στις θέσεις Α και Γ αντίστοιχα, πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους $H = 0{,}8m$. Οι θέσεις Α και Γ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $S = 1m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ εκτοξεύεται από την θέση Α, το σώμα μάζας m_1 με ταχύτητα $\upsilon_o = 10m/s$, οπότε κάποια στιγμή t_1, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_2.

Να υπολογίσετε:

4.1. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.3. τη χρονική στιγμή t_2, στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. τη χρονική στιγμή t_3, κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής και πριν φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος, όπου η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι το 25% της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

20648-Λύση

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε θα συγκρουστεί με το σώμα μάζας m_2 με την ταχύτητα υ_o. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση αυτή έχουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1\upsilon_o + 0 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o \Rightarrow V = 2\ m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Συνεπώς στον οριζόντιο άξονα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε: $\upsilon_x = V \ (1)$ $\quad x = Vt \ (2)$

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon_y = gt \ (3)$ $\quad y = \frac{1}{2}gt^2 \ (4)$

Από τη σχέση (4) θέτοντας $y = H$, βρίσκουμε το χρονικό διάστημα της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος: $H = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 0{,}4\ s.$

Συνεπώς, σύμφωνα με τη σχέση (2) βρίσκουμε τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος:

$$x_{max} = V\Delta t = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 7

4.3. Για το σώμα μάζας m_1 που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι να συγκρουστεί τη χρονική στιγμή t_1 με το σώμα μάζας m_2 ισχύει:

$$S = \upsilon_o t_1 \Rightarrow t_1 = 0{,}1\ s$$

Άρα η χρονική στιγμή t_2 στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος είναι:

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 0{,}5\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα V_1, του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$V_1 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{V^2 + (g\Delta t)^2} = \sqrt{20}\ m/s$$

Αν K_1, είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος και K_2, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_3, θα έχουμε:

$$K_2 = 25\%K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_2^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_1^2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{5}\ m/s$$

Συνεπώς: $V_2 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow V_2^2 = V^2 + (g\Delta t')^2 \Rightarrow \Delta t' = 0{,}1\ s.$

Άρα: $t_3 = t_1 + \Delta t' = 0{,}2\ s.$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 20656

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 10^4$ Kg και $m_2 = 9 \cdot 10^4$ Kg αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση $r = 10$ Km.

Να υπολογίσετε:

4.1. το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους.

Μονάδες 6

4.2. την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2$ Km. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2, των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β.

Μονάδες 7

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2, όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r', αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/Kg^2$.

ΘΕΜΑ 4

20656-Λύση

4.1. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους είναι:

$$V_M = V_1 + V_2 \;\Rightarrow\; V_M = -G\frac{m_1}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2}{\frac{r}{2}} = -\frac{2G}{r}(m_1 + m_2) = -13{,}34 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω x, η απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν. Άρα:

$$\vec{g}_{ολ} = 0 \;\Rightarrow \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0 \;\Rightarrow g_1 = g_2 \;\Rightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(r-x)^2} \;\Rightarrow \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{x}{r-x} \;\Rightarrow x = 2500\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \;\Rightarrow 0 + 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Άρα ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων Α και Β είναι:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2 \upsilon_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = 9$$

Μονάδες 7

4.4. Οι δυναμικές ενέργειες U_1, U_2 του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r΄ αντίστοιχα, δίνονται από τις σχέσεις:

$$U_1 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \quad (1) \qquad U_2 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}}{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'}} = \frac{r'}{r} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20661

Ένας δορυφόρος Α, μάζας $m_1 = 300Kg$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνειά της, όπου R_Γ, η ακτίνα της Γης.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω, με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $m = 2Kg$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $m_2 = 100Kg$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10$ m/s^2. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

20661-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Rightarrow G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{r} = -\frac{m_1 g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{m_1 g_o R_\Gamma}{2} = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Μονάδες 5

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m_1}{r^2} = m_1\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

Άρα η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{\upsilon}{R_\Gamma + h} = \frac{\upsilon}{2R_\Gamma} = 43{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{M_\Gamma m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\frac{g_o R_\Gamma}{2} - m\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -m\frac{g_o R_\Gamma}{4} = -16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W, προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\epsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_\infty + U_\infty$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_\infty = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\epsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = 16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon - m_2\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

20661-Λύση

Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

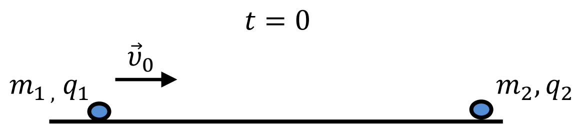
$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2}100\% = 75\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20720

Δύο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια (1) και (2) έχουν μάζες m_1 και m_2 και ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα και βρίσκονται επάνω σε λείο, οριζόντιο μονωτικό δάπεδο και σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t = 0\,\mathrm{s}$ το σωματίδιο (1) εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου υ_0 και κατεύθυνση προς το σωματίδιο (2), ενώ το σωματίδιο (2) αφήνεται ταυτόχρονα ελεύθερο να κινηθεί.



Δίνονται: $m_1 = 10^{-6}\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}$, $q_1 = -5\,\mu\mathrm{C}$, $q_2 = -10\,\mu\mathrm{C}$, $\upsilon_0 = 3 \cdot 10^4\,\mathrm{m/s}$, $k = 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N \cdot m^2 / C^2}$.

4.1. Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης του κάθε σωματιδίου.

Μονάδες 5

Να υπολογίσετε:

4.2. τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων, όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη,

Μονάδες 6

4.3. την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν,

Μονάδες 7

4.4. την απόσταση των δύο σωματιδίων, τη χρονική στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1).

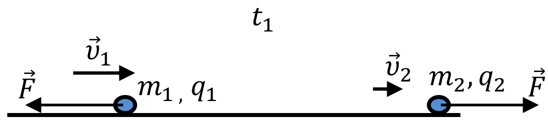
Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα, και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

20720-Λύση

4.1. Το σωματίδιο (1) αρχικά δεν αλληλεπιδρά με το σωματίδιο (2) (άπειρη απόσταση), οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Όταν αρχίσουν να αλληλεπιδρούν το σωματίδιο (1) θα δεχτεί απωστική ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία πριν κινηθεί προς τα αριστερά εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.



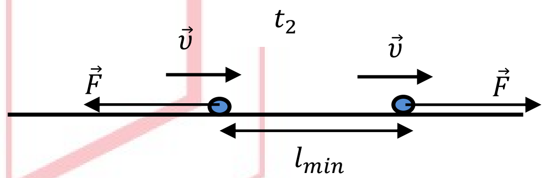
Σχήμα 1

Το σωματίδιο (2) αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και εξαιτίας της απωστικής ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}$ που θα δεχτεί από το (1), θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά.

Το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμη $\vec{F}$ μεταβάλλεται συνεχώς καθώς η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων αλλάζει, άρα καμία από τις κινήσεις που περιγράφησαν παραπάνω δεν είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.

Μονάδες 5

4.2. Για όσο διάστημα ισχύει για τις ταχύτητες που φαίνονται στο Σχήμα 1, $\upsilon_1 > \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων μειώνεται, ενώ αν $\upsilon_1 < \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων θα αυξάνεται. Οπότε η ελάχιστη απόσταση επιτυγχάνεται κάποια χρονική στιγμή t_2, όπου τα σωματίδια έχουν στιγμιαία ίσες ταχύτητες μέτρου υ (Σχήμα 2).



Σχήμα 2

Στον άξονα της κίνησης το σύστημα των δύο σωματιδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση τα βάρη και οι δυνάμεις από το μονωτικό δάπεδο που είναι εξωτερικές εξουδετερώνονται. Συνεπώς το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2, οπότε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1), ισχύει:

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon \text{ ή } \upsilon = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_1 + m_2} = \frac{10^{-6} kg \cdot 3 \cdot 10^4\ m/s}{3 \cdot 10^{-6} kg} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon = 10^4\ \mathrm{m/s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2 υπολογίζουμε την ελάχιστη απόσταση l_{min} στην οποία θα πλησιάσουν:

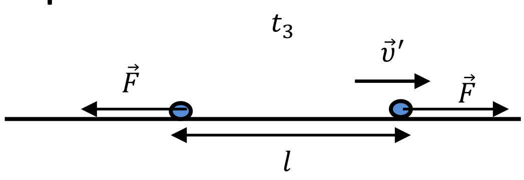
$$E_0 = E_2 \text{ ή } K_o + U_o = K_2 + U_2 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon^2 + k \cdot \frac{q_1 . q_2}{l_{min}} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8)\ \mathrm{N \cdot m} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 / C^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l_{min}}\ \mathrm{C^2} \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l_{min} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 1{,}5\ \mathrm{mm}}$$

Μονάδες 7

4.4. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ \mathrm{s}$ και τη χρονική στιγμή t_3 που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1) (Σχήμα 3), έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1):

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_2 \cdot \upsilon' \text{ ή } \upsilon' = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_2} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon' = 1{,}5 \cdot 10^4\ \mathrm{m/s}}$$

Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ \mathrm{s}$ και t_3 υπολογίζουμε την απόσταση l των δύο σωματιδίων:

$$E_0 = E_3 \text{ ή } K_o + U_o = K_3 + U_3 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{l} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}25 \cdot 10^8)\mathrm{N \cdot m} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2/\,C^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l}\ \mathrm{C^2} \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l = 2 \cdot 10^{-3}\mathrm{m} = 2\ \mathrm{mm}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 20813

2.1. Σώμα μάζας $m_1 = 500\ \mathrm{g}$ που κινείται με ταχύτητα $u_1 = +100\ \mathrm{m/s}$ προς την θετική φορά του άξονα xx', συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά, με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2{,}5\ \mathrm{kg}$ που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 50\ \mathrm{m/s}$. Η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 θα είναι:

(α) $40\ \mathrm{kg \cdot m/s}$.

(β) $-40\ \mathrm{kg \cdot m/s}$.

(γ) $-50\ \mathrm{kg \cdot m/s}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ αποτελείται από:

ισόχωρη θέρμανση $\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B}$, στην οποία η εσωτερική ενέργεια αυξάνεται κατά $\Delta U = 1000\ \mathrm{J}$,

ισόθερμη εκτόνωση $\mathrm{B} \rightarrow \Gamma$, στην οποία το έργο είναι $W = 650\ \mathrm{J}$, και

αντιστρεπτή μεταβολή $\Gamma \rightarrow \mathrm{A}$.

Αν κατά την κυκλική μεταβολή παράγεται έργο 950 J, η θερμότητα της μεταβολής $\Gamma \rightarrow \mathrm{A}$, $Q_{\Gamma A}$, ισούται με:

(α) $Q_{\Gamma A} = 700\ \mathrm{J}$, **(β)** $Q_{\Gamma A} = -700\ \mathrm{J}$, **(γ)** $Q_{\Gamma A} = -1700\ \mathrm{J}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20813-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot V \Leftrightarrow$$

$$0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 90 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = (0{,}5\ \mathrm{kg} + 2{,}5\ \mathrm{kg}) \cdot V \Leftrightarrow V = -10\ \mathrm{m/s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1, είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$$

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot (-V) - m_1 \cdot u_1 = -0{,}5 \cdot (10 + 90) = -50\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην ισόχωρη θέρμανση $A \to B$, η θερμότητα Q_{AB} ισούται με την μεταβολή της εσωτερικής της ενέργειας:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 1000\ \mathrm{J}$$

Αντίστοιχα, για την ισόθερμη εκτόνωση $B \to \Gamma$, επειδή $\Delta U_{B\Gamma} = 0$, είναι:

$$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} = 650\ \mathrm{J}$$

Στην κυκλική μεταβολή δίνεται ότι:

$$W_{AB\Gamma A} = 950\ \mathrm{J} = Q_{AB\Gamma A}$$

Ισχύει όμως:

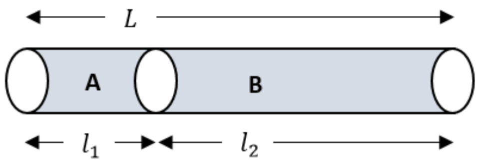
$$Q_{AB\Gamma A} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} \Leftrightarrow 950\ \mathrm{J} = 1000\ \mathrm{J} + 650\ \mathrm{J} + Q_{\Gamma A} \Leftrightarrow Q_{\Gamma A} = -700\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20893

2.1. Μέσα στο κλειστό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος μήκους L υπάρχει ένα λεπτό έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και δεν επιτρέπει την ανταλλαγή θερμότητας μέσα από αυτό. Στο αριστερό μέρος του δοχείου υπάρχει ορισμένη ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Α σε θερμοκρασία ενώ στο δεξιό μέρος υπάρχει ίση ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Β στην ίδια θερμοκρασία T.



Η σχέση των γραμμομοριακών μαζών M_A και M_B των ιδανικών αερίων Α και Β αντιστοίχως είναι $M_A = 16M_B$. Αν το έμβολο ισορροπεί, οι αποστάσεις του έμβολου l_1 και l_2 από τα άκρα του δοχείου ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $l_2 = 16l_1$, **(β)** $l_2 = 4l_1$, **(γ)** $l_2 = 2l_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο θετικά φορτισμένα σωματίδια εκτοξεύονται με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ_0 το ένα εναντίον του άλλου από άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τα φορτία και οι μάζες των σωματιδίων είναι αντίστοιχα q_1, m και q_2, $4m$. Όταν η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνει μέγιστη, τα δύο φορτισμένα σωματίδια μάζας m και $4m$ αποκτούν ταχύτητες μέτρου υ_1και υ_2 αντίστοιχα, ίσες με:

(α) $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(β)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(γ)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{7}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20893-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Α

$$P_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot RT \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M_A} \cdot RT$$

Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Β

$$P_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot RT \Rightarrow P_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M_B} \cdot RT$$

Όταν το έμβολο ισορροπεί, είναι $P_1 = P_2$.

Διαιρώντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_B}{M_A} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_2 = 16V_1 \Rightarrow A \cdot l_2 = 16A \cdot l_1$$

$$l_2 = 16l_1$$

Μονάδες 8

2.2.

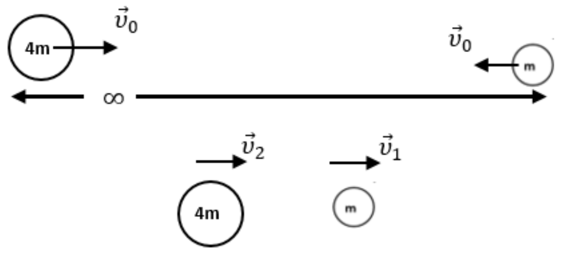
2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση

$$U = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{x}$$

Παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η μεταξύ των σωματιδίων απόσταση x γίνει ελάχιστη. Η απόσταση x γίνεται ελάχιστη στην κατάσταση όπου τα σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες, μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής:



$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \vec{P}_{4m} + \vec{P}_m = \vec{P}'_{4m} + \vec{P}'_m$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon_2 + m \cdot \upsilon_1$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon + m \cdot \upsilon \Rightarrow 3m \cdot \upsilon_0 = 5m \cdot \upsilon$$

$$\upsilon = \frac{3\upsilon_0}{5}$$

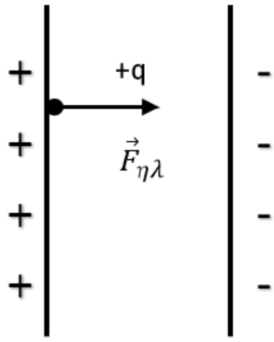
Άρα, τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}$ $\kappa\alpha\iota$ $\upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

20896

Στο χώρο μεταξύ δύο παράλληλων αντίθετα φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν μεταξύ τους $d = 80cm$ αφήνεται ένα σωμάτιο το οποίο έχει φορτίο $q = +160\mu C$ και μάζα $m = 3{,}2 \cdot 10^{-5} kg$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 2 \cdot 10^4\ V/m$.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σωμάτιο.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωμάτιου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα το σωμάτιο, αν αφεθεί κοντά στη θετικά φορτισμένη πλάκα.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σωματίου κατά την μετακίνησή του από τη θετική στην αρνητική πλάκα.

Μονάδες 7

Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

ΘΕΜΑ 4

20896-Λύση

4.1. Το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F = q \cdot E \Rightarrow F = 3{,}2N$. Το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών με επιτάχυνση μέτρου $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 10^5 \, {}^{m}/_{s^2}$.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής ορμής ισούται με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης. Άρα:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 3{,}2kg \, {}^{m}/_{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Από την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα του φορτίου έχουμε $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ θέτοντας $x = d$ βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το φορτίο q για να πάει από τη θετική στην αρνητική πλάκα

$$d = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \Rightarrow t = 4 \cdot 10^{-3} s$$

Το φορτίο φτάνει στην απέναντι πλάκα με ταχύτητα που το μέτρο της δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon = a \cdot t \Rightarrow \upsilon = 400 \, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή ορμής του σωματίου κατά την μετακίνησή του από την θετική στην αρνητική πλάκα υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$$

$$\Delta P = m \cdot \upsilon \Rightarrow \Delta P = 12{,}8 \cdot 10^{-3} kg \, {}^{m}/_{s}$$

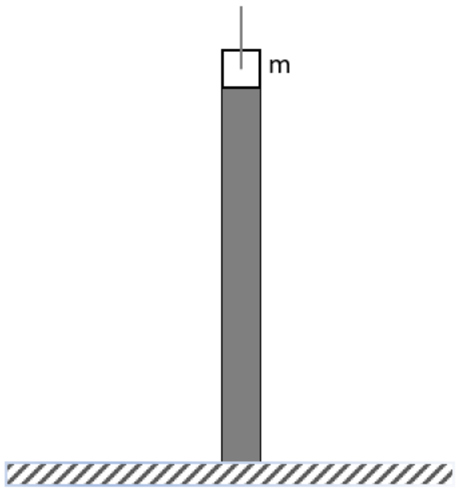
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20897

Σώμα μάζας $m = 4kg$ βρίσκεται ακίνητο σε κατακόρυφο στύλο ύψους h. Με τη βοήθεια ενός εκρηκτικού μηχανισμού το σώμα μάζας m διασπάται σε δύο νέα σώματα Σ_1και Σ_2 με μάζες m_1και m_2 αντίστοιχα και με σχέση μαζών $m_2 = 3m_1$. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο νέων σωμάτων ακριβώς μετά τη διάσπαση είναι $384J$.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\, {}^{m}/_{s^2}$.



4.1. Να βρείτε τις ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς μετά την διάσπασή τους.

Μονάδες 6

Εάν η μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων είναι $d_{max} = 160m$, να βρείτε:

4.2. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή της διάσπασης μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνουν τα δύο σώματα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκαν τα δύο σώματα.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 τη στιγμή κατά την οποία φτάνει στο έδαφος.

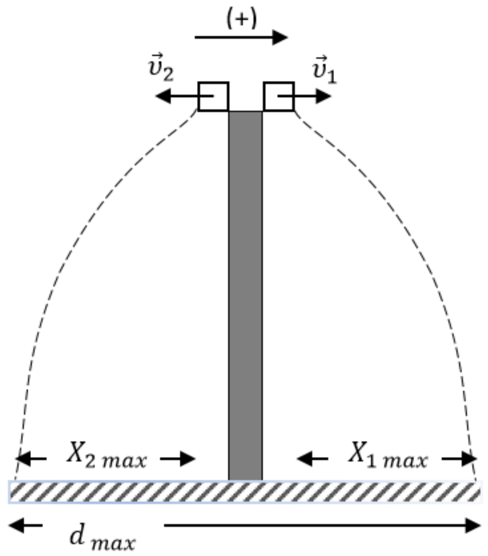
Δίνεται: $\sqrt{3076} = 55,46$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20897-Λύση

4.1.



Κατά την έκρηξη η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\,\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\,\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$$

$$m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1 \Rightarrow 3m_1 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2 \ (1)$$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = m_1 + 3m_1 \Rightarrow m_1 = 4m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{m}{4}$$

$$m_1 = 1kg$$

$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow m_2 = 3kg$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {\upsilon_2}^2$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 9{\upsilon_2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {\upsilon_2}^2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \left(\frac{9}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2\right) \cdot {\upsilon_2}^2$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_{\sigma\upsilon\sigma}}{9m_1 + m_2}} \Rightarrow \upsilon_2 = 8\,{}^{m}/_{s}$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2$$

$$\upsilon_1 = 24\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2.

$$d_{max} = X_{1\,max} + X_{2\,max}$$

$$d_{max} = \upsilon_1 \cdot t_\pi + \upsilon_2 \cdot t_\pi$$

$$t_\pi = \frac{d_{max}}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$$

$$t_\pi = 5s$$

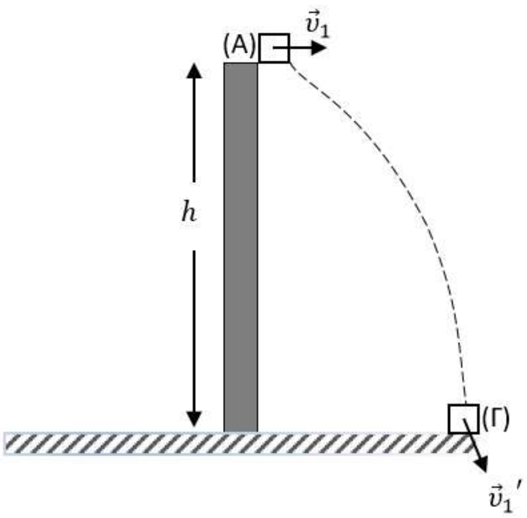
Μονάδες 6

4.3.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2$$
$$h = 125m$$

Μονάδες 6

4.4. Το Σ_1 φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ_1'



Εφαρμόζω ΘΜΚΕ κατά την κίνηση του σώματοςΣ_1 μεταξύ των θέσεων A και Γ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B$$
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot {\upsilon_1'}^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 = m_1 \cdot g \cdot h$$
$$\upsilon_1' = \sqrt{{\upsilon_1}^2 + 2g \cdot h}$$

$$\upsilon_1' = 55{,}46 \ {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20898

Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100\mu C$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q = 1\mu C$ και μάζα $m = 10gr$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r = 0{,}1m$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\,{}^{m}/_{s}$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q.

4.1. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το φορτίο q.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q, όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q.

