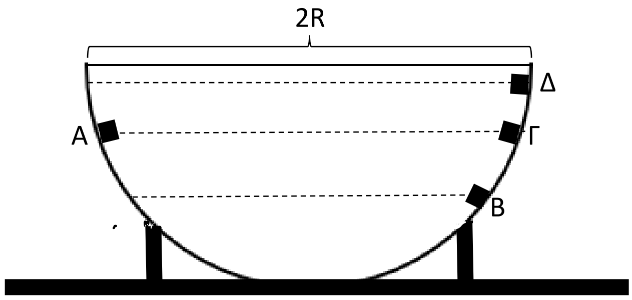
11929

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ο ημικυκλικός οδηγός της εικόνας είναι λείος και ακλόνητος.



Β1.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν σώμα (αμελητέων διαστάσεων) αφεθεί ελεύθερο από σημείο Α του οδηγού και κινείται παραμένοντας διαρκώς σε επαφή με τον οδηγό, τότε η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά, όταν αυτό βρίσκεται στο σημείο:

α) Α, β) Β, γ) Γ

Μονάδες 4

Β1.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2.

Σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1\ Kg$, είναι ακίνητο σε λείο, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, ασκείται στο σημειακό αντικείμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 10$ N.

Β2.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν $\bar{P}$ είναι η μέση ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s και P_1 τη στιγμιαία ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, τότε:

α) $P_1 = \bar{P}$, β) $P_1 > \bar{P}$, γ) $P_1 < \bar{P}$

Μονάδες 4

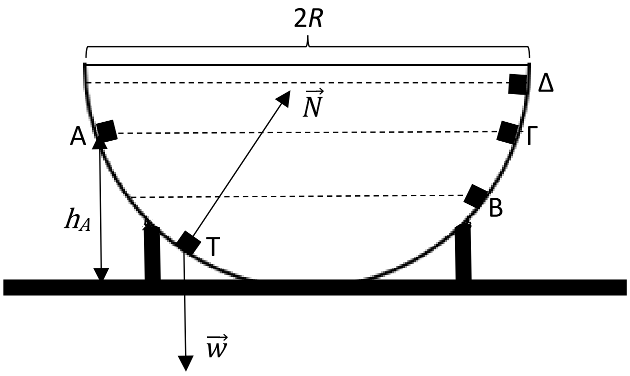
Β2.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

11929-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Β1.1. γ) Γ

Μονάδες 4

Β1.2. Σε τυχαία θέση Τ της τροχιάς του, το σημειακό αντικείμενο δέχεται το γήινο βάρος του $\vec{w}$ και την αντίδραση $\vec{N}$ του λείου, ακλόνητου, ημικυκλικού οδηγού. Η δύναμη $\vec{N}$ είναι, κάθε χρονική στιγμή, κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση και συνεπώς το έργο της κατά την κίνηση του σημειακού αντικειμένου είναι μηδέν. Το γήινο βάρος $\vec{w}$ είναι συντηρητική (διατηρητική) δύναμη, δηλαδή το έργο της δεν μεταβάλλει τη μηχανική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου. Έτσι, κατά την διάρκεια της κίνησης, η μηχανική του ενέργεια παραμένει σταθερή:

$E_A = E_{τελ.}$, $K_A + U_A = K_{τελ.} + U_{τελ.}$, $0 + U_A = 0 + U_{τελ.}$, $U_A = U_{τελ.}$, $m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_{τελ.}$, $h_A = h_{τελ.}$.

Μονάδες 8

Β2.

Β2.1. β)

Μονάδες 4

Β2.2.

Το σημειακό αντικείμενο, στον άξονα της κίνησης, δέχεται μόνο τη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$\sum\vec{F} = m \cdot a$, $F = m \cdot a$, $a = \frac{F}{m}$, $a = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Η ταχύτητα του σημειακού αντικειμένου, τη χρονική στιγμή $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, έχει μέτρο: $υ_1 = a \cdot t_1$, $υ_1 = 50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Το μέτρο της μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, είναι: $Δx = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, $Δx = 125\ \mathrm{m}$. Για τη μέση ισχύ $\bar{P}$ της δύναμης $\vec{F}$, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, ισχύει:

11929-Λύση

$\overline{P} = \frac{W_{\vec{F}}}{\Delta t}$, $\overline{P} = \frac{F \cdot \Delta x}{\Delta t}$, $\overline{P} = 250\,\mathrm{W}$. Για τη στιγμιαία ισχύ P_1 της δύναμης $\vec{F}$, τη χρονική στιγμή $t_1 = 5\,\mathrm{s}$, ισχύει: $P_1 = F \cdot \upsilon_1$, $P_1 = 500\,W$.

Μονάδες 9

11932

ΘΕΜΑ Δ

Το οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο της εικόνας παρουσιάζει την εξής ιδιομορφία: το τμήμα του ΑΒ, μήκους *(ΑΒ)* = 5 m είναι λείο, ενώ το τμήμα του ΒΓ, έχει πολύ μεγάλο μήκος και είναι τραχύ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ σημειακό αντικείμενο εκτοξεύεται από το σημείο Α προς το σημείο Γ του δαπέδου με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Η μάζα του σημειακού αντικειμένου είναι m = 1 kg και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση $\vec{g}$ θεωρείται σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σημειακό αντικείμενο και στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου είναι $\mu_{o\lambda.} = 0{,}5$.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. Τη χρονική διάρκεια (Δt_1) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο λείο τμήμα ΑΒ του δαπέδου.

Μονάδες 4

Δ1.2. Τη χρονική διάρκεια (Δt_2) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου.

Μονάδες 9

Δ.1.3. Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης (Δx) του σημειακού αντικειμένου στη χρονική διάρκεια $\Delta t_1 + \Delta t_2$.

Μονάδες 4

Δ.1.4. Το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης ($W_{\vec{T}_{o\lambda.}}$) που δέχεται το σημειακό αντικείμενο.

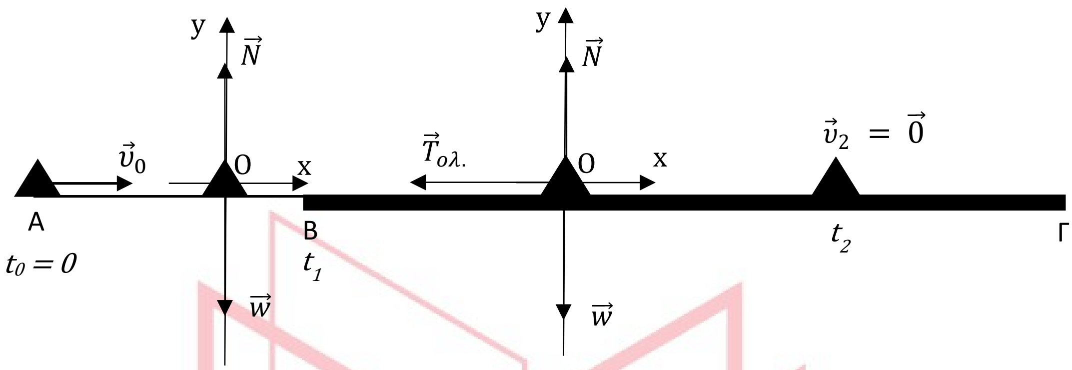
Μονάδες 4

Δ2. Να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\upsilon = f(t)$ [μέτρο ταχύτητας – χρόνου] και $x = g(t)$ [θέσης – χρόνου] για το σύνολο της κίνησης του σημειακού αντικειμένου, θεωρώντας $x_A = 0$.

Μονάδες 4

11932-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του στο λείο τμήμα ΑΒ του οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$ και η κάθετη στο επίπεδο αντίδραση $\vec{N}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Οx είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα της κίνησης ισχύει: $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, οπότε, σύμφωνα με τον πρώτο (1^{ο}) νόμο του Newton, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Για το μέτρο της μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου ισχύει:

$\Delta x_1 = (AB)$, $v_0 \cdot t_1 = (AB)$, $t_1 = \frac{(AB)}{v_0}$, $t_1 = 0{,}5\ s$ (Μονάδες 2).

Έτσι: $\Delta t_1 = t_1 - t_0$, $\Delta t_1 = 0{,}5$ s (Μονάδα 1).

Μονάδες 4

Δ1.2. Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του στο τραχύ τμήμα ΒΓ του οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο επίπεδο αντίδραση $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Οx είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Οy το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται οπότε, σύμφωνα με τον πρώτο (1^{ο}) νόμο του Newton ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, \vec{N} = -\vec{w}$ και συνεπώς για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}$ και $\vec{w}$ (N και w αντίστοιχα) ισχύει: $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10\ \mathrm{N}$ (Μονάδες 2). Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης ισχύει: $T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N$, $T_{ολ.} = 5\ \mathrm{N}$ (Μονάδες 2). Στον άξονα Οx το σημειακό αντικείμενο επιβραδύνεται αφού η ταχύτητά του και η συνισταμένη δύναμη στον άξονα x έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Έτσι, από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής στον άξονα της κίνησης, ισχύει:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \ -T_{o\lambda} = m \cdot a, \ a = -\frac{T_{o\lambda.}}{m}, \ a = -5 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ (Μονάδες 2).

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης ισχύει: $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}, \ a = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t_2 - t_1}, \ t_2 - t_1 = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{a}$,

$\Delta t_2 = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{a}, \ \Delta t_2 = 2 \ \mathrm{s}$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 9

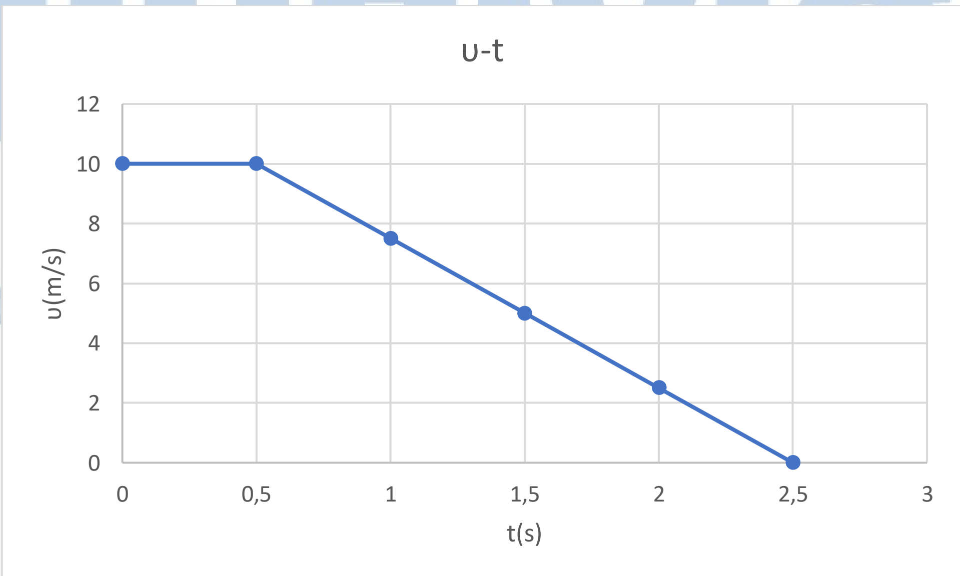
Δ.1.3. Το μέτρο της μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα (ΒΓ) του δαπέδου είναι: $\Delta x_2 = \upsilon_0 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t_2)^2, \ \Delta x_2 = 10 \ \mathrm{m}$ (Μονάδες 3). Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου, στη χρονική διάρκεια $\Delta t_1 + \Delta t_2$ είναι: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2, \ \Delta x = 15 \ \mathrm{m}$ (Μονάδα 1).

Μονάδες 4

Δ.1.4. Το σημειακό αντικείμενο δέχεται τριβή ολίσθησης μόνο κατά την κίνησή του στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου. Έτσι: $W_{\vec{T}_{o\lambda}} = -T_{o\lambda.} \cdot \Delta x_2, \ W_{\vec{T}_{o\lambda}} = -50 \ \mathrm{J}$.

