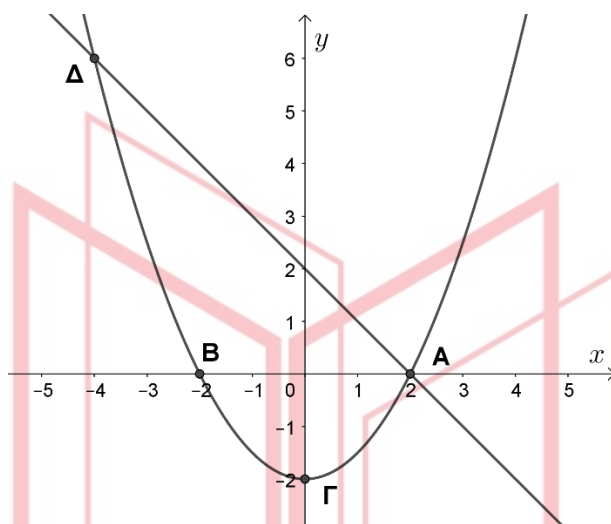


14294

ΘΕΜΑ 4

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και της ευθείας $g(x) = -x + 2$.



α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ , να βρείτε τις τιμές των α, β, γ .

(Μονάδες 8)

β) Αν $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$ και $\gamma = -2$, να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.

(Μονάδες 8)

γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

(Μονάδες 9)

14294-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Αφού η παραβολή διέρχεται από το σημείο $\Gamma(0, -2)$, ισχύει ότι

$$f(0) = -2 \Leftrightarrow \alpha \cdot 0^2 + \beta \cdot 0 + \gamma = -2 \Leftrightarrow \gamma = -2.$$

Άρα, $f(x) = \alpha x^2 + \beta x - 2$. Επίσης, τα σημεία $A(2,0)$ και $B(-2,0)$, είναι σημεία της παραβολής, οπότε:

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(-2) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha \cdot 2^2 + \beta \cdot 2 - 2 = 0 \\ \alpha \cdot (-2)^2 + \beta \cdot (-2) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} 4\alpha + 2\beta - 2 = 0 \\ 4\alpha - 2\beta - 2 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \beta = -2\alpha + 1 \\ 2\alpha - (-2\alpha + 1) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \begin{cases} \beta = -2\alpha + 1 \\ 4\alpha - 1 = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \beta = -2 \cdot \frac{1}{2} + 1 \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 0 \\ \alpha = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Άρα, $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

β) Για να βρούμε τις τετμημένες των κοινών σημείων της παραβολής και της ευθείας, λύνουμε την εξίσωση:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0.$$

Το τριώνυμο έχει διακρίνουσα $\Delta = 2^2 - 4(-8) = 36$ και ρίζες:

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \text{ και } x_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4.$$

Είναι $g(2) = 0$ και $g(-4) = 6$. Άρα, τα σημεία είναι τα $A(2,0)$ και $\Delta(-4,6)$.

γ) Με μετατόπιση της παραβολής κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω προκύπτει η συνάρτηση

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2 + 4,5 \Leftrightarrow h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2,5.$$

Για να βρούμε τις τετμημένες των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h με την ευθεία g λύνουμε την εξίσωση:

$$\begin{aligned} h(x) = g(x) &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2,5 = -x + 2 \Leftrightarrow \\ x^2 + 2x + 1 &= 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1. \end{aligned}$$

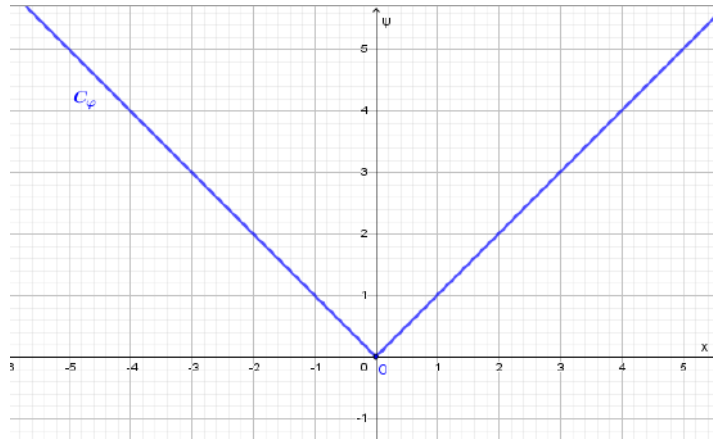
Επίσης, $g(-1) = 3$. Άρα, η γραφική παράσταση της συνάρτησης h και η ευθεία g έχουν ένα μόνο κοινό σημείο το $(-1,3)$.

14972

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ με γραφική παράσταση που φαίνεται στο σχήμα.

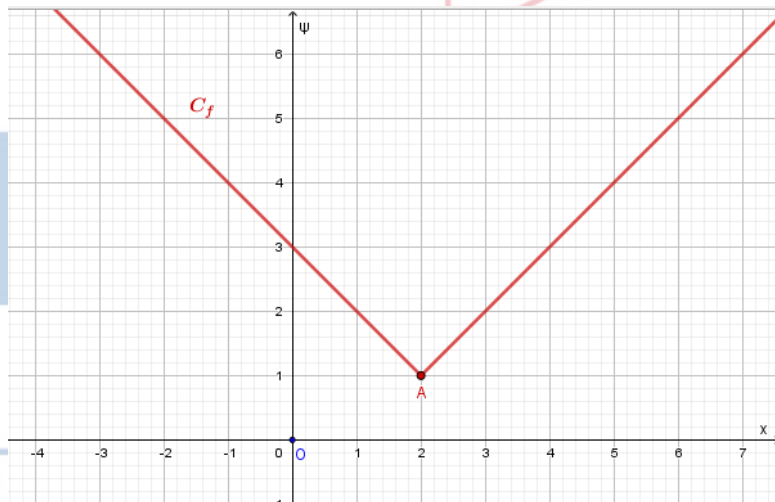
Επιπλέον οι συναρτήσεις $g(x) = |x - 2|$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = |x - 2| + 1$, $x \in \mathbb{R}$.



α) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων τις συναρτήσεις g, f και να εξηγήσετε πώς προκύπτουν μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της φ .

(Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f , η οποία δίνεται παρακάτω,



να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια αύξουσα και γνήσια φθίνουσα.

(Μονάδες 6)

ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 6)

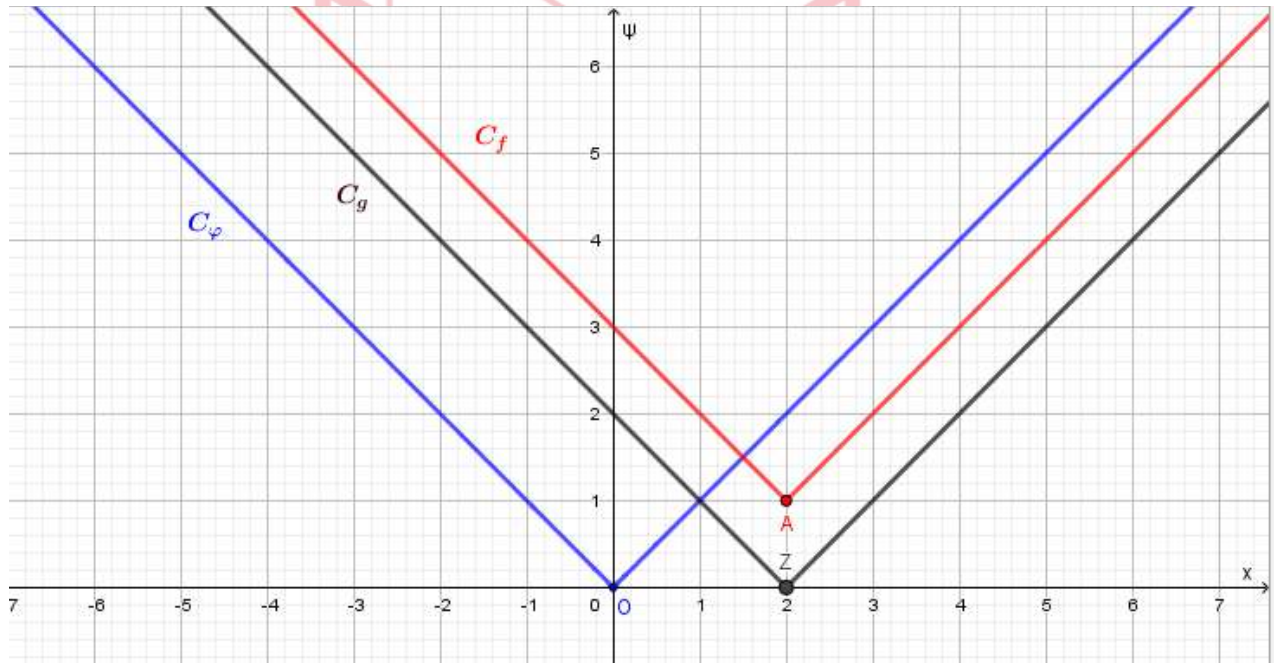
14972-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Οι γραφικές παραστάσεις των g και f προκύπτουν από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της φ :

- μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά (για την g) και
- μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα πάνω (για την f).

Έτσι προκύπτουν οι γραφικές παραστάσεις



β)

- Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 2]$ και γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.
- Η συνάρτηση f παρουσιάζει στη θέση $x_0 = 2$, ολικό ελάχιστο το $f(2) = 1$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14973

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση.

(Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x - 1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ , να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)

γ) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνήσια μονότονη και τον άξονα συμμετρίας της συνάρτησης f .

(Μονάδες 6)

ii. Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι;

(Μονάδες 4)

iii. Το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής παράστασης της f και της ευθείας με εξίσωση $y = \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ .

(Μονάδες 7)

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14973-Λύση

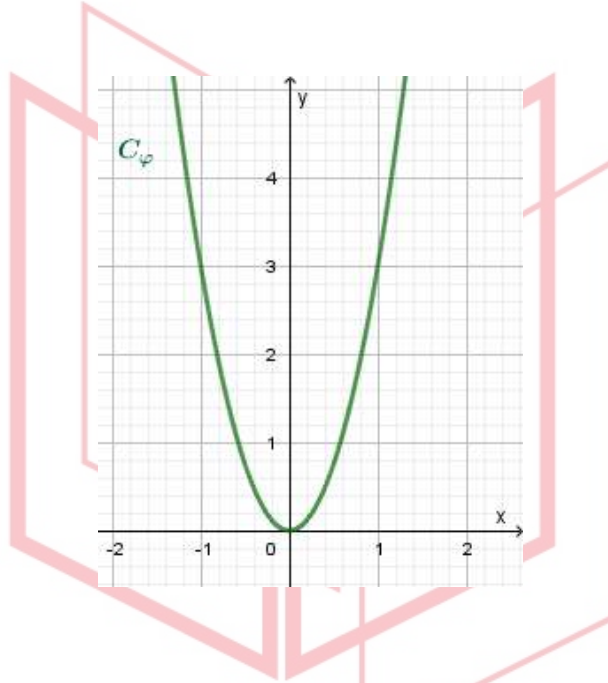
ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση φ έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , επομένως για κάθε $x \in \mathbb{R}$ το $-x \in \mathbb{R}$.

Επιπλέον για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\varphi(-x) = 3(-x)^2 = 3x^2 = \varphi(x)$.

Επομένως είναι άρτια συνάρτηση.

Η γραφική της παράσταση είναι η παρακάτω παραβολή.



