ΘΕΜΑ 2

16039

2.1. Δύο σώματα Α και Β εκτοξεύονται ταυτόχρονα οριζόντια από σημεία που απέχουν από το έδαφος ύψη h και 9h αντίστοιχα.

(α) Το Α σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το Β σώμα για να φτάσει στο έδαφος.

(β) Το Β σώμα θέλει τριπλάσιο χρόνο από το Α σώμα για να φτάσει στο έδαφος.

(γ) Τα δύο σώματα Α και Β φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, είναι δεμένα από ακλόνητα σημεία με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους L_1 και L_2 αντίστοιχα, όπου $L_1 = 3L_2$ και εκτελούν ομαλές κυκλικές κινήσεις με περιόδους T_1 και T_2 αντίστοιχα, όπου $T_1 = 2T_2$. Για τα μέτρα α_1 και α_2 των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σφαιριδίων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα ισχύει:

(α) $\alpha_1 = \frac{2}{3}\alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = \frac{3}{4}\alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{4}{3}\alpha_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16039-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Τα σώματα Α και Β εκτελούν οριζόντια βολή, συνεπώς, στον κατακόρυφο άξονα η κίνησή τους είναι ελεύθερη πτώση, οπότε:

Για το Α: $h = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ Για το Β: $9h = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = 3\sqrt{\frac{2h}{g}} = 3t_1$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι γραμμικές ταχύτητες των σφαιριδίων $Σ_1$ και $Σ_2$ θα είναι:

$$\upsilon_1 = \omega_1 L_1 = \frac{2\pi}{T_1} \cdot L_1 \quad (1) \qquad \upsilon_2 = \omega_2 L_2 = \frac{2\pi}{T_2} \cdot L_2 \quad (2) \quad (3\ \mu ό\rho\iota\alpha)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{L_1}{L_2} = \frac{T_2}{2T_2} \cdot \frac{3L_2}{L_2} = \frac{3}{2} \quad (3) \quad (1\ \mu ό\rho\iota o)$$

Τα μέτρα των κεντρομόλων επιταχύνσεων των σφαιριδίων $Σ_1$ και $Σ_2$ είναι:

$$\alpha_1 = \frac{\upsilon_1^2}{L_1} \quad (4) \qquad \alpha_2 = \frac{\upsilon_2^2}{L_2} \quad (5) \quad (3\ \mu ό\rho\iota\alpha)$$

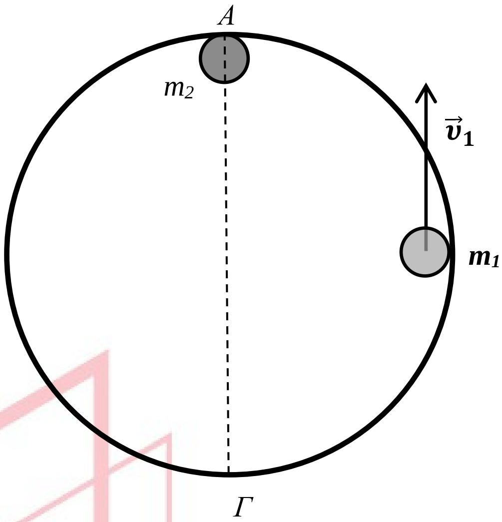
Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (4) και (5) και λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση (3) παίρνουμε:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\upsilon_1^2}{\upsilon_2^2} \cdot \frac{L_2}{L_1} = \frac{9}{4} \cdot \frac{L_2}{3L_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{3}{4}\alpha_2 \quad (2\ \mu ό\rho\iota\alpha)$$

Μονάδες 9

16041

ΘΕΜΑ 4



Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ με λείες επιφάνειες και μάζες $m_1 = 4kg$ και $m_2 = 6kg$ αντίστοιχα μπορούν να κινούνται στο εσωτερικό κυκλικού δακτυλίου ακτίνας $R = 2m$ που είναι ακλόνητα στερεωμένος σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου εικονίζεται στο σχήμα). Οι τριβές μεταξύ των σφαιριδίων και του κυκλικού δακτυλίου θεωρούνται αμελητέες, όπως και οι διαστάσεις τους. Αρχικά το σφαιρίδιο $Σ_2$ είναι ακίνητο, ενώ το $Σ_1$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με φορά αντίθετη εκείνης των δεικτών του ρολογιού με ταχύτητα, μέτρου $υ_1 = 5m/s.$ Αν τα σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ συγκρουστούν πλαστικά, να υπολογίσετε :

4.1. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση καθώς και την περίοδο της κίνησης του.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου $Σ_1$ κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

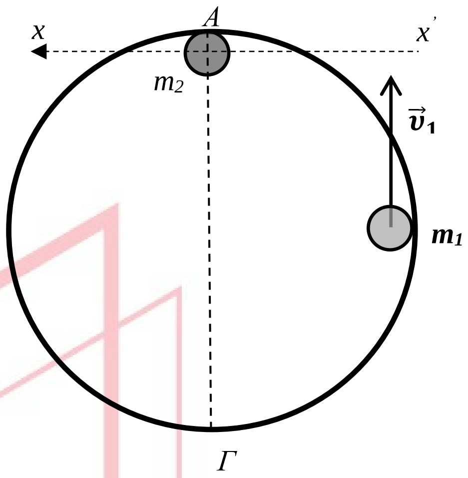
4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του μεταξύ της θέσης κρούσης Α και της αντιδιαμετρικής της Γ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16041-Λύση

4.1. Στον άξονα $x'Ax$ που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα των δύο σφαιριδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:



$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του άξονα:

$$m_1 \cdot υ_1 = (m_1 + m_2) \cdot V \text{ ή } 4 \cdot 5\ kg \cdot \frac{m}{s} = 10kg \cdot V$$

ή $V = 2m/s$ *(Μονάδες 4)*

Το συσσωμάτωμα θα εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο:

$T = \frac{2 \cdot π \cdot R}{V} = 2 \cdot π\ s$ *(Μονάδες 2)*

Μονάδες 6

4.2. Η μεταβολή της ορμής του $Σ_1$ είναι:

$Δ\vec{p}_1 = \vec{p}_{1,τελ} - \vec{p}_{1,αρχ}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

$$Δp_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot υ_1 = -12\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει μέτρο 12 $kg \cdot \frac{m}{s}$.

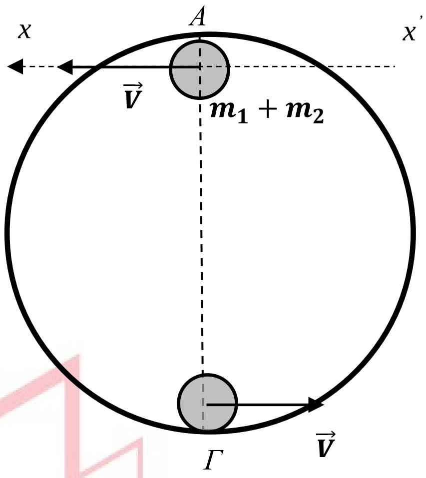
Μονάδες 6

4.3. Επειδή τα σφαιρίδια θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{απωλ} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {υ_1}^2 - \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2)V^2 = 30J$$

Μονάδες 6

4.4. Όπως φαίνεται στο σχήμα στις αντιδιαμετρικές θέσεις Α και Γ οι ταχύτητες και οι ορμές του συσσωματώματος έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά, οπότε για τη μεταβολή της ορμής ισχύει:



$\Delta\vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma,\alpha\rho\chi}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του άξονα, έχουμε:

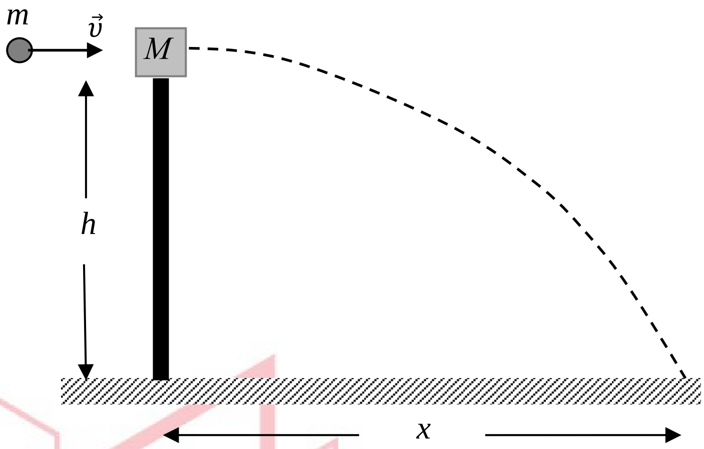
$$\Delta p_{,\sigma\upsilon\sigma} = -(m_1 + m_2) \cdot V - (m_1 + m_2) \cdot V = -40kg \cdot m/s$$

Και το μέτρο της είναι $40kg \cdot m/s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16043



Ο καθηγητής Φυσικής σε μία σχολή αξιωματικών του στρατού θέτει ένα πρόβλημα σχετικά με το πώς οι φοιτητές, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους από το μάθημα, θα μπορούσαν να υπολογίσουν την ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ του βλήματος ενός πιστολιού. Ο καθηγητής υποδεικνύει στους φοιτητές την παρακάτω διαδικασία: Το βλήμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια και σφηνώνεται σε ένα κομμάτι ξύλου, μάζας M, που ισορροπεί ελεύθερο στην κορυφή ενός στύλου ύψους h. Οι μάζες m και M μετρώνται με ζύγιση και το ύψος h μετράται με μετροταινία. Το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση x από τη βάση του στύλου, αφήνοντας ένα σημάδι στο χώμα ώστε να είναι δυνατή η μέτρηση αυτής της απόστασης x. Οι φοιτητές ακολούθησαν τη διαδικασία και έλαβαν μετρήσεις ακολουθώντας τη διαδικασία που τους υπέδειξε ο καθηγητής τους και κατέγραψαν τις τιμές $m = 0{,}1kg$, $M = 1{,}9kg$, $h = 5\,m$ και $x = 10\,m$. Λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν από τους φοιτητές, και θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε:

4.1. Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{V}$ την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ του βλήματος πριν σφηνωθεί στο ξύλο.

Μονάδες 6

4.4. Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση.

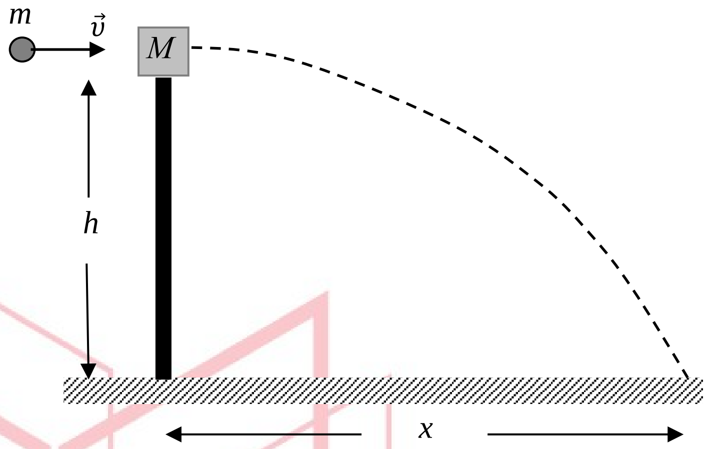
Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$.

16043-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση του προκύπτει από την επαλληλία της ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και της ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.



Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το συσσωμάτωμα να αγγίξει το έδαφος t_π υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $h = 5\ m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \text{ ή } t_\pi = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 1s$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική και η εξίσωση της προκύπτει από τις εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και της ελεύθερης πτώσης με απαλοιφή του χρόνου:

Οριζόντιος άξονας:

$$x = V \cdot t \text{ ή } t = \frac{x}{V}$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ ή } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x}{V^2}^2$$

Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας V την οποία απέκτησε το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται θέτοντας στην εξίσωση της παραβολής $y = 5\ m$ και $x = 10\ m$ οπότε:

$$V = \sqrt{\frac{g \cdot x^2}{2 \cdot y}} = 10m/s$$

Εναλλακτικά: $x = V \cdot t_\pi$ ή $V = \frac{x}{t_\pi} = 10m/s$

Μονάδες 6

4.3. Στον άξονα που πραγματοποιείται η κρούση το σύστημα βλήμα-ξύλο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του βλήματος πριν την κρούση:

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot V \text{ ή } 0{,}1 \cdot \upsilon\ kg \cdot \frac{m}{s} = 2kg \cdot 10m/s$$

$$\text{ή } \upsilon = 200\ m/s$$

16043-Λύση

Μονάδες 6

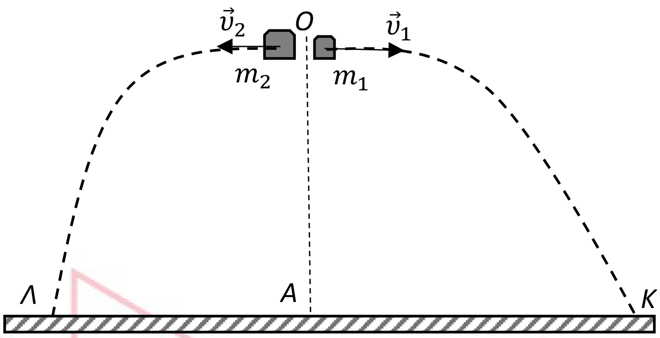
4.4. Επειδή το βλήμα και το ξύλο θεωρούνται υλικά σημεία πρακτικά ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την κρούση βρίσκονται στην ίδια θέση οπότε η δυναμική ενέργεια δεν αλλάζει και έτσι η απώλεια της μηχανικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση θα είναι ίση με την μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot (m+M)V^2 = 1900\,J$$

Μονάδες 7

16044

ΘΕΜΑ 4



Μία οβίδα μάζας 3 kg εκτοξεύεται από το σημείο Α του οριζόντιου εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Όταν φθάνει στο ανώτερο σημείο Ο της τροχιάς της, διασπάται ακαριαία, λόγω εσωτερικής έκρηξης, σε δύο κομμάτια με μάζες $m_1 = 1kg$ και $m_2 = 2kg$. Το σημείο Ο βρίσκεται σε ύψος 20 m από το έδαφος. Το κομμάτι μάζας m_1 αποκτά αμέσως μετά την έκρηξη οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 10m/s$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα κομμάτια m_1 και m_2 κινούνται και πέφτουν στο έδαφος σε σημεία Κ και Λ αντιστοίχως. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο και την κατεύθυνση της ταχύτητας που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 7

4.2. Το χρονικό διάστημα που κινείται κάθε κομμάτι από τη στιγμή της έκρηξης μέχρι να αγγίξει το έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση ΚΛ.

Μονάδες 7

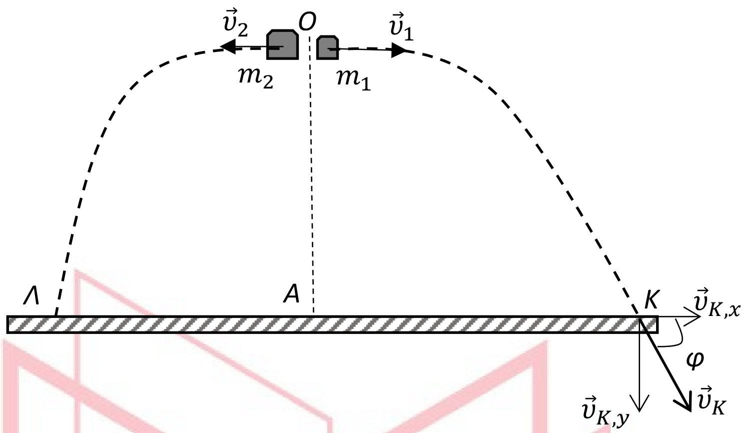
4.4 Την ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) του κομματιού μάζας m_1 ακριβώς πριν ακουμπήσει στο σημείο Κ του εδάφους.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10m/s^2$, και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

16044-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Η οβίδα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς της (Ο) ακινητοποιείται στιγμιαία οπότε ακριβώς πριν την διάσπαση έχει μηδενική ταχύτητα και ορμή.

Κατά την έκρηξη που διαρκεί ελάχιστο χρόνο οι εσωτερικές δυνάμεις που αναπτύσσονται είναι πολύ μεγαλύτερες του βάρους (εξωτερική δύναμη), οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και η ορμή του διατηρείται:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας του κομματιού με μάζα m_1 αμέσως μετά την έκρηξη:

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \text{ή } v_2 = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} = 5\, m/s$$

Άρα η ταχύτητα που αποκτά το κομμάτι μάζας m_2 αμέσως μετά την έκρηξη έχει μέτρο $5\, m/s$ και κατεύθυνση αντίθετη της $\vec{v}_1$.

Μονάδες 7

4.2. Το κάθε κομμάτι εκτελεί οριζόντια βολή. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση τους προκύπτει από την επαλληλία μίας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα και μίας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο.

Το χρονικό διάστημα που πέρασε από την στιγμή της κρούσης μέχρι το κάθε κομμάτι να αγγίξει το έδαφος $Δt_π$ είναι το ίδιο και για τα δύο καθώς βάλλονται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος. Το $Δt_π$ υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης της ελεύθερης πτώσης για ύψος $(OA) = h = 20\, m$:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {Δt_π}^2 \text{ή } Δt_π = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2s$$

Μονάδες 6

16044-Λύση

4.3. Κατά την οριζόντια βολή η τροχιά είναι παραβολική. Η εξίσωση κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής υπολογίζει την μέγιστη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) για κάθε κομμάτι μετά τη διάσπαση. Συγκεκριμένα:

Κομμάτι μάζας m_1:

$$(AK) = \upsilon_1 \cdot \Delta t_\pi = 20m$$

Κομμάτι μάζας m_2:

$$(A\Lambda) = \upsilon_2 \cdot \Delta t_\pi = 10m$$

$$\text{Άρα } (K\Lambda) = (AK) + (A\Lambda) = 30m.$$

Μονάδες 7

4.4 Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η ταχύτητα πρόσκρουσης του κομματιού με μάζα m_1 στο σημείο Κ προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων στον κατακόρυφο άξονα (ελεύθερη πτώση) και στον οριζόντιο άξονα (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση).

Οριζόντιος άξονας:

$$\upsilon_{K,x} = \upsilon_1 = 10m/s$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$\upsilon_{K,y} = g \cdot \Delta t_\pi = 20m/s$$

Οπότε,

$$\upsilon_K = \sqrt{{\upsilon_{K,x}}^2 + {\upsilon_{K,y}}^2} = \sqrt{500}m/s = 10 \cdot \sqrt{5}m/s \text{ (μέτρο)}$$

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{K,y}}{\upsilon_{K,x}} = 2 \text{(Κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2 16049

2.1. Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o. Έστω Δt_1 και Δt_2 τα χρονικά διαστήματα που κάνουν η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα, αντίστοιχα, για να φτάσουν στο έδαφος. Η σχέση ανάμεσα στα δύο χρονικά διαστήματα είναι:

(α) $\Delta t_1 < \Delta t_2$, **(β)** $\Delta t_1 = \Delta t_2$, **(γ)** $\Delta t_1 > \Delta t_2$

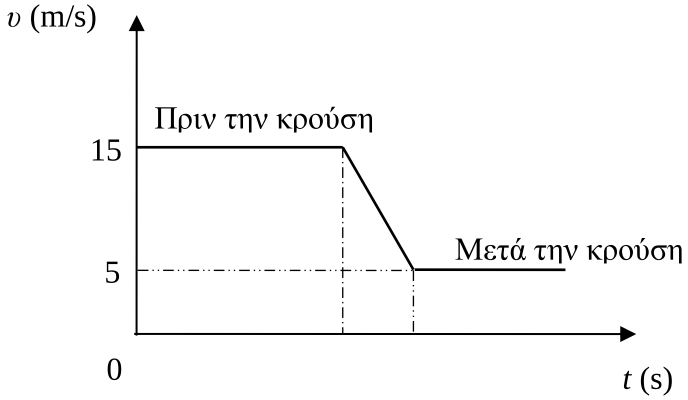
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διπλανό διάγραμμα παρουσιάζεται η τιμή της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m = 100\ g$ που συγκρούεται με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα $1\ s$ και εξαιτίας της, το σώμα μάζας m επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη, που δέχθηκε γι' αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα μάζας m, είναι σταθερή. Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι:



(α) $1\ N$, **(β)** $5\ N$, **(γ)** $15\ N$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

16049-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Για τη σφαίρα που εκτελεί οριζόντια βολή, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Άρα θα φτάσει στον ίδιο χρόνο με τη σφαίρα που αφήνεται να πέσει, δηλαδή $\Delta t_1 = \Delta t_2$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Εφαρμόζοντας τον 2º νόμο του Newton θα υπολογίσουμε την τιμή της σταθερής δύναμης και λαμβάνοντας τις τιμές των ταχυτήτων από τη γραφική παράσταση:

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0{,}1 \cdot 5 - 0{,}1 \cdot 15}{1} N = -1N$$

Άρα το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα μάζας m κατά την κρούση είναι $1\ N$.

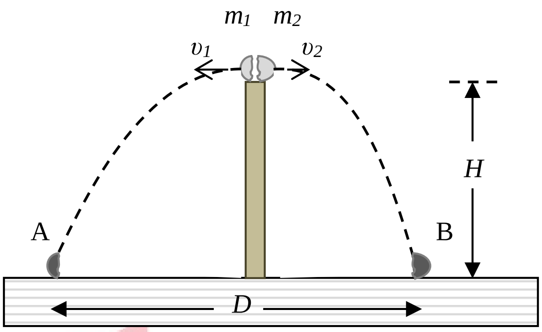
<u>Σχόλιο:</u> Το αντίθετο πρόσημο της τιμής της δύναμης (και της επιτάχυνσης που προκαλεί), με αυτό της ταχύτητας, περιγράφει επιβραδυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16052

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 300\ g$ είναι τοποθετημένη πάνω σε κατακόρυφο στύλο μεγάλου ύψους H. Ξαφνικά μια έκρηξη διασπά τη σφαίρα σε δύο κομμάτια που αμέσως μετά την έκρηξη κινούνται σε οριζόντια διεύθυνση. Οι μάζες των δύο κομματιών είναι m_1 και m_2, για τις οποίες ισχύει: $m_2 = 2 \cdot m_1$.



Τα δύο κομμάτια m_1, m_2, εκτελούν οριζόντιες βολές και πέφτουν στο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται στη βάση του στύλου, μετά από χρόνο $3\ s$ από τη στιγμή της έκρηξης, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, που απέχουν μεταξύ τους $D = 180\ m$, όπως φαίνεται και στο σχήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1.Το ύψος του στύλου.

Μονάδες 6

4.2.Τα μέτρα των ταχυτήτων που έχουν τα δύο κομμάτια, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα (μέτρο, κατεύθυνση) με την οποία φτάνει η μάζα m_1 στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. Την απόσταση μεταξύ των δύο κομματιών $2\ s$ μετά από τη στιγμή της έκρηξης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16052-Λύση

4.1. Οι δύο μάζες φτάνουν στο οριζόντιο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $3\ s$. Εκτελούν οριζόντια βολή, άρα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κίνηση της κάθε μάζας στον κατακόρυφο άξονα περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2}\ g \cdot t^2 = 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 9\ m = 45\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σύστημα των δύο μαζών η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη, συνεπώς:

$$\vec{p}_{τελ} = \vec{p}_{αρχ}$$

Ορίζουμε ως θετική ~~φορά~~ τη φορά της ταχύτητα της μάζας m_1, οπότε:

$$m_1 \cdot υ_{1x} - m_2 \cdot υ_{2x} = 0$$

$$m_1 \cdot υ_{1x} - 2m_1 \cdot υ_{2x} = 0$$

$$υ_{1x} = 2 \cdot υ_{2x}\ (1)$$

Οι δύο μάζες εκτελούν οριζόντια βολή, άρα στον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της κάθε μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Οι δύο μάζες διανύουν οριζόντια απόσταση $S_1 + S_2 = D$, σε χρόνο $t = 3\ s$, άρα:

$$t \cdot υ_{1x} + t \cdot υ_{2x} = D, \text{ ή}$$

$$3 \cdot 2 \cdot υ_{2x} + 3 \cdot υ_{2x} = 180\ m, \text{ άρα}$$

$$υ_{2x} = 20\frac{m}{s}$$

και από τη σχέση (1) : $υ_{1x} = 40\frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Η μάζα m_1 μετά την έκρηξη πραγματοποιεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος μετά από $3\ s$. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $υ_{1x} = 40\frac{m}{s}$. Η κατακόρυφη θα προκύψει από την εξίσωση ταχύτητας κατά την ελεύθερη πτώση της μάζας για χρονική διάρκεια κίνησης $3\ s$.

$$υ_{1y} = g \cdot t = 30\frac{m}{s}$$

Συνεπώς, η συνολική ταχύτητα της μάζας m_1 θα προκύψει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων, με μέτρο:

$${υ_1}^2 = {υ_{1x}}^2 + {υ_{1y}}^2$$

$${υ_1}^2 = (40^2 + 30^2)\ (\frac{m}{s})^2$$

$$υ_1 = 50\frac{m}{s}$$

Για τη κατεύθυνση έχουμε:

Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει γωνία $\hat{φ}$ με τον οριζόντιο άξονα με $εφφ = \frac{υ_{1y}}{υ_{1x}} = \frac{3}{4}$.

Μονάδες 6

4.4. Μετά την έκρηξη οι δύο μάζες κινούνται με τις ταχύτητες που αναφέρθηκαν στο ερώτημα 4.2. Και οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα άρα είναι στο ίδιο ύψος κάθε χρονική στιγμή, δεδομένου ότι πραγματοποιούν οριζόντια βολή, και κινούνται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Συνεπώς:

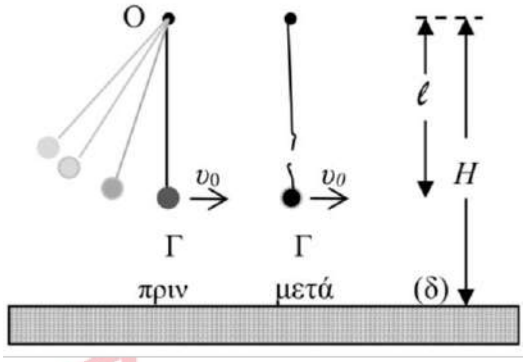
$$D' = x_1 + x_2 = t' \cdot \upsilon_{1x} + t' \cdot \upsilon_{2x} = 120\ m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16053

Μικρή σφαίρα μάζας $m = 200\ g$ κρέμεται δεμένη στο κάτω άκρο αβαρούς μη ελαστικού νήματος, μήκους l. Το πάνω άκρο του νήματος είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο Ο, το οποίο απέχει από οριζόντιο δάπεδο (δ), ύψος $H = 1{,}25\ m$. Θέτουμε το σύστημα σε αιώρηση με τέτοιο τρόπο ώστε τελικά το σώμα να κινείται σε κατακόρυφο επίπεδο με το νήμα τεντωμένο.



Τη στιγμή που η σφαίρα περνάει από την κατώτερη θέση Γ της κυκλικής τροχιάς της, με το νήμα τεντωμένο και κατακόρυφο, η κεντρομόλος επιτάχυνσή της έχει μέτρο $20\ \frac{m}{s^2}$. Ακριβώς τη στιγμή που διέρχεται από τη θέση Γ, το νήμα κόβεται και η σφαίρα με την ταχύτητα που είχε, πραγματοποιεί οριζόντια βολή μέχρι να χτυπήσει στο οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα φτάνει στο δάπεδο μετά από χρόνο $0{,}3\ s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα. Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μήκος l του νήματος.

Μονάδες 6

4.2. Την οριζόντια απόσταση από το σημείο Γ, του σημείου στο οποίο θα χτυπήσει η σφαίρα στο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.3. Τη βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το οριζόντιο δάπεδο (δ) μετά από χρόνο $0{,}2\ s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας καθώς και την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας με το οριζόντιο δάπεδο, ελάχιστα πριν η σφαίρα προσκρούσει στο δάπεδο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16053-Λύση

4.1. Η μάζα m φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο μετά από χρόνο $0{,}3\ s$. Εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον κατακόρυφο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H - l = \frac{1}{2}\, g \cdot t^2 = 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 0{,}09\ m = 0{,}45\ m$$

$$\text{Άρα } l = \ 1{,}25 - 0{,}45 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Η μάζα m μετά το κόψιμο του νήματος πραγματοποιεί οριζόντια βολή και οριζοντίως σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και φτάνει στο έδαφος μετά από $t = 0{,}3\ s$. Διανύει συνεπώς απόσταση $S = t \cdot \upsilon_x$. Η ταχύτητα με την οποία το σώμα βάλλεται οριζόντια θα προκύψει από την κεντρομόλο επιτάχυνση που είχε το σώμα κατά την κυκλική του κίνηση στη θέση Γ.

$$\alpha_\kappa = \frac{{\upsilon_x}^2}{l}$$

$$\upsilon_x = \sqrt{\alpha_\kappa \cdot l} = \sqrt{20 \cdot 0{,}8}\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Συνεπώς η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το σώμα θα είναι: $S = t \cdot \upsilon_x = 0{,}3 \cdot 4 = 1{,}2\ m$

Μονάδες 6

4.3. Η μάζα m μετά από χρόνο $t_2 = 0{,}2\ s$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα θα βρίσκεται σε ύψος:

$$h' = 0{,}45 - \frac{1}{2}\, g \cdot {t_2}^2 = (0{,}45 - 0{,}5\ \cdot 10 \cdot 0{,}04)m = 0{,}25\ m$$

Άρα η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος ως προς το δάπεδο θα είναι:

$$U = mgh' = 0{,}2\ \cdot 10 \cdot 0{,}25 = 0{,}5\, J$$

Μονάδες 6

4.4. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα πραγματοποιεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος μετά από $0{,}3\ s$. Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας είναι $\upsilon_x = 4\frac{m}{s}$. Η κατακόρυφη θα προκύψει από την εξίσωση ταχύτητας στην ελεύθερη πτώση για χρονική διάρκεια κίνησης $0{,}3\ s$.

$$\upsilon_y = g \cdot t = 3\frac{m}{s}$$

Συνεπώς η συνολική ταχύτητα της μάζας m θα προκύψει από το διανυσματικό άθροισμα των δύο ταχυτήτων, με μέτρο:

$$\upsilon^2 = \ {\upsilon_x}^2 + {\upsilon_y}^2$$

$$\upsilon^2 = (4^2 + 3^2)\ (\frac{m}{s})^2$$

$$\upsilon = 5\frac{m}{s}$$

Για τη κατεύθυνση έχουμε:

Η ταχύτητα πρόσκρουσης σχηματίζει γωνία $\hat{\varphi}$ με τον οριζόντιο άξονα με: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{3}{4}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16054

Δύο αυτοκινητάκια από παιδικό παιχνίδι, με μάζες $m_1 = 250\ g$ και $m_2 = 300\ g$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλική πίστα ακτίνας $R = \frac{200}{\pi}\ cm$ και πραγματοποιούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 40\ \frac{cm}{s}$ και $\upsilon_2 = 50\ \frac{cm}{s}$ αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1. Τις περιόδους περιστροφής των δύο αυτοκινήτων T_1 και T_2.

Μονάδες 6

4.2. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων των αυτοκινήτων, δεδομένου ότι κινούνται κατά την ίδια φορά.

Μονάδες 6

Ξαφνικά, το δεύτερο αυτοκινητάκι ξεφεύγει από την πορεία του. Κινούμενο ευθύγραμμα προσκρούει κάθετα στον προστατευτικό ελαστικό τοίχο της πίστας και γυρίζει προς τα πίσω με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_3 = 20\ \frac{cm}{s}$. Αν η πρόσκρουση διαρκεί $\Delta t = 0{,}07 s$ να υπολογιστούν:

4.3. Η μέση δύναμη κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά που δέχθηκε το αυτοκινητάκι από τον προστατευτικό τοίχο της πίστας κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την πρόσκρουση.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16054-Λύση

4.1. Τα αυτοκινητάκια εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, με ίδια ακτίνα, οπότε:

$$T_1 = \frac{2\pi R}{\upsilon_1} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}4}\ s = 10s$$

$$T_2 = \frac{2\pi R}{\upsilon_2} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}5} s = 8s$$

Μονάδες 6

4.2. Αφού κινούνται προς την ίδια φορά θα ξανασυναντηθούν όταν το δεύτερο αυτοκινητάκι θα έχει κάνει ένα γύρο παραπάνω από το πρώτο.

$$S_2 - S_1 = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$\upsilon_2 \cdot t - \upsilon_1 \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot R$$

$$t = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{2\pi \frac{2}{\pi}}{0{,}1}\ s = 40\ s$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο προκύπτει από τον 2ο νόμο του Newton για το χρονικό διάστημα Δt.

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

όπου θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι κατά την πρόσκρουση:

$$F = \frac{m_2 \cdot \upsilon_3 - (-m_2 \cdot \upsilon_2)}{\Delta t} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}5}{0{,}07} N = 3\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Η πρόσκρουση προκαλεί μείωση της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου κατά:

$$K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_2({\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2)$$

Και το ποσοστό της μείωσης της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμική κατά την πρόσκρουση του αυτοκινήτου με τον τοίχο προκύπτει από το πηλίκο:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{{\upsilon_2}^2 - {\upsilon_3}^2}{{\upsilon_2}^2} \cdot 100\% = \frac{0{,}5^2 - 0{,}2^2}{0{,}5^2} \cdot 100\% = 84\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

16065

2.1. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού τοίχου έχουν μήκη ℓ_1 και ℓ_2 αντίστοιχα, για τα οποία ισχύει: $\frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{1}{12}$. Ο λόγος $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ των μέτρων, των γραμμικών ταχυτήτων, των ελεύθερων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα είναι ίσος με:

(α) 144 , **(β)** $\frac{1}{144}$, **(γ)** 12

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_h = 350\ K$ (θερμοκρασία θερμής δεξαμενής) και $T_c = 300\ K$ (θερμοκρασία ψυχρής δεξαμενής) και έχει απόδοση ίση με το 50% της απόδοσης της ιδανικής θερμικής μηχανής (θερμική μηχανή Carnot), που λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών. Για το λόγο $\frac{|Q_c|}{Q_h}$ της θερμικής μηχανής ισχύει:

(α) $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{14}{13}$, **(β)** $\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{13}{14}$, **(γ)** $\frac{|Q_c|}{Q_h} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16065-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Ορθή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot\ell_1}{T_1}}{\frac{2\cdot\pi\cdot\ell_2}{T_2}} = \frac{\ell_1}{\ell_2}\cdot\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{12}\cdot\frac{1\,h}{12\,h} = \frac{1}{144}$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Ορθή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $e = \frac{1}{2}\cdot e_C = \frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{T_c}{T_h}\right) = \frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{300}{350}\right) = \frac{1}{14}$.

Επίσης: $e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$, $\frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - e = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16074

Ένα σώμα μάζας m_1 περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $h = \frac{7}{9} R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης. Ένα άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2m_1$ που περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά στην ίδια κυκλική τροχιά υπό την επίδραση μόνο της βαρυτικής έλξης της Γης, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα μάζας m_1. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\ Km$ και το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10 \frac{m}{s^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής κάθε σώματος πριν συγκρουστούν.
Δίνεται ότι: $\frac{1024\pi}{27} = 119{,}15$

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά τη δημιουργία του.

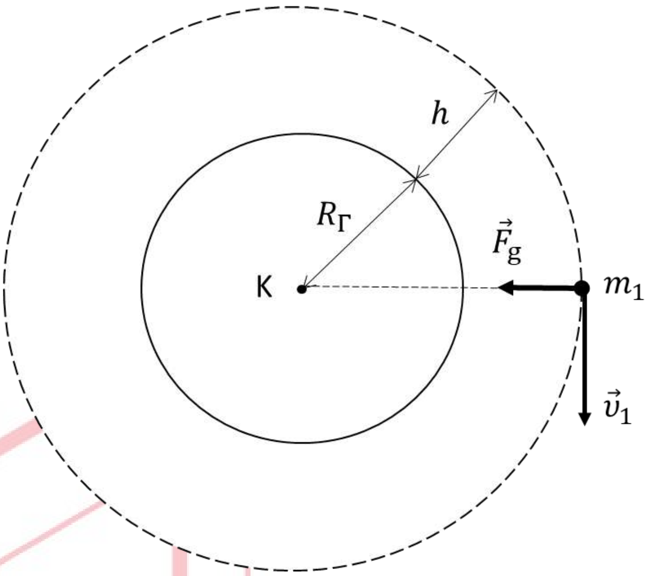
Μονάδες 6

4.4. Να ελέγξετε αν το συσσωμάτωμα διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16074-Λύση



4.1. Η βαρυτική έλξη $\vec{F}_g$ που δέχεται το σώμα μάζας m_1 από τη Γη δρα σαν κεντρομόλος:

$$F_g = F_k \implies G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{(R_\Gamma + h)^2} = m_1 \cdot \frac{\upsilon_1^2}{R_\Gamma + h}$$

Επομένως,

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \implies \upsilon_1 = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \implies \upsilon_1 = \frac{3}{4}\sqrt{g_0 R_\Gamma}$$

Άρα, $\upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του σώματος είναι ανεξάρτητο από τη μάζα του. Το σώμα μάζας m_2 περιστρέφεται στο ίδιο ύψος, επομένως:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 = 6 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

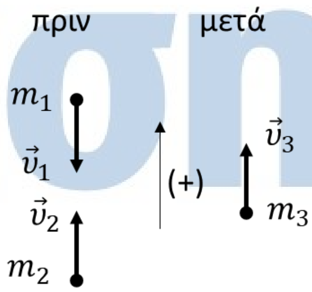
4.2. Η περίοδος περιστροφής του σώματος μάζας m_1 είναι ίση με:

$$T_1 = \frac{2\pi(R_\Gamma + h)}{\upsilon_1} \implies T_1 = \frac{32\pi R_\Gamma}{9\upsilon_1} \implies T_1 = 11915\ s$$

Όμοια, $T_2 = T_1 = 11915\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα. Έστω $m_3 = m_1 + m_2 = 3m_1$, η μάζα του συσσωματώματος.
Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση.



$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \implies \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \implies -m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_3\upsilon_3 \implies \upsilon_3 = \frac{\upsilon_1}{3}$$

Επομένως, $\upsilon_3 = 2 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα διαφυγής στη θέση που δημιουργείται το συσσωμάτωμα είναι ίση με:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \implies \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{\frac{16}{9}R_\Gamma}} \implies \upsilon_\delta = \frac{3}{4}\sqrt{2g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 6\sqrt{2} \cdot 10^3 \frac{m}{s}.$$

Παρατηρούμε ότι, $\upsilon_3 < \upsilon_\delta$, επομένως το συσσωμάτωμα δεν διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 16083

2.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι g_0 και η ακτίνα της Γης είναι R_Γ. Σε ύψος h= $3R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης η ένταση του πεδίου βαρύτητας είναι:

(α) $\frac{g_0}{16}$, **(β)** $\frac{g_0}{8}$, **(γ)** $\frac{g_0}{4}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν ο λόγος των ακτινών σε κυκλική τροχιά δύο δορυφόρων της Γης είναι $\frac{r_1}{r_2} = 4$, τότε ο αντίστοιχος λόγος των περιόδων περιστροφής τους είναι:

(α) 8, **(β)** 2, **(γ)** 4

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16083-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος h από την επιφάνειας της γης δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \; (1)$$

αντικαθιστώ στη σχέση (1) όπου $h = 3 \cdot R_\Gamma$ και έχω

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(4R_\Gamma)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \; (2)$$

Η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι:

$$g = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G\, M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 \; (3)$$

Η σχέση (2) μέσω της σχέσεως (3) γίνεται:

$$g = \frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{16 \cdot {R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0}{16}$$

Μονάδες 8

16083-Λύση

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η βαρυτική έλξη της Γης σε κάθε δορυφόρο, παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Για τον πρώτο δορυφόρο:

$$F_1 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_1^2} = \frac{mu_1^2}{r_1} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1} = u_1^2 \Leftrightarrow u_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}$$

Η περίοδος T_1 δίνεται από τον τύπο:

$$T_1 = \frac{2\pi \cdot r_1}{u_1} \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{u_1} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_1}}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_1 \Leftrightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}} \, (1)$$

Για τον δεύτερο δορυφόρο:

$$F_2 = F_\kappa \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m}{r_2^2} = \frac{m \cdot u_2^2}{r_2} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2} = u_2^2 \Leftrightarrow u_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}$$

Η περίοδος T_2 δίνεται από τον τύπο:

$$T_2 = \frac{2\pi \cdot r_2}{u_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{u_2} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r_2}}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2}{G \cdot M_\Gamma}} \cdot r_2 \Leftrightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}} \, (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) και έχω:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}}{2\pi\sqrt{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{r_1^3}{G \cdot M_\Gamma}}{\frac{r_2^3}{G \cdot M_\Gamma}}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3}{r_2^3}} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 4^{3/2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = (2^2)^{3/2} \Leftrightarrow \frac{T_1}{T_2} = 2^3$$

$$\frac{T_1}{T_2} = 8$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16085

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος με ταχύτητα μέτρου υ_0. Ο χρόνος που περνά για να γίνει το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ίσο με $3\upsilon_0$ είναι ίσος με:

(α) $t = \frac{\upsilon_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ **(β)** $t = \frac{2\upsilon_0 \cdot \sqrt{2}}{g}$ **(γ)** $t = \frac{\upsilon_0}{g}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο κινητά τη χρονική στιγμή t_o=0 αρχίζουν να κινούνται από αντιδιαμετρικά σημεία μίας περιφέρειας κύκλου αντίρροπα με συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα. Η χρονική στιγμή t που συναντιούνται για πρώτη φορά είναι:

(α) $\frac{2}{f_1+f_2}$, **(β)** $\frac{1}{f_1+f_2}$, **(γ)** $\frac{1}{2(f_1+f_2)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16085-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στον οριζόντιο άξονα x’x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y’y ελεύθερη πτώση.

Η ταχύτητα στον άξονα x’x είναι σταθερή $\upsilon_x = \upsilon_0$

Η ταχύτητα στον άξονα y’y δίνεται από τον τύπο $\upsilon_y = g \cdot t$

Το μέτρο της ταχύτητας $\upsilon = \sqrt{{\upsilon_x}^2 + {\upsilon_y}^2}$ (1)

Αντικαθιστώ όπου υ=3υ_0 και όπου $\upsilon_x = \upsilon_0$ και ο τύπος (1) γίνεται $3\upsilon_0 = \sqrt{{\upsilon_0}^2 + {\upsilon_y}^2}$,υψώνω στο τετράγωνο και έχω

$$9{\upsilon_0}^2 = {\upsilon_0}^2 + {\upsilon_y}^2 \Leftrightarrow {\upsilon_y}^2 = 8{\upsilon_0}^2 \Leftrightarrow \upsilon_y = \sqrt{8{\upsilon_0}^2} \Leftrightarrow \upsilon_y = 2\upsilon_0\sqrt{2}\ (1)$$

Η ταχύτητα $\upsilon_y = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{\upsilon_y}{g} \overset{(1)}{\Leftrightarrow} t = \frac{2\upsilon_0\sqrt{2}}{g}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Οι γωνιακές ταχύτητες των δύο κινητών είναι ω_1 και ω_2. Τα δύο κινητά μέχρι τη στιγμή συνάντησης διαγράφουν αντίστοιχα γωνίες ϕ_1 και ϕ_2 για τις οποίες ισχύει $\phi_1 + \phi_2 = \pi$ (1)

Για τη γωνία ϕ_1 ισχύει $\phi_1 = \omega_1 \cdot t$ (2)

και για την γωνία ϕ_2 ισχύει $\phi_2 = \omega_2 \cdot t$ (3).

Η σχέση (1) μέσω των σχέσεων (2) και (3) γίνεται

$$\omega_1 \cdot t + \omega_2 \cdot t = \pi \Leftrightarrow (\omega_1 + \omega_2) \cdot t = \pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_2}\ (4)$$

Οι γωνιακές συχνότητες ω_1 και ω_2 συνδέονται με τις συχνότητες f_1 και f_2 βάση των τύπων

$$\omega_1 = 2\pi \cdot f_1\ (5) \text{ και } \omega_2 = 2\pi \cdot f_2\ (6).$$

Η σχέση (4) μέσω των σχέσεων (5) και (6) γίνεται

$$t = \frac{\pi}{2\pi \cdot f_1 + 2\pi \cdot f_2} \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{2\pi \cdot (f_1 + f_2)} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2(f_1 + f_2)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16091

Δύο όμοιοι δορυφόροι μάζας m=100kg κινούνται σε ύψος $h=3R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, στην ίδια κυκλική τροχιά, με αντίθετες ταχύτητες. Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή t=0 από το ίδιο σημείο.

4.1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τις περιόδους τους.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν.

Μονάδες 6

4.4. Εάν οι δορυφόροι συγκρουσθούν κεντρικά και πλαστικά να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνονται η ακτίνα της Γης $R_Γ$=6400Km και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης $g_0=10{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$.
Προσεγγιστικά να θεωρηθούν οι συγκρουόμενοι δορυφόροι ως συγκρουόμενες σφαίρες.

ΘΕΜΑ 4

16091-Λύση

4.1. Το βάρος του δορυφόρου παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_\kappa \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_\Gamma}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}} (1)$$

όπου ΜΓ η μάζα της Γης και r= R_Γ+h=4R_Γ η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Οι δύο δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Για την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχουμε το

$$g_0 = \frac{G \cdot M_\Gamma}{{R_\Gamma}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_\Gamma = g_0 \cdot {R_\Gamma}^2 (2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_\Gamma}^2}{4\, R_\Gamma}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\, {}^{m}/_{s}$$

άρα και οι δύο δορυφόροι έχουν μέτρο ταχύτητας $u = 4000\, {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος περιφοράς του κάθε δορυφόρου υπολογίζεται από τη σχέση

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u}$$

που από τον τύπο παρατηρώ ότι εξαρτάται από την ταχύτητα u του κάθε δορυφόρου καθώς και από την ακτίνα r της κυκλικής τροχιάς. Οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια κυκλική τροχιά, άρα έχουν ίδια μέτρα ταχυτήτων και ίδια ακτίνα r.

Η περίοδος

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{u} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4R_\Gamma}{u} \Leftrightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow T = 12800 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.3. Οι δύο δορυφόροι κινούνται αντίρροπα και συναντιούνται μετά από χρόνο t. Στο χρόνο αυτό οι δύο δορυφόροι έχουν διανύσει ίσα μήκη τόξων $s_1 = s_2 = u \cdot t$.