Μονάδες 7

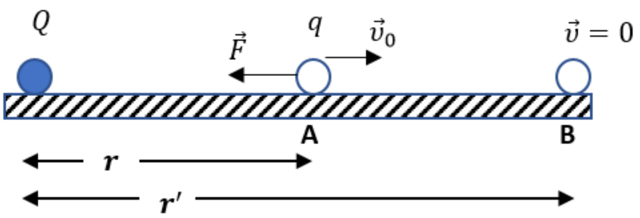
Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}$

ΘΕΜΑ 4

20898-Λύση

4.1.



Η απόσταση θα είναι μέγιστη όταν η τελική ταχύτητα του φορτίου q θα γίνει μηδέν. Έστω r' η μέγιστη απόσταση. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως τη θέση Β.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_0}^2 = q(V_A - V_B)$$

$$-\frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_0}^2 = q\left(\frac{K_c Q}{r} - \frac{K_c Q}{r'}\right)$$

$$r' = 0{,}2m$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή τα φορτία είναι ετερόσημα μέγιστη δυναμική ενέργεια θα έχουν όταν απέχουν τη μέγιστη απόσταση:

$$U_{max} = \frac{K_c \cdot Q \cdot q}{r'} \Rightarrow U_{max} = -4{,}5J$$

Μονάδες 6

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = F'_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{r'^2} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 22{,}5kg\,{}^{m}/_{s^2}$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής $\frac{d\vec{P}}{dt}$ είναι από το φορτίο q προς το φορτίο Q.

Μονάδες 6

4.4. Βρίσκω αρχικά την ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο ∞, άρα οποιαδήποτε άλλη ταχύτητα υ_0 μεγαλύτερη της $\upsilon_{0\,min}$ είναι ικανή για να πάει το φορτίο q στο ∞.

Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ είναι αυτή που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα $\upsilon_\infty = 0$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως το άπειρο ∞.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_{0\,min}}^2 = q \cdot V_A$$

$$\upsilon_{0\,min} = 30\sqrt{2}\,{}^{m}/_{s}$$

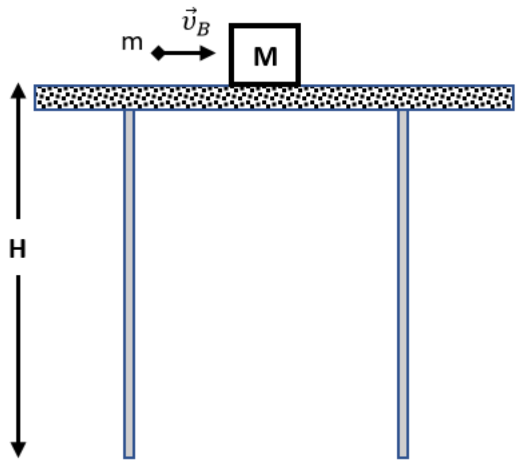
Άρα για $\upsilon_0 \geq \upsilon_{0\,min} \Rightarrow \upsilon_0 \geq 30\sqrt{2}\,{}^{m}/_{s}$ το φορτίο q απομακρύνεται από το πεδίο που δημιουργεί το φορτίο Q.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20899

Βλήμα μάζας $m = 0{,}2kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_B = 100\,{}^{m}/_{s}$ σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ξύλινου σώματος μάζας $M = 1{,}8kg$ που είναι τοποθετημένο στη μη λεία οριζόντια επιφάνεια ενός τραπεζιού που έχει ύψος $H = 0{,}8m$ από το έδαφος. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται κατά μήκος του τραπεζιού, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβή ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Η κίνηση του συσσωματώματος μέχρι την άκρη του τραπεζιού διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 2s$ και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την προσεδάφιση.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας του συσσωματώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το τραπέζι.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

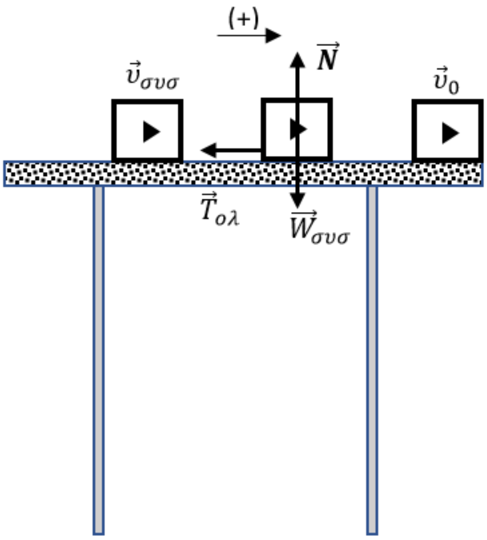
4.4. Να βρείτε τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4 20899-Λύση

4.1.



Κατά την κρούση η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\,\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\,\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_B + \vec{P}_M = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m\upsilon_B + 0 = (m+M)\upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m\upsilon_B}{m+M} \Rightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = 10\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται στο μη λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ που υπολογίζεται με την παρακάτω διαδικασία:

Στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ το συσσωμάτωμα δεν κινείται οπότε βάσει του 1ου Νόμου του Νεύτωνα έχω:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - W_{\sigma\upsilon\sigma} = 0 \Rightarrow N = W_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow N = (m+M)g$$

$$N = 20N$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$T_{o\lambda} = \mu N \Rightarrow T_{o\lambda} = 4N$$

Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ το συσσωμάτωμα κινείται και βάσει του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής έχω:

$$\Sigma\vec{F}_x = (m+M)\vec{a}$$

$$-T_{o\lambda} = (m+M)a$$

$$a = -\frac{T_{o\lambda}}{m+M} \Rightarrow a = -2\,{}^{m}/_{s^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην άκρη του τραπεζιού που αποτελεί το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_0 της οριζόντιας βολής, υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$\upsilon_0 = \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} - |\alpha|\Delta t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = 10 - 2\cdot 2 \Rightarrow \upsilon_0 = 6\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

20899-Λύση

4.3. Το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής είναι Δt_2 και το σώμα φθάνει στο έδαφος όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του είναι $y = H$. Το συσσωμάτωμα στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε:

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Με αντικατάσταση στον τύπο $y = \frac{1}{2} g t^2$, όπου $y = H$ βρίσκουμε το χρονικό διάστημα Δt_2 της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος

$$H = \frac{1}{2} g {\Delta t_2}^2 \Rightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\Delta t_2 = 0{,}4 s$$

Μονάδες 6

4.4. Στον άξονα $x'x$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η οριζόντια μετατόπιση υπολογίζεται από τον τύπο

$$x = \upsilon_0 \cdot t$$

Όταν φτάσει στο έδαφος το συσσωμάτωμα διανύει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση x_{max} κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής, οπότε:

$$x_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_{max} = 2{,}4 m$$

Μονάδες 6

21173

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα που έχει ορμή P, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα τριπλάσιας μάζας, το οποίο είναι ακίνητο. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η ορμή του συσσωματώματος είναι $4\mathrm{P}$.

(β) Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι τετραπλάσια του αρχικά κινούμενου σώματος.

(γ) Κατά τη σύγκρουση μεταφέρθηκε από το πρώτο σώμα στο δεύτερο ορμή $\frac{3\mathrm{P}}{4}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται από την ηρεμία μεταξύ δυο σημείων ηλεκτροστατικού πεδίου που επικρατεί τάση V_0 και στη συνέχεια εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές άλλου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, που σχηματίζεται από δύο παράλληλες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες είναι V_0, η μεταξύ τους απόσταση d και το μήκος των πλακών είναι $2\mathrm{d}$. Αν βάρος και δυνάμεις αντίστασης αμελούνται, η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου κατά την έξοδο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι:

(α) 45^0 , **(β)** 30^0 , **(γ)** 60^0

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21173-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την πλαστική κρούση η ορμή του συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερή, οπότε:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow P = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow m \cdot u = 4 \cdot m \cdot V \leftrightarrow V = \frac{u}{4}$

Η μεταβολή της ορμής για κάθε σώμα είναι:

$\Delta P_1 = m \cdot V - m \cdot u = m \cdot \frac{u}{4} - m \cdot u = \frac{P}{4} - P = -\frac{3 \cdot P}{4}$

$\Delta P_2 = 3m \cdot V - 0 = 3m \cdot \frac{u}{4} = \frac{3 \cdot P}{4}$

Επομένως, σωστή η πρόταση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Πριν εισέλθει στο πεδίο το φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q, επιταχύνεται λόγω της διαφοράς δυναμικού V_0 και αποκτά κινητική ενέργεια. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - 0 = q \cdot V_0$, οπότε: $m \cdot u_0^2 = 2 \cdot q \cdot V_0$ (1)

Κατά την έξοδο του σωματιδίου από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η ταχύτητα του στον x άξονα θα είναι $u_x = u_0$ (2) και στον y άξονα θα είναι:

21173-Λύση

$u_y = \alpha \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{Eq}{m} \cdot t = \frac{qV_0}{dm} \cdot t$ (3)

Την χρονική στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο έχει διανύσει μέσα σε αυτό οριζόντια απόσταση $2d$, οπότε ισχύει: $2d = u_0 \cdot t \leftrightarrow t = \frac{2d}{u_0}$

Άρα, η σχέση (3) μας δίνει: $u_y = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0}$ (4)

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου θα είναι: εφ $\phi = \frac{u_y}{u_x}$. Λόγω των σχέσεων (1), (2), (4) έχουμε: εφ $\phi = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0^2} = \frac{2qV_0d}{2qV_0d} = 1$.

Επομένως: $\varphi = 45^{o}$, σωστή είναι η απάντηση (α).

Μονάδες 9

21182

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m_1 = 0{,}2\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 300\text{m/s}$ και διαπερνά ένα ακίνητο ξύλινο σώμα μάζας $m_2 = 4\text{kg}$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει από το ξύλινο σώμα με ταχύτητα $u_2 = 100\text{m/s}$ σε χρόνο $\Delta t = 2\ \text{s}$. Να βρείτε:

4.1. Την ταχύτητα που θα αποκτήσει το ξύλινο σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μέσης οριζόντιας δύναμης που ασκεί το ξύλινο σώμα στο βλήμα.

Μονάδες 6

4.3. Πόση κινητική ενέργεια του συστήματος χάθηκε λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Το διάστημα που θα διανύσει το ξύλινο σώμα στο οριζόντιο επίπεδο μετά την κρούση, αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$.

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

21182-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα σωμάτων (βλήμα – ξύλινο σώμα) είναι μονωμένο, άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{P}\text{ολ}(\text{αρχ}) = \vec{P}\text{ολ}(\text{τελ})$, δηλαδή:

$$m_1 \cdot u_1 + 0 = m_1 \cdot u_2 + m_2 \cdot V \leftrightarrow$$

$$V = \frac{m_1 \cdot (u_1 - u_2)}{m_2} = 10\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. $\bar{F} = \left|\frac{\Delta P_1}{\Delta t}\right| = \left|\frac{P_1^{\tau\varepsilon\lambda} - P_1^{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\right| = \frac{|m_1 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1|}{\Delta t} = \frac{|m_1 \cdot (u_2 - u_1)|}{\Delta t} = 20\ N$

Μονάδες 6

4.3. $\Delta K = K_{o\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda} - K_{o\lambda}^{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2\right) - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 = -7.800\ J$

Άρα, η κινητική ενέργεια του συστήματος που χάθηκε λόγω της κρούσης είναι 7.800 J

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του ξύλινου σώματος μετά την κρούση:

$$\Delta K = W_T \leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -T \cdot x \leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -\mu \cdot N \cdot x \leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -\mu \cdot m_2 \cdot g \cdot x \leftrightarrow$$

$$x = \frac{V^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = 25m$$

Μονάδες 7

21184

ΘΕΜΑ 4

Μια σφαίρα μάζας Μ= $1{,}95\mathrm{kg}$ ηρεμεί στην άκρη οριζόντιου επιπέδου, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $\mathrm{h} = 80\mathrm{m}$ πάνω από το έδαφος. Βλήμα μάζας $\mathrm{m} = 50\,\mathrm{g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\mathrm{u}_0 = 200\mathrm{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με την σφαίρα. Αν αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βλήμα - σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, να βρείτε:

4.1. Την ταχύτητα που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Τον χρόνο καθόδου του συσσωματώματος και την οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την εξίσωση τροχιάς του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $\mathrm{g} = 10\mathrm{m/s^2}$ και θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

21184-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την πλαστική κρούση βλήματος – σφαίρας ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$m \cdot u_0 + 0 = (m + M) \cdot V \leftrightarrow$

$V = \frac{m \cdot u_0}{(m + M)} = \frac{0{,}05\ kg \cdot 200 m/s}{2\ kg} = 5\ m/s$

Μονάδες 6

4.2. Για τον χρόνο κίνησης του συσσωματώματος έχουμε:

$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4s.$

Η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το συσσωμάτωμα όταν φτάνει στο έδαφος είναι:

$x = V \cdot t = 20m.$

Μονάδες 6

4.3. Για την εξίσωση τροχιά του συσσωματώματος έχουμε:

$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\frac{x}{V})^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot V^2} = \frac{10 \cdot x^2}{50} = \frac{1}{5} \cdot x^2$

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης είναι:

$α\ \% = \frac{|K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ}|}{K_{ολ}^{αρχ}} \cdot 100\% = |\frac{K_{ολ}^{τελ}}{K_{ολ}^{αρχ}} - 1| \cdot 100\% = |\frac{\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2} - 1| \cdot 100\%$

Οπότε: $α\ \% = 97{,}5\%.$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21387

Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη και εκτοξεύει ένα σώμα μάζας $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ οριζόντια, με ταχύτητα $\upsilon_0 = 12\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από ύψος $h = 7{,}2\mathrm{m}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 3\mathrm{s}$.

4.1. Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το μέτρο της ορμής του σώματος μετά από χρόνο $t = 2{,}5\mathrm{s}$ από την στιγμή που εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 6

4.4. Αν ο αστροναύτης γνωρίζει ότι η Σελήνη έχει ακτίνα $R = 1{,}7 \cdot 10^6\mathrm{m}$ ποια τιμή υπολογίζει για το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου της Σελήνης στην επιφάνειά της;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21387-Λύση

4.1. Η μέγιστη οριζόντια απόσταση που φτάνει το σώμα αντιστοιχεί στο βεληνεκές της οριζόντιας βολής, το οποίο είναι

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t = 12\frac{m}{s} \cdot 3s = 36m$$

Μονάδες 6

4.2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Σελήνη προσδιορίζεται από τον χρόνο πτώσης του σώματος θέτοντας $y = h$, δηλαδή

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \Leftrightarrow g = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 7{,}2m}{(3s)^2} = \frac{14{,}4}{9}\frac{m}{s^2} = 1{,}6\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Μετά από χρόνο $t = 2{,}5s$ από την στιγμή που το σώμα εκτοξεύτηκε, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{12^2 + (1{,}6 \cdot 2{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{144 + 16}\frac{m}{s} = \sqrt{160}\frac{m}{s} = 4\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής του σώματος εκείνη την στιγμή είναι

$$P = m\upsilon = 0{,}5kg \cdot 4\sqrt{10}\frac{m}{s} = 2\sqrt{10}\,kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Στην Σελήνη, η ένταση του βαρυτικού της πεδίου στην επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Sigma}{R^2} \qquad (1)$$

Αντίστοιχα, το δυναμικό δίνεται από την σχέση

$$V = -\frac{GM_\Sigma}{R} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$\frac{g}{V} = \frac{\frac{GM_\Sigma}{R^2}}{-\frac{GM_\Sigma}{R}} \Leftrightarrow \frac{g}{V} = -\frac{1}{R} \Leftrightarrow V = -gR = -1{,}6\frac{m}{s^2}1{,}7 \cdot 10^6 m = -2{,}72 \cdot 10^6\,\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 7

21388

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σφαίρες αποτελούν σύστημα σωμάτων. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η συνολική μάζα ενός κλειστού συστήματος σωμάτων μπορεί να μεταβάλλεται.

(β) Η ολική ορμή του συστήματος σωμάτων διατηρείται πάντα σταθερή.

(γ) Κατά την αλληλεπίδραση των σφαιρών, οι οποίες αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα, οι μεταβολές των ορμών τους είναι αντίθετες.

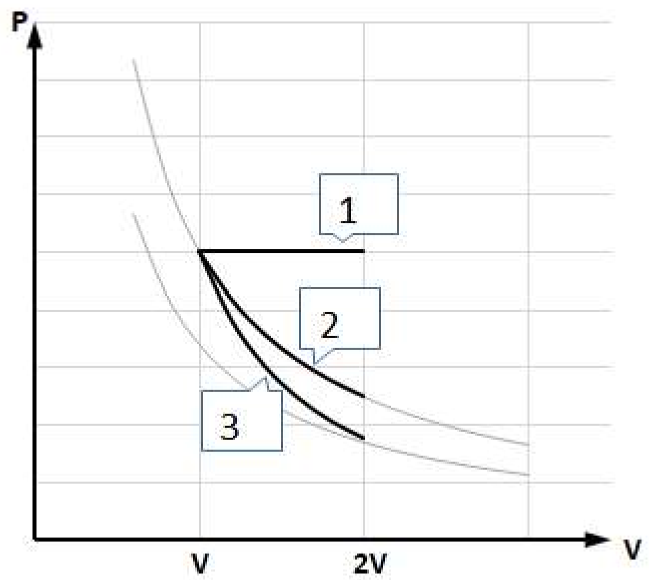
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η εκτόνωση ενός αερίου με τρείς διαφορετικούς τρόπους: η μεταβολή (1) είναι ισοβαρής, η μεταβολή (2) είναι ισόθερμη και η μεταβολή (3) είναι αδιαβατική.



Για το ποσό θερμότητας που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον σε κάθε μεταβολή, ισχύει ότι:

(α) $Q_1 > Q_2$ και $Q_2 = Q_3$, **(β)** $Q_1 > Q_2 > Q_3$, **(γ)** $Q_1 < Q_2 < Q_3$

2.2.A. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21388-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφόσον το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο, η συνολική ορμή τους διατηρείται. Δηλαδή:

$\Delta \mathrm{P}_{ολ} = 0 \leftrightarrow \Delta \mathrm{P}_1 + \Delta \mathrm{P}_2 = 0 \leftrightarrow \Delta \mathrm{P}_1 = - \Delta \mathrm{P}_2$

Άρα σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα $\mathrm{P} - \mathrm{V}$, συγκρίνοντας τα αντίστοιχα εμβαδά, λαμβάνουμε:

$W_1 > \mathrm{W}_2 > W_3$ (1)

Για την θερμότητα σε κάθε μεταβολή ισχύει:

Για την μεταβολή (1): $\mathrm{Q}_1 = \mathrm{W}_1 + \Delta \mathrm{U}_1$, με $\mathrm{Q}_1 > 0$ (αφού $\mathrm{W}_1 > 0$ $και$ $\Delta \mathrm{U}_1 > 0$)

Για την μεταβολή (2): $\mathrm{Q}_2 = \mathrm{W}_2$, αφού $\Delta \mathrm{U}_2 = 0$, με $\mathrm{Q}_2 > 0$

Για την μεταβολή (3): $\mathrm{Q}_3 = 0$

Λόγω της σχέσης (1), λαμβάνουμε τελικά: $\mathrm{Q}_1 > \mathrm{Q}_2 > \mathrm{Q}_3$

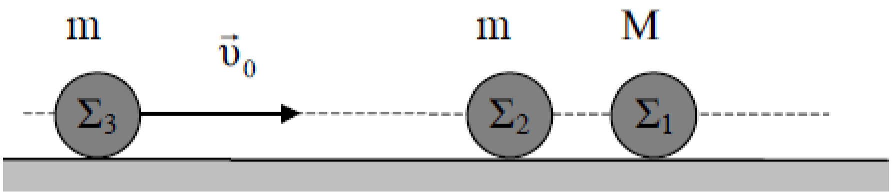
Επομένως, σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21396

Δύο σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ ίσου όγκου με μάζες $M = 6kg$ και $m = 2kg$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε μικρή απόσταση μεταξύ τους πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μία τρίτη σφαίρα $Σ_3$, ίσου όγκου με τις προηγούμενες και μάζας m, κινείται κατά μήκος της ευθείας που περνάει από τα κέντρα των άλλων δύο σφαιρών, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, με ταχύτητα $υ_0 = 20\frac{m}{s}$. Αρχικά η σφαίρα $Σ_3$ συγκρούεται με την $Σ_2$ και στην συνέχεια οι δύο μαζί συγκρούονται με την $Σ_1$. Όλες οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών είναι πλαστικές.



4.1. Να βρείτε την ταχύτητα $υ$ που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών $Σ_3$ και $Σ_2$.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την ταχύτητα V που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών $Σ_1$, $Σ_2$ και $Σ_3$;.

Μονάδες 6

4.3. Αν η διάρκεια της δεύτερης κρούσης είναι $Δt = 0{,}1s$ να υπολογιστεί η μέση δύναμη που δέχτηκε η σφαίρα $Σ_1$ κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του $Σ_3$, το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας των δύο κρούσεων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21396-Λύση

4.1. Το σύστημα των σφαιρών $Σ_3$ και $Σ_2$ είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για να υπολογίσουμε την κοινή τους ταχύτητα υ.

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow mυ_0 + 0 = (m + m)υ \Leftrightarrow υ = \frac{υ_0}{2} = 10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το συσσωμάτωμα των σφαιρών $Σ_2$ και $Σ_3$ συγκρούεται πλαστικά με την σφαίρα $Σ_1$. Κατά την διάρκεια της κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, οπότε ισχύει και πάλι η διατήρηση της ορμής.