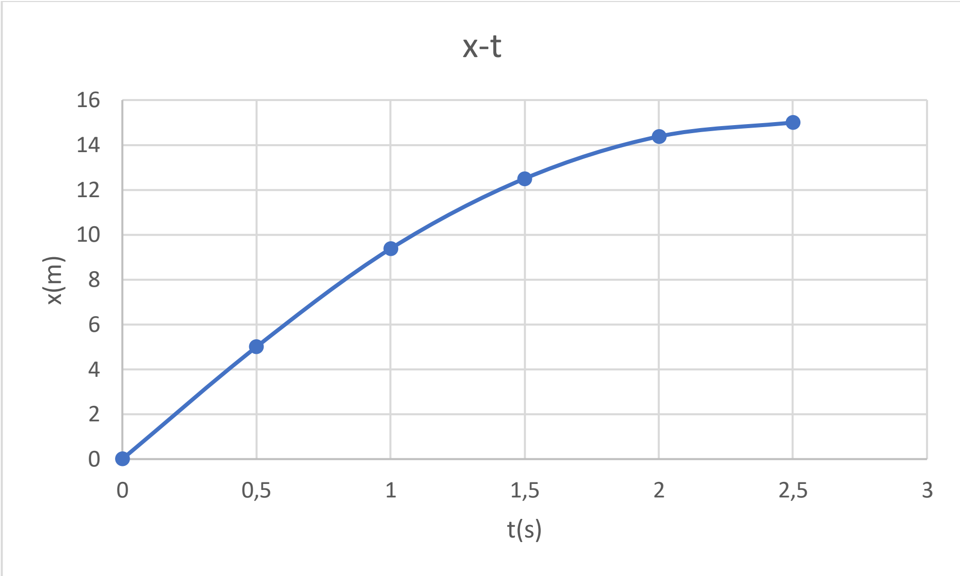
Μονάδες 4

Δ2.



(Μονάδες 2)

11932-Λύση



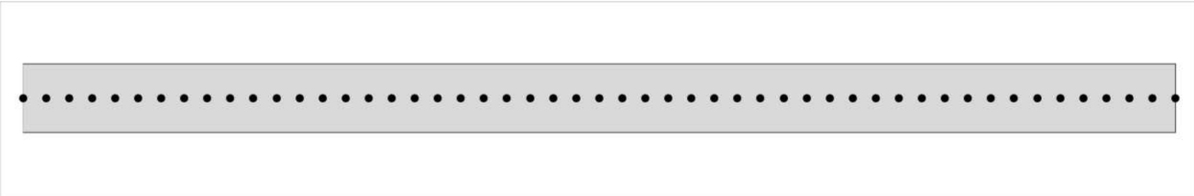
(Μονάδες 2)

Μονάδες 4

11933

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας $m = 1$ kg κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην Εικόνα 1:



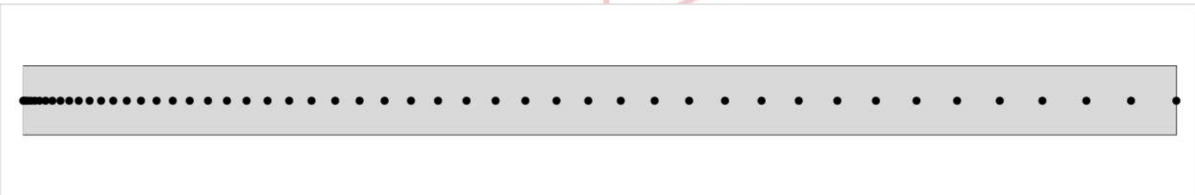
Εικόνα 1: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ1).

Δ.1. Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 5$ N, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ.}$ σώματος - δρόμου.

Μονάδες 5

Το ίδιο σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x = 0$ του ίδιου οριζόντιου δρόμου. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_2 οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται.

Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται τώρα στην Εικόνα 2:



Εικόνα 2: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ2).

και η μετατόπισή του, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s έχει μέτρο $\Delta x_1 = 25$ m.

Δ2. Να υπολογίσετε:

Δ.2.1. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Μονάδες 5

Δ.2.2. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

Μονάδες 5

Δ2.3. την μέση ισχύ $\bar{P}$ της δύναμης $\vec{F}_2$ από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 5 s.

Μονάδες 5

Δ.2.4. την ισχύ P_1 της δύναμης $\vec{F}_2$ τη χρονική στιγμή t_1 = 5 s.

Μονάδες 5

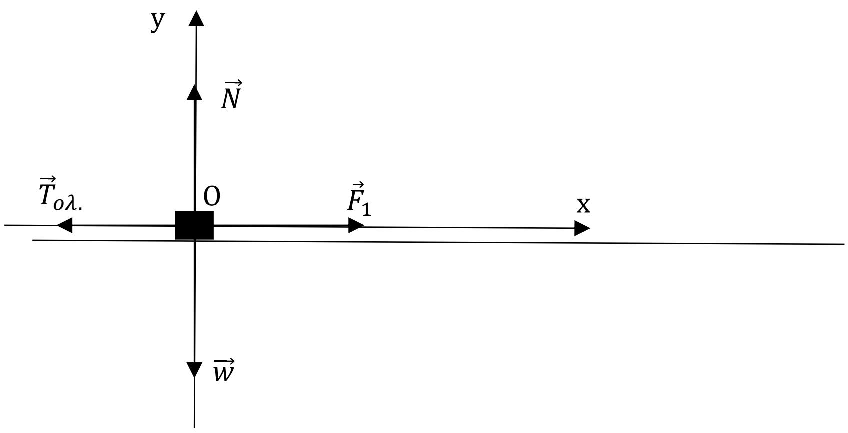
Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

11933-Λύση

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.

Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_1$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1° νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10\text{ N}$ (Μονάδες 2), όπου w και N είναι τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{w}$ και $\vec{N}$ αντίστοιχα.



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον 1° νόμο του Newton:

$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, $F_1 = T$, $F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N$, $\mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}$, $\mu_{ολ.} = 0{,}5$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 5

Δ2.

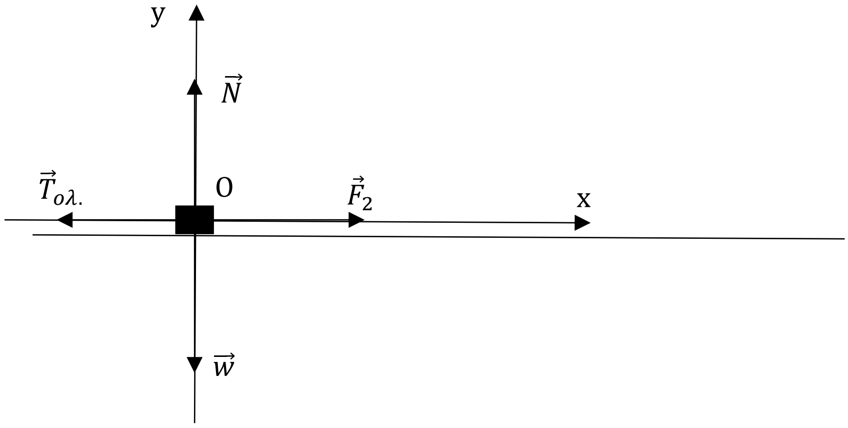
Δ.2.1.

Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1° νόμο του Newton:

11933-Λύση

$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10$ N (Μονάδες 2).

Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης, από τον νόμο της τριβής ολίσθησης, ισχύει: $T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N$, $T_{ολ.} = 5$ N (Μονάδες 2).



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής: $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}$, $F_2 - T_{ολ.} = m \cdot a$, $F_2 = m \cdot a + T_{ολ.}$ (1) (Μονάδες 2). Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, δίνεται από τη σχέση: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $a = \frac{2 \cdot \Delta x_1}{t_1^2}$, $a = 2\ \frac{\text{m}}{\text{t}^2}$ (Μονάδες 2). Από τη σχέση (1): $F_2 = 7$ N (Μονάδα 1).

Μονάδες 10

Δ.2.2. Για το μέτρο υ_1 της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s ισχύει: $\upsilon_1 = a \cdot t_1$, $\upsilon_1 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Μονάδες 3

Δ2.3. Για τη μέση ισχύ $\bar{P}$ της δύναμης $\vec{F}_2$, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, ισχύει: $\bar{P} = \frac{W_{\vec{F}_2}}{\Delta t}$, $\bar{P} = \frac{F_2 \cdot \Delta x_1}{\Delta t}$, $\bar{P} = 35$ W.

Μονάδες 3

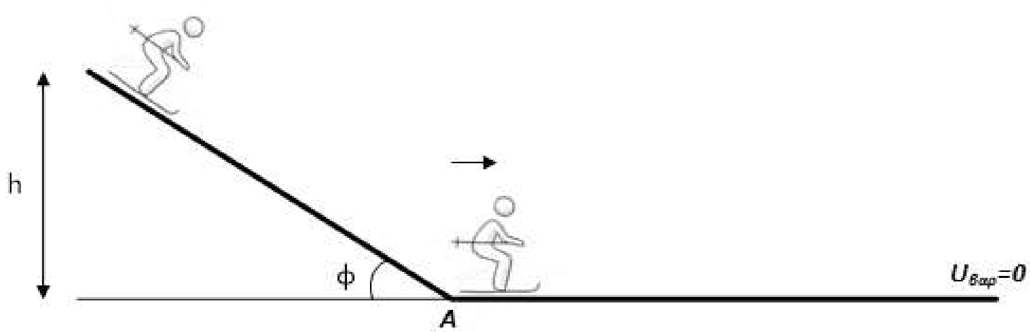
Δ.2.4. Για τη στιγμιαία ισχύ P_1 της δύναμης $\vec{F}_2$, τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, ισχύει:

$P_1 = F_2 \cdot \upsilon_1$, $P_1 = 70\ W$.

Μονάδες 4

12027

ΘΕΜΑ Δ



Νεαρή σκιέρ που, μαζί με τον εξοπλισμό της, έχει μάζα, m = 60 kg ξεκινά από την ηρεμία από την κορυφή πλαγιάς γωνίας φ με το οριζόντιο επίπεδο και από ύψος h = 120 m από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Φτάνοντας στη βάση της πλαγιάς έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$ και συναντά οριζόντιο έδαφος με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_2 = 0{,}2$.

Δ1) Αν κατά την κάθοδό της στην πλαγιά (από τη στιγμή που ξεκινά έως τη στιγμή που φτάνει στο σημείο Α), έχει χάσει το 1/3 της αρχικής μηχανικής της ενέργειας να αποδείξετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με την κεκλιμένη πλαγιά είναι $\mu_1 = 0{,}25$ και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_A$.

Μονάδες 7

Δ2) Αν θεωρήσουμε ως χρονική στιγμή $t_o = 0$, τη στιγμή που η σκιέρ ξεκινά από την κορυφή της πλαγιάς, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας, $\vec{\upsilon}_A$.

Μονάδες 7

Δ3) Να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης από το σημείο Α, έως ότου η σκιέρ να ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της σκιέρ για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης της.

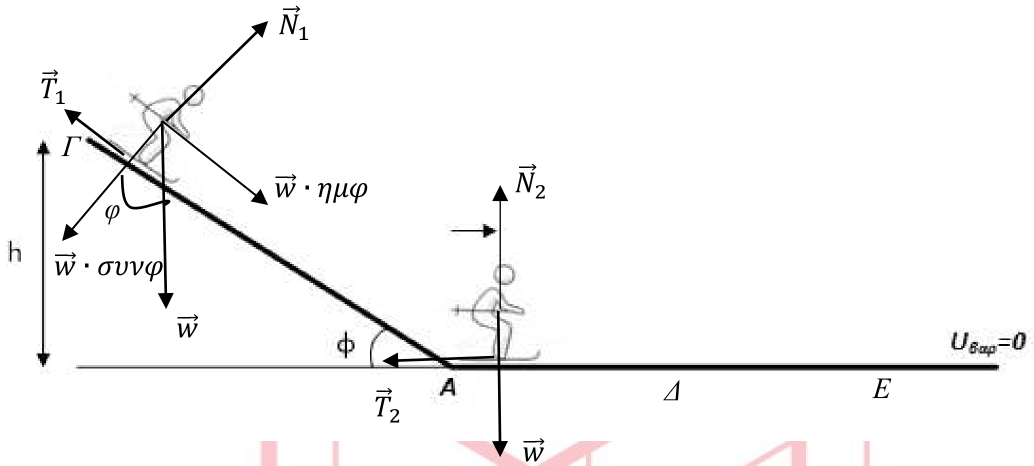
Μονάδες 5

Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Α δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Να θεωρήσετε επίσης ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, g = 10m/sec^2.