Το άθροισμα των μηκών των τόξων, που διανύουν οι δορυφόροι είναι ίσο με το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στην οποία κινούνται οι δορυφόροι.

Δηλαδή:

$$s_1 + s_2 = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow u \cdot t + u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow 2u \cdot t = 2\pi \cdot r \Leftrightarrow t = \frac{2\pi r}{2 \cdot u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi r}{u} \Leftrightarrow t = \frac{\pi \cdot 4R_\Gamma}{u}$$

$$t = 4\pi \cdot \frac{6400 \cdot 10^3 m}{4000\, {}^{m}/_{s}} \Leftrightarrow t = 6400 \cdot \pi s$$

Μονάδες 6

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

16091-Λύση

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m \cdot u - m \cdot u = (m + m) \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$0 = 2 \cdot m \cdot u_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow u_{\sigma\upsilon\sigma} = 0$$

Από την αρχή διατήρησης ενέργειας έχω:

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_{\sigma\upsilon\sigma\pi\rho\iota\nu} - K_{\sigma\upsilon\sigma\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2 - K_{\sigma\upsilon\sigma} \overset{K_{\sigma\upsilon\sigma}=0}{\Longleftrightarrow}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = K_1 + K_2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = \frac{1}{2}\, m \cdot u^2 + \frac{1}{2}\, m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 2\frac{1}{2}\, m \cdot u^2 \Leftrightarrow E_{\alpha\pi\omega\lambda} = m \cdot u^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 100kg\ \cdot \left(4000\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg\ \cdot \left(4 \cdot 10^3\,\frac{m}{s}\right)^2$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 10^2 kg\ \cdot 16 \cdot 10^6\,\frac{m^2}{s^2}$$

$$E_{\alpha\pi\omega\lambda} = 16 \cdot 10^8 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16092

Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο της Γης, σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνειά της.

4.1. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια ενός σώματος Σ μάζας $m = 4kg$ μέσα στο δορυφόρο, με δεδομένο ότι η δυναμική του ενέργεια είναι μηδέν στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί στο παραπάνω σώμα Σ, προκειμένου να εγκαταλείψει τον δορυφόρο και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Η Γη θεωρείται το μοναδικό σώμα στο διάστημα, η επίδραση της ατμόσφαιρας είναι αμελητέα, ενώ $R_Γ = 6400km$ και $g_0 = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16092-Λύση

4.1. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας σε ύψος $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της γης υπολογίζεται από τον τύπο: $g = G\frac{M_Γ}{(R_Γ+h)^2}$.

Αντικαθιστώ στον τύπο του ύψους $h = 3R_Γ$. Έτσι έχω

$$g = \frac{G \cdot M_Γ}{(R_Γ + 3R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{(4\,R_Γ)^2} \Leftrightarrow g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2}(1)$$

Για την ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνειας της Γης έχω

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2(2)$$

Έχω $g = \frac{G \cdot M_Γ}{16{R_Γ}^2} \overset{(2)}{\Leftrightarrow} g = \frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{16{R_Γ}^2} \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}g_0 \Leftrightarrow g = \frac{1}{16}10\,{}^{m}/_{s^2} \Leftrightarrow g = \frac{5}{8}\,{}^{m}/_{s^2}$

Μονάδες 6

4.2. Το βάρος του δορυφόρου, παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης, οπότε:

$$F = F_κ \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot u^2}{r} \Leftrightarrow \frac{G \cdot M_Γ}{r} = u^2 \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}}(1)$$

όπου $M_Γ$ η μάζα της Γης και $r = R_Γ + h = 4R_Γ$, η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Για την επιτάχυνση στην επιφάνεια της Γης έχουμε:

$$g_0 = \frac{G \cdot M_Γ}{{R_Γ}^2} \Leftrightarrow G \cdot M_Γ = g_0 \cdot {R_Γ}^2(2)$$

και με αντικατάσταση στην (1) παίρνουμε:

$$u = \sqrt{\frac{G \cdot M_Γ}{r}} = u = \sqrt{\frac{g_0 \cdot {R_Γ}^2}{4\,R_Γ}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_Γ}{4}} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{10\,{}^{m}/_{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m}{4}} \Leftrightarrow u = 4000\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια του σώματος Σ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας είναι ίση:

$$E_M = K + U = \frac{1}{2}m \cdot u^2 + \left(-G\frac{M_Γ \cdot m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{G\frac{M_Γ}{r}}\right)^2 - G\frac{M_Γ \cdot m}{r}$$

$$E_M = \frac{1}{2}\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} - \frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{r} \Leftrightarrow E_M = -\frac{m \cdot G \cdot M_Γ}{2r}(3)$$

Αντικαθιστώ στην σχέση (3) όπου $G \cdot M_Γ = g_0{R_Γ}^2$ και όπου $r = 4R_Γ$ και έτσι έχω:

$$E_M = -\frac{g_0 \cdot m \cdot {R_Γ}^2}{2 \cdot 4 \cdot R_Γ} \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}g_0 \cdot m \cdot R_Γ \Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{8}4kg \cdot 10\frac{m}{s^2} \cdot 6400 \cdot 10^3 m = -32 \cdot 10^6 J$$

Άρα: $E_M = -32 \cdot 10^6 J$

Μονάδες 6

4.4. Η ελάχιστη ενέργεια $E_{προσφ}$ είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα.

Από την αρχή διατήρηση ενέργειας για το σώμα Σ θα πάρουμε:

$$E_{M(αρχ)} + E_{προσφ} = E_{M(τελ)}$$

$$E_M + E_{προσφ} = K_\infty + U_\infty$$

$$E_M + E_{προσφ} = 0$$

$$E_{προσφ} = -E_M$$

$$E_{προσφ} = -(-32 \cdot 10^6 J)$$

$$E_{προσφ} = 32 \cdot 10^6 J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 16098

2.1. Δύο παιδιά, η Κυβέλη και ο Αντώνης, συζητούν για το λογοτεχνικό βιβλίο του Ιουλίου Βερν «Γύρω από τη Σελήνη». Σε αυτό, ένα βλήμα που μεταφέρει δύο ανθρώπους, αφού εκτοξεύεται από τη Γη, καταλήγει να γίνει τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης, σε ύψος h από την επιφάνειά της.
Η συζήτηση των παιδιών αφορά στην ταχύτητα που έχει ένας τεχνητός δορυφόρος της Σελήνης σε κάποιο ύψος από την επιφάνειά της και κατά πόσο το μέτρο της ταχύτητας αυτής εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου. Η Κυβέλη ισχυρίζεται ότι το μέτρο της ταχύτητας αυτής δεν εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου, ενώ ο Αντώνης ότι εξαρτάται. Τελικά,
(α) η Κυβέλη έχει δίκιο, διότι το μέτρο της ταχύτητας του τεχνητού δορυφόρου εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και από τη μάζα της Σελήνης.
(β) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται από την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και τη μάζα του τεχνητού δορυφόρου.
(γ) ο Αντώνης έχει δίκιο διότι το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής εξαρτάται μόνο από τη μάζα του σώματος που περιστρέφεται.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αν για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, το οριζόντιο βεληνεκές είναι ίσο με S, τότε το ύψος H από το οποίο εκτοξεύθηκε το αντικείμενο είναι:

(α) $\frac{2 \cdot \upsilon_o^2}{g}$, **(β)** $\frac{2 \cdot \upsilon_o^2}{g \cdot S^2}$, **(γ)** $\frac{g \cdot S^2}{2 \cdot \upsilon_o^2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Να θεωρήσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και να αμελητέες τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

ΘΕΜΑ 2

16098-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σχέση, που προσδιορίζει την ταχύτητα του βλήματος μπορεί να προκύψει μέσω της ακόλουθης διαδικασίας.

Η βαρυτική δύναμη που δέχεται το βλήμα που κινείται σε κυκλική τροχιά με ακτίνα $r = R_\Sigma + h$ από το κέντρο της Σελήνης (όπου R_Σ η ακτίνα της Σελήνης και h το ύψος από την επιφάνειά της) δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_\Sigma}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_\Sigma}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_\Sigma}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Sigma}{r}}$

(<u>Μονάδες 5</u>)

Στη σχέση αυτή, η μάζα M_Σ είναι η μάζα της Σελήνης γύρω από την οποία κινείται το βλήμα και η ακτίνα r είναι η ακτίνα περιστροφής του βλήματος γύρω από τη Σελήνη.

Συνεπώς, η Κυβέλη έχει δίκιο αφού η ταχύτητα περιστροφής εξαρτάται από τη μάζα της Σελήνης και την ακτίνα περιστροφής από το κέντρο της Σελήνης και όχι από τη μάζα του αντικειμένου που περιστρέφεται σε ύψος h, άρα σε ακτίνα $r = R_\Sigma + h$.

(<u>Μονάδες 3</u>)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στον άξονα x΄x το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $x = S$. Συνεπώς:

$$x = \upsilon_o \cdot t,\ t_{o\lambda} = \frac{S}{\upsilon_o}$$

(<u>Μονάδες 3</u>)

Στο άξονα y΄y το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Και όταν φτάνει στο έδαφος ισχύει $y = H$. Συνεπώς:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,\ H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{o\lambda})^2,\ H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{S}{\upsilon_o}\right)^2,\ H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{S^2}{\upsilon_o^2},\ H = \frac{g \cdot S^2}{2 \cdot \upsilon_o^2}$$

16098-Λύση

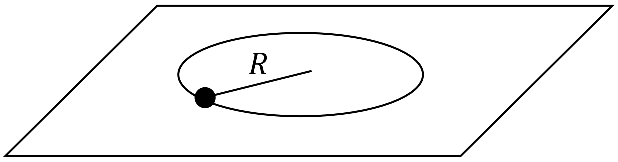
(<u>Μονάδες 6</u>)

Μονάδες 9

16104

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο σε ένα σχοινί. Το σχοινί σπάει όταν η δύναμη που θα του ασκηθεί είναι μεγαλύτερη ή ίση από T_{Θ} (όριο θραύσης). Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας R το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_1. Όταν το σώμα κινείται σε κύκλο ακτίνας $\frac{R}{2}$ το σχοινί σπάει όταν η γωνιακή ταχύτητα έχει μέτρο ω_2.



Για το λόγο των μέτρων των δύο γωνιακών ταχυτήτων ισχύει:

α. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ β. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ γ. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$

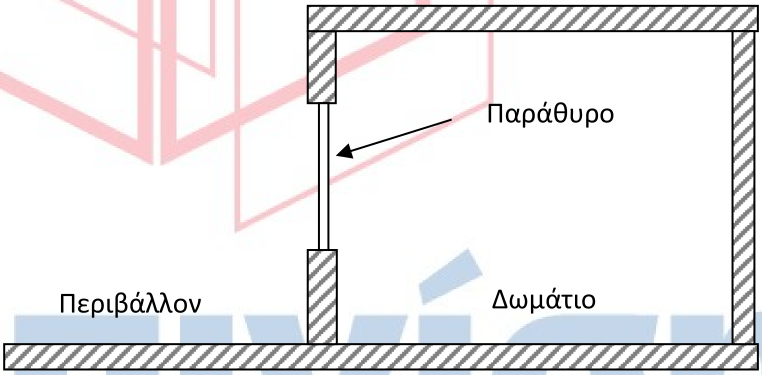
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κάποια ημέρα η απόλυτη θερμοκρασία του αέρα είναι T_1 και η ατμοσφαιρική πίεση p_1. Ένα δωμάτιο έχει αρχικά ένα τζάμι του ανοιχτό και επικοινωνεί με το περιβάλλον. Το τζάμι του παραθύρου έχει εμβαδόν A. Κλείνουμε το παράθυρο και το δωμάτιο είναι πλέον αεροστεγώς κλεισμένο. Θερμαίνουμε με ηλεκτρική θερμάστρα το δωμάτιο και η θερμοκρασία του γίνεται $T_2 = 1{,}5T_1$. Θεωρούμε ότι ο αέρας είναι ιδανικό αέριο.



Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, στην οριζόντια διεύθυνση, που ασκείται τότε στο τζάμι του παραθύρου από τον αέρα στο περιβάλλον και τον αέρα μέσα στο δωμάτιο είναι:

α. $\Sigma F = 0{,}5p_1A$ β. $\Sigma F = p_1A$ γ. $\Sigma F = 1{,}5p_1A$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σχοινί θα σπάσει όταν η κεντρομόλος δύναμη γίνει τουλάχιστον ίση με την T_{Θ} (2 μονάδες).

Η κεντρομόλος δύναμη γενικά μπορεί να γραφεί ως: $F = \frac{mv^2}{R} = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$

Στην πρώτη περίπτωση (γωνιακή ταχύτητα ω_1) (2 μονάδες): $T_{\Theta} = m{\omega_1}^2 R$

Στην δεύτερη περίπτωση (γωνιακή ταχύτητα ω_2 και ακτίνα $R/2$) (2 μονάδες): $T_{\Theta} = m{\omega_2}^2 \frac{R}{2}$

Εξισώνοντας και λύνοντας (2 μονάδες):

$$m{\omega_1}^2 R = m{\omega_2}^2 \frac{R}{2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή αρχικά το παράθυρο ήταν ανοιχτό, ο αέρας στο δωμάτιο είχε πίεση p_1 και θερμοκρασία T_1. Κλείνοντας το παράθυρο, η ποσότητα του αέρα μένει σταθερή, ενώ αυξάνεται η θερμοκρασία, και μένει σταθερός ο όγκος, συνεπώς (2 μονάδες):

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$\frac{p_2}{1{,}5T_1} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_2 = 1{,}5p_1$$

Εφόσον ζητείται δύναμη σε σχέση με πίεση, χρησιμοποιείται ο ορισμός της πίεσης $p = F/A$.

(1 μονάδα)

Στο τζάμι από τον αέρα του δωματίου ασκείται (2 μονάδες) $F_2 = p_2 A = 1{,}5p_1 A$

Στο τζάμι από τον εξωτερικό αέρα ασκείται (2 μονάδες) $F_1 = p_1 A$

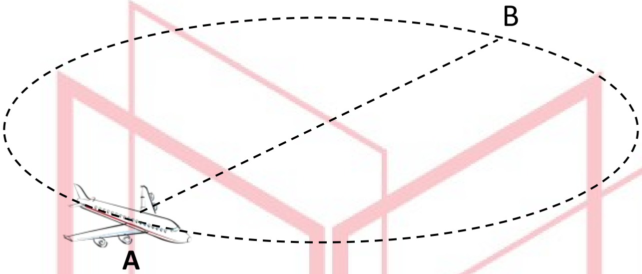
Η συνισταμένη στο τζάμι θα είναι (2 μονάδες): $\Sigma F = F_2 - F_1 = 1{,}5p_1 A - p_1 A = 0{,}5p_1 A$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16110

Αεροπλάνο μάζας $20.000\ kg$ πετάει σε οριζόντιο κύκλο περιμένοντας άδεια να προσγειωθεί. Το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό και ίσο με $100\ m/s$. Τα αεροπλάνα στρίβουν πάντα με κατάλληλο τρόπο ώστε να μειώσουν την αίσθηση της επιτάχυνσης στους επιβάτες, η οποία μπορεί να προκαλέσει δυσφορία στους τελευταίους.



4.1. Υπολογίστε την ακτίνα του κύκλου ώστε οι επιβάτες να μην αισθανθούν οριζόντια (κεντρομόλο) επιτάχυνση πάνω από $0{,}1g$.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας του αεροπλάνου ανάμεσα στα σημεία Α και Β (όπου Β το σημείο αντιδιαμετρικά του Α).

Μονάδες 6

Ενώ το αεροπλάνο βρίσκεται σε ύψος $1280\ m$ και στο σημείο Β του παραπάνω σχήματος, **αφήνει** ένα πακέτο μάζας $5\ kg$ να πέσει προς το έδαφος, χωρίς αλεξίπτωτο. Οι διαστάσεις του πακέτου είναι πολύ μικρές, ώστε να μπορούμε να αγνοήσουμε την επίδραση της αντίστασης του αέρα.

4.3. Υπολογίστε την οριζόντια απόσταση ανάμεσα στο σημείο Β και στο σημείο όπου το πακέτο θα χτυπήσει στο έδαφος (βεληνεκές).

Μονάδες 6

4.4. 4. Υπολογίστε την εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει η ταχύτητα του πακέτου με το οριζόντιο επίπεδο όταν το πακέτο θα χτυπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$

ΘΕΜΑ 4

16110-Λύση

4.1. Η κεντρομόλος επιτάχυνση πρέπει να είναι ίση με $0{,}1g = 0{,}1\left(10\frac{m}{s^2}\right) = 1\ m/s^2$ (2 μονάδες)
Από τον τύπο της κεντρομόλου επιτάχυνσης (4 μονάδες):

$$a_K = \frac{v^2}{R}$$
$$1\ m/s^2 = \frac{(100\frac{m}{s})^2}{R}$$
$$R = 10.000\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Στο σημείο Β η ταχύτητα θα έχει ίσο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση (3 μονάδες), επομένως (3 μονάδες)

$$\Delta v = v_B - v_A = \left(100\ \frac{m}{s}\right) - \left(-100\ \frac{m}{s}\right) = 200\ m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το πακέτο θα εκτελέσει οριζόντια βολή, οπότε για τη στιγμή που θα φτάσει στο έδαφος θα ισχύουν:
Στον κατακόρυφο άξονα (3 μονάδες): $y = \frac{1}{2}gt^2$ ή $(1280\ m) = \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right)t^2$ ή $t = 16\ s$
Στον οριζόντιο άξονα (3 μονάδες): $x = vt = \left(100\frac{m}{s}\right)(16\ s) = 1600\ m$

Μονάδες 6

4.4. Το πακέτο θα εκτελέσει οριζόντια βολή, οπότε για τη στιγμή που θα φτάσει στο έδαφος θα ισχύουν:
Στον κατακόρυφο άξονα (2 μονάδες): $v_y = gt = \left(10\frac{m}{s^2}\right)(16\ s) = 160\ m/s$
Στον οριζόντιο άξονα (2 μονάδες): $v_x = v = 100\ m/s$
Για τη γωνία θ που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο ισχύει (3 μονάδες):

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{160\ m/s}{100\ m/s} = 1{,}6$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16112

Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6 \times 10^6\ m$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3{,}6 \times 10^{14}\ Nm^2/kg$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης.

Μονάδες 6

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος R από την επιφάνειά του.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη.

Μονάδες 6

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4 \times 10^7\ m$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000\ kg$, ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{0{,}3} \cong 0{,}55$, $\frac{24\pi}{55} \cong 1{,}4$. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

16112-Λύση

4.1. Απλή αντικατάσταση (5 μονάδες) $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{3,6\times10^{14}\ Nm^2/kg}{(6\times10^6\ m\ )^2} = 10\ N/kg$

Παρατηρούμε πως η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι όση και στη Γη (1 μονάδα).

Μονάδες 6

4.2. Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου θα είναι $r = R + h = R + R = 2R$ (1 μονάδα).

Πρέπει η βαρυτική δύναμη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (2 μονάδες):

$$F_\kappa = F_{\beta\alpha\rho}$$

Αντικατάσταση και επίλυση (4 μονάδες):

$$\frac{mv^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2(6\times10^6\ m)}}$$

$$v = \sqrt{0,3}\times10^4\,\frac{m}{s} \cong 5500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 2R}{T}$$

$$T = \frac{4\pi R}{v} = \frac{4\pi(6\times10^6\ m)}{5500\ m/s} \cong 1,4\times10^4\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Το έργο του βαρυτικού πεδίου για τη μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Β του βαρυτικού πεδίου είναι (2 μονάδες)

$$W_{A\to B} = m(V_A - V_B)$$

Το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τον τύπο: $V = -\frac{GM}{r}$

Για τον πύραυλο, Α=σημείο στην επιφάνεια της Γης και Β=σημείο σε απόσταση $2,4\times10^7\ m$ από το κεντρο του πλανήτη, άρα $r_A = R$, $r_B = r' = 2,4\times10^7\ m$ (1 μονάδα).

Με αντικατάσταση (2 μονάδες):

$$W_{A\to B} = m\left(-\frac{GM}{R} - \left(-\frac{GM}{r'}\right)\right) = (10^3\ kg)\left(-\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{6\times10^6\ m} - \left(-\frac{3,6\times10^{14}\,\frac{Nm^2}{kg}}{2.4\times10^7\ m}\right)\right)$$

$$= -4,5\times10^{10}\ J$$

Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί είναι (1 μονάδα) ακριβώς $E = -W_{A \to B} = 4{,}5 \times 10^{10}\ J$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

16115

2.1. Σε ένα ρολόι τοίχου, ο ωροδείκτης έχει μήκος l_1, ο λεπτοδείκτης μήκος l_2 και για τα μήκη τους ισχύει η σχέση $l_2 = 1{,}5 \cdot l_1$. Οι δύο δείκτες περιστρέφονται γύρω από κοινό άξονα προσαρμοσμένο στο ένα τους άκρο. Για τα μέτρα υ_1και υ_2, των γραμμικών ταχυτήτων των κινούμενων άκρων του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

(α). $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 18$ **(β).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 1{,}5$ **(γ).** $\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 18$

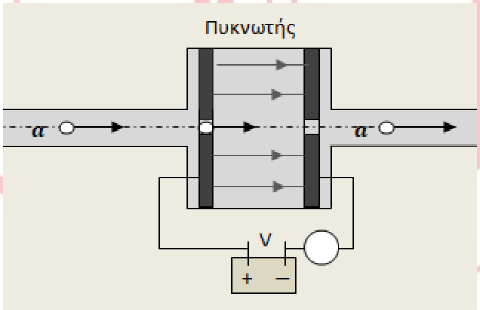
2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Τα σωμάτια **α** είναι σωματίδια που αποτελούνται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Σε τμήμα επιταχυντή σωματιδίων, σωμάτια **α** που κινούνται οριζόντια, ευθύγραμμα και ομαλά, χωρίς να δέχονται δυνάμεις αντίστασης, διαπερνούν κάθετα μια επίπεδη μεταλλική πλάκα, από κατάλληλη οπή και εξέρχονται επίσης κάθετα διαπερνώντας μια δεύτερη μεταλλική επιφάνεια που βρίσκεται απέναντι, σε σταθερή απόσταση από την πρώτη, από κατάλληλη οπή που υπάρχει και σε αυτή. Τα σωμάτια **α** κινούνται πάντα ευθύγραμμα και οι δύο οπές βρίσκονται στην ευθεία της κίνησης των σωματιδίων, όπως στην εικόνα. Το ηλεκτρικό φορτίο του πρωτονίου είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ($q_\pi = e$).



Μεταξύ των δύο κατακόρυφων μεταλλικών πλακών, δημιουργείται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με κατεύθυνση ίδια με αυτή της κίνησης των σωματιδίων, με αυτόματη ενεργοποίηση κατάλληλης τάσης V, τη στιγμή ακριβώς που ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο χώρο μεταξύ των δύο πλακών και καταργείται με απενεργοποίησή της, όταν αυτό εξέρχεται από το χώρο αυτό.

Ένα σωμάτιο **α** εισέρχεται στο ομογενές πεδίο με κινητική ενέργεια $K_0 = 500\ eV$ και εξέρχεται από αυτό με διπλάσια κινητική ενέργεια. Η τάση που εφαρμόστηκε μεταξύ των μεταλλικών πλακών κατά το πέρασμα του σωματιδίου από το χώρο μεταξύ τους, ήταν:

(α) $V = 250\ V$, **(β)** $V = 500\ V$, **(γ)** $V = 1000\ V$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16115-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του ωροδείκτη είναι $T_1 = 12\ \mathrm{h}$. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης του ελεύθερου άκρου του λεπτοδείκτη είναι $T_2 = 1\ \mathrm{h}$. Άρα για τις δύο περιόδους ισχύει η σχέση $T_1 = 12 \cdot T_2$.

Για το λόγο των μέτρων των γραμμικών ταχυτήτων των ελεύθερων άκρων του λεπτοδείκτη (υ_2) και του ωροδείκτη (υ_1), ισχύει:

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\frac{2\cdot\pi\cdot l_2}{T_2}}{\frac{2\cdot\pi\cdot l_1}{T_1}} = \frac{T_1 \cdot l_2}{T_2 \cdot l_1} = \frac{12 \cdot T_2 \cdot 1{,}5 \cdot l_1}{T_2 \cdot l_1} = 18$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρικό φορτίο του σωματίου α είναι το φορτίο των δύο πρωτονίων του, δηλαδή $q_\alpha = 2 \cdot e$. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωμάτιο α κατά το πέρασμά του από το ενεργοποιημένο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή:

$\Delta K = W_{\eta\lambda}$, $\quad 2 \cdot K_0 - K_0 = q_\alpha \cdot V$, $\quad K_0 = q_\alpha \cdot V$

ή $\quad 500\ \mathrm{eV} = 2e \cdot V$

και τελικά $V = 250\ \mathrm{V}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16118

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου περιέχεται σε δοχείο σταθερού όγκου, υπό σταθερή πίεση p_1. Εάν αφαιρέσουμε τη μισή ποσότητα του αερίου από το δοχείο και θεωρηθεί ότι η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου διατηρηθεί σταθερή, η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου θα γίνει:

(α) $p_2 = \frac{p_1}{2}$, **(β)** $p_2 = p_1$, **(γ)** $p_2 = 2 \cdot p_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ εκτοξεύονται οριζόντια με την ίδια ταχύτητα από σημεία Α και Β αντίστοιχα που βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο και σε ύψη από το έδαφος h_1 και h_2 αντίστοιχα για τα οποία ισχύει $h_1 = 4 \cdot h_2$. Αν η οριζόντια μετατόπιση από το σημείο εκτόξευσης των σφαιρών $Σ_1$ και $Σ_2$ μέχρι το σημείο πρόσκρουσης στο έδαφος (δηλαδή το βεληνεκές), είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα, τότε ισχύει:

(α) $x_1 = 4 \cdot x_2$, **(β)** $x_1 = \sqrt{2} \cdot x_2$, **(γ)** $x_1 = 2 \cdot x_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16118-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία. Εφόσον η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου διατηρηθεί σταθερή και η θερμοκρασία δεν θα αλλάξει στην αρχική και τελική κατάσταση του αερίου.

Εφαρμόζουμε την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων αρχικά:

$$p_1 \cdot V = n_1 \cdot R \cdot T \ (1)$$

Εάν αφαιρέσουμε τη μισή ποσότητα του αερίου από το δοχείο ο αριθμός των moles θα μειωθεί στο μισό, οπότε εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων και στην τελική κατάσταση προκύπτει:

$$p_2 \cdot V = \frac{n_1}{2} \cdot R \cdot T \ (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει το ζητούμενο:

$$\frac{p_1}{p_2} = 2 \text{ ή } p_2 = \frac{p_1}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)**.**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Οι σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή της οποίας η τροχιά είναι παραβολική και η εξίσωση της προκύπτει από τις εξισώσεις κίνησης της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης και της ελεύθερης πτώσης με απαλοιφή του χρόνου:

Οριζόντιος άξονας:

$$x = \upsilon_0 \cdot t \text{ ή } t = \frac{x}{\upsilon_0}$$

Κατακόρυφος άξονας:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \text{ ή } y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{\upsilon_0^2} \ (1)$$

Εφαρμόζοντας την (1) για την σφαίρα Σ_1 και τη σφαίρα Σ_2 έχουμε:

Σφαίρα Σ_1:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x_1^2}{\upsilon_0^2} \text{ ή } 4 \cdot h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x_1^2}{\upsilon_0^2} \ (2)$$

16118-Λύση

Σφαίρα $Σ_2$:

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{{x_2}^2}{{\upsilon_0}^2} \ (3)$$

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη προκύπτει το ζητούμενο:

$$4 = \frac{{x_1}^2}{{x_2}^2} \text{ ή } x_1 = 2 \cdot x_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

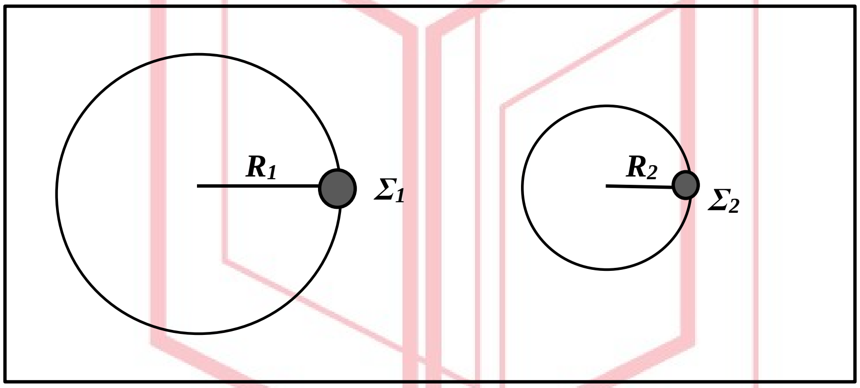
16119

2.1. « Ένας αθλητής καλαθοσφαίρισης (basketball) πατάει γερά και σηκώνεται αφήνοντας τη μπάλα στο καλάθι».

Να αιτιολογήσετε αν παραβιάζεται ή όχι, η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Μονάδες 12

2.2 Δύο σφαιρίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα μήκους R_1 και R_2 αντίστοιχα, από ακλόνητα σημεία με



αποτέλεσμα να εκτελούν κυκλική κίνηση. Έστω ότι οι ακτίνες των τροχιών των δύο σφαιριδίων ικανοποιούν τη σχέση $R_1 = 2 \cdot R_2$ και ότι η περίοδος της κυκλικής κίνησής τους είναι ίδια.

2.2.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_1 και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου Σ_2, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$, **(β)** $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha_2$, **(γ)** $\alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha_2$

2.2.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.2.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

16119

ΘΕΜΑ 2

16119-Λύση

2.1. Η αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αθλητής-Γη κατά τη διάρκεια του φαινομένου **δεν** παραβιάζεται. Εφαρμόζοντας την διατήρηση για το σύστημα το οποίο δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, οπότε είναι μονωμένο κατά το πάτημα του αθλητή και αμέσως αφού σηκωθεί από το δάπεδο, έχουμε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

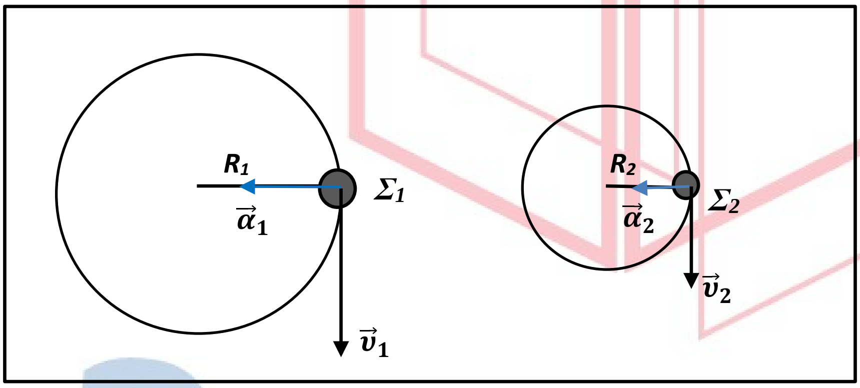
$$0 = m \cdot \upsilon - M \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot \upsilon}{M}$$

ότι η ταχύτητα της Γης $\vec{V}$ είναι πρακτικά μηδενική λόγω της πολύ μεγάλης μάζας της M σε σύγκριση με τη μάζα του αθλητή m.

Μονάδες 12

2.2.

2.2.Α.



Μονάδες 2

2.2.Β. Σωστή απάντηση η (α)**.**

Μονάδες 3

2.2.Γ.

Εφόσον οι περίοδοι της κυκλικής κίνησής τους είναι ίσες το ίδιο θα συμβαίνει και για τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = T_2 \text{ ή } \frac{2\cdot\pi}{T_1} = \frac{2\cdot\pi}{T_2} \text{ ή } \omega_1 = \omega_2$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

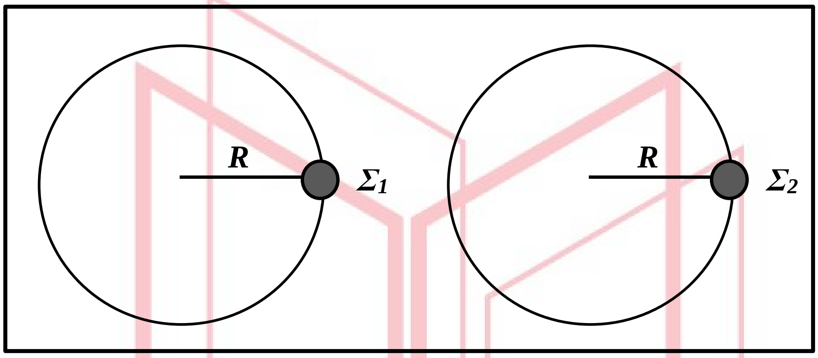
$$\alpha_1 = {\omega_1}^2 \cdot R_1 \xRightarrow{\omega_1=\omega_2, R_1=2\cdot R_2} \alpha_1 = {\omega_2}^2 \cdot 2 \cdot R_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = 2 \cdot \alpha_2$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 16120

2.1 Δύο σφαιρίδια $Σ_1$ και $Σ_2$ βρίσκονται σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα), είναι δεμένα με λεπτά μη εκτατά νήματα ίδιου μήκους R από ακλόνητα σημεία με αποτέλεσμα να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω ότι T_1 είναι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_1$ και T_2 η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης του σφαιριδίου $Σ_2$, οι οποίες ικανοποιούν τη σχέση $T_1 = 2 \cdot T_2$.



2.1.Α. Να μεταφέρετε στο φύλλο απαντήσεων το σχήμα και να σχεδιάσετε τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης σε κάθε σφαιρίδιο.

Μονάδες 2

Αν α_1 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_1$ και α_2 είναι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σφαιριδίου $Σ_2$, η σχέση που τα συνδέει, είναι :

(α) $\alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$, **(β)** $\alpha_2 = 4 \cdot \alpha_1$, **(γ)** $\alpha_2 = \frac{1}{4} \cdot \alpha_1$

2.1.Β. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 3

2.1.Γ. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 (Ισχύει $\upsilon_2 < \upsilon_1$). Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt. Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

(α) $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(β)** $N = \frac{m(\upsilon_1-\upsilon_2)}{\Delta t} + mg$, **(γ)** $N = \frac{m(\upsilon_1+\upsilon_2)}{\Delta t} - mg$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

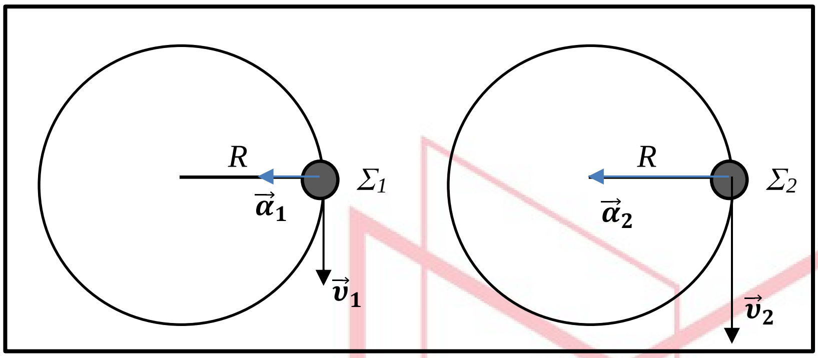
Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16120-Λύση

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 2

2.1.Β. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 3

2.1.Γ.

Ξεκινώντας από τη δεδομένη σχέση που συνδέει τις περιόδους της ομαλής κυκλικής κίνησης οδηγούμαστε στη σχέση που συνδέει τις γωνιακές ταχύτητες:

$$T_1 = 2 \cdot T_2 \text{ ή } \frac{2 \cdot \pi}{T_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{T_2} \text{ ή } \omega_2 = 2 \cdot \omega_1$$

Η συσχέτιση των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο σφαιριδίων θα είναι:

$$\alpha_2 = {\omega_2}^2 \cdot R = 4 \cdot {\omega_1}^2 \cdot R = 4 \cdot \alpha_1$$

Μονάδες 7

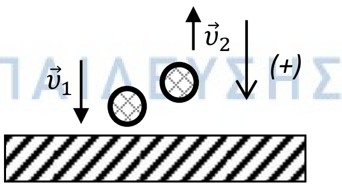
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το μπαλάκι προσκρούει κάθετα στο οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου υ_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου υ_2 όπως φαίνεται στο σχήμα.

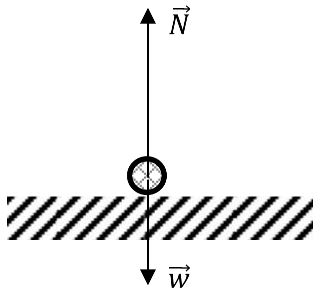


Η μεταβολή της ορμής του είναι:

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Delta p = -p_2 - p_1 = -m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$

Άρα η μεταβολή της ορμής έχει διεύθυνση κατακόρυφη, φορά προς τα πάνω και μέτρο,



$$\Delta p = m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)$$

Μονάδες 3

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Newton:

$\sum \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, έχουμε:

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} < 0$$

Μονάδες 3

Η συνισταμένη δύναμη έχει φορά προς τα επάνω. Κατά την κρούση ασκούνται στο μπαλάκι οι δυνάμεις του βάρους και η ζητούμενη $\vec{N}$ από το δάπεδο, άρα:

$$\Sigma F = -N + w \text{ ή } \frac{-m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} = -N + m \cdot g$$

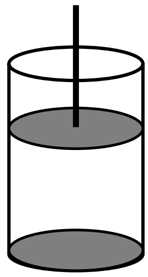
$$N = \frac{m \cdot (\upsilon_2 + \upsilon_1)}{\Delta t} + m \cdot g$$

Μονάδες 3

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16121

2.1. Κατακόρυφο κυλινδρικό δοχείο έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο βάρους w και επιφάνειας με εμβαδό A που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Το δοχείο, αφού προστίθεται ορισμένη ποσότητα αερίου, τοποθετείται όπως φαίνεται στο σχήμα με το έμβολο να ισορροπεί.



Κατά την ισορροπία η πίεση του αερίου είναι:

(α) ίση με την ατμοσφαιρική πίεση.

(β) μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

(γ) μικρότερη από την ατμοσφαιρική πίεση.

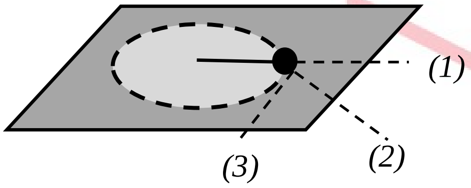
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η σφαίρα του σχήματος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε λείο οριζόντιο τραπέζι με τη βοήθεια νήματος και με φορά ίδια με αυτήν των δεικτών του ρολογιού.



Κάποια χρονική στιγμή το νήμα κόβεται και η σφαίρα ακολουθεί την τροχιά:

(α) (1) , **(β)** (2) , **(γ)** (3)

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

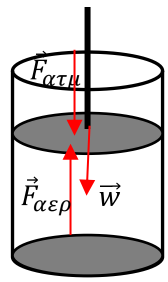
16121-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4



2.1.B. Στο έμβολο που ισορροπεί ασκούνται το βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη από την ατμόσφαιρα $\vec{F}_{ατμ}$ και η δύναμη από το αέριο $\vec{F}_{αερ}$.

Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton για το έμβολο:

$$\sum \vec{F} = 0, \text{ή } F_{αερ} = w + F_{ατμ} (1)$$

Διαιρώντας όλους τους όρους της (1) με το εμβαδό της επιφάνειας του εμβόλου A, έχουμε:

$$\frac{F_{αερ}}{A} = \frac{w}{A} + \frac{F_{ατμ}}{A} \;\text{ ή }\; p_{αερ} = \frac{w}{A} + p_{ατμ} \;\text{ ή }\; p_{αερ} > p_{ατμ}$$

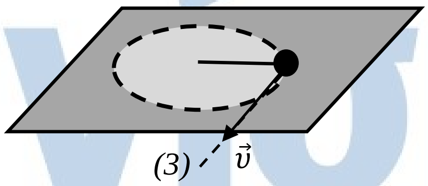
Μονάδες 8

2.2.

2.2.A. Σωστή απάντηση η (γ)**.**

Μονάδες 4

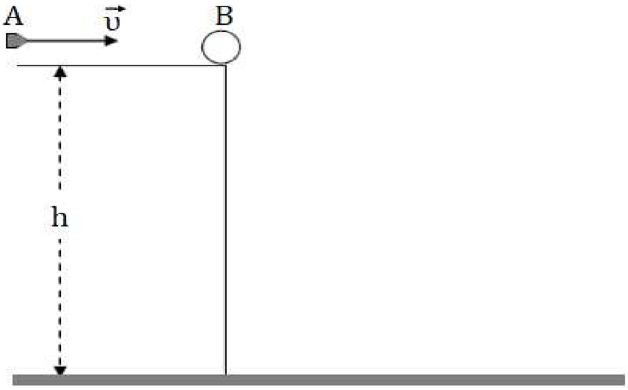
2.2.B. Η σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση και η γραμμική της ταχύτητα είναι εφαπτομενική στην τροχιά όπως φαίνεται στο σχήμα. Από τη στιγμή που το νήμα κόβεται για τη σφαίρα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton $\sum \vec{F} = 0$ οπότε θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με τη σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}$ που είχε ακριβώς πριν το νήμα κοπεί.



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16123



Σώμα Β, μάζας $\mathrm{M} = 0{,}9\ \mathrm{Kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη ενός τραπεζιού ύψους $\mathrm{h} = 0{,}45\ \mathrm{m}$ από το έδαφος. Βλήμα Α, μάζας $m = 0{,}1\ \mathrm{Kg}$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 100\ \mathrm{m/s}$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα) και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Β δημιουργώντας ένα συσσωμάτωμα.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β λόγω της κρούσης.

Μονάδες 5

4.3. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα διανύοντας μια οριζόντια απόσταση s, φτάνει στο έδαφος. Να υπολογίσετε την απόσταση s.

Μονάδες 7

4.4. Μετά από χρόνο t_1 από τη στιγμή της κρούσης και πριν το συσσωμάτωμα να φτάσει στο έδαφος, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι $\mathrm{K}_1 = 50{,}5\ \mathrm{J}$. Να βρείτε την απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16123-Λύση

4.1. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της κρούσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow mυ + 0 = (m + M)V \Rightarrow V = \frac{m}{m + M}υ \Rightarrow V = 10 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.2. Η απώλεια στην κινητική ενέργεια είναι:

$$K_{απωλ} = \frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}(m + M)V^2 = 450 \text{ J}$$

Μονάδες 5

4.3. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή, συνεπώς, στον κατακόρυφο άξονα η κίνησή του είναι ελεύθερη πτώση, οπότε: $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = 0{,}3 \text{ s}$ (μονάδες 4).

Στον οριζόντιο άξονα το συσσωμάτωμα μετά την κρούση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε:

$$s = Vt \Rightarrow s = 3 \text{ m} \text{ (μονάδες 3)}$$

Μονάδες 7

4.4. Από την κινητική ενέργεια υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1:

$$K_1 = \frac{1}{2}(m + M)υ_1^2 \Rightarrow υ_1 = \sqrt{101} \text{ m/s} \quad \text{(μονάδες 2)}$$

Αλλά: $υ_1 = \sqrt{υ_{1,x}^2 + υ_{1,y}^2} \Rightarrow υ_1^2 = V^2 + (gt_1)^2 \Rightarrow t_1 = 0{,}1 \text{ s}$ (μονάδες 2).

Η κατακόρυφη απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα είναι:

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 0{,}05 \text{ m} \quad \text{(μονάδες 2)}$$

Συνεπώς, η απόσταση από το έδαφος του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$h_1 = h - y_1 = 0{,}4 \text{ m} \quad \text{(μονάδες 2)}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16124

Δορυφόρος μάζας $m = 300Kg$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε ύψος $h = R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Κάποια στιγμή λόγω εσωτερικής έκρηξης διασπάται σε δύο τμήματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το $Σ_2$ αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, ενώ το $Σ_1$ συνεχίζει να εκτελεί κίνηση στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτή που ήταν πριν την έκρηξη, αλλάζοντας κατεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ορμής του δορυφόρου στο ύψος αυτό.

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος $Σ_2$ μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. τον λόγο των μαζών m_1/m_2.

Μονάδες 7

4.4. την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5$ m και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10$ m/s^2. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

16124-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} \Rightarrow$$

$$\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 = 5{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad \text{(μονάδες 3)}$$

Συνεπώς, το μέτρο της ορμής του δορυφόρου σε ύψος h είναι:

$$p = m\upsilon = 16{,}8 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

Μονάδες 7

4.2. Το τμήμα $Σ_2$ αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, που είναι η ταχύτητα διαφυγής του:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.3. Για την έκρηξη ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Το τμήμα $Σ_1$ παραμένει σε κυκλική τροχιά ακτίνας ίση με την αρχική, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, αλλά κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Συνεπώς έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta \Rightarrow 2m_1\upsilon = m_2(\upsilon_\delta - \upsilon) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 7

4.4. Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$m_2 = 5m_1, \text{ οπότε } m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 6m_1 \Rightarrow m_1 = 50 \text{ Kg και } m_2 = 250 \text{ Kg} \qquad \text{(μονάδες 2)}$$

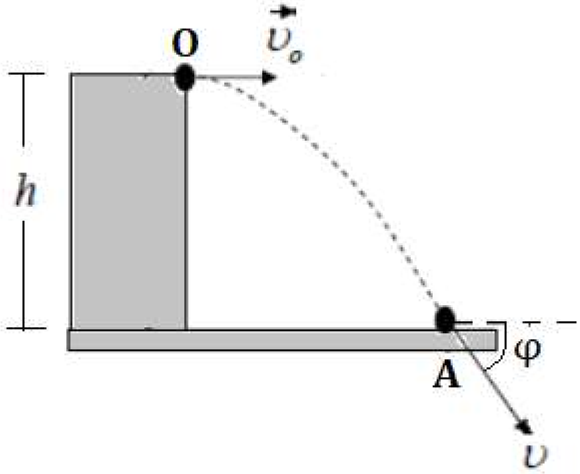
Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\delta^2\right) - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4 \cdot 10^9 \text{ J} \qquad \text{(μονάδες 4)}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16136



Σφαίρα μάζας $m = 0{,}1\text{Kg}$ βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_o = 20\text{m/s}$ από την ταράτσα ενός κτιρίου ύψους h από το έδαφος. Όταν πέφτει στο έδαφος η σφαίρα η ταχύτητά της σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$ (όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα).