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow 2mυ + 0 = (2m + M)V \Leftrightarrow V = \frac{2mυ}{2m + M} = \frac{4 \cdot 10}{10}\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται η σφαίρα $Σ_1$ κατά την διάρκεια της κρούσης με το συσσωμάτωμα $Σ_2$-$Σ_3$ έχει μέτρο

$$F = \frac{ΔP_1}{Δt} = \frac{P_{1,τελ} - P_{1,αρχ}}{Δt} = \frac{MV - 0}{Δt} = \frac{6 \cdot 4}{0,1}N = 240\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας $Σ_3$ είναι

$$K_{αρχ} = \frac{1}{2}mυ_0^2 = \frac{1}{2}2kg\left(20\frac{m}{s}\right)^2 = 400\ J$$

Το συνολικό ποσό θερμότητας που παράγεται στις δύο κρούσεις είναι

$$|ΔK| = |K_{τελ} - K_{αρχ}| = \left|\frac{1}{2}(2m + M)V^2 - \frac{1}{2}mυ_0^2\right| = \left|\frac{1}{2}10 \cdot 4^2 - \frac{1}{2}2 \cdot 20^2\right| J = |80 - 400|\ J = 320\ J$$

Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας, το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα είναι

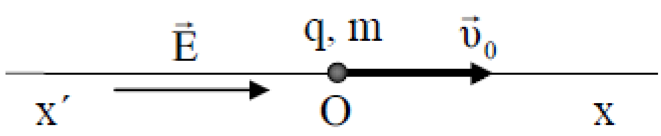
$$\frac{|ΔK|}{K_{αρχ}} \cdot 100\% = \frac{320}{400} \cdot 100\% = 80\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21398

Σε μία περιοχή υπάρχει ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ με μέτρο $E = 10^5 \frac{N}{C}$. Θεωρούμε άξονα x’x που έχει θετική κατεύθυνση εκείνη των δυναμικών γραμμών του ηλεκτροστατικού πεδίου $\vec{E}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται σωματίδιο μάζας $m = 10^{-3}$kg και αρνητικού φορτίου $q = -10^{-2}$C από την αρχή του άξονα Ο και κατά την θετική φορά με ταχύτητα $\upsilon_0 = 4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Να θεωρήσετε πως η μοναδική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο είναι η ηλεκτροστατική και να υπολογίσετε



4.1. την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο.

Μονάδες 6

4.2. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχής Ο και του σημείου που θα σταματήσει το σωματίδιο στιγμιαία.

Μονάδες 6

4.3. ποια χρονική στιγμή θα επιστρέψει το σωματίδιο στην αρχή Ο.

Μονάδες 6

4.4. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά την κίνησή του από την αρχή Ο μέχρι να βρεθεί πάλι στην θέση αυτή .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21398-Λύση

4.1. Η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται μόνο στην ηλεκτροστατική δύναμη, οπότε από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{E|q|}{m} = \frac{10^5 \cdot |-10^{-2}|}{10^{-3}} \frac{m}{s^2} = 10^6 \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωματίδιο από την αρχή Ο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, έστω μέχρι το σημείο Α.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{m\upsilon_0^2}{2} = qV_{OA} \Leftrightarrow V_{OA} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2q} \Leftrightarrow$$

$$V_{OA} = -\frac{10^{-3}(4 \cdot 10^3)^2}{2\,(-10^{-2})} V = 8 \cdot 10^5 \text{ Volt}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση όταν θα βρεθεί στην θέση $x = 0$. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, δέχεται ηλεκτρική δύναμη αντίθετη με την αρχική ταχύτητα και επιβραδύνεται ομαλά. Έχουμε

$$x = \upsilon_0 t - \frac{\alpha t^2}{2} \Leftrightarrow 0 = t\left(\upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2}\right) \Leftrightarrow t = 0\ (\alpha\rho\chi\acute{\eta})\ \text{ή}\ \upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2} = 0$$

Η πρώτη λύση αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σωματιδίου. Από την δεύτερη λύση προκύπτει

$$\upsilon_0 = \frac{\alpha t}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2\upsilon_0}{\alpha} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^6} s = 8 \cdot 10^{-3} s$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σωματίδιο στην αρχική θέση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t = \upsilon_0 - \alpha\left(\frac{2\upsilon_0}{\alpha}\right) = \upsilon_0 - 2\upsilon_0 = -\upsilon_0 = -4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε

$$\Delta P = m\upsilon - m\upsilon_0 = m(-\upsilon_0) - m\upsilon_0 = -2m\upsilon_0 = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ kg}\frac{m}{s} = -8 \text{ kg}\frac{m}{s}$$

Κατά συνέπεια, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι $8 \text{ kg}\frac{m}{s}$.

Μονάδες 7

21401

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης. Κατά την διάρκεια της ανόδου το σώμα διέρχεται από διαδοχικά σημεία στα οποία:

(α) το βαρυτικό δυναμικό αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

(β) το βαρυτικό δυναμικό μειώνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου αυξάνεται.

(γ) το βαρυτικό δυναμικό και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνονται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία σταθερή δύναμη F ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του και σε χρονικό διάστημα Δt προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής του κατά $12\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Αν η δύναμη διπλασιαστεί, τότε σε χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 3\Delta t_1$ η μεταβολή του μέτρου της ορμής που προκαλεί αυτή η δύναμη θα είναι:

(α) $24\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(β)** $36\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(γ)** $72\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21401-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.B.

Σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$V = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h} \qquad (1)$$

Καθώς το σώμα απομακρύνεται από την επιφάνεια της Γης, το ύψος μεγαλώνει. Από την σχέση (1) προκύπτει εύκολα, πως όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής αυξάνεται, ο όρος $\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}$ μικραίνει αλλά, λόγω του αρνητικού προσήμου που υπάρχει στην σχέση (1), το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου μεγαλώνει.

Αντίστοιχα, σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, η ένταση του βαρυτικού πεδίου

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \qquad (2)$$

Όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής στην σχέση (2) αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.B.

Σύμφωνα με την γενίκευση του 2ου νόμου του Νεύτωνα, μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του, προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής κατά

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta P = F \cdot \Delta t \qquad (1)$$

Η σχέση (1) για την αρχική δύναμη είναι

$$\Delta P_1 = F_1 \cdot \Delta t_1 \qquad (2)$$

και για την τελική δύναμη

$$\Delta P_2 = F_2 \cdot \Delta t_2 \qquad (3)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (2) και (3) κατά μέλη, οπότε προκύπτει

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{F_2 \cdot \Delta t_2} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{2F_1 \cdot 3\Delta t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \Delta P_2 = 6\Delta P_1 = 6 \cdot 12\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 72\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21437

2.1. Ένα βαγόνι B_1 μάζας $m_1 = 30.000\ \mathrm{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 4\ \mathrm{m/s}$ και συγκρούεται με ένα άλλο ακίνητο βαγόνι B_2. Αμέσως μετά τη σύγκρουση, το B_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2' = 3\ \mathrm{m/s}$, ενώ το B_1 αναστρέφει την κίνησή του και κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1' = 1\ \mathrm{m/s}$.

Η μάζα m_2 του βαγονιού B_2 είναι ίση με

(α) $30.000\ \mathrm{kg}$, **(β)** $50.000\ \mathrm{kg}$, **(γ)** $40.000\ \mathrm{kg}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο αντίθετα φορτισμένες μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$. Από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα ξεκινά ένα ηλεκτρόνιο, με μηδενική αρχική ταχύτητα, το οποίο κινείται προς τη θετικά φορτισμένη πλάκα. Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι m_e και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $-e$. Αγνοούμε την βαρυτική δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο.

Το ηλεκτρόνιο φθάνει στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα υ ίση με

(α) $\sqrt{2\ d\ E\ e\ m_e}$, **(β)** $\sqrt{\frac{2\ d\ m_e}{E\ e}}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{2\ d\ E\ e}{m_e}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21437-Λύση

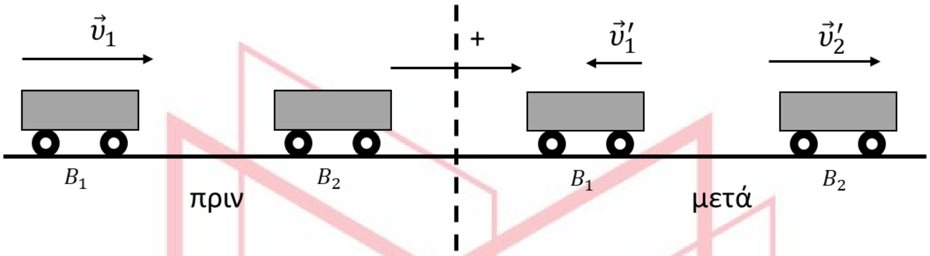
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Για το σύστημα των δυο βαγονιών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Λαμβάνοντας θετική φορά αυτήν που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \Rightarrow$$

$$30.000\ \text{Kg} \cdot 4\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} + 0 = 30.000\ \text{Kg} \cdot (-1)\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} + m_2 \cdot 3\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{m_2 = 50.000\ \text{Kg}}$$

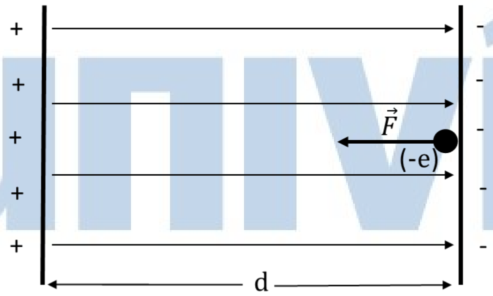
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Το ηλεκτρόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ σταθερή δύναμη μέτρου $F = E \cdot e$ με κατεύθυνση, λόγω του αρνητικού φορτίου του, αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας-έργου για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα έως την θετικά φορτισμένη (απόσταση μεταξύ των δύο πλακών ίση με d) έχουμε:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 - 0 = F \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 = E \cdot e \cdot d \Rightarrow$$

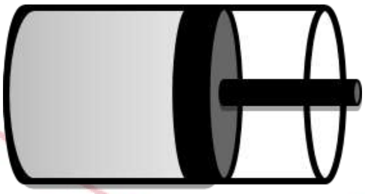
$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot e \cdot d}{m_e}}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21439

2.1. Κυλινδρικό δοχείο με εμβαδόν βάσης A, έχει τον άξονά του οριζόντιο, περιέχει ποσότητα ιδανικού αερίου και κλείνεται με έμβολο βάρους W, το οποίο μπορεί να κινείται ελεύθερα. Το έμβολο ισορροπεί όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Αν $p_{ατμ}$ η ατμοσφαιρική πίεση και p η πίεση που ασκεί το αέριο στο έμβολο, τότε ισχύει:

(α) $p = p_{ατμ}$, **(β)** $p < p_{ατμ}$, **(γ)** $p > p_{ατμ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με σώμα τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, κατά την κρούση είναι κατ' απόλυτη τιμή:

(α) $\frac{7 \cdot K}{4}$, **(β)** $\frac{5 \cdot K}{4}$, **(γ)** K

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21439-Λύση

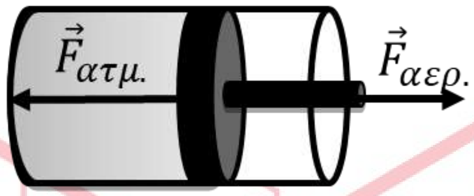
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το έμβολο έχει εμβαδό A, δέχεται από τον ατμοσφαιρικό αέρα δύναμη $\vec{F}_{\alpha\tau\mu}$ και από το αέριο που περιέχεται στο δοχείο $\vec{F}_{\alpha\varepsilon\rho.}$. Το έμβολο ισορροπεί άρα $\Sigma\vec{F}=0$, οπότε για τα μέτρα των δύο δυνάμεων ισχύει:

$$F_{\alpha\tau\mu} = F_{\alpha\varepsilon\rho} \Rightarrow p_{\alpha\tau\mu.} \cdot A = p \cdot A \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{p_{\alpha\tau\mu} = p}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για τη πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Επομένως:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \quad (1)$$

Δηλαδή τα δύο σώματα πριν από την κρούση έχουν αντίθετες ορμές άρα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Από τη σχέση (1) για τα μέτρα των ορμών των δύο σωμάτων έχουμε

$$m \cdot \upsilon = 4 \cdot m \cdot \upsilon' \Leftrightarrow \upsilon' = \frac{\upsilon}{4} \quad (2)$$

Για την μεταβολή, κατ' απόλυτη τιμή, της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

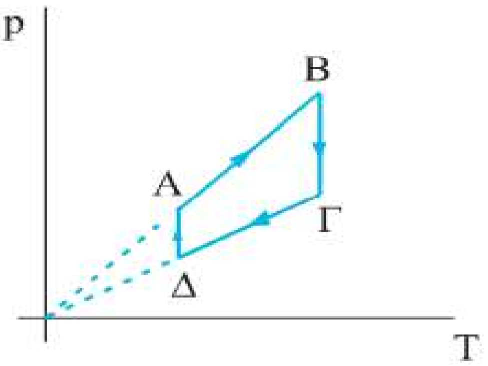
$$|\Delta K| = |K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.}| \overset{(2)}{\Rightarrow} |\Delta K| = \left|0 - \frac{1}{2}\cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot 4 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{16}\right| \xRightarrow{K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2} |\Delta K| = K \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{|\Delta K| = \frac{5 \cdot K}{4}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 21490

2.1. Δίνεται το επόμενο διάγραμμα το οποίο απεικονίζει την μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία $(p - T)$ για ένα ιδανικό αέριο που υποβάλλεται στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔ.



Η μεταβολή ΑΒ του διαγράμματος είναι

(α) ισοβαρής θέρμανση.

(β) ισόθερμη εκτόνωση.

(γ) ισόχωρη θέρμανση.

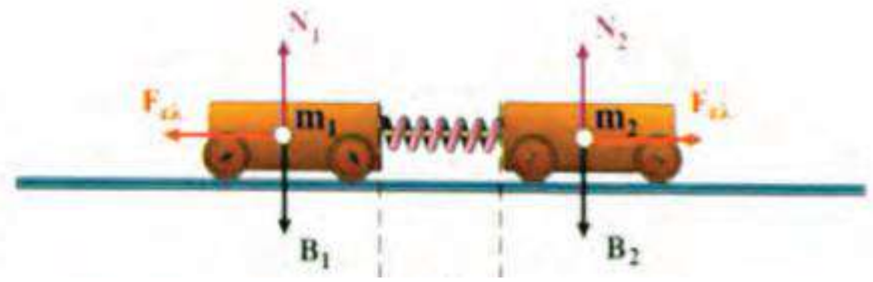
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ας θεωρήσουμε τα δυο αμαξάκια που φαίνονται στην επόμενη εικόνα. Αυτά έχουν μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ και μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ τους υπάρχει ελατήριο, το οποίο εφάπτεται σε αυτά. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, επειδή τα αμαξάκια συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και τα αμαξάκια κινούνται ελεύθερα.



Αν σε χρονικό διάστημα Δt (μετά την απώλεια επαφής με το ελατήριο) το αμαξάκι μάζας m_1 διανύει απόσταση s_1, τότε στο ίδιο χρονικό διάστημα το άλλο αμαξάκι θα διανύσει απόσταση

(α) $s_2 = \frac{s_1}{2}$, **(β)** $s_2 = 2s_1$, **(γ)** $s_2 = s_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21490-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στην μεταβολή ΑΒ η πίεση είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία γιατί η γραφική της παράσταση είναι ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο ανήκει σε ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Σύμφωνα με τον νόμο του Charles, η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία, όταν ο όγκος είναι σταθερός. Συνεπώς, η μεταβολή ΑΒ γίνεται με σταθερό όγκο, άρα είναι ισόχωρη. Παρατηρούμε επίσης ότι η θερμοκρασία στο σημείο Β είναι μεγαλύτερη από την θερμοκρασία στο σημείο Α, οπότε η μεταβολή ΑΒ αντιστοιχεί σε θέρμανση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα με τα δύο αμαξάκια, το νήμα και το ελατήριο είναι μονωμένο, οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής. Αρχικά τα αμαξάκια είναι ακίνητα και μετά το κόψιμο του νήματος αποκτούν ταχύτητα. Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε

$$P_{αρχ} = P_{τελ} \Leftrightarrow 0 = m_2 u_2 - m_1 u_1 \Leftrightarrow m_2 u_2 = m_1 u_1 \Leftrightarrow 2m_1 u_2 = m_1 u_1 \Leftrightarrow u_1 = 2u_2 \qquad (1)$$

Μετά την απώλεια επαφής με το ελατήριο, κάθε αμαξάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση γιατί δεν δέχεται δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα. Συνεπώς, η ταχύτητα καθενός θα δίνεται από την σχέση $u = \frac{s}{\Delta t}$.

Με αντικατάσταση των ταχυτήτων στην σχέση (1) και θεωρώντας το ίδιο χρονικό διάστημα κίνησης ($\Delta t_1 = \Delta t_2$) προκύπτει ότι

$$\frac{s_1}{\Delta t_1} = 2\frac{s_2}{\Delta t_2} \Leftrightarrow s_1 = 2s_2 \Leftrightarrow s_2 = \frac{s_1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21603

Ένα τρενάκι αποτελείται από δύο μικρά βαγόνια και μπορεί να κινείται σε κυκλικές ράγες ακτίνας $r = \frac{2}{\pi}\ m$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο περιστροφής $T = 2\ sec$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής του τρένου.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το τρένο υφίσταται μια μικρή έκρηξη και τα δύο βαγόνια αποχωρίζονται μεταξύ τους, ενώ συνεχίζουν να κινούνται στις κυκλικές ράγες. Η μάζα και των δύο μαζί είναι $m = 3\ kg$ ενώ η μάζα του μπροστινού βαγονιού είναι $m_1 = 1\ kg$. Το μπροστινό βαγόνι μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 12\ \frac{m}{s}$ στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική κατεύθυνση κίνησης του τρένου.

4.2. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας υ_2 του άλλου βαγονιού.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το ποσό της ενέργειας Q που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.4. Πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά, μετά την έκρηξη; Οι ταχύτητες μετά την έκρηξη έως και την πρώτη συνάντηση έχουν σταθερό μέτρο.

Μονάδες 7

Στην επίλυση του προβλήματος θεωρούμε τα βαγόνια ως υλικά σημεία.

21603-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2\pi}{T}\, r \quad ή \quad \upsilon = \frac{2\pi}{2}\,\frac{2}{\pi} \quad ή \quad \upsilon = 2\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη διάρκεια της έκρηξης οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται και η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά για την εξαγωγή των διανυσμάτων της ταχύτητας την αρχική φορά κίνησης του τρένου.

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad ή \quad m\,\vec{\upsilon} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 \quad ή \quad m\,\upsilon = m_1\,\upsilon_1 + m_2\,\upsilon_2$$

$$ή \quad 3\cdot 2 = 1\cdot 12 + 2\cdot \upsilon_2 \quad ή\ \upsilon_2 = -3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\pi\rho\iota\nu} + Q = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad ή \quad \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

$$ή\ \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 12^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3^2 \quad ή \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad ή \quad Q = 75\ J$$

Μονάδες 6

4.4. Η γωνιακή ταχύτητα ω του κάθε βαγονιού του τρένου καθώς εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από την σχέση:

$$\upsilon = \omega\, r \ ή\ \omega = \frac{\upsilon}{r}$$

Η γωνία στροφής του κάθε βαγονιού υπολογίζεται για κίνηση σε χρόνο t ως:

$$\varphi = \omega\, t$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει για τη γωνία στροφής του κάθε βαγονιού ότι:

$$\varphi_1 = \omega_1\, t \ ή\ \varphi_1 = \frac{\upsilon_1}{r}\, t \ ή \quad \varphi_1 = \frac{12\pi}{2}\, t$$

$$\varphi_2 = \omega_2\, t \ ή\ \varphi_2 = \frac{\upsilon_2}{r}\, t \ ή \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2}\, t$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις γωνίες στροφής θα έχουμε:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 4 \quad ή \quad \varphi_1 = 4\varphi_2 \ (1)$$

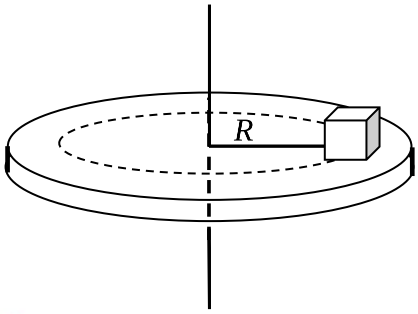
Όταν θα συναντηθούν τα βαγόνια για πρώτη φορά μετά το διαχωρισμό τους, θα έχουν διαγράψει συνολικά έναν πλήρη κύκλο οι γωνίες στροφής τους. Δηλαδή προκύπτει ότι η συνολική γωνία στροφής και των δύο θα είναι 2π οπότε: $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$ (2)

Επομένως με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε ότι η γωνία $\varphi_1 = \frac{8\pi}{5} rad$ και η $\varphi_2 = \frac{2\pi}{5} rad$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Β 21691

2.1 Πάνω σε ένα παλιό πικάπ βρίσκεται ένας δίσκος βινυλίου και πάνω στον δίσκο βινυλίου ένα μεγάλο ζάρι. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του πικάπ. Όταν το ζάρι βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_1. Όταν το ζάρι βρεθεί σε απόσταση R_2 επίσης από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_2.



Για τον λόγο των μέτρων των κεντρομόλων δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις ισχύει

(α) $\frac{F_1}{F_2}=\frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$, **(β)** $\frac{F_1}{F_2}=\frac{\omega_1^2 \cdot R_2}{\omega_2^2 \cdot R_1}$, **(γ)** $\frac{F_1}{F_2}=\frac{\omega_1 \cdot R_1}{\omega_2 \cdot R_2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας πύραυλος αποτελείται από δύο τμήματα ίσων μαζών m, και κινείται εκτός ατμόσφαιρας κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου v, ενώ οι μηχανές του έχουν τεθεί εκτός λειτουργίας. Κάποια στιγμή τίθεται σε λειτουργία ειδικός μηχανισμός που διαχωρίζει ακαριαία τα δύο τμήματα. Ακολούθως, το πάνω τμήμα συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{3}{2}v$.