12027-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τόσο οι δυνάμεις που ασκούνται στην σκιέρ στην πλαγιά όσο και στο οριζόντιο επίπεδο. Στην πρώτη θέση η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες κατά άξονες παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά. Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

<u>Πλαγιά</u>

$$w = m\cdot g = 600\ N,$$
$$w_x = m\cdot g\cdot ημφ = 360\ N$$
$$w_y = m\cdot g\cdot συνφ = 480\ N$$

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_1 + \vec{w}_y = 0 \Rightarrow N_1 = w_y = 480\ N$$

<u>Οριζόντιο επίπεδο</u>

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \Rightarrow N_2 = w = 600\ N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2\cdot N_2 = 0{,}2\cdot 600N = 120\ N$$

(<u>Σχόλιο:</u> Οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν, ανάλογα με την στρατηγική που θα επιλέξουν, στην παραπάνω ανάλυση σε διάφορα σημεία της λύσης. Για το σωστό σχήμα, την ανάλυση των δυνάμεων και τους σωστούς υπολογισμούς να μοριοδοτηθούν μέχρι και με 5 Μονάδες)

Δ1) Υπολογίζουμε τη μηχανική ενέργεια στη θέση εκκίνησης της σκιέρ (σημείο Γ) και στη θέση εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο (σημείο Α):

$$E_Γ = K_Γ + U_Γ = 0 + m\cdot g\cdot h = 72000\ J$$
$$E_A = \frac{2}{3}\cdot E_Γ = 48000\ J$$

12027-Λύση

Η δύναμη της τριβής μέσω του έργου της είναι η αιτία της ελάττωσης της μηχανικής ενέργειας ή οποία μετατρέπεται σε ένα άλλο είδος (θερμική ενέργεια). Συνεπώς ισχύει:

$$W_T = E_A - E_\Gamma \Rightarrow -T_1 \cdot (\Gamma A) = E_A - E_\Gamma \Rightarrow T_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A)} \Rightarrow \mu_1 \cdot N_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A) \cdot N_1}$$

Το μήκος της πλαγιάς *(ΓΑ)* υπολογίζεται με χρήση του ημιτόνου:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{(\Gamma A)} \text{ ή } (\Gamma A) = \frac{120m}{0{,}6} = 200\ m$$

Καταλήγουμε λοιπόν:

$$\mu_1 = \frac{24000}{200 \cdot 480} = 0{,}25$$

(Μονάδες 5)

Εφαρμόζοντας τον ορισμό της μηχανικής ενέργειας στο σημείο Α, υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας υ_A:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_A^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_A^2 = \frac{2E_A}{m} \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{\frac{2E_A}{m}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = 40\ m/s$$

(Μονάδες 2)

Δ2) Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης στην πλαγιά και λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$w_x - T_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow w_x - \mu_1 \cdot N_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{w_x - \mu_1 \cdot N_1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{360 - 0{,}25 \cdot 480}{60} m/s^2 \Rightarrow a_1 = 4\ m/s^2$$

(Μονάδες 2)

Η σκιέρ κινούμενη στην πλαγιά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Α:

$$\upsilon_A = a_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_A}{a_1} \Rightarrow t_1 = 10\ s$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στο οριζόντιο επίπεδο, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$T_2 = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = 2\ m/s^2.$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το Α σε ένα σημείο Δ για το οποίο ισχύει $\upsilon_\Delta = \frac{\upsilon_A}{2} = 20\frac{m}{s}$:

12027-Λύση

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_\Delta = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t \ \Rightarrow 20 = 40 - 2 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10s$$

(Μονάδες 2)

Άρα η χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας, $\vec{\upsilon}_A$ θα είναι η,

$$t_2 = t_1 + \Delta t = (10 + 10)s = 20\ s$$

(Μονάδα 1)

Δ3) Έστω ότι η σκιέρ ακινητοποιείται σε σημείο Ε του οριζοντίου επιπέδου. Από τον ορισμό του έργου δύναμης για την περίπτωση της τριβής θα έχουμε:

$$W_{T_2} = T_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma \upsilon \nu 180^o = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το Α στο σημείο Ε και στη συνέχεια από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το *(ΑΕ)*:

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_E = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t' \ \Rightarrow \Delta t' = \frac{\upsilon_A - \upsilon_E}{a_2} \Rightarrow \Delta t' = 20s$$

$$\Delta x \ = \upsilon_o \cdot \Delta t' - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t'^2 \Rightarrow (AE) = \left(40 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2\right) m = 400\ m$$

(Μονάδες 3)

Άρα από την σχέση (1) υπολογίζουμε το έργο της τριβής:

$$W_{T_2} = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) = (-0{,}2 \cdot 600 \cdot 400)\ J = -48000\ J$$

(Μονάδα 1)

Δ4) Για τη μέση ταχύτητα της σκιέρ ισχύει:

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{(\Gamma A) + (AE)}{t_1 + \Delta t'} = \frac{200 + 400}{10 + 20}\ m/s = 20\ m/s.$$

(Μονάδες 5)

12035

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $\overrightarrow{\upsilon_0}$ σε οριζόντιο δάπεδο. Ο οδηγός αντιλαμβανόμενος ένα εμπόδιο φρενάρει απότομα προκαλώντας σταθερή επιβράδυνση στο αυτοκίνητο και τελικά το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_1. Θεωρείστε ότι οι τροχοί του αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος ολισθαίνουν και εμφανίζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης με το δάπεδο μ.

Β1.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν διπλασιάσουμε τον συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών, τότε το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_2. Για την απόσταση S_1και S_2 θα ισχύει:

α) $\mathrm{S}_1 = \mathrm{S}_2$, β) $\mathrm{S}_1 = 2\mathrm{S}_2$, γ) $\mathrm{S}_1 = 4S_2$

Μονάδες 4

Β1.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Το 1968 ο Τζιμ Χάινς, αμερικανός πρώην αθλητής του στίβου, έγινε ο πρώτος άνθρωπος που «έσπασε» επίσημα το φράγμα των 10 δευτερολέπτων στα 100 μέτρα. Θεωρείστε ότι ο Χάινς, ξεκινώντας από την ηρεμία, αύξανε ομαλά το μέτρο της ταχύτητάς του τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα και στη συνέχεια διατήρησε σταθερό το μέτρο της ταχύτητάς του μέχρι τον τερματισμό.

Β2.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν θεωρήσουμε ότι ο χρόνος τερματισμού του Χάινς ήταν ακριβώς ίσος με 10 δευτερόλεπτα, τότε η επιτάχυνσή του κατά τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα του αγώνα ήταν:

α) $\alpha = \frac{10}{8}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, β) $\alpha = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, γ) $\alpha = \frac{25}{8}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Μονάδες 4

Β2.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

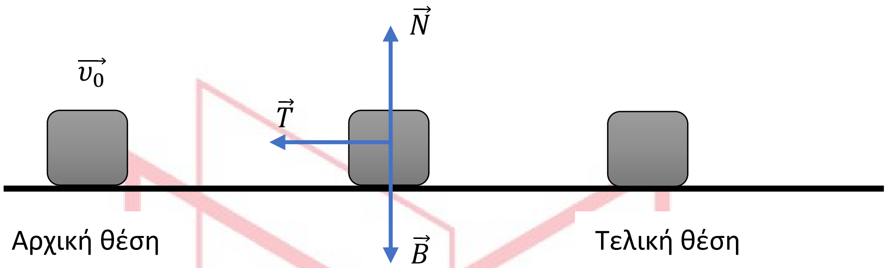
Μονάδες 9

12035-Λύση

Β1.

Β1.1. Σωστό είναι το **β)**

Β1.2. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Το αυτοκίνητο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης α. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης του αυτοκινήτου θα έχουμε ότι

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_N + W_T \Rightarrow -K_{\alpha\rho\chi} = -TS \ (1)$$

Το αυτοκίνητο στην αρχική του θέση θα έχει ταχύτητα μέτρου υ_0 , ενώ στην τελική του θέση η ταχύτητά του θα είναι μηδέν. Επίσης, το αυτοκίνητο ισορροπεί στον y'y άξονα, όποτε θα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w = mg \ (2)$$

Τέλος, για την Τριβή θα έχουμε ότι

$$T = \mu N \overset{(2)}{\Rightarrow} T = \mu mg \ (3)$$

Για τη σχέση (1) θα έχουμε ότι

$$(1) \Rightarrow -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -TS \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \mu mgS \Rightarrow S = \frac{\upsilon_0^2}{2\mu g} \ (4)$$

Από τη σχέση (4) παρατηρούμε ότι η διανυόμενη απόσταση του αυτοκινήτου μέχρι να σταματήσει είναι αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών. Οπότε για διπλάσιο συντελεστή τριβής το αυτοκίνητο θα διανύσει τη μισή απόσταση μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του. Δηλαδή,

$$S_2 = \frac{S_1}{2} \Rightarrow S_1 = 2S_2$$

Πρόταση Βαθμολόγησης

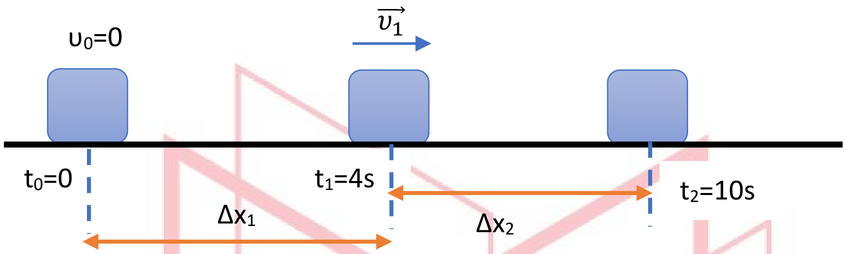
- Για την εφαρμογή του Θεωρήματος Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας: 2 Μονάδες
- Για τη δυναμική μελέτη: 2 Μονάδες
- Για τη σύγκριση των δύο καταστάσεων του προβλήματος με το διαφορετικό συντελεστή τριβής τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών: 4 Μονάδες

12035-Λύση

Β2.

Β2.1. Σωστό είναι το **γ)**

Β2.2. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Η κίνηση του Χάινς αποτελείται από 2 επιμέρους στάδια.

Τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα ο αθλητής εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως, για τη μετατόπισή του θα έχουμε ότι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha \Delta t_1^2 \ (1)$$

,όπου $\Delta t_1 = 4s$

Επίσης, στο τέλος των πρώτων 4 δευτερολέπτων η ταχύτητα του αθλητή δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_1 = \alpha \Delta t_1 \ (2)$$

Τα τελευταία 6 δευτερόλεπτα ο αθλητής εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και για την μετατόπισή του θα ισχύει:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \Delta t_2 (3)$$

,όπου $\Delta t_2 = 6s$ και υ_1 η ταχύτητα του αθλητή στο τέλος των πρώτων 4 δευτερολέπτων.