4.1. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας όταν φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος h του κτιρίου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας να θεωρήσετε το έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2, όπου η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας είναι οκταπλάσια της κατακόρυφης μετατόπισής της.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $\text{g}_o = 10\ \text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

16136-Λύση

4.1. Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Συνεπώς στον οριζόντιο άξονα Οx εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε: $\upsilon_x = \upsilon_o \;\; (1) \qquad x = \upsilon_o t \;\; (2)$

Στον κατακόρυφο άξονα Οy εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon_y = gt \;\; (3) \qquad y = \frac{1}{2}gt^2 \;\; (4)$

Όταν φτάσει στο έδαφος, από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\upsilon_x = \upsilon_o \Rightarrow \upsilon\sigma\upsilon\nu\varphi = \upsilon_o \Rightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_o}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \upsilon = 20\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}.$$

Άρα: $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 40\ \mathrm{J}$.

Μονάδες 6

4.2. Από τη σχέση (3) έχουμε:

$$\upsilon_y = gt \Rightarrow \upsilon\eta\mu\varphi = gt \Rightarrow t = \frac{\upsilon\eta\mu\varphi}{g} \Rightarrow t = 2\ \mathrm{s}$$

οπότε σύμφωνα με τη σχέση (4) έχουμε:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h = 20\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 6

4.3. Από τη σχέση (4) έχουμε: $y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 5\mathrm{m}$. Άρα η δυναμική ενέργεια της σφαίρας είναι:

$$U = mg(h - y_1) = 15\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

4.4. Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε:

$$x = 8y \rightarrow \upsilon_o t_2 = 8 \cdot \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2 = 0{,}5\ \mathrm{s}$$

Άρα η ταχύτητα της σφαίρας είναι: $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} = \sqrt{\upsilon_o^2 + (gt_2)^2} = \sqrt{425}\ \mathrm{m/s}$, οπότε:

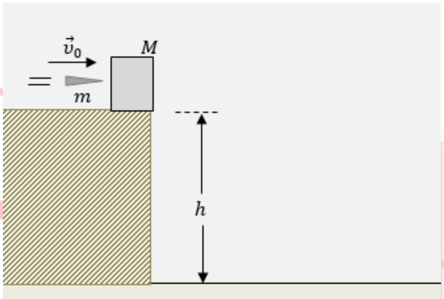
$$K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 = 21{,}25\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16204

Ένα μικρό κιβώτιο μάζας $M = 1800\,\mathrm{g}$ είναι ακίνητο στην άκρη ενός πάγκου, του οποίου η επιφάνεια βρίσκεται σε ύψος h από οριζόντιο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m = 200\,\mathrm{g}$ κινείται οριζόντια στο ύψος του κέντρου του κιβωτίου και συγκρούεται με αυτό. Τη στιγμή που συγκρούεται με το κιβώτιο, το βλήμα είχε ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μέτρου $\upsilon_0 = 40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας.



Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή και τη στιγμή που φτάνει στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $\varphi = 45^{\mathrm{o}}$.
Να υπολογίσετε:
4.1. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

Μονάδες 6

4.2. το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος, που έγινε θερμική ενέργεια κατά την πλαστική κρούση

Μονάδες 6

4.3. την οριζόντια απόσταση του σημείου στο οποίο το συσσωμάτωμα χτύπησε στο οριζόντιο δάπεδο, από τη βάση του πάγκου

Μονάδες 7

4.4. το ύψος h του πάγκου.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, οι αντιστάσεις αέρα αμελητέες. Δίνονται επίσης οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu 45^{\mathrm{o}} = \sigma\upsilon\nu 45^{\mathrm{o}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΘΕΜΑ 4

16204-Λύση

4.1. Κατά την πλαστική κρούση του βλήματος με το κιβώτιο, ασήμαντης χρονικής διάρκειας, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων:

$\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα}$ ή $m \cdot \upsilon_0 = (m + M) \cdot \upsilon$

Άρα $\upsilon = \frac{m \cdot \upsilon_0}{m+M} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.2. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\pi = \frac{Q}{K_{βλ}^{πριν}} \cdot 100\% = \frac{|\Delta K_{συστ}|}{K_{βλ}^{πριν}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 - \frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot \upsilon^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2} \cdot 100\% = 90\%$$

Μονάδες 6

4.3. Αναλύοντας την οριζόντια βολή του συσσωματώματος σε δύο ανεξάρτητες κινήσεις, μια ευθύγραμμη ομαλή σε οριζόντιο άξονα x΄x και μια ελεύθερη πτώση σε κατακόρυφο άξονα y΄y και θεωρώντας $t_0 = 0$ τη στιγμή έναρξης της βολής του συσσωματώματος, έχουμε:

x΄x : $\upsilon_x = \upsilon$ (1) y΄y: $\upsilon_y = g \cdot t$ (2)

$x = \upsilon \cdot t$ (2) $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (4)

Τη στιγμή που χτυπάει το συσσωμάτωμα στο οριζόντιο δάπεδο, η ταχύτητά του σχηματίζει με αυτό γωνία $\varphi = 45^o$, για την οποία ισχύει:

$$εφ\varphi = \frac{\upsilon_y^{τελ}}{\upsilon_x^{τελ}} = \frac{g \cdot t_{βολ}}{\upsilon} = 1$$

$$t_{βολ} = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

$$s = \upsilon \cdot t_{βολ} = 1{,}6\ \mathrm{m}$$

Μονάδες 7

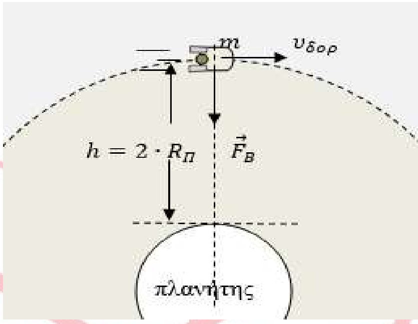
4.4. $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{βολ}^2 = 0{,}8\ \mathrm{m}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16205

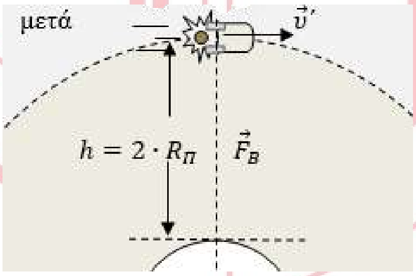
Ένας υποθετικός πλανήτης έχει μάζα $M_\Pi = \frac{M_\Gamma}{3}$, όπου M_Γ η μάζα της Γης και ακτίνα $R_\Pi = R_\Gamma$, όπου R_Γ η ακτίνα της Γης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Ένα διαστημικό όχημα μάζας m, έχει τεθεί σε δορυφορική τροχιά γύρω από τον πλανήτη αυτό και σε ύψος $h = 2 \cdot R_\Pi$ από την επιφάνειά του.



4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη.

Μονάδες 7

Κάποια στιγμή από το δορυφορικό όχημα εκτοξεύεται ένα σώμα μάζας $m_1 = \frac{m}{3}$, με τέτοιο τρόπο ώστε το σώμα αυτό, αμέσως μετά την εκτόξευσή του να έχει ταχύτητα μηδέν, ώστε να πέσει προς την επιφάνεια του πλανήτη, κινούμενο σε διεύθυνση που περνάει από το κέντρο του.



4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του υπόλοιπου οχήματος μετά την εκτόξευση του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Αν η αρχική μάζα του δορυφορικού οχήματος πριν διασπαστεί ήταν $m = 900\,\mathrm{kg}$, πόση μηχανική ενέργεια αποδόθηκε στο σύστημα εξαιτίας αυτής της εκτόξευσης του σώματος;

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το σώμα που εκτοξεύτηκε φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Δίνεται η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 6400\,\mathrm{km}$ και το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16205-Λύση

4.1. Για να παραμένει στην δορυφορική του τροχιά γύρω από τον πλανήτη, πρέπει να κινείται με ταχύτητα τέτοια, ώστε η βαρυτική έλξη του από τον πλανήτη, να παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης στην κυκλική του τροχιά στο ύψος αυτό. Δηλαδή πρέπει:

$F_B = F_K$ ή $G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m}{(R_\Pi + h)^2} = \frac{m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2}{R_\Pi + h}$

ή $G \cdot \frac{M_\Gamma}{9 \cdot R_\Gamma} = \upsilon_{\delta o\rho}^2$, οπότε $\upsilon_{\delta o\rho} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{9}} = \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τον πλανήτη υπολογίζεται:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot R_\Gamma}{\upsilon_{\delta o\rho}} = \frac{18 \cdot \pi \cdot 64 \cdot 10^5}{8 \cdot 10^3} \ \mathrm{s} = 14400 \cdot \pi \ \mathrm{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Κατά την εκτόξευση του σώματος από το όχημα, η οποία θεωρείται ασήμαντης χρονικής διάρκειας ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής, με αποτέλεσμα το υπόλοιπο όχημα να κινείται στην ίδια διεύθυνση με την ταχύτητά του ακριβώς πριν την εκτόξευση. Δηλαδή:

$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, ή $m \cdot \upsilon_{\delta o\rho} = \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'$

Άρα $\upsilon' = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 4 \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

4.3. Από την έκρηξη κατά την εκτόξευση του σώματος από το δορυφορικό όχημα, αποδόθηκε στο σύστημα πρόσθετη μηχανική ενέργεια, ως αύξηση της συνολικής κινητικής ενέργειας των τμημάτων του:

$$\Delta E_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot m \cdot \upsilon'^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\delta o\rho}^2 = \frac{900}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 16 - \frac{64}{9}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J} = \frac{900 \cdot 32}{6} \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right) \cdot 10^6 \ \mathrm{J}$$

Τελικά $\Delta E_M = 1{,}6 \cdot 10^9 \ \mathrm{J}$

Μονάδες 6

4.4. Για την κίνηση του σώματος προς την επιφάνεια του πλανήτη εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$-G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{3 \cdot R_\Pi} = -G \cdot \frac{M_\Pi \cdot m_1}{R_\Pi} + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2$$

ή $\frac{2 \cdot G \cdot M_\Pi}{3 \cdot R_\Pi} = \frac{\upsilon_1^2}{2}$, άρα $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot g_0 \cdot R_\Gamma} = \frac{16}{3} \cdot 10^3 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 6

16206

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η απόδοση θερμικής μηχανής Carnot είναι $40\,\%$ και η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής της είναι $227^{o}C$.

Η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι :

(α) $0^{o}C$, **(β)** $27^{o}C$, **(γ)** $300^{o}C$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος H από το έδαφος βάλλεται οριζόντια ένα σώμα μάζας m με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, έχοντας κινητική ενέργεια K_0(η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή με τιμή g και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια του σώματος είναι διπλάσια από την αρχική, το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι υ_y και της οριζόντιας συνιστώσας είναι υ_x. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_x}{\upsilon_y}$ του σώματος εκείνη τη στιγμή είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{2}$, **(β)** 2 , **(γ)** 1

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16206-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τις απόλυτες θερμοκρασίες T_c και T_h μπορούμε να τις υπολογίσουμε από τη σχέση:

$$T = 273 + \theta$$

Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι: $T_h = (273 + 227)K$ ή $T_h = 500\ K$

Η απόδοση της μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$e_{Carnot} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$ ή $0{,}40 = 1 - \frac{T_c}{500}$ ή $T_c = 300\ K.$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής σε βαθμούς κελσίου °C θα είναι:

$$T = 273 + \theta \quad ή \quad (300 - 273)℃ = \theta \quad ή \quad \theta = 27℃$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η αρχική κινητική ενέργεια είναι ίση με:

$$K_0 = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2$$

Τη χρονική στιγμή που διπλασιάζεται η τιμή της κινητικής ενέργειας αυτή θα είναι ίση με:

$$K = \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2, \text{ όπου } K = 2\, K_0$$

Επομένως:

$$K = 2\, K_0 \text{ ή } \frac{1}{2}\, m\, \upsilon^2 = 2\, \frac{1}{2}\, m\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon^2 = 2\, \upsilon_0^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2\, \upsilon_0^2$$

Επειδή η $\upsilon_x = \upsilon_0$ θα έχουμε ότι:

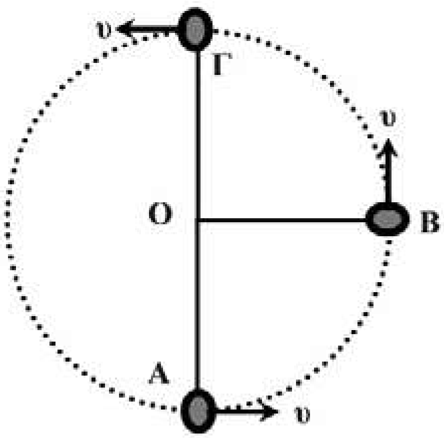
$$\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 = 2 \cdot \upsilon_x^2 \text{ ή } \upsilon_x^2 = \upsilon_y^2 \text{ ή } \frac{\upsilon_x}{\upsilon_y} = 1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16209

2.1. Το σώμα μάζας m της διπλανής εικόνας περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Ο, με σταθερή κατά μέτρο ταχύτητα, στερεωμένο στο άκρο αβαρούς ράβδου μήκους l. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή g.



Αν F_A είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Α και $F_Γ$ είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τη ράβδο όταν διέρχεται από το σημείο Γ, για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

(α) $F_A = F_Γ$, **(β)** $F_A > F_Γ$, **(γ)** $F_A < F_Γ$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα βλήμα μάζας $3m$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ$ όταν ξαφνικά εκρήγνυται και διασπάται σε δύο κομμάτια. Το ένα κομμάτι με μάζα m κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το βλήμα με ταχύτητα μέτρου $4υ$. Η ταχύτητα με την οποία κινείται το δεύτερο κομμάτι μάζας $2m$ είναι:

(α) $-\frac{υ}{2}$, **(β)** $\frac{υ}{2}$, **(γ)** $υ$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16209-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Στη θέση Α η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{L} \quad \text{ή} \quad F_A - m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επίσης στη θέση Γ η κεντρομόλος δύναμη είναι ίση με:

$$\Sigma F = \frac{m\,\upsilon^2}{L} \quad \text{ή} \quad F_\Gamma + m\,g = \frac{m\,\upsilon^2}{L}$$

Επειδή η τιμή της κεντρομόλου δύναμης είναι η ίδια και στις δύο θέσεις (η ταχύτητα είναι σταθερή) θα έχουμε:

$$F_A - m\,g = F_\Gamma + m\,g \text{ ή } F_A = F_\Gamma + 2m\,g$$

Από την παραπάνω ισότητα δεδομένου ότι η ποσότητα $m\,g$ είναι πάντα θετική προκύπτει ότι: $F_A > F_\Gamma$

Μονάδες 8

2.2

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

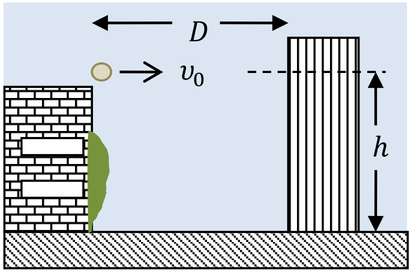
Οι δυνάμεις κατά την διάρκεια της έκρηξης είναι εσωτερικές με αποτέλεσμα να έχουμε διατήρηση της ορμής. Έτσι μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής πριν και μετά την έκρηξη. Έχουμε ορίσει θετική φορά την φορά κίνησης του βλήματος $\vec{\upsilon}$. Η ταχύτητα του δεύτερου κομματιού είναι $\vec{\upsilon}_x$

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad 3m\,\vec{\upsilon} = m\;4\vec{\upsilon} + 2m\,\vec{\upsilon}_x \quad \text{ή} \quad 3m\,\upsilon = m\;4\upsilon + 2m\,\upsilon_x \quad \text{ή} \quad \upsilon_x = -\frac{\upsilon}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16249



2.1 Μικρή σφαίρα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ m/s$ από την ταράτσα ενός κτιρίου. Η ταράτσα βρίσκεται σε ύψος $h = 45\ m$ από το έδαφος, που θεωρείται οριζόντιο. Σε απόσταση $D = 20\ m$ από το κτίριο αυτό υπάρχει δεύτερο ψηλό κτίριο όπως φαίνεται και στο σχήμα. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι $g = 10\ m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Ο χρόνος κίνησης μέχρι την πρώτη πρόσκρουση του σώματος (είτε στο έδαφος είτε στο απέναντι κτήριο) είναι:

(α) $3\ s$, **(β)** $2\ s$, **(γ)** $1\ s$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

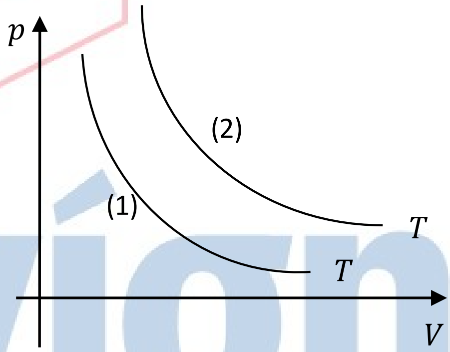
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $p - V$ του σχήματος, οι καμπύλες (1) και (2) αντιστοιχούν στις ισόθερμες μεταβολές δύο αερίων που πραγματοποιούνται στην ίδια θερμοκρασία T. Αν n_1 και n_2 οι ποσότητες (mole) των δύο αερίων ισχύει:

(α) $n_1 > n_2$, **(β)** $n_2 > n_1$, **(γ)** $n_2 = n_1$



2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16249-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν το σώμα κινηθεί μέχρι το έδαφος (χωρίς να χτυπήσει στο απέναντι κτίριο) τότε εκτελεί οριζόντια βολή. Κατακόρυφα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, πραγματοποιεί ελεύθερη πτώση από ύψος h. Ο χρόνος πτώσης του θα είναι:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 3\ s.$$

Αν χτυπήσει στο απέναντι κτίριο, πριν φτάσει στο έδαφος, η οριζόντια βολή θα διακοπεί από το δεύτερο κτίριο. Συνεπώς, από την επαλληλία των κινήσεων, οριζόντια πραγματοποιεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για απόσταση D και ο χρόνος κίνησης στον αέρα θα είναι: $t' = \frac{D}{\upsilon_0} = 2\ s.$

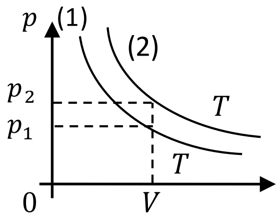
Επειδή λοιπόν $t' < t$, συμπεραίνουμε ότι η σφαίρα θα κτυπήσει πρώτα στο απέναντι κτίριο μετά από χρόνο κίνησης $t' = 2\ s.$

Μονάδες 8

2.2.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν για τυχαία τιμή του όγκου V σχεδιάσουμε μια διακεκομμένη κατακόρυφη ευθεία στο διάγραμμα, παρατηρούμε ότι η πίεση είναι διαφορετική για το κάθε αέριο. Οι τιμές για την πίεση, όπως φαίνεται στο διάγραμμα, είναι: $p_2 > p_1$.

Εάν γράψουμε την καταστατική εξίσωση για το κάθε αέριο χωριστά θα έχουμε:

$$p_1 V = n_1 R\,T \text{ και } p_2 V = n_2 R\,T.$$

Διαιρούμε τις εξισώσεις κατά μέλη οπότε θα έχουμε:

$$\frac{p_1 V}{p_2 V} = \frac{n_1 R\,T}{n_2 R\,T} \text{ ή } \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2} \text{ και αφού : } p_2 > p_1 \text{ θα είναι και } n_2 > n_1 .$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16253

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ολισθαίνοντας στην οριζόντια και λεία επιφάνεια τραπεζιού. Το σημειακό αντικείμενο συγκρατείται στην κυκλική του τροχιά, δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου, τεντωμένου, αβαρούς και μη ελαστικού νήματος, μήκους $\ell = 0{,}5\ m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Η συχνότητα της κυκλικής κίνησης του σημειακού αντικειμένου είναι $f = \frac{10}{\pi}\ Hz$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή ($t_0 = 0$) το νήμα κόβεται και το σημειακό αντικείμενο εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική, οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_o, ίσου με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της ομαλής κυκλικής κίνησης του αντικειμένου. Η επιφάνεια του τραπεζιού απέχει ύψος $h = 0{,}8\ m$ από το οριζόντιο δάπεδο, στο οποίο στηρίζεται το τραπέζι.

4.2. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σημειακό αντικείμενο προσκρούει στο δάπεδο που στηρίζεται το τραπέζι;

Μονάδες 6

4.3. Σε πόση οριζόντια απόσταση από το σημείο που εγκατέλειψε την επιφάνεια του τραπεζιού το σημειακό αντικείμενο προσέκρουσε στο δάπεδο;

Μονάδες 6

4.4. Προσδιορίστε την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία προσκρούει στο δάπεδο

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε τη βαρυτική επιτάχυνση σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και να αγνοήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας στο αντικείμενο.

ΘΕΜΑ 4

16253-Λύση

4.1. Ισχύει: $\upsilon_0 = 2 \cdot \pi \cdot \ell \cdot f$, $\upsilon_0 = 10\ \frac{m}{s}$ και

$F_{\kappa\varepsilon\nu} = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{\ell} = 200\ N$, αλλά $F_{\kappa\varepsilon\nu} = T$, οπότε $T = 200\ N$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$, $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$, $t_1 = 0{,}4\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $S = \upsilon_0 \cdot t_1$, $R = 4\ m$.

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_{y1}^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 \cdot t_1^2} = \sqrt{116}\ \frac{m}{s} = 2 \cdot \sqrt{29}\ \frac{m}{s}$. Αν φ είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ με τον ορίζοντα, τότε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{y1}}{\upsilon_0} = \frac{g \cdot t_1}{\upsilon_0} = 0{,}4$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

16263

2.1. Σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0 σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζα M. Αν κατά την πλαστική κρούση χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος, τότε ο λόγος $\frac{m}{M}$ των μαζών ισούται με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** $\frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού δείχνουν 6 ακριβώς. Οι δείκτες θα συμπέσουν για πρώτη φορά μετά από χρόνο t:

(α) $\frac{12}{17}h$, **(β)** $\frac{8}{15}h$, **(γ)** $\frac{6}{11}h$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

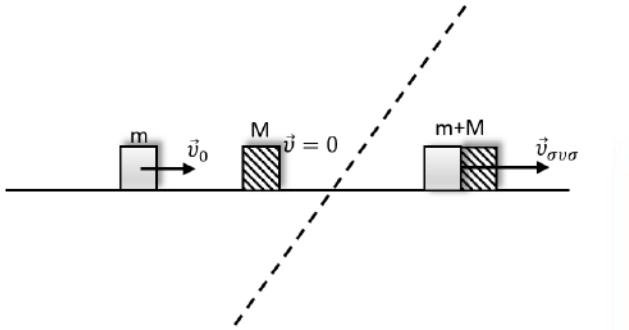
16263-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση της ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ(πριν)} = \vec{P}_{ΟΛ(μετά)} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow m \cdot υ_0 = (m+M) \cdot υ_{συσ}$$

$$υ_{συσ} = \frac{m \cdot υ_0}{m+M} \ (1)$$

Εφόσον χάνεται το 75% της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος παραμένει στο σύστημα 25% της αρχικής κινητικής ενέργειας.

$$K_{συσ} = \frac{25}{100} \cdot K_{αρχ} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot {υ_{συσ}}^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {υ_0}^2 \ (2)$$

Μέσω της σχέσεως (1) η σχέση (2) γίνεται:

$$\frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot \left(\frac{m \cdot υ_0}{m+M}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {υ_0}^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot (m+M) \cdot \frac{m^2 \cdot {υ_0}^2}{(m+M)^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot {υ_0}^2 \Leftrightarrow \frac{m}{m+M} = \frac{1}{4}$$

$$4m = m + M \Leftrightarrow 3m = M \Leftrightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

Μονάδες 8

16263-Λύση

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Τη χρονική στιγμή t ο λεπτοδείκτης και ο ωροδείκτης θα έχουν διαγράψει αντίστοιχα γωνίες φ_λ και φ_ω αντίστοιχα και θα ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \ (1)$$

Αρχική θέση δεικτών — Τελική θέση δεικτών

Οι γωνιακές ταχύτητες του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη είναι ίσες με ω_λ και ω_ω αντίστοιχα.

Ισχύει

$$\varphi_\lambda = \omega_\lambda \cdot t = \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t \ (2)$$

Όπου $T_\lambda = 1h$ είναι η περίοδος του λεπτοδείκτη και

$$\varphi_\omega = \omega_\omega \cdot t = \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t \ (3)$$

Όπου $T_\omega = 12h$ είναι η περίοδος του ωροδείκτη.
Ισχύει:

$$\varphi_\lambda - \varphi_\omega = \pi \overset{(2),(3)}{\Longleftrightarrow} \frac{2\pi}{T_\lambda} \cdot t - \frac{2\pi}{T_\omega} \cdot t = \pi$$

$$2\pi\left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = \pi \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{t}{T_\lambda} - \frac{t}{T_\omega} = \frac{1}{2}$$

$$t\left(\frac{1}{T_\lambda} - \frac{1}{T_\omega}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t\left(\frac{T_\omega - T_\lambda}{T_\lambda \cdot T_\omega}\right) = \frac{1}{2}$$

$$t = \frac{T_\lambda \cdot T_\omega}{2 \cdot (T_\omega - T_\lambda)}$$

$$t = \frac{6}{11} h$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16264

2.1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από κάποιο ύψος h πάνω από το έδαφος με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$. Κάποια στιγμή η οριζόντια μετατόπιση x έχει το ίδιο μέτρο με την κατακόρυφη μετατόπιση y. Τη στιγμή αυτή, η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο:

(α) $υ_0 \cdot \sqrt{3}$, **(β)** $υ_0 \cdot \sqrt{5}$ **(γ)** $υ_0 \cdot \sqrt{7}$

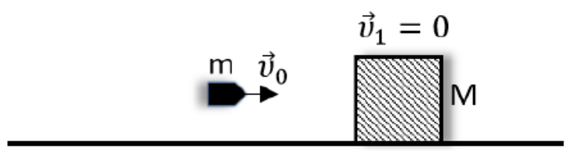
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_0$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ακίνητου ξύλινου σώματος μάζας M.



Κατά την κρούση αυτή η μεταβολή της ορμής του βλήματος είναι:

(α) $\frac{-m \cdot M \cdot υ_0}{m+M}$, **(β)** $\frac{-2m \cdot M \cdot υ_0}{m+M}$, **(γ)** $-\frac{1}{2} \cdot \frac{m \cdot M \cdot υ_0}{(m+M)}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16264-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα στο οριζόντιο άξονα x εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και στον κατακόρυφο άξονα y ελεύθερη πτώση.

Η οριζόντια μετατόπιση x δίνεται από τον τύπο $x = υ_0 \cdot t$, και η κατακόρυφη μετατόπιση y δίνεται από τον τύπο $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$.

Βάση των δεδομένων της άσκησης τη χρονική στιγμή t το $y = x \Leftrightarrow \frac{1}{2} g \cdot t^2 = υ_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{2 \cdot υ_0}{g}$.

Η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας Ux είναι σταθερή $υ_x = υ_0$.

Η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας $υ_y = g \cdot t$ άρα $υ_y = g \cdot \frac{2υ_0}{g} \Leftrightarrow υ_y = 2\,υ_0$.

Το μέτρο της ταχύτητας

$$υ = \sqrt{{υ_x}^2 + {υ_y}^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{{υ_0}^2 + (2\,υ_0)^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{{υ_0}^2 + 4\,{υ_0}^2} \Leftrightarrow υ = \sqrt{5\,{υ_0}^2} \Leftrightarrow υ = υ_0\sqrt{5}$$

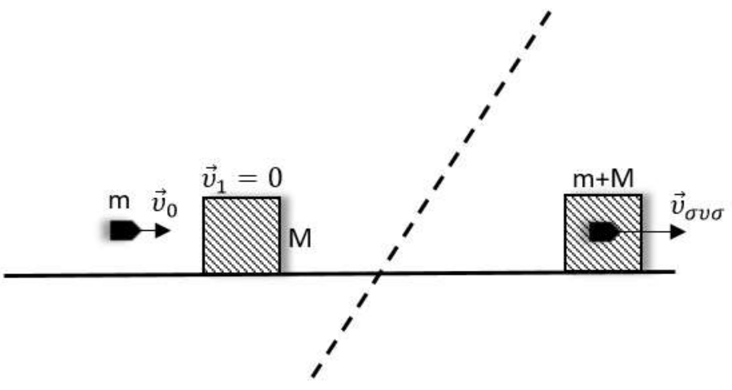
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε αρχή διατήρηση ορμής κατά την κρούση

$$\vec{P}_{ΟΛ_{πριν}} = \vec{P}_{ΟΛ_{μετά}} \Leftrightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_{συσ}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_{συσ} \Leftrightarrow m \cdot v_0 = (m + M) \cdot v_{συσ} \Leftrightarrow v_{συσ} = \frac{m \cdot v_0}{m + M} \; (1)$$

Η μεταβολή ορμής του βλήματος

$$\Delta\vec{P} = \vec{P}_{β_{τελ}} - \vec{P}_{β_{αρχ}}$$

16264-Λύση

$$\Delta P = m \cdot \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} - m \cdot \upsilon_0 \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \Delta P = \frac{m \cdot m \cdot \upsilon_0}{m+M} - m \cdot \upsilon_0 \Leftrightarrow \Delta P = m \cdot \upsilon_0 \left(\frac{m}{M+m} - 1\right)$$

$$\Delta P = m \cdot \upsilon_0 \left(-\frac{M}{m+M}\right) \Leftrightarrow \Delta P = -\frac{m \cdot M \cdot \upsilon_0}{m+M}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16332

Ένας δορυφόρος με μάζα m κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη σε ύψος h ίσο με την ακτίνα της Γης R_{Γ}.

Εσωτερική διάταξη προκαλεί έκρηξη με αποτέλεσμα ο δορυφόρος να χωριστεί σε δύο μέρη, από το οποία το ένα, μάζας m_1 συνεχίζει να κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά που είχε ο δορυφόρος πριν την έκρηξη - σε αντίθετη, όμως, από την αρχική φορά της κίνησής του - ενώ το άλλο, μάζας m_2, αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει μόλις από την έλξη της Γης.

4.1. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο ίσο με g_o, να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία κινείται ο δορυφόρος στο ύψος $h = R_{\Gamma}$.

Μονάδες 5

4.2. Να προσδιορίσετε την περίοδο περιστροφής του κομματιού μάζας m_1 του δορυφόρου, που παραμένει στην κυκλική τροχιά.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το λόγο του μέτρου της ταχύτητας διαφυγής του κομματιού μάζας m_2 προς το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, σε ύψος ίσο με την ακτίνα της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε τον λόγο των μαζών των δύο κομματιών m_1 και m_2.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16332-Λύση

4.1. Η βαρυτική δύναμη που δέχεται ένας τεχνητός δορυφόρος που κινείται γύρω από τη Γη δρα ως κεντρομόλος δύναμη.

Σχέση βαρυτικής δύναμης: $w = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$

Σχέση κεντρομόλου δύναμης: $F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{r}$

Είναι: $F_\kappa = w$, $\frac{m \cdot \upsilon^2}{r} = G \cdot \frac{m \cdot M_\Gamma}{r^2}$, $\upsilon^2 = G \cdot \frac{M_\Gamma}{r}$, $\upsilon = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{r}}$ (1)

(Μονάδες 3)

Για τον δορυφόρο ύψος h είναι: $r = R_\Gamma + h$, $r = R_\Gamma + R_\Gamma$, $r = 2 \cdot R_\Gamma$ (2)

Επιπλέον, το μέτρο της έντασης του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma^2}\,,\ g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma \ (3)$$

(Μονάδα 1)

Άρα, αν αντικαταστήσουμε στην (1) τις (2) και (3) προκύπτει:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}}\,,\ \upsilon = \sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 5

4.2. Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα που προσδιορίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα δεν εξαρτάται από τη μάζα του αντικειμένου, συνεπώς, το κομμάτι μάζας m_1 που παραμένει σε τροχιά θα συνεχίσει να κινείται εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα ίσου μέτρου.

(Μονάδα 1)

Η περίοδος, δίνεται από τη σχέση:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{\upsilon}$$

(Μονάδα 1)

Συνεπώς,

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R_\Gamma}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}}\,,\ T = 4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

(Μονάδες 3)

Μονάδες 5

4.3. Εάν το σημείο εκτόξευσης βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης προκύπτει ότι η ταχύτητα διαφυγής δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}$$

16332-Λύση

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}, \ \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + R_\Gamma}}, \ \upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma^2}{2 \cdot R_\Gamma}}, \ \upsilon_\delta = \sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}$$

(Μονάδες 5)

Συνεπώς ο λόγος $\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \frac{\sqrt{g_o \cdot R_\Gamma}}{\sqrt{\frac{g_o \cdot R_\Gamma}{2}}}, \ \frac{\upsilon_\delta}{\upsilon} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 7

4.4. Κατά την έκρηξη η ορμή του συστήματος διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

(Μονάδα 1)

$$m \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta$$

(Μονάδες 2)

$$(m_1 + m_2) \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon = -m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon_\delta,$$

$$m_1 \cdot \upsilon + m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot \upsilon_\delta - m_1 \cdot \upsilon, \ 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon = m_2 \cdot (\upsilon_\delta - \upsilon),$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(\upsilon_\delta - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \upsilon - \upsilon)}{2 \cdot \upsilon}, \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}$$

(Μονάδες 5)

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16365

Σώμα βρίσκεται στην οριζόντια ταράτσα ουρανοξύστη και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας $r = \frac{5}{\pi}$ m με περίοδο $T = \frac{1}{2}$ s. Το επίπεδο της κυκλικής τροχιάς είναι οριζόντιο. Να βρείτε:

4.1. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το σχοινί, το οποίο συγκρατεί το σώμα στην κυκλική τροχιά, κόβεται με αποτέλεσμα το σώμα να διαφύγει από την ταράτσα εκτελώντας οριζόντια βολή. Να βρείτε:

4.2. Την ταχύτητα του σώματος κατά μέτρο και κατεύθυνση $2\ s$ αφότου διέφυγε από την ταράτσα της πολυκατοικίας.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση μεταξύ του σημείου από το οποίο διέφυγε από την ταράτσα και του σημείου στο οποίο βρίσκεται τη χρονική στιγμή που περιγράφεται στο ερώτημα 4.2

Μονάδες 6

4.4. Γνωρίζουμε ότι όταν το σώμα φτάνει στο οριζόντιο έδαφος, η διεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει γωνία ω ως προς αυτό, όπου: εφ$\omega = 2$. Να συγκρίνετε: α) την κατακόρυφη απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος, από το σημείο βολής με β) την οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) που διένυσε το σώμα κατά τη διάρκεια της βολής.

Μονάδες 7

Δίδεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στη επιφάνειας της γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, και ότι κάθε είδους τριβή όπως και η αντίσταση από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.

16365-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1 $\upsilon_0 = \frac{2\pi r}{T} = 20\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων για να υπολογίσουμε την ταχύτητα μετά από χρόνο t γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων.

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\chi + \vec{\upsilon}_\psi$ ή $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = 20\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$, η οποία σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου: εφ$\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = 1 \Rightarrow \theta = 45^0$.

Μονάδες 6

4.3 Η ζητούμενη απόσταση των δύο σημείων αποτελεί την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με πλευρές την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο $2s$:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\upsilon_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2}gt^2\right)^2} = 20\sqrt{5}\ \text{m}.$$

Μονάδες 6

4.4 Η γωνία ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία αυτή ισχύει: εφ$\omega = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{gt}{\upsilon_0} = \frac{gt^2}{\upsilon_0 t}$ ή εφ$\omega = \frac{2H}{S}$ ή $2 = \frac{2H}{S}$

Άρα: $\frac{H}{S} = 1$.

Μονάδες 7

16369

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 4\ kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας $m_2 = 6\ kg$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma = 1\frac{m}{s}$ και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}4\ m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε.

4.1. Ποιος είναι ο χρόνος t που χρειάζεται για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος H.

Μονάδες 6

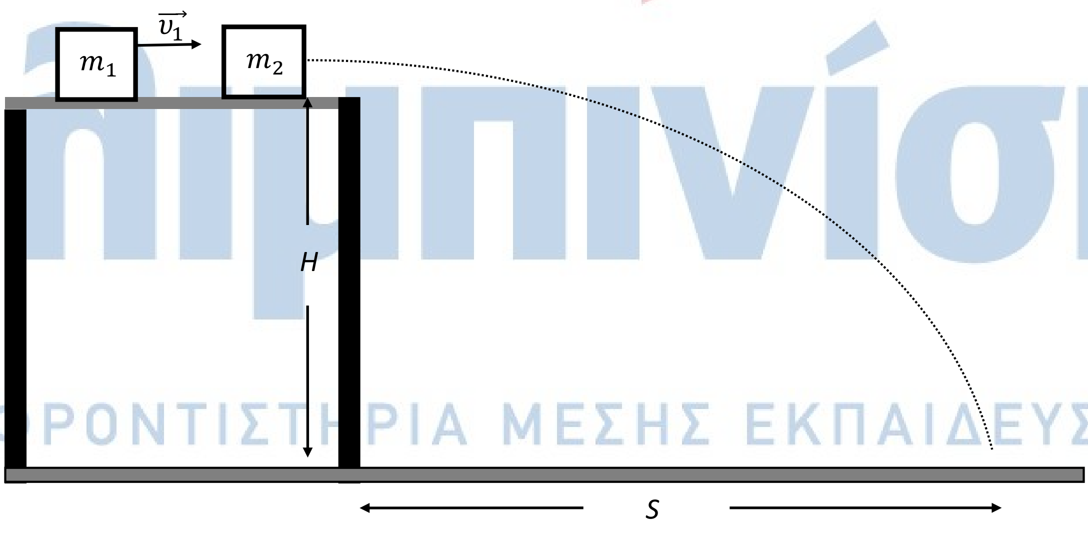
4.3. Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος m_1 πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 5

4.4. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

Μονάδες 8

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\ m/s^2$. Και τα δύο σώματα θεωρούνται μικρών διαστάσεων και σημειακά.



16369-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον οριζόντιο άξονα (σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων) η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

$$s = V_\sigma t \quad ή \quad t = 0{,}4\ s$$

Μονάδες 6

4.2. Αντίστοιχα στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης, οπότε το ύψος :

$$H = \frac{1}{2} g t^2 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_1 (ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά)

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} \quad ή \quad m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\sigma \quad ή \quad \upsilon_1 = 2{,}5\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Με το 2ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

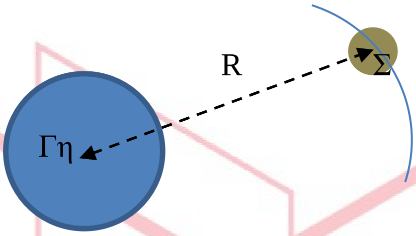
$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = w = (m_1 + m_2) g = 100 \frac{kg\frac{m}{s}}{s} = 100\ N$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

16385

2.1. Η μάζα της Γης είναι $M_Γ = 5{,}97x10^{24}kg$ ενώ της Σελήνης $m_Σ$. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σωμάτων είναι $R = 3{,}84x10^5\ km$ ενώ δεχόμαστε ότι η Σελήνη εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από την Γη.



Δίνεται $G = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg.s^2}$.

(α) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μεγαλύτερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(β) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μικρότερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(γ) Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρώντας ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η επιτάχυνσή της κατά την κίνηση αυτή είναι:

(α) $10{,}37x10^6\ m/s^2$, **(β)** $2{,}7x10^{-3}\ m/s^2$, **(γ)** $5{,}4x10^3\ m/s^2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16385-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο σώματα αλληλεπιδρούν καθώς το ένα έλκει το άλλο. Οι δυνάμεις μεταξύ τους έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, τα μέτρα τους θα είναι ίσα.

Προκύπτουν από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης: $F = G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{r^2}$

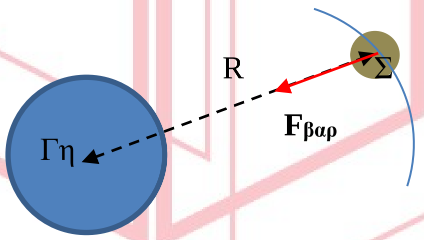
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η μόνη δύναμη που ασκείται στην Σελήνη είναι η βαρυτική έλξη της Γης. Η δύναμη αυτή αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη στην κυκλική κίνηση που εκτελεί η Σελήνη γύρω από την Γη, και άρα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_\kappa$$

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_\kappa$$

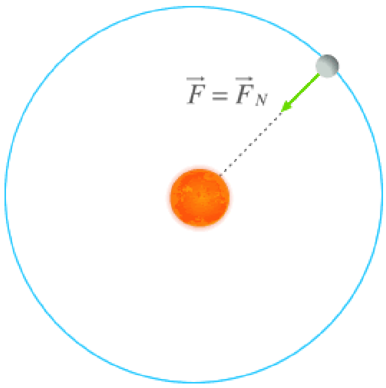
$$G\frac{M_\Gamma m_\Sigma}{R^2} = m_\Sigma.\alpha_\kappa$$

$$\alpha_\kappa = G\frac{M_\Gamma}{R^2} = 6{,}67 \cdot. 10^{-11}.\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(3{,}84 \cdot 10^8)^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16386

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από ένα άλλο μάζας M λόγω της βαρυτικής έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων. Αν τετραπλασιάσουμε την μάζα του σώματος M χωρίς να μεταβάλλουμε την μεταξύ τους απόσταση, για να συνεχίσει να εκτελεί την ίδια τροχιά το σώμα m, η γραμμική ταχύτητά του:



(α) Θα πρέπει να παραμείνει η ίδια.

(β) Θα πρέπει να διπλασιαστεί.

(γ) Θα πρέπει να υποδιπλασιστεί

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Υποτριπλασιάζουμε την απόσταση των δύο σωμάτων. Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η μάζα του m, χωρίς να αλλάξει η μάζα M του άλλου σώματος, ώστε για την μεταξύ τους βαρυτική δύναμη να ισχύει $F' = 27 \cdot F$:

(α) 100% , **(β)** 200% , **(γ)** 300%

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16386-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η βαρυτική δύναμη είναι η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα m και άρα αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη για την κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_{\kappa} \Leftrightarrow G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \Leftrightarrow u = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Η νέα γραμμική ταχύτητα, αντίστοιχα, θα είναι:

$$u' = \sqrt{G\frac{4M}{R}} = 2\sqrt{G\frac{M}{R}} = 2u$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, η βαρυτική δύναμη μεταξύ τους είναι:

$$F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (1)$$

Μετά τον υποτριπλασιασμό της απόστασης, θα είναι:

$$F'_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{R'^2} \Leftrightarrow 27 \cdot F_{\beta\alpha\rho} = G\frac{Mm'}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} = G\frac{9Mm'}{R^2} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{F_{\beta\alpha\rho}}{F'_{\beta\alpha\rho}} = \frac{G\frac{Mm}{R^2}}{G\frac{9Mm'}{R^2}} \Leftrightarrow \frac{F_{\beta\alpha\rho}}{27 \cdot F_{\beta\alpha\rho}} = \frac{m}{9m'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{m'} \Leftrightarrow m' = 3m$$

Η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι:

$$\Pi = \frac{\Delta m}{m}100\% = \frac{m' - m}{m}100\% = \frac{3m - m}{m}100\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16390

2.1. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η έλικα ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Θεωρούμε δύο σημεία Α και Β σε μία ακτίνα της έλικας. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου u_A και βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο u_B. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;

(α) $u_A = u_B$, **(β)** $u_A < u_B$, **(γ)** $u_A > u_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16390-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια τροχιά, έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, το οποίο δίνεται από την σχέση $u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Την στιγμή που συγκρούονται οι δύο δορυφόροι ίσης μάζας, το σύστημα έχει ορμή μηδέν γιατί οι ορμές τους είναι αντίθετες. Επειδή η ορμή διατηρείται, το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα είναι αρχικά ακίνητο. Όμως, επειδή δέχεται την ελκτική δύναμη από την Γη, θα αρχίσει να επιταχύνεται προς την Γη, με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, η οποία διαρκώς αυξάνει.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u = \frac{2\pi r}{T}$, όπου T η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι $u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο A έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το B.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16460

Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_Γ$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_Γ = 6.400km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή .

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16460-Λύση

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε ύψος h από την επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 3R_\Gamma$ και το γεγονός ότι $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ θα έχουμε

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{16R_\Gamma^2} = \frac{g_0}{16} = 0{,}624\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 5

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,6{,}4\cdot 10^6\,m}}{2} = 4\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ο δορυφόρος αντιστρέφει την φορά της ταχύτητάς του χωρίς να αλλάζει το μέτρο, οπότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

$$\Delta P = P_{\tau\varepsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi} = mu - (-mu) = 2mu = 2\cdot 5\cdot 10^3 kg\cdot 4\cdot 10^3\,\frac{m}{s} = 4\cdot 10^7\,\frac{kgm}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για να αποδείξουμε ότι ο δορυφόρος διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης θα συγκρίνουμε την ταχύτητα διαφυγής σε αυτό το ύψος με την ταχύτητα που απέκτησε ο δορυφόρος. Έχουμε

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{2g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{2\cdot 10\,\frac{m}{s^2}\,6{,}4\cdot 10^6\,m}}{2} = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{m}{s} < 2u = 8\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα που απέκτησε από τους πυραύλους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής στο σημείο αυτό, οπότε θα μεταβεί σε ''άπειρη' απόσταση. Για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του δορυφόρου θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι την τελική ($U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$).