Η ταχύτητα του κάτω τμήματος είναι:

(α) $\frac{v}{3}$, **(β)** $\frac{v}{2}$, **(γ)** $\frac{2v}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21691-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{mv^2}{R} \text{ (1 μονάδα)}$$

Στις πιθανές απαντήσεις εμφανίζεται η γωνιακή ταχύτητα ω, το μέτρο της οποίας συνδέεται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μέσω της σχέσης $v = \omega R$ (2 μονάδες). Αντικαθιστώντας στην πρώτη σχέση: $F = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$ (2 μονάδες)

Για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις που περιγράφονται στην εκφώνηση:

$$F_1 = m{\omega_1}^2 R_1$$

$$F_2 = m{\omega_2}^2 R_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m\omega_1^2 \cdot R_1}{m\omega_2^2 \cdot R_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2} \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θεωρώντας το σύστημα κατά προσέγγιση μονωμένο τη στιγμή της αποκόλλησης (θεωρώντας δηλαδή πως η επίδραση της μοναδικής εξωτερικής δύναμης, του βάρους, είναι αμελητέα στη διάρκεια της αποκόλλησης, λόγω και της αμελητέας διάρκειας της τελευταίας), μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα του πυραύλου (το οποίο αποτελείται από τα δύο τμήματα). (3 μονάδες)

Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του πυραύλου (δηλαδή προς τα επάνω):

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$(m+m)v = m\frac{3}{2}v + mv'$$

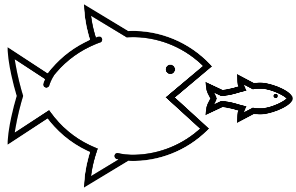
$$v' = \frac{v}{2} \text{ (6 μονάδες)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21695

Ένα μεγάλο ψάρι μάζας $8\ kg$ κινείται με ταχύτητα $0{,}6\ m/s$ και καταδιώκει μικρό ψάρι μάζας $2\ kg$ το οποίο κινείται με ταχύτητα $0{,}1\ m/s$ στην ίδια ευθεία με το μεγάλο ψάρι. Κάποια στιγμή, το μεγάλο ψάρι φτάνει το μικρό ψάρι και το καταπίνει, χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης. Η διαδικασία της κατάποσης διήρκεσε $2\ s$.



4.1. Υπολογίστε την ταχύτητα του μεγάλου ψαριού αμέσως αφού καταπιεί το μικρό ψάρι. Να αναφέρετε όποια υπόθεση κάνατε για να φτάσετε στη λύση.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο ψαριών εξαιτίας της κατάποσης του μικρού ψαριού από το μεγάλο ψάρι.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε, σε μέτρο και κατεύθυνση, τη μεταβολή της ορμής του μικρού ψαριού ως αποτέλεσμα της κατάποσης.

Μονάδες 6

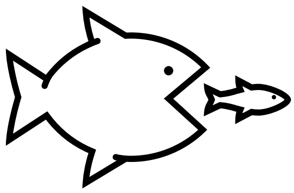
4.4. Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι στη διάρκεια της κατάποσης του μικρού ψαριού.

Μονάδες 6

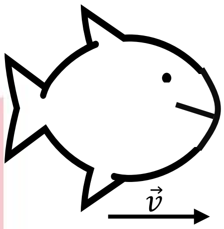
ΘΕΜΑ 4

21695-Λύση

4.1. Η απαιτούμενη υπόθεση είναι πως το σύστημα των δύο ψαριών είναι μονωμένο, έστω και προσεγγιστικά, στη διάρκεια της κατάποσης (η οποία αντιστοιχεί σε μία πλαστική κρούση). (1 μονάδα)



Πριν



Μετά

Η Αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα}$$

$$\vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν} + \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ πριν} = \vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα}$$

$$(8\ kg)\left(0{,}6\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)\left(0{,}1\frac{m}{s}\right) = (8\ kg + 2\ kg)v$$

$$v = 0{,}5\ m/s$$

(5 μονάδες)

Μονάδες 6

4.2. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν, είναι ίση με (3 μονάδες)

$$K_{πριν} = K_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν} + K_{μικρου\ ψαριου\ πριν} = \frac{1}{2}(8\ kg)(0{,}6\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(0{,}1\frac{m}{s})^2 = 1{,}45\ J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά, είναι ίση με (2 μονάδες)

$$K_{μετα} = K_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα} = \frac{1}{2}(8\ kg + 2\ kg)(0{,}5\frac{m}{s})^2 = 1{,}25\ J$$

Η απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι (2 μονάδες)

$$K_{πριν} - K_{μετα} = 1{,}45\ J - 1{,}25\ J = 0{,}2\ J$$

Μονάδες 7

4.3. Η μεταβολή της ορμής του μικρού ψαριού είναι:

$$\Delta\vec{p}_{μικρου\ ψαριου} = \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ μετα} - \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ πριν}$$

Η τιμή της μεταβολής αυτής (ορίζοντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά) είναι (4 μονάδες):

$$\Delta p_{μικρου\ ψαριου} = (2\ kg)\left(0{,}5\frac{m}{s}\right) - (2\ kg)\left(0{,}1\frac{m}{s}\right) = 0{,}8\ m/s$$

Η κατεύθυνση της μεταβολής ορμής είναι προς τα δεξιά (εννοείται στην ευθεία της κίνησης) (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.4. Με βάση τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (2^{ο} Νόμο Νεύτωνα):

$$\Sigma\vec{F}_{στο\ μεγαλο\ ψαρι} = \frac{\Delta\vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου}}{\Delta t}$$

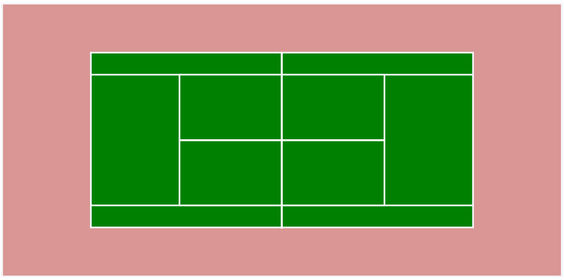
$$\Sigma F = \frac{p_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα} - p_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν}}{\Delta t} = \frac{(8\ kg)\left(0{,}5\frac{m}{s}\right) - (8\ kg)(0{,}6\ \frac{m}{s})}{2\ s} = -0{,}4\ N$$

(όπου έχει οριστεί ως θετική η φορά προς τα δεξιά). Η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης στο μεγάλο ψάρι είναι στην ευθεία της κίνησης, προς τα αριστερά.

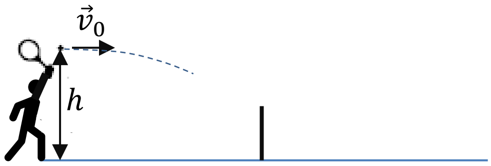
Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21698



Τενίστας χτυπάει με τη ρακέτα του μπαλάκι, δίνοντάς του οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\ m/s$, ενώ αυτό βρίσκεται σε ύψος $h = 2{,}45\ m$.

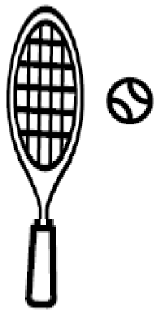


4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που θα χρειαστεί το μπαλάκι για να φτάσει στο έδαφος (υποθέτοντας πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε το βεληνεκές και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει το μπαλάκι στο έδαφος (υποθέτοντας πάλι πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).

Μονάδες 7



4.3. Το μπαλάκι έχει μάζα $60\ g$. Η ρακέτα ασκεί οριζόντια δύναμη $240\ N$ στο μπαλάκι ώστε αυτό να ξεκινήσει να κινείται με την οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\ m/s$. Υποθέτοντας πως τη στιγμή που η ρακέτα χτυπάει το μπαλάκι αυτό είναι ακίνητο, υπολογίστε τη διάρκεια της επαφής μεταξύ αυτού και της ρακέτας.

Μονάδες 6

4.4. Το φιλέ βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $12\ m$ από το σημείο στο οποίο η ρακέτα χτύπησε το μπαλάκι. Το φιλέ έχει ύψος $0{,}912\ m$. Βρείτε αν το μπαλάκι θα περάσει πάνω από το φιλέ ή θα χτυπήσει σε αυτό.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$, ενώ $\sqrt{449} \cong 21$.

ΘΕΜΑ 4

21698-Λύση

4.1. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον κατακόρυφο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας $t = 0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση y:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \text{ (2 μονάδες)}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 2{,}45\ m$ στο οποίο βρίσκεται αρχικά το μπαλάκι, ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει στο έδαφος είναι:

$$2{,}45\ m = \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right)t^2 \Leftrightarrow t = 0{,}7\ s \text{ (4 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.2. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας ότι $t = 0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει οριζόντια απόσταση (2 μονάδες):

$$s = v_0 t = \left(20\frac{m}{s}\right)(0{,}7\ s) = 14\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας παραμένει $v_x = v_0 = 20\ m/s$, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα φτάνοντας στο έδαφος θα είναι (λόγω της επιταχυνόμενης κίνησης με $a = g$) $v_y = gt = \left(10\frac{m}{s^2}\right)(0{,}7\ s) = 7\ m/s$ (3 μονάδες)

Το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο φτάνει στο έδαφος είναι:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(20\frac{m}{s})^2 + (7\frac{m}{s})^2} = \sqrt{(449\frac{m^2}{s^2})} \cong 21\ m/s \text{ (2 μονάδες)}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (2ος νόμος του Νεύτωνα), εφαρμόζοντάς τον στον οριζόντιο άξονα και θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά

$$F_{ρακετας} = \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Longrightarrow 240\ N = \frac{(60\ g)\left(20\frac{m}{s}\right) - 0}{\Delta t} = \frac{(0{,}060\ kg)\left(20\frac{m}{s}\right) - 0}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = 0{,}005\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Με βάση την οριζόντια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για να φτάσει το μπαλάκι στο φιλέ θα χρειαστεί χρόνο t_1 :

$$x = v_0 t \Rightarrow 12\ m = \left(20\frac{m}{s}\right)t_1 \Leftrightarrow t_1 = 0{,}6\ s \text{ (2 μονάδες)}$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μπαλάκι θα έχει κατέβει από την αρχική του θέση κατά y_1:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}(10\frac{m}{s})(0{,}6\ s)^2 = 1{,}8\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μπαλάκι ξεκίνησε από ύψος $h = 2{,}45\ m$, άρα τη χρονική στιγμή t_1 θα βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$2{,}45\ m - 1{,}8\ m = 0{,}65\ m < 0{,}912\ m \text{ (1 μονάδα)}$$

Συνεπώς, αφού όταν θα φτάσει στο φιλέ, θα βρίσκεται σε ύψος μικρότερο από το ύψος του φιλέ, θα χτυπήσει σε αυτό. (1 μονάδα)

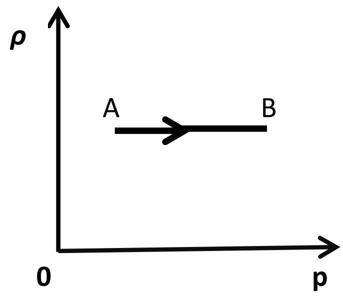
21698-Λύση

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

21761

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υφίσταται αντιστρεπτή μεταβολή $A \rightarrow B$, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα της πυκνότητας ρ του αερίου σε συνάρτηση με την πίεση του.



Κατά τη διάρκεια της αντιστρεπτής μεταβολής AB η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου:

(α) αυξάνεται , **(β)** μειώνεται , **(γ)** παραμένει σταθερή

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σωματίδια Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 και θετικά φορτία q_1και q_2 αντίστοιχα συγκρατούνται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε τέτοιες θέσεις ώστε η μεταξύ τους αρχική απόσταση να είναι r. Αν τα σωματίδια αφεθούν ταυτόχρονα ελεύθερα αποκτούν τελικά ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 4 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$ αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει $4 \cdot r$.

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δυο σωματιδίων, όταν βρίσκονται σε απόσταση $4 \cdot r$ θα είναι ίσος με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$, **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$, **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21761-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το διάγραμμα μας δίνει την πληροφορία ότι η πυκνότητα παραμένει σταθερή κατά την αντιστρεπτή μεταβολή AB. Σύμφωνα με τον ορισμό η τιμή της πυκνότητας είναι:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Όπου m η μάζα του αερίου και V ο όγκος του. Επειδή η ποσότητα του αερίου m είναι σταθερή (κατά τη μεταβολή του δεν διαφεύγει μέρος του αερίου) και η πυκνότητα παραμένει σταθερή, συμπεραίνουμε ότι και ο όγκος θα παραμένει σταθερός κατά τη μεταβολή αυτή. Σύμφωνα με τον νόμο του Charles για την ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή θα έχουμε:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \text{ ή } P = σταθ. T$$

και αφού $p_B > p_A$ θα είναι με τη βοήθεια της παραπάνω σχέσης: $T_B > T_A$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δίνεται από τη σχέση:

$$\overline{K} = \frac{1}{2} m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$$

Και αφού $T_B > T_A$, θα είναι: $\overline{K_B} > \overline{K_A}$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων αυξάνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο. Οι δυνάμεις μεταξύ των φορτίων είναι εσωτερικές. Επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά. Συνεπώς: $\vec{P}_{αρχ} = \vec{P}_{τελ}$ ή $0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ ή $P_1 = P_2$ ή $m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2$ ή $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$

Η κινητική ενέργεια των σωματιδίων είναι:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1\upsilon_1^2 \text{ και πολλαπλασιάζω αριθμητή και παρονομαστή με } m_1$$

$$\text{ή } K_1 = \frac{1}{2}\frac{m_1^2\upsilon_1^2}{m_1} \text{ ή } K_1 = \frac{1}{2}\frac{P_1^2}{m_1} \text{ ή } K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1} \ (1)$$

$$\text{Όμοια: } K_2 = \frac{P_2^2}{2m_2} \ (2)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) οπότε:

21761-Λύση

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{P_1^2}{2m_1}}{\frac{P_2^2}{2m_2}} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2} = \frac{P_1^2}{P_2^2}\,\frac{2m_2}{2m_1} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2} = \frac{4\cdot 10^{-2}}{2\cdot 10^{-2}} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 21763

2.1. Το κύριο στέλεχος του πυροτεχνήματος εκρήγνυται όταν φτάσει στο ανώτερο ύψος της κατακόρυφης τροχιάς του. Το σφαιρικό σχήμα που αποκτούν τα διάπυρα κομμάτια του πυροτεχνήματος μετά την έκρηξη έχουν αποτυπωθεί όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα.

Ποια αρχή της φυσικής δικαιολογεί την εικόνα αυτή αμέσως μετά την έκρηξη;

(α) Η αρχή διατήρησης της ορμής.

(β) Η αρχή διατήρησης της δυναμικής ενέργειας.

(γ) Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

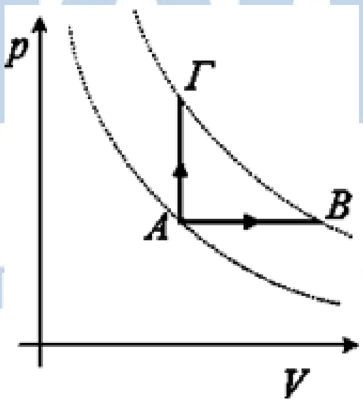
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 5

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Στο εργαστήριο Φυσικής θέλουμε να θερμάνουμε κατά ΔT ορισμένη ποσότητα αερίου. Μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ μια ισοβαρούς και μιας ισόχωρης θέρμανσης. Οι διακεκομμένες γραμμές του διαγράμματος παριστάνουν ισόθερμες καμπύλες. Το ποσό θερμότητας που θα απαιτηθεί να απορροφήσει το αέριο είναι:



(α) Μικρότερο στην ισόχωρη μεταβολή,

(β) Μικρότερο στην ισοβαρή μεταβολή,

(γ) Το ίδιο και στις δυο περιπτώσεις.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21763-Λύση

ΘΕΜΑ 2

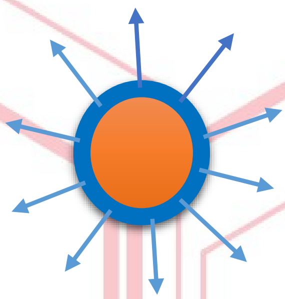
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 5

2.1.Β.

Τα διάπυρα κομμάτια πρέπει να κατανεμηθούν συμμετρικά στο χώρο για να ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.



Κατά την διάρκεια της έκρηξης όταν το στέλεχος του πυροτεχνήματος φθάσει στο ανώτερο ύψος, τότε η ταχύτητα του (στιγμιαία) είναι ίση με το μηδέν. Άρα η αρχική ορμή (πριν την έκρηξη) είναι μηδέν. Μετά την έκρηξη προκύπτουν επιμέρους τμήματα του κυρίως στελέχους που εκτινάσσονται με ταχύτητα. Επειδή τα κομμάτια είναι πάρα πολλά και παρόμοιας μάζας, και λόγω της συμμετρίας της έκρηξης στην εκρηκτική ύλη, η κατανομή τους είναι συμμετρική μετά την έκρηξη. Σχηματίζονται έτσι φωτεινές σφαίρες με τα πυρακτωμένα κομμάτια του πυροτεχνήματος.

Συνεπώς, θα έχουν όλα τα κομμάτια περίπου το ίδιο μέτρο ταχύτητας και θα διανύσουν στον ίδιο χρόνο, περίπου ίσες αποστάσεις.

Λόγω της παρόμοιας μάζας και της συμμετρίας της έκρηξης τα κομμάτια εκτινάσσονται προς όλες τις κατευθύνσεις, με την ίδια (περίπου) σε μέτρο ορμή. Άρα αν αθροίσουμε ανά ζεύγος τις ορμές με αντίθετες κατευθύνσεις θα προκύψει συνολική ορμή τους συστήματος μηδέν.

Άρα επαληθεύεται η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } \quad 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{P}_4 + \cdots$$

Προκύπτει έτσι ένα όμορφο θέαμα συμμετρίας σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής, μία από τις σπουδαιότερες αρχές της φυσικής.

Μονάδες 7

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

21763-Λύση

Κατά την ισοβαρή μεταβολή AB σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο θα έχουμε εάν Q_{AB} είναι το προσφερόμενο ποσό θερμότητας θα έχουμε κατά ΔU_{AB} μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και W το παραγόμενο έργο. Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \ \ (1)$$

Κατά την ισόχωρη μεταβολή το προσφερόμενο ποσό θερμότητας είναι $Q_{A\Gamma}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{A\Gamma}$ και $W_{A\Gamma} = 0$ επειδή ο όγκος του αερίου δεν μεταβάλλεται. Επίσης:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{A\Gamma}$$

Αυτό συμβαίνει γιατί η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται από την μεταβολή της θερμοκρασίας και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή. Επομένως:

$$Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + W_{A\Gamma} \ \text{ ή } \ Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + 0 \ \text{ ή } \ Q_{A\Gamma} = \Delta U_{AB} \ (2)$$

Αν συγκρίνουμε την (1) και (2) βλέπουμε ότι:

$$Q_{AB} > Q_{A\Gamma}$$

Ο λόγος αυτής της διαφοράς στη θερμότητα είναι ότι στην ισόχωρη μεταβολή η θερμότητα που πρέπει να απορροφήσει το αέριο είναι ίση με την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας, ενώ στην ισοβαρή μεταβολή του σχήματος απαιτείται επιπλέον ενέργεια για το μηχανικό έργο που αποδόθηκε στο περιβάλλον.

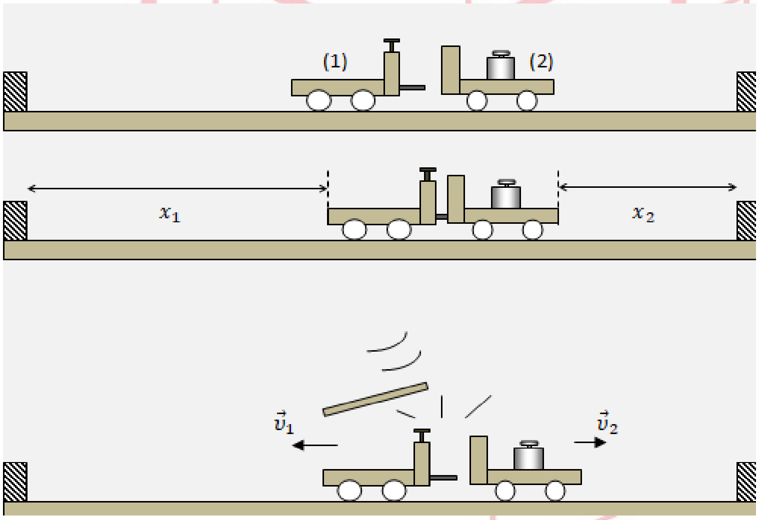
$$Q_{AB} > Q_{A\Gamma}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21817

2.1. Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια της/του καθηγήτριας/καθηγητή τους, εκτέλεσαν ένα πείραμα για να επιβεβαιώσουν την αρχή διατήρησης της ορμής σε μονωμένο σύστημα σωμάτων. Στο εργαστήριό τους βρήκαν αμαξίδια, που μερικά είχαν και έμβολο, το οποίο ήταν δυνατόν να συμπιέζεται και να σταθεροποιείται συμπιεσμένο. Μια ασφάλεια, στο πάνω μέρος του αμαξιδίου, μπορεί να απελευθερώνει το συμπιεσμένο έμβολο, με ένα μικρό κτύπημα, ώστε να ξαναβρεθεί στην αρχική του θέση.
Αρχικά ζύγισαν το αμαξίδιο με το έμβολο και βρήκαν τη μάζα του $m_1 = 400$ g.
Σε ένα δεύτερο αμαξίδιο χωρίς έμβολο, τοποθέτησαν ένα βαρίδι και ζυγίζοντας βρήκαν τη συνολική του μάζα $m_2 = 800$ g (σχήμα 1).
Συμπίεσαν το έμβολο του αμαξιδίου (1) και το έφεραν σε επαφή με το αμαξίδιο (2), έτσι ώστε να είναι αρχικά ακίνητα και τα δύο, στην ίδια οριζόντια διεύθυνση (σχήμα 2).



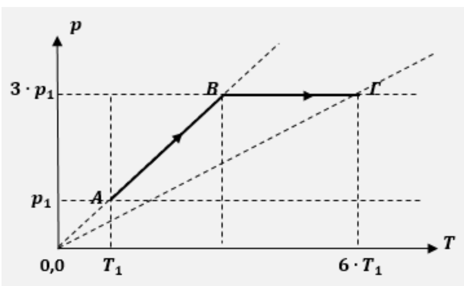
Με ένα ξαφνικό κτύπημα στην ασφάλεια του αμαξιδίου (1), το έμβολο απελευθερώνεται, εκτινάσσεται και από τις εσωτερικές δυνάμεις δράσης-αντίδρασης τα δύο αμαξίδια κινούνται αντίθετα μέχρι να κτυπήσουν σε καλά στερεωμένα εμπόδια στις δύο άκρες του πάγκου. Εκτέλεσαν το πείραμα αρκετές φορές, μέχρι να βρούν αρχική θέση στο σύστημα, τέτοια που τα αμαξίδια να κτυπούν ταυτόχρονα στα εμπόδια αυτά. Βρήκαν τελικά ότι αυτό συμβαίνει όταν το αμαξίδιο (1) απέχει αρχικά από το δικό του εμπόδιο $x_1 = 80$ cm και το αμαξίδιο (2) απέχει $x_2 = 40$ cm από το εμπόδιο της δικής του πλευράς (σχήμα 3).
Ο καθηγητής (καθηγήτριά) τους είπε ότι μπορούν θεωρήσουν ομαλή και ευθύγραμμη την κίνηση των δύο αμαξιδίων μετά την εκτόξευσή τους, εξαιτίας της κύλισης των τροχών.
2.1.Α. Πιστεύετε ότι κατάφεραν να δείξουν ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, στο σύστημα των σωμάτων;

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την άποψή σας

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα αερίου, το οποίο θεωρείται ιδανικό, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση ισορροπίας (Α) με όγκο V_1, πίεση p_1 και θερμοκρασία T_1. Το αέριο υποβάλλεται σε δύο διαδοχικές και αντιστρεπτές μεταβολές, οι οποίες απεικονίζονται στο διάγραμμα πίεσης-απόλυτης θερμοκρασίας ($p - T$).