β) Είναι:

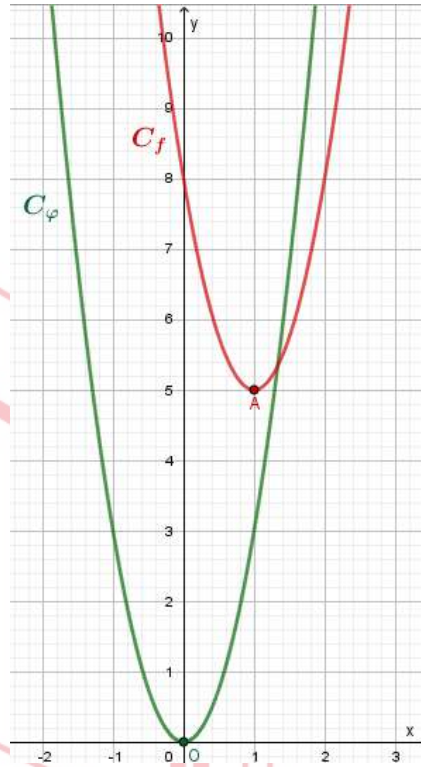
$$f(x) = 3x^2 - 6x + 8 = 3\left(x^2 - 2x + \frac{8}{3}\right) = 3\left(x^2 - 2x + 1 + \frac{5}{3}\right) = 3\left[(x-1)^2 + \frac{5}{3}\right]$$

Επομένως $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

Η γραφική παράσταση της f προκύπτει από δύο διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της φ , μιας οριζόντιας κατά 1 μονάδα προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 5 μονάδες προς τα πάνω. Έτσι, είναι:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14973-Λύση



γ) Η κορυφή της παραβολής είναι το σημείο $A(1,5)$. Ως εκ τούτου,

i. Η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 1]$ και γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$.

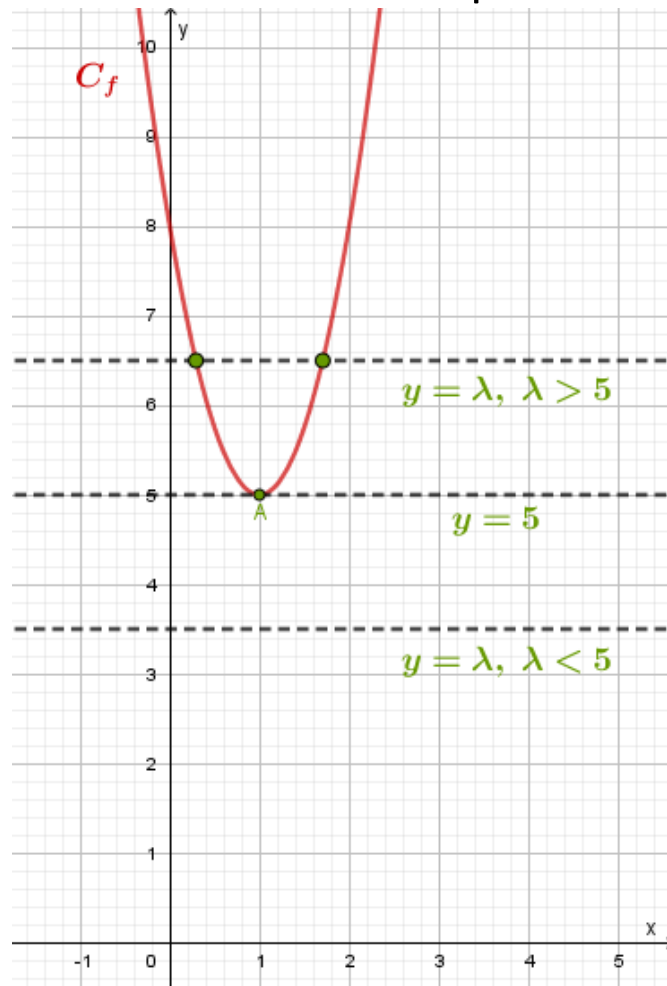
Ο άξονας συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f είναι η κατακόρυφη ευθεία που διέρχεται από την κορυφή της, δηλαδή η $x = 1$.

ii. Η συνάρτηση f παρουσιάζει στη θέση $x_0 = 1$, ολικό ελάχιστο το $f(1) = 5$.

iii. Είναι:

- Αν $\lambda > 5$ η εξίσωση έχει 2 ρίζες
- Αν $\lambda = 5$ η εξίσωση έχει 1 ρίζα
- Αν $\lambda < 5$ η εξίσωση είναι αδύνατη

14973-Λύση



αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = \frac{1}{3}x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$ η οποία προκύπτει από μία οριζόντια μετατόπιση της $g(x)$ κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά και μετά κατά μία μονάδα προς τα πάνω.

α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση όσον αφορά τον τύπο της $f(x)$.

(I) $f(x) = g(x + 3) + 1$. (II) $f(x) = g(x + 3) - 1$. (III) $f(x) = g(x - 3) + 1$.

(IV) $f(x) = g(x - 3) - 1$.

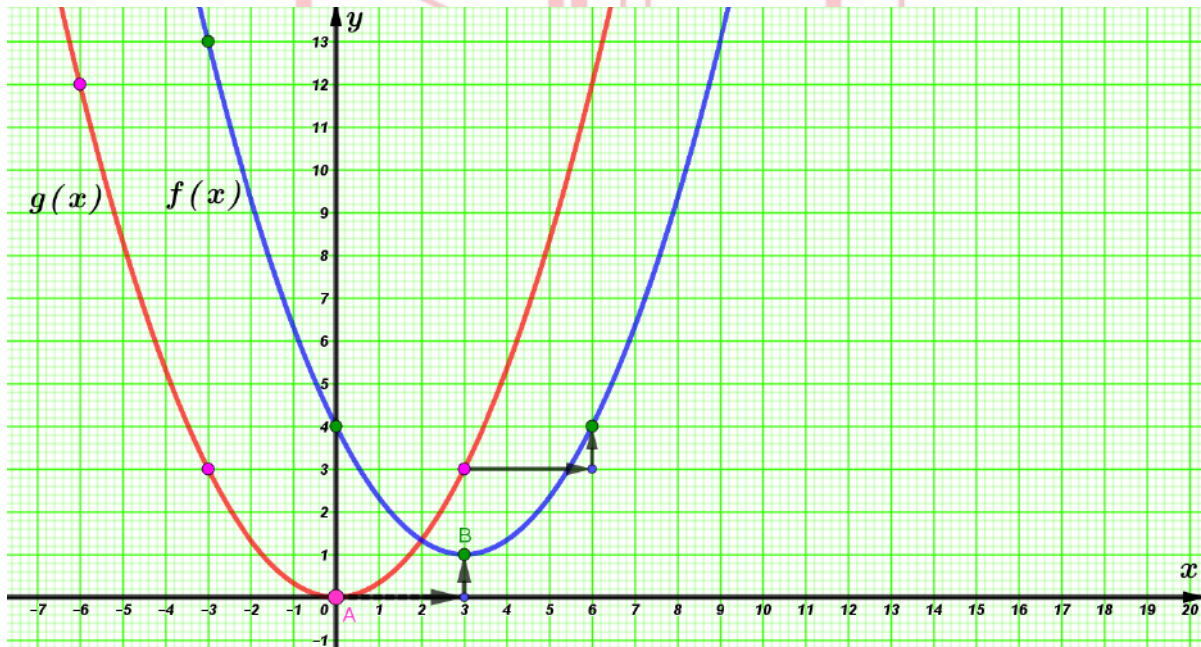
(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$ και την θέση ελαχίστου.