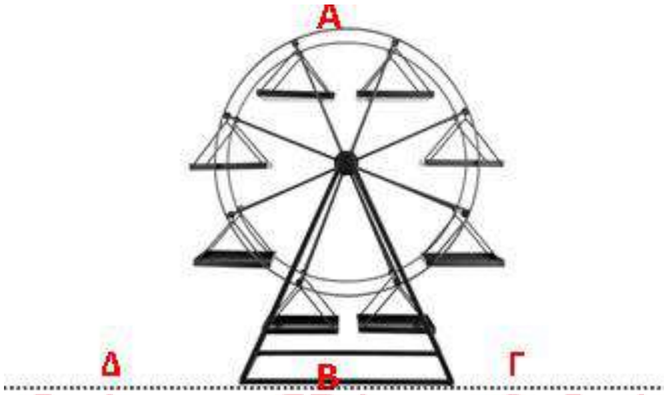
$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow -\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} + \frac{mu_1^2}{2} = \frac{mu_\infty^2}{2} \Leftrightarrow \frac{u_\infty^2}{2} = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{u_1^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$u_\infty = \sqrt{\frac{2u_1^2 - g_0 R_\Gamma}{2}} = \sqrt{\frac{128\cdot 10^6 - 64\cdot 10^6}{2}\,\frac{m}{s}} = \sqrt{32\cdot 10^6}\,\frac{m}{s} = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 16489

2.1. Ένα παιδί ανεβαίνει στην «Ρόδα» ενός Λούνα Πάρκ, η οποία εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα):



Την στιγμή που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του απλώνει το χέρι του και αφήνει μία μπάλα να πέσει ελεύθερα. Αν αγνοήσουμε την ύπαρξη αέρα και θεωρήσουμε μικρό το ύψος της «Ρόδας», τότε η μπάλα θα πέσει:

(α) στη βάση Β της «Ρόδας».

(β) σε ένα σημείο Γ, δεξιά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

(γ) σε ένα σημείο Δ, αριστερά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Την ίδια στιγμή (όταν το παιδί κάθεται στο κάθισμά του στο υψηλότερο σημείο Α της τροχιάς της «Ρόδας»), και η ρόδα στρέφεται, η κάθετη αντίδραση Ν που δέχεται από το κάθισμα ανά μονάδα μάζας του παιδιού (N/m), είναι:

(α) $\frac{u^2}{R} - g$, **(β)** $\frac{u^2}{R} + g$, **(γ)** $g - \frac{u^2}{R}$

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16489-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ανώτερη θέση Α το παιδί που κρατά την μπάλα έχει γραμμική ταχύτητα υ με κατεύθυνση εφαπτόμενη στο Α προς τα δεξιά, συμμετέχοντας στην κίνηση της ρόδας. Άρα την στιγμή που αφήνει την μπάλα, θα έχει και αυτή οριζόντια ταχύτητα προς τα δεξιά, εκτελώντας οριζόντια βολή και άρα θα πέσει στο σημείο Γ.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην θέση Α και καθώς στρέφεται η ρόδα, οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι: το βάρος mg του παιδιού προς το κέντρο της ρόδας και η κάθετη αντίδραση Ν στην ίδια διεύθυνση αλλά προς τα πάνω.

Λόγω της κυκλικής κίνησης, είναι:

$$\Sigma F = F_\kappa \Leftrightarrow m.g - N = \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.g - \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.(g - \frac{u^2}{R}) \Leftrightarrow \frac{N}{m} = g - \frac{u^2}{R}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 16494

Ένα σώμα μάζας m=1,2 kg κινείται πάνω σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=0,2m. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα έχει μέτρο ΣF=600 N και κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Να υπολογίσετε:

4.1. Την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 4

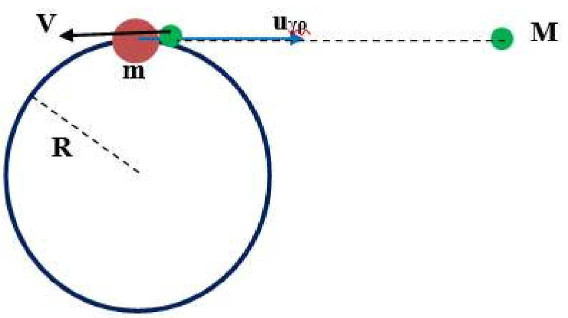
4.2. Την γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει, σε χρόνο ίσο με το χρόνο κίνησης δεύτερου σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και αποκτά ταχύτητα u=54 m/s έχοντας επιτάχυνση $α=12m/s^2$.

Μονάδες 7

4.4. Το δεύτερο σώμα μάζας M=m/2 συγκρούεται τελικά με το πρώτο σώμα σε κάποιο σημείο της κυκλικής τροχιάς του, έχοντας ταχύτητα V με κατεύθυνση αντίρροπη της γραμμικής ταχύτητας του του πρώτου σώματος τη στιγμή της κρούσης.



Αν η κρούση είναι πλαστική, να υπολογίσετε την ταχύτητα V του σώματος μάζας M ώστε το συσσωμάτωμα να έχει μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16494-Λύση

4.1. Η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF είναι η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει το σώμα να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$\Sigma F = F_\kappa = m.\alpha_\kappa \Leftrightarrow 600 = 1{,}2.\alpha_\kappa \Leftrightarrow \alpha_\kappa = 500\, m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ισούται:

$$\alpha_\kappa = \frac{u^2}{R} = \omega^2 R \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_\kappa}{R}} = \sqrt{\frac{500}{0{,}2}} = 50\, rad/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει το σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \qquad (1)$$

Η γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης είναι:

$$u_{\gamma\rho} = \omega.R = 50.0{,}2 = 10\ \frac{m}{s} \qquad (2)$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας M αποκτά ταχύτητα που δίνεται από την σχέση:

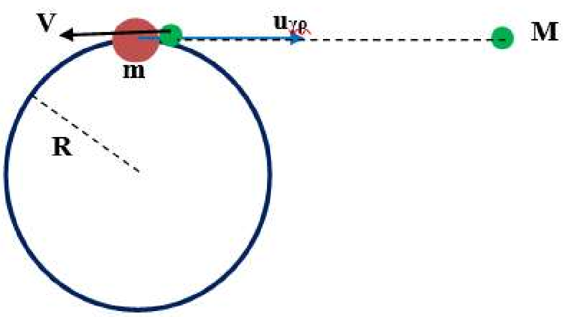
$$u = a.t \Leftrightarrow 54 = 12.t \Leftrightarrow t = 4{,}5\, s \qquad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (2) και την (3) στην (1) προκύπτει το ζητούμενο μήκος του τόξου:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \Leftrightarrow s = 10.4{,}5 = 45\, m$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι μηδενική. Άρα τα σώματα μετά την κρούση ακινητοποιούνται.



Από την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau}$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m.u_{\gamma\rho} - M.V = 0 \Leftrightarrow m.u_{\gamma\rho} = \frac{m}{2}.V \Leftrightarrow V = 20\, m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 16496

Ένας πύραυλος μάζας m=1200 kg εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα u_0=100m/s κατακόρυφα προς τα πάνω. Κάποια στιγμή φθάνει στο ανώτερο σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία. Εκείνη τη στιγμή εκρήγνυται σε 3 κομμάτια Α, Β και Γ. Το κομμάτι Α μάζας m_1=m/3 αποκτά οριζόντια ταχύτητα u_A=30 m/s, ενώ το κομμάτι Β, μάζας m_B=500 kg, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι για όλες τις κινήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, παραμένει σταθερή και ότι δεν υπάρχει ατμόσφαιρα. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του κομματιού Γ, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 5

4.3. Σε ποια θέση θα προσγειωθεί το κομμάτι Α ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Πόσο απέχουν τα κομμάτια Α και Γ την στιγμή t=3s μετά την έκρηξη.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

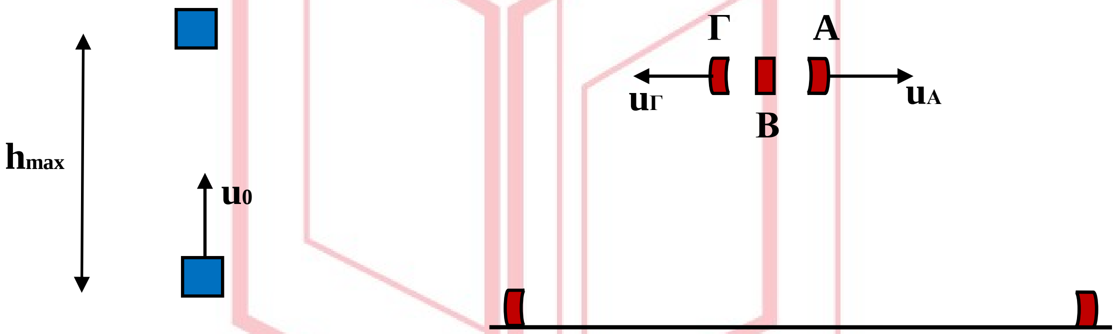
16496-Λύση

4.1. Λόγω των παραδοχών δεν υπάρχουν τριβές, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με επίπεδο αναφοράς το επίπεδο εκτόξευσης του πυραύλου και μέχρι του μέγιστου ύψους όπου στιγμιαία ακινητεί:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_0^2 + 0 = 0 + mgh \Leftrightarrow h = \frac{u_0^2}{2g} = 500m$$

Μονάδες 5

4.2. Στο ανώτερο σημείο όπου η ταχύτητα μηδενίζεται, ο πύραυλος εκρήγνυται. Διατηρείται η ορμή του συστήματος κατά την έκρηξη, οπότε:



$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_\Gamma \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{0} + \vec{P}_\Gamma$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$0 = m_A u_A + m_\Gamma u_\Gamma \Leftrightarrow -\frac{1200}{3}30 = \left(1200 - 500 - \frac{1200}{3}\right)u_\Gamma \Leftrightarrow u_\Gamma = -40m/s$$

Άρα το κομμάτι Γ θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα 40 m/s.

Μονάδες 5

4.3. Το κομμάτι Α του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα u_A=30m/s.

Στον άξονα των xx' εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον yy':

$$yy':\ h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10s$$

$$xx':\quad x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300m$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά τον ίδιο ύψος h_1:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

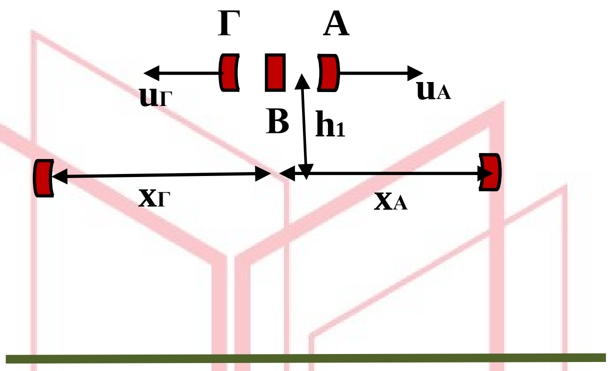
Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των xx'.

Οπότε για το κομμάτι Α του πυραύλου: 16496-Λύση

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90m$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_A t_1 = -40 \times 3 = -120m$$



Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι : $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210m$

Μονάδες 8

16639

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 από μικρό ύψος h. Η τροχιά που θα διαγράψει το σώμα θα είναι παραβολή εάν:

(α) στο σώμα ασκούνται η βαρυτική δύναμη και η αντίσταση του αέρα .

(β) η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του.

(γ) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

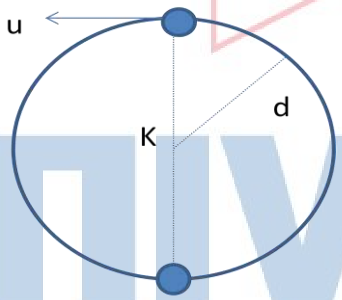
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα μάζας m είναι δεμένη από την άκρη νήματος μήκους d και περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Κ. Έστω u το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας όταν διέρχεται από το ανώτερο σημείο της τροχιά της.



Αν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του και το νήμα κοπεί, το όριο θραύσης του νήματος δίνεται από την σχέση:

(α) $T_{ορ} = m \bullet \frac{u^2}{d}$, **(β)** $T_{ορ} = m \bullet (\frac{u^2}{d} - 5g)$, **(γ)** $T_{ορ} = m \bullet (\frac{u^2}{d} + 5g)$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16639-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η οριζόντια βολή του σώματος είναι παραβολικής τροχιάς, διότι στον οριζόντιο άξονα το σώμα δεν δέχεται καμία οριζόντια δύναμη και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $x = u_0 \cdot t$,άρα: $t = \frac{x}{u_0}$ (1)

Στον κατακόρυφο άξονα στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους του με συνέπεια να εκτελεί ελεύθερη πτώση:

$y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t^2$ και λόγω της σχέσης (1): $y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet \frac{\chi^2}{u_0^2}$, που αποτελεί εξίσωση παραβολικής τροχιάς.

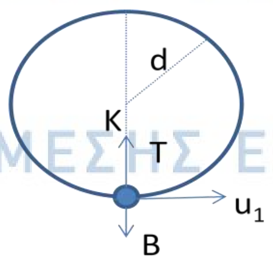
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα, μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης της τροχιά της:

$E\mu\eta\chi_{\alpha\rho\chi} = E\mu\eta\chi_{\tau\varepsilon\lambda}$. Επομένως έχουμε:

16639-Λύση

$\frac{1}{2} \bullet m \bullet \ u^2 + \ m \bullet g \bullet 2d = \frac{1}{2} \bullet m \bullet \ \ u_1^2 \rightarrow$

$u_1^2 = \ u^2 + \ 4 \bullet g \bullet d$ (1)

Στην κατώτερη θέση η συνισταμένη δύναμη ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται στο σώμα: $\Sigma F \ = \ F_k$, δηλαδή: $T_{o\rho} \ \ - \ mg = \ m \bullet \frac{u_1^2}{d}$. Λόγω της σχέσης (1):

$$T_{o\rho} = \ m \bullet \left(\frac{u_1^2}{d} + g\right) = m \bullet \left(\frac{u^2 + \ 4 \bullet g \bullet d}{d} + g\right)$$

Άρα: $T_{o\rho} = \ m \bullet \left(\frac{u^2}{d} + 5g\right)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

16702

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{m} = 2000\ \mathrm{Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1} = 192 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:

4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 6

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου.

Μονάδες 7

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta\mathrm{t} = \mathrm{T}/2$.

Μονάδες 6

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $\mathrm{m_1} = 4000\ \mathrm{Kg}$, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000 \mathrm{m/s}$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_\Gamma} = 64 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o} = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

16702-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_1 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1} = -16 \cdot 10^6\ \mathrm{J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}} = 4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

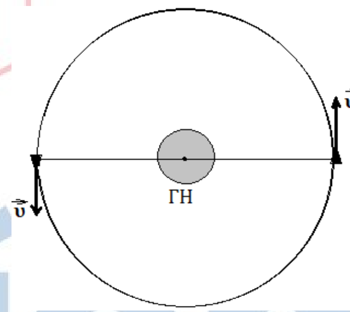
Άρα η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h_1)}{\upsilon} = 12800\pi\ \mathrm{s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Μονάδες 7

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon = 16 \cdot 10^6\ \mathrm{Kg \cdot m/s}$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + (-m_1\upsilon_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon - m_1\upsilon_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s} \quad (\text{μονάδες } 3)$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων υ και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

16710

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου μεταβαίνει μέσω αντιστρεπτής μεταβολής από όγκο V_0 σε διπλάσιο όγκο. Η μεταβολή αυτή, η οποία οδηγεί στο διπλασιασμό του όγκου, μπορεί να είναι είτε ισόθερμη, είτε ισοβαρής.

(α) Το έργο στην ισόθερμη είναι ίσο με το έργο στην ισοβαρή.

(β) Το έργο στην ισόθερμη είναι μικρότερο από το έργο στην ισοβαρή.

(γ) Το έργο στην ισόθερμη είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισοβαρή.

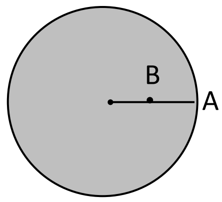
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο δίσκος του σχήματος περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα, γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Το σημείο Β βρίσκεται στο μέσον μίας ακτίνας του δίσκου ενώ το σημείο Α στην περιφέρεια του δίσκου. Ισχύει:



(α) $T_A < T_B$, **(β)** $v_A = 2v_B$, **(γ)** $\omega_A = 2\omega_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16710-Λύση

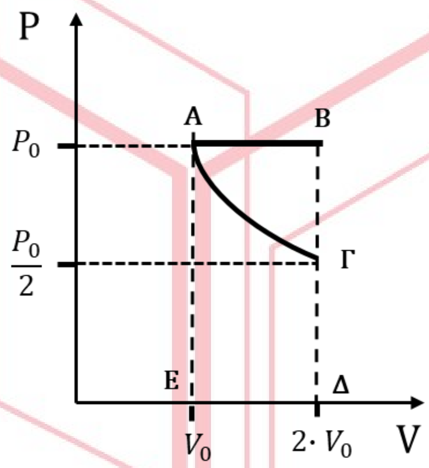
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα διαγράμματα $P - V$ που αντιστοιχούν στην ισοβαρή και στην ισόθερμη μεταβολή φαίνονται παρακάτω:



Μονάδες 4

Για το έργο της ισοβαρούς αντιστρεπτής μεταβολής AB ισχύει:

$$W_{ισοβ.} = Εμβαδόν(ΑΒΔΕ)$$

Ενώ για το έργο της ισόθερμης αντιστρεπτής μεταβολής $ΑΓ$ ισχύει:

$$W_{ισοθ.} = Εμβαδόν(ΑΓΔΕ)$$

Όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα:

$$Εμβαδόν(ΑΓΔΕ) < Εμβαδόν(ΑΒΔΕ) \Rightarrow \boldsymbol{W_{ισοθ.} < W_{ισοβ.}}$$

Μονάδες 4

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ομαλής κυκλικής κίνησης έχουμε:

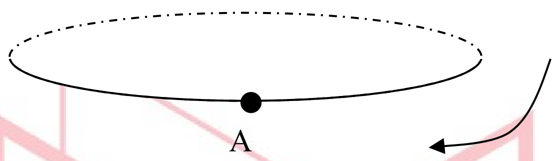
$$\upsilon_A = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_A}{T_A} \xRightarrow{R_A = 2 \cdot R_B, \quad T_A = T_B} \upsilon_A = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R_B}{T_B} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16711

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην τροχιά που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η κυκλική τροχιά του σχήματος είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, και το σώμα περιστρέφεται κατά τη φορά που δείχνει το βέλος.



2.1.Α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της γωνιακής και γραμμικής του ταχύτητας, όταν το σώμα βρίσκεται στο σημείο Α.

Μονάδες 4

2.1.Β. Η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα του σχήματος είναι κάθετη ή όχι στη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητάς τους σε κάθε χρονική στιγμή;

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου τοποθετείται σε οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο που έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και θερμαίνεται ισοβαρώς. Η θερμότητα που μεταβιβάζεται στο αέριο είναι $500\ \mathrm{J}$ ενώ η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται κατά $400\ \mathrm{J}$. Στο έμβολο ασκείται δύναμη $2000\ \mathrm{N}$ από το αέριο.

Το έμβολο μετατοπίζεται κατά

(α) 5 cm, **(β)** 5 mm, **(γ)** 0,05 cm

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

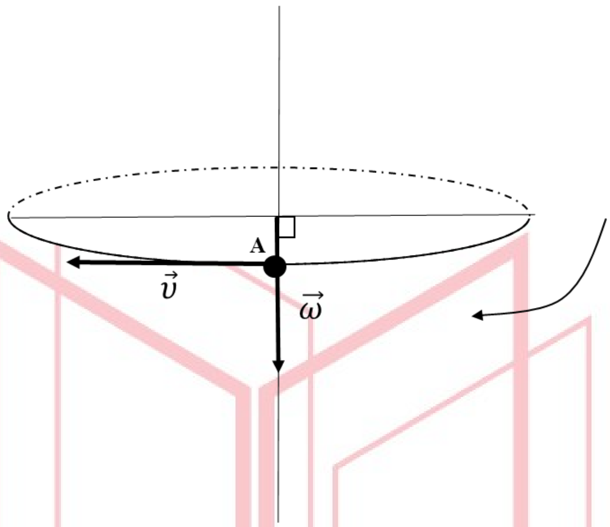
Μονάδες 9

16711-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό, ενώ μεταβάλλεται η κατεύθυνσή της, καθώς είναι εφαπτόμενη στην τροχιά σε κάθε σημείο της. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας στην Κ.Ο.Κ. το σώμα δέχεται επιτάχυνση, η οποία έχει την διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς και φορά προς το κέντρο της (κεντρομόλος επιτάχυνση). Άρα η διεύθυνσή της θα είναι συνεχώς κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}_\kappa$, οπότε και το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης στην Ο.Κ.Κ., ως ομόρροπο της επιτάχυνσης θα έχει συνεχώς διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον 1ο Θερμοδυναμικό Νόμο:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow 500\ \text{J} = 400\ \text{J} + W \Rightarrow \boldsymbol{W = 100\ \text{J}}$$

Έχουμε

$$W = 100\ \text{J} \Rightarrow p \cdot \Delta V = 100\ \text{J} \Rightarrow \frac{F}{A}(A \cdot \Delta x) = 100\ \text{J} \Rightarrow 2000\ \text{N} \cdot \Delta x = 100\ \text{J} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x} = \frac{100\ \text{J}}{2000\ \text{N}} = \boldsymbol{0,05\ \text{m}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

16737

2.1. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ αντίστοιχα, βρίσκονται στο ίδιο μικρό ύψος h από το έδαφος και εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες u_1 και $u_2 = 3u_1$ αντίστοιχα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε

(α) το σώμα Α θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(β) το σώμα Β θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(γ) τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δέσμη ηλεκτρονίων εκτοξεύεται με ταχύτητα u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και κατά την έξοδο από το πεδίο, η δέσμη έχει απόκλιση $y_{max} = 4cm$. Αν διπλασιάσουμε την ταχύτητα εκτόξευσης της δέσμης στο πεδίο, τότε η απόκλιση στην έξοδο θα είναι

(α) $1cm$, **(β)** $4cm$, **(γ)** $8cm$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16737-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην οριζόντια βολή, ο χρόνος πτώσης ενός σώματος από σταθερό ύψος H δίνεται από την σχέση $t=\sqrt{\frac{2H}{g}}$, δηλαδή είναι ανεξάρτητος από το μέτρο της ταχύτητας και την μάζα του σώματος. Κατά συνέπεια, τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόκλιση των ηλεκτρονίων μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση τροχιάς, η οποία είναι παραβολή. Στην έξοδο η απόκλιση είναι

$$y_{max}=\frac{a}{2u_0^2}x^2$$

Η επιτάχυνση δεν εξαρτάται από την ταχύτητα u_0, οπότε η απόκλιση είναι αντίστροφα ανάλογη με το τετράγωνο της αρχικής ταχύτητας. Όταν η αρχική ταχύτητα διπλασιαστεί, η απόκλιση στην έξοδο θα υποτετραπλασιαστεί και θα γίνει $\frac{4cm}{4}=1cm.$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 16738

Μία μπάλα εκτοξεύεται από την ταράτσα ενός κτιρίου, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = \frac{20m}{s}$ και κατεύθυνση ένα γειτονικό κτήριο που απέχει $d = 30m$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε

4.1. πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα να χτυπήσει το γειτονικό κτήριο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο απέχει το σημείο που χτύπησε η μπάλα το απέναντι κτήριο από το έδαφος;

Μονάδες 6

4.3. ποιο είναι το μέτρο της ορμής της όταν συναντάει το απέναντι κτήριο, αν η μπάλα έχει μάζα m=0,5Kg;

Μονάδες 7

4.4. ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, με την οποία πρέπει να βληθεί η μπάλα για να χτυπήσει το κτήριο;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16738-Λύση

4.1. Η μπάλα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $20m$. Όταν θα συναντήσει το γειτονικό κτήριο, η οριζόντια μετατόπισή της θα είναι ίση με την οριζόντια απόσταση των κτηρίων. Χρησιμοποιώντας την σχέση που δίνει την οριζόντια μετατόπιση ενός σώματος στην οριζόντια βολή έχουμε

$$d = u_0 t \Leftrightarrow t = \frac{d}{u_0} = \frac{30m}{20\frac{m}{s}} = 1{,}5s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας όταν συναντάει το γειτονικό κτήριο είναι

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}(1{,}5s)^2 = 11{,}25m$$

Κατά συνέπεια, το σημείο στο οποίο χτύπησε η μπάλα θα απέχει από το έδαφος απόσταση l, η οποία είναι

$$l = h - y = 20m - 11{,}25m = 8{,}75m$$

Μονάδες 6

4.3. Η ταχύτητα σε κάθε σημείο της τροχιάς είναι εφαπτομενική και προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας. Όταν συναντήσει το γειτονικό κτίριο, το μέτρο της θα είναι

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{20^2 + (10 \cdot 1{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{400 + 225}\frac{m}{s} = \sqrt{625}\frac{m}{s} = 25\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής της μπάλας εκείνη την στιγμή είναι

$$P = mu = 0{,}5kg \cdot 25\frac{m}{s} = 12{,}5\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας όταν εκτελεί οριζόντια βολή, είναι ανάλογη με την αρχική ταχύτητα u_0 για δεδομένο ύψος. Κατά συνέπεια, όσο αυξάνουμε την αρχική ταχύτητα, τόσο πιο μεγάλη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) θα έχει η μπάλα. Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα, που πρέπει να έχει η μπάλα είναι αυτή που αντιστοιχεί σε οριζόντια μετατόπιση ίση με την απόσταση των κτηρίων, ώστε το σημείο σύγκρουσης να είναι στην βάση του γειτονικού κτηρίου. Συνεπώς, θα πρέπει το σημείο (d, h) να ανήκει στην τροχιά της μπάλας. Με αντικατάσταση στην εξίσωση τροχιάς έχουμε

$$h = \frac{g}{2u_{0,min}^2}d^2 \Leftrightarrow 2hu_{0,min}^2 = gd^2 \Leftrightarrow u_{0,min} = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 30m\sqrt{\frac{10\frac{m}{s^2}}{40m}} = \frac{30m}{2s} = 15\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16740

Η Ιώ και η Ευρώπη είναι τα δύο πιο κοντινά φεγγάρια του πλανήτη Δία. Η Ιώ περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R_{I\omega} = 432 \cdot 10^3$ km γύρω από τον Δία σε 1,57 ημέρες. Αντίστοιχα, η ακτίνα περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία, είναι $R_{Eu} = 675 \cdot 10^3$ km. Δίνεται $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg.s^2}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα περιστροφής της Ιούς γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.2. Την μάζα του πλανήτη Δία.

Μονάδες 6

4.3.Την περίοδο περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.4.Την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς, αν η ακτίνα της είναι $r_I = 1800$ km και η μάζα της $m_I = 9 \cdot 10^{22}$ kg. Δίνεται $\sqrt{6{,}67} = 2{,}58$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16740-Λύση

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_K$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_{\kappa} \Leftrightarrow G\frac{M_\Delta \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G\frac{M_\Delta}{R_I}} \qquad (1)$$

$$u_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2.10^4 m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \qquad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1.57 \text{ days} = 1{,}57 \cdot 86400 \text{ s}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{m^3}{kg.s^2}$

$R_I = 432 \cdot 10^3 km = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$

και τελικά $M_\Delta = 2{,}59 \cdot 10^{27} kg$

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι : $T_{E\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{R_{E\upsilon}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη : $\frac{T_I}{T_{E\upsilon}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{E\upsilon}^3}} \Leftrightarrow \frac{1{,}57}{T_{E\upsilon}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}95 \text{ days}$

16740-Λύση

Μονάδες 6

4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

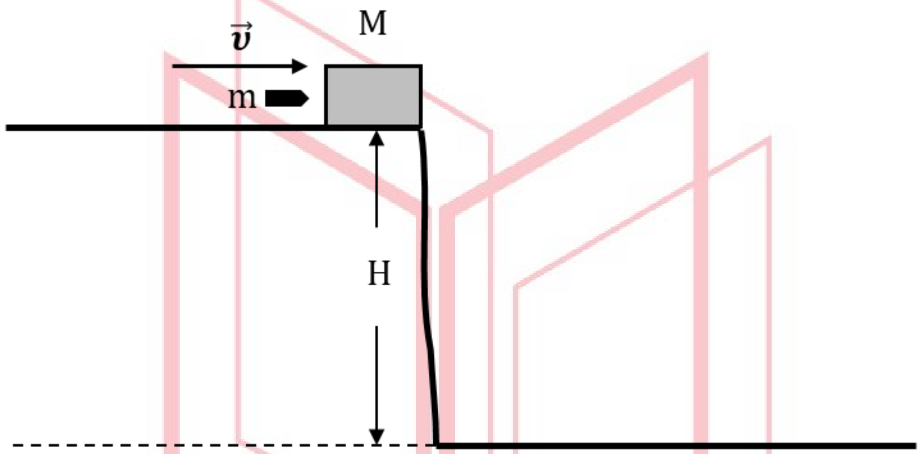
$$u_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2{,}58 \cdot 10^3 = 2{,}58\ \mathrm{km/s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

16851

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 1{,}95\ \mathrm{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας, η οποία βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ \mathrm{m}$, πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 50\ \mathrm{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ’ αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και καταλήγει στη θάλασσα.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα V_Σ του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

4.3. Τη χρονική διάρκεια της καθόδου του συσσωματώματος, μέχρις αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

4.4. Την οριζόντια απόσταση s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), μέχρις ότου φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$ και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

16851-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot υ = (m + M) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow 0{,}05\ \text{kg} \cdot 100\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} = (0{,}05\ \text{kg} + 1{,}95\ \text{kg}) \cdot V_Σ$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_Σ = 2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 6

4.2.

Υπολογισμός της απώλειας Κινητικής Ενέργειας κατά την κρούση:

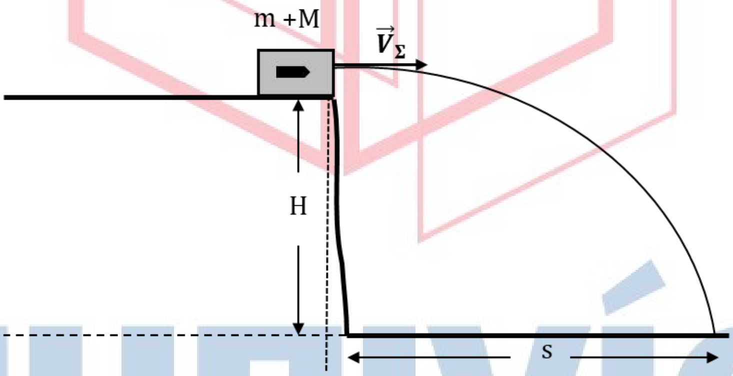
$$ΔK = \left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_Σ^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2\right|$$

$$\Rightarrow ΔK = \left|\frac{1}{2} \cdot 2\ \text{kg} \cdot (2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \text{kg} \cdot (100\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2\right|$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{ΔK = 243{,}75\ \text{J}}$$

Μονάδες 7

4.3.



Υπολογισμός της χρονικής διάρκειας καθόδου:

Καθώς η οριζόντια βολή είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης 2 κινήσεων, μιας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα yy' και μιας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα xx', οι οποίες εκτελούνται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη (αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων), για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας καθόδου έχουμε:

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 3\ \text{s}}$$

Μονάδες 6

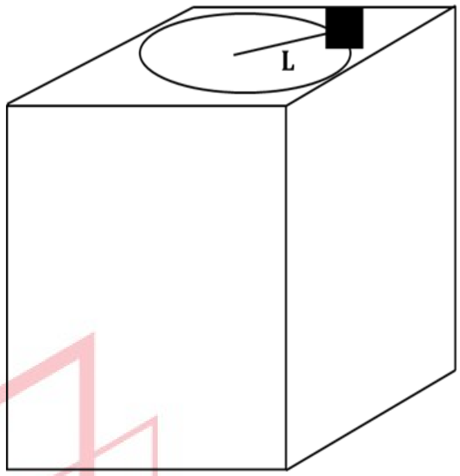
4.4. Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς χρησιμοποιούμε την εξίσωση θέσης-χρόνου της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, για την κίνηση στον οριζόντιο άξονα xx' .

$$s = V_Σ \cdot t \Rightarrow s = 2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} \cdot 3\ \text{s} \Rightarrow \boldsymbol{s = 7{,}5\ \text{m}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

16853



Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20\,\mathrm{m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3\,\mathrm{kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο επάνω στην επιφάνεια της ταράτσας. Το κουτί κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\,\mathrm{m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρονικό διάστημα $0{,}2 \cdot \pi\,\mathrm{s}$. Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται, ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει, να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1\,\mathrm{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.

4.1. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού με το οποίο είναι δεμένο το κουτί A.

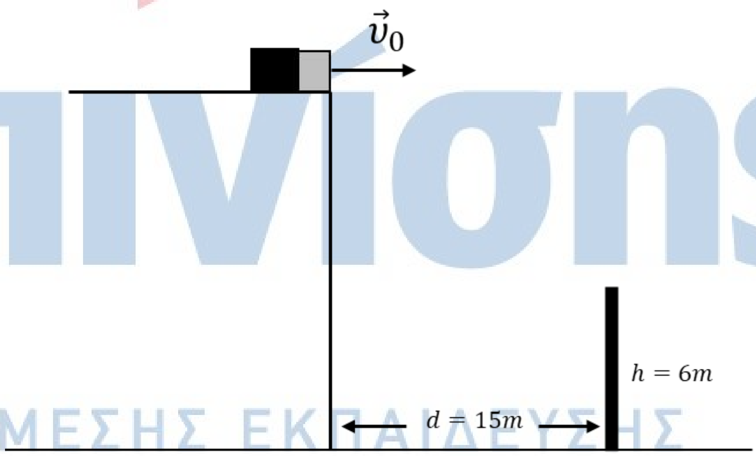
Μονάδες 4

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα, καθώς και πόσο μακριά από την βάση του κτιρίου, το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος .

Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Μονάδες 6



4.4. Έστω ότι σε απόσταση $d = 15\,\mathrm{m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6\,\mathrm{m}$. Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A επάνω στην ταράτσα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\,\mathrm{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

16853-Λύση

4.1. Το κουτί A εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κύκλο ακτίνας L. Με βάση τις εξισώσεις της κυκλικής ομαλής κίνησης προκύπτει:

$$\upsilon = \omega \cdot L \Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi}{T} \cdot L \Rightarrow L = \frac{T \cdot \upsilon}{2\pi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{0{,}2\pi \text{ s} \cdot 20 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}}}{2\pi} \Rightarrow \boldsymbol{L = 2 \text{ m}}$$

Μονάδες 4

4.2. Όταν κόβεται το σχοινί, το κουτί A λόγω αδράνειας, ολισθαίνει επάνω στην ταράτσα κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς και με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20 \text{ m/s}$, με την οποία και συγκρούεται πλαστικά με το κουτί B.

Μονάδα 1

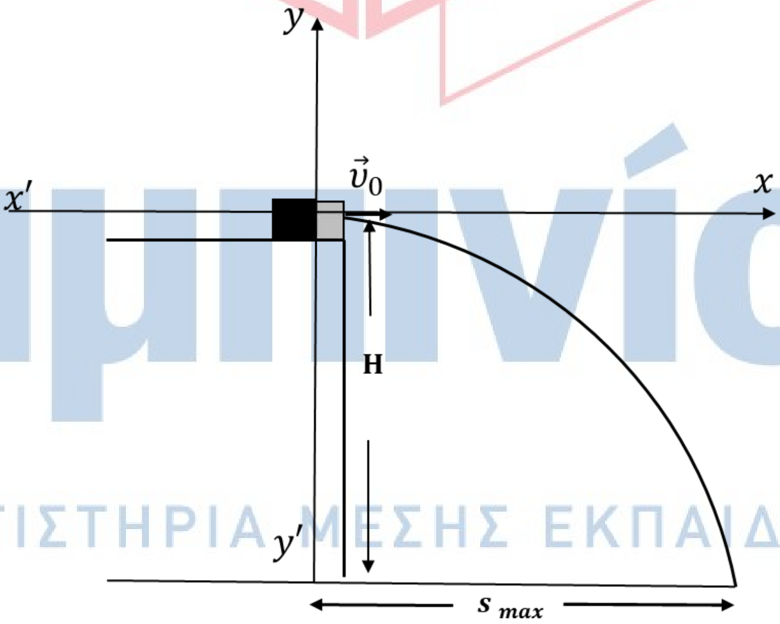
Για τη πλαστική κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon = (m_1 + m_2) \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \frac{3 \text{ kg} \cdot 20 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}}}{4 \text{ kg}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_0 = 15 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 2

Το συσσωμάτωμα, αφού εγκαταλείψει το κτίριο εκτελεί οριζόντια βολή.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή ενώ στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Μονάδα 1

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{10 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 2 \text{ s}}$$

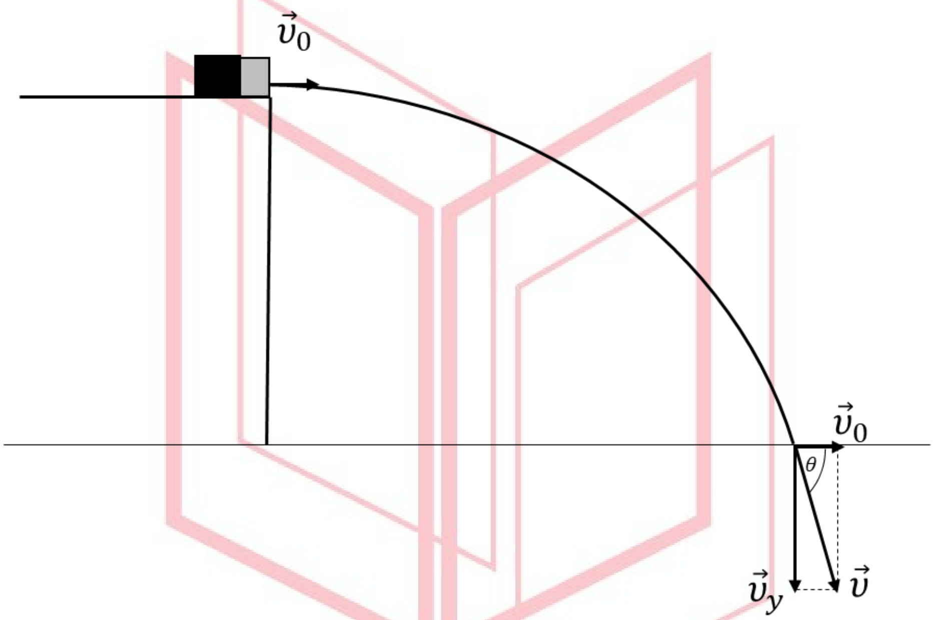
16853-Λύση

Επομένως η απόσταση από την βάση του κτιρίου, που το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (βεληνεκές) είναι:

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = 15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_{max} = 30\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 2+2=4

4.3.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος προκύπτει από την σχέση:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (1)$$

$$\upsilon_y = g \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_y = 20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (2)$$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \xRightarrow{(1),(2)} \upsilon = \sqrt{(15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + (20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 25\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 4

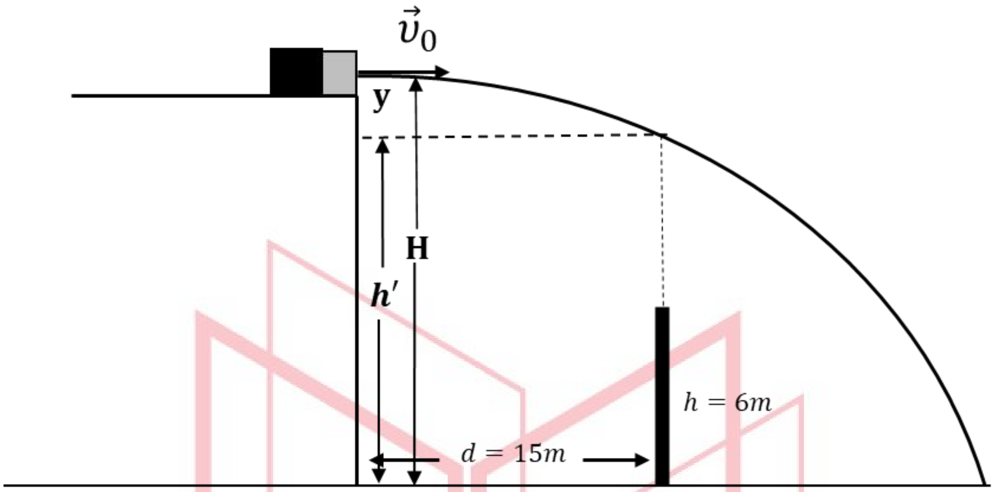
και η διεύθυνση της $\vec{\upsilon}$:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{20\ ^{m}/_{s}}{15\ ^{m}/_{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$$

Μονάδες 2

4.4.

16853-Λύση



Το συσσωμάτωμα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά 15 m, την χρονική στιγμή t_1.

$$d = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{\upsilon_0} = \frac{15\ \mathrm{m}}{15\ \mathrm{m}/\mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1\ \mathrm{s}}$$

Μονάδες 3

Την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω, από τη θέση που ξεκίνησε, κατά:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot (1\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 3

Άρα απέχει από το έδαφος :

$$h' = H - y = 20\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{h' = 15\ \mathrm{m}}$$

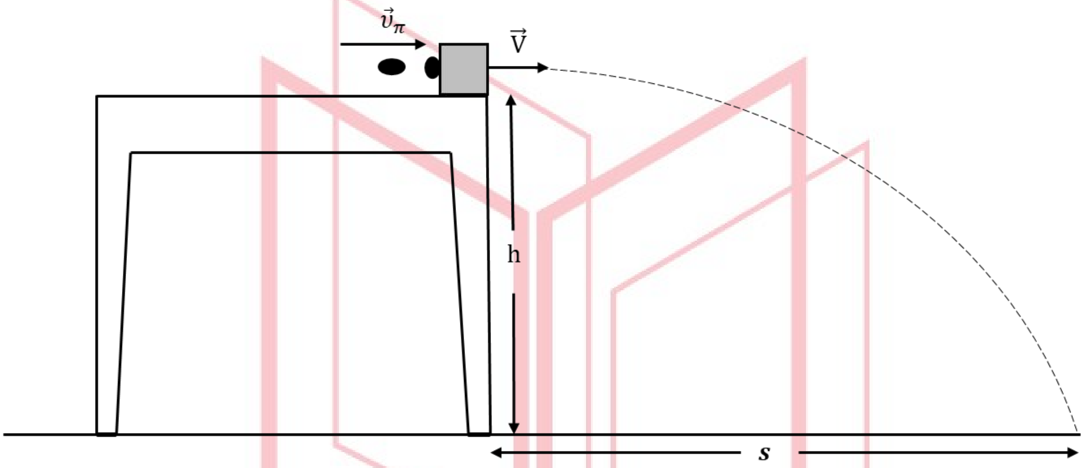
Επομένως θα περάσει πάνω από τον στύλο.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4

16857

Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας $M = 30\,\mathrm{g}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος $h = 0{,}8\,\mathrm{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = 10\,\mathrm{g}$, έτσι ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα υ_π με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}8\,\mathrm{m}$ από το σημείο βολής.



4.1. Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Ποια η ταχύτητα υ_π με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία $\varphi = 45^0$ ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί η γωνία αυτή με απλή παρατήρηση, ώστε να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του μαθητή. Με τα δεδομένα που έχετε και τα αποτελέσματα, πού έχουν προκύψει από τα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιό από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό, στο οποίο πρέπει να καταλήξετε;

Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

(α) $\varphi = 45^0$, **(β)** $\varphi < 45^0$, **(γ)** $\varphi > 45^0$

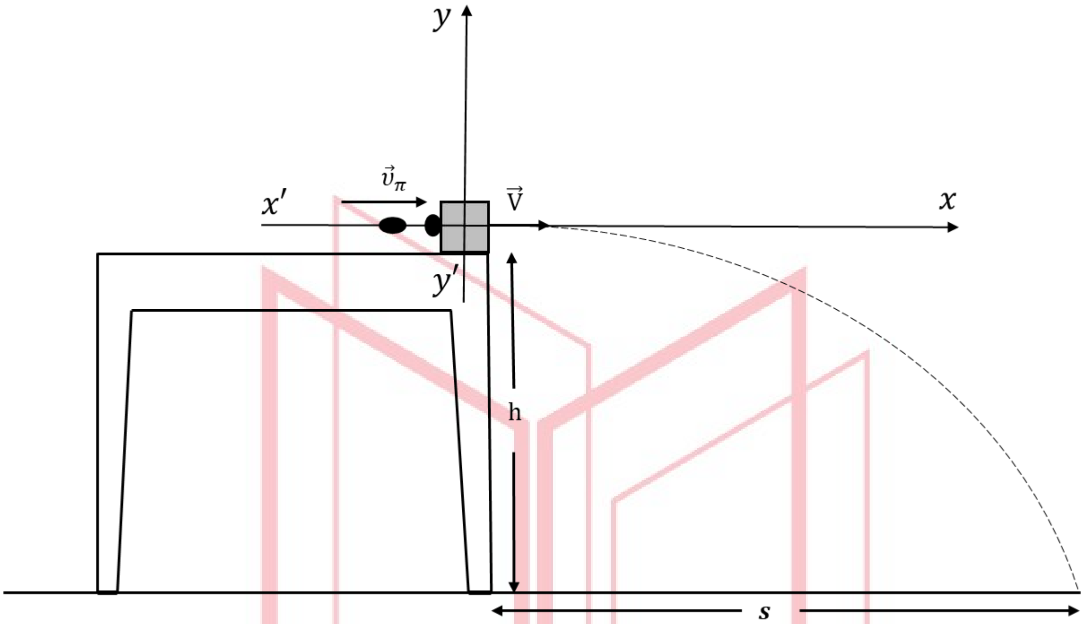
Δίνεται: $\varepsilon\varphi 45^0 = 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

16857-Λύση

4.1.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στον $y'y$ είναι ελεύθερη πτώση.