21817

Για τις μεταβολές αυτές δίνονται τα στοιχεία:

Η (ΑΒ) είναι ισόχωρη θέρμανση μέχρι τριπλασιασμό της πίεσης του αερίου ($p_B = 3 \cdot p_1$).

Η (ΒΓ) είναι ισοβαρής θέρμανση μέχρι η τελική του απόλυτη θερμοκρασία να γίνει εξαπλάσια της αρχικής που είχε στην κατάσταση Α ($T_\Gamma = 6 \cdot T_1$).

Για τον όγκο του αερίου στην τελική κατάσταση Γ, ισχύει:

(α) $V_\Gamma = 6 \cdot V_1$, **(β)** $V_\Gamma = 3 \cdot V_1$, **(γ)** $V_\Gamma = 2 \cdot V_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21817-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Ναι. Με το πείραμα αυτό κατάφεραν να επιβεβαιώσουν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Μονάδες 4

2.1.Β.

Επειδή οι κινήσεις των δύο αμαξιδίων μετά την εκτόξευση του εμβόλου, είναι ευθύγραμμες και ομαλές, και φτάνουν ταυτόχρονα στα εμπόδια που βρίσκονται στα άκρα του πάγκου, για τα μέτρα των ταχυτήτων τους ισχύουν: $\upsilon_1 = \frac{x_1}{\Delta t}, \quad \upsilon_2 = \frac{x_2}{\Delta t}$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{80\ cm}{40\ cm} = 2, \quad ά\rho\alpha\ \ \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$ (1)

Για τις μάζες των δύο κινητών που είναι γνωστές, ισχύει η σχέση: $m_2 = 2 \cdot m_1$ (2)

Η αρχική ορμή του συστήματος πριν την εκτόξευση του εμβόλου ήταν μηδέν: $\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\,\pi\rho\iota\nu} = \vec{0}$

Η ορμή του συστήματος μετά την εκτόξευση του εμβόλου είναι η συνισταμένη των ορμών των δύο κινητών: $\vec{p}_{\sigma\upsilon\tau}^{\,\mu\varepsilon\tau ά} = \vec{p}_1^{\,\mu\varepsilon\tau ά} + \vec{p}_2^{\,\mu\varepsilon\tau ά}$

Κατά μέτρο: $p_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau ά} = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \xrightarrow{(1),(2)} p_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\mu\varepsilon\tau ά} = m_1 \cdot 2 \cdot \upsilon_2 - 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2 = 0$

Άρα ισχύει $\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\,\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha} = \vec{0}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μεταβολή (ΑΒ) είναι ισόχωρη $(V_B = V_A = V_1)$ και για το αέριο ισχύει ο νόμος Charles:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}, \quad έ\tau\sigma\iota\ \pi\rho o\kappa ύ\pi\tau\varepsilon\iota: T_B = \frac{p_B \cdot T_A}{p_A} = \frac{3 \cdot p_1 \cdot T_1}{p_1} = 3 \cdot T_1$$

Η μεταβολή (ΒΓ) είναι ισοβαρής και για το αέριο ισχύει ο νόμος Gay-Lussac:

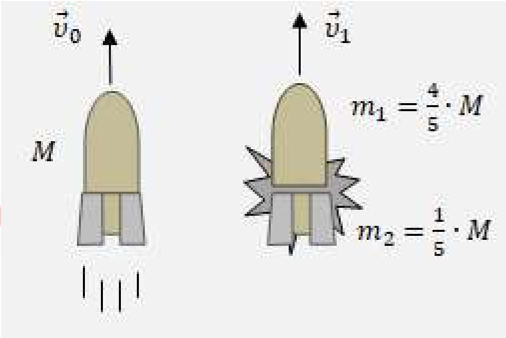
$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_\Gamma}{T_\Gamma}, \quad έ\tau\sigma\iota\ \pi\rho o\kappa ύ\pi\tau\varepsilon\iota: \quad V_\Gamma = \frac{V_B \cdot T_\Gamma}{T_B} = \frac{V_1 \cdot 6 \cdot T_1}{3 \cdot T_1} = 2 \cdot V_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21819

2.1.Ένας πύραυλος μάζας M, κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, εκτός πεδίου βαρύτητας. Κάποια στιγμή, μια προγραμματισμένη εσωτερική έκρηξη, διασπά τον πύραυλο σε δύο κομμάτια (1) και (2), με μάζες αντίστοιχα $m_1 = \frac{4}{5} \cdot M$και $m_2 = \frac{1}{5} \cdot M$.



Αν αμέσως μετά την έκρηξη, το κομμάτι (2) δεν έχει ταχύτητα, τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του κομματιού (1), εξαιτίας της έκρηξης, είναι:

(α) $|\Delta p_1| = 0$, **(β)** $|\Delta p_1| = \frac{1}{5} \cdot M \cdot \upsilon_0$, **(γ)** $|\Delta p_1| = \frac{5}{4} \cdot M \cdot \upsilon_0$

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2.Μια ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται σε δοχείο με θερμομονωτικά τοιχώματα, μεταβλητού όγκου και είναι αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (Α), με όγκο V_1, πίεση p_1 και απόλυτη θερμοκρασία T_1. Το αέριο εκτελεί αδιαβατική μεταβολή, στο τέλος της οποίας καταλήγει και πάλι σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (Β), με όγκο V_2, πίεση p_2 και θερμοκρασία T_2.
Για το έργο του αερίου κατά την παραπάνω αδιαβατική μεταβολή του όγκου του, ισχύει η σχέση:

(α)$W_{αερ}^{A \to B} = 0$, **(β)**$W_{αερ}^{A \to B} = p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1$, **(γ)**$W_{αερ}^{A \to B} = \frac{3}{2} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$

2.2.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21819-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα είναι μονωμένο και κατά την έκρηξη ισχύει γι' αυτό η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα}$, δηλαδή $M \cdot \vec{\upsilon}_0 = m_1 \cdot \vec{\upsilon}_1$, ή κατά μέτρο $M \cdot \upsilon_0 = \frac{4}{5} \cdot M \cdot \upsilon_1$ και τελικά

προκύπτει: $\upsilon_1 = \frac{5}{4} \cdot \upsilon_0$

Η ορμή της μάζας m_1 πριν και μετά την έκρηξη είναι στην ίδια κατεύθυνση και για το μέτρο μεταβολής της ορμής της ισχύει:

$$|\Delta p_1| = |m_1 \cdot \upsilon_1 - m_1 \cdot \upsilon_0| = m_1 \cdot \left|\frac{5}{4} \cdot \upsilon_0 - \upsilon_0\right| = \frac{4}{5} \cdot M \cdot \frac{1}{4} \cdot \upsilon_0 = \frac{1}{5} \cdot M \cdot \upsilon_0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή η μεταβολή είναι αδιαβατική, το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, δηλαδή ισχύει $Q^{A\to B} = 0$

Εφαρμόζουμε για το αέριο κατά την μεταβολή ΑΒ, τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο:

$Q^{A\to B} = \Delta U^{A\to B} + W^{A\to B}$ και προκύπτει:

$$W^{A\to B} = -\Delta U^{A\to B} = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1)$$

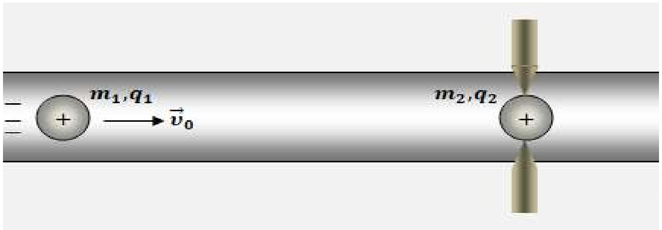
ή $W^{A\to B} = -\frac{3}{2} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = \frac{3}{2} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21822

Κατά την εξέλιξη ενός πειράματος, σε σωλήνα κενού, ένα μικρό σωματίδιο (1) μάζας $m_1 = 70\,\mu g$, φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q_1 = 7\,\mu C$ κινείται ευθύγραμμα εναντίον άλλου σωματιδίου (2) μάζας $m_2 = m_1$, φορτισμένου με το ίδιο ακριβώς ηλεκτρικό φορτίο $(q_2 = q_1)$. Αρχικά το σωματίδιο (2) συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό και το σωματίδιο (1) έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^4\ \frac{m}{s}$ όταν βρίσκεται αρκετά μακριά από το σωματίδιο (2), ώστε να μην αλληλεπιδρούν, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το κινούμενο σωματίδιο (1) επιβραδύνεται από την ηλεκτρική άπωση που δέχεται από το (2), καθώς πλησιάζει προς αυτό. Όταν το σωματίδιο (1) έχει πλησιάσει το ακίνητο σωματίδιο (2) σε απόσταση d_1, έχει υποδιπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του $\left(\upsilon_1 = \frac{\upsilon_0}{2}\right)$ και ακριβώς εκείνη τη στιγμή ο μηχανισμός απελευθερώνει το σωματίδιο m_2, το οποίο πλέον κινείται ελεύθερα εξαιτίας μόνο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο φορτισμένων σωματιδίων.
Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση d_1.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων, στη διάρκεια της παραπάνω αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας των σωματιδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση

Μονάδες 6

4.4. Την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις, μαγνητικά πεδία εξαιτίας της κίνησης των φορτισμένων σωματιδίων αγνοούνται και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

ΘΕΜΑ 4

21822-Λύση

4.1. Στο σωματίδιο (1) καθώς κινείται προς το ακίνητο σωματίδιο (2), ασκείται μόνο η απωστική δύναμη Coulomb η οποία αναπτύσσεται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων. Η δύναμη αυτή είναι διατηρητική δύναμη και κατά την κίνηση του (1) προς το ακίνητο (2), μέχρι να φτάσει στην απόσταση d_1 από αυτό, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, θεωρώντας ως δυναμική ενέργεια αποκλειστικά λόγω της ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης μεταξύ τους;

$$E_{M\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{M\eta\chi}^{1}, \quad \delta\eta\lambda\alpha\delta\eta: \ K_{\alpha\rho\chi} = U_{\eta\lambda}^{1} + K_1, \ \text{ή} \ \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} + \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot (\frac{\upsilon_0}{2})^2$$

ή $\frac{3}{8}\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1}$,

άρα είναι: $d_1 = \frac{8\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{3\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2} = \frac{8\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{3\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8} = 42\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 4{,}2\ \mathrm{cm}$

Μονάδες 6

4.2. $|\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = |\Delta p_1| = \left|m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} - m_1\cdot \upsilon_0\right| = \left|-\frac{m_1\cdot \upsilon_0}{2}\right| = \frac{m_1\cdot \upsilon_0}{2} = 70\cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

Μετά την απελευθέρωση του σωματιδίου (1), τα δύο σωματίδια κινούνται στην ευθεία της διακέντρου τους και εξαιτίας της ηλεκτρικής άπωσης που δημιουργείται μεταξύ τους, το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται, ενώ το σωματίδιο (2) επιταχύνεται από την ηρεμία. Όσο χρόνο όμως η ταχύτητα του (1) είναι κατά μέτρο μεγαλύτερη από του (2), το πλησιάζει και η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται. Η ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση θα παρατηρείται, τη στιγμή που εξισώνονται οι ταχύτητές τους ($\upsilon_1{'} = \upsilon_2 = \upsilon$).
Από τη στιγμή που απελευθερώθηκε το (2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και οι δυνάμεις που εκτελούν έργο είναι διατηρητικές.
Ισχύουν για το σύστημα:

4.3. Αρχή διατήρησης της ορμής:

$p_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta.$, άρα $m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} = (m_1+m_2)\cdot \upsilon$, οπότε η κοινή τους ταχύτητα στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση: $\upsilon = \frac{m_1\cdot \upsilon_0}{2\cdot(m_1+m_2)} = \frac{\upsilon_0}{4} = 5\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.4. Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$E_{M\eta\chi}^{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$, άρα $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{4} + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\upsilon^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\cdot \upsilon^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{16} = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}} = \frac{7}{16}\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2$, οπότε προκύπτει $d_{min} = \frac{16\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{7\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2}$

τελικά $d_{min} = \frac{16\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{7\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8}\ \mathrm{m} = 36\cdot 10^{-3}\ m = 0{,}036\ \mathrm{m} = 3{,}6\ \mathrm{cm}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

21853

2.1. Ένα βαγόνι Α με μάζα m συγκρούεται με ένα δεύτερο ακίνητο βαγόνι Β ίσης μάζας και μετά τη σύγκρουση τα δύο βαγόνια κινούνται μαζί σαν ένα σώμα.

Αν K_{A} είναι η κινητική ενέργεια του βαγονιού Α και K_{Σ} η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, τότε ισχύει:

(α) $K_{\Sigma} = K_{\mathrm{A}}$, **(β)** $K_{\Sigma} = 2 \cdot K_{\mathrm{A}}$, **(γ)** $K_{\Sigma} = \frac{K_{\mathrm{A}}}{2}$

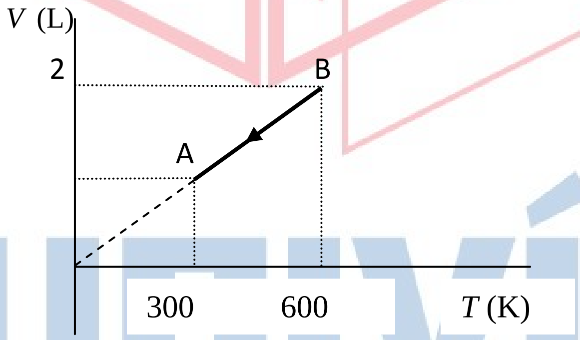
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $V - T$ του σχήματος απεικονίζεται μία αντιστρεπτή μεταβολή BA, που υφίσταται ποσότητα ιδανικού αερίου ίση με $n = \frac{2}{R}$ mol (όπου R η σταθερά των ιδανικών αερίων εκφρασμένη σε $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$).



Το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΑ είναι:

(α) $W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{J}$, **(β)** $W_{\mathrm{BA}} = 600\ \mathrm{J}$, **(γ)** $W_{\mathrm{BA}} = 450\ \mathrm{J}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Δίνεται: $1\ \mathrm{L} = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$.

21853-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν υ_{A} η ταχύτητα του βαγονιού Α πριν τη σύγκρουση και υ_{Σ} η κοινή ταχύτητα των δύο βαγονιών μετά τη σύγκρουση, εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon_{\mathrm{A}} = 2m\upsilon_{\Sigma} \Rightarrow \upsilon_{\Sigma} = \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2} \quad (1)$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\upsilon_{\Sigma}^2 \xRightarrow{(1)} K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}^2}{4} \Rightarrow K_{\Sigma} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\upsilon_{\mathrm{A}}^2\right)$$

και τελικά

$$K_{\Sigma} = \frac{K_{\mathrm{A}}}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

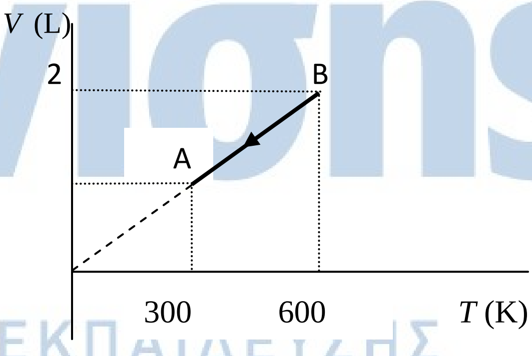
2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μεταβολή ΒΑ είναι ισοβαρής συμπίεση, επομένως:

$$\frac{V_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{V_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{B}}} \Rightarrow \frac{V_{\mathrm{A}}}{300\ \mathrm{K}} = \frac{10\ \mathrm{L}}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow V_{\mathrm{A}} = 1\ \mathrm{L}$$



και με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης

$$P_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}} = nRT_{\mathrm{B}} \Rightarrow$$

$$P_{\mathrm{B}} \cdot (2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3) = \left(\frac{2}{R}\ \mathrm{mol}\right) \cdot \left(R\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}\right) \cdot (600\ \mathrm{K}) \Rightarrow$$

$$P_{\mathrm{B}} = 600 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \Rightarrow P_{\mathrm{B}} = 6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^3} \Rightarrow P_{\mathrm{B}} = 6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

Το έργο σε μία ισοβαρή μεταβολή δίδεται από τη σχέση:

$$W = P \cdot \Delta V \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (1) μεταξύ των καταστάσεων Β και Α έχουμε:

$$W_{\mathrm{BA}} = P \cdot \Delta V_{\mathrm{BA}} \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = P \cdot (V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}) \xRightarrow{P = P_{\mathrm{A}} = P_{\mathrm{B}}} W_{\mathrm{BA}} = \left(6 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right) \cdot (-1\ \mathrm{L}) \Rightarrow$$

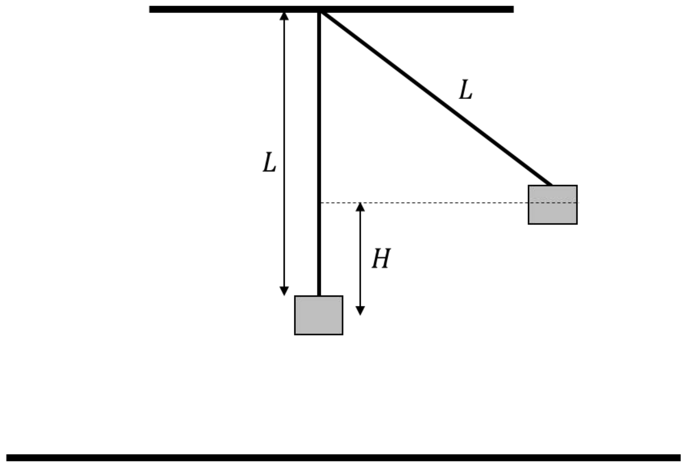
$$W_{\mathrm{BA}} = \left(6 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right) \cdot (-10^{-3}\ \mathrm{m}^3) \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21887

Σώμα μάζας $M = 4\,\mathrm{kg}$ είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $L = 1\,\mathrm{m}$ και ισορροπεί με το νήμα να είναι κατακόρυφο. Ανυψώνουμε το σώμα, σε κατακόρυφη απόσταση $H = 45\,\mathrm{cm}$ από την αρχική του θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα, και το αφήνουμε ελεύθερο.



4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα μάζας M, όταν περνά από τη θέση, όπου το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο.

Μονάδες 5

4.2. Τη στιγμή που το σώμα μάζας M διέρχεται από τη θέση, όπου το νήμα είναι κατακόρυφο, δεύτερο σώμα μάζας $m = 0{,}5\,\mathrm{kg}$ κινούμενο οριζόντια και αντίθετα από το σώμα μάζας M σφηνώνεται σε αυτό, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα του σώματος μάζας m, ώστε το συσσωμάτωμα να παραμείνει ακίνητο αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα μάζας M και στο συσσωμάτωμα αντίστοιχα, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση αντίστοιχα (το νήμα και στις δύο περιπτώσεις είναι κατακόρυφο).

Μονάδες 7

4.4. Με ποια ταχύτητα θα πρέπει να κινείται το σώμα μάζας m πριν από την κρούση, ώστε το συσσωμάτωμα που θα προκύψει, να κινηθεί αμέσως μετά την κρούση, στην ίδια κατεύθυνση με αυτή που κινούταν το σώμα μάζας M πριν την κρούση και να φθάσει σε θέση που το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, για την οποία $\sigma\upsilon\nu\theta = 0{,}8$;

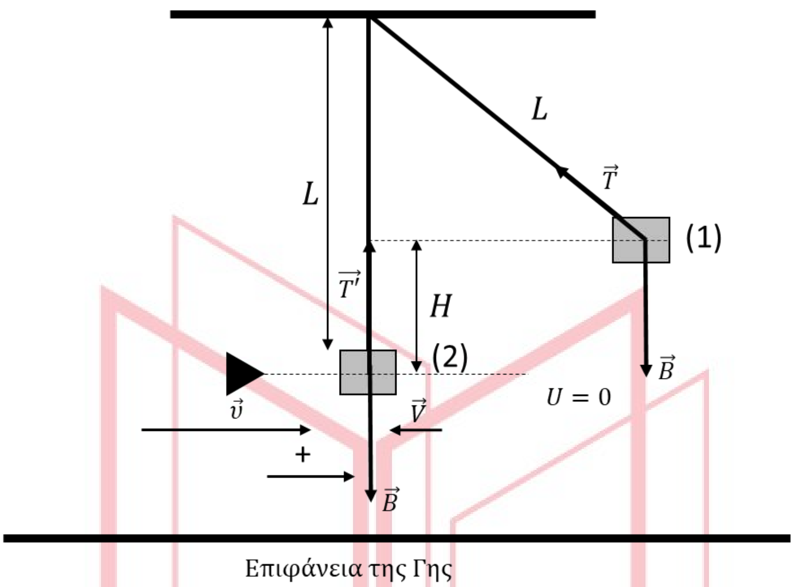
Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

21887-Λύση

4.1.



