

15113

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 \text{ και } Q(x) = \alpha x^2 + 7, \alpha \in \mathbb{R}.$$

α) Είναι το πολυώνυμο $P(x)$ 3^ο βαθμού; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα.

(Μονάδες 12)



αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

15113-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε:

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2x^3 - 2 + 9 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = 0x^3 + 4x^2 + 7 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = 4x^2 + 7.$$

Συνεπώς το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 2^{ου} βαθμού.

β) Για να είναι τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ ίσα, πρέπει να είναι ίδιου βαθμού και να έχουν τους αντίστοιχους συντελεστές ίσους. Άρα πρέπει $\alpha = 4$.

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

20640

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 1$.

α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 9)

β) Έστω $Q(x)$ πολυώνυμο το οποίο δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

i. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $R_1(x) = P(x) + Q(x)$ δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $R_2(x) = P(x) \cdot Q(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)



αθηνάϊκης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

20640-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 1 = 2 - 8 + 7 - 1 = 9 - 9 = 0$$

οπότε το πολυώνυμο έχει ρίζα τον αριθμό 1.

β) Ισχύει: $Q(1) \neq 0$, οπότε:

i. Για το πολυώνυμο $R_1(x)$ έχουμε:

$$R_1(1) = P(1) + Q(1) = 0 + Q(1) \neq 0$$

Άρα το πολυώνυμο $R_1(x)$ δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

ii. Για το πολυώνυμο $R_2(x)$ έχουμε:

$$R_2(1) = P(1) \cdot Q(1) = 0 \cdot Q(1) = 0$$

Άρα το πολυώνυμο $R_2(x)$ έχει ρίζα τον αριθμό 1.

αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

21998

ΘΕΜΑ 2

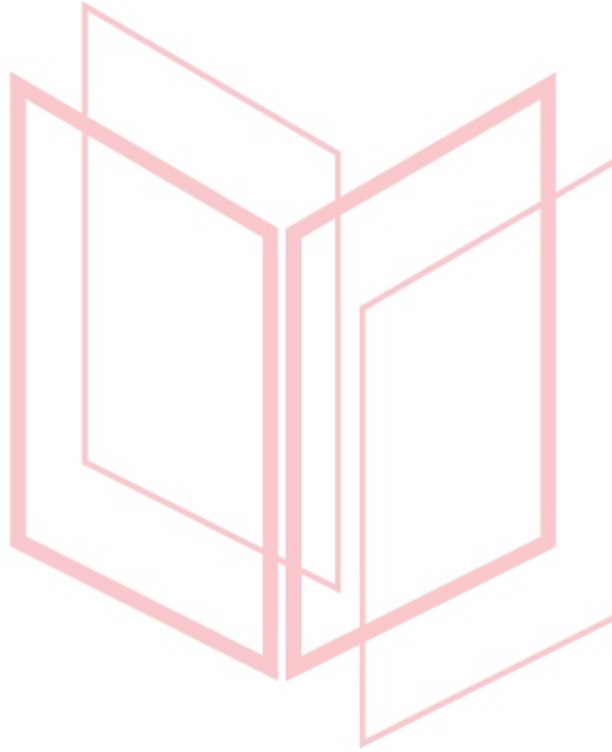
Δίδεται το πολυώνυμο $P(x) = (x - 2) \cdot (x^6 + 1)$.

α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x)$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$.

(Μονάδες 13)



αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

21998-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Γνωρίζουμε ότι ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

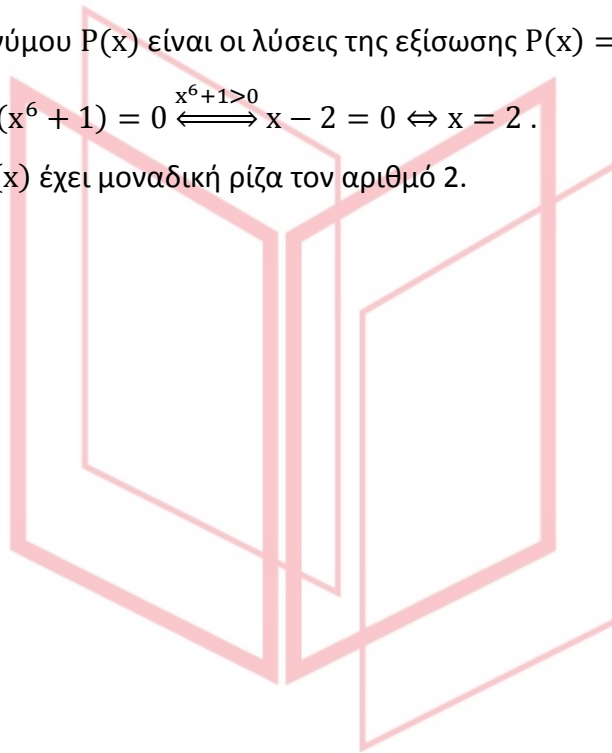
Εδώ, το πολυώνυμο $x - 2$ είναι 1^{ου} βαθμού και το πολυώνυμο $x^6 + 1$ είναι 6^{ου} βαθμού.

Επομένως, το γινόμενό τους $P(x)$ είναι πολυώνυμο 7^{ου} βαθμού.

β) Οι ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $P(x) = 0$. Όμως,

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x^6 + 1) = 0 \stackrel{x^6+1>0}{\iff} x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Άρα, το πολυώνυμο $P(x)$ έχει μοναδική ρίζα τον αριθμό 2.



αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