Για τις μετατοπίσεις των 2 επιμέρους κινήσεων ισχύει ότι:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = d \ (4) \text{ , με d=100m}$$

Λόγω των σχέσεων (1) και (3), η σχέση (4) τροποποιείται ως εξής:

$$\frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + \upsilon_1 \Delta t_2 = d \overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + a\Delta t_1 \Delta t_2 = d \Rightarrow a(\Delta t_1^2 + 2\Delta t_1 \Delta t_2) = 2d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2d}{\Delta t_1^2 + 2\Delta t_1 \Delta t_2} = \frac{100}{32}\frac{m}{s^2} = \frac{25}{8}\frac{m}{s^2}$$

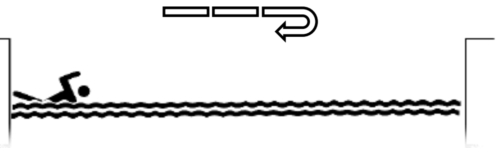
Πρόταση Βαθμολόγησης

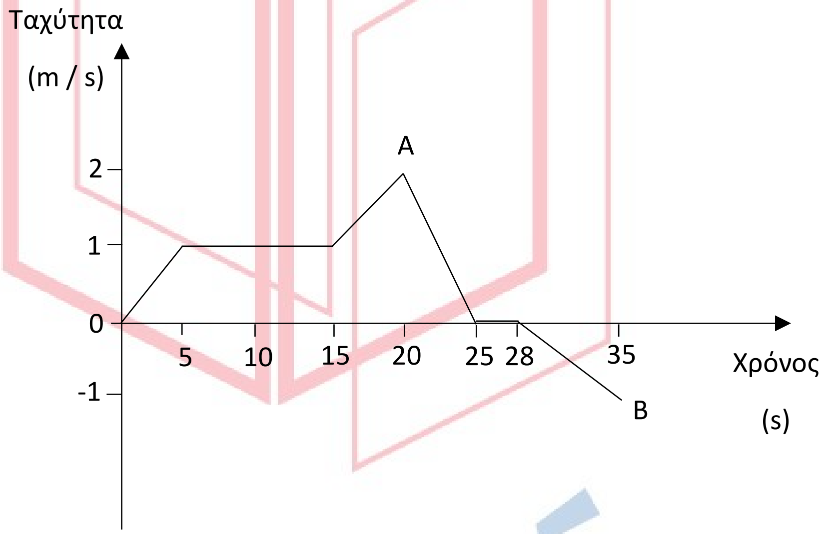
- Για τη μελέτη της καθεμιάς από τις δυο κινήσεις: 2 Μονάδες για κάθε κίνηση
- Για τη σύνδεση των επιμέρους μετατοπίσεων με τη συνολική μετατόπιση: 2 Μονάδες
- Για τον συνδυασμό των εξισώσεων που περιγράφουν τις επιμέρους κινήσεις και την τελική εξαγωγή αποτελέσματος: 2 Μονάδες

12355

Θέμα 4ο

Ο Αλέξανδρος μετά από πολύ καιρό επιστρέφει στο κολυμβητήριο για προπόνηση. Αρχίζει να κάνει διαδρομές στην μήκους 25 μέτρων πισίνα της ομάδας του. Παράλληλα, ο προπονητής του καταγράφει τη διαδρομή του μέσα από το «έξυπνο» ρολόι που φοράει ο Αλέξανδρος. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, μια εφαρμογή σχεδιάζει το πιο κάτω διάγραμμα που περιγράφει την τιμή της ταχύτητας του κολυμβητή σε συνάρτηση με το χρόνο για το δεδομένο χρονικό διάστημα. Με βάση το διάγραμμα αυτό ο προπονητής προσπαθεί να βγάλει συμπεράσματα για τη φυσική κατάσταση του κολυμβητή. Αν η μάζα του Αλέξανδρου είναι $m = 70\ kg$, να υπολογίσετε:





4.1) Το διάστημα που έχει διανύσει ο κολυμβητής από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης $(t = 0)$, έως τη χρονική στιγμή $(t = 20s)$ μετά την εκκίνηση του (σημείο Α).

4.2) Σχεδιάστε το αντίστοιχο διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης $(t = 0)$, έως τη χρονική στιγμή $(t = 35s)$.

4.3) Τη μέση ταχύτητα του κολυμβητή καθώς και τη μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης $(t = 0)$, έως τη χρονική στιγμή $(t = 35s)$.

4.4) Αν, για λόγους απλότητας, η αντίσταση του νερού στο σώμα του κολυμβητή θεωρηθεί διαρκώς σταθερή σε μέτρο και ίση με 28 N, να υπολογίσετε το έργο που παράγει ο κολυμβητής σε όλη τη διαδρομή από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης $(t = 0)$, έως τη χρονική στιγμή $(t = 35s)$.

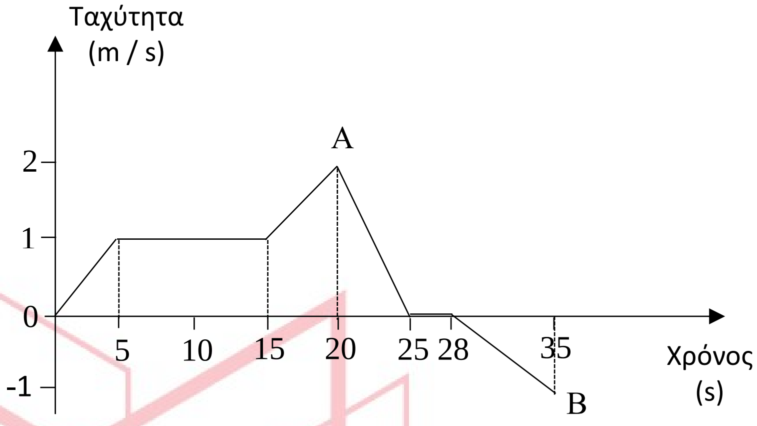
(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

12355-Λύση

4.1) Το διάγραμμα μας δίνει τις εξής πληροφορίες:

Χρονικό Διάστημα	Είδος κίνησης
0 - 5 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
5 - 15 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση
15 -20 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
20 - 25 s	Ευθ. Ομαλά Επιβραδυνόμενη
25 - 28 s	Ακινησία
28 – 35 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη



Άρα για το χρονικό διάστημα 0 – 5 s έχουμε:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \alpha_1 = \frac{\upsilon_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \alpha_1 = \frac{1}{5}\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\cdot \alpha_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_1 = 2{,}5\ m$$

Για το χρονικό διάστημα 5 - 15 s :

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t_2 = 1 \cdot 10\ m = 10\ m$$

Και για το 15 – 20 s :

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t_3 \text{ ή } \alpha_2 = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t_3} \text{ ή } \alpha_2 = \frac{2-1}{5}\,\frac{m}{s^2} \text{ ή } \alpha_2 = \frac{1}{5}\,\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_3 = \upsilon_1 \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2}\cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_3^2 \text{ ή } \Delta x_3 = 1\cdot 5 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\cdot 5^2\ m \text{ ή } \Delta x_3 = 7{,}5\ m$$

Άρα συνολικά διάνυσε $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 20\ m$

(Μονάδες 6)

4.2) Για το διάγραμμα της επιτάχυνσης χρειάζεται να υπολογίσουμε τις επιταχύνσεις για το υπόλοιπο της διαδρομής. Ορίζεται θετική φορά η κίνηση προς τα δεξιά.

Για το χρονικό διάστημα 20 - 25 s

$$\upsilon_3 = \upsilon_2 - \alpha_3 \cdot \Delta t_4$$

$$\alpha_3 = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_3}{\Delta t_4}$$

$$\alpha_3 = \frac{2-0}{5}\,\frac{m}{s^2}$$

Όποτε: $\alpha_3 = \frac{2}{5}\,\frac{m}{s^2}$ με φορά προς την αφετηρία.

Για το χρονικό διάστημα 25 - 28 s : Ο κολυμβητής παραμένει ακίνητος

Για το χρονικό διάστημα 28 - 35 s : $\upsilon_4 = \alpha_4 \cdot \Delta t_5$ ή $\alpha_4 = \frac{\upsilon_4}{\Delta t_5}$ ή $\alpha_4 = \frac{1}{7}\,\frac{m}{s^2}$, με φορά προς την αφετηρία.

(Μονάδες 6)

4.3) Μέχρι το σημείο Α έχει διανύσει 20 m

Για το χρονικό διάστημα 20 - 25 s

$$\Delta x_4 = \upsilon_2 \cdot \Delta t_4 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot \Delta t_4^2 \text{ ή } \Delta x_4 = 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot 5^2\ m \text{ ή } \Delta x_4 = 5\ m$$

Για το χρονικό διάστημα 28 - 35 s

$$|\Delta x_5| = \frac{1}{2} \cdot \alpha_4 \cdot \Delta t_5^2 \text{ ή } |\Delta x_5| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot 7^2\ m \text{ ή } |\Delta x_5| = 3{,}5\ m$$

Συνολική απόσταση που διάνυσε: $S_{o\lambda} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| = 28{,}5\ m$ σε χρόνο 35 s.

(Μονάδες 4)

Οπότε: $\upsilon_\mu = \frac{S_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} = \frac{28{,}5\ m}{35\ s} = 0{,}814\ \frac{m}{s}$

και απέχει $25 - 3{,}5 = 21{,}5$ m από την αφετηρία.

Οπότε η μετατόπιση $\Delta x_{0-35} = x_{35} - x_0 = 21{,}5 - 0 = 21{,}5\ m$

(Μονάδες 2)

4.4) Όταν ο κολυμβητής κινείται με σταθερή ταχύτητα, εφαρμόζουμε τον 1ο Νόμο του Newton, από τον οποίο προκύπτει ότι η δύναμη F που τον κινεί και η αντίσταση από το νερό F_A, έχουν ίσα μέτρα.

Όταν όμως κινείται με επιτάχυνση πρέπει να εφαρμόσουμε το 2ο Νόμο, δηλ.: $F - F_A = m \cdot a$

Χρονικό Διάστημα	Δύναμη	Έργο Δύναμης
0 - 5 s	$F_1 - F_A = m \cdot \alpha_1$ ή $F_1 = 70 \cdot \frac{1}{5} + 28 = 42\ N$	$F_1 \cdot \Delta x_1 = 42 \cdot 2{,}5 = 105$ J
5 - 15 s	$F_2 = F_A = 28\ N$	$F_2 \cdot \Delta x_2 = 28 \cdot 10 = 280$ J
15 -20 s	$F_3 - F_A = m \cdot \alpha_2$ ή $F_3 = 70 \cdot \frac{1}{5} + 28 = 42\ N$	$F_3 \cdot \Delta x_3 = 42 \cdot 7{,}5 = 315$ J
20 - 25 s	$m \cdot \alpha_3 = 70 \cdot \frac{2}{5} = 28\ N$ άρα ο κολυμβητής επιβραδύνεται μόνο υπό της επίδραση της αντίστασης του νερού δεν ασκεί καμία δύναμη	0
25 - 28 s	Ακινησία $F_5 = 0$	0
28 – 35 s	$F_6 - F_A = m \cdot \alpha_4$ ή $F_6 = 70 \cdot \frac{1}{7} + 28 = 38\ N$	$F_6 \cdot \Delta x_5 = 38 \cdot 3{,}5 = 133$ J
	Συνολικό έργο	**833 J**

(Μονάδες 7)

12855

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για το πηλίκο της μεταβολής της κινητικής ενέργειας ΔK προς την μεταβολή της γήινης βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ΔU του σώματος ισχύει:

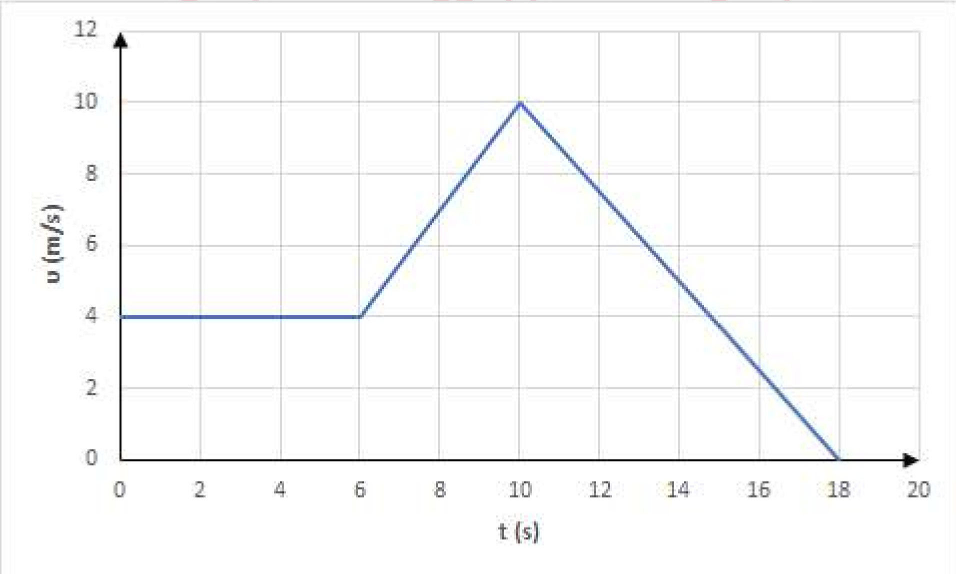
α) $\frac{\Delta K}{\Delta U} = 1$ β) $\frac{\Delta K}{\Delta U} = -1$ γ) $\frac{\Delta K}{\Delta U} \neq 1$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Σώμα κινείται ευθύγραμμα και το μέτρο *υ* της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν την ίδια κατεύθυνση στο χρονικό διάστημα:

α) (0 , 6 s) β) (6 s , 10 s) γ) (10 s , 18 s)