Στο σώμα ασκούνται το βάρος του και η τάση του νήματος. Η διεύθυνση της τάσης του νήματος είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος, καθ' όλη την διάρκεια της κίνησής του, άρα $W_T = 0$, ενώ το βάρος είναι συντηρητική δύναμη. Επομένως η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη θέση (1) έως τη θέση (2).

$$E_{M\eta\chi(1)} = E_{M\eta\chi(2)} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + M \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 + 0 \Rightarrow V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}45\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 3\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow m \cdot \upsilon - M \cdot V = 0 \Rightarrow$$

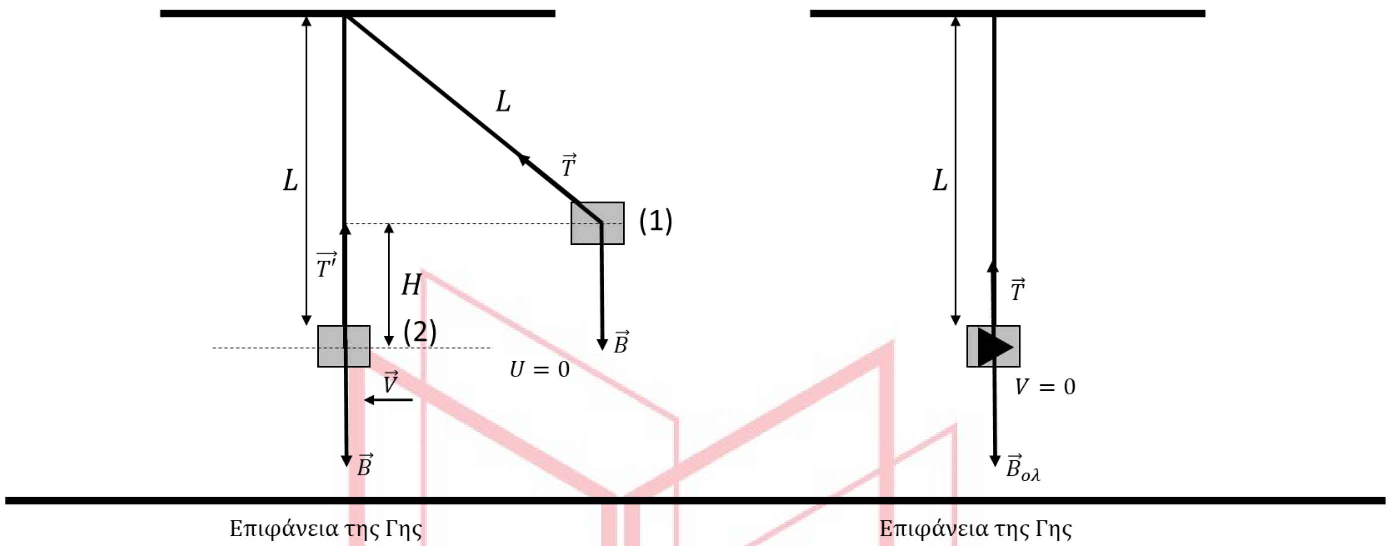
$$0{,}5\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon - 4\ \mathrm{kg} \cdot 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 24\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 5

4.3.

21887-Λύση



Ελάχιστα πριν την κρούση και ενώ το σώμα μάζας M, διαγράφοντας τμήμα κύκλου, διέρχεται με ταχύτητα $\vec{V}$ από την θέση, όπου νήμα είναι κατακόρυφο, για τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\kappa} \Rightarrow T' - B = \frac{M \cdot V^2}{L} \Rightarrow$$

$$T' = \frac{M \cdot V^2}{L} + M \cdot g \Rightarrow T' = \frac{4\ \mathrm{kg} \cdot \left(3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{1\ \mathrm{m}} + 4\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T'} = \mathbf{76\ N}$$

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση ακινητοποιείται. Άρα:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow T - B_{ολ} = 0 \Rightarrow T = (m + M) \cdot g \Rightarrow$$

$$T = (0{,}5\ \mathrm{kg} + 4\ \mathrm{kg}) \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T} = \mathbf{45\ N}$$

Επομένως η μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα και στο συσσωμάτωμα αντίστοιχα, είναι:

$$\Delta T = T - T' \Rightarrow$$

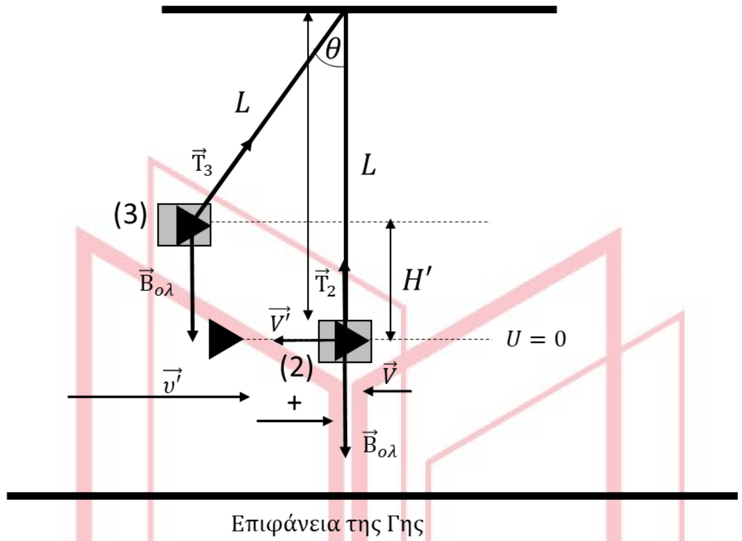
$$\Delta T = 45\ \mathrm{N} - 76\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta T} = \mathbf{-31\ N}$$

Μονάδες 7

21887-Λύση

4.4.



Για την κίνηση του συσσωματώματος μεταξύ των θέσεων (2) και (3) ισχύει και πάλι η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, επομένως:

$$E_{Μηχ(2)} = E_{Μηχ(3)} \Rightarrow K_2 + U_2 = K_3 + U_3 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V'^2 + 0 = 0 + (M + m) \cdot g \cdot H' \Rightarrow$$

$$V' = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - συνθ)} \Rightarrow$$

$$V' = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}8)\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V' = 2\ \frac{m}{s}}$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση του σώματος μάζας M με το σώμα μάζας m προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ.} = \vec{p}_{ολ,τελ.} \Rightarrow m \cdot υ' - M \cdot V = -(m + M) \cdot V' \Rightarrow$$

$$0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot υ' - 4\ \mathrm{kg} \cdot 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -4{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow$$

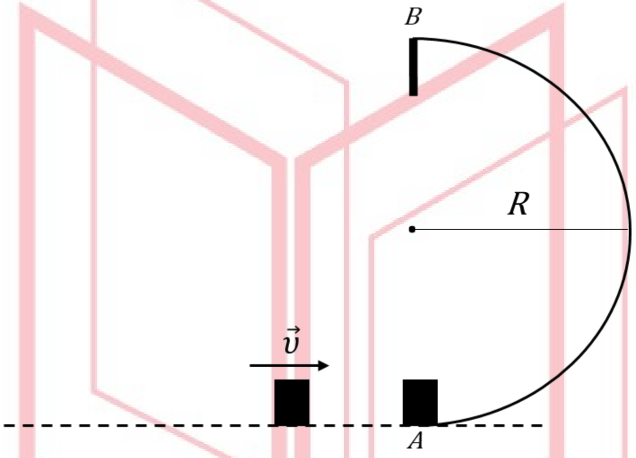
$$\boldsymbol{υ' = 6\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

21888

Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα, υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος και ακτίνας $R = 20\,\mathrm{cm}$. Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο, ακίνητο σώμα μάζας $M = 1\,\mathrm{kg}$. Ένα δεύτερο σώμα μάζας $m = 1\,\mathrm{kg}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\,\mathrm{m/s}$, κατά τη διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και συγκρούεται με το σώμα μάζας M. Η κρούση είναι πλαστική. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται μετά την κρούση κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος, χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά τη διάρκεια της κυκλικής του κίνησης.

Μονάδες 7

4.3. Την χρονική διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B.

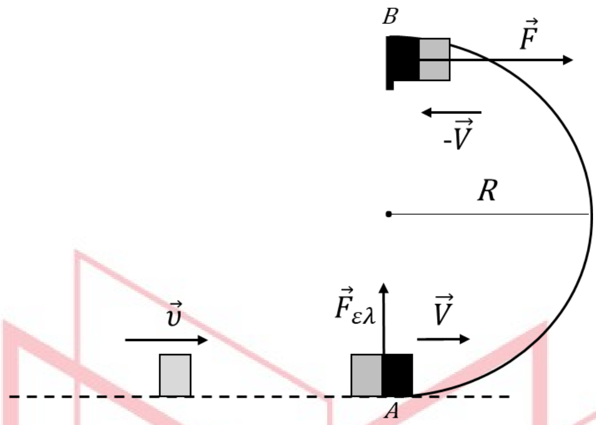
Μονάδες 6

4.4. Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και το χρονικό διάστημα για να ακινητοποιηθεί είναι $\Delta t = 0{,}1\,\mathrm{sec}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

21888-Λύση



4.1. Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow m \cdot \upsilon + 0 = (m + M) \cdot V \Rightarrow$$

$$1\ \mathrm{kg} \cdot 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0 = 2\ \mathrm{Kg} \cdot V \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 10\ \frac{m}{s}} \quad .$$

Μονάδες 7

4.2. Το συσσωμάτωμα λόγω του ελάσματος διαγράφει κυκλική τροχιά, εκτελώντας στο οριζόντιο επίπεδο ομαλή κυκλική κίνηση οπότε για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, που αυτό δέχεται από το έλασμα θα ισχύει:

$$F_{\varepsilon\lambda} = F_{\kappa} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \frac{(m + M) \cdot V^2}{R} \Rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = \frac{2\ \mathrm{kg} \cdot (10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{0{,}2\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda} = 1000\ N}$$

Μονάδες 7

4.3. Το συσσωμάτωμα από το σημείο A μέχρι το σημείο B διαγράφει ημικύκλιο. Δεδομένου, ότι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης είναι T, η χρονική διάρκεια της κίνησής του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{V}}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi \cdot R}{V} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2\ \mathrm{m}}{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta t = 6{,}28 \cdot 10^{-2}\ s}$$

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το εμπόδιο στο σημείο B προκύπτει:

$$|\bar{F}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{0 - 2\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}1\ \mathrm{s}}\right| \Rightarrow$$

$$|\bar{\boldsymbol{F}}| = \mathbf{200\ N}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4 21889

Βλήμα μάζας $m_1 = 100\ \mathrm{g}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου, $\upsilon = 160\ \mathrm{m/s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο κιβώτιο μάζας $m_2 = 1{,}9\ \mathrm{kg}$, που βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα σφηνώνεται στο κιβώτιο σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}02\ \mathrm{s}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την τιμή της τελικής ταχύτητας του συσσωματώματος.

Μονάδες 5

4.2. Τη μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης.

Μονάδες 6

4.3. Τον ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του κιβωτίου κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος στο κιβώτιο, εάν θεωρηθεί ότι είναι σταθερός σε όλη τη διάρκεια της ενσφήνωσης.

Μονάδες 6

Λίγο μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εισέρχεται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο και αφού κινηθεί για κάποιο χρονικό διάστημα επάνω σ' αυτό, ακινητοποιείται.

4.4. Να υπολογίσετε:

α. Το χρονικό διάστημα, από τη στιγμή της εισόδου του συσσωματώματος στο μη λείο επίπεδο, μέχρις ότου αυτό να ακινητοποιηθεί.

β. Την απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο μη λείο επίπεδο.

Μονάδες 8

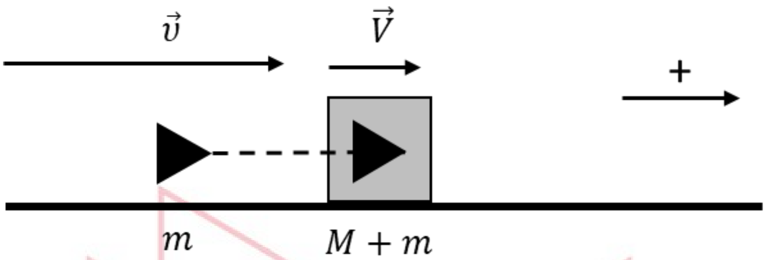
Δίνονται:

Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$ και ο συντελεστής της τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και μη λείου επιπέδου $\mu = 0{,}2$.

ΘΕΜΑ 4

21889-Λύση

4.1.



Για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο και για την πλαστική κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot V \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 160\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} = 2\ \mathrm{kg}\ \cdot V \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την μείωση της κινητικής ενέργειας του βλήματος κατά την πλαστική κρούση έχουμε:

$$|\Delta K_\beta| = |K_{\beta,τελ} - K_{\beta,αρχ}| \Rightarrow |\Delta K_\beta| = \left|\frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\Delta K_\beta| = \left|\frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot (160\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2\right| \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{|\Delta K_\beta| = 1276{,}8\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

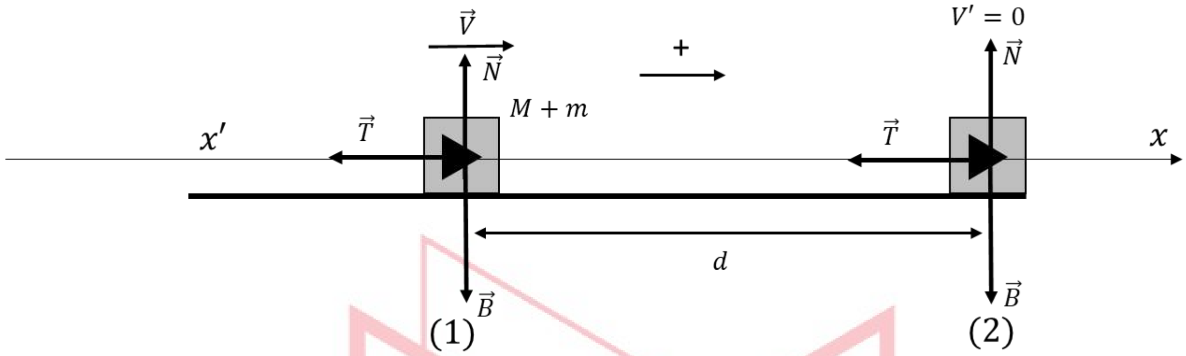
4.3. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του κιβωτίου κατά την διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος μέσα σ' αυτό (θεωρούμενος σταθερός καθ' όλη την διάρκεια της ενσφήνωσης), είναι ίσος με την μέση δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια. Άρα:

$$\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_\kappa}{\Delta t} = \frac{M \cdot V - 0}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_\kappa}{\Delta t} = \frac{1{,}9\ \mathrm{kg} \cdot 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{0{,}2\ \mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_\kappa}{\Delta t} = 760\ \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

Μονάδες 6

4.4. 21889-Λύση



α. Το συσσωμάτωμα κινούμενο στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο δέχεται σταθερή δύναμη τριβής, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, οπότε εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του συσσωματώματος έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m+M)\cdot a \Rightarrow -T = (m+M)\cdot a \xRightarrow{T=\mu\cdot N=\mu\cdot(m+M)\cdot g} -\mu\cdot(m+M)\cdot g = (m+M)\cdot a \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a = -2\ \frac{m}{s^2}}$$

$$V' = V + a\cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta t = 4\ s}$$

β. Για τον υπολογισμό της απόστασης που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο μη λείο επίπεδο εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των θέσεων (1) και (2).

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot V^2 = -T\cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot V^2 = \mu\cdot(m+M)\cdot g\cdot d \Rightarrow$$

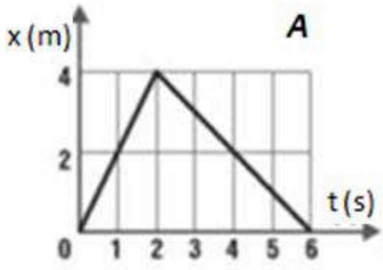
$$\Rightarrow d = \frac{V^2}{2\cdot\mu\cdot g} \Rightarrow$$

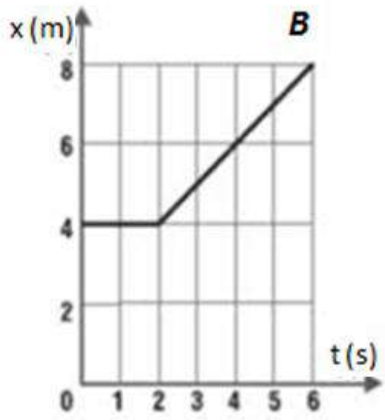
$$\boldsymbol{d = 16\ m}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4 21890

Στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις φαίνονται οι θέσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο, δύο σωμάτων A και B, που συγκρούονται στη θέση $x = 4\ \mathrm{m}$. Η μάζα του σώματος A είναι $m_A = 1\ \mathrm{kg}$ και η μάζα του σώματος B είναι $m_B = 3\ \mathrm{kg}$.





4.1. Να μεταφέρετε στο απαντητικό σας φύλλο και να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί.

	Πριν την Κρούση		**Μετά την κρούση**	
	A	***B***	***A***	***B***
Ταχύτητα				
Ορμή				
Κινητική Ενέργεια				

Μονάδες 12

4.2. Με βάση τον προηγούμενο πίνακα, να εξηγήσετε ποιες ποσότητες διατηρούνται στη συγκεκριμένη κρούση.

Μονάδες 3

4.3. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}01\ \mathrm{s}$, (που είναι τόσο μικρό ώστε δεν μπορεί να παρασταθεί στην κλίμακα του χρόνου που έχουμε επιλέξει για τα διαγράμματα θέσης – χρόνου) να βρεθεί η δύναμη που άσκησε το σώμα A στο σώμα B κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Μονάδες 5

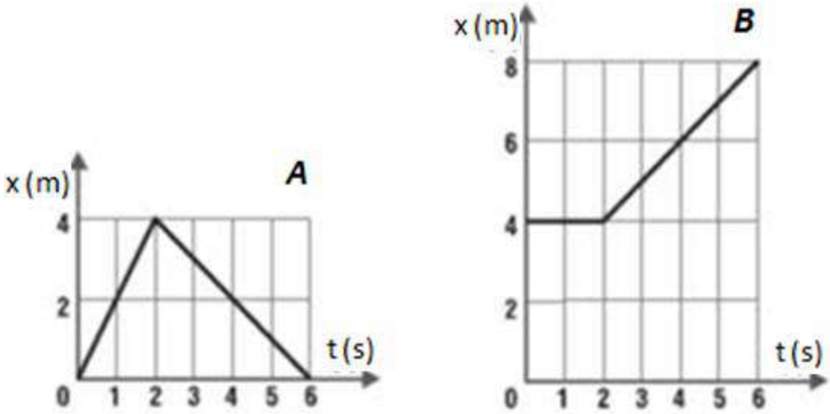
4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργεια του αρχικά κινούμενου σώματος που μεταφέρθηκε στο αρχικά ακίνητο σώμα ως αποτέλεσμα της κρούσης.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

21890-Λύση

4.1.



Πριν την κρούση (0 s- 2 s):

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα A, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{4\ \mathrm{m} - 0\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 2\ \frac{m}{s}}$$

$$p_A = m_A \cdot \upsilon_A \Rightarrow p_A = 1\ \mathrm{kg} \cdot\ 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_A = 2\ \frac{kg \cdot m}{s}}$$

$$K_A = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2} \cdot 1\ \mathrm{kg} \cdot (\ 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_A = 2\ J}$$

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα B, προκύπτει, ότι αυτό είναι ακίνητο, άρα:

$$\boldsymbol{\upsilon_B = 0\ \frac{m}{s}}, \quad \boldsymbol{p_B = 0\ \frac{kg \cdot m}{s}}, \quad \boldsymbol{K_B = 0\ J}$$

Μετά την κρούση (2 s- 6 s):

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα A, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_A' = \frac{\Delta x_A{}'}{\Delta t'} = \frac{0\ \mathrm{m} - 4\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A' = -1\ \frac{m}{s}}$$

$$p_A' = m_A \cdot \upsilon_A' = 1\ \mathrm{kg} \cdot (-1)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_A' = -1\ \frac{kg \cdot m}{s}}$$

$$K_A' = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A'^2 \Rightarrow K_A' = \frac{1}{2} \cdot 1\ \mathrm{kg} \cdot (\ -1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_A' = 0,5\ J}$$

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα B, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_B' = \frac{\Delta x_B{}'}{\Delta t'} = \frac{8\ \mathrm{m} - 4\ \mathrm{m}}{4\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_B' = 1\ \frac{m}{s}}$$

$$p_B' = m_B \cdot \upsilon_B' = 3\ \mathrm{kg} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_B' = 3\ \frac{kg \cdot m}{s}}$$

$$K_B' = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_B'^2 \Rightarrow K_B' = \frac{1}{2} \cdot 3\ \mathrm{kg} \cdot (\ 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_B' = 1,5\ J}$$

Οπότε προκύπτει ο παρακάτω πίνακας: 21890-Λύση

	Πριν την Κρούση		Μετά την κρούση	
	Α	**Β**	**Α**	**Β**
Ταχύτητα	$2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$-1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Ορμή	$2\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$0\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$-1\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$3\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Κινητική Ενέργεια	2 J	0 J	0,5 J	1,5 J

Μονάδες 12

4.2. Με βάση τον παραπάνω πίνακα, κατά την κρούση, διατηρούνται για το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται:

- Η ορμή του συστήματος: $p_A + p_B = p_A' + p_B{}' \Rightarrow p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ}$
- Η κινητική ενέργεια του συστήματος: $K_A + K_B = K_A' + K_B{}' \Rightarrow K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ}$

Μονάδες 3

4.3. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F_{A,B} = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} = \frac{p_B' - 0}{\Delta t} \Rightarrow F_{A,B} = \frac{3\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}01\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{F_{A,B} = 300\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 5

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργεια του αρχικά κινούμενου σώματος A που μεταφέρθηκε στο αρχικά ακίνητο σώμα B, ως αποτέλεσμα της κρούσης είναι:

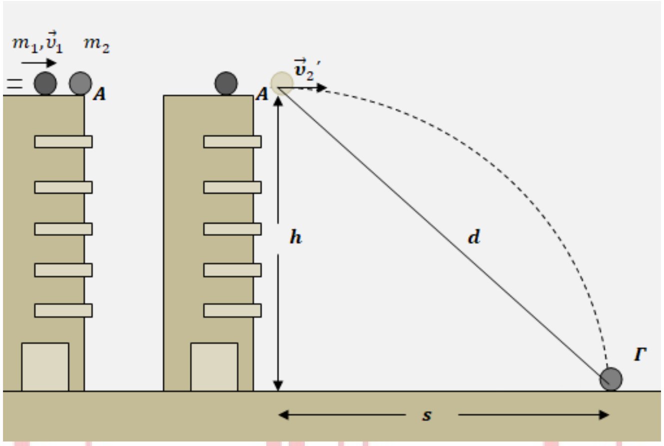
$$\pi\% = \frac{K_B'}{K_A}100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{1{,}5\ \mathrm{J}}{2\ \mathrm{J}}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\pi\% = 75\%}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4 21971

Μια μικρή σφαίρα (2), μάζας m_2, είναι ακίνητη στο άκρο της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου (σημείο Α), σε ύψος $h = 20\ m$ από το οριζόντιο έδαφος. Δεύτερη μικρή σφαίρα (1), μάζας m_1, κινείται ευθύγραμμα ολισθαίνοντας στο παγωμένο δάπεδο της ταράτσας, το οποίο είναι εντελώς λείο, με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται μετωπικά με την ακίνητη σφαίρα (2).