(Μονάδες 8)

γ) Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f(x)$ είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 8)



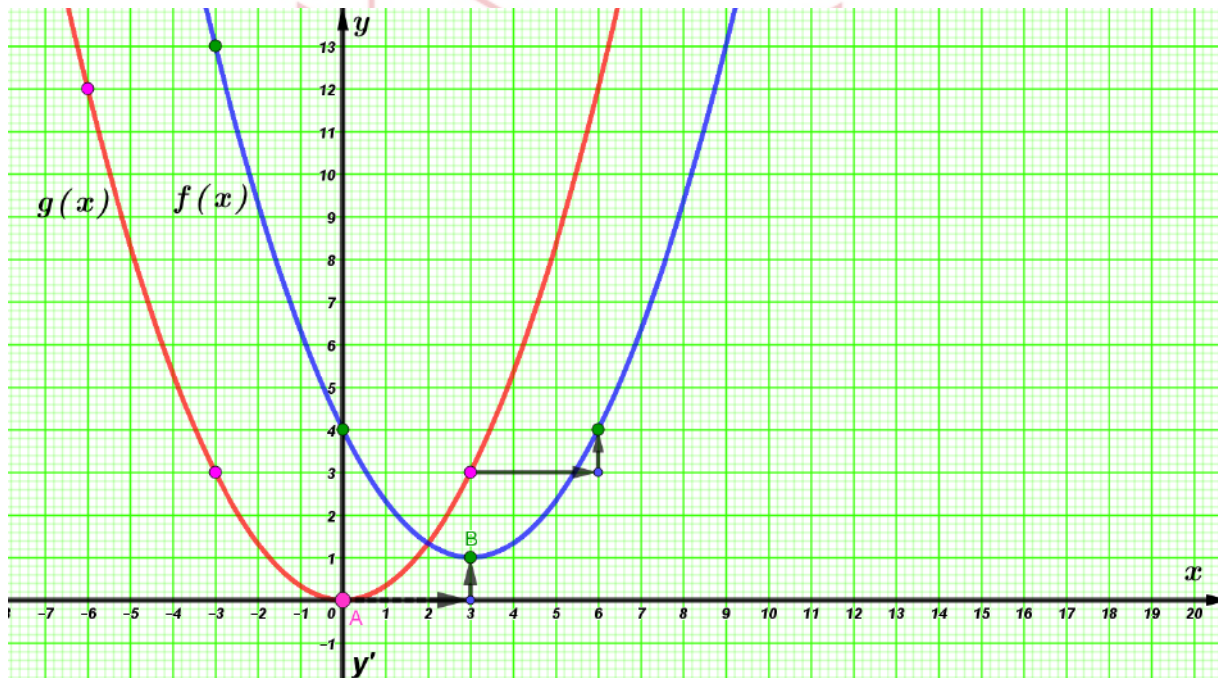
14983-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Σωστή απάντηση είναι η (III), με βάση την παράγραφο 2.2.

β) Από το σχήμα διαπιστώνουμε ότι η μικρότερη δυνατή τιμή της συνάρτησης $f(x)$ είναι ο αριθμός 1 και επιτυγχάνεται όταν $x = 3$.

γ) Παρατηρούμε ότι η $f(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 3]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[3, +\infty)$.



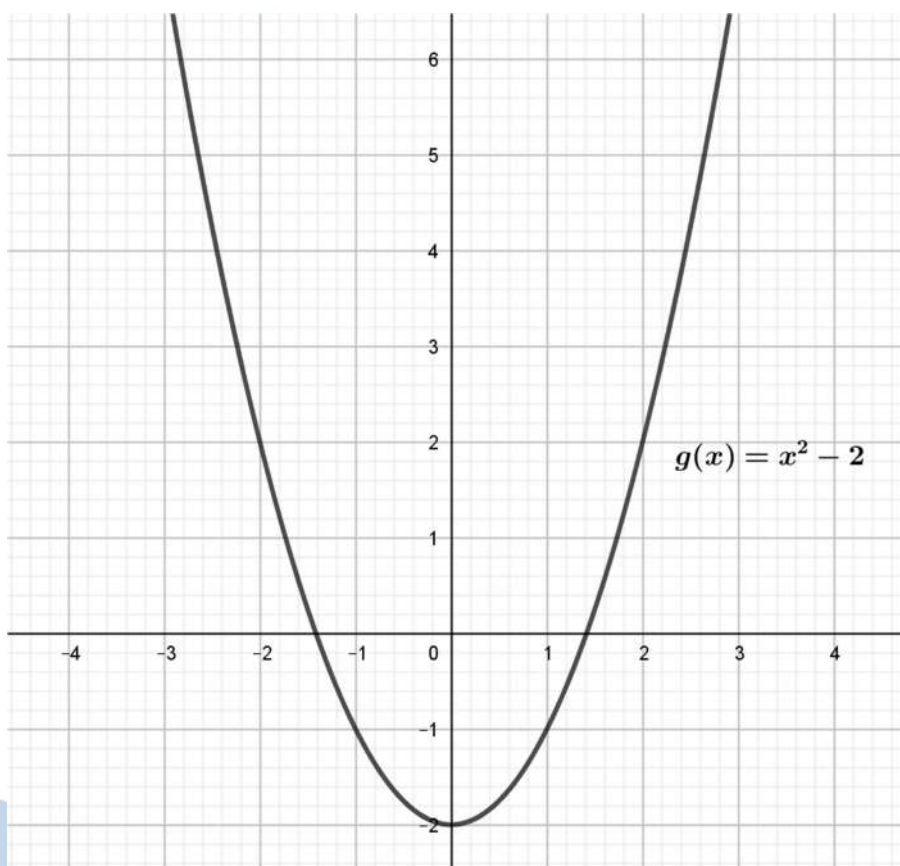
αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