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

12855-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Α) β)

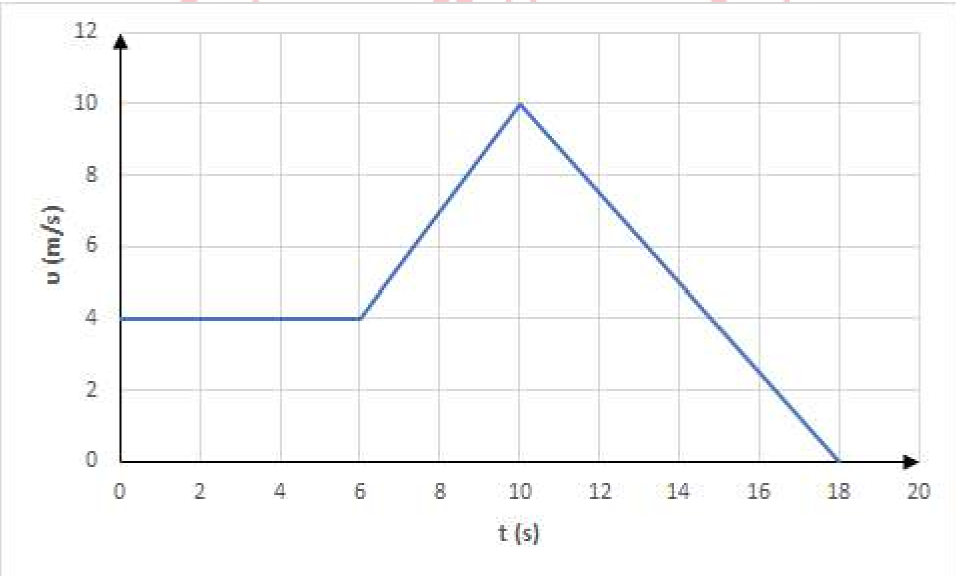
Μονάδες 4

Β) Επειδή το σώμα κινείται με την επίδραση του γήινου βάρους του και μόνο, η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή:

$E_{αρχ} = E_{τελ}\,,\ K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}\,,\ K_{αρχ} - K_{τελ} = U_{τελ} - U_{αρχ}\,,\ -\Delta K = \Delta U\,,\ \frac{\Delta K}{\Delta U} = -1.$

Μονάδες 8

Β2.



Α) β)

Μονάδες 4

Β) Στο χρονικό διάστημα (6 s , 10 s) το μέτρο της ταχύτητας του κινητού αυξάνεται (επιταχυνόμενη κίνηση) και συνεπώς η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν την ίδια κατεύθυνση. Στο χρονικό διάστημα (0 , 6 s) το μέτρο της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερό, οπότε η επιτάχυνσή του είναι μηδενική. Στο χρονικό διάστημα (10 s , 18 s) το μέτρο της ταχύτητας του κινητού ελαττώνεται (επιβραδυνόμενη κίνηση) και συνεπώς η ταχύτητα και η επιτάχυνση έχουν αντίθετη κατεύθυνση.

Μονάδες 9

12989

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{o\rho} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = 10\ \mathrm{N}$.

Δ1. Να εξετάσετε αν το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 5

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\ \mathrm{s}$ και στη συνέχεια καταργείται.

Δ2. Να υπολογίσετε:

Δ.2.1. τη συνολική μετατόπιση του σώματος.

Μονάδες 15

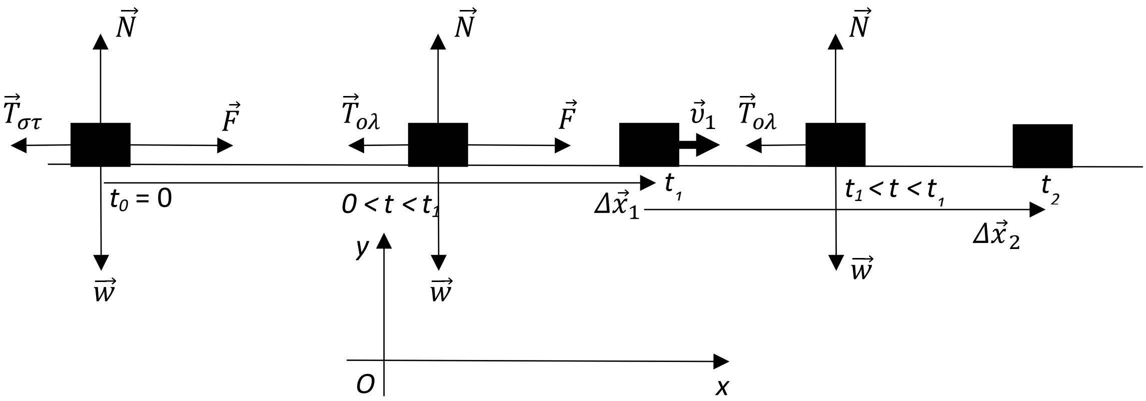
Δ.2.2. τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.

Μονάδες 5

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

12989-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σώμα ασκείται το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}$ και η δύναμη από το δάπεδο, η οποία αναλύεται στην $\vec{N}$ και στην στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma\tau}$. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αν $F > T_{op}$, όπου F το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ και T_{op} το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο, οπότε σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}\,,\ N = w\,,\ N = m \cdot g\,,\ N = 10\ \mathrm{N}$$

. Από τον νόμο της οριακής τριβής: $T_{op} = \mu_{op} \cdot N\,,\ T_{op} = 5\ \mathrm{N}$. Επειδή: $F = 10$ N > 5 N = T_{op}, το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 5

Δ2.

Δ.2.1. Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N\,,\ T_{o\lambda} = 4\ \mathrm{N}$ (Μονάδες 2) καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης. Στο χρονικό διάστημα (0, $t_1 = 10$ s), από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύει: $\sum \vec{F}_{x,1} = m \cdot \vec{a}_1\,,\ F - T_{o\lambda} = m \cdot a_1\,,\ a_1 = \frac{F - T_{o\lambda}}{m}\,,\ a_1 = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 4) Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s ισχύουν:

$$\left\{\begin{array}{c} v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1\,,\ v_1 = 60\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ (\text{Μονάδες } 2) \\ \Delta x_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 300\ \mathrm{m}\ (\text{Μονάδες } 2) \end{array}\right\}$$

. Στο χρονικό διάστημα ($t_1 = 10$ s , t_2), από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, ισχύει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{o\lambda}}\,,\ K_2 - K_1 = -T_{o\lambda} \cdot \Delta x_2\,,\ \Delta x_2 = -\frac{K_2 - K_1}{T_{o\lambda}}\,,\ \Delta x_2 = -\frac{0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{T_{o\lambda}}\,,$$

$\Delta x_2 = 450\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 4)

Τελικά: $\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 750\,\mathrm{m}$ (Μονάδα 1).

Μονάδες 15

Δ.2.2. Για τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον ισχύει: $Q = \left|W_{\vec{T}_{ολ}}\right| = T_{ολ} \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2)$, $Q = 3000\,\mathrm{J}$.

Μονάδες 5

12990

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας m = 1 kg εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και κινείται κατά μήκος του. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι $\varphi = 30^o$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{o\rho} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Δ1. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

Μονάδες 6

Δ2. Να αποδείξετε ότι η ακινητοποίηση του σώματος είναι παροδική.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

Μονάδες 6

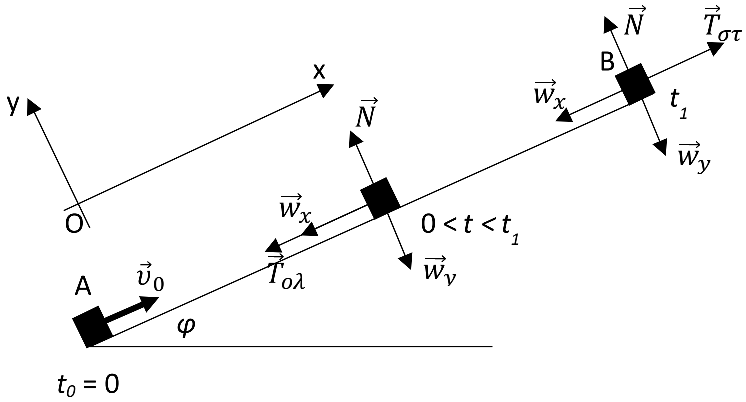
Δ4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον, λόγω τριβών, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

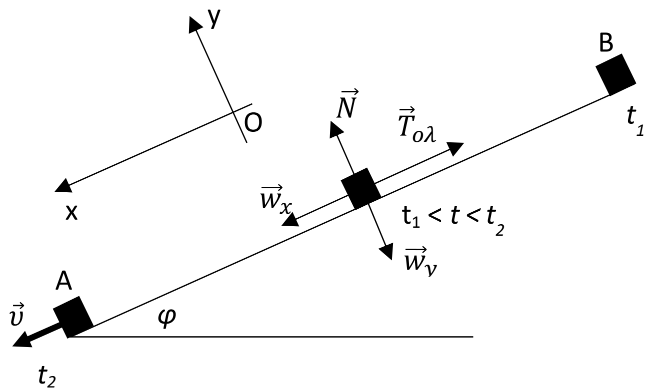
Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Δίνονται: $\eta\mu(30^o) = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu(30^o) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

12990-Λύση

ΘΕΜΑ Δ





Δ1. Κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α στο σημείο Β, στον άξονα Oy, από τον 1ο νόμο του Newton, ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w_y$, $N = m \cdot g \cdot συνφ$, $N = 5\sqrt{3}$ N. (Μονάδα 1). Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = μ_{ολ} \cdot N$, $T_{ολ} = 3$ N. (Μονάδες 1). Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας ισχύει:

$$ΔK_{AB} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ολ}},\ K_B - K_A = -w_x \cdot (AB) - T_{ολ} \cdot (AB),$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -(m \cdot g \cdot ημφ + T_{ολ}) \cdot (AB),\ (AB) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2}{m \cdot g \cdot ημφ + T_{ολ}},$$

$(AB) = 6{,}25$ m. (Μονάδες 4)

Μονάδες 6

Δ2. Για το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής, ισχύει: $T_{ορ} = μ_{ορ} \cdot N$, $T_{ορ} = 3{,}75$ N. (Μονάδες 3)

12990-Λύση

Επειδή: $w_x = m \cdot g \cdot ημφ = 5\,\mathrm{N} > 3{,}75\,\mathrm{N} = T_{ορ}$, η ακινητοποίηση θα είναι στιγμιαία (Μονάδες 3).

Μονάδες 6

Δ3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση του σώματος από το Β στο Α ισχύει:

$ΔK_{BA} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ολ}}$, $K_A - K_B = w_x \cdot (AB) - T_{ολ} \cdot (AB)$,

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 = (m \cdot g \cdot ημφ - T_{ολ}) \cdot (AB)$ (Μονάδες 4) και

$υ = \sqrt{\frac{2 \cdot (m \cdot g \cdot ημφ - T_{ολ}) \cdot (AB)}{m}}$, $υ = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 2)

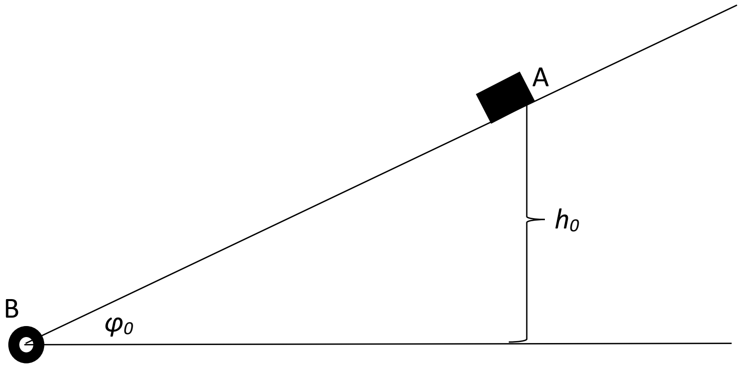
Μονάδες 6

Δ4. Ισχύει: $Q = 2 \cdot \left|W_{\vec{T}_{ολ}}\right| = 2 \cdot T_{ολ} \cdot (AB) = 37{,}5\,\mathrm{J}$.