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 0{,}4\ \mathrm{s}}$$

Οπότε η οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος υπολογίζεται:

$$s = V \cdot t \Rightarrow 0{,}8\ \mathrm{m} = V \cdot 0{,}4\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει για την πλαστική κρούση η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_\pi = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_\pi = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V}{m_1} \Rightarrow$$

$$V = \frac{40\ \mathrm{g} \cdot 2\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}{10\ \mathrm{g}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}$$

Μονάδες 5

4.3. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται:

$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_\pi^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

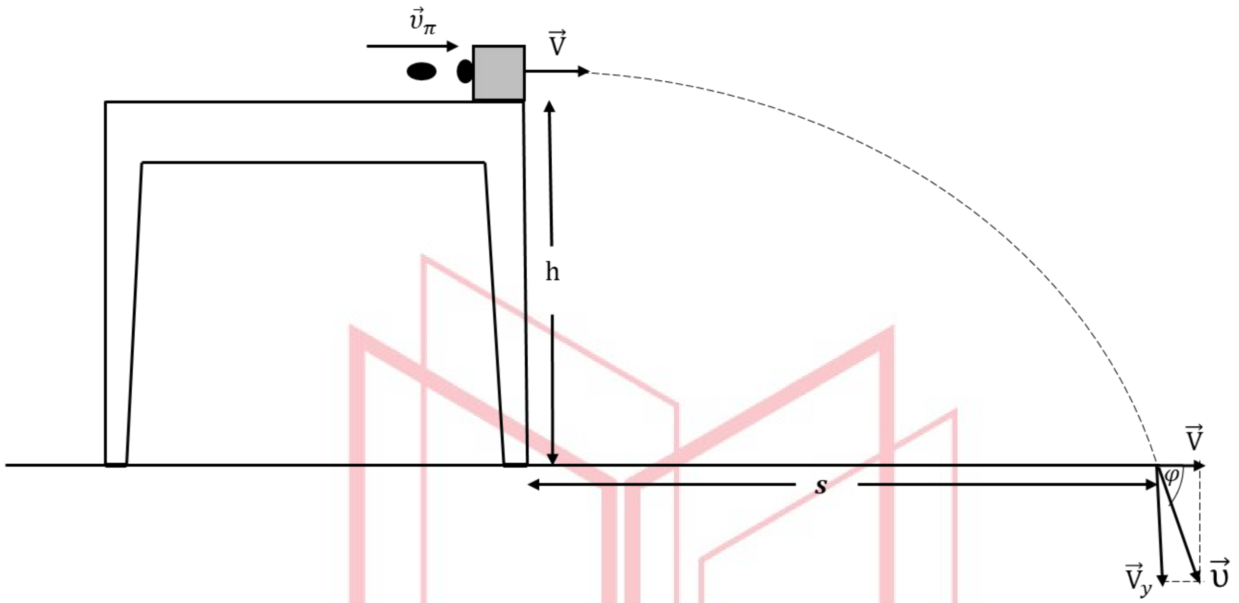
$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (8\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot (2\ \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{K_{απ.} = 0{,}24\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.4.

16857-Λύση



Η διεύθυνση της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο πάτωμα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , της οποίας η εφαπτομένη μπορεί να υπολογιστεί από:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{V_y}{V} = \frac{g \cdot t}{V} = \frac{10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{s}}{2\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi = 2} > \varepsilon\varphi\boldsymbol{45^0} \quad (\boldsymbol{\varepsilon\varphi 45^0 = 1})$$

Άρα:

$\boldsymbol{\varphi} > 45^{\boldsymbol{0}}$ **, σωστή απάντηση η (γ)**

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 16871

2.1. Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια είναι φορτισμένα με ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2 και συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο δάπεδο, σε κοντινή σχετικά μεταξύ τους απόσταση ώστε να αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -0{,}8$ J. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα και τα δύο φορτία ταυτόχρονα να κινηθούν. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μια επόμενη χρονική στιγμή, ενώ ακόμη τα φορτία κινούνται ελεύθερα, η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι δυνατόν να έχει γίνει:

(α) $U' = -1{,}2$ J , **(β)** $U' = -0{,}4$ J , **(γ)** $U' = 0{,}8$ J

2.1.Α Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0. Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η οποία είναι:

(α) ανεξάρτητη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(β) εξαρτώμενη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(γ) πάντα ίση με 45°.

2.2.Α Να επιλέξετε τι συμπληρώνει σωστά την παραπάνω πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16871-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο και οι μεταξύ τους ηλεκτρικές δυνάμεις είναι συντηρητικές επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{αρχ} = K_1 + K_2 + U_{τελ} \quad (1)$$

Μονάδες 4

όπου K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιριδίων.

Από τη σχέση (1) έχουμε

$$U_{αρχ} > U_{τελ} \quad (2)$$

Η πρόταση (α) είναι η μόνη που ικανοποιεί τη συνθήκη (2).

Μονάδες 4

(*Παρατήρηση: Από το αρνητικό πρόσημο της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας συμπεραίνουμε ότι τα σφαιρίδια είναι ετερώνυμα*)

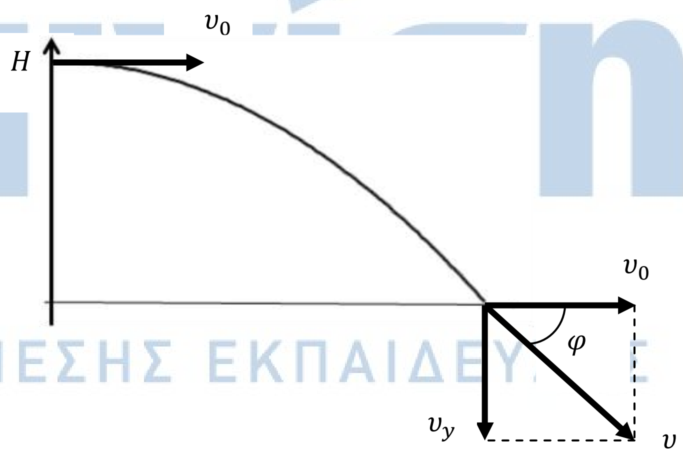
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Στον οριζόντιο άξονα η κίνηση της σφαίρας είναι ευθύγραμμη ομαλή αφού η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος. Στο κατακόρυφο άξονα η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σύμφωνα με το σχήμα η τελική ταχύτητα $υ$ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $φ$, η εφαπτομένη της οποίας δίδεται από τη σχέση



$$εφφ = \frac{υ_y}{υ_0}$$

ΘΕΜΑ 2 16873

2.1. Δύο μπάλες Α και Β κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες με μέτρα υ_A και υ_B αντίστοιχα στην επιφάνεια ενός λείου οριζόντιου τραπεζιού που βρίσκεται σε ύψος h από το δάπεδο και πέφτουν την ίδια χρονική στιγμή από την άκρη του.

Αν $\upsilon_A > \upsilon_B$ ποια σφαίρα θα φθάσει πρώτη στο έδαφος;

(α) η Α , **(β)** η Β , **(γ)** θα φθάσουν ταυτόχρονα

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

Αν κατακόρυφο δοχείο κλείνεται με έμβολο βάρους B και διατομής A, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, ενώ περιέχει αέριο σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε η πίεση του αερίου θα εκφράζεται από τη σχέση:

(α) $P_{\alpha\epsilon\rho\iota o\upsilon} =$ …….. αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα κάτω.

(β) $P_{\alpha\epsilon\rho\iota o\upsilon} =$ …….. αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα πάνω.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 9

Δίνεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση στο χώρο που βρίσκεται το κυλινδρικό δοχείο είναι $Patm$.

16873-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι δύο μπάλες αφού εγκαταλείψουν το τραπέζι εκτελούν οριζόντια βολή. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

Άρα θα φτάσουν στο έδαφος στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ (όπου } h \text{ το ύψος του τραπεζιού)}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

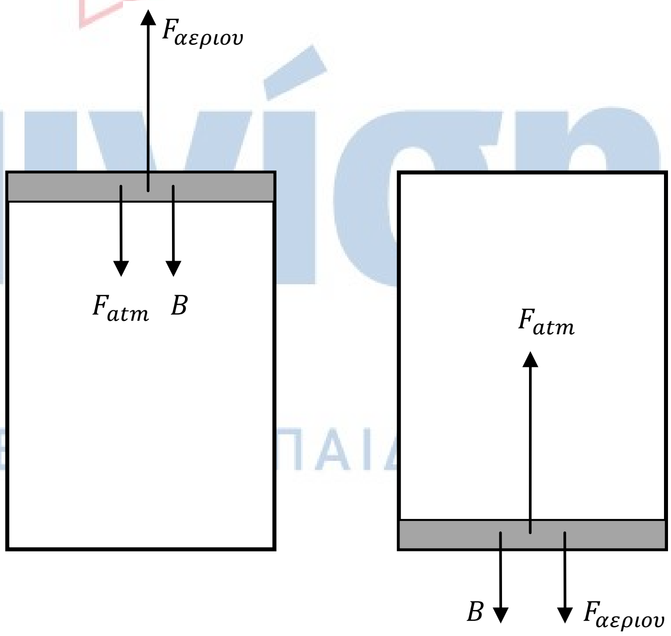
(α) $P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} = P_{atm} + \frac{B}{A}$

(β) $P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} = P_{atm} - \frac{B}{A}$

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το έμβολο ισορροπεί και στις δύο περιπτώσεις.



<u>Περίπτωση Ι</u>. Η βάση του δοχείου προς τα κάτω.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} = F_{atm} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

$$P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} = P_{atm} + \frac{B}{A}$$

<u>Περίπτωση ΙΙ</u>. Η βάση του δοχείου προς τα πάνω.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{atm} = F_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

$$P_{\alpha\varepsilon\rho\iota o\upsilon} = P_{atm} - \frac{B}{A}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 16875

2.1. Η άκρη Δ του δείκτη των δευτερολέπτων σε ένα ρολόι εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ παραμένει σταθερό.

(α) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και έχει σταθερό μέτρο.

(β) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και δεν έχει σταθερό μέτρο.

(γ) Η επιτάχυνση του Δ είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

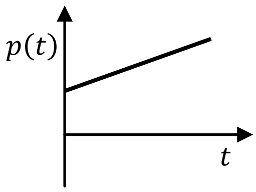
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

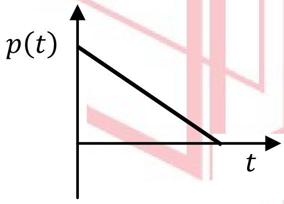
Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ_0 όταν ξαφνικά φρενάρει με αποτέλεσμα να σταματήσει μετά από χρόνο t από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός του πάτησε το φρένο. Θεωρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι σταθερή.

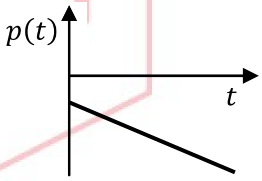
Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστά την ορμή του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



(α)



(β)



(γ)

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

16875-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το άκρο Δ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητάς του, έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς(κεντρομόλος επιτάχυνση) και μέτρο που δίνεται από την σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ η γραμμική ταχύτητα και R η ακτίνα της κυκλικής κίνησης.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό, άρα και το μέτρο της α_κ παραμένει σταθερό και διάφορο του μηδενός.

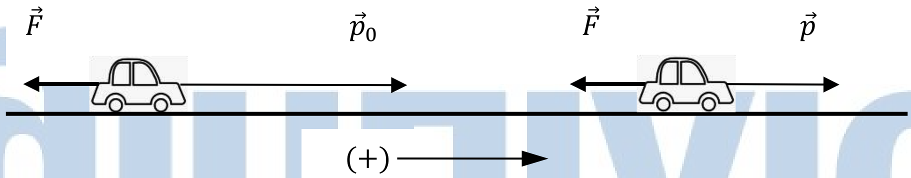
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν $\vec{p}_o = m\vec{\upsilon}_o$ η αρχική ορμή του αυτοκινήτου, από το 2° νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_o$$

Το αυτοκίνητο επιβραδύνεται επομένως η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας και της ορμής του οπότε για τα μέτρα (ορίζοντας τη φορά προς τα δεξιά ως θετική) έχουμε

$$-F(t - t_0) = p(t) - p_0$$

και τελικά (θεωρώντας $t_0 = 0$)

$$p(t) = p_0 - Ft \ (1)$$

[Η σχέση (1) είναι της μορφής $y = \beta - \alpha x$ με $\alpha > 0$]

Μονάδες 9

16875-Λύση

17062

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1{,}25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:

4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ;

Μονάδες 6

4.4. Ποια η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας στη διάρκεια της οριζόντιας βολής;

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

17062-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε χρόνο: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0{,}5sec$. Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$x_{1=}\ u_1 \bullet t = 1m$ και: $x_{2\,=}\ u_2 \bullet t = 5m$.

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4m$$

Μονάδες 6

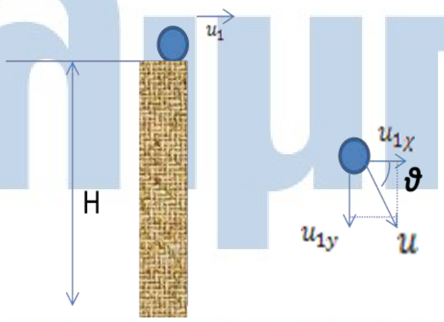
4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$h = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t_1^2 = 0{,}2m$.

Άρα απέχει από το έδαφος: $y = H - h = 1{,}05m$

Μονάδες 6

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ s$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση. Συγκεκριμένα:



$u_{1y} = g \bullet t_1 = 2m/s$ και $u_{1\chi} = u_1 = 2m/s$.

Οπότε: $u = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = 2\sqrt{2}\ m/s$ και:

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_{1y}}{u_{1\chi}} = 1$, δηλαδή θ = 45°

Άρα, το διάνυσμα της ταχύτητας u σχηματίζει γωνία 45° προς τα κάτω, σε σχέση με την οριζόντια διεύθυνση.

Μονάδες 6

4.4. Η ορμή των σφαιρών μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Για τη σφαίρα m_1 ισχύει: $\Delta p_1 = m_1 \bullet u_{1y} - 0 = m_1 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 30kg \bullet m/s$

Για τη σφαίρα m_2 ισχύει: $\Delta p_2 = m_2 \bullet u_{2y} - 0 = m_2 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 10kg \bullet m/s$

Μονάδες 7

17065

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου;

Μονάδες 6

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_Γ$;

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_Γ = 6400 km$.

17065-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου με την περίοδο περιστροφής του είναι:

$u = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma = \frac{4\pi}{T} R_\Gamma$.

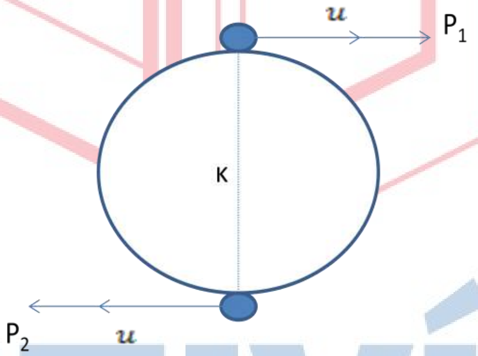
Οπότε: $T = \frac{4\pi}{u} R_\Gamma = 20096\, sec$

Η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \frac{u}{r} = \frac{u}{2R_\Gamma} = 3{,}125 \bullet 10^{-4}\ \mathrm{rad/sec}$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου για μισή περιστροφή ($t = \frac{T}{2}$) είναι:



$\Delta P = P_2 - (-P_1) = P_2 + P_1 = M \bullet u + M \bullet u = 2 \bullet M \bullet u = 4 \bullet 10^6\ \mathrm{kg \bullet m/sec}$, ομόρροπη της ορμής P_2.

Μονάδες 6

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \bullet u - M \bullet u = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

17065-Λύση

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4}$$

Σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$$

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12}$$

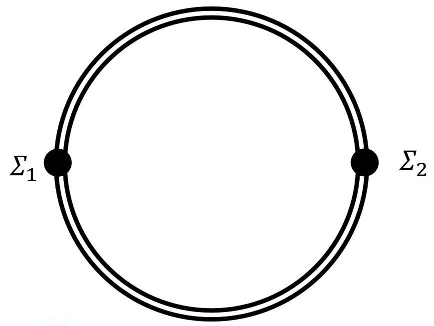
Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$$E_{o\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12} + \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4} = \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{6} = 5{,}33 \bullet 10^9\ J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

17171



Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$ και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1\ \mathrm{g}$ μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3\ \mathrm{m}$, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.

4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 6

4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.

4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

Μονάδες 7

4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

17171-Λύση

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 15\,\mathrm{J}} \;\; (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m} \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \;\; (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}\,\mathbf{J}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{100}\sqrt{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \upsilon_0 - m_2 \upsilon_0 = m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 \xRightarrow{m_1 = m_2 = m}$$

$$m_1 \upsilon_1 - m_2 \upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K \;\; (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(1),(3)} 2\frac{1}{2} m \upsilon_0^2 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K} = \mathbf{20\,J}$$

αλλά

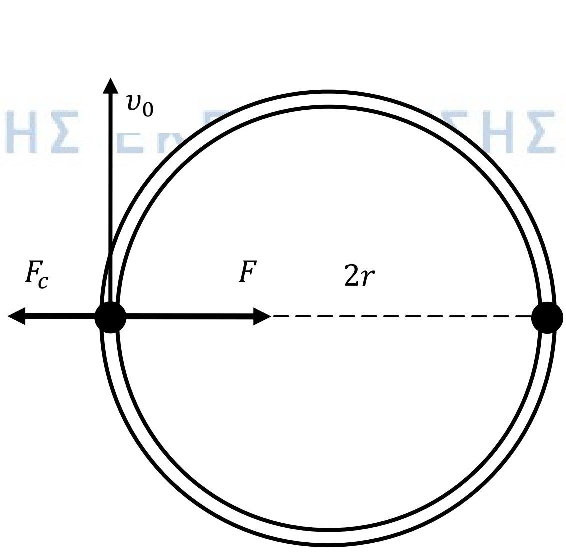
$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{200}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

Μονάδες 7

4.4. Για να εκτελεί το σωματίδιο ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι κάθετες στην ταχύτητά του και να ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa\varepsilon\nu\tau\rho o\mu o\lambda o\varsigma} \Rightarrow F - F_c = \frac{m \upsilon_0^2}{r} \Rightarrow$$

$$F = k_c \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} + \frac{m \upsilon_0^2}{r}$$



Όπου F_c η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων και F η δύναμη που ασκείται από τις κυκλικές ράγες.

Με αντικατάσταση έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathbf{65}}{\mathbf{6}}\,\mathbf{N}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2 19477

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και εκτελεί οριζόντια βολή. Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι διπλάσιο από το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της, είναι ίση με:

α) $\frac{\upsilon_0}{g}$ **β)** $\frac{2\upsilon_0}{g}$ **γ)** $\frac{\upsilon_0}{2g}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στην κατάσταση ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν διπλάσια τιμή από ότι στην Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση δύο διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον τρόπο (1) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισόχωρη – ισοβαρής, ενώ με τον τρόπο (2) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής – ισόχωρη. Η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι W_1 στην πρώτη περίπτωση και W_2 στη δεύτερη.

Ο λόγος των παραπάνω αναφερόμενων έργων $\frac{W_1}{W_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19477-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την οριζόντια βολή στον οριζόντια άξονα X το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα Y εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του σώματος έχει μέτρο $\upsilon_\chi = \upsilon_0$ και η κατακόρυφη $\upsilon_y = g \cdot t_1$.

Όμως, $\upsilon_y = 2\,\upsilon_\chi \;\Rightarrow\; g \cdot t_1 = 2\,\upsilon_0 \;\Rightarrow\; t_1 = \frac{2\upsilon_0}{g}$

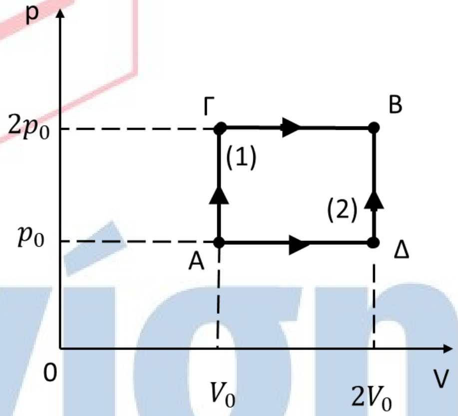
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Σύμφωνα με τον τρόπο (1) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του και στη συνέχεια ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Απεναντίας, σύμφωνα με τον τρόπο (2) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του αερίου και στη συνέχεια ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του. Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ κάθε μεταβολής και του άξονα V είναι ίσο με το αντίστοιχο έργο του αερίου, επομένως:

$W_1 = 2p_0(2V_0 - V_0) \;\Rightarrow W_1 = 2p_0 \cdot V_0 \;\; (1)$

και

$W_2 = p_0(2V_0 - V_0) \;\Rightarrow W_2 = p_0 \cdot V_0 \;\; (2)$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $\frac{W_1}{W_2} = 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19480

2.1. Πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο βρίσκεται ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και θετικού φορτίου q_1. Στο ίδιο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο και σε απόσταση r από το σώμα Σ_1 βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m_1$ και αρνητικού φορτίου q_2. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι K_1 και K_2 αντίστοιχα.

Ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = 1$ **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος Η με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ και εκτελεί οριζόντια βολή με βεληνεκές S. Αν εκτοξεύσουμε οριζόντια το ίδιο σώμα από το ίδιο σημείο με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές:

α) παραμένει ίδιο **β)** διπλασιάζεται **γ)** τετραπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19480-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

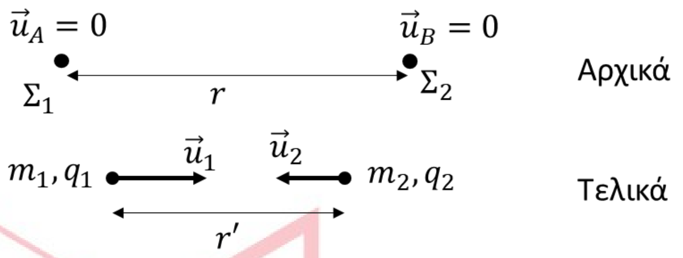
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ από την αρχική στην τελική κατάσταση του συστήματος.



$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1u_1 - m_2u_2 \;\Rightarrow\; m_1u_1 = m_2u_2 \;\Rightarrow\; m_1u_1 = 2m_1u_2 \;\Rightarrow\; u_1 = 2u_2$

Επομένως, $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1u_1^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1 \cdot 4u_2^2}{2m_1 \cdot u_2^2} \;\Rightarrow\; \frac{K_1}{K_2} = 2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την οριζόντια βολή, στον κατακόρυφο άξονα Υ το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν t_π είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος, τότε: $H = \frac{1}{2} g \cdot {t_\pi}^2$

Το χρονικό διάστημα t_π εξαρτάται μόνο από το ύψος H και το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας, επομένως είναι ίδιο ανεξάρτητα από την τιμή της οριζόντιας ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το σώμα.

Στον οριζόντιο άξονα Χ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_1 = \upsilon_0 \cdot t_\pi$

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_2 = 2\upsilon_0 \cdot t_\pi$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, $S_2 = 2S_1$.

Επομένως, το βεληνεκές διπλασιάζεται όταν εκτοξεύσουμε το σώμα με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}_0$.

19480-Λύση

$x = \upsilon_0 \cdot t$ (1)

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος μετατοπίζεται οριζόντια κατά $x = s$ σε χρόνο πτώσης $t = t_\pi$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχω

Με απαλοιφή του χρόνου πτώσης t_π από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$$H = \frac{g \cdot S^2}{2\upsilon_0^2} \Longrightarrow S = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρώ ότι το βεληνεκές S είναι ανάλογο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας, επομένως, όταν διπλασιαστεί η αρχική ταχύτητα θα διπλασιαστεί και το βεληνεκές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 19486

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_o = 30\frac{m}{s}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1, σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1.

Μονάδες 6

4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2, τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

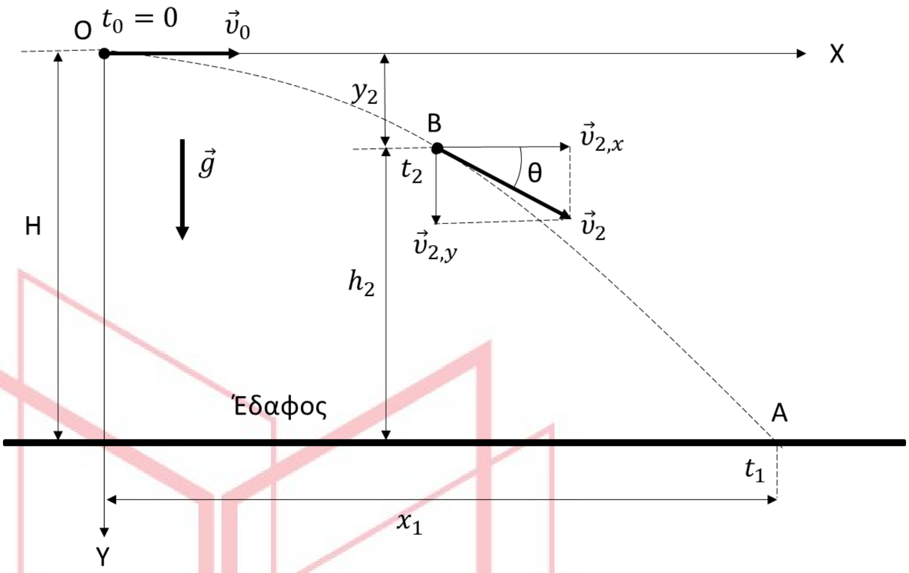
Μονάδες 6

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 4) και τη μεταβολή της ορμής του μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 3).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19486-Λύση



4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα X είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Y ελεύθερη πτώση.
Για τη θέση A:

$$y_1 = H \Rightarrow \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow t_1 = 6s$$

$$x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow x_1 = 180\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη θέση B.

$$y_2 = \tfrac{1}{2} g \cdot t_2^2 \Rightarrow y_2 = \tfrac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2\ m \Rightarrow y_2 = 45\ m$$

Όμως, $h_2 = H - y_2 \Rightarrow h_2 = (180 - 45)\ m \Rightarrow h_2 = 135\ m$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_{2x} + \vec{\upsilon}_{2y}$

$$\upsilon_{2x} = \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_{2x} = 30\frac{m}{s} \quad \text{και} \quad \upsilon_{2y} = g \cdot t_2 \Rightarrow \upsilon_{2y} = 3 \cdot 10\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_{2y} = 30\frac{m}{s}$$

Επομένως,

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{30^2 + 30^2}\ \frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_2 = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{2x}}{\upsilon_{2y}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{30}{30} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^o$$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_2, όπως και κάθε χρονική στιγμή από $t_0 = 0$ έως t_1, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = 1 \cdot 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Επίσης, $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t_2 \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot (t_2 - 0) \Rightarrow \Delta\vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot t_2$

Επομένως, η μεταβολή της ορμής από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = 1 \cdot 10 \cdot 3\ \frac{Kg \cdot m}{s} \Longrightarrow \Delta p_2 = 30\ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19488

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\,Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\,m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ που έχει μέτρο $\upsilon_o = 10\,\frac{m}{s}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο Ο ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\,Kg$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Μονάδες 6

4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\,s$.

Μονάδες 6

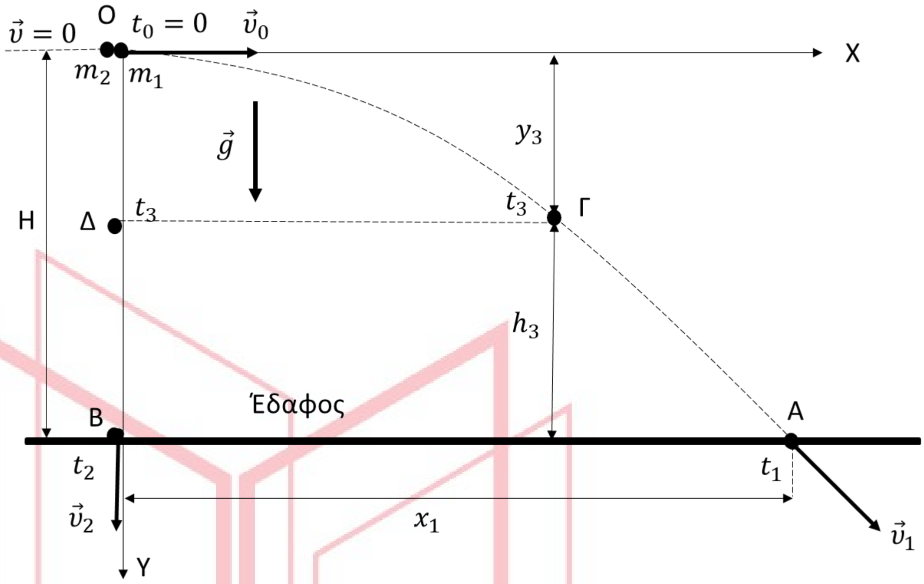
4.4. Τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

19488-Λύση

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση. Το σώμα μάζας m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση.



Για τη θέση Α:

$y_1 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \implies$

$\implies t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_1 = 3s$

Για τη θέση Β:

$$y_2 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = H \implies t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} s \implies t_2 = 3s$$

Παρατηρούμε ότι $t_1 = t_2 = 3s$. Αυτό οφείλεται στο ότι τα δύο σώματα εκτελούν την ίδια κίνηση στον άξονα Υ.

Μονάδες 6

4.2. Αφού τα δύο σώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα την ίδια κίνηση στον κατακόρυφο άξονα Υ και από το ίδιο ύψος, θα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στην ίδια κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος, ενώ η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση αυξάνει συνέχεια λόγω της οριζόντιας κίνησης του σώματος μάζας m_1 στον οριζόντιο άξονα Χ. Η απόσταση των δύο σωμάτων είναι μέγιστη τη στιγμή που φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος και είναι ίση με x_1.

$$x_1 = v_0 \cdot t_1 \implies x_1 = 10 \cdot 3\, m \implies x_1 = 30\, m$$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_3 τα δύο σώματα έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση y_3.

$$y_3 = \frac{1}{2} g \cdot t_3^2 \implies y_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\, m \implies y_3 = 5\, m$$

Όμως, $h_3 = H - y_3 \implies h_3 = (45 - 5)\, m \implies h_3 = 40\, m$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \implies \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Επομένως, $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \implies \Delta\vec{p} = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot g \cdot t_1 \implies \Delta p_1 = 1 \cdot 10 \cdot 3\, \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p_1 = 30\, \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Το ίδιο ισχύει για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2. Δηλαδή, έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = m_2 \cdot g \cdot t_2 \Rightarrow \Delta p_2 = 2 \cdot 10 \cdot 3 \frac{Kg \cdot m}{s} \Rightarrow \Delta p_2 = 60 \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 19651

2.1. Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, από ύψος H, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$. Το βεληνεκές της είναι ίσο με S_1. Αν το ίδιο σώμα εκτελέσει οριζόντια βολή από ύψος $4H$, με την ίδια αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_o$, τότε το βεληνεκές:

(α) δε μεταβάλλεται.
(β) υποδιπλασιάζεται.
(γ) διπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι το σώμα δέχεται μόνο το βάρος του, που είναι σταθερό.

2.2. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_1 και $R_2 = 2 \cdot R_1$ αντίστοιχα, ενώ οι συχνότητες περιστροφής τους συνδέονται με τη σχέση $f_2 = \frac{f_1}{4}$.
Για τα μέτρα υ_A και υ_B των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών, ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \upsilon_1$, **(β)** $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$, **(γ)** $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19651-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το βεληνεκές είναι ανάλογο του ολικού χρόνου πτώσης του σώματος και δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$, υπολογίζεται ως εξής:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Όταν το ύψος από το οποίο βάλλεται το σώμα γίνει ίσο με $4H$, τότε ο ολικός χρόνος πτώσης διπλασιάζεται. Συνεπώς, διπλασιάζεται και το οριζόντιο βεληνεκές.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας με τη συχνότητα είναι:

$$\upsilon = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

Για το 1^o σώμα:

$$\upsilon_1 = 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1 \ (1)$$

Για το 2^o σώμα:

$$\upsilon_2 = 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2 \ (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη $\frac{(1)}{(2)}$:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{R_1 \cdot f_1}{R_2 \cdot f_2}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{R_1 \cdot f_1}{2 \cdot R_1 \cdot \frac{f_1}{4}}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2, \quad \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

19652

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ακτίνας R, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η περίοδος της κίνησης του σώματος είναι ίση με T. Αν το σώμα αυτό, κινηθεί σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας και η περίοδος περιστροφής παραμείνει η ίδια, τότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της νέας κίνησης θα:

(α) διπλασιαστεί.
(β) υποδιπλασιαστεί.
(γ) παραμείνει το ίδιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σφαίρα Α, μάζας $m_1 = m$,που κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, διπλάσιας μάζας ($m_2 = 2 \cdot m_1$), που βρίσκεται στο ίδιο δάπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

(α) $\frac{K}{4}$, **(β)** $\frac{K}{3}$, **(γ)** $\frac{3 \cdot K}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19652-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η γραμμική ταχύτητα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Αν $R' = 2 \cdot R$, τότε η γραμμική ταχύτητα γίνεται:

$$\upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot R'}{T}, \quad \upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \upsilon$$

Άρα, θα διπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$m \cdot \upsilon = (m + 2 \cdot m) \cdot v, \quad v = \frac{\upsilon}{3}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m + 2 \cdot m) \cdot v^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m \cdot \upsilon^2, \quad K_\sigma = \frac{K}{3}$$

Μονάδες 9

19653

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK) του σώματος, κατά τη χρονική διάρκεια που διανύει ένα ημικύκλιο, ισούται με:

(α) 0.
(β) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$.
(γ) $m \cdot \upsilon^2$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα m_1 και το δεύτερο m_2, ενώ τα δύο κομμάτια εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2 αντίστοιχα.
Αν γνωρίζετε ότι το βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, οι μάζες m_1 και m_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

19653-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, συνεπώς, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό.

Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2.$$

Άρα, και η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}, \quad \Delta K = K - K, \quad \Delta K = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}\ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \quad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_1, \ \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda}, \ \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2,$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2, \ m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot 2 \cdot \upsilon_1, \ m_1 = 2 \cdot m_2, \ \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Μονάδες 9

20105

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όχημα κινείται σε κυκλική πλατεία με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης:

(α) παραμένει σταθερό.
(β) διπλασιάζεται.
(γ) τετραπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια, που εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2 αντίστοιχα. Αν γνωρίζετε ότι το οριζόντιο βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του οριζόντιου βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20105-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η κεντρομόλος δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_\kappa = \frac{m \cdot \upsilon^2}{R} \ .$$

Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης θα γίνει ίσο με:

$$F'_\kappa = \frac{m \cdot (2 \cdot \upsilon)^2}{R}, \quad F'_\kappa = \frac{m \cdot 4 \cdot \upsilon^2}{R}, \quad F'_\kappa = 4 \cdot \frac{m \cdot \upsilon^2}{R}, \quad F'_\kappa = 4 \cdot F_\kappa$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με μέτρα ταχυτήτων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \quad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_1, \quad \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda}, \quad \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

20108

Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $H = 125m$, σε σχέση με το έδαφος, με αρχική ταχύτητα υ_o. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10\,\frac{m}{s^2}$, να προσδιορίσετε:

4.1. το χρόνο που χρειάστηκε για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 5

4.2. Αν η οριζόντια απόσταση, που διήνυσε μέχρι να φτάσει στο έδαφος, είναι $S = 50\ m$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ_o με την οποία εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνάει από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 25m$ από το έδαφος;

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του.

ΘΕΜΑ 4

20108-Λύση

4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot 125}{10}} s, \qquad t_{o\lambda} = 5s$$

Μονάδες 5

4.2. Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o \cdot t, \qquad S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}, \qquad \upsilon_o = \frac{S}{t_{o\lambda}}, \quad \upsilon_o = \frac{50}{5}\frac{m}{s}, \upsilon_o = 10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.3.
Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}, \qquad \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 + 0,$$

$$\upsilon^2 = \upsilon_o^2 + 2 \cdot g \cdot H, \qquad \upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + 2 \cdot g \cdot H},$$

$$\upsilon = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 125}\ \frac{m}{s}, \upsilon = \sqrt{2600}\frac{m}{s} = 10 \cdot \sqrt{26}\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Αν y_1 η κατακόρυφη απομάκρυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1, τότε

$$H = h + y_1, \qquad y_1 = H - h, \qquad y_1 = 125m - 25m, \qquad y_1 = 100m,$$

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = y_1,\ t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot y_1}{g}} = \sqrt{20}s = 2 \cdot \sqrt{5}\, s$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

20110

Ακίνητο πυροβόλο, βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, στην άκρη γκρεμού και σε ύψος H από οριζόντιο έδαφος. Από το πυροβόλο αυτό, του οποίου η μάζα είναι $M = 100\mathrm{Kg}$, εκτοξεύεται βλήμα μάζας $m = 5\mathrm{Kg}$ με οριζόντια ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_o = 100\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση, θεωρώντας ότι αυτή διαρκεί αμελητέο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

4.2. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

4.3. Το βλήμα που εκτοξεύτηκε, εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 50\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το βλήμα φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε το ύψος H, από το οποίο εκτοξεύτηκε το βλήμα καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

ΘΕΜΑ 4

20110-Λύση

4.1. Για το μονωμένο σύστημα πυροβόλο – βλήμα η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = -M\cdot v + m\cdot v_{0}, \quad v = \frac{m\cdot v_0}{M}, v = \frac{5\cdot 100}{100}\frac{m}{s}, \quad v = 5\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \quad 0 - K_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 - T\cdot \Delta x, \quad -K_{\alpha\rho\chi} = -\mu\cdot N\cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2}\cdot M\cdot v^2 = \mu\cdot M\cdot g\cdot \Delta x, \quad \Delta x = \frac{v^2}{2\cdot\mu\cdot g}, \quad \Delta x = 2{,}5m$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}, \quad \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_o^2 + m\cdot g\cdot H = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 + 0,$$

$$v^2 = v_o^2 + 2\cdot g\cdot\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2, \quad v^2 = v_o^2 + g^2\cdot t^2, \quad \left(50\sqrt{5}\right)^2 = 100^2 + 10^2\cdot t^2, \quad t = 5s$$

Μονάδες 7

4.4. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2, \ , \quad H = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 5^2 m, \quad H = 125m$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = v_o\cdot t, \quad S = v_o\cdot t_{o\lambda}, \ S = 100\cdot 5\, m, \quad S = 500m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20112

Βλήμα μάζας $m = 0{,}02\text{Kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 200\ \frac{m}{s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο στόχο μάζας $M = 0{,}98\text{Kg}$, που βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο τραπέζι, σε ύψος $H = 1{,}25\text{m}$, από οριζόντιο δάπεδο. Να βρεθεί:

4.1. η ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως, μετά την κρούση,

Μονάδες 6

4.2. η μεταβολή της ορμής του βλήματος, κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης,

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα, αν γνωρίζετε ότι η κρούση διαρκεί 0,01s.

Μονάδες 7

4.4. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα ξεπερνά την άκρη του τραπεζιού. Να προσδιορίσετε το χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το συσσωμάτωμα στο δάπεδο, καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4

20112-Λύση

4.1. Για το μονωμένο σύστημα, βλήμα – ξύλινος στόχος, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m \cdot \upsilon = (m+M) \cdot v, \quad v = \frac{m \cdot \upsilon}{M+m}, \qquad v = \frac{0{,}02 \cdot 200}{0{,}98+0{,}02}\frac{m}{s}, \qquad v = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη μεταβολή της ορμής είναι:

$$\Delta\vec{p}_{\beta\lambda} = \overrightarrow{p'}_{\beta\lambda} - \vec{p}_{\beta\lambda}, \qquad \Delta p_{\beta\lambda} = p'_{\beta\lambda} - p_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot V - m \cdot \upsilon, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot (V - \upsilon),$$

$$\Delta p_{\beta\lambda} = 0{,}02 \cdot (4-200) Kg\frac{m}{s}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = -3{,}92 Kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Για το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα είναι:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad F = \frac{3{,}92}{0{,}01}N, \quad F = 392N$$

Μονάδες 7

4.4. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \quad 1{,}25 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_{o\lambda}^2, \quad t_{o\lambda} = 0{,}5s$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o \cdot t, \qquad S = V \cdot t_{o\lambda}, \quad S = 4 \cdot 0{,}5\, m, \qquad S = 2m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

20113

Ένα μικρό σώμα, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, δεμένο στο άκρο νήματος, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\frac{m}{s}$. Αν το σώμα έχει μάζα $m_1 = 0,1Kg$, και το μήκος του νήματος είναι ίσο με $\ell = \frac{1}{\pi}m$, να προσδιορίσετε:

4.1. την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής τροχιάς του σώματος,

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος και της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται.

Μονάδες 6

4.3. Όταν το σώμα εκτελεί μία πλήρη περιστροφή το νήμα κόβεται και αυτό κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο τραπέζι. Στην πορεία του συναντά ένα δεύτερο, ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 0,9Kg$, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να προσδιορίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος, εξαιτίας της κρούσης του με το δεύτερο σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

20113-Λύση

4.1. Για την περίοδο είναι:

$$T = \frac{2\cdot\pi\cdot\ell}{\upsilon}, \qquad T = \frac{2\cdot\pi\cdot\frac{1}{\pi}}{20}s, \qquad T = 0{,}1s$$

Για τη συχνότητα:

$$f = \frac{1}{T}, \qquad f = 10Hz$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \frac{2\cdot\pi}{T}, \qquad \omega = \frac{2\cdot\pi}{0{,}1}\frac{rad}{s}, \quad \omega = 20\cdot\pi\ \frac{rad}{s},$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ίση με:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{\ell}, \quad \alpha_\kappa = \frac{20^2}{\frac{1}{\pi}}\frac{m}{s^2}, \qquad \alpha_\kappa = 400\cdot\pi\ \frac{m}{s^2}$$

Κεντρομόλος δύναμη:

$$F_\kappa = m_1\cdot\alpha_\kappa, \qquad F_\kappa = 0{,}1\cdot 400\cdot\pi\ N, \qquad F_\kappa = 40\cdot\pi\ N,$$

Μονάδες 6

4.3.

Για το μονωμένο σύστημα, των δύο σωμάτων, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m_1\cdot\upsilon = (m_1+m_2)\cdot V, \quad V = \frac{m_1\cdot\upsilon}{m_1+m_2}, \qquad V = \frac{0{,}1\cdot 20}{0{,}1+0{,}9}\frac{m}{s}, \qquad V = 2\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \overrightarrow{p'}_1 - \vec{p}_1, \qquad \Delta p_1 = p'_1 - p_1, \quad \Delta p_1 = m_1\cdot V - m_1\cdot\upsilon, \quad \Delta p_1 = m_1\cdot(V-\upsilon),$$

$$\Delta p_1 = 0{,}1\cdot(2-20)Kg\frac{m}{s}, \quad \Delta p_1 = -1{,}8\ Kg\frac{m}{s}$$

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1, \qquad \Delta K_1 = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot V^2 - \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon^2, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot(V^2-\upsilon^2),$$

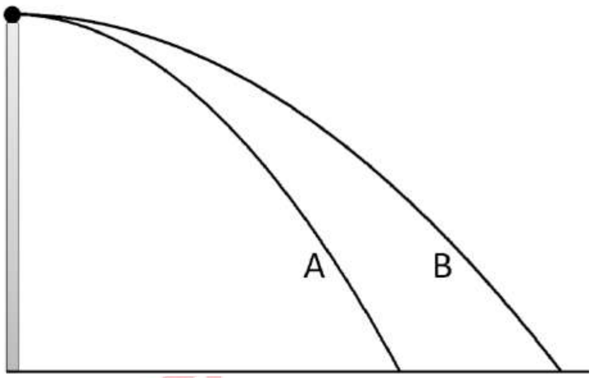
$$\Delta K_1 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1\cdot(2^2-20^2)\ J, \qquad \Delta K_1 = -19{,}8J$$

Μονάδες 7

20230

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η σφαίρα του σχήματος εκτοξεύεται δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες εκτελώντας οριζόντια βολή, από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά που ακολουθεί μετά την πρώτη ρίψη (Α) και μετά τη δεύτερη ρίψη (Β) αντίστοιχα.



Ο χρόνος που θα κινηθεί η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

(α) μεγαλύτερος στην τροχιά Α , **(β)** μεγαλύτερος στην τροχιά Β , **(γ)** ίδιος για τις τροχιές Α και Β

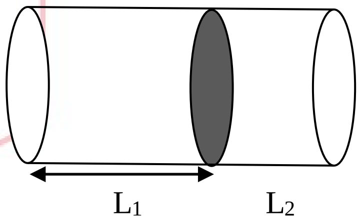
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο κύλινδρος του σχήματος χωρίζεται σε δύο μέρη με έμβολο αμελητέου πάχους που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στα δύο μέρη περιέχεται συνολική ποσότητα $2\,mol$ του ίδιου ιδανικού αερίου. Το δοχείο βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία και το έμβολο ισορροπεί σε τέτοια θέση ώστε: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{3}{2}$.



Αν n_1 ο αριθμός των mol του ιδανικού αερίου που περιέχεται στο πρώτο μέρος του δοχείου τότε:

(α) $n_1 = 1\,mol$, **(β)** $n_1 = 1{,}2\,mol$, **(γ)** $n_1 = 1{,}5\,mol$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20230-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή και στις δύο ρίψεις. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι και στις δύο ρίψεις βάλλεται από το ίδιο ύψος, θα φτάσει στο έδαφος στον ίδιο χρόνο.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ο όγκος του κυλίνδρου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V = (Εμβαδό_{βάσης}) \cdot (Μήκος) = E \cdot L$$

Επομένως:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{3}{2}$$

Αφού το ενδιάμεσο έμβολο ισορροπεί συμπεραίνουμε ότι, στα δύο μέρη του κυλίνδρου η πίεση του ιδανικού αερίου είναι ίδια. Άρα από την καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων προκύπτει:

$$\frac{p \cdot V_1}{p \cdot V_2} = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{n_2 \cdot R \cdot T} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ή } \frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2} \text{ ή } n_2 = \frac{2}{3} n_1$$

Δεδομένου ότι:

$$n_1 + n_2 = 2\, mol$$

έχουμε:

$$n_1 + \frac{2}{3} n_1 = 2\, mol \text{ ή } n_1 = 1{,}2\, mol$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20232

2.1. Δύο βομβαρδιστικά αεροπλάνα (1) και (2) κινούνται με ταχύτητες οριζόντιας διεύθυνσης, σε ύψη $H_1 = H$ και $H_2 = \frac{5H}{2}$ αντίστοιχα, πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνεται να πέσει από κάθε αεροπλάνο μία βόμβα. Οι βόμβες φτάνουν στο έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε μηδενική την αντίσταση του αέρα, για το λόγο $\frac{t_1}{t_2}$, ισχύει:

(α) $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2}{5}}$, **(β)** $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$, **(γ)** $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_h = 400$ K και $T_c = 300$ K. Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής, μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία T_c της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής με τρόπο ώστε ο συντελεστής απόδοσης να αυξηθεί κατά 80%.