15811

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 - 2, x \in \mathbb{R}$.



α) Με βάση τη γραφική της παράσταση,

i. να αιτιολογήσετε γιατί η g είναι άρτια.

(Μονάδες 9)

ii. να βρείτε το ελάχιστο της g και τη θέση αυτού.

(Μονάδες 7)

β) Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$ μετατοπίζοντας κατάλληλα την γραφική παράσταση της g που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.

(Μονάδες 9)

15811-Λύση

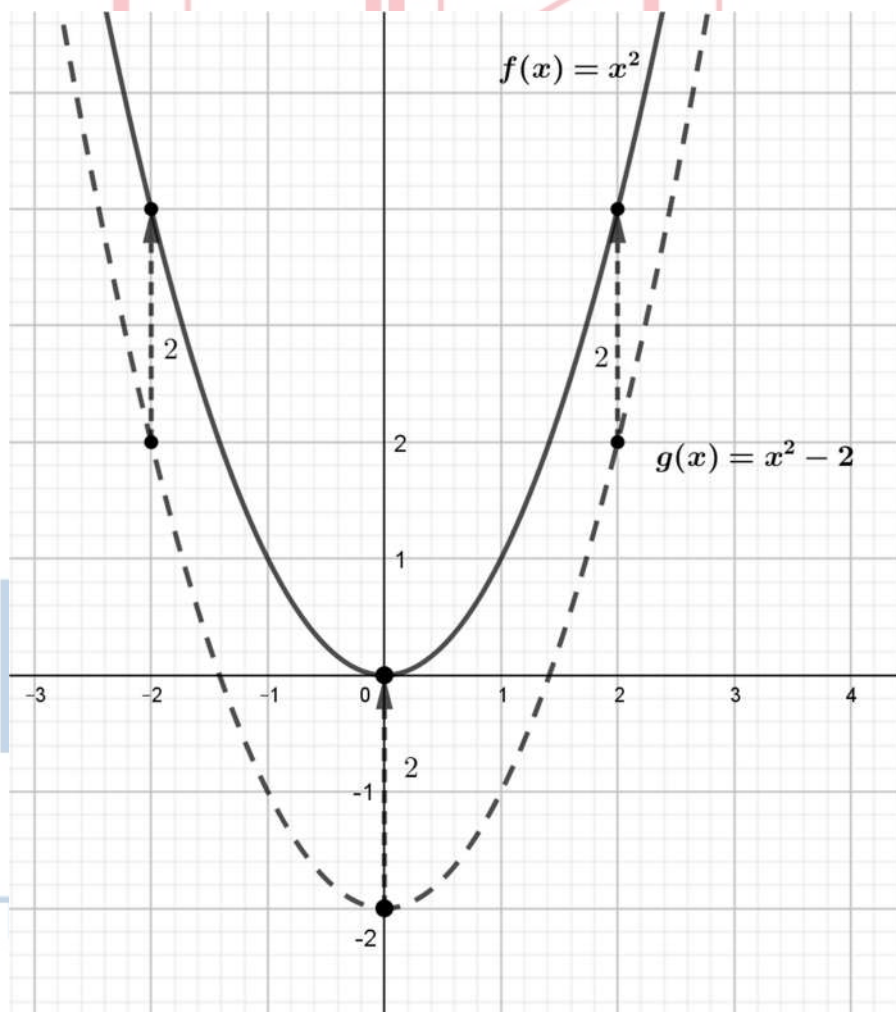
ΛΥΣΗ

α)

i. Η γραφική παράσταση της g είναι συμμετρική ως προς τον $y'y$ άξονα, άρα η g είναι άρτια.

ii. Η g παρουσιάζει ελάχιστο στη θέση $x_0 = 0$, το $g(0) = -2$, διότι όπως φαίνεται από τη γραφική της παράσταση, $g(x) \geq -2$ και η ισότητα ισχύει για $x = 0$.

β) Η γραφική παράσταση της $f(x) = x^2 = g(x) + 2$ προκύπτει με κατακόρυφη και προς τα πάνω μετατόπιση της γραφικής παράστασης της $g(x) = x^2 - 2$ κατά 2 μονάδες.



20642

ΘΕΜΑ 4

Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια γνησίως μονότονη και περιττή συνάρτηση και $g(x) = e^x - 1, x \in \mathbb{R}$. Αν η γραφική παράσταση C_f της f διέρχεται από το σημείο $A(-1, 2)$, τότε:

α) Να βρείτε το $f(1)$ και να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι η C_f διέρχεται από το σημείο $O(0, 0)$.

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε το πρόσημο των τιμών της συνάρτησης f και να αιτιολογήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g έχουν μοναδικό κοινό σημείο το O .

(Μονάδες 7)

δ) Έστω $f(x) = -2x^3$. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης h της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε 2 μονάδες αριστερά και μια μονάδα πάνω.