Μονάδες 7

12991

ΘΕΜΑ 4



Έστω τραχύ, ακλόνητο, πλάγιο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα μπορεί να μεταβάλλεται με ειδικό μηχανισμό, που βρίσκεται στη βάση του Β. Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ αφήνεται ελεύθερο από σημείο Α του πλάγιου δαπέδου. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β είναι $h_0 = 20\ \mathrm{m}$.

4.1. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi_0 = 30^o$, το σώμα παραμένει ακίνητο σε θέση Α του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται στο σώμα.

Μονάδες 8

4.2. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45^o$, το σώμα είναι έτοιμο να ολισθήσει στο πλάγιο δάπεδο. Να υπολογίσετε τον συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής σώματος – δαπέδου.

Μονάδες 8

4.3. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45^o$, το σώμα, μετά από ελάχιστη ώθηση, αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος – δαπέδου είναι $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Β του πλάγιου δαπέδου.

Μονάδες 9

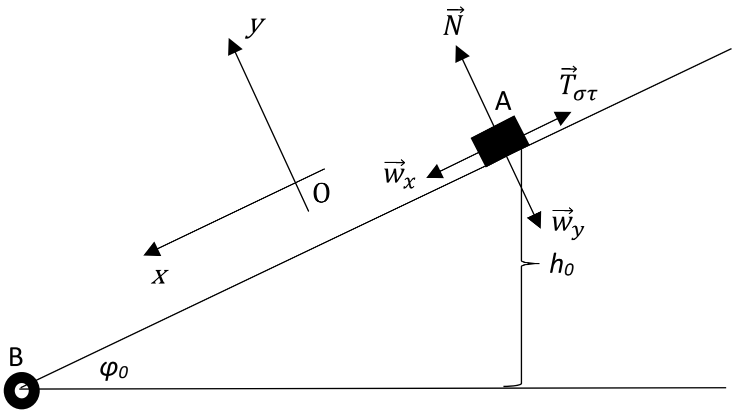
Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να αμεληθούν δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα.

Δίνονται: $\eta\mu(30^o) = \frac{1}{2}$, $\eta\mu(45^o) = \sigma\upsilon\nu(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

12991-Λύση

ΘΕΜΑ 4

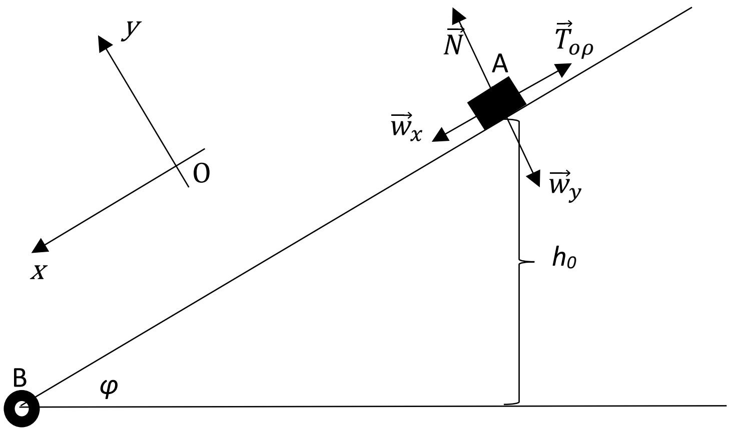
4.1.



Το σώμα είναι ακίνητο. Σύμφωνα με τον 1^o νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$ (2 μονάδες) , $T_{\sigma\tau} = w_x$ (2 μονάδες), $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi_0$ (2 μονάδες) $= 5$ N (2 μονάδες).

Μονάδες 8

4.2.



Όταν $\varphi = 45°$, η στατική τριβή έχει αποκτήσει την μέγιστη τιμή της (οριακή τριβή).
Από τον 1^o νόμο του Newton ισχύει:

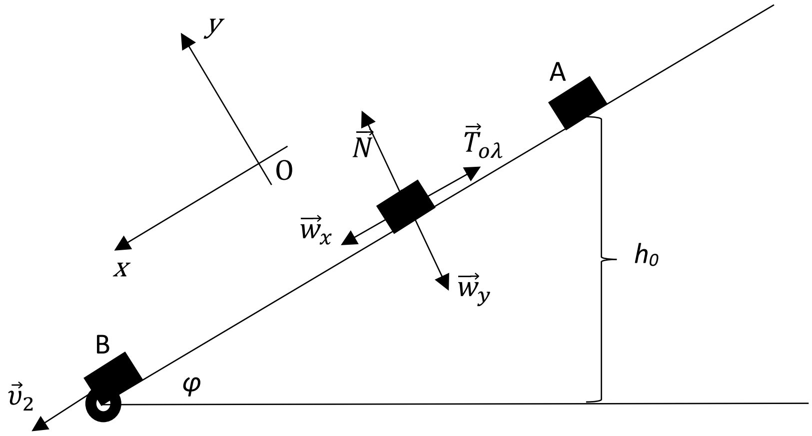
$$\left\{\begin{matrix} \sum \vec{F}_y = 0\,,\ N = w_y\,,\ N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ (Μονάδες 3)} \\ \sum \vec{F}_x = 0\,,\ T_{o\rho} = w_x\,,\ \mu_{o\rho} \cdot N = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \text{ (Μονάδες 3)} \end{matrix}\right\},$$

$\mu_{o\rho} = \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$, $\mu_{o\rho} = \varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\,(45^o) = 1$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 8

12991-Λύση

4.3.



Ισχύει: $ημφ_0 = \frac{h_0}{(AB)}$, $(AB) = \frac{h_0}{ημφ}$, $(AB) = 20 \cdot \sqrt{2}\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 2) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = μ_{ολ} \cdot N = μ_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot συνφ = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}\,\mathrm{N}$. (Μονάδες 2)

Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot a$, $w_x - T_{ολ} = m \cdot a$, $a = \frac{w_x - T_{ολ}}{m}$, $a = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

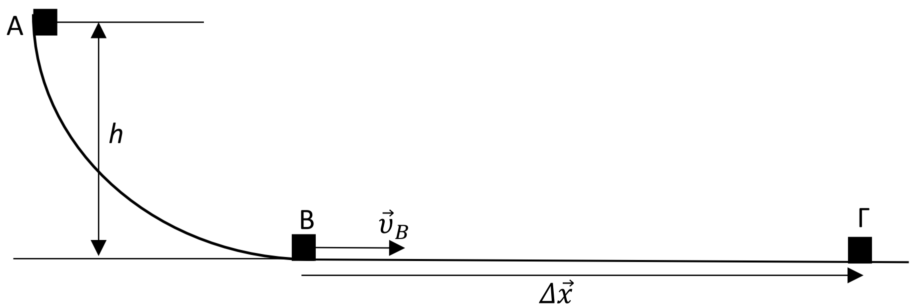
Ισχύει: $(AB) = \frac{1}{2} \cdot α \cdot t^2$, $t = \sqrt{\frac{2 \cdot (AB)}{a}}$, $t = 4\,\mathrm{s}$ (Μονάδα 1) και

$υ_2 = α \cdot t$, $υ_2 = 10 \cdot \sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδα 1)

Μονάδες 9

12992

ΘΕΜΑ Δ



Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του AB είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων A και B είναι $h = 5$ m. Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο A και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}5$.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. το μέτρο της ταχύτητας υ_B του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο B.

Μονάδες 6

Δ1.2. το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης Δx του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

Δ1.3. το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

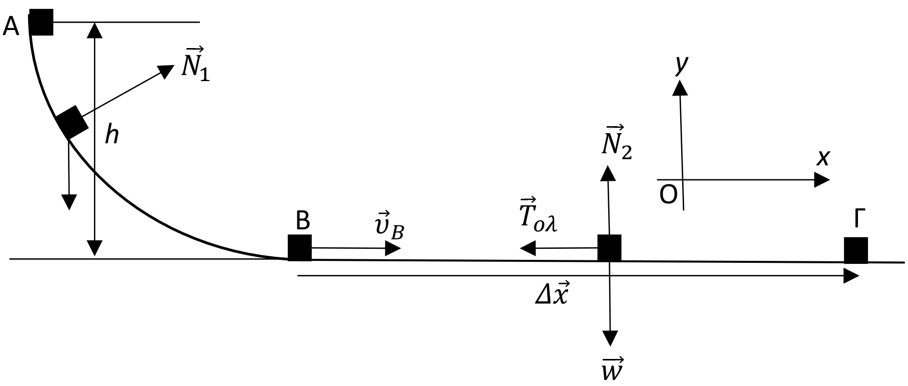
Δ2. Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

12992-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και το έργο της δύναμης $\vec{N}_1$ είναι μηδέν το έργο της δύναμης , επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$E_A = E_B$, $K_A + U_A = K_B + U_B$, $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_B^2$, $\upsilon_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$, $\upsilon_B = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δ1.2. Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Oy, από τον 1ο νόμο του Newton, ισχύει: $\sum\vec{F}_y = \vec{0}$, $N_2 = w$, $N_2 = m \cdot g$ [1]. (Μονάδες 1) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$, $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$ [2]. (Μονάδες 1) Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το σημείο Β έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$\Delta K = W_{\vec{T}_{ολ}}$, $K_Γ - K_B = -T_{ολ} \cdot \Delta x$, $-\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_B^2 = -\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x$,

$\Delta x = \frac{\upsilon_B^2}{2 \cdot \mu_{ολ} \cdot g}$, $\Delta x = 10\ \mathrm{m}$. (Μονάδες 4)

Μονάδες 6

Δ1.3. Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου: $\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\frac{\mu_{ολ} \cdot m \cdot g}{m} = -\mu_{ολ} \cdot g = -5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3) Από την εξίσωση της ταχύτητας: $\upsilon_Γ = \upsilon_B + \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon_Γ - \upsilon_B}{\alpha}$, $\Delta t = 2\ \mathrm{s}$. (Μονάδες 3)

12992-Λύση

Μονάδες 6

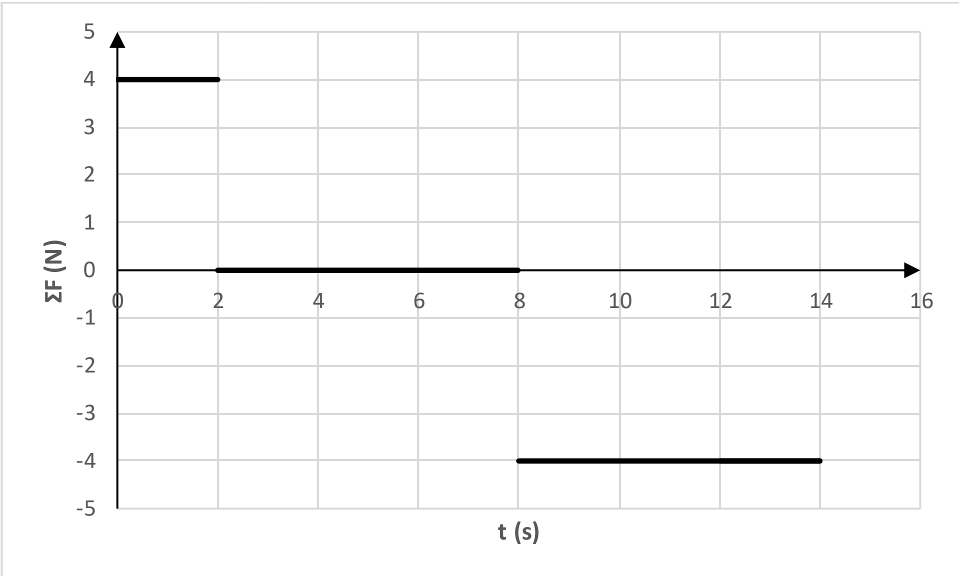
Δ2. Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει: $\Delta\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_B - \vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_B$. (Μονάδες 3) Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει: $\Delta\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_\Gamma - \vec{\upsilon}_B = -\vec{\upsilon}_B$. (Μονάδες 3) Έτσι: $\Delta\vec{\upsilon}_1 = -\Delta\vec{\upsilon}_2$. (Μονάδα 1)

Μονάδες 7

12993

ΘΕΜΑ Δ

Σημειακό αντικείμενο μάζας m = 1 Kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση x_0 = 0. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s.

Μονάδες 4

Δ1.2. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 = 8 s.

Μονάδες 4

Δ1.3. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ και τη θέση $\vec{x}_3$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s.

Μονάδες 4

Δ1.4. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s.

Μονάδες 4

Δ1.5. το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s.