Μετά τη σύγκρουση η σφαίρα (2) εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε σημείο Γ, το οποίο απέχει από το Α απόσταση $(ΑΓ) = d = 25\ m$.



Αν δίνεται ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση $m_2 = 2 \cdot m_1$ και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής της σφαίρας (2), από το σημείο Α μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος, στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2{}'$ που απέκτησε η σφαίρα (2) αμέσως μετά τη κρούση της σφαίρας (1) πάνω της.

Μονάδες 7

4.3. Την ταχύτητα της σφαίρας (1) αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η σφαίρα (1) πριν την κρούση, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση των δύο σφαιρών.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21971-Λύση

Μελετάμε την οριζόντια βολή της σφαίρας (2), αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1. Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο Α μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{\beta o\lambda})^2 \quad , \quad \text{άρα} \ \Delta t_{\beta o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

$$s = {\upsilon_2}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} \qquad (1)$$

Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο που δημιουργείται προκύπτει:

$$s = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{25^2 - 20^2}\ \mathrm{m} = 15\ \mathrm{m} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$${\upsilon_2}' = \frac{s}{\Delta t_{\beta o\lambda}} = 7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σφαιρών κατά την κρούση:

$$\vec{p}^{\,\pi\rho\iota\nu}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \vec{p}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \quad , \quad \text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot {\upsilon_1}' + m_2 \cdot {\upsilon_2}'$$

$$\text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot {\upsilon_1}' + 2 \cdot m_1 \cdot {\upsilon_2}'$$

$$\text{τελικά} \quad {\upsilon_1}' = \upsilon_1 - 2 \cdot {\upsilon_2}' = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε κατά την κρούση των δύο σφαιρών είναι ίση με την ελάττωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος. Δηλαδή:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})$$

Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας (1) που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια είναι:

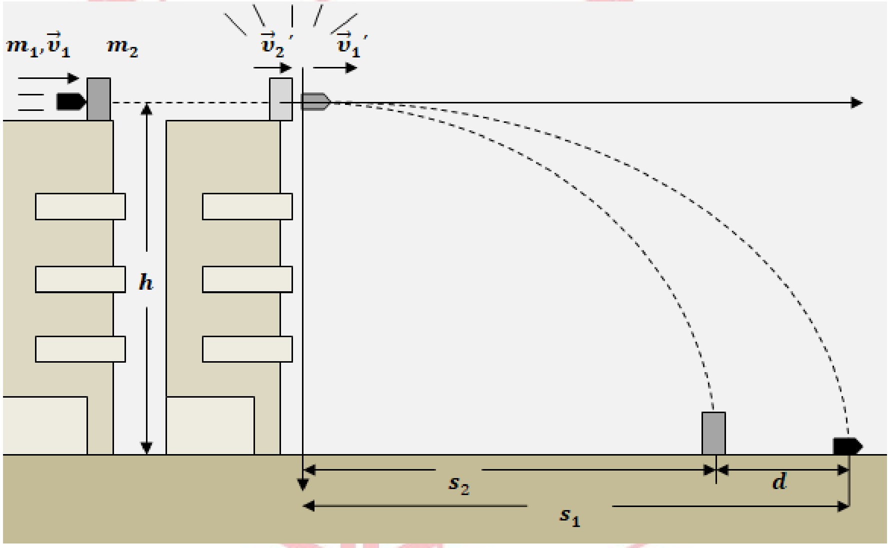
$$\pi = \frac{Q}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})}{\frac{m_1}{2} \cdot \upsilon_1^2} \cdot 100\% = \left(1 - 2 \cdot \frac{\upsilon_2^{'2}}{\upsilon_1^2}\right) \cdot 100\% = 50\%$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21972

Ένα μικρό βλήμα, μάζας $m_1 = 50\,\mathrm{g}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 84\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με ένα μικρό κιβώτιο, μάζας $m_2 = 200\,\mathrm{g}$, το οποίο είναι αρχικά ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, με μια κρούση ασήμαντης διάρκειας, βγαίνει από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$, ενώ το κιβώτιο έχει αποκτήσει και αυτό οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2{}'$. Τα δύο σώματα έχουν ασήμαντες διαστάσεις σε σχέση με το χώρο στον οποίο κινούνται, ώστε να μπορούν να θεωρηθούν σημειακά αντικείμενα. Το σημείο της κρούσης είναι σε ύψος $h = 20\,\mathrm{m}$ από το οριζόντιο έδαφος στη βάση του κτιρίου και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν στις κινήσεις των δύο σωμάτων. Τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές και κτυπούν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν μεταξύ τους $d = 8\,\mathrm{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής κάθε σώματος, από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_2{}'$ των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Τις οριζόντιες αποστάσεις s_1, s_2 στις οποίες έφτασαν τα δύο σώματα πάνω στο έδαφος.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21972-Λύση

Μελετάμε την οριζόντια βολή της κάθε σώματος, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1.Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία κάθε σώμα πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο της κρούσης μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής τόσο του κιβωτίου, όσο και του βλήματος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{\beta o\lambda})^2 \ , \quad \text{άρα } \Delta t_{\beta o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση κάθε σώματος, εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

Για το βλήμα $\quad s_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$

Για το κιβώτιο $\quad s_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$

Τα δύο σώματα έπεσαν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν $d = 8\ \mathrm{m}$ μεταξύ τους και προκύπτει:

$$d = s_1 - s_2 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} - \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = (\upsilon_1{}' - \upsilon_2{}') \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$$

Οπότε προκύπτει $\quad \upsilon_1{}' - \upsilon_2{}' = \dfrac{d}{\Delta t_{\beta o\lambda}} = 4\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad (1)$

Κατά την κρούση των δύο σωμάτων και το πέρασμα του βλήματος μέσα από το κιβώτιο, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημά τους:

$\vec{p}^{\,\pi\rho\iota\nu}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \vec{p}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$, ή $\ m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$, και ισχύει από τα δεδομένα η σχέση $m_2 = 4 \cdot m_1$

Οπότε προκύπτει: $\ \upsilon_1 = \upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}'$, δηλαδή ισχύει $\ \upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}' = 84\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad (2)$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2):

$$\upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}' - \upsilon_1{}' + \upsilon_2{}' = 80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Και τελικά $\qquad \upsilon_2{}' = 16\ \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ , \qquad \upsilon_1{}' = 20\ \dfrac{m}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 7

4.3.Για το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$|\Delta p_1| = |m_1 \cdot \upsilon_1{}' - m_1 \cdot \upsilon_1| = m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_1{}') = 0{,}05\mathrm{kg} \cdot (84 - 20)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}2\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$|\Delta p_2| = |m_1 \cdot \upsilon_2{}' - 0| = m_2 \cdot \upsilon_2{}' = 0{,}2\mathrm{kg} \cdot 16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}2\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.4.Για τις οριζόντιες αποστάσεις στις οποίες φτάνουν τα δύο σώματα, ισχύουν:

$$s_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\mathrm{s} = 40\mathrm{m}$$

$$s_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = 16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\mathrm{s} = 32\mathrm{m}$$

Μονάδες 6

21988

ΘΕΜΑ 4

Ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο (Σ_1), μάζας $m_1 = 16 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{kg}$ με ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 = 7 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$, βάλλεται εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου (Σ_2), ίσης μάζας $(m_1 = m_2 = m)$ και διπλάσιου φορτίου $(Q_2 = 2Q_1)$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 100\ \mathrm{m/s}$, όπως στο διπλανό σχήμα.

Το σωματίδιο (Σ_2) είναι στερεωμένο πάνω σε μονωτική βάση β και η αρχική απόσταση των δύο σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να θεωρούμε ότι δεν αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά μεταξύ τους όταν εκτοξεύεται το σωματίδιο (Σ_1) προς το σωματίδιο (Σ_2). Τη στιγμή που η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) έχει γίνει η μισή της αρχικής, λόγω της ηλεκτρικής άπωσης η βάση β παύει να συγκρατεί το σωματίδιο (Σ_2) και αυτό μπορεί να κινείται ελεύθερο, χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση r_1 μεταξύ των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_2) ξεκόλλησε από τη βάση β και άρχισε να κινείται.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη απόσταση r_2, στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων από τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_1) βάλλεται εναντίον του σωματιδίου (Σ_2), μέχρι τη στιγμή που πλησίασαν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

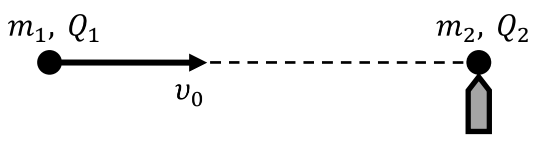
Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές είναι αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

21988-Λύση

4.1. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε



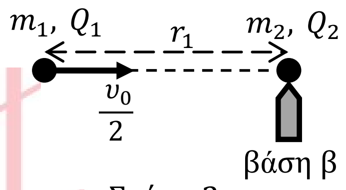
Σχήμα 1

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_1} \xrightarrow{m_1=m,\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{3}{8}m\upsilon_0^2 = k_c\frac{2Q_1^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{16k_cQ_1^2}{3m\upsilon_0^2}$$



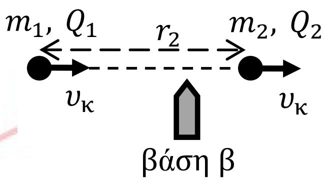
Σχήμα 2

και τελικά

$$\boldsymbol{r_1 = 147 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

4.2. Μετά τη χρονική στιγμή που απελευθερώνεται το σωματίδιο (Σ_2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και τα δύο σωματίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν $(\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_\kappa)$. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1\frac{\upsilon_0}{2} = m_1\upsilon_\kappa + m_2\upsilon_\kappa \xrightarrow{m_1=m_2=m} m\frac{\upsilon_0}{2} = 2m\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_0}{4}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_\kappa = 25\ \mathrm{m/s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.2.) έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\kappa^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_2} \xrightarrow{m_1=m_2=m,\ \upsilon_\kappa=\frac{\upsilon_0}{4},\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{4}\right)^2 + k_c\frac{2Q_1^2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{32k_cQ_1^2}{7m\upsilon_0^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{r_2 = 126 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

4.4. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος $\left(\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}\right)$ των δύο σωματιδίων δίδεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\alpha\rho\chi}$$

και για το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος (θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά στα σχήματα 1 και 3) έχουμε:

$$\left|\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}\right| = \left|\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.,\alpha\rho\chi}\right| \Rightarrow$$

$$\left|\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}\right| = |2m\upsilon_{\kappa} - m\upsilon_0|$$

και τελικά

$$\left|\boldsymbol{\Delta\vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma\tau.}}\right| = \mathbf{8 \cdot 10^{-6}\ \ kg\frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21990

Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) με μάζες $m_1 = 2\,\mathrm{g}$ και $m_2 = 4\,\mathrm{g}$ αντίστοιχα, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε θέσεις τέτοιες, ώστε τα κέντρα τους να απέχουν μεταξύ τους $r = 3\,\mathrm{cm}$. Τα δύο σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) είναι ηλεκτρικά φορτισμένα με φορτία $Q_1 = 4\ \mu\mathrm{C}$ και $Q_2 = 9\ \mu\mathrm{C}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα και αρχίζουν να κινούνται εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 3\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η μεταξύ τους απόσταση έχει διπλασιαστεί.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.4. Αν εκτοξεύαμε τα δύο σφαιρίδια από άπειρη απόσταση, το ένα προς το άλλο, πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, ποια θα έπρεπε να είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους ώστε να φτάσουν σε ελάχιστη απόσταση $3\ \mathrm{cm}$ με μηδενικές ταχύτητες;

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις του αέρα. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό (αέρα) $k_c\ =\ 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

ΘΕΜΑ 4

21990-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων είναι

$$U = k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 10,8\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες των σφαιριδίων χρονική στιγμή t_1. Τα σφαιρίδια έχουν ομόσημα φορτία, επομένως το ένα απωθεί το άλλο και έτσι αποκτούν ταχύτητες αντίθετης φοράς.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \xRightarrow{m_2=2m_1} \upsilon_1 = 2\upsilon_2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 + k_c\frac{Q_1\, Q_2}{2r} \quad (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 60\ \frac{m}{s}} \ \text{ και } \ \boldsymbol{\upsilon_2 = 30\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τη σχέση (1) έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_1 = -\vec{P}_2, \text{ για κάθε χρονική στιγμή}$$

Επομένως για τα μέτρα του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου ισχύει

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}_2}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1}$$

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = \Sigma F \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = F_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = k_c\frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = 90\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω V_1 και V_2 οι ταχύτητες με τις οποίες εκτοξεύτηκαν τα σφαιρίδια. Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1V_1 - m_2V_2 = 0 \xRightarrow{m_2=2m_1} V_1 = 2V_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, μεταξύ της αρχικής κατάστασης όταν αυτά βρίσκονταν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους και της τελικής κατάστασης όταν αυτά έχουν μηδενική ταχύτητα και βρίσκονται σε απόσταση $r = 3$ cm, έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = 0 + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 = k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r} \quad (4)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) έχουμε τελικά

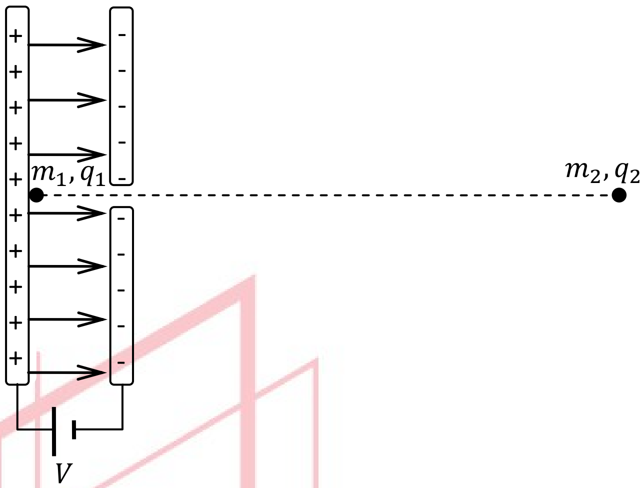
$$\boldsymbol{V_1 = 60\sqrt{2}\ \frac{m}{s}} \text{ και } \boldsymbol{V_2 = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21991

Σωματίδιο (Σ_1), με μάζα $m_1 = 4 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{kg}$ και θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\ \mathrm{C}$, αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα πολύ κοντά στο θετικό οπλισμό φορτισμένου πυκνωτή και στο εσωτερικό του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που έχει δημιουργηθεί μεταξύ των οπλισμών του.



Η τάση φόρτισης του πυκνωτή είναι $V = 2.000\ \mathrm{V}$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του $d = 8\ \mathrm{cm}$. Η κίνηση του σωματιδίου (Σ_1) είναι ευθύγραμμη, παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς πεδίου του πυκνωτή και ακριβώς πάνω στην ευθεία της τροχιάς αυτής, υπάρχει μια τρύπα στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή. Από το άνοιγμα αυτό, το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή με την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που απέκτησε στο τέλος της κίνησής του μέσα σε αυτό το πεδίο. Στην ευθεία της κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) και σε μεγάλη απόσταση από το σημείο εξόδου του από τον πυκνωτή, υπάρχει άλλο σωματίδιο (Σ_2) της ίδια μάζας $(m_1 = m_2)$ αλλά διπλάσιου θετικού φορτίου $(q_2 = 2q_1)$ από το (Σ_1). Το σωματίδιο (Σ_2) είναι αρχικά ακίνητο, αλλά είναι ελεύθερο να κινηθεί.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σωματιδίου (Σ_1) κατά την κίνησή του στο ομογενές πεδίο του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και το μέτρο υ_0 της ταχύτητάς του καθώς εξέρχεται μέσω της τρύπας του αρνητικού οπλισμού από το πεδίο αυτό.

Μονάδες 6

4.3. Να εξηγήσετε, καθώς το σωματίδιο (Σ_1) κινείται προς το σωματίδιο (Σ_2), ποια είναι η συνθήκη ώστε να μειώνεται η μεταξύ τους απόσταση, και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (Σ_1), όταν βρεθεί στην ελάχιστη απόσταση από το (Σ_2).

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 7

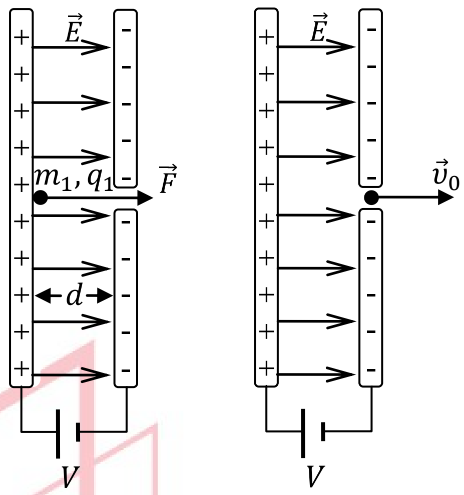
Να θεωρήσετε το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή ομογενές και σημαντικό μόνο μεταξύ των οπλισμών του, δηλαδή να θεωρήσετε ασήμαντη τη δράση του στο σωματίδιο (Σ_1), μετά την έξοδό του από αυτό.

Να θεωρήσετε επίσης ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και ότι οι πάσης φύσης αντιστάσεις στην κίνηση των σωματιδίων είναι ασήμαντες.

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

21991-Λύση



4.1. Το σωματίδιο (Σ_1) δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m_1\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού (που είναι ίση με τη τάση φόρτισης) μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ισχύει η σχέση

$$E = \frac{V}{d} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qV}{m_1 d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\alpha = 6,25 \cdot 10^8} \ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}} \quad (3)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σωματίδιο (Σ_1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2d}{\alpha}} \overset{(3)}{\Rightarrow} \boldsymbol{\Delta t = 16 \cdot 10^{-6}\ \mathbf{s}} \quad (4)$$

$$\text{και } \upsilon_0 = \alpha\Delta t \xRightarrow{(3),(4)} \boldsymbol{\upsilon_0 = 10^4} \ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

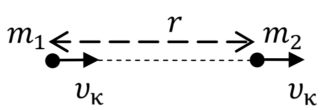
Μονάδες 6

4.3. Αρχικά το σωματίδιο (Σ_2) ήταν ακίνητο. Το σωματίδιο (Σ_1) πλησιάζει το σωματίδιο (Σ_2) έχοντας αρχική ταχύτητα υ_0. Τα δύο σωματίδια έχουν ομώνυμα φορτία και το ένα απωθεί το άλλο με αποτέλεσμα το σωματίδιο (Σ_1) να επιβραδύνεται και το σωματίδιο (Σ_2) να επιταχύνεται. Για όσο χρονικό διάστημα η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) είναι μεγαλύτερη αυτής του σωματιδίου (Σ_2) $(\upsilon_1 > \upsilon_2)$, το (Σ_1) θα πλησιάζει το (Σ_2). Κάποια στιγμή οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων θα γίνουν ίσες $(\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_\kappa)$. Τη στιγμή αυτή τα σωματίδια θα έχουν την ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. Στη συνέχεια το σωματίδιο (Σ_2) θα εξακολουθεί να επιταχύνεται απομακρυνόμενο από το σωματίδιο (Σ_1) το οποίο θα επιβραδύνεται $(\upsilon_1 < \upsilon_2)$.

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1\upsilon_0 = m_1\upsilon_\kappa + m_2\upsilon_\kappa \xRightarrow{m_1=m_2=m} \upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_0}{2}$$



και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_\kappa = 5 \cdot 10^3} \ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.3.) έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1 \upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1 \upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}m_2 \upsilon_\kappa^2 + k_c \frac{q_1\, q_2}{r} \xRightarrow{m_1 = m_2 = m,\ \upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_0}{2},\ q_2 = 2q_1}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 + k_c \frac{2q_1^2}{r} \Rightarrow r = \frac{8k_c q_1^2}{m\upsilon_0^2}$$

και τελικά

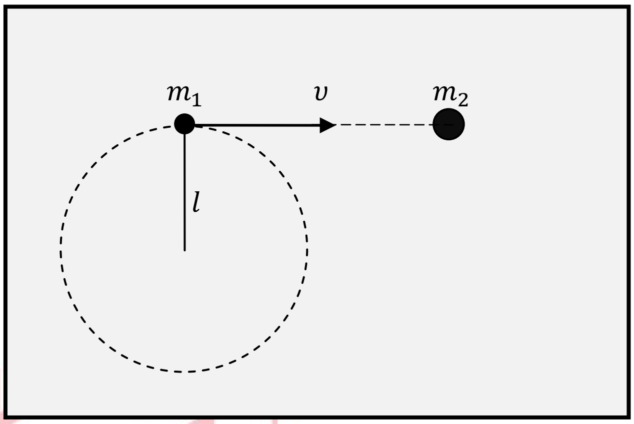
$$\boldsymbol{r = 18 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21992

Ένα σώμα, μάζας $m_1 = 0{,}2\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο διπλανό σχήμα).



Το μήκος του νήματος είναι $l = 0{,}5\ \mathrm{m}$ και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο $\upsilon = 10\ \mathrm{m/s}$.

4.1. Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα ω, η περίοδος T και η κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ του σώματος.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στην πορεία του συναντάει δεύτερο ακίνητο σώμα από πλαστελίνη μάζας $m_2 = 0{,}8\ \mathrm{kg}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

4.2. Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή.

Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι $s = 0{,}8\ \mathrm{m}$.

4.3. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι $\upsilon_\sigma = \sqrt{2} \cdot V$, όπου V η ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει το τραπέζι το συσσωμάτωμα.

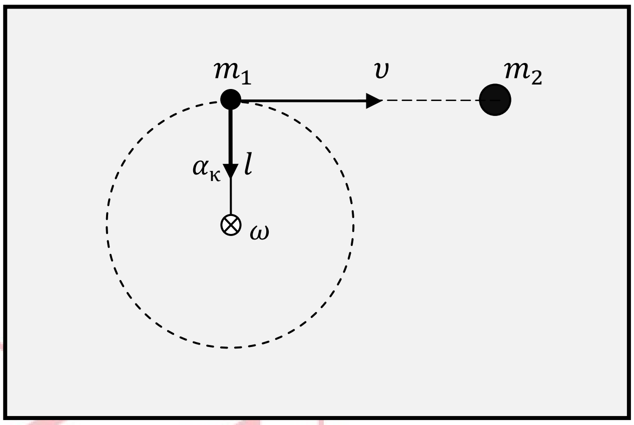
Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

ΘΕΜΑ 4

21992-Λύση

4.1. Το σώμα m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Για τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας ω, της περιόδου T και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_κ του σώματος έχουμε



$$\omega = \frac{\upsilon}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 20\ \mathrm{rad/s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boldsymbol{T = \frac{\pi}{10}\ \mathrm{s}}$$

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_\kappa = 200\ \mathrm{rad/s^2}}$$

Οι φορές των διανυσμάτων της γωνιακής ταχύτητας ω και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_κ του σώματος φαίνονται στο σχήμα.

Μονάδες 6

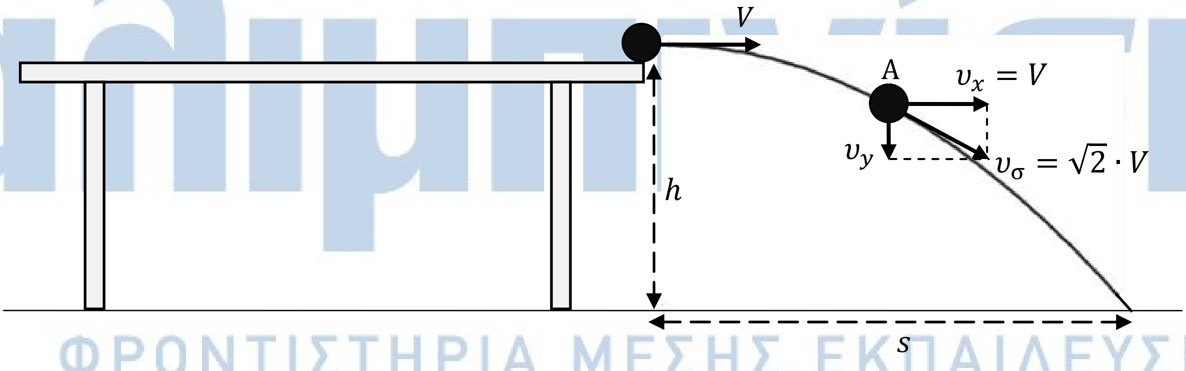
4.2.. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\ \mathrm{m/s}}$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα μετά τη κρούση είναι:

$$\Pi\% = \frac{K_{\sigma\upsilon\sigma.}}{K_1}100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\Pi\% = 20\%}$$

Μονάδες 6



4.3. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Έστω ότι φθάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή t. (Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το τραπέζι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s).

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής και σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

$$s = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{V} \Rightarrow t = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

και

$$h = \frac{1}{2}\cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \boldsymbol{h = 0{,}8\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

21992-Λύση

4.4. Τη χρονική στιγμή t_1 το συσσωμάτωμα φτάνει στο σημείο Α και η ταχύτητα του δίδεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\sigma^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 \Rightarrow$$

$$\left(\sqrt{2}\cdot V\right)^2 = V^2 + (g\cdot\ t_1)^2 \Rightarrow V^2 = (g\cdot\ t_1)^2 \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{V}{g} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 0,2\ s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22166

Δύο φορτισμένες επίπεδες πλάκες (οπλισμοί) με αντίθετα φορτία δημιουργούν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι $V = 2400V$ και η μεταξύ τους απόσταση $L = 1{,}2m$. Σε σημείο Α, που απέχει $x = 20cm$ από την θετικά φορτισμένη πλάκα αφήνεται σώμα με φορτίο $q = +2C$ και μάζα $m = 20g$. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου και να μελετήσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το φορτίο.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του φορτίου σε ένα σημείο Γ, όταν θα έχει διανύσει απόσταση $(ΑΓ) = 0{,}625m$ μέσα στο πεδίο.

Μονάδες 7

4.3. Στο σημείο εκείνο τοποθετείται αφόρτιστο σώμα μάζας $M = 480g$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το κινούμενο φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία φθάνει το συσσωμάτωμα στην απέναντι πλάκα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22166-Λύση

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$\mathcal{E}=\frac{V}{L}=\frac{2400\mathrm{V}}{1{,}2\mathrm{m}}=2000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Όσον αφορά το είδος της κίνησης, επειδή η μόνη δύναμη στο φορτίο είναι η σταθερή δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $F=\mathcal{E}\cdot q$, θα είναι σταθερή και η επιτάχυνση και άρα η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη προς τον αρνητικό οπλισμό.

Μονάδες 5

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το σημείο Α στο Γ:

$$\Delta K=\Sigma W\Leftrightarrow K_{\Gamma}-K_{A}=W_{F}\Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot u_{\Gamma}^{2}-0=F\cdot(A\Gamma)=\mathcal{E}\cdot q\cdot(A\Gamma)\Leftrightarrow u_{\Gamma}^{2}=\frac{2\cdot\mathcal{E}\cdot q\cdot(A\Gamma)}{m}\Leftrightarrow$$

$$u_{\Gamma}=\sqrt{\frac{2\cdot 2000\ \frac{V}{m}\cdot 2\ \mathrm{C}\cdot 0{,}625\ \mathrm{m}}{0{,}02\ \mathrm{kg}}}=500\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 7

4.3. Για την κρούση που ακολουθεί, με το σώμα μάζας Μ, ισχύει η Α.Δ.Ο. :

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu}=\vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$m\cdot u=(m+M)\cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}\Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma}=\frac{m\cdot u}{m+M}=\frac{0{,}02\ \mathrm{kg}\cdot 500\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}5\ \mathrm{kg}}\Leftrightarrow V_{\sigma\upsilon\sigma}=20\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε και πάλι το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από το σημείο Γ, μετά την κρούση, μέχρι το σημείο Δ στον αρνητικό οπλισμό:

$$\Delta K=\Sigma W\Leftrightarrow K_{\Delta}-K_{\Gamma}=W_{F}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot u_{\Delta}^{2}-\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}^{2}=F\cdot[L-x-(A\Gamma)]\Leftrightarrow$$

$$u_{\Delta}^{2}-V_{\sigma\upsilon\sigma}^{2}=\frac{2\cdot\mathcal{E}\cdot q}{m+M}\cdot[L-x-(A\Gamma)]\Leftrightarrow u_{\Delta}^{2}=V_{\sigma\upsilon\sigma}^{2}+\frac{2\cdot\mathcal{E}\cdot q}{m+M}\cdot[L-x-(A\Gamma)]\Leftrightarrow$$

$$u_{\Delta}=\sqrt{V_{\sigma\upsilon\sigma}^{2}+\frac{2\cdot\mathcal{E}\cdot q}{m+M}\cdot[L-x-(A\Gamma)]}=\sqrt{20^{2}\ \frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}^{2}}+\frac{2\cdot 2000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\cdot 2\ \mathrm{C}\cdot 0{,}375\ \mathrm{m}}{0{,}5\ \mathrm{kg}}}\Leftrightarrow$$

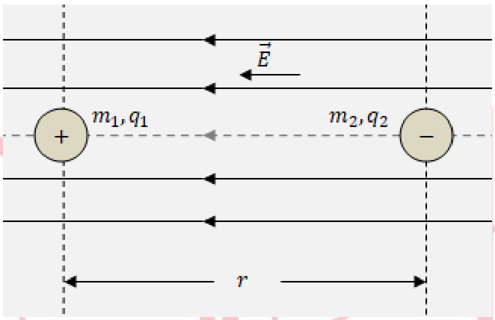
$$u_{\Delta}=\sqrt{400\frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}^{2}}+6000\frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}^{2}}}=\sqrt{6400\frac{\mathrm{m}^{2}}{\mathrm{s}^{2}}}\Leftrightarrow u_{\Delta}=80\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22516

Δύο μικρά σφαιρίδια (1) και (2) με μάζες $m_1 = 240\ \mathrm{mg}$ και $m_2 = 60\ \mathrm{mg}$ αντίστοιχα, έχουν φορτιστεί κατάλληλα και έχουν αποκτήσει ηλεκτρικά φορτία $q_1 = 8\ \mu\mathrm{C}$ και $q_2 = -8\ \mu\mathrm{C}$ αντίστοιχα. Τα δύο σφαιρίδια βρίσκονται πάνω σε οριζόντιο και λείο μονωτικό δάπεδο, μέσα σε ομογενές οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο, το μέτρο της έντασης του οποίου είναι $E = 8 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$, με αποτέλεσμα να ισορροπούν ακίνητα σε απόσταση r μεταξύ τους, όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί.



4.1. Να υπολογίσετε την απόσταση r μεταξύ των δύο σφαιριδίων.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή καταργείται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, με αποτέλεσμα τα φορτισμένα σφαιρίδια να αρχίσουν να πλησιάζουν κινούμενα το ένα προς το άλλο, εξαιτίας της έλξης μεταξύ τους.
Να υπολογίσετε:
4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων, τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει υποτριπλασιαστεί.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου (1), τη στιγμή που η απόσταση μεταξύ των σφαιριδίων έχει υποτριπλασιαστεί.

Μονάδες 5

4.4. Το έργο της δύναμης που δέχεται το σφαιρίδιο (1) από την αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο φορτίων, από τη στιγμή που καταργήθηκε το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, μέχρι να υποτριπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση.

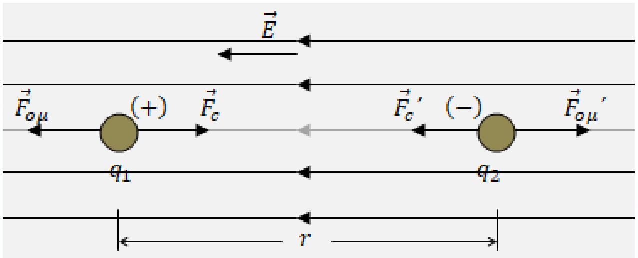
Μονάδες 6

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

ΘΕΜΑ 4

22516-Λύση

4.1. Μεταξύ των δύο σφαιριδίων ασκούνται αντίθετες (ελκτικές) δυνάμεις Coulomb ($\vec{F}_c, \vec{F}_c{}'$). Στο θετικά φορτισμένο σφαιρίδιο (1), ασκείται δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ($\vec{F}_{o\mu}$), ομόρροπη της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου αυτού. Στο αρνητικά φορτισμένο σφαιρίδιο (2), ασκείται δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ($\vec{F}_{o\mu}{}'$), αντίρροπη της έντασης $\vec{E}$ του πεδίου αυτού. Κάθε σφαιρίδιο ισορροπεί ακίνητο με την επίδραση αυτών των δύο δυνάμεων, όπως στο σχήμα.

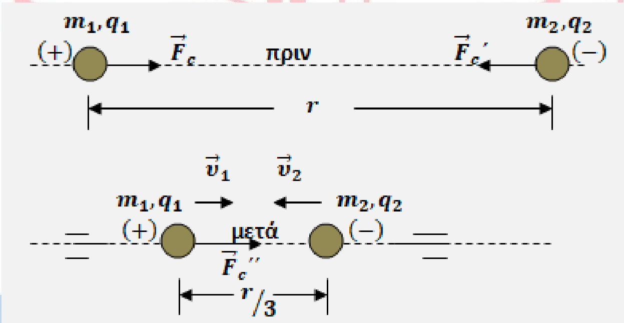


Ισχύει: $F_c = F_{o\mu}$, $K_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot |q_2|}{r^2} = E \cdot q_1$

$r^2 = \frac{K_{\eta\lambda} \cdot |q_2|}{E} = 9 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}^2$, $r = 0{,}3\ \mathrm{m}$

Μονάδες 7

4.2.Όταν καταργείται το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, τα δύο φορτισμένα σφαιρίδια, αρχίζουν να κινούνται στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, πλησιάζοντας το ένα στο άλλο, με επιταχυνόμενες κινήσεις εξαιτίας των ελκτικών δυνάμεων μεταξύ τους.



Οι δυνάμεις αυτές είναι εσωτερικές για το σύστημα των δύο σφαιριδίων και συντηρητικές. Έτσι για το σύστημα των δύο σφαιριδίων ισχύουν:

η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}^{\,\pi\rho\iota\nu}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \vec{p}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$, $0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2$, $v_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot v_1 = \frac{240}{60} \cdot v_1$, $v_2 = 4 \cdot v_1$ (1)

η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$E^{\pi\rho\iota\nu}_{MHX} = E^{\mu\varepsilon\tau\alpha}_{MHX}$, $k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 + k_{\eta\lambda} \cdot \frac{3 \cdot q_1 \cdot q_2}{\cdot r}$

ή $k_{\eta\lambda} \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{r}\right) = \frac{1}{2} \cdot (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot 16 \cdot v_1^2)$

ή $9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot (-8) \cdot 10^{-6} \left(-\frac{2}{0{,}3}\right) = \frac{v_1^2}{2} \cdot (m_1 + 16 \cdot m_2)$, $(S.I)$

ή $\frac{20}{3} \cdot 9 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = \frac{v_1^2}{2} \cdot (240 + 16 \cdot 60) \cdot 10^{-6}$, $(S.I)$

ή $v_1^2 = \frac{20 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 600 \cdot 10^{-6}} = 6400\ \frac{m^2}{s^2}$, $v_1 = 80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, οπότε $v_2 = 320\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 7

4.3.Τη χρονική στιγμή που τα σφαιρίδια απέχουν μεταξύ τους $\frac{r}{3} = 0{,}1\,m$, το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου (1) σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, είναι:

$$\left|\frac{\Delta p_1}{\Delta t}\right| = F_c{}'' = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot |q_2|}{\left(\frac{r}{3}\right)^2} = 57{,}6\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 5

22516-Λύση

4.4. Μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της ελκτικής δύναμης που δέχεται το σφαιρίδιο (1), εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σφαιρίδιο αυτό:

$$W_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - 0 = \frac{1}{2} \cdot 240 \cdot 10^{-6} \cdot 80^2 \text{ J} = 12 \cdot 10^{-5} \cdot 64 \cdot 10^2 \text{ J} = 0{,}768 \text{ J}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

22517

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (Ο.Η.Π.) με δυναμικές γραμμές κατακόρυφες με φορά προς τα κάτω, παρουσιάζει διαφορά δυναμικού $\mathrm{V} = 100\,\mathrm{V}$ μεταξύ δύο σημείων του Α και Γ που απέχουν απόσταση $l = 0{,}1\ \mathrm{m}$. και βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή. Τοποθετούμε μέσα στο πεδίο ορθοστάτη από τον οποίο κρεμάμε μέσω μη αγώγιμου νήματος, φορτίο $\mathrm{q} = +0{,}4\ \mathrm{mC}$ και μάζας $\mathrm{M} = 100\,\mathrm{g}$. Το φορτίο ισορροπεί.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

Μονάδες 5

4.2. Βλήμα μάζας $\mathrm{m} = 20\ \mathrm{g}$ χωρίς κάποιο φορτίο, κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οριζόντια με ταχύτητα $\mathrm{u} = 120\,\mathrm{m}/s$ και συγκρούεται πλαστικά με το φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Αν το μήκος του νήματος δίνεται $\mathrm{d} = 1\ \mathrm{m}$, να υπολογίσετε την τάση του αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Αν αμέσως μετά την κρούση κόψουμε το νήμα, τι κίνηση θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα και με ποια επιτάχυνση;

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

22517-Λύση

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου (Ο.Η.Π.) προκύπτει από την σχέση:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{l}} = \frac{100\ \mathrm{V}}{0{,}1\ \mathrm{m}} = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορτίο είναι:

1] Η δύναμη από το Ο.Η.Π. έχει φορά προς τα κάτω αφού το φορτίο είναι θετικό και είναι:

$$\mathrm{F} = \mathrm{E} \cdot |\mathrm{q}| = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3}\mathrm{C} \Leftrightarrow \mathrm{F} = 0{,}4\ \mathrm{N}$$

2] Το βάρος του φορτίου, επίσης προς τα κάτω:

$$\mathrm{W} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{g} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1\mathrm{N}$$

3] Η ζητούμενη τάση του νήματος με φορά προς τα πάνω.

Για να ισορροπεί το φορτίο, ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}} + \vec{\mathrm{T}} = \vec{0}$$

$$\mathrm{F} + \mathrm{W} - \mathrm{T} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{T} = \mathrm{F} + \mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{T} = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1\ \mathrm{N} = 1{,}4\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{\mathrm{P}}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{\mathrm{P}}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$\mathrm{m} \cdot \mathrm{u} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\mathrm{m} \cdot \mathrm{u}}{\mathrm{m} + \mathrm{M}} = \frac{0{,}02\ \mathrm{kg} \cdot 120\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}02\ \mathrm{kg} + 0{,}1\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται ακόμα στην θέση όπου το νήμα είναι κατακόρυφο.

Για την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{\mathrm{F}}_{\kappa} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}}_{\sigma\upsilon\sigma} + \vec{\mathrm{T}'} = \vec{\mathrm{F}}_{\kappa}$$

Με θετική φορά αυτήν της κεντρομόλου δύναμης:

$$\mathrm{T}' - \mathrm{F} - \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = \mathrm{F} + \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} + \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}}$$

$$\mathrm{T}' = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1{,}2\ \mathrm{N} + \frac{0{,}12\ \mathrm{kg} \cdot 20^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{1\ \mathrm{m}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = 49{,}6\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 7

4.4. Η κίνηση θα είναι σύνθετη: ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}$ και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα. Άρα η ζητούμενη επιτάχυνση του συσσωματώματος προκύπτει από την συνισταμένη δύναμη που προέρχεται από το διανυσματικό άθροισμα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου και του βάρους του στον κατακόρυφο άξονα. Άρα:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{y}} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \vec{\alpha}_{\mathrm{y}}$$

$$F + W_{\sigma\upsilon\sigma} = (m + M) \cdot \alpha_y \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{F + W_{\sigma\upsilon\sigma}}{m + M} \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{1{,}6\ \mathrm{N}}{0{,}12\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \alpha_y = \frac{40}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

22521

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή είναι $V = 100\ V$. Ο πυκνωτής αποτελείται από δυο κατακόρυφες μεταλλικές πλάκες, του ίδιου εμβαδού και σχήματος, οι οποίες είναι παράλληλες και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 10\ cm$. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο εσωτερικό του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ παράλληλα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου. Το σημείο εισόδου στον πυκνωτή είναι μια οπή στη θετικά φορτισμένη πλάκα. Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται από αυτή την οπή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 και με κατεύθυνση την αρνητικά φορτισμένη πλάκα. Στο ηλεκτρόνιο ασκείται δύναμη μόνο λόγω του ηλεκτρικού πεδίου και το μέτρο της ταχύτητας του μηδενίζεται, στιγμιαία, τη στιγμή που φτάνει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του ηλεκτρονίου κατά την κίνησή του μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την αρχική κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου σε ηλεκτρονιοβόλτ (eV).

Μονάδες 7

4.4. Αν το ηλεκτρόνιο εισέρχονταν με την ίδια αρχική ταχύτητα υ_0 από μια οπή της αρνητικά φορτισμένης πλάκας θα έφτανε στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα μέτρου υ_1. Να υπολογίσετε το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_0}$.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, και οι βαρυτικές δυνάμεις δεν λαμβάνονται υπόψη. Το στοιχειώδες φορτίο που μετακινείται είναι: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$ (Σχολικό Βιβλίο σελ. 152).

22521-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου δίνεται από τη σχέση:

$$E = \frac{V}{d} \text{ ή } E = \frac{10^2}{10^{-1}}\frac{V}{m} \text{ ή } E = 10^3 \frac{N}{C}$$

Μονάδες 5

4.2. Η συνολική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο είναι ίση με την δύναμη $\vec{F}_{\eta\lambda}$ του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\eta\lambda} = \vec{E} \cdot (-e)$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής μπορεί να υπολογιστεί από την γενικότερη σχέση έκφρασης του δεύτερου Νόμου του Νεύτωνα. Δηλαδή:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = \vec{E} \cdot (-e) \quad \text{ή} \quad \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right| = E \cdot e \quad \text{ή}$$

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right| = 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\, N \text{ ή } \frac{\Delta P}{\Delta t} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\, N$$

Μονάδες 6

4.3. Αν το ηλεκτρόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα υ_0 παράλληλα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου θα κινηθεί κατά μήκος της δυναμικής γραμμής στην οποία βρίσκεται και θα δεχθεί δύναμη μέτρου F με αντίθετη κατεύθυνση από εκείνη της φοράς των δυναμικών γραμμών.

Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από την αρχική του θέση έως ότου σταματήσει στιγμιαία.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } 0 - K_{\alpha\rho\chi} = -F\,d \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = F\,d \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = E\,e\,d$$

$$\text{ή } K_{\alpha\rho\chi} = 10^3 \left(\frac{N}{C}\right) \cdot e \cdot 10^{-1}(m) \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} = 100\, eV$$

Μονάδες 7

4.4. Αν τώρα το ηλεκτρόνιο ξεκινήσει με αρχική ταχύτητα υ_0 από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα τότε θα φθάσει στη θετική φορτισμένη μεταλλική πλάκα με ταχύτητα υ_1. Η δύναμη που δέχεται έχει τώρα την κατεύθυνση της κίνησης του ηλεκτρονίου. Γράφουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την μετακίνηση του ηλεκτρονίου μεταξύ των παραπάνω θέσεων οπότε θα έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = F\,d \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = E\,e\,d \text{ ή}$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = 100\, eV \text{ ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} = 200 eV$$

Εάν πάρουμε το πηλίκο:

$$\frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{200eV}{100eV} = 2 \text{ ή } \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_0^2} = 2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_0^2} = 2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_0} = \sqrt{2}$$

22521-Λύση

Μονάδες 7