(Μονάδες 6)

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

20642-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Η f είναι περιττή και $f(-1)=2$. Αλλά, $f(-1)=-f(1)$ δηλαδή $f(1)=-f(-1)$, οπότε έχουμε $f(1)=-2$.

Η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και $f(-1) > f(1)$, οπότε είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

β) Από την ιδιότητα $f(-x)=-f(x)$ που ισχύει για όλα τα x , αφού η f είναι περιττή, με $x=0$ παίρνουμε:

$$f(-0)=-f(0) \Rightarrow f(0)+f(0)=0 \Rightarrow 2f(0)=0 \Rightarrow f(0)=0$$

Άρα η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή O .

γ) Η f είναι γνησίως φθίνουσα και ισχύει $f(0)=0$, οπότε:

- Αν $x > 0$, τότε $f(x) < f(0)=0$, οπότε $f(x) < 0$.
- Αν $x < 0$, τότε $f(x) > f(0)=0$, οπότε $f(x) > 0$.

Παρατηρούμε ότι $f(0)=0$ και $g(0)=e^0-1=1-1=0$, οπότε οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g έχουν κοινό σημείο το O .

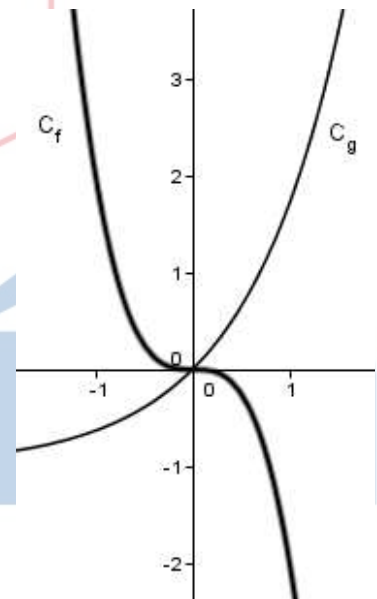
Γεωμετρικά, η μοναδικότητα του κοινού σημείου αιτιολογείται από το γεγονός ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, η g γνησίως φθίνουσα και έχουν κοινό το σημείο O . Ένα ενδεικτικό σχήμα είναι το διπλανό.

Αλγεβρικά, αν $x > 0$ τότε έχουμε $f(x) < 0$ και $g(x)=e^x-1 > 0$ οπότε $f(x) < 0 < g(x)$, ενώ αν $x < 0$ τότε $f(x) > 0$ και $g(x)=e^x-1 < 0$ οπότε $f(x) > 0 > g(x)$.

Επομένως, οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g δεν έχουν άλλο κοινό σημείο πέρα από το O .

δ) Ο τύπος της συνάρτησης h που έχει τη γραφική παράσταση που περιγράφεται στην εκφώνηση είναι

$$\begin{aligned} h(x) &= f(x+2)+1 = -2(x+2)^3+1 = -2(x^3+6x^2+12x+8)+1 \\ &= -2x^3-12x^2-24x-16+1 = -2x^3-12x^2-24x-15 \end{aligned}$$

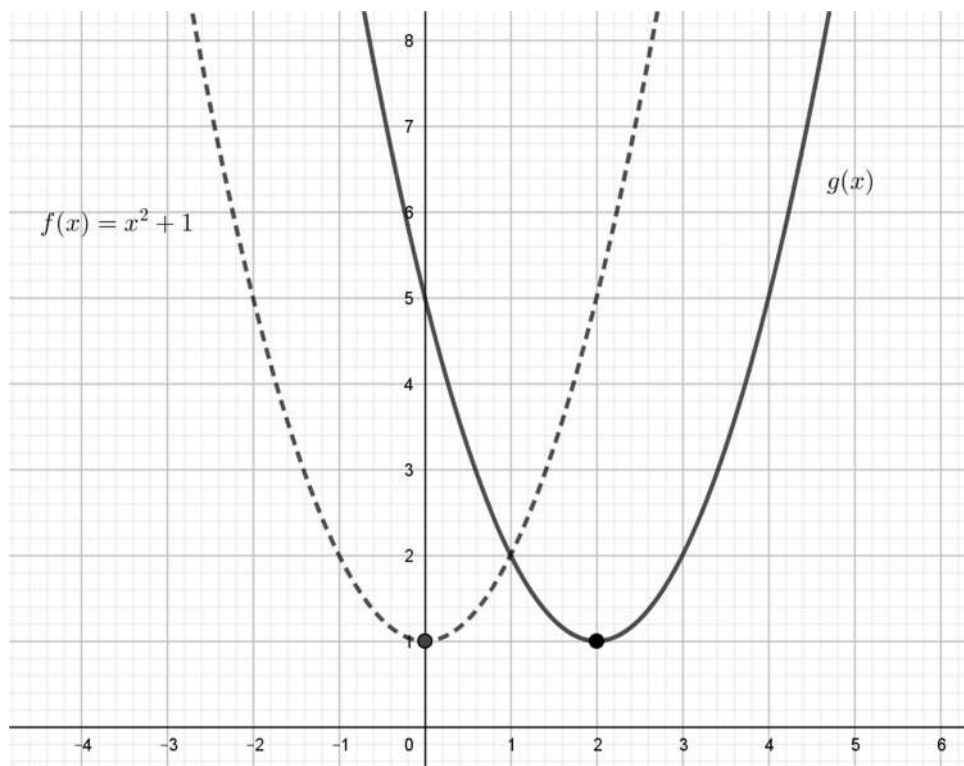


ΟΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

20671

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$ και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $g(x)$ με $x \in \mathbb{R}$.



α)

i. Είναι η f άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ii. Έχει η f μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

β)

i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f προέκυψε η γραφική παράσταση της g ;

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης g .

(Μονάδες 4)

20671-Λύση

ΛΥΣΗ

α)

i. Η f είναι άρτια γιατί, όπως φαίνεται στο σχήμα, η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον $y'y$ άξονα.

ii. Η f παρουσιάζει ελάχιστη τιμή ίση με 1 για $x=0$, αφού, όπως φαίνεται στο σχήμα, $f(0)=1$ και $f(x) \geq 1$ για οποιοδήποτε $x \in \mathbb{R}$.