Δ2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

Δ2.1. ταχύτητας - χρόνου ($\upsilon - t$) και

Μονάδες 4

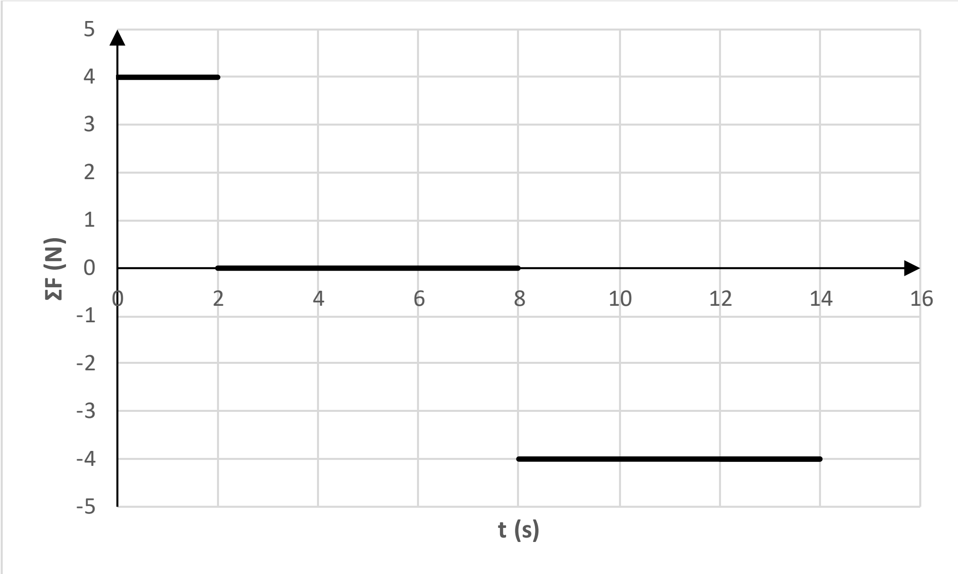
Δ2.2. θέσης – χρόνου ($x - t$)

Μονάδες 5

από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 14$ s.

12993-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s: $\sum F_1 = 4\,\mathrm{N}$, $m \cdot a_1 = 4\,\mathrm{N}$, $a_1 = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδα 1) Ισχύουν:

$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha_1 \cdot t_1 = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 1,5) και

$x_1 = x_0 + \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2$, $x_1 = 8\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 1,5)

Μονάδες 4

Δ1.2. Από τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s: $\sum F_2 = 0$. (Μονάδα 1)

Ισχύουν: $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 1,5) και

$x_2 = x_1 + \upsilon_1 \cdot (t_2 - t_1)$, $x_2 = 56\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 1,5)

Μονάδες 4

Δ1.3. Από τη χρονική στιγμή $t_2 = 8$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 14$ s: $\sum F_1 = -4\,\mathrm{N}$, $m \cdot a_3 = -4\,\mathrm{N}$, $a_3 = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδα 1) Ισχύουν:

$\upsilon_3 = \upsilon_2 + \alpha_3 \cdot (t_3 - t_2) = -16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 1,5) και

$x_3 = x_2 + \upsilon_2 \cdot (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3 - t_2)^2$, $x_3 = 32\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 1,5)

Μονάδες 4

Δ1.4. $\Delta K_{0,3} = K_3 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_3^2$, $\Delta K_{0,3} = 128\,\mathrm{J}$.

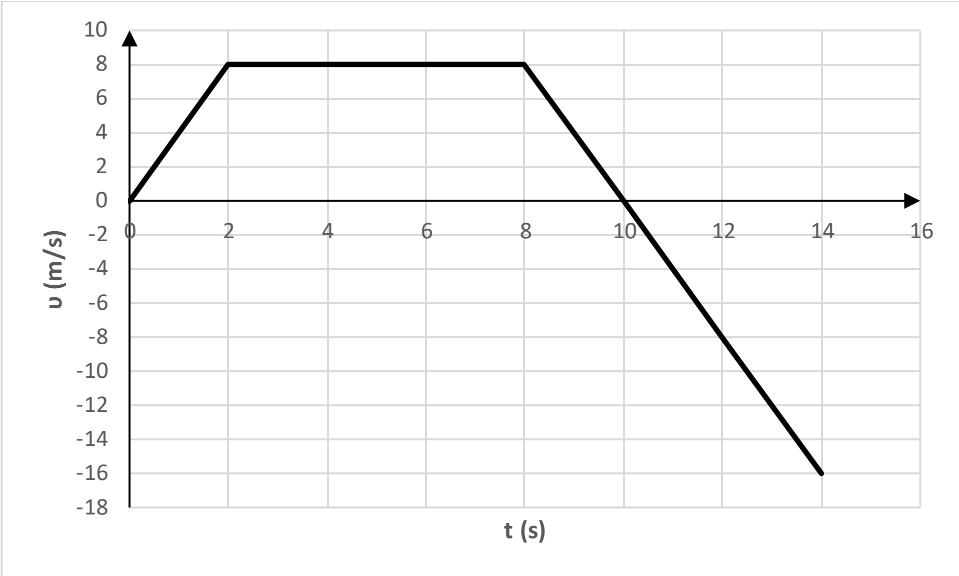
Μονάδες 4

Δ1.5. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: $\Delta K_{0,3} = W_{\sum \vec{F}_{0,3}}$, $W_{\sum \vec{F}_{0,3}} = 128\,\mathrm{J}$.

Δ2.

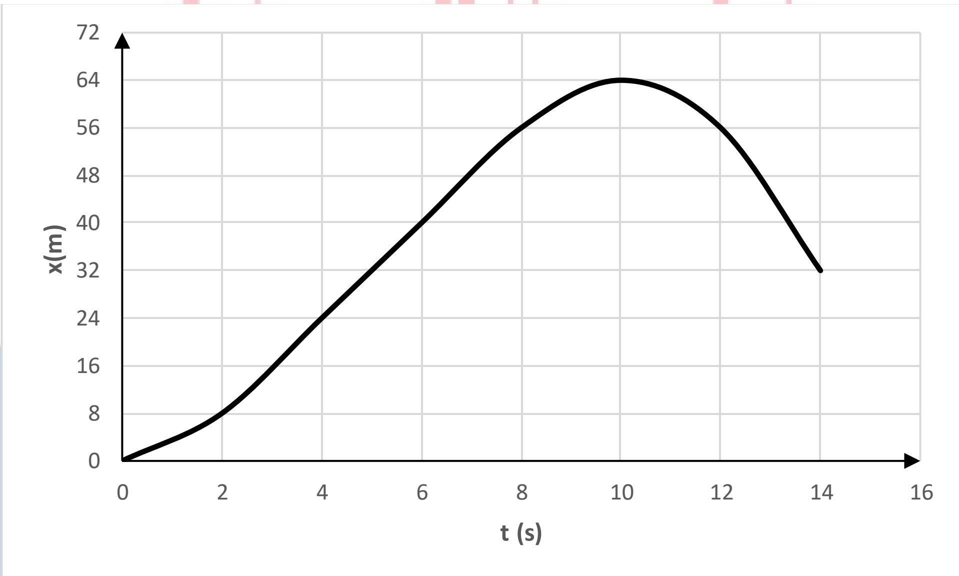
Δ2.1.

12993-Λύση



Μονάδες 4

Δ2.2. θέσης – χρόνου $(x - t)$



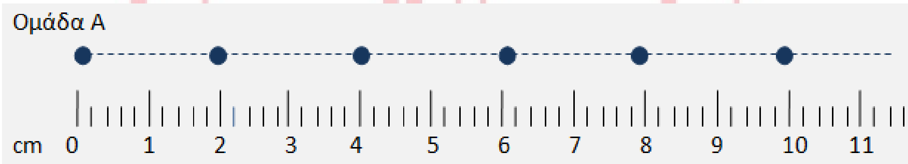
Μονάδες 5

13099

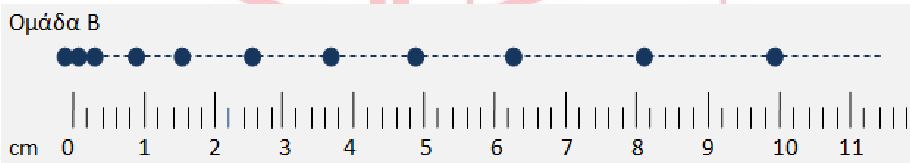
ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων.
Η ομάδα Α χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Η ομάδα Β χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο.
Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.
Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Α πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Β δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων:

Α) Να επιλέξετε τη σχέση που ισχύει για το μέτρο της ταχύτητας του κινητού της ομάδας Α (υ_A) και το μέτρο της μέσης ταχύτητας του κινητού της ομάδας Β ($\bar{\upsilon}_B$), όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή $t_0 = 0$:

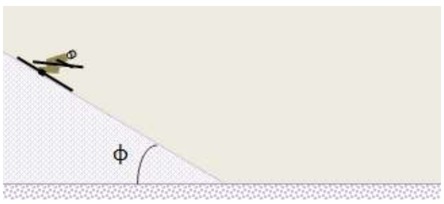
i. $\upsilon_A = \bar{\upsilon}_B$ **ii.** $\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$ **iii.** $\bar{\upsilon}_B = 2 \cdot \upsilon_A$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β2. Μια σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, για την οποία δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$. Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1 = 0{,}25$.



Στη βάση της πλαγιάς, η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2.
Αν δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, τότε:

13099

Α)Να επιλέξετε τη σωστή τιμή για το συντελεστή τριβής μ_2 :

i. $\mu_2 = 0{,}25$ ii. $\mu_2 = 0{,}4$

Μονάδες 4

Β)Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13099-Λύση

ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

<u>Β1</u>

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>
Ομάδα Α: Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ίδια σε κάθε 0,2 s.
Η πέμπτη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 5 \cdot 0{,}2\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{s}$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αυτοκινητάκι έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.
Το μέτρο της ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{1\ \mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Ομάδα Β: Η κίνηση του αμαξιδίου είναι επιταχυνόμενη, αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ολοένα και μεγαλύτερη σε κάθε 0,2 s μετά την έναρξη της κίνησης.
Η δέκατη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 10 \cdot 0{,}2\ s = 2\ s$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αμαξίδιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.
Το μέτρο της μέσης ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\bar{\upsilon}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{2\ \mathrm{s}} = 5\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Έτσι η σχέση του μέτρου της ταχύτητας του αυτοκινήτου της ομάδας Α με το μέτρο της μέσης ταχύτητας της ομάδας Β είναι:

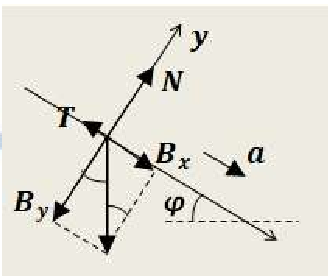
$$\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$$

<u>Β2</u>
Α)Σωστή είναι η σχέση ii.

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>
Για την κίνηση της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x παράλληλα στο κεκλιμένο της δάπεδο και y΄y κάθετα σε αυτό. Αναλύουμε το βάρος της σε δύο συνιστώσες σε αυτούς τους άξονες, για τις οποίες ισχύει:

$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = 0{,}6 \cdot m \cdot g$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$



Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0, \text{ ή } \quad N = B_y = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από τη χιονισμένη πλαγιά, ισχύει:

$$T = \mu_1 \cdot N = 0{,}2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a \quad \text{και τελικά} \quad a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{B_{x-T}}{m} = 0{,}4 \cdot g$$

13099-Λύση

Για την κίνηση της σκιέρ στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x οριζόντιο και y΄y κατακόρυφο.

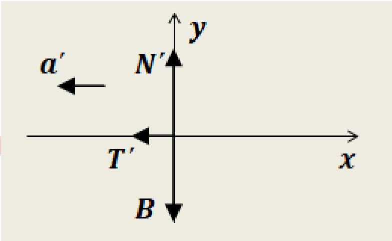
Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0 \quad , \quad ή \quad N' = B = m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από το χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο, ισχύει:

$$T' = \mu_2 \cdot N' = \mu_2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε



$$\Sigma F_x = m \cdot a'$$

$$a' = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{-T'}{m} = -\mu_2 \cdot g$$

Μας δίνεται όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο.