Για να συμβεί αυτό η θερμοκρασία T_c της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής:

(α) αυξήθηκε κατά 100 K , **(β)** μειώθηκε κατά 100 K , **(γ)** μειώθηκε κατά 80 K

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20232-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι βόμβες κινούνται προς το έδαφος εκτελώντας οριζόντια βολή, με αρχική οριζόντια ταχύτητα την ταχύτητα του αεροπλάνου από το οποίο αφήνονται. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση τους περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι κάθε μια αφήνεται από διαφορετικό ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος σε διαφορετικό χρόνο

Η χρονική διάρκεια μιας ελεύθερης πτώσης από ύψος H είναι

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1)$$

Επομένως έχουμε:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{t_1}{t_2} \text{ αφού } t_0 = 0$$

Και με τη βοήθεια της σχέσης (1)

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2H_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2H_2}{g}}} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} = \frac{\sqrt{H}}{\sqrt{\frac{5H}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300}{400} = 0{,}25$$

Ο νέος συντελεστής απόδοσης θα είναι:

$$e' = 0{,}25 + 0{,}8 \cdot 0{,}25 = 0{,}45$$

Επομένως:

$$e' = 1 - \frac{T_c'}{T_h} = 0{,}45 \Rightarrow$$

$$T_c' = (1 - e')T_h = 0{,}55 \cdot 400\,K = 220\text{ K}$$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής μειώθηκε κατά 80 Κ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 20233

2.1. Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h πάνω από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Κάποια χρονική στιγμή t_0 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 4\ \mathrm{s}$. Το βομβαρδιστικό αεροπλάνο εξακολουθώντας την οριζόντια κίνησή του στο ίδιο ύψος h, αυξάνει την ταχύτητά του σε $2\vec{\upsilon}_0$ και τη διατηρεί σταθερή. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία δεύτερη βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t'$.

Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε :

(α) $\Delta t' = 2\ \mathrm{s}$, **(β)** $\Delta t' = 4\ \mathrm{s}$, **(γ)** $\Delta t' = 8\ \mathrm{s}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

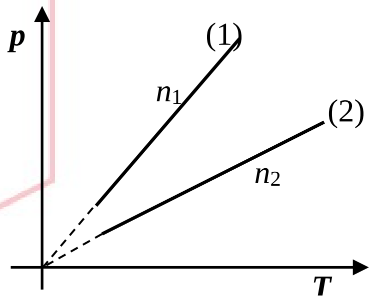
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων με αριθμό γραμμομορίων n_1 και n_2 αντίστοιχα βρίσκονται σε δύο δοχεία ίδιου όγκου $V_1 = V_2 = V$. Τα δύο αέρια εκτελούν τις αντιστρεπτές ισόχωρες μεταβολές (1) και (2) που φαίνονται στο διάγραμμα.

Για τον αριθμό γραμμομορίων των δύο αερίων ισχύει:



(α) $n_1 > n_2$, **(β)** $n_1 = n_2$, **(γ)** $n_1 < n_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

20233-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι βόμβες κινούνται προς το έδαφος εκτελώντας οριζόντια βολή, με αρχική οριζόντια ταχύτητα την ταχύτητα του αεροπλάνου από το οποίο αφήνονται. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση τους περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι και οι δυο βόμβες αφήνονται από το ίδιο ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Ο χρόνος πτώσης δίδεται από τη σχέση $\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

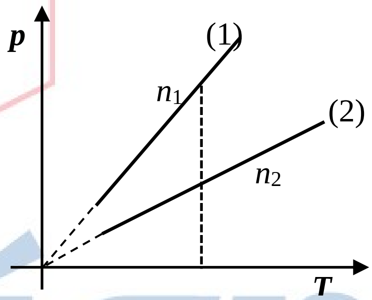
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν επιλέξουμε στο διάγραμμα μια τυχαία (κοινή) θερμοκρασία T θα παρατηρήσουμε ότι στα δύο δοχεία αντιστοιχεί διαφορετική πίεση. Και συγκεκριμένα θα έχουμε $p_1 > p_2$.

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις καταστατικές εξισώσεις ιδανικών αερίων για κάθε δοχείο, για τη θερμοκρασία T θα προκύψει:

$$\frac{p_1 \cdot V}{p_2 \cdot V} = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{n_2 \cdot R \cdot T} \text{ ή } \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

και αφού ισχύει ότι:

$$\frac{p_1}{p_2} > 1$$

άρα:

$$\frac{n_1}{n_2} > 1 \text{ ή } n_1 > n_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

20639

2.1 Ένας δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου R_Γ, είναι η ακτίνα της Γης, με περίοδο περιφοράς T. Αν ο δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, η περίοδος περιφοράς του

(α) τριπλασιάζεται.

(β) τετραπλασιάζεται.

(γ) οκταπλασιάζεται.

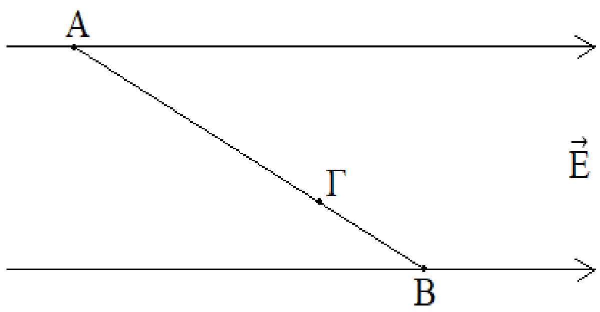
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημεία Α και Β ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δεν ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή έχουν δυναμικά V_A και V_B αντίστοιχα και ισχύει ότι $V_A = -3{,}5V_B$. Ένα άλλο σημείου Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΑΒ έτσι ώστε να ισχύει $(\text{ΑΓ}) = 2 \cdot (\text{ΓΒ})$. Το δυναμικό V_Γ, του σημείου Γ, είναι:



(α) $V_\Gamma = \frac{V_B}{2}$, **(β)** $V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}$, **(γ)** $V_\Gamma = \frac{V_B}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

20639-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \Longrightarrow G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (1)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} \qquad (2)$$

Άρα η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τη Γη στο ύψος αυτό είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + h)^3}{g_o R_\Gamma^2}} \qquad (3)$$

Συνεπώς για τα ύψη $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ και $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης προκύπτει αντίστοιχα:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{2}\right)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{3^3 \cdot R_\Gamma}{2^3 \cdot g_o}} \quad \text{και} \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + 5R_\Gamma)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{6^3 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

Άρα βρίσκουμε: $\frac{T'}{T} = 8$.

Μονάδες 8

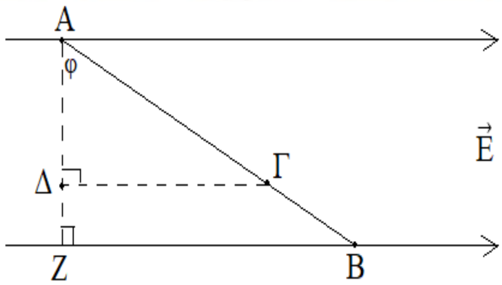
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Συνεπώς:



$$E = \frac{V_A - V_B}{(ZB)} = \frac{-3{,}5V_B - V_B}{(AB)\eta\mu\varphi} = -\frac{4{,}5V_B}{[(A\Gamma) + (\Gamma B)]\eta\mu\varphi} \Rightarrow$$

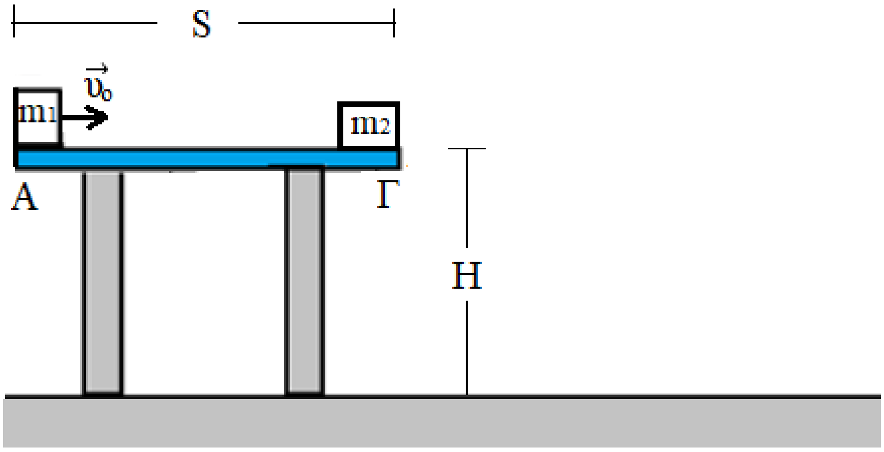
$$E = -\frac{4{,}5V_B}{3(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (1)$$

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(\Delta\Gamma)} = \frac{-3{,}5V_B - V_\Gamma}{(A\Gamma)\eta\mu\varphi} \Rightarrow E = -\frac{3{,}5V_B + V_\Gamma}{2(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε: $V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 20648



Δύο σώματα μάζας $m_1 = 1Kg$ και $m_2 = 4Kg$ είναι τοποθετημένα και ακίνητα στις θέσεις Α και Γ αντίστοιχα, πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους $H = 0,8m$. Οι θέσεις Α και Γ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $S = 1m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ εκτοξεύεται από την θέση Α, το σώμα μάζας m_1 με ταχύτητα $\upsilon_o = 10m/s$, οπότε κάποια στιγμή t_1, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_2.

Να υπολογίσετε:

4.1. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.3. τη χρονική στιγμή t_2, στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. τη χρονική στιγμή t_3, κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής και πριν φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος, όπου η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι το 25% της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

20648-Λύση

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε θα συγκρουστεί με το σώμα μάζας m_2 με την ταχύτητα $υ_ο$. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση αυτή έχουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1 υ_ο + 0 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} υ_ο \Rightarrow V = 2 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.2. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Συνεπώς στον οριζόντιο άξονα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε: $υ_x = V$ (1) $x = Vt$ (2)

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $υ_y = gt$ (3) $y = \frac{1}{2}gt^2$ (4)

Από τη σχέση (4) θέτοντας $y = H$, βρίσκουμε το χρονικό διάστημα της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος: $H = \frac{1}{2}gΔt^2 \Rightarrow Δt = 0{,}4$ s.

Συνεπώς, σύμφωνα με τη σχέση (2) βρίσκουμε τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος:

$$x_{max} = VΔt = 0{,}8 \text{ m}$$

Μονάδες 7

4.3. Για το σώμα μάζας m_1 που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι να συγκρουστεί τη χρονική στιγμή t_1 με το σώμα μάζας m_2 ισχύει:

$$S = υ_ο t_1 \Rightarrow t_1 = 0{,}1 \text{ s}$$

Άρα η χρονική στιγμή t_2 στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος είναι:

$$t_2 = t_1 + Δt = 0{,}5 \text{ s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα V_1, του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$V_1 = \sqrt{υ_x^2 + υ_y^2} = \sqrt{V^2 + (gΔt)^2} = \sqrt{20} \text{ m/s}$$

Αν K_1, είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος και K_2, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_3, θα έχουμε:

$$K_2 = 25\% K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_2^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_1^2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{5} \text{ m/s}$$

Συνεπώς: $V_2 = \sqrt{υ_x^2 + υ_y^2} \Rightarrow V_2^2 = V^2 + (gΔt')^2 \Rightarrow Δt' = 0{,}1$ s.

Άρα: $t_3 = t_1 + Δt' = 0{,}2$ s.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 20661

Ένας δορυφόρος Α, μάζας $m_1 = 300\mathrm{Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $h = R_\Gamma$ από την επιφάνειά της, όπου R_Γ, η ακτίνα της Γης.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω, με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $m = 2\mathrm{Kg}$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $m_2 = 100\mathrm{Kg}$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $R_\Gamma = 64 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g_o = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

20661-Λύση

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{r} = -\frac{m_1 g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{m_1 g_o R_\Gamma}{2} = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Μονάδες 5

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m_1}{r^2} = m_1\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

Άρα η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{\upsilon}{R_\Gamma + h} = \frac{\upsilon}{2R_\Gamma} = 43{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{M_\Gamma m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\frac{g_o R_\Gamma}{2} - m\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -m\frac{g_o R_\Gamma}{4} = -16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W, προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_\infty + U_\infty$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_\infty = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = 16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon - m_2\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

20661-Λύση

Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

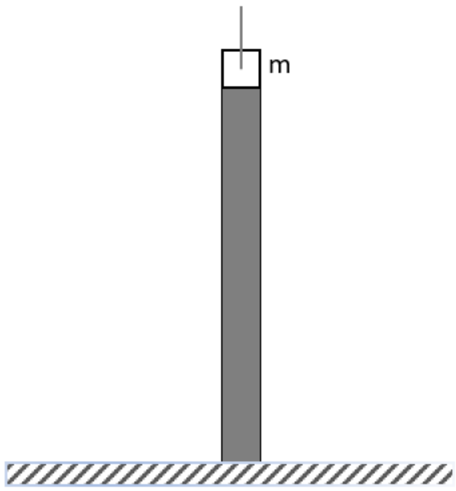
$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}}100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2}100\% = 75\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 20897

Σώμα μάζας $m = 4kg$ βρίσκεται ακίνητο σε κατακόρυφο στύλο ύψους h. Με τη βοήθεια ενός εκρηκτικού μηχανισμού το σώμα μάζας m διασπάται σε δύο νέα σώματα Σ_1και Σ_2 με μάζες m_1και m_2 αντίστοιχα και με σχέση μαζών $m_2 = 3m_1$. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο νέων σωμάτων ακριβώς μετά τη διάσπαση είναι $384J$.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\, {}^{m}/_{s^2}$.



4.1. Να βρείτε τις ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς μετά την διάσπασή τους.

Μονάδες 6

Εάν η μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων είναι $d_{max} = 160m$, να βρείτε:

4.2. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή της διάσπασης μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνουν τα δύο σώματα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκαν τα δύο σώματα.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 τη στιγμή κατά την οποία φτάνει στο έδαφος.

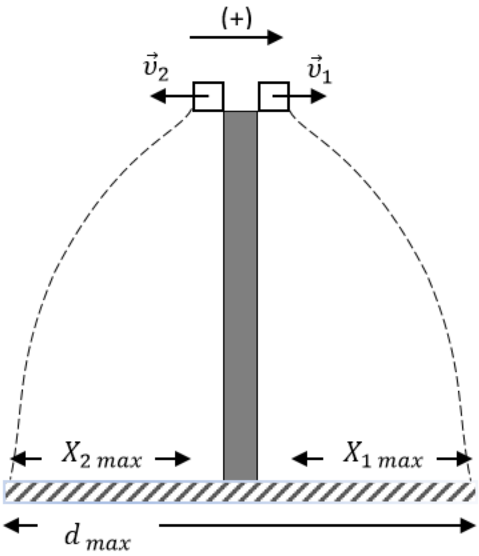
Δίνεται: $\sqrt{3076} = 55{,}46$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20897-Λύση

4.1.



Κατά την έκρηξη η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\,\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\,\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$$

$$m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1 \Rightarrow 3m_1 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2 \text{ (1)}$$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = m_1 + 3m_1 \Rightarrow m_1 = 4m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{m}{4}$$

$$m_1 = 1kg$$

$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow m_2 = 3kg$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1{}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2{}^2$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 9\upsilon_2{}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2{}^2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \left(\frac{9}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2\right) \cdot \upsilon_2{}^2$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_{\sigma\upsilon\sigma}}{9m_1 + m_2}} \Rightarrow \upsilon_2 = 8\,{}^{m}/_{s}$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2$$

$$\upsilon_1 = 24\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2.

$$d_{max} = X_{1\,max} + X_{2\,max}$$

$$d_{max} = \upsilon_1 \cdot t_\pi + \upsilon_2 \cdot t_\pi$$

$$t_\pi = \frac{d_{max}}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$$

$$t_\pi = 5s$$

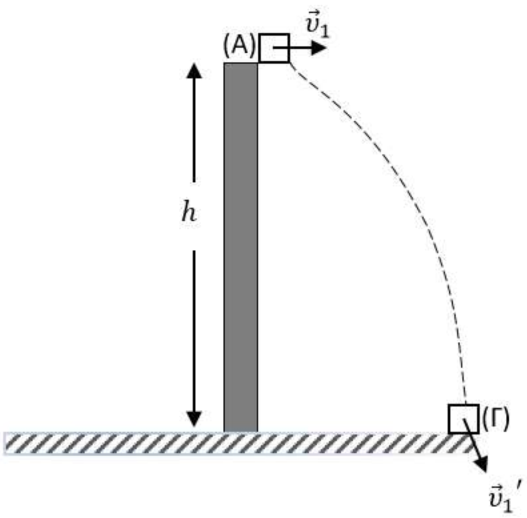
Μονάδες 6

4.3.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2$$
$$h = 125m$$

Μονάδες 6

4.4. Το Σ_1 φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $v_1{}'$



Εφαρμόζω ΘΜΚΕ κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 μεταξύ των θέσεων A $και$ Γ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B$$
$$\frac{1}{2} m_1 \cdot {v_1{}'}^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot {v_1}^2 = m_1 \cdot g \cdot h$$
$$v_1{}' = \sqrt{{v_1}^2 + 2g \cdot h}$$

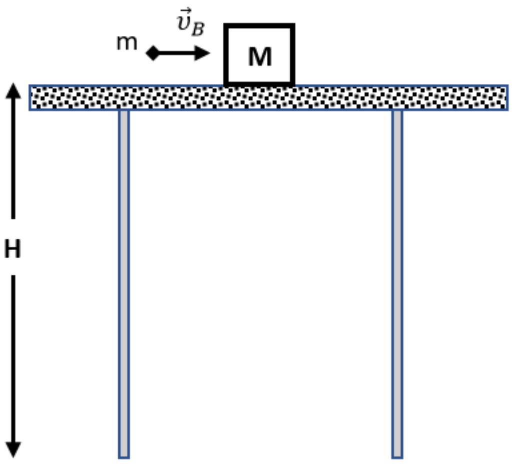
$$v_1{}' = 55{,}46 \ {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

20899

Βλήμα μάζας $m = 0{,}2kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_B = 100\, {}^{m}/_{s}$ σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ξύλινου σώματος μάζας $M = 1{,}8kg$ που είναι τοποθετημένο στη μη λεία οριζόντια επιφάνεια ενός τραπεζιού που έχει ύψος $H = 0{,}8m$ από το έδαφος. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται κατά μήκος του τραπεζιού, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβή ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Η κίνηση του συσσωματώματος μέχρι την άκρη του τραπεζιού διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 2s$ και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την προσεδάφιση.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας του συσσωματώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το τραπέζι.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

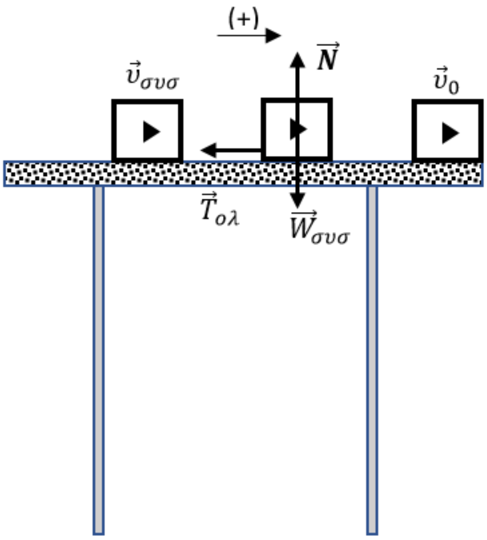
Μονάδες 6

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\, {}^{m}/_{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

20899-Λύση

4.1.



Κατά την κρούση η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\,\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\,\sigma\upsilon\sigma}$$

$$\vec{P}_B + \vec{P}_M = \vec{P}_{\sigma\upsilon\sigma}$$

$$m\upsilon_B + 0 = (m+M)\upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{m\upsilon_B}{m+M} \Rightarrow \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} = 10\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται στο μη λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ που υπολογίζεται με την παρακάτω διαδικασία:

Στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ το συσσωμάτωμα δεν κινείται οπότε βάσει του 1ου Νόμου του Νεύτωνα έχω:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - W_{\sigma\upsilon\sigma} = 0 \Rightarrow N = W_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow N = (m+M)g$$

$$N = 20N$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$T_{o\lambda} = \mu N \Rightarrow T_{o\lambda} = 4N$$

Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ το συσσωμάτωμα κινείται και βάσει του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής έχω:

$$\Sigma\vec{F}_x = (m+M)\vec{a}$$

$$-T_{o\lambda} = (m+M)a$$

$$a = -\frac{T_{o\lambda}}{m+M} \Rightarrow a = -2\,{}^{m}/_{s^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην άκρη του τραπεζιού που αποτελεί το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_0 της οριζόντιας βολής, υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$\upsilon_0 = \upsilon_{\sigma\upsilon\sigma} - |\alpha|\Delta t_1 \Rightarrow \upsilon_0 = 10 - 2\cdot 2 \Rightarrow \upsilon_0 = 6\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

4.3. Το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής είναι Δt_2 και το σώμα φθάνει στο έδαφος όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του είναι $y = H$. Το συσσωμάτωμα στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Με αντικατάσταση στον τύπο $y = \frac{1}{2}gt^2$, όπου $y = H$ βρίσκουμε το χρονικό διάστημα Δt_2 της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος

$$H = \frac{1}{2}g{\Delta t_2}^2 \Rightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\Delta t_2 = 0{,}4s$$

Μονάδες 6

4.4. Στον άξονα $x'x$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η οριζόντια μετατόπιση υπολογίζεται από τον τύπο

$$x = \upsilon_0 \cdot t$$

Όταν φτάσει στο έδαφος το συσσωμάτωμα διανύει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση x_{max} κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής, οπότε:

$$x_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_{max} = 2{,}4m$$

Μονάδες 6

21184

ΘΕΜΑ 4

Μια σφαίρα μάζας M= $1{,}95\mathrm{kg}$ ηρεμεί στην άκρη οριζόντιου επιπέδου, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h = 80\mathrm{m}$ πάνω από το έδαφος. Βλήμα μάζας $m = 50\,\mathrm{g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 200\mathrm{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με την σφαίρα. Αν αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βλήμα - σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, να βρείτε:

4.1. Την ταχύτητα που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Τον χρόνο καθόδου του συσσωματώματος και την οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την εξίσωση τροχιάς του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\mathrm{m/s^2}$ και θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

21184-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την πλαστική κρούση βλήματος – σφαίρας ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$m \cdot u_0 + 0 = (m + M) \cdot V \leftrightarrow$

$$V = \frac{m \cdot u_0}{(m + M)} = \frac{0{,}05 \text{ kg} \cdot 200 \text{m/s}}{2 \text{ kg}} = 5 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Για τον χρόνο κίνησης του συσσωματώματος έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4s.$$

Η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το συσσωμάτωμα όταν φτάνει στο έδαφος είναι:

$x = V \cdot t = 20m.$

Μονάδες 6

4.3. Για την εξίσωση τροχιά του συσσωματώματος έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\frac{x}{V})^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot V^2} = \frac{10 \cdot x^2}{50} = \frac{1}{5} \cdot x^2$$

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης είναι:

$$α\,\% = \frac{|K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ}|}{K_{ολ}^{αρχ}} \cdot 100\% = |\frac{K_{ολ}^{τελ}}{K_{ολ}^{αρχ}} - 1| \cdot 100\% = |\frac{\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2} - 1| \cdot 100\%$$

Οπότε: $α\,\% = 97{,}5\%$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4 21387

Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη και εκτοξεύει ένα σώμα μάζας $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ οριζόντια, με ταχύτητα $\upsilon_0 = 12\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από ύψος $\mathrm{h} = 7{,}2\mathrm{m}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 3\mathrm{s}$.

4.1. Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το μέτρο της ορμής του σώματος μετά από χρόνο $\mathrm{t} = 2{,}5\mathrm{s}$ από την στιγμή που εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 6

4.4. Αν ο αστροναύτης γνωρίζει ότι η Σελήνη έχει ακτίνα $\mathrm{R} = 1{,}7 \cdot 10^6\mathrm{m}$ ποια τιμή υπολογίζει για το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου της Σελήνης στην επιφάνειά της;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21387-Λύση

4.1. Η μέγιστη οριζόντια απόσταση που φτάνει το σώμα αντιστοιχεί στο βεληνεκές της οριζόντιας βολής, το οποίο είναι

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t = 12\frac{m}{s} \cdot 3s = 36m$$

Μονάδες 6

4.2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Σελήνη προσδιορίζεται από τον χρόνο πτώσης του σώματος θέτοντας $y = h$, δηλαδή

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \Leftrightarrow g = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 7{,}2m}{(3s)^2} = \frac{14{,}4}{9}\frac{m}{s^2} = 1{,}6\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Μετά από χρόνο $t = 2{,}5s$ από την στιγμή που το σώμα εκτοξεύτηκε, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{12^2 + (1{,}6 \cdot 2{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{144 + 16}\frac{m}{s} = \sqrt{160}\frac{m}{s} = 4\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής του σώματος εκείνη την στιγμή είναι

$$P = m\upsilon = 0{,}5kg \cdot 4\sqrt{10}\frac{m}{s} = 2\sqrt{10}\,kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Στην Σελήνη, η ένταση του βαρυτικού της πεδίου στην επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Sigma}{R^2} \qquad (1)$$

Αντίστοιχα, το δυναμικό δίνεται από την σχέση

$$V = -\frac{GM_\Sigma}{R} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

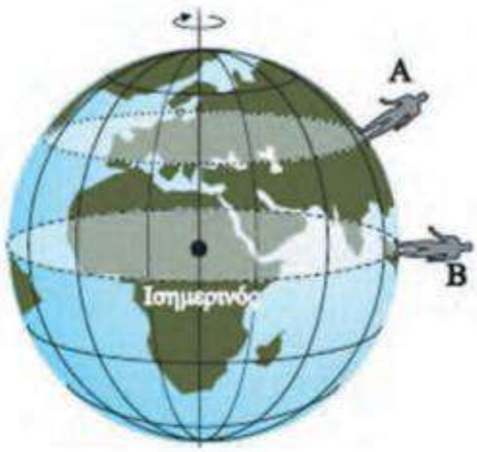
$$\frac{g}{V} = \frac{\frac{GM_\Sigma}{R^2}}{-\frac{GM_\Sigma}{R}} \Leftrightarrow \frac{g}{V} = -\frac{1}{R} \Leftrightarrow V = -gR = -1{,}6\frac{m}{s^2}1{,}7 \cdot 10^6 m = -2{,}72 \cdot 10^6\,\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

21403

2.1. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β της γήινης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μια περιστροφή σε χρονικό διάστημα $24\mathrm{h}$.



Από τα δεδομένα αυτά, συμπεραίνουμε ότι

(α) ο Α έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Β.

(β) ο Β έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Α.

(γ) και οι δύο έχουν ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο ποσό θερμότητας $\mathrm{Q_h} = 2000\,\mathrm{J}$ από την θερμή δεξαμενή και έχει συντελεστή απόδοσης $\mathrm{e} = 0{,}4$. Αν η θερμική μηχανή έχει συχνότητα $\mathrm{f} = 10\,\mathrm{Hz}$, δηλαδή εκτελεί 10 κύκλους σε κάθε δευτερόλεπτο, τότε η ισχύς που αποδίδει είναι

(α) $8\,\mathrm{kW}$, **(β)** $20\,kW$, **(γ)** $12\,\mathrm{kW}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21403-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση δίνεται από την σχέση $\alpha_\kappa = \omega^2 R$, δηλαδή είναι ανάλογη με την ακτίνα περιστροφής όταν η γωνιακή ταχύτητα ω είναι σταθερή. Ο Α και ο Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ίδια περίοδο $T = 24h$, οπότε θα έχουν και ίδια γωνιακή ταχύτητα, αφού $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_A και R_B με $R_A < R_B$. Επειδή η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη με την ακτίνα της τροχιάς ισχύει $\alpha_{\kappa,A} < \alpha_{\kappa,B}$, δηλαδή ο Β έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Α.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο δίνεται από την σχέση

$$e = \frac{W}{Q_h} \Leftrightarrow W = e \cdot Q_h \qquad (1)$$

Αντικαθιστώντας τα αριθμητικά δεδομένα στην σχέση (1) έχουμε $W = e \cdot Q_h = 0{,}4 \cdot 2000\ J = 800\ J$.

Η μέση ισχύς που αποδίδει η μηχανή είναι $P = \frac{W}{T}$ όπου $T = \frac{1}{f}$, είναι το χρονικό διάστημα που διαρκεί κάθε κύκλος. Συνδυάζοντας αυτές τις δύο σχέσεις έχουμε

$$P = W \cdot f = 800\ J \cdot 10\ Hz = 8000\ W = 8\ kW$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21421

Σώμα βρίσκεται στην άκρη της οριζόντιας επιφάνειας ενός τραπεζιού σε ύψος h. Την χρονική στιγμή $\mathrm{t}=0$ δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή. Το σώμα φτάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή $\mathrm{t}_1=0{,}4\mathrm{s}$ έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\mathrm{s}_{\max}=4\mathrm{m}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\mathrm{g}=10\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ και η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα.

4.1. Να υπολογίσετε το ύψος h του τραπεζιού.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.3. Εξετάστε αν σε κάποιο σημείο της τροχιάς της κίνησης του σώματος, εκτός από το σημείο εκτόξευσης, η οριζόντια και η κατακόρυφη θέση του σώματος έχουν το ίδιο μέτρο.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητάς του έχει πενταπλάσιο μέτρο από την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

21421-Λύση

4.1. Το ύψος του τραπεζιού είναι ίσο με την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Άρα

$$h=\frac{1}{2}gt_1^2=\frac{1}{2}\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot(0{,}4s)^2=0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι το βεληνεκές της οριζόντιας βολής και εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα u_0. Ισχύει

$$s_{max}=u_0t_1\Leftrightarrow u_0=\frac{s_{max}}{t_1}=\frac{4m}{0{,}4s}=10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η οριζόντια θέση του σώματος στην οριζόντια βολή είναι $x=u_0t$ ενώ η κατακόρυφη είναι $y=\frac{1}{2}gt^2$. Αναζητάμε ποια χρονική στιγμή ισχύει

$$x=y\Leftrightarrow u_0t=\frac{1}{2}gt^2\Leftrightarrow t(2u_0-gt)=0\Leftrightarrow t=0\ \text{ή}\ t=\frac{2u_0}{g}$$

Η χρονική στιγμή $t=0$ αντιστοιχεί στο σημείο εκτόξευσης. Η δεύτερη λύση αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή

$$t=\frac{2u_0}{g}=\frac{2\cdot 10}{10}s=2s>t_1$$

Η λύση αυτή δεν είναι δεκτή γιατί το σώμα έχει φτάσει στο έδαφος σε μικρότερο χρόνο. Επομένως, δεν υπάρχει χρονική στιγμή στην οποία ισχύει $x=y$.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας είναι $u_x=u_0$ και της κατακόρυφης είναι $u_y=gt$. Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 ισχύει

$$u_x=5u_y\Leftrightarrow u_0=5gt_2\Leftrightarrow t_2=\frac{u_0}{5g}=\frac{10}{5\cdot 10}s=\frac{1}{5}s$$

Την χρονική στιγμή t_2 η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι

$$y_2=\frac{1}{2}gt_2^2=\frac{1}{2}10\left(\frac{1}{5}\right)^2m=\frac{10}{50}m=\frac{1}{5}m=0{,}2m$$

Στο σημείο αυτό της τροχιάς, το σώμα απέχει από το έδαφος

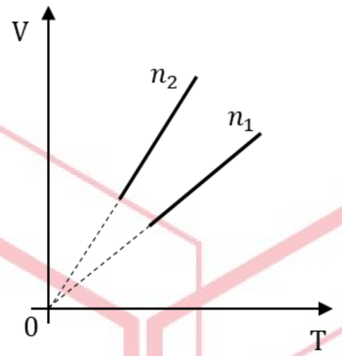
$$h-y_2=0{,}8m-0{,}2m=0{,}6m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2 21438

2.1. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων σε mol, n_1 και n_2 αντίστοιχα, εκτελούν ισοβαρείς μεταβολές κάτω από την ίδια πίεση.

Στο παρακάτω διάγραμμα $V-T$ παριστάνεται η μεταβολή της κάθε ποσότητας αερίου.



Με βάση το διάγραμμα για τις ποσότητες σε mol, n_1 και n_2 ισχύει:

(α) $n_1 > n_2$, **(β)** $n_1 = n_2$, **(γ)** $n_1 < n_2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t = 0\,\text{s}$ οριζόντια, με ταχύτητα $\vec{v}_0$ από ύψος H από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t = t_1$ η σφαίρα απέχει $h = \frac{15 \cdot H}{16}$ από το έδαφος.

Εάν s η συνολική οριζόντια απόσταση που θα διανύσει η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος και s_1 η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει η σφαίρα μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, τότε ισχύει:

(α) $s_1 = \frac{1}{2} \cdot s$, **(β)** $s_1 = \frac{1}{4} \cdot s$, **(γ)** $s_1 = \frac{1}{8} \cdot s$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

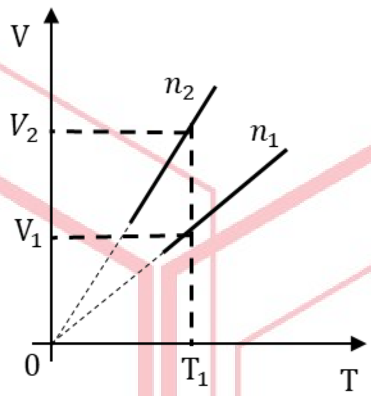
21438-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Οι μεταβολές των δύο ιδανικών αερίων είναι ισοβαρείς ($P = σταθ.$) και γίνονται κάτω από την ίδια πίεση. Επιλέγουμε και για τις δύο ποσότητες των ιδανικών αερίων την ίδια θερμοκρασία T_1 και εφαρμόζουμε για κάθε ιδανικό αέριο την καταστατική εξίσωση, οπότε:

$$P \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (1)$$

$$P \cdot V_2 = n_2 \cdot R \cdot T_1 \quad (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2} \xrightarrow{V_1<V_2\ (σύμφωνα\ με\ το\ διάγραμμα)} \boldsymbol{n_1 < n_2}$$

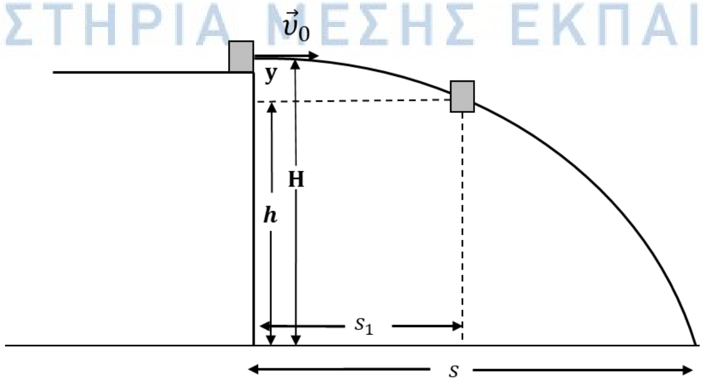
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



21438-Λύση

Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Έστω, ότι φθάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή t_2. Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής και σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \quad (1)$$

$$s = \upsilon_0 \cdot t_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \ (2)$$

Την χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά

$$y = H - \frac{15 \cdot H}{16} \Rightarrow y = \frac{H}{16} \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας και πάλι τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής και την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{H}{16} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{16 \cdot g}} \quad (4)$$

$$s_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \overset{(4)}{\Rightarrow} s_1 = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{16 \cdot g}} \ (5)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (2) και (5) κατά μέλη προκύπτει:

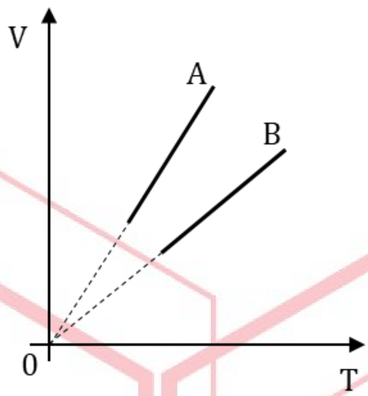
$$\frac{s}{s_1} = \frac{\upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}}{\upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot H}{16 \cdot g}}} \Rightarrow \frac{s}{s_1} = 4 \Rightarrow \boldsymbol{s_1} = \boldsymbol{\frac{s}{4}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21440

2.1. Το κοινό διάγραμμα όγκου-απόλυτης θερμοκρασίας $(V - T)$ δύο ποσοτήτων ιδανικού αερίου n_A και n_B, για τις οποίες ισχύει $n_A = n_B$, δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Για τις σταθερές πιέσεις p_A *και* p_B κάτω από τις οποίες τα αέρια πραγματοποιούν τις αντιστρεπτές μεταβολές A και B ισχύει:

(α) $p_A < p_B$, **(β)** $p_A > p_B$, **(γ)** $p_A = p_B$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία μικρή σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}_0$ από ύψος h. Το μέτρο της ταχύτητάς της όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίσο με $2 \cdot v_0$. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκε η σφαίρα δίνεται από τη σχέση:

(α) $h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$, **(β)** $h = \frac{2 \cdot v_0^2}{3 \cdot g}$, **(γ)** $h = \frac{3 \cdot v_0^2}{2 \cdot g}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21440-Λύση

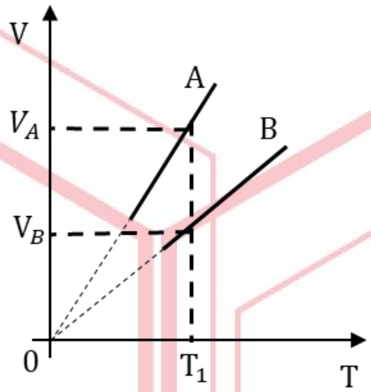
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Επιλέγουμε και για τις δύο ποσότητες των ιδανικών αερίων την ίδια θερμοκρασία T_1 και εφαρμόζουμε για κάθε ιδανικό αέριο την καταστατική εξίσωση, οπότε:

$$\left.\begin{matrix} P_A \cdot V_A = n_A \cdot R \cdot T_1 \\ P_B \cdot V_B = n_B \cdot R \cdot T_1 \end{matrix}\right\} \xRightarrow{n_A = n_B} P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A} \xRightarrow{V_B < V_A} \boldsymbol{P_A < P_B}$$

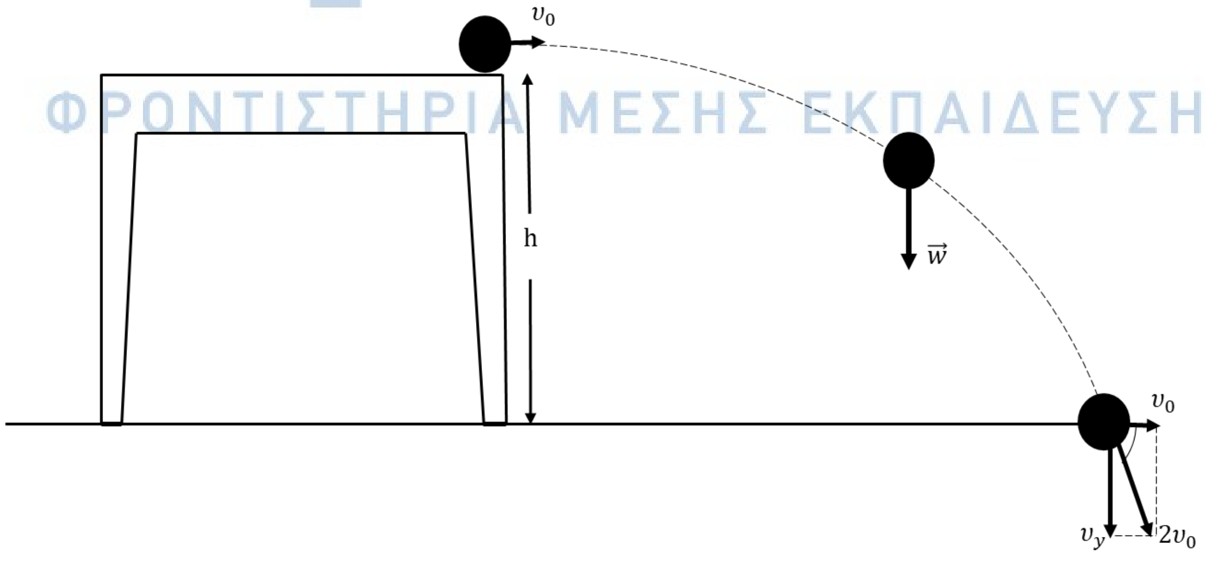
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



21440-Λύση

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Από την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

Στον οριζόντιο άξονα $\Sigma\vec{F}_x = 0$, άρα η συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon_x = \upsilon_0$,

ενώ στον κατακόρυφο άξονα $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{g}$, άρα η συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon_y = g \cdot t$.

Η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φθάνει στο έδαφος έχει μέτρο:

$$2 \cdot \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow 2 \cdot \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 \cdot t^2} \Rightarrow 4 \cdot \upsilon_0^2 = \upsilon_0^2 + g^2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{g^2} \ (1)$$

Επίσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{g^2} \Rightarrow \boldsymbol{h = \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot g}}$$

Μονάδες 9

21602

ΘΕΜΑ 4

Παρακολουθώντας συχνά στις ειδήσεις της τηλεόρασης την κίνηση ενός μεταγωγικού διαστημικού οχήματος βλέπουμε να ξεκινά όχι με ιδιαίτερα γρήγορο τρόπο! Θα περίμενε κανείς να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα πολύ μεγάλη της τάξης της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Αντιθέτως όμως παρατηρούμε να ανεβαίνει εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημά μας θα περιγράψουμε με «επιστημονικό τρόπο» τα βήματα της κίνησης ενός υποθετικού διαστημικού οχήματος.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το διαστημικό όχημα βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, πυροδοτείται και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση a με μηδενική αρχική ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή t τα καύσιμα του τελειώνουν και βρίσκεται σε ύψος $h = 6400\,Km$ από την επιφάνεια της Γης. Εκεί έχει αποκτήσει την ελάχιστη απαιτούμενη ταχύτητα (ταχύτητα διαφυγής) για να εγκαταλείψει στη συνέχεια το γήινο βαρυτικό πεδίο.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του διαστημικού οχήματος υ στο ύψος h.

Μονάδες 7

4.2. Το χρόνο t της κίνησής του έως τη θέση σε ύψος h.

Μονάδες 5

Αν στο ύψος αυτό εκτελεί κυκλική τροχιά ένας δορυφόρος Δ ο οποίος τη στιγμή της εκτόξευσης βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση να υπολογίσετε:

4.3. Την ταχύτητα υ περιστροφής του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.4. Την περίοδο T του δορυφόρου και την πιθανότητα να συγκρουστεί με το διαστημόπλοιο.

Μονάδες 8

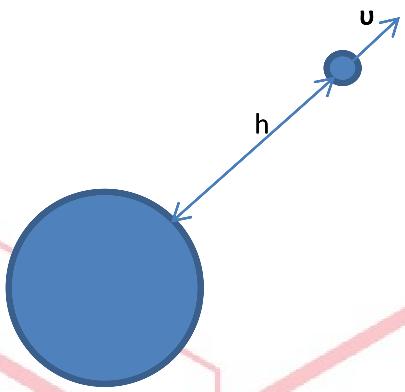
Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g_0 = 10\,\frac{m}{s^2}$, η ακτίνα της Γης $R = 6400\,Km$. Επίσης δίνεται ότι το γινόμενο $GM = g_0\,R^2$ όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και M είναι η μάζα της Γης.

Η γη θεωρείται ακίνητη και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

21602-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Η ταχύτητα υ του διαστημόπλοιου στο ύψος h είναι η ταχύτητα διαφυγής από το πεδίο βαρύτητας της Γης. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ των δύο θέσεων, του σημείου Α που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της γης και για το άπειρο(∞). Στο άπειρο φθάνει το σώμα με μηδενική ταχύτητα και αφού δεν υπάρχει βαρυτική αλληλεπίδραση με τη Γη (και με κανένα άλλο ουράνιο σώμα). Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης και σώματος είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{mM}{R+h}\right) = 0 + 0 \text{ ή } \upsilon = \sqrt{2g_0\frac{R^2}{(R+h)}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{g_0 R} \text{ ή } \upsilon = 8 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Αφού ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση a η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Με τη βοήθεια των εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση αυτή θα έχουμε:

Για το ύψος $h = \frac{1}{2}at^2$ και την ταχύτητα στη θέση αυτή που δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε ότι: $h = \frac{1}{2}\ a\ \left(\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^2$ ή $h = \frac{1}{2}a\frac{\upsilon^2}{\alpha^2}$ ή $h = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$ ή $\alpha = \frac{\upsilon^2}{2h}$

και με αριθμητική αντικατάσταση υπολογίζουμε: $a = \frac{(8\cdot 10^3)^2}{2\cdot 6400\cdot 10^3} = \frac{64\cdot 10^6}{2\cdot 64\cdot 10^5}\ \frac{m}{s^2}$ ή $\alpha = 5\frac{m}{s^2}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε $t = 1600s$.

Μονάδες 5

4.3. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου στο ύψος h = R υπολογίζεται ως εξής:

Η ελκτική δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau} = F_{\kappa\epsilon\nu\tau\rho.} = \frac{m\upsilon^2}{(R+h)}$$

Η δύναμη της βαρύτητας $F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau}$ σύμφωνα με το νόμο της παγκόσμιας έλξης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

21602-Λύση

$$F_{\beta\alpha\rho\upsilon\tau} = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2}$$

Εάν εξισώσουμε τις παραπάνω σχέσεις θα υπολογίσουμε την ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου:

$$\frac{m\upsilon^2}{(R+h)} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2} \quad \text{ή } \upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R}{2}} \text{ ή } \upsilon = \sqrt{\frac{10\cdot 6400\cdot 10^3}{2}}\,\frac{m}{s} \text{ ή}$$

$$\upsilon = \sqrt{32}\cdot 10^3\,\frac{m}{s} \text{ ή } \upsilon = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου που βρίσκεται σε ύψος $h = R$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\upsilon = \frac{2\pi(R+h)}{T} \text{ ή } T = \frac{2\pi(R+h)}{\upsilon} \text{ ή } T = \frac{4\pi R}{\upsilon} \text{ ή } T = \frac{4\pi\cdot 6400\cdot 10^3}{4\sqrt{2}\cdot 10^3} \text{ ή } T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$$

Εάν συγκρίνουμε τον χρόνο που χρειάζεται να φθάσει ο πύραυλος στο ύψος $h = R$ ο οποίος είναι $t = 1600 s$, με το χρόνο που χρειάζεται για την περιστροφή του ο δορυφόρος μέχρι να επιστρέψει στην ίδια ακριβώς θέση ο οποίος είναι $T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$, βλέπουμε ότι είναι μικρότερος. Αυτό σημαίνει ότι δεν πρόκειται να συναντήσει τον δορυφόρο καθώς ανεβαίνει. Επομένως δεν υπάρχει πιθανότητα να συναντηθούν τα δύο σώματα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

21603

Ένα τρενάκι αποτελείται από δύο μικρά βαγόνια και μπορεί να κινείται σε κυκλικές ράγες ακτίνας $r = \frac{2}{\pi}\ m$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο περιστροφής $T = 2\ sec$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής του τρένου.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το τρένο υφίσταται μια μικρή έκρηξη και τα δύο βαγόνια αποχωρίζονται μεταξύ τους, ενώ συνεχίζουν να κινούνται στις κυκλικές ράγες. Η μάζα και των δύο μαζί είναι $m = 3\ kg$ ενώ η μάζα του μπροστινού βαγονιού είναι $m_1 = 1\ kg$. Το μπροστινό βαγόνι μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 12\ \frac{m}{s}$ στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική κατεύθυνση κίνησης του τρένου.

4.2. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας υ_2 του άλλου βαγονιού.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το ποσό της ενέργειας Q που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.4. Πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά, μετά την έκρηξη; Οι ταχύτητες μετά την έκρηξη έως και την πρώτη συνάντηση έχουν σταθερό μέτρο.

Μονάδες 7

Στην επίλυση του προβλήματος θεωρούμε τα βαγόνια ως υλικά σημεία.

21603-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2\pi}{T}\, r \quad \text{ή} \quad \upsilon = \frac{2\pi}{2}\,\frac{2}{\pi} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 2\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη διάρκεια της έκρηξης οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται και η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά για την εξαγωγή των διανυσμάτων της ταχύτητας την αρχική φορά κίνησης του τρένου.

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad m\,\vec{\upsilon} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 \quad \text{ή} \quad m\,\upsilon = m_1\,\upsilon_1 + m_2\,\upsilon_2$$

$$\text{ή} \quad 3\cdot 2 = 1\cdot 12 + 2\cdot\upsilon_2 \ \text{ή}\ \upsilon_2 = -3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\pi\rho\iota\nu} + Q = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

$$\text{ή}\ \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 12^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3^2 \quad \text{ή} \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad \text{ή} \quad Q = 75\,J$$

Μονάδες 6

4.4. Η γωνιακή ταχύτητα ω του κάθε βαγονιού του τρένου καθώς εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από την σχέση:

$$\upsilon = \omega\, r \ \text{ή}\ \omega = \frac{\upsilon}{r}$$

Η γωνία στροφής του κάθε βαγονιού υπολογίζεται για κίνηση σε χρόνο t ως:

$$\varphi = \omega\, t$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει για τη γωνία στροφής του κάθε βαγονιού ότι:

$$\varphi_1 = \omega_1\, t \ \text{ή}\ \varphi_1 = \frac{\upsilon_1}{r}\, t \ \text{ή}\ \varphi_1 = \frac{12\pi}{2}\, t$$

$$\varphi_2 = \omega_2\, t \ \text{ή}\ \varphi_2 = \frac{\upsilon_2}{r}\, t \ \text{ή}\ \varphi_2 = \frac{3\pi}{2}\, t$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις γωνίες στροφής θα έχουμε:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 4 \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = 4\varphi_2 \ (1)$$

Όταν θα συναντηθούν τα βαγόνια για πρώτη φορά μετά το διαχωρισμό τους, θα έχουν διαγράψει συνολικά έναν πλήρη κύκλο οι γωνίες στροφής τους. Δηλαδή προκύπτει ότι η συνολική γωνία στροφής και των δύο θα είναι 2π οπότε: $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$ (2)

Επομένως με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε ότι η γωνία $\varphi_1 = \frac{8\pi}{5} rad$ και η $\varphi_2 = \frac{2\pi}{5} rad$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

21686

2.1. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού ξεκινούν μαζί στις 12:00.

Η πρώτη τους συνάντηση θα γίνει:

(α) Σε μία ώρα ακριβώς

(β) Σε λιγότερο από μία ώρα

(γ) Σε περισσότερο από μία ώρα

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή το έργο αερίου μπορεί να είναι:

(α) Θετικό ή αρνητικό , **(β)** Θετικό ή αρνητικό ή μηδέν , **(γ)** Μηδέν.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21686-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος του λεπτοδείκτη είναι μία ώρα, ενώ η περίοδος του ωροδείκτη είναι 12 ώρες (2 μονάδες).

Για να συναντηθούν ξανά, θα πρέπει ο λεπτοδείκτης να προλάβει ξανά τον ωροδείκτη, άρα ο λεπτοδείκτης θα πρέπει να κάνει τουλάχιστον μία πλήρη περιστροφή, δηλαδή θα πρέπει να περάσει τουλάχιστον μία ώρα. (4 μονάδες)

Όταν ο λεπτοδείκτης έχει κάνει μια πλήρη περιστροφή, ο ωροδείκτης έχει επίσης μετακινηθεί (έστω και κατά μικρότερη γωνία στροφής), οπότε για να συναντηθούν πρέπει να περάσει περισσότερος χρόνος από μία ώρα. (2 μονάδες)

Εναλλακτική λύση:

Η γωνία που θα έχει διανύσει ο λεπτοδείκτης έως τη χρονική στιγμή t είναι $\varphi_\Lambda = \omega_\Lambda t$, όπου $\omega_\Lambda = \frac{2\pi}{T_\Lambda} = \frac{2\pi}{1}\ rad/h$, η γωνιακή ταχύτητα του λεπτοδείκτη. Αντίστοιχα για τον ωροδείκτη είναι: $\varphi_\Omega = \omega_\Omega t$, όπου $\omega_\Omega = \frac{2\pi}{T_\Omega} = \frac{2\pi}{12}\ rad/h.$

Για να συναντηθούν, θα πρέπει ο λεπτοδείκτης να καλύψει όση γωνία κάλυψε ο ωροδείκτης και επιπλέον $2\pi\ rad$ που αντιστοιχούν σε μία ολόκληρη περιστροφή:

$$\varphi_\Lambda = (2\pi\ rad) + \varphi_\Omega \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{1}\frac{rad}{h}\right)t = (2\pi\ rad) + \left(\frac{2\pi}{12}\frac{rad}{h}\right)t \Leftrightarrow t = \frac{12}{11}\ h > 1\ h$$

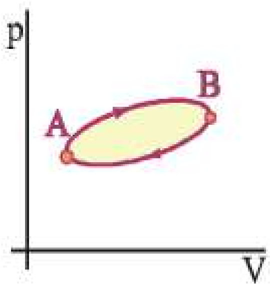
Μονάδες 8

2.2.

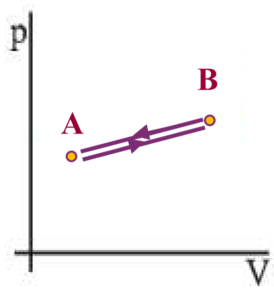
2.2.Α. Σωστή απάντηση η β

Μονάδες 4

2.2.Β.



Σε αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή, «το έργο είναι θετικό όταν η γραφική παράσταση της μεταβολής διαγράφεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού και αρνητικό όταν διαγράφεται με την αντίθετη φορά» (σχολικό βιβλίο, σελ. 108). Σε απόλυτη τιμή όμως, το έργο ισούται με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος. (5 μονάδες)



Υπάρχει όμως περίπτωση, η κυκλική μεταβολή να αποτελείται από μια μεταβολή και από την ακριβώς ανάστροφή της, οπότε δεν περικλείεται εμβαδό από τη γραμμή του διαγράμματος, οπότε το έργο είναι μηδέν. (4 μονάδες)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 21688

2.1. Δύο παιδιά, η Μαρία και η Γεωργία, παίζουν στην ακροθαλασσιά πετώντας πέτρες. Κάποια στιγμή τα δύο παιδιά πετούν ταυτοχρόνως, από το ίδιο ύψος H από την επιφάνεια της θάλασσας, από μία πέτρα με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_M$ και $\vec{v}_\Gamma$ αντίστοιχα. Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει $\upsilon_M > \upsilon_\Gamma$. Κατά την κίνηση, h_M και h_Γ είναι τα ύψη από την επιφάνεια της θάλασσας που βρίσκονται τη χρονική στιγμή t η πέτρα της Μαρίας και αυτή της Γεωργίας αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Για τα ύψη h_M και h_Γ κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

(α) $h_M < h_\Gamma$, **(β)** $h_M = h_\Gamma$, **(γ)** $h_M > h_\Gamma$

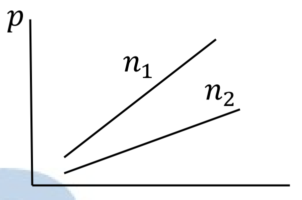
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

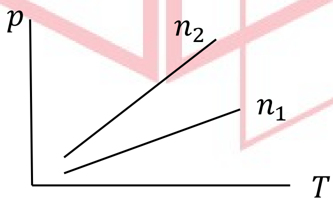
2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

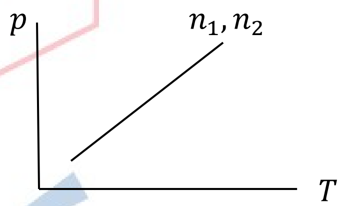
2.2. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων n_1 και n_2 σε mol αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $n_1 < n_2$ βρίσκονται σε διαφορετικά δοχεία $Δ_1$ και $Δ_2$ ίσου όγκου και εκτελούν ισόχωρες αντιστρεπτές μεταβολές. Ποιο από τα διαγράμματα αναπαριστά σωστά την προηγούμενη πρόταση;



(1)



(2)



(3)

(α) το (1) , **(β)** το(2) , **(γ)** το (3)

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21688-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η κίνηση της κάθε πέτρας είναι ομαλή στον οριζόντιο άξονα και ομαλά επιταχυνόμενη, με επιτάχυνση μέτρου g (επιτάχυνση της βαρύτητας), στον κατακόρυφο άξονα (λόγω της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων και του γεγονότος πως η μόνη δύναμη που ασκείται στην πέτρα είναι το βάρος). (3 μονάδες)

Η κατακόρυφη απόσταση που έχει διανύσει η πέτρα έως τη χρονική στιγμή t είναι $y = \frac{1}{2}gt^2$. Η απόσταση αυτή δεν εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα, άρα οι δύο πέτρες έχουν κάθε στιγμή ίδια κατακόρυφη μετατόπιση. (4 μονάδες)

Οι δύο πέτρες ξεκίνησαν από το ίδιο ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας, έστω H, άρα κάθε στιγμή θα απέχουν από αυτήν ίσα ύψη $h = H - y = H - \frac{1}{2}gt^2$ (1 μονάδα).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η καταστατική εξίσωση είναι $pV = nRT$. (1 μονάδα)

Λύνοντας ως προς την εξαρτημένη μεταβλητή (άξονας y, όπου βρίσκεται το p) στα διαγράμματα (1 μονάδα):

$$p = \frac{nRT}{V}$$

Επειδή στα διαγράμματα η ανεξάρτητη μεταβλητή (άξονας x) είναι η θερμοκρασία T, ενώ ο όγκος V είναι σταθερός (οι μεταβολές είναι ισόχωρες), η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί:

$$p = \frac{nR}{V}T$$

η οποία είναι της μορφής $y = ax$. Άρα η γραφική παράσταση είναι πράγματι ευθεία με κλίση $a = \frac{nR}{V}$. (4 μονάδες)

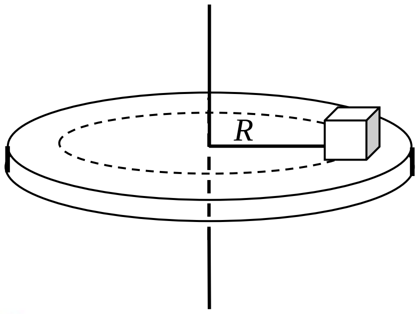
Αυτό σημαίνει ότι η ευθεία που αντιστοιχεί στη μικρότερη ποσότητα (n_1) είναι αυτή με τη μικρότερη κλίση (3 μονάδες), κάτι που συμβαίνει στο διάγραμμα (2).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

21691

2.1 Πάνω σε ένα παλιό πικάπ βρίσκεται ένας δίσκος βινυλίου και πάνω στον δίσκο βινυλίου ένα μεγάλο ζάρι. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του πικάπ. Όταν το ζάρι βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_1. Όταν το ζάρι βρεθεί σε απόσταση R_2 επίσης από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_2.



Για τον λόγο των μέτρων των κεντρομόλων δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις ισχύει

(α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$, **(β)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_2}{\omega_2^2 \cdot R_1}$, **(γ)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1 \cdot R_1}{\omega_2 \cdot R_2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας πύραυλος αποτελείται από δύο τμήματα ίσων μαζών m, και κινείται εκτός ατμόσφαιρας κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου υ, ενώ οι μηχανές του έχουν τεθεί εκτός λειτουργίας. Κάποια στιγμή τίθεται σε λειτουργία ειδικός μηχανισμός που διαχωρίζει ακαριαία τα δύο τμήματα. Ακολούθως, το πάνω τμήμα συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{3}{2}\upsilon$.

Η ταχύτητα του κάτω τμήματος είναι:

(α) $\frac{\upsilon}{3}$, **(β)** $\frac{\upsilon}{2}$, **(γ)** $\frac{2\upsilon}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21691-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{mv^2}{R} \text{ (1 μονάδα)}$$

Στις πιθανές απαντήσεις εμφανίζεται η γωνιακή ταχύτητα ω, το μέτρο της οποίας συνδέεται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μέσω της σχέσης $v = \omega R$ (2 μονάδες). Αντικαθιστώντας στην πρώτη σχέση: $F = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$ (2 μονάδες)

Για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις που περιγράφονται στην εκφώνηση:

$$F_1 = m{\omega_1}^2 R_1$$

$$F_2 = m{\omega_2}^2 R_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m\omega_1^2 \cdot R_1}{m\omega_2^2 \cdot R_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2} \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θεωρώντας το σύστημα κατά προσέγγιση μονωμένο τη στιγμή της αποκόλλησης (θεωρώντας δηλαδή πως η επίδραση της μοναδικής εξωτερικής δύναμης, του βάρους, είναι αμελητέα στη διάρκεια της αποκόλλησης, λόγω και της αμελητέας διάρκειας της τελευταίας), μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα του πυραύλου (το οποίο αποτελείται από τα δύο τμήματα). (3 μονάδες)

Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του πυραύλου (δηλαδή προς τα επάνω):

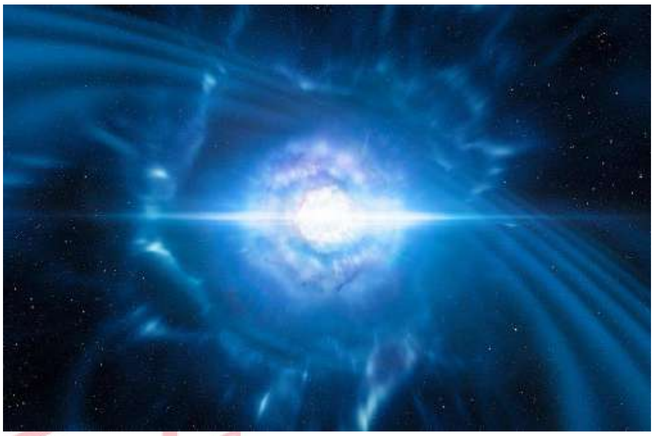
$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$(m + m)v = m\frac{3}{2}v + mv'$$

$$v' = \frac{v}{2} \text{ (6 μονάδες)}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 21697



Αναπαράσταση αστέρα νετρονίων
Πηγή: European Southern Observatory (ESO)

Οι αστέρες νετρονίων είναι το αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης τεράστιων αστέρων, συνήθως στο τέλος της ζωής τους. Εκτός από τις μαύρες τρύπες, είναι τα πιο πυκνά ουράνια σώματα του Σύμπαντος. Περιστρέφονται πάρα πολύ γρήγορα. Ένας από τους πιο ενδιαφέροντες αστέρες νετρονίων είναι ο PSR J1748-2446ad, ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με συχνότητα περίπου $700\ Hz$. Η ακτίνα του είναι περίπου $10\ km$, ενώ η μάζα του M είναι τέτοια ώστε $GM = 2 \times 10^{20}\ Nm^2/kg$ (είναι περίπου μιάμιση φορά μεγαλύτερη από τη μάζα του Ήλιου).

4.1. Υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα που θα είχε ένα αντικείμενο το οποίο θα τοποθετούσαμε και θα αφήναμε ακίνητο στον ισημερινό της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, μόνο λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση που θα έπρεπε να έχει το αντικείμενο του ερωτήματος 4.1 λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του, και αναφέρετε την κατεύθυνσή της. Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση $\pi^2 \cong 10$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων, και συγκρίνετέ την με την αντίστοιχη της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Στην πραγματικότητα δεν θα ήταν δυνατό να τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων (λόγω της υπερβολικά ισχυρής βαρυτικής έλξης και των ακτινοβολιών), αλλά θα μπορούσαμε να το αφήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα από πάρα πολύ μεγάλη απόσταση, ώστε να κινηθεί μόνο υπό την επίδραση της βαρυτικής έλξης του αστέρα νετρονίων και να φτάσει έτσι στην επιφάνειά του. Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται πως η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου ίση με $10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

21697-Λύση

4.1. Το αντικείμενο θα περιστρέφεται μαζί με τα σημεία της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Η γραμμική ταχύτητά του θα είναι

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f = 2\pi(10\ km)(700\ Hz) = 2\pi(10 \times 10^3\ m)(700\ Hz) = 14\pi \times 10^6\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται πάντα από τον τύπο

$$a_\kappa = \frac{v^2}{R}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$$a_\kappa = \frac{(14\pi \times 10^6 \frac{m}{s})^2}{10^4\ m} = 196\pi^2 10^8 \frac{m}{s^2} \cong 1{,}96 \times 10^{11} m/s^2$$

Η κατεύθυνση της κεντρομόλου επιτάχυνσης θα ήταν προς το κέντρο του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

4.3. Η επιτάχυνση βαρύτητας σε απόσταση R από σημειακή μάζα M (ή από το κέντρο σφαιρικής μάζας M) ισούται με την ένταση του πεδίου βαρύτητας και δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{GM}{R^2} \text{ (1 μονάδα)}$$

Στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων θα είναι :

$$g_{AN} = \frac{2 \times 10^{20}\ Nm^2/kg}{(10^4\ m)^2} = 2 \times 10^{12}\ N/kg = 2 \times 10^{12}\ m/s^2 \text{ (3 μονάδες)}$$

Σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης, η τιμή αυτή είναι:

$$\frac{g_{AN}}{g_{\Gamma\eta\varsigma}} = \frac{2 \times 10^{12}\ m/s^2}{10\ m/s^2} = 2 \times 10^{11}$$

δηλαδή 200.000.000.000 φορές μεγαλύτερη (3 μονάδες).

Μονάδες 7

4.4. Το αντικείμενο, έστω μάζας m, θα κινηθεί μόνο με την επίδραση της βαρύτητας, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$(U + K)_{\sigma\varepsilon\ \pi o\lambda\upsilon\ \mu\varepsilon\gamma\alpha\lambda\eta\ \alpha\pi o\sigma\tau\alpha\sigma\eta} = (U + K)_{\sigma\tau\eta\nu\ \varepsilon\pi\iota\varphi\alpha\nu\varepsilon\iota\alpha}$$

$$0 + 0 = \left(-\frac{GMm}{R}\right) + \frac{1}{2}mv^2$$

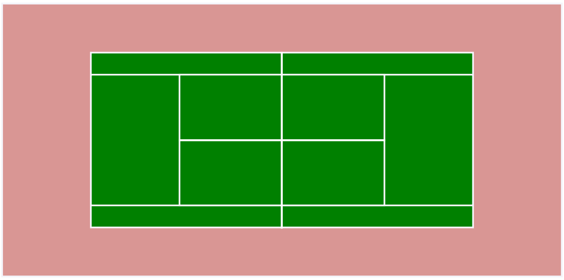
$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2(2 \times 10^{20} \frac{Nm^2}{kg})}{10^4\ m}} = 2 \times 10^8\ m/s$$

(Στην πραγματικότητα η παραπάνω τιμή είναι μόνο μία εκτίμηση, με δεδομένο πως υπάρχουν και σχετικιστικά φαινόμενα)

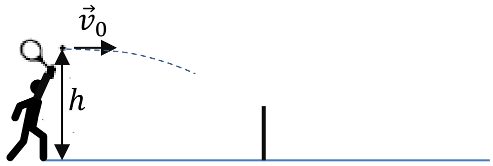
Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21698



Τενίστας χτυπάει με τη ρακέτα του μπαλάκι, δίνοντάς του οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\, m/s$, ενώ αυτό βρίσκεται σε ύψος $h = 2{,}45\, m$.

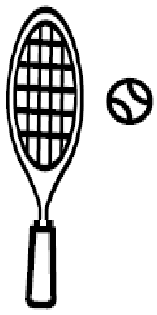


4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που θα χρειαστεί το μπαλάκι για να φτάσει στο έδαφος (υποθέτοντας πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε το βεληνεκές και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει το μπαλάκι στο έδαφος (υποθέτοντας πάλι πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).

Μονάδες 7



4.3. Το μπαλάκι έχει μάζα $60\, g$. Η ρακέτα ασκεί οριζόντια δύναμη $240\, N$ στο μπαλάκι ώστε αυτό να ξεκινήσει να κινείται με την οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\, m/s$. Υποθέτοντας πως τη στιγμή που η ρακέτα χτυπάει το μπαλάκι αυτό είναι ακίνητο, υπολογίστε τη διάρκεια της επαφής μεταξύ αυτού και της ρακέτας.

Μονάδες 6

4.4. Το φιλέ βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $12\, m$ από το σημείο στο οποίο η ρακέτα χτύπησε το μπαλάκι. Το φιλέ έχει ύψος $0{,}912\, m$. Βρείτε αν το μπαλάκι θα περάσει πάνω από το φιλέ ή θα χτυπήσει σε αυτό.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\, m/s^2$, ενώ $\sqrt{449} \cong 21$.

ΘΕΜΑ 4

21698-Λύση

4.1. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον κατακόρυφο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας $t=0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση y:

$$y=\frac{1}{2}gt^2 \text{ (2 μονάδες)}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h=2{,}45\ m$ στο οποίο βρίσκεται αρχικά το μπαλάκι, ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει στο έδαφος είναι:

$$2{,}45\ m=\frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right)t^2 \Leftrightarrow t=0{,}7\ s \text{ (4 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.2. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας ότι $t=0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει οριζόντια απόσταση (2 μονάδες):

$$s=v_0t=\left(20\frac{m}{s}\right)(0{,}7\ s)=14\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας παραμένει $v_x=v_0=20\ m/s$, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα φτάνοντας στο έδαφος θα είναι (λόγω της επιταχυνόμενης κίνησης με $a=g$) $v_y=gt=\left(10\frac{m}{s^2}\right)(0{,}7\ s)=7\ m/s$ (3 μονάδες)

Το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο φτάνει στο έδαφος είναι:

$$v=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=\sqrt{(20\frac{m}{s})^2+(7\frac{m}{s})^2}=\sqrt{(449\frac{m^2}{s^2})}\cong 21\ m/s \text{ (2 μονάδες)}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (2[ος] νόμος του Νεύτωνα), εφαρμόζοντάς τον στον οριζόντιο άξονα και θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά

$$F_{ρακετας}=\Sigma F=\frac{\Delta p}{\Delta t}\Longrightarrow 240\ N=\frac{(60\ g)\left(20\frac{m}{s}\right)-0}{\Delta t}=\frac{(0{,}060\ kg)\left(20\frac{m}{s}\right)-0}{\Delta t}\Leftrightarrow \Delta t=0{,}005\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Με βάση την οριζόντια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για να φτάσει το μπαλάκι στο φιλέ θα χρειαστεί χρόνο t_1 :

$$x=v_0t\Rightarrow 12\ m=\left(20\frac{m}{s}\right)t_1\Leftrightarrow t_1=0{,}6\ s \text{ (2 μονάδες)}$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μπαλάκι θα έχει κατέβει από την αρχική του θέση κατά y_1:

$$y=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow y_1=\frac{1}{2}(10\frac{m}{s})(0{,}6\ s)^2=1{,}8\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μπαλάκι ξεκίνησε από ύψος $h=2{,}45\ m$, άρα τη χρονική στιγμή t_1 θα βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$2{,}45\ m-1{,}8\ m=0{,}65\ m<0{,}912\ m \text{ (1 μονάδα)}$$

Συνεπώς, αφού όταν θα φτάσει στο φιλέ, θα βρίσκεται σε ύψος μικρότερο από το ύψος του φιλέ, θα χτυπήσει σε αυτό. (1 μονάδα)

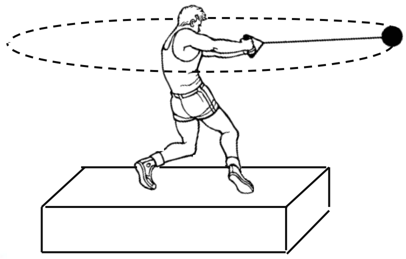
21698-Λύση

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21699

Η σφυροβολία είναι από τα παλαιότερα αθλήματα των σύγχρονων Ολυμπιακών Αγώνων. Η σφύρα αποτελείται από μία σφαίρα μάζας $4\ kg$ η οποία είναι δεμένη σε σύρμα, το οποίο έχει πολύ μικρότερη (αμελητέα) μάζα σε σχέση με τη σφαίρα. Αθλήτρια της σφυροβολίας, καθώς προπονείται, περιστρέφει τη σφύρα σε οριζόντιο επίπεδο ώστε η σφαίρα να κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας $1{,}5\ m$, με ταχύτητα σταθερού μέτρου $15\ m/s$.



4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται η σφαίρα για να εκτελέσει μία πλήρη περιστροφή καθώς και την γωνιακή της ταχύτητα.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση της σφαίρας και την κεντρομόλο δύναμη η οποία την αναγκάζει να εκτελεί την περιστροφή και εξηγήστε ποια (ή ποιες) από τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφύρα παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Μονάδες 7

Κατά λάθος, η αθλήτρια αφήνει ελεύθερη τη σφύρα, ενώ αυτή περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $1{,}8\ m$ από το έδαφος. Μπορούμε να θεωρήσουμε πως η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, θεωρώντας αμελητέα την επίδραση του σύρματος στην κίνησή της και θεωρώντας επίσης αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

4.3. Υπολογίστε πόσο χρόνο θα χρειαστεί η σφαίρα για να φτάσει στο έδαφος, και ποια είναι η οριζόντια απόσταση από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερη του σημείου που θα φτάσει.

Μονάδες 6

4.4 Υπολογίστε την εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας με το οριζόντιο επίπεδο όταν η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

21699-Λύση

4.1. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική, ισχύει:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Longrightarrow 15\frac{m}{s} = \frac{2\pi(1{,}5\ m)}{T} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{5}\ s \text{ (3 μονάδες)}$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα ισχύει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}s} = 10\ rad/s \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς της σφαίρας (1 μονάδα) και μέτρο:

$$a_\kappa = \frac{v^2}{R} = \frac{(15\ m/s)^2}{1{,}5\ m} = 150\ m/s^2 \text{ (2 μονάδες)}$$

Η κεντρομόλος δύναμη έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς της σφαίρας (1 μονάδα) και μέτρο:

$$F_\kappa = ma_\kappa = (4\ kg)\left(150\frac{m}{s^2}\right) = 600\ N \text{ (2 μονάδες)}$$

Η δύναμη που παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης είναι η τάση του σύρματος της σφύρας (ακριβέστερα, είναι η συνισταμένη της τάσης, του βάρους της σφαίρας, αλλά και της αντίστασης του αέρα) (1 μονάδα)

Μονάδες 7

4.3. Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κατακόρυφη κίνηση της σφαίρας είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $a = g$. Σε χρόνο t από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη η σφαίρα θα έχει κατέβει κατά y από την αρχική της θέση. Θέτοντας $y = 1{,}8\ m$ βρίσκουμε τον χρόνο t_1 (χρονικό διάστημα από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη) για να φτάσει στο έδαφος:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 1{,}8\ m = \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right){t_1}^2 \Leftrightarrow t_1 = 0{,}6\ s \text{ (3 μονάδες)}$$

Σε αυτόν τον χρόνο, με βάση το γεγονός πως η οριζόντια κίνηση της σφαίρας είναι ομαλή με $v_x = v_0 = 15\ m/s$ (λόγω ανεξαρτησίας των κινήσεων), η σφαίρα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά

$$x = v_0 t = \left(15\frac{m}{s}\right)(0{,}6\ s) = 9\ m \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.4. Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κατακόρυφη κίνηση της σφαίρας είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $a = g$. Σε χρόνο t_1 από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη η σφαίρα θα έχει αποκτήσει κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας μέτρου:

$$v_y = gt_1 = \left(10\frac{m}{s^2}\right)(0{,}6\ s) = 6\ m/s \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας παραμένει $v_x = v_0 = 15\ m/s$ (1 μονάδα)

Η εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας με το οριζόντιο επίπεδο όταν η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6\ m/s}{15\ m/s} = 0{,}4 \text{ (3 μονάδες)}$$

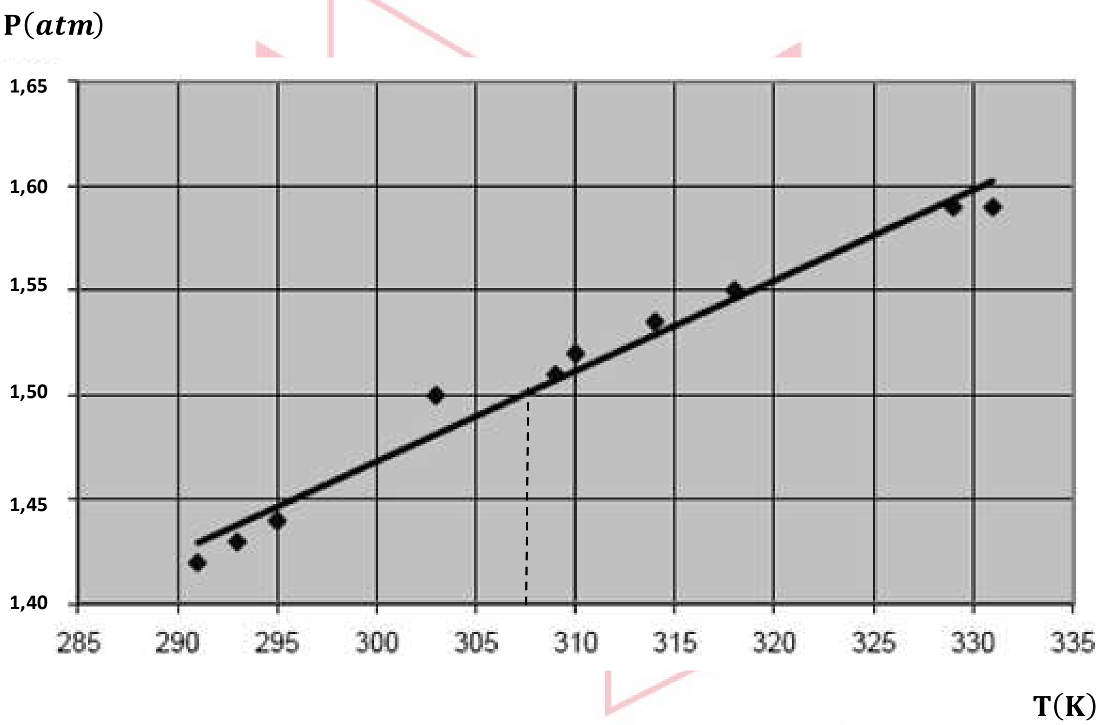
21699-Λύση

Μονάδες 6

21767

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στα εργαστήριο φυσικής του Λυκείου κατά την πειραματική μελέτη των νόμων των αερίων, οι μαθητές πήραν μετρήσεις πίεσης και θερμοκρασίας για ορισμένη μάζα αερίου και δημιούργησαν το πιο κάτω γράφημα αφού πρώτα αποτύπωσαν τις μετρήσεις και χάραξαν την βέλτιστη ευθεία(Η χάραξη της καλύτερης γραμμής των πειραματικών σημείων).



Η κλίση της πειραματικής ευθείας είναι :

(α) $\frac{p}{T} = \frac{1}{225}\ \frac{atm}{K}$, **(β)** $\frac{p}{T} = 0{,}005\ \frac{atm}{K}$, **(γ)** $\frac{p}{T} = 225\ \frac{atm}{K}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 5

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια μέσα στο βαρυτικό πεδίο της γης και κοντά στην επιφάνεια της έτσι ώστε η επιτάχυνση της βαρύτητας g να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, με αρχική ταχύτητα $υ_0$. Τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης η δύναμη του βάρους είναι κάθετη στην ταχύτητα. Για τη μελέτη της κίνησης θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Ο καθηγητής της Φυσικής έθεσε το ερώτημα: «Παιδιά, αφού η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα, μήπως το σώμα διαγράφει τόξο κύκλου καθώς πέφτει;»

Οι μαθητές έδωσαν διάφορες απαντήσεις μεταξύ των οποίων οι παρακάτω:

21767

(α) «Μάλλον πρέπει να διαγράφει τεταρτοκύκλιο, και όχι ολόκληρο κύκλο, γιατί κάποια στιγμή φτάνει στο δάπεδο και σταματάει».

(β) «Για να κάνει κυκλική κίνηση η συνολική δύναμη πρέπει να είναι συνέχεια κάθετη στην ταχύτητα και όχι μια στιγμή»

(γ) «Για να κάνει κυκλική κίνηση πρέπει να υπάρχει μια άλλη δύναμη, εκτός από το βάρος, που λέγεται κεντρομόλος δύναμη».

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

21767-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 5

2.1.Β.

Από το διάγραμμα μπορούμε να πάρουμε πληροφορίες για τα ζεύγη των πειραματικών μετρήσεων που αφορούν την πίεση και την αντίστοιχη θερμοκρασία. Αναζητούμε συγκεκριμένα ζεύγη τιμών πίεσης και θερμοκρασίας που βρίσκονται πάνω στην ευθεία. Επιλέγουμε δύο σημεία της ευθείας τα οποία εύκολα μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες τους (p_1,T_1) και (p_2,T_2)[τα σημεία πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον κατά το ήμισυ της ευθείας απομακρυσμένα και να διακρίνονται καλύτερα].

Αυτά τα ζεύγη είναι:

$$(p_1 = 1{,}5\ atm, T_1 = 307{,}5\ K) \text{ και } (p_2 = 1{,}6\ atm, T_1 = 330\ K)$$

Στο πρώτο ζεύγος η θερμοκρασία $307{,}5\ K$ προκύπτει από το γεγονός του ότι αυτή η πειραματική τιμή βρίσκεται στο μέσον της μονάδας κλίμακας στον οριζόντιο άξονα.

Η κλίση της ευθείας υπολογίζεται από το πηλίκο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{p_2-p_1}{T_2-T_1} \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1{,}6-1{,}5}{330-307{,}5}\frac{atm}{K} \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{o{,}1}{22{,}5}\frac{atm}{K} \text{ ή } \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1}{225}\frac{atm}{K}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η κυκλική κίνηση είναι μια από τις πιο οικείες κινήσεις της καθημερινής μας ζωής. Επιτυγχάνεται εύκολα όπως για παράδειγμα αν με τη βοήθεια ενός νήματος που συγκρατείται σταθερά στο ένα άκρο και αναγκάσουμε σωμάτιο που έχουμε προσδέσει στο άλλο άκρο σε μεταφορική κίνηση με ταχύτητα υ_0 και στη συνέχεια εξασκούμε συνεχώς επάνω του δύναμη ΣF η οποία είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_0. Έτσι αν η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF εξακολουθεί να είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_0 σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τότε το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση. Στο σώμα μας που εκτοξεύεται οριζόντια μέσα στο βαρυτικό πεδίο της Γης το βάρος είναι διαρκώς κατακόρυφο, άρα δεν είναι διαρκώς κάθετο στην ταχύτητα η οποία αλλάζει διαρκώς κατεύθυνση .

Μονάδες 8

21767-Λύση

21768

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε δημοσίευμα της σχολικής εφημερίδας «ΜΙΚΡΟΙ Αρχισυντάκτες 2^{ο} ΓΕΛ Καρδίτσας» το 2013 διαβάζουμε ότι ομάδα μαθητών έχει κατασκευάσει διάταξη για επίδειξη της αδιαβατικής μεταβολής. Συγκεκριμένα κατασκευάστηκε «πιστόνι». Σύμφωνα με το άρθρο: «Αυτό αποτελείται από ένα κύλινδρο από plexiglass με μήκος $18\,cm$. Το έμβολο κατασκευάστηκε από σίδηρο στο οποίο προσαρμόστηκε βαρύ σφαιρίδιο για υποβοήθηση της συμπίεσης. Αυτή πραγματοποιείται με απότομο χτύπημα με σφυρί. Κατά μέσο όρο κατά την συμπίεση ο λόγος του τελικού όγκου προς τον αρχικό όγκο είναι: $\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}} = \frac{1}{9}$». Βαμβάκι που έχει εμποτιστεί με εύφλεκτη ύλη π.χ. οινόπνευμα έχει τοποθετηθεί στη βάση του σωλήνα. Καθώς η τελική θερμοκρασία υπερβαίνει το σημείο ανάφλεξης προκύπτει εντυπωσιακή φλόγα που αναπτύσσεται κατά την αδιαβατική συμπίεση. Η συμπίεση είναι αδιαβατική έστω και κατά προσέγγιση, γιατί πραγματοποιείται πολύ γρήγορα, ώστε να μην υπάρχει χρόνος για ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον.

Ας υποθέσουμε ότι η συμπεριφορά του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα είναι ως ιδανικό αέριο. Κατά τη διάρκεια της παραπάνω αδιαβατικής συμπίεσης:

(α) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $150°C$,

(β) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $2400°C$,

(γ) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $430{,}2°C$.

Για αριθμητικούς υπολογισμούς λάβετε υπόψη σας τα παρακάτω δεδομένα:

Η αρχική θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $\theta_1 = 20°C$ ή $T_1 = 293\,K$ και κατά την αδιαβατική συμπίεση ο τελικός όγκος γίνεται εννέα φορές μικρότερος. Δίνεται ότι η σταθερά Poisson είναι $\gamma = 1{,}4$ και $9^{0,4} = 2{,}4$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

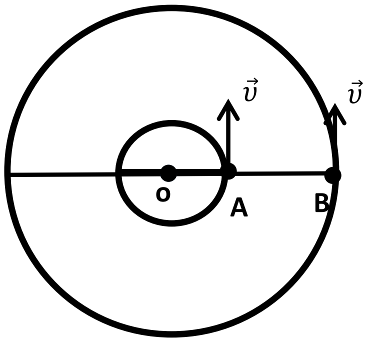
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21768

2.2. Τα σωματίδια Α και Β του διπλανού σχήματος κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με το ίδιο κέντρο Ο και με ταχύτητες ίσων μέτρων $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα Α και Β βρίσκονται σε δυο σημεία της ίδιας ακτίνας του κύκλου που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή t το σωματίδιο Α έχει διανύσει τόξο μήκους S_A. Την ίδια χρονική στιγμή το Β θα έχει διανύσει τόξο μήκους S_B.Για τα S_A και S_B θα ισχύει:



(α) $S_A = S_B$, **(β)** $S_A = 3S_B$, **(γ)** $S_B = 3S_A$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

21768-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι $\theta_1 = 20°\mathrm{C}$ $(T_1 = 293\ K)$ και περιγράφει την αρχική κατάσταση του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα.

Με τη βοήθεια της εξίσωσης Poisson και της καταστατικής εξίσωσης για την αρχική (1) και τελική (2) κατάσταση του αερίου στο σωλήνα θα έχουμε:

$$P_1 V_1 = nRT_1 \text{ και } P_2 V_2 = nRT_2$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \text{ ή } \frac{n\,R\,T_1}{V_1} V_1^{\gamma} = \frac{n\,R\,T_2}{V_2} V_2^{\gamma} \text{ ή}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ ή } T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \text{ ή } T_2 = 293 \cdot 9^{0,4} \text{ ή } T_2 = 293 \cdot 2,4 \text{ ή}$$

$$\text{ή } T_2 = 703,2\ K$$

$$\text{Επειδή } T = 273 + \Theta \text{ ή } \Theta_2 = 703,2\ K - 273K = 430,2°\mathrm{C}$$

Η θερμοκρασία στην τελική κατάσταση είναι αρκετή για την ανάφλεξη εύφλεκτων υλικών, όπως π.χ. βαμβάκι-οινόπνευμα. Βέβαια η κατασκευή δεν είναι τέλεια άρα οι υπολογισμοί μας μπορεί να είναι υπερεκτιμημένοι, αλλά έστω και έτσι η τελική θερμοκρασία υπερβαίνει το σημείο ανάφλεξης για πολλά υλικά. Έτσι είναι εντυπωσιακή η φλόγα που αναπτύσσεται κατά την συμπίεση.

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον ορισμό της γραμμικής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση θα έχουμε ότι:

Για το σωματίδιο Α σε χρόνο t θα έχει διανύσει τόξο μήκους: $S_A = \upsilon_A\ t\ \ (1)$

Για το σωματίδιο Β σε χρόνο t θα έχει διανύσει τόξο μήκους: $S_B = \upsilon_B\ t\ \ (2)$

Επειδή το μέτρο της ταχύτητας είναι το ίδιο από τις εξισώσεις (1) και (2) $S_A = S_B$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2 21848

2.1. Μία μοτοσυκλέτα M_1 κινείται σε κυκλική πίστα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1. Μία δεύτερη μοτοσυκλέτα M_2 κινείται στην ίδια πίστα (με την ίδια ακτίνα) και το μέτρο της γραμμικής της ταχύτητας είναι υποδιπλάσιο σε σχέση με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της μοτοσυκλέτας M_1.

Οι λόγοι του μέτρου των γωνιακών ταχυτήτων και των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο μοτοσυκλετών είναι:

(α) $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1}{2}$ και $\frac{\alpha_{\kappa 1}}{\alpha_{\kappa 2}} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ και $\frac{\alpha_{\kappa 1}}{\alpha_{\kappa 2}} = \frac{1}{4}$ **,** **(γ)** $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$ και $\frac{\alpha_{\kappa 1}}{\alpha_{\kappa 2}} = 4$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η αρχική θερμοκρασία μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, το οποίο είναι κλεισμένο σε δοχείο σταθερού όγκου, είναι $\theta_1 = 102^{\text{o}}$ C. Όταν αυξηθεί η θερμοκρασία του, παρατηρούμε ότι η πίεσή του αυξάνεται κατά 40%.

Η τελική θερμοκρασία του αερίου θα είναι:

(α) $\theta_2 = 252^{\text{o}}$ C , **(β)** $\theta_2 = 352^{\text{o}}$ C **,** **(γ)** $\theta_2 = 152^{\text{o}}$ C

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21848-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι δύο μοτοσυκλέτες εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κυκλικές τροχιές ίδιας ακτίνας R. Επομένως:

$$\left.\begin{matrix} \upsilon_1 = \omega_1 \cdot R \\ \upsilon_2 = \omega_2 \cdot R \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\upsilon_2 = \upsilon_1/2} \left.\begin{matrix} \upsilon_1 = \omega_1 \cdot R \\ \dfrac{\upsilon_1}{2} = \omega_2 \cdot R \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$$

Για τις κεντρομόλους επιταχύνσεις των δύο μοτοσυκλετών έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} \alpha_{\kappa 1} = \dfrac{\upsilon_1^2}{R} \\ \alpha_{\kappa 2} = \dfrac{\upsilon_2^2}{R} \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\upsilon_2 = \upsilon_1/2} \left.\begin{matrix} \alpha_{\kappa 1} = \dfrac{\upsilon_1^2}{R} \\ \alpha_{\kappa 2} = \dfrac{\upsilon_1^2}{4 \cdot R} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{\kappa 1}}{\alpha_{\kappa 2}} = 4$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η αρχική θερμοκρασία του ιδανικού αερίου που είναι κλεισμένο στο δοχείο σταθερού όγκου είναι:

$$T_1 = 273 + \theta_1 \Rightarrow T_1 = 375 \text{ K} \quad (1)$$

Η τελική πίεση του αερίου είναι:

$$P_2 = P_1 + \frac{40}{100} \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 1{,}4 \cdot P_1 \quad (2)$$

Για την ισόχωρη θέρμανση μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης του αερίου ισχύει:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \xRightarrow{(1),(2)} \frac{P_1}{375} = \frac{1{,}4 \cdot P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 525 \text{ K}$$

Αλλά

$$T_2 = 273 + \theta_2$$

και τελικά

$$\theta_2 = 252^{\text{o}} \text{ C}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

21849

2.1. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_{A} και $R_{\mathrm{B}} = \frac{R_{\mathrm{A}}}{2}$ αντίστοιχα, ενώ οι συχνότητες περιστροφής τους συνδέονται με τη σχέση $f_{\mathrm{A}} = 4f_{\mathrm{B}}$.

Για τα μέτρα υ_{A} και υ_{B} των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών, ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 8$, **(β)** $\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2$ **,** **(γ)** $\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = \frac{1}{8}$

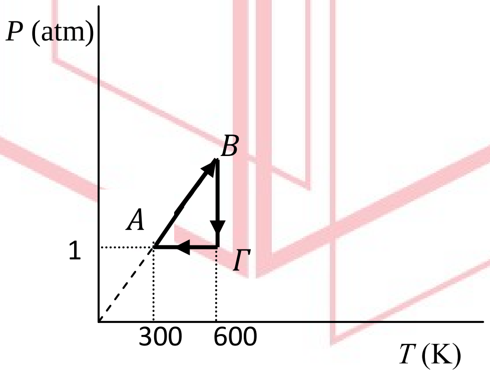
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $P - T$ του σχήματος απεικονίζονται οι τρεις μεταβολές ενός αντιστρεπτού κύκλου, που υφίσταται ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου.



Αν ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A είναι $10\ \mathrm{L}$, τότε ο όγκος στην κατάσταση Γ είναι:

(α) $V_{\Gamma} = 5\ \mathrm{L}$, **(β)** $V_{\Gamma} = 10\ \mathrm{L}$ **,** **(γ)** $V_{\Gamma} = 20\ \mathrm{L}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21849-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο κινητά εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως:

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot R_{\mathrm{B}} \end{array}\right\} \xRightarrow{R_{\mathrm{B}}=\frac{R_{\mathrm{A}}}{2}} \left.\begin{array}{l} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot \dfrac{R_{\mathrm{A}}}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{\omega_{\mathrm{B}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{2\pi f_{\mathrm{A}}}{2\pi f_{\mathrm{B}}} \xRightarrow{f_{\mathrm{A}}=4f_{\mathrm{B}}} \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 4 f_{\mathrm{B}}}{2\pi f_{\mathrm{B}}}$$

και τελικά

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 8$$

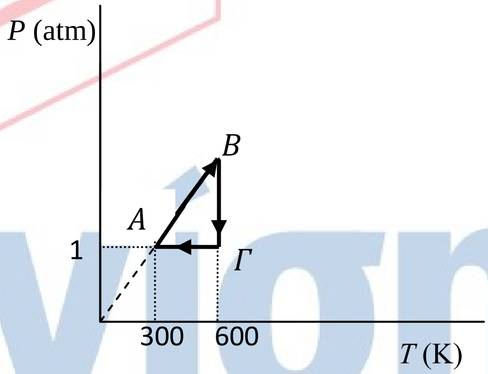
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η μεταβολή AB είναι ισόχωρη, επομένως:

$$V_A = V_B = 10\ \mathrm{L}$$

και

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{1\ \mathrm{atm}}{300\ \mathrm{K}} = \frac{P_B}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow P_B = 2\ \mathrm{atm}$$

Η μεταβολή $B\Gamma$ είναι ισόθερμη, επομένως:

$$P_B V_B = P_\Gamma V_\Gamma \Rightarrow (2\ \mathrm{atm}) \cdot (10\ \mathrm{L}) = (1\ \mathrm{atm}) \cdot V_\Gamma$$

και τελικά

$$V_\Gamma = 20\ \mathrm{L}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 21850

2.1. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_{A} και $R_{\mathrm{B}} = 2R_{\mathrm{A}}$ αντίστοιχα, ενώ τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $\upsilon_{\mathrm{B}} = \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}$.

Για τις περιόδους των δύο κινητών ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} = 4$, **(γ)** $\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} = 2$

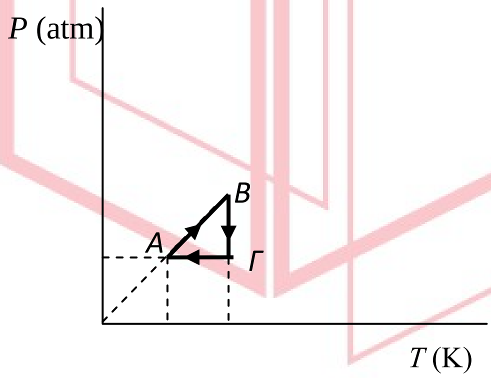
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $P - T$ του σχήματος απεικονίζονται οι τρεις μεταβολές ενός αντιστρεπτού κύκλου που υφίσταται ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου:



2.2.Α. Να αντιστοιχίσετε τις μεταβολές που αναγράφονται στη στήλη A με τους χαρακτηρισμούς των μεταβολών της στήλης B.

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
1. AB	**α.** Ισόχωρη θέρμανση
2. $B\Gamma$	**β.** Ισοβαρής ψύξη
3. ΓA	**γ.** Ισόθερμη εκτόνωση
	δ. Ισοβαρής θέρμανση

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

21850-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο κινητά εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon_{\mathrm{A}} &= \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} &= \omega_{\mathrm{B}} \cdot R_{\mathrm{B}} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{R_{\mathrm{B}}=2R_{\mathrm{A}}} \left.\begin{aligned} \upsilon_{\mathrm{A}} &= \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} &= \omega_{\mathrm{B}} \cdot 2R_{\mathrm{A}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{2\omega_{\mathrm{B}}} \xrightarrow{\upsilon_{\mathrm{B}}=\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}}$$

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}} = \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{2\omega_{\mathrm{B}}} \Rightarrow 2 = \frac{\frac{2\pi}{T_{\mathrm{A}}}}{2\,\frac{2\pi}{T_{\mathrm{B}}}} \Rightarrow 4 = \frac{T_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{A}}}$$

και τελικά

$$\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} = \frac{1}{4}$$

Μονάδες 8

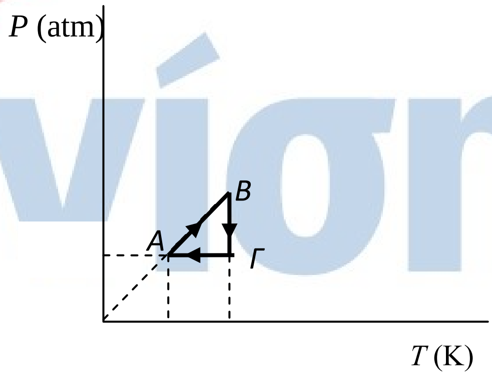
2.2.

2.2.Α.

1 - α, 2 – γ, 3 - β

Μονάδες 4

2.2.Β.



- Για τη μεταβολή AB έχουμε:

(α) η θερμοκρασία αυξάνεται και

(β)η πίεση είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, δηλαδή

$$\frac{P}{T} = \text{σταθερό} \Rightarrow V = \text{σταθερός}$$

Επομένως η μεταβολή AB είναι ισόχωρη θέρμανση.

- Για τη μεταβολή $B\Gamma$ έχουμε:

Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, άρα η μεταβολή είναι ισόθερμη επομένως ισχύει:

$$P \cdot V = \text{σταθερό}$$

Και δεδομένου ότι η πίεση μειώνεται, ο όγκος αυξάνεται.

Επομένως η μεταβολή $B\Gamma$ είναι ισόθερμη εκτόνωση.

- Για τη μεταβολή ΓA έχουμε:

Η πίεση παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία μειώνεται.

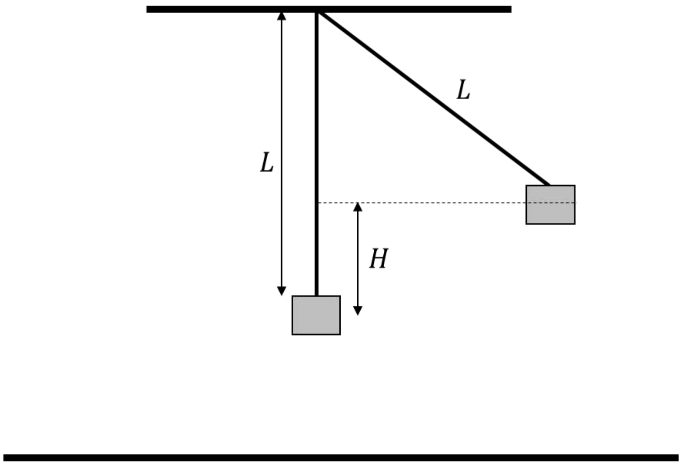
Επομένως η μεταβολή ΓA είναι ισοβαρής ψύξη.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

21887

Σώμα μάζας $M = 4\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $L = 1\ \mathrm{m}$ και ισορροπεί με το νήμα να είναι κατακόρυφο. Ανυψώνουμε το σώμα, σε κατακόρυφη απόσταση $H = 45\ \mathrm{cm}$ από την αρχική του θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα, και το αφήνουμε ελεύθερο.



4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα μάζας M, όταν περνά από τη θέση, όπου το νήμα ξαναγίνεται κατακόρυφο.

Μονάδες 5

4.2. Τη στιγμή που το σώμα μάζας M διέρχεται από τη θέση, όπου το νήμα είναι κατακόρυφο, δεύτερο σώμα μάζας $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ κινούμενο οριζόντια και αντίθετα από το σώμα μάζας M σφηνώνεται σε αυτό, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα.

Ποια πρέπει να είναι η ταχύτητα του σώματος μάζας m, ώστε το συσσωμάτωμα να παραμείνει ακίνητο αμέσως μετά την κρούση;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα μάζας M και στο συσσωμάτωμα αντίστοιχα, ελάχιστα πριν και ελάχιστα μετά την κρούση αντίστοιχα (το νήμα και στις δύο περιπτώσεις είναι κατακόρυφο).

Μονάδες 7

4.4. Με ποια ταχύτητα θα πρέπει να κινείται το σώμα μάζας m πριν από την κρούση, ώστε το συσσωμάτωμα που θα προκύψει, να κινηθεί αμέσως μετά την κρούση, στην ίδια κατεύθυνση με αυτή που κινούταν το σώμα μάζας M πριν την κρούση και να φθάσει σε θέση που το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ, για την οποία $συνθ = 0{,}8$;

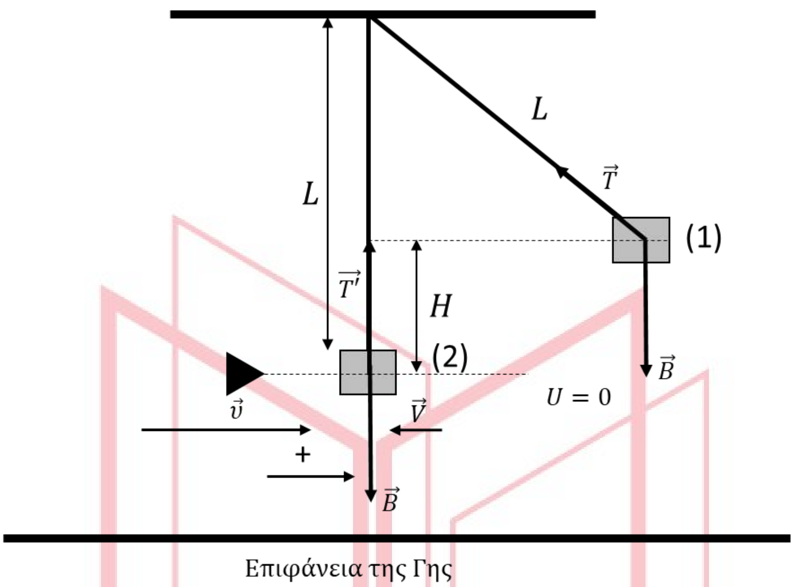
Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

21887-Λύση

4.1.



Στο σώμα ασκούνται το βάρος του και η τάση του νήματος. Η διεύθυνση της τάσης του νήματος είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος, καθ' όλη την διάρκεια της κίνησής του, άρα $W_T = 0$, ενώ το βάρος είναι συντηρητική δύναμη. Επομένως η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του σώματος από τη θέση (1) έως τη θέση (2).

$$E_{M\eta\chi(1)} = E_{M\eta\chi(2)} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + M \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 + 0 \Rightarrow V = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \Rightarrow$$

$$V = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}45\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 3\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow m \cdot \upsilon - M \cdot V = 0 \Rightarrow$$

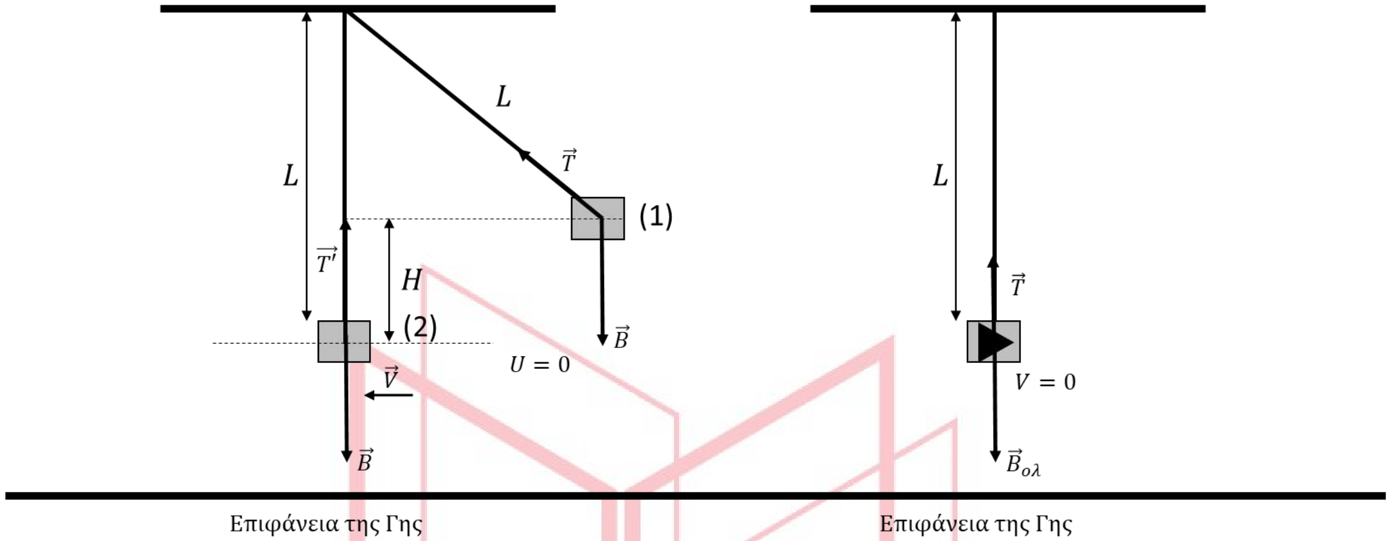
$$0{,}5\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon - 4\ \mathrm{kg} \cdot 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 24\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 5

4.3.

21887-Λύση



Ελάχιστα πριν την κρούση και ενώ το σώμα μάζας M, διαγράφοντας τμήμα κύκλου, διέρχεται με ταχύτητα $\vec{V}$ από την θέση, όπου νήμα είναι κατακόρυφο, για τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_{\kappa} \Rightarrow T' - B = \frac{M \cdot V^2}{L} \Rightarrow$$

$$T' = \frac{M \cdot V^2}{L} + M \cdot g \Rightarrow T' = \frac{4\ \text{kg} \cdot \left(3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1\ \text{m}} + 4\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T' = 76\ \text{N}}$$

Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση ακινητοποιείται. Άρα:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow T - B_{ολ} = 0 \Rightarrow T = (m + M) \cdot g \Rightarrow$$

$$T = (0{,}5\ \text{kg} + 4\ \text{kg}) \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T = 45\ \text{N}}$$

Επομένως η μεταβολή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το νήμα στο σώμα και στο συσσωμάτωμα αντίστοιχα, είναι:

$$\Delta T = T - T' \Rightarrow$$

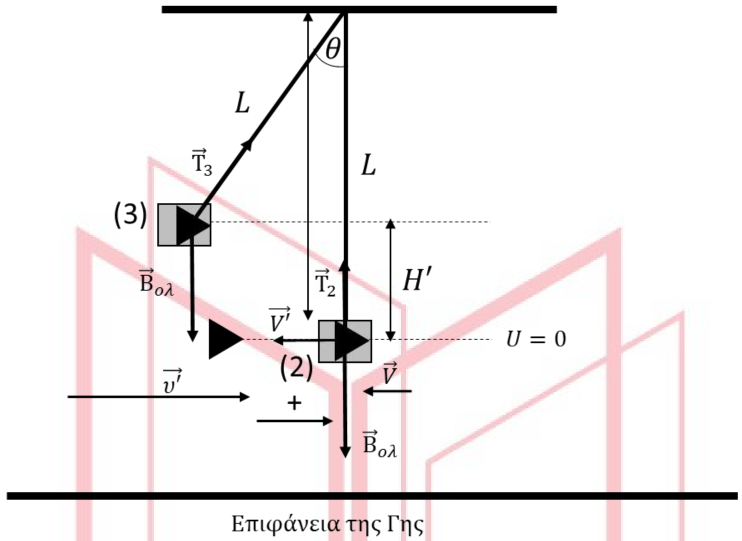
$$\Delta T = 45\ \text{N} - 76\ \text{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta T = -31\ \text{N}}$$

Μονάδες 7

21887-Λύση

4.4.



Για την κίνηση του συσσωματώματος μεταξύ των θέσεων (2) και (3) ισχύει και πάλι η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, επομένως:

$$E_{Μηχ(2)} = E_{Μηχ(3)} \Rightarrow K_2 + U_2 = K_3 + U_3 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V'^2 + 0 = 0 + (M + m) \cdot g \cdot H' \Rightarrow$$

$$V' = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - συνθ)} \Rightarrow$$

$$V' = \sqrt{2 \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1 \cdot (1 - 0{,}8)\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V' = 2\ \frac{m}{s}}$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την πλαστική κρούση του σώματος μάζας M με το σώμα μάζας m προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ.} = \vec{p}_{ολ,τελ.} \Rightarrow m \cdot υ' - M \cdot V = -(m + M) \cdot V' \Rightarrow$$

$$0{,}5\ \mathrm{kg} \cdot υ' - 4\ \mathrm{kg} \cdot 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -4{,}5\ \mathrm{kg} \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \Rightarrow$$

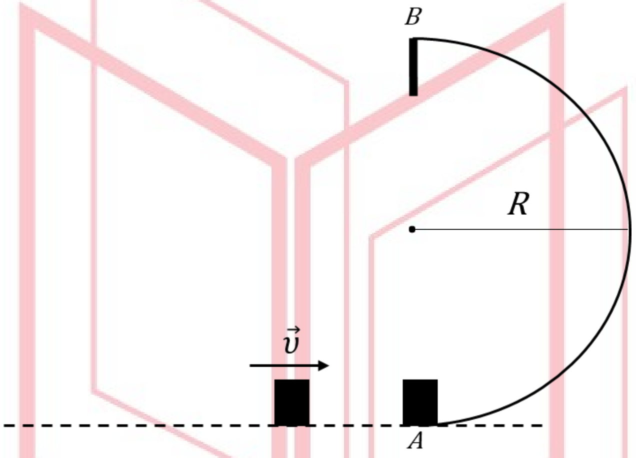
$$\boldsymbol{υ' = 6\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

21888

Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα, υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος και ακτίνας $R = 20\ \mathrm{cm}$. Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο, ακίνητο σώμα μάζας $M = 1\ \mathrm{kg}$. Ένα δεύτερο σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\ \mathrm{m/s}$, κατά τη διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και συγκρούεται με το σώμα μάζας M. Η κρούση είναι πλαστική. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται μετά την κρούση κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος, χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά τη διάρκεια της κυκλικής του κίνησης.

Μονάδες 7

4.3. Την χρονική διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B.

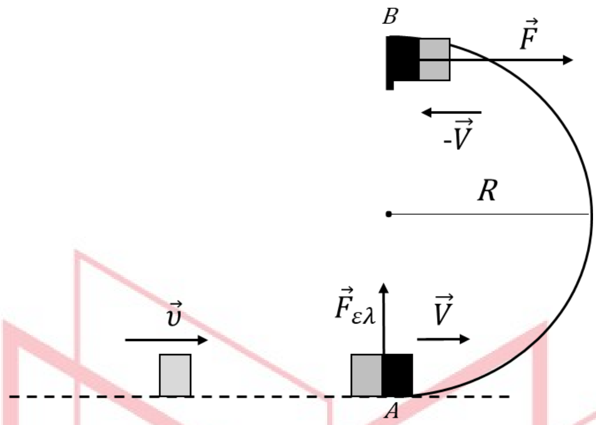
Μονάδες 6

4.4. Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και το χρονικό διάστημα για να ακινητοποιηθεί είναι $\Delta t = 0{,}1\ \mathrm{sec}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

21888-Λύση



4.1. Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow m \cdot \upsilon + 0 = (m+M) \cdot V \Rightarrow$$

$$1\ \mathrm{kg} \cdot 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 0 = 2\ \mathrm{Kg} \cdot V \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 10\ \frac{m}{s}}\quad .$$

Μονάδες 7

4.2. Το συσσωμάτωμα λόγω του ελάσματος διαγράφει κυκλική τροχιά, εκτελώντας στο οριζόντιο επίπεδο ομαλή κυκλική κίνηση οπότε για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, που αυτό δέχεται από το έλασμα θα ισχύει:

$$F_{\varepsilon\lambda} = F_{\kappa} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \frac{(m+M) \cdot V^2}{R} \Rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = \frac{2\ \mathrm{kg} \cdot (10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{0{,}2\ \mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda} = 1000\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 7

4.3. Το συσσωμάτωμα από το σημείο A μέχρι το σημείο B διαγράφει ημικύκλιο. Δεδομένου, ότι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης είναι T, η χρονική διάρκεια της κίνησής του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{V}}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi \cdot R}{V} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2\ \mathrm{m}}{10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta t = 6{,}28 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το εμπόδιο στο σημείο B προκύπτει:

$$|\bar{F}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{0 - 2\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}1\ \mathrm{s}}\right| \Rightarrow$$

$$|\bar{\boldsymbol{F}}| = \mathbf{200\ N}$$

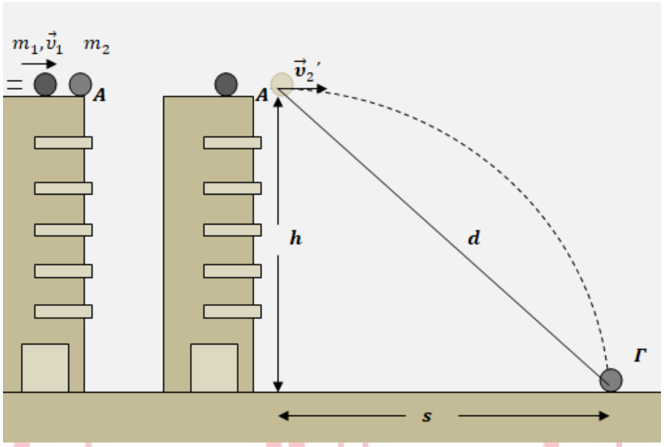
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

21971

Μια μικρή σφαίρα (2), μάζας m_2, είναι ακίνητη στο άκρο της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου (σημείο Α), σε ύψος $h = 20\,m$ από το οριζόντιο έδαφος. Δεύτερη μικρή σφαίρα (1), μάζας m_1, κινείται ευθύγραμμα ολισθαίνοντας στο παγωμένο δάπεδο της ταράτσας, το οποίο είναι εντελώς λείο, με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου $\upsilon_1 = 15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και συγκρούεται μετωπικά με την ακίνητη σφαίρα (2).

Μετά τη σύγκρουση η σφαίρα (2) εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε σημείο Γ, το οποίο απέχει από το Α απόσταση $(A\Gamma) = d = 25\,m$.



Αν δίνεται ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση $m_2 = 2 \cdot m_1$ και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής της σφαίρας (2), από το σημείο Α μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος, στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{\upsilon}_2{}'$ που απέκτησε η σφαίρα (2) αμέσως μετά τη κρούση της σφαίρας (1) πάνω της.

Μονάδες 7

4.3. Την ταχύτητα της σφαίρας (1) αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η σφαίρα (1) πριν την κρούση, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση των δύο σφαιρών.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21971-Λύση

Μελετάμε την οριζόντια βολή της σφαίρας (2), αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1. Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο Α μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{\beta o\lambda})^2 \ \ , \quad \text{άρα} \ \ \Delta t_{\beta o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

$$s = {\upsilon_2}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} \qquad (1)$$

Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο που δημιουργείται προκύπτει:

$$s = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{25^2 - 20^2}\ \mathrm{m} = 15\ \mathrm{m} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$${\upsilon_2}' = \frac{s}{\Delta t_{\beta o\lambda}} = 7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σφαιρών κατά την κρούση:

$$\vec{p}^{\,\pi\rho\iota\nu}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \vec{p}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \ \ , \quad \text{ή} \ \ m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot {\upsilon_1}' + m_2 \cdot {\upsilon_2}'$$

$$\text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot {\upsilon_1}' + 2 \cdot m_1 \cdot {\upsilon_2}'$$

$$\text{τελικά} \quad {\upsilon_1}' = \upsilon_1 - 2 \cdot {\upsilon_2}' = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε κατά την κρούση των δύο σφαιρών είναι ίση με την ελάττωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος. Δηλαδή:

$$Q = |\Delta K_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})$$

Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας (1) που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια είναι:

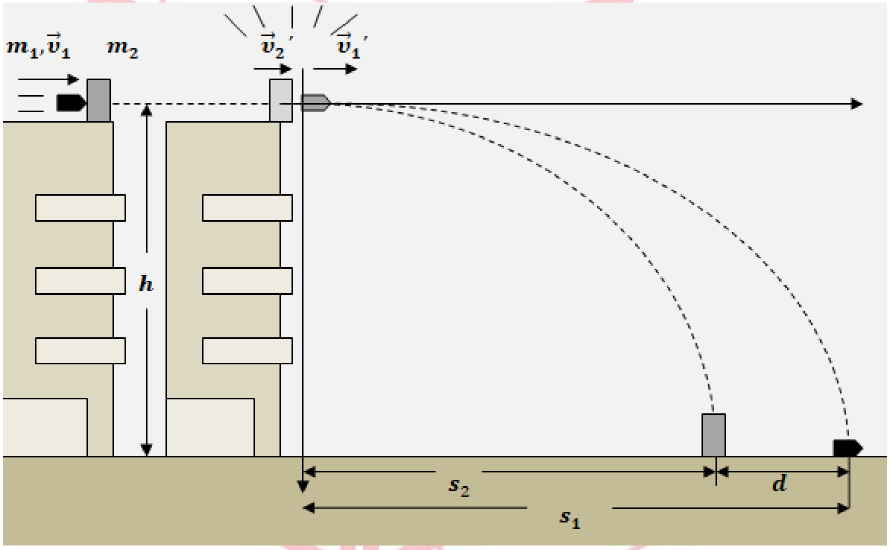
$$\pi = \frac{Q}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})}{\frac{m_1}{2} \cdot \upsilon_1^2} \cdot 100\% = \left(1 - 2 \cdot \frac{\upsilon_2^{'2}}{\upsilon_1^2}\right) \cdot 100\% = 50\%$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21972

Ένα μικρό βλήμα, μάζας $m_1 = 50\,\mathrm{g}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 84\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, συγκρούεται με ένα μικρό κιβώτιο, μάζας $m_2 = 200\,\mathrm{g}$, το οποίο είναι αρχικά ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, με μια κρούση ασήμαντης διάρκειας, βγαίνει από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$, ενώ το κιβώτιο έχει αποκτήσει και αυτό οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2{}'$. Τα δύο σώματα έχουν ασήμαντες διαστάσεις σε σχέση με το χώρο στον οποίο κινούνται, ώστε να μπορούν να θεωρηθούν σημειακά αντικείμενα. Το σημείο της κρούσης είναι σε ύψος $h = 20\,\mathrm{m}$ από το οριζόντιο έδαφος στη βάση του κτιρίου και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν στις κινήσεις των δύο σωμάτων. Τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές και κτυπούν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν μεταξύ τους $d = 8\,\mathrm{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής κάθε σώματος, από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_2{}'$ των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Τις οριζόντιες αποστάσεις s_1, s_2 στις οποίες έφτασαν τα δύο σώματα πάνω στο έδαφος.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21972-Λύση

Μελετάμε την οριζόντια βολή της κάθε σώματος, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1.Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία κάθε σώμα πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο της κρούσης μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής τόσο του κιβωτίου, όσο και του βλήματος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{\beta o\lambda})^2 \;\;, \quad \text{άρα } \Delta t_{\beta o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2\ \mathrm{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση κάθε σώματος, εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

Για το βλήμα $s_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$

Για το κιβώτιο $s_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$

Τα δύο σώματα έπεσαν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν $d = 8\ \mathrm{m}$ μεταξύ τους και προκύπτει:

$$d = s_1 - s_2 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} - \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = (\upsilon_1{}' - \upsilon_2{}') \cdot \Delta t_{\beta o\lambda}$$

Οπότε προκύπτει $\upsilon_1{}' - \upsilon_2{}' = \frac{d}{\Delta t_{\beta o\lambda}} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (1)

Κατά την κρούση των δύο σωμάτων και το πέρασμα του βλήματος μέσα από το κιβώτιο, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημά τους:

$\vec{p}^{\,\pi\rho\iota\nu}_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \vec{p}^{\,\mu\varepsilon\tau\alpha}_{\sigma\upsilon\sigma\tau}$, ή $m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$, και ισχύει από τα δεδομένα η σχέση $m_2 = 4 \cdot m_1$

Οπότε προκύπτει: $\upsilon_1 = \upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}'$, δηλαδή ισχύει $\upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}' = 84\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (2)

Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2):

$$\upsilon_1{}' + 4 \cdot \upsilon_2{}' - \upsilon_1{}' + \upsilon_2{}' = 80\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Και τελικά $\upsilon_2{}' = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $\upsilon_1{}' = 20\ \frac{m}{\mathrm{s}}$

Μονάδες 7

4.3.Για το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$|\Delta p_1| = |m_1 \cdot \upsilon_1{}' - m_1 \cdot \upsilon_1| = m_1 \cdot (\upsilon_1 - \upsilon_1{}') = 0{,}05\mathrm{kg} \cdot (84 - 20)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}2\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$|\Delta p_2| = |m_1 \cdot \upsilon_2{}' - 0| = m_2 \cdot \upsilon_2{}' = 0{,}2\mathrm{kg} \cdot 16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 3{,}2\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.4.Για τις οριζόντιες αποστάσεις στις οποίες φτάνουν τα δύο σώματα, ισχύουν:

$$s_1 = \upsilon_1{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\mathrm{s} = 40\mathrm{m}$$

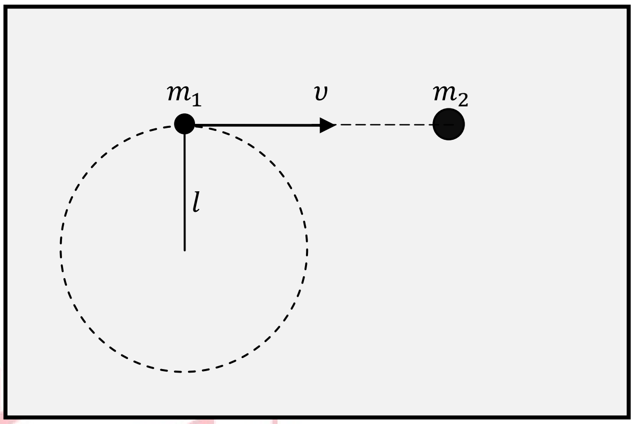
$$s_2 = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{\beta o\lambda} = 16\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\mathrm{s} = 32\mathrm{m}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

21992

Ένα σώμα, μάζας $m_1 = 0{,}2\ \mathrm{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο διπλανό σχήμα).



Το μήκος του νήματος είναι $l = 0{,}5\ \mathrm{m}$ και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο $\upsilon = 10\ \mathrm{m/s}$.

4.1. Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα ω, η περίοδος T και η κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ του σώματος.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στην πορεία του συναντάει δεύτερο ακίνητο σώμα από πλαστελίνη μάζας $m_2 = 0{,}8\ \mathrm{kg}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

4.2. Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή.

Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι $s = 0{,}8\ \mathrm{m}$.

4.3. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι $\upsilon_\sigma = \sqrt{2} \cdot V$, όπου V η ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει το τραπέζι το συσσωμάτωμα.

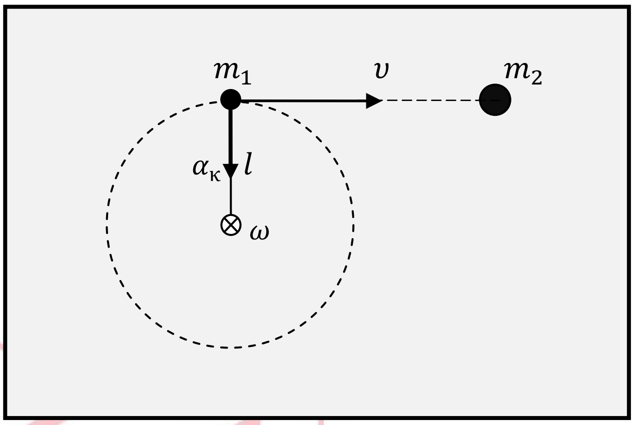
Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

ΘΕΜΑ 4

21992-Λύση

4.1. Το σώμα m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Για τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας ω, της περιόδου T και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_κ του σώματος έχουμε



$$\omega = \frac{\upsilon}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\omega} = \mathbf{20\ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{10}}\ \mathbf{s}$$

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_\kappa} = \mathbf{200\ rad/s^2}$$

Οι φορές των διανυσμάτων της γωνιακής ταχύτητας ω και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_κ του σώματος φαίνονται στο σχήμα.

Μονάδες 6

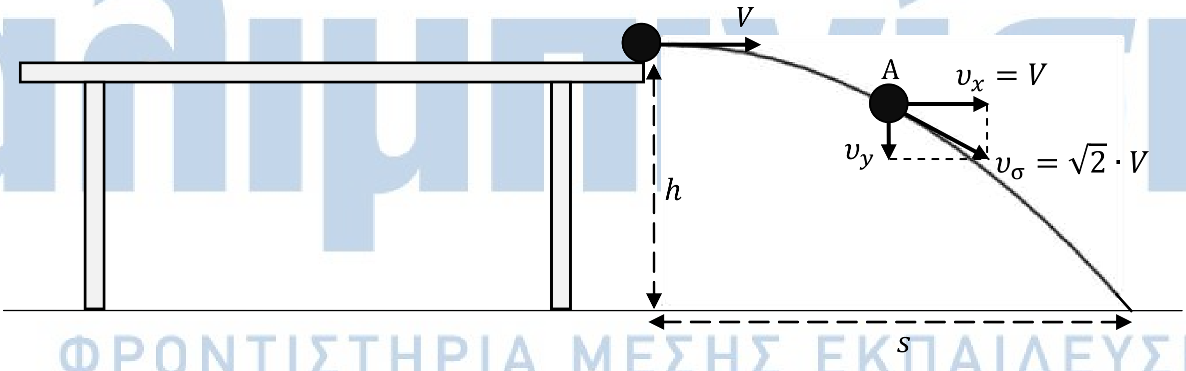
4.2.. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \boldsymbol{V} = \mathbf{2\ m/s}$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα μετά τη κρούση είναι:

$$\Pi\% = \frac{K_{\sigma\upsilon\sigma.}}{K_1}100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\Pi\%} = \mathbf{20\%}$$

Μονάδες 6



4.3. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Έστω ότι φθάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή t. (Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το τραπέζι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s).

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής και σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

$$s = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{V} \Rightarrow t = 0{,}4\ \mathrm{s}$$

και

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \boldsymbol{h} = \mathbf{0{,}8\ m}$$

Μονάδες 6

21992-Λύση

4.4. Τη χρονική στιγμή t_1 το συσσωμάτωμα φτάνει στο σημείο Α και η ταχύτητα του δίδεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\sigma^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 \Rightarrow$$

$$\left(\sqrt{2}\cdot V\right)^2 = V^2 + (g \cdot t_1)^2 \Rightarrow V^2 = (g \cdot t_1)^2 \Rightarrow$$

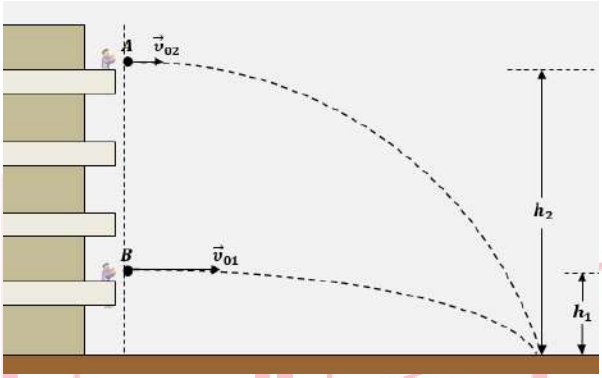
$$t_1 = \frac{V}{g} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 0,2\ s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

22515

2.1. Δύο άνθρωποι που βρίσκονται σε μπαλκόνια ενός ψηλού κτιρίου, πετούν από μια μικρή σφαίρα ο καθένας. Ο ένας πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{02}$, από σημείο Α το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_2 από το οριζόντιο έδαφος. Ο άλλος πετάει τη δική του σφαίρα με αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{01}$, από σημείο Β το οποίο βρίσκεται σε ύψος h_1 από το οριζόντιο έδαφος.



Αν δίνεται ότι για τα δύο ύψη ισχύει η σχέση $h_2 = 4 \cdot h_1$, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και ότι οι δύο σφαίρες έφτασαν στο ίδιο ακριβώς σημείο στο οριζόντιο έδαφος που βρίσκεται στη βάση του κτιρίου, τότε για τα μέτρα των οριζόντιων αρχικών ταχυτήτων των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_{01} = 2 \cdot \upsilon_{02}$, **(β)** $\upsilon_{01} = \upsilon_{02}$, **(γ)** $\upsilon_{02} = 2 \cdot \upsilon_{01}$

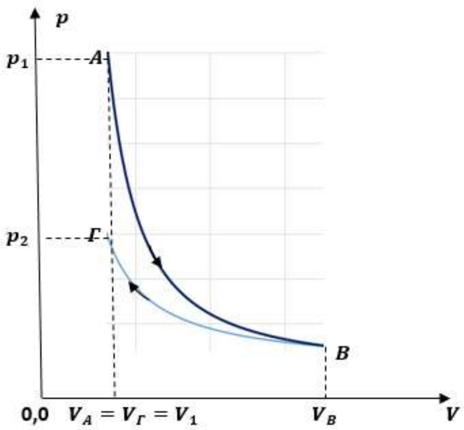
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, με πίεση p_1, όγκο V_1 και απόλυτη θερμοκρασία T_1. Το αέριο υποβάλλεται σε αδιαβατική εκτόνωση ΑΒ, και στη συνέχεια ισόθερμη συμπίεση ΒΓ, έτσι, ώστε να βρεθεί τελικά και πάλι σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Γ, με τελικό όγκο ίσο με τον αρχικό του στην κατάσταση Α ($V_Γ = V_A = V_1$) και τελική πίεση p_2, όπως αποδίδονται στο διάγραμμα πίεσης-όγκου ($p - V$) που ακολουθεί.



Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου $ΔU^{A\to Γ}$, από την αρχική κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, μέχρι την τελική Γ, ισχύει η σχέση:

(α) $ΔU^{A\to Γ} = 0$, **(β)** $ΔU^{A\to Γ} = \frac{3}{2} \cdot (p_2 - p_1) \cdot V_1$, **(γ)** $ΔU^{A\to Γ} = (p_2 - p_1) \cdot V_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

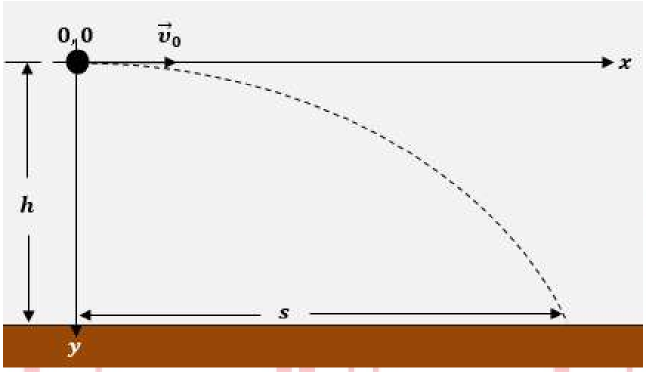
22515-Λύση

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Μελετάμε γενικά μια οριζόντια βολή, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις, σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.



Μια οριζόντια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση, σε οριζόντιο ημιάξονα Ox, εξαιτίας της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας, κατά την οποία η τελική οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει στο οριζόντιο έδαφος (βεληνεκές), είναι:

$$s = \upsilon_0 \cdot \Delta t_{\beta o\lambda.} \qquad (1)$$

όπου υ_0 το μέτρο της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας και $\Delta t_{\beta o\lambda.}$ ο χρόνος που διαρκεί η βολή, από την εκτόξευση της σφαίρας, μέχρι αυτή να φτάσει στο έδαφος.

Μια ελεύθερη πτώση, σε κατακόρυφο ημιάξονα Oy, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία πέφτει κατακόρυφα κατά το ύψος h της αρχικής της θέσης από το έδαφος και ισχύει:

$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t_{\beta o\lambda.}^2$, από την οποία προκύπτει η χρονική διάρκεια βολής: $\Delta t_{\beta o\lambda.} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$ (2)

Από τις εξισώσεις (1) και(2), προκύπτει σχέση για το βεληνεκές της βολής της σφαίρας, με το ύψος της αρχικής θέσης εκτόξευσής της από το έδαφος:

$$s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \qquad (3)$$

Εφαρμόζουμε τη σχέση (3) για τις δύο σφαίρες και απαιτούμε να έχουν ίσες τις οριζόντιες αποστάσεις τους στο έδαφος από την κατακόρυφη που περνάει από τα αρχικά σημεία βολής τους Α και Β:

$$s_1 = s_2 \overset{(3)}{\Rightarrow} \upsilon_{01} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \upsilon_{02} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g}}$$

και επειδή δίνεται ότι ισχύει η σχέση $h_2 = 4 \cdot h_1$, προκύπτει $\upsilon_{01} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g}} = \upsilon_{02} \cdot \sqrt{\frac{8h_1}{g}}$ και τελικά:

$$\upsilon_{01} = 2 \cdot \upsilon_{02}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου κατά τη διάρκεια της συνολικής μεταβολής ΑΓ που πραγματοποίησε, η οποία αποτελείται από μια αδιαβατική εκτόνωση ΑΒ και στη συνέχεια από μια ισόθερμη συμπίεση ΒΓ μέχρι τον αρχικό του όγκο ισχύει:

$$\Delta U^{A\to\Gamma} = \Delta U^{A\to B} + \Delta U^{B\to\Gamma} = \frac{3}{2}\cdot n\cdot R\cdot (T_B - T_A) + 0$$

Αλλά ισχύει $T_B = T_\Gamma$, επειδή η μεταβολή ΒΓ είναι ισόθερμη.

Άρα είναι $\Delta U^{A\to\Gamma} = \frac{3}{2}\cdot (n\cdot R\cdot T_\Gamma - n\cdot R\cdot T_A) = \frac{3}{2}\cdot (p_\Gamma\cdot V_\Gamma - p_A\cdot V_A) = \frac{3}{2}\cdot (p_2 - p_1)\cdot V_1$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4 22517

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (Ο.Η.Π.) με δυναμικές γραμμές κατακόρυφες με φορά προς τα κάτω, παρουσιάζει διαφορά δυναμικού $\mathrm{V} = 100\ \mathrm{V}$ μεταξύ δύο σημείων του Α και Γ που απέχουν απόσταση $l = 0{,}1\ \mathrm{m}$. και βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή. Τοποθετούμε μέσα στο πεδίο ορθοστάτη από τον οποίο κρεμάμε μέσω μη αγώγιμου νήματος, φορτίο $\mathrm{q} = +0{,}4\ \mathrm{mC}$ και μάζας $\mathrm{M} = 100\ \mathrm{g}$. Το φορτίο ισορροπεί.

4.1. Να υπολογίσετε την τάση του νήματος.

Μονάδες 5

4.2. Βλήμα μάζας $\mathrm{m} = 20\ \mathrm{g}$ χωρίς κάποιο φορτίο, κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οριζόντια με ταχύτητα $\mathrm{u} = 120\ \mathrm{m}/s$ και συγκρούεται πλαστικά με το φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Αν το μήκος του νήματος δίνεται $\mathrm{d} = 1\ \mathrm{m}$, να υπολογίσετε την τάση του αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Αν αμέσως μετά την κρούση κόψουμε το νήμα, τι κίνηση θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα και με ποια επιτάχυνση;

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

22517-Λύση

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου (Ο.Η.Π.) προκύπτει από την σχέση:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{l}} = \frac{100\ \mathrm{V}}{0{,}1\ \mathrm{m}} = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο φορτίο είναι:

1] Η δύναμη από το Ο.Η.Π. έχει φορά προς τα κάτω αφού το φορτίο είναι θετικό και είναι:

$$\mathrm{F} = \mathrm{E} \cdot |\mathrm{q}| = 1000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-3}\mathrm{C} \Leftrightarrow \mathrm{F} = 0{,}4\ \mathrm{N}$$

2] Το βάρος του φορτίου, επίσης προς τα κάτω:

$$\mathrm{W} = \mathrm{M} \cdot \mathrm{g} = 0{,}1\ \mathrm{kg} \cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1\mathrm{N}$$

3] Η ζητούμενη τάση του νήματος με φορά προς τα πάνω.

Για να ισορροπεί το φορτίο, ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}} + \vec{\mathrm{T}} = \vec{0}$$

$$\mathrm{F} + \mathrm{W} - \mathrm{T} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{T} = \mathrm{F} + \mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{T} = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1\ \mathrm{N} = 1{,}4\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 5

4.2. Για την κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{\mathrm{P}}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{\mathrm{P}}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$\mathrm{m} \cdot \mathrm{u} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\mathrm{m} \cdot \mathrm{u}}{\mathrm{m} + \mathrm{M}} = \frac{0{,}02\ \mathrm{kg} \cdot 120\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}02\ \mathrm{kg} + 0{,}1\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βρίσκεται ακόμα στην θέση όπου το νήμα είναι κατακόρυφο.

Για την συνισταμένη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα στην κατακόρυφη θέση ισχύει:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}} = \vec{\mathrm{F}}_{\kappa} \Leftrightarrow \vec{\mathrm{F}} + \vec{\mathrm{W}}_{\sigma\upsilon\sigma} + \vec{\mathrm{T}'} = \vec{\mathrm{F}}_{\kappa}$$

Με θετική φορά αυτήν της κεντρομόλου δύναμης:

$$\mathrm{T}' - \mathrm{F} - \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = \mathrm{F} + \mathrm{W}_{\sigma\upsilon\sigma} + \frac{(\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot {\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}}^2}{\mathrm{d}}$$

$$\mathrm{T}' = 0{,}4\ \mathrm{N} + 1{,}2\ \mathrm{N} + \frac{0{,}12\ \mathrm{kg} \cdot 20^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{1\ \mathrm{m}} \Leftrightarrow \mathrm{T}' = 49{,}6\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 7

4.4. Η κίνηση θα είναι σύνθετη: ευθύγραμμη ομαλή στον οριζόντιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}$ και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα στον κατακόρυφο άξονα. Άρα η ζητούμενη επιτάχυνση του συσσωματώματος προκύπτει από την συνισταμένη δύναμη που προέρχεται από το διανυσματικό άθροισμα της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου και του βάρους του στον κατακόρυφο άξονα. Άρα:

$$\Sigma\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{y}} = (\mathrm{m} + \mathrm{M}) \cdot \vec{\alpha}_{\mathrm{y}}$$

$$F + W_{συσ} = (m + M) \cdot α_y \Leftrightarrow α_y = \frac{F + W_{συσ}}{m + M} \Leftrightarrow α_y = \frac{1{,}6\ N}{0{,}12\ kg} \Leftrightarrow α_y = \frac{40}{3}\ \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 7