β)

i. Η γραφική παράσταση της g προέκυψε με οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά 2 μονάδες δεξιά.

ii. Σύμφωνα με το βι), ο τύπος της g είναι $g(x) = f(x-2) = (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 5$.

αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

Με συρματοπλέγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις x και y , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να εκφράσετε την πλευρά y ως συνάρτηση της πλευράς x και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς x .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου ως συνάρτηση του x δίνεται από τη συνάρτηση $E(x) = -(x-5)^2 + 25$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

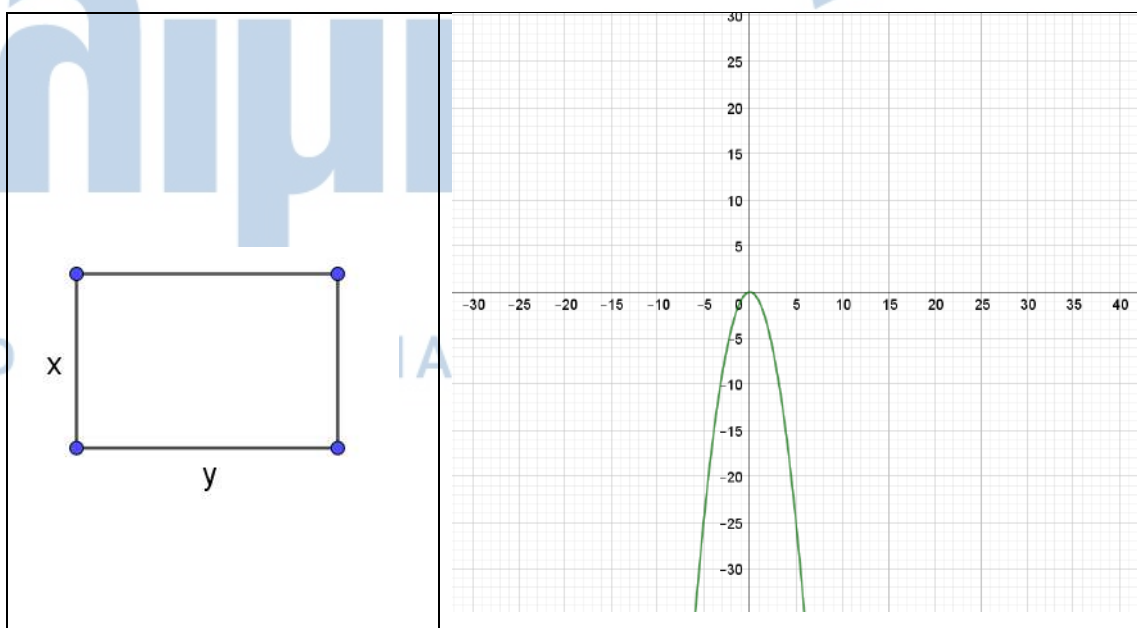
(Μονάδες 7)

γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = -x^2$. Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $E(x)$ και με βάση αυτή, να βρείτε το x έτσι ώστε το εμβαδόν $E(x)$ του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

(Μονάδες 7)

δ) Για την τιμή του x που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά y και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 4)



20715-Λύση

ΛΥΣΗ

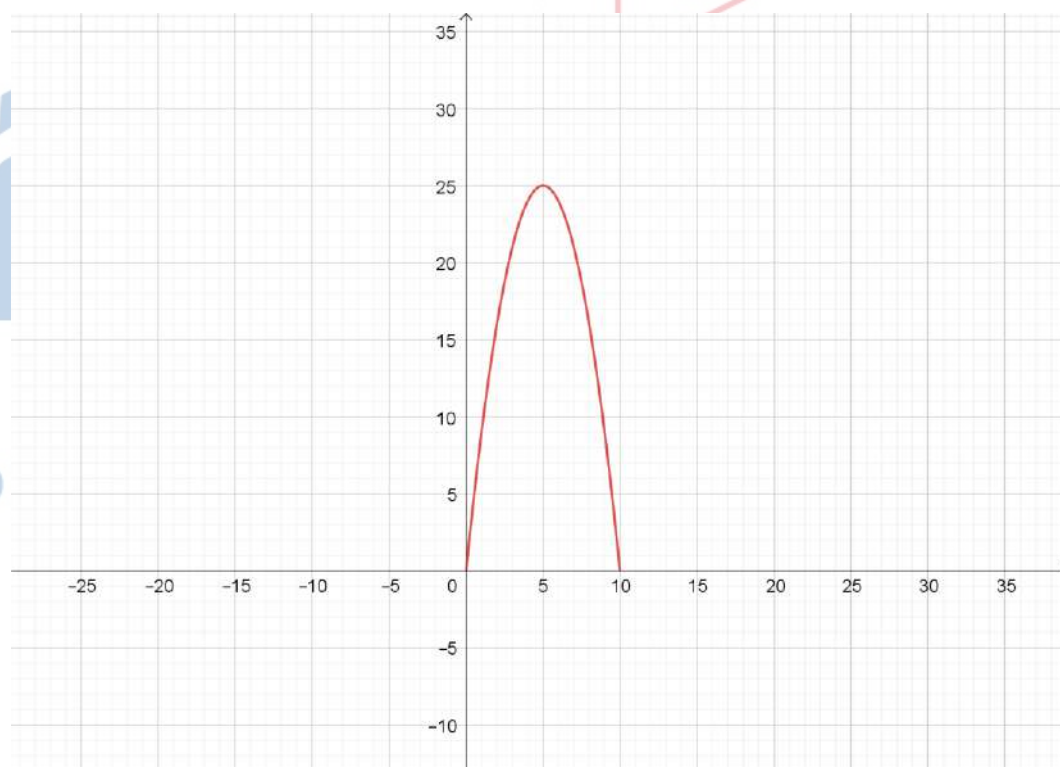
α) Η περίμετρος του ορθογωνίου, ισούται αφενός με $2x + 2y$ και αφετέρου με 20 m που είναι το μήκος του συρματοπλέγματος με το οποίο κατασκευάστηκε. Συνεπώς είναι $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$. Επίσης πρέπει $x > 0$ και $y > 0 \Leftrightarrow 10 - x > 0 \Leftrightarrow x < 10$ ως μήκη πλευρών, οπότε συναληθεύοντας έχουμε τελικά ότι $0 < x < 10$.

β) Το ζητούμενο εμβαδόν είναι $x \cdot y = x \cdot (10 - x) = 10x - x^2$ οπότε

$$\begin{aligned} E(x) &= 10x - x^2 = \\ &= -x^2 + 10x - 25 + 25 = \\ &= -(x^2 - 10x + 25) + 25 = \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

με πεδίο ορισμού της το $(0, 10)$ αφού όπως δείξαμε παραπάνω είναι $0 < x < 10$.

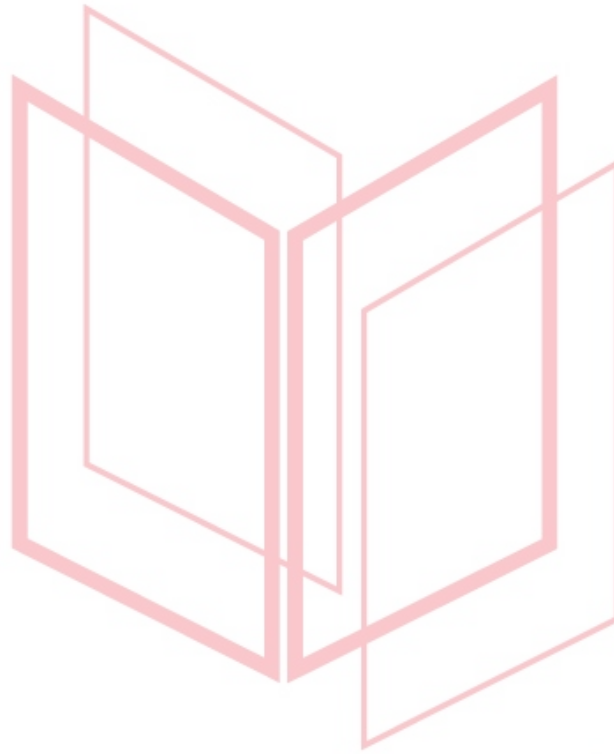
γ) Η γραφική παράσταση της $E(x)$ θα προκύψει από τη γραφική παράσταση της $g(x) = -x^2$, με μια οριζόντια μετατόπιση 5 μονάδες δεξιά και στη συνέχεια με μία κατακόρυφη μετατόπιση 25 μονάδων προς τα πάνω. Η γραφική παράσταση της $E(x)$ στο $(0, 10)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Από τη γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο όταν $x = 5$. Μάλιστα η μέγιστη τιμή του είναι 25 m^2 .

20715-Λύση

δ) Για $x=5$ έχουμε ότι $y=10-5=5$, δηλαδή το εμβαδόν του ορθογωνίου γίνεται μέγιστο όταν γίνεται τετράγωνο.



αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

21673

ΘΕΜΑ 2

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση C_f της συνάρτησης $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $\phi(x)$ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την C_f αν την μετατοπίσουμε μια μονάδα, προς τα πάνω.

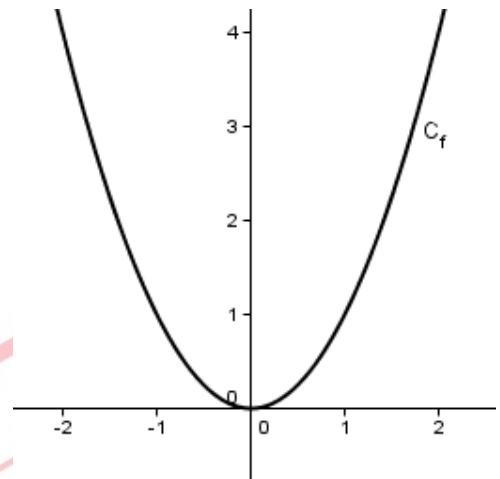
(Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της $\phi(x)$.

(Μονάδες 8)

γ) Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε τη μονοτονία και τα ακρότατα της $\phi(x)$.

(Μονάδες 9)



αθιμπινίσις

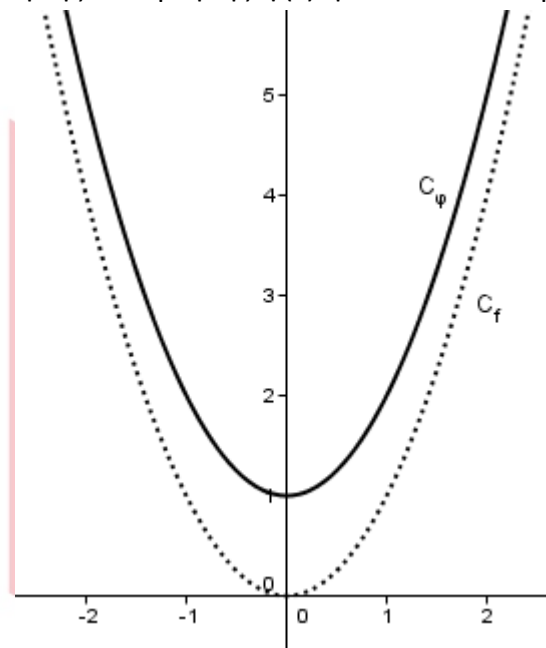
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

21673-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Αν μετατοπίσουμε τη C_f μια μονάδα προς τα πάνω, τότε ο τύπος που αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση που προκύπτει $\phi(x) = x^2 + 1, x \in \mathbb{R}$.

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\phi(x)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



γ) Από το παραπάνω σχήμα προκύπτει ότι η $\phi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 0]$, γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[0, +\infty)$ και παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 0$. Η ελάχιστη τιμή της είναι ίση με $\phi(0) = 1$.

αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