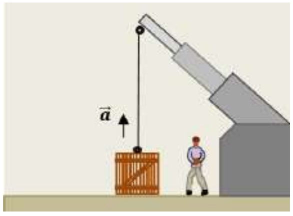
Άρα ισχύει:

$a = |a'|$ οπότε προκύπτει $0{,}4 \cdot g = \mu_2 \cdot g$

Έτσι τελικά $\mu_2 = 0{,}4$

13102

ΘΕΜΑ Β



Β1. Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας m, είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δένουμε στο κιβώτιο το ένα άκρο ανθεκτικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε γερανό όπως στο σχήμα.

Ο γερανός σηκώνει το κιβώτιο και το ανεβάζει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = \frac{g}{8}$, όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας. Οι δυνάμεις από τον αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται από το νήμα στο κιβώτιο καθώς το ανεβάζει, έχει μέτρο:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

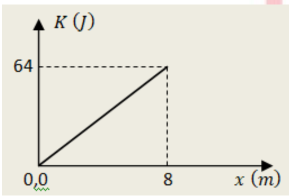
i. $F = m \cdot g$ **ii.** $F = \frac{9}{8} \cdot m \cdot g$ **iii.** $F = 2 \cdot m \cdot g$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

Β2. Ένα τηλεκατευθυνόμενο αυτοκίνητο - μοντέλο μάζας $m = 2\ \mathrm{kg}$ με εντολή του χειριστή, αρχίζει να κινείται από την ηρεμία, ευθύγραμμα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για τα πρώτα $8\ m$ της κίνησής του. Για την διαδρομή του αυτή δίνεται στο διπλανό διάγραμμα η γραφική παράσταση της κινητικής του ενέργειας σε συνάρτηση με την μετατόπισή του από την αρχική θέση.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος και θεωρώντας $t_0 = 0$ τη χρονική στιγμή έναρξης της κίνησης του αυτοκινήτου:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία έχει μετατοπιστεί μέχρι τη θέση $x_1 = 8\ m$:

i. $t_1 = 8\ \mathrm{s}$ **ii.** $t_1 = 2\ \mathrm{s}$ **iii.** $t_1 = 4\ \mathrm{s}$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

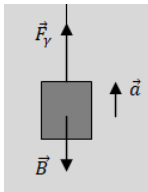
13102-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

<u>Β1</u>

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>



Το κιβώτιο ανεβαίνει με την επίδραση της κατακόρυφης προς τα πάνω δύναμης που δέχεται από τον γερανό και της κατακόρυφης προς τα κάτω δύναμης από την έλξη της Γης, δηλαδή του βάρους του. Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$$\Sigma F = m \cdot a\,, \qquad F_\gamma - B = m \cdot a\,, \qquad F_\gamma = m \cdot g + m \cdot \frac{g}{8}$$

Τελικά $$F_\gamma = \frac{9}{8} \cdot m \cdot g$$

<u>Β2</u>

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>

Επειδή η κίνηση του οχήματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργεια:

$$\Delta K = W_F = F \cdot x$$

$$F = \frac{\Delta K}{x} = \frac{64\,J}{8\,m} = 8\ \mathrm{N}$$

Η επιτάχυνση του οχήματος υπολογίζεται εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$a = \frac{F}{m} = 4\ \frac{m}{s^2}$$

Για την μετατόπιση του οχήματος στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνησή του ισχύει:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{a}} = 2\ \mathrm{s}$$

13103

ΘΕΜΑ Β

Β1. Μια ομάδα μαθητών στο εργαστήριο του σχολείου στερεώνει το πάνω άκρο ενός δυναμομέτρου, σε ορθοστάτη. Στη συνέχεια πειραματίζονται κρεμώντας από το γάντζο του βαρίδια με διαφορετικές μάζες.
Μετρώντας τις επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμόμετρου, επιβεβαιώνουν ότι υπακούει στο νόμο του Hooke.
Στον πίνακα που ακολουθεί, στην πρώτη οριζόντια γραμμή δίνονται οι μάζες διαφόρων βαριδιών που κρέμασαν και κάτω από αυτές, οι επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμομέτρου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Μάζα (g)		100	200		300
Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)	4	8		20	

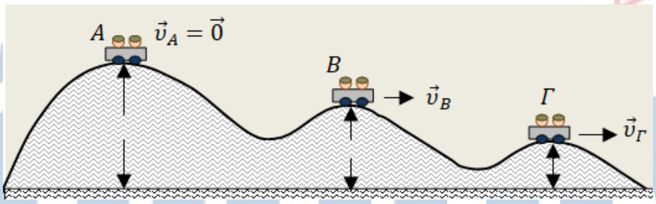
Α) Να συμπληρώσετε τις τιμές που μας απέκρυψαν από τις μετρήσεις τους οι μαθητές.

Μονάδες 4

Β) Με τη βοήθεια των τιμών του πίνακα να κάνετε ένα διάγραμμα, με βαθμονομημένους άξονες, στο οποίο να δείξετε την γραφική παράσταση της επιμήκυνσης του ελατηρίου (σε cm) από το φυσικό του μήκος, σε συνάρτηση με τη μάζα (σε g), που κρεμούσαν στο άκρο του.

Μονάδες 8

Β2. Ένα βαγονάκι που μεταφέρει παιδιά, κινείται στην σιδηροτροχιά ενός λούνα-παρκ, η οποία έχει το σχήμα που φαίνεται στην εικόνα. Κάποια στιγμή βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο Α χωρίς ταχύτητα και εξαιτίας μιας πολύ μικρής κλίσης που έχει η τροχιά στο σημείο αυτό, αρχίζει να κινείται. Έτσι κάποια στιγμή περνάει από την κορυφή Β με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_B$ και μια επόμενη στιγμή από την κορυφή Γ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\Gamma$.



Οι κορυφές Α, Β και Γ, βρίσκονται σε ύψη h_A , h_B και h_Γ αντίστοιχα, από το οριζόντιο δάπεδο του λούνα-παρκ, για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις $h_B = \frac{3}{4} \cdot h_A$ και $h_\Gamma = \frac{1}{4} \cdot h_A$.

Θεωρήστε, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις τριβές και την αντίσταση του αέρα. Επίσης θεωρήστε ότι το βαγονάκι δεν φέρει τροχούς και απλά ολισθαίνει στις σιδηροτροχιές.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή σχέση που ισχύει, για τα μέτρα των ταχυτήτων του βαγονιού στις κορυφές Β και Γ:

i. $\upsilon_\Gamma = \upsilon_B$ **ii.** $\upsilon_\Gamma = 3 \cdot \upsilon_B$ **iii.** $\upsilon_\Gamma = \sqrt{3} \cdot \upsilon_B$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13103-Λύση

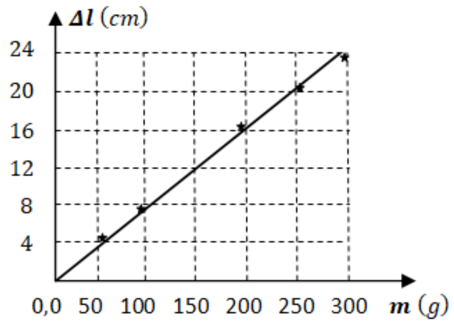
ΘΕΜΑ Β   Ενδεικτικές απαντήσεις

<u>Β1</u>

Α)

Μάζα (g)	**50**	100	200	**250**	300
Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)	4	8	**16**	20	**24**

Β)



<u>Β2</u>

Α) Σωστή απάντηση είναι η **iii**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>

Επειδή στην κίνηση του βαγονιού με τα παιδιά, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος τους, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.
Ορίζοντας ως επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια το δάπεδο του λούνα-πάρκ ($U = 0$), έχουμε:

$$E^{A}_{\mu\eta\chi} = E^{B}_{\mu\eta\chi} = E^{\Gamma}_{\mu\eta\chi}$$

$$U_A = U_B + K_B = U_\Gamma + K_\Gamma$$

$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B + K_B$, οπότε $K_B = m \cdot g \cdot (h_A - h_B) = \frac{m \cdot g \cdot h_A}{4}$

$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_\Gamma + K_\Gamma$, οπότε $K_\Gamma = m \cdot g \cdot (h_A - h_\Gamma) = \frac{3 \cdot m \cdot g \cdot h_A}{4}$

Διαιρούμε κατά μέλη τις δύο προηγούμενες εξισώσεις:

$$\frac{K_\Gamma}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Gamma^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_B^2} = 3$$

Από τη σχέση αυτή, για τα μέτρα των ταχυτήτων προκύπτει:

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{3} \cdot \upsilon_B$$

13104

ΘΕΜΑ Β

Β1 Αεροπλάνο Boeing-747 ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα $720\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ και ο κινητήριος μηχανισμός του αποδίδει ισχύ $40\ \mathrm{MW}$.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Οι αντιστάσεις του αέρα στην κίνηση του αεροπλάνου, δημιουργούν μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την κίνησή του, μέτρου:

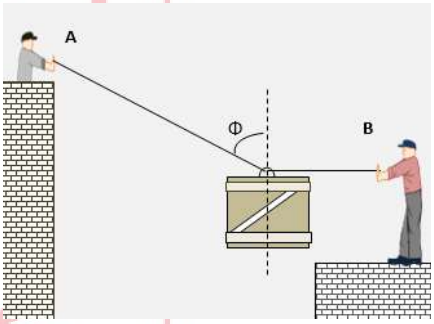
i. $F_{αντ.} = 18 \cdot 10^6\ \mathrm{N}$ **ii.** $F_{αντ.} = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$ **iii.** $F_{αντ.} = 18\ \mathrm{N}$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

Β2. Δύο εργάτες, ο Α και ο Β, προσπαθούν να ισορροπήσουν ένα κιβώτιο βάρους $B = 180\ N$, το οποίο έχουν δέσει με δύο σχοινιά από έναν κρίκο στο μέσον της επάνω επιφάνειάς του. Κάποια στιγμή το κρατούν ακίνητο στον αέρα, σε θέση όπου το σχοινί του Β είναι οριζόντιο, ενώ το σχοινί του Α σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ όπως στο σχήμα. Τα δύο σχοινιά είναι στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
Εκείνη τη στιγμή ο Α μέσω του σχοινιού ασκεί στο κιβώτιο δύναμη $\vec{F}_A$, ενώ ο Β αντίστοιχα, δύναμη $\vec{F}_B$.



Για την γωνία φ δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί $ημφ = 0{,}8$ και $συνφ = 0{,}6$.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$:

i. $F_A = F_B = 90\ \mathrm{N}$
ii. $F_A = 300\ \mathrm{N}, \quad F_B = 240\ \mathrm{N}$
iii. $F_A = 100\ \mathrm{N}, \quad F_B = 180\ \mathrm{N}$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

13104-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

Β1.

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

Β) Αιτιολόγηση

Πρέπει αρχικά να κάνουμε μετατροπές μονάδων στο S.I

Η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι $\upsilon = 720\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 720 \cdot \frac{1000}{3600}\ \mathrm{s} = 200\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η ισχύς του κινητήριου-προωθητικού μηχανισμού είναι $P = 40\ \mathrm{MW} = 40 \cdot 10^6\ \mathrm{W}$

Αν $\vec{F}_{\pi\rho.}$ συμβολίσουμε την προωστική δύναμη η οποία ωθεί το αεροπλάνο, για την προωθητική ισχύ του έχουμε:

$P = F_{\pi\rho.} \cdot \upsilon$, από την οποία προκύπτει $F_{\pi\rho.} = \frac{P}{\upsilon} = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

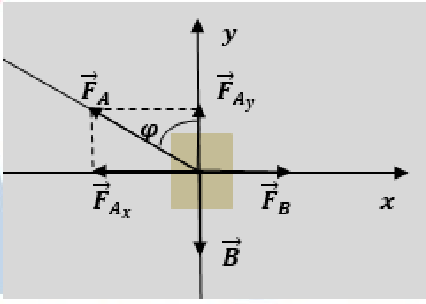
Επειδή το αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα, από τον πρώτο νόμο του Newton, πρέπει να υπάρχει ισορροπία δυνάμεων. Έτσι αν από τον αέρα δέχεται αντίρροπη δύναμη αντίστασης $\vec{F}_{\alpha\varepsilon\rho.}$, ισχύει:

$\Sigma F = F_{\pi\rho.} - F_{\alpha\varepsilon\rho.} = 0$ και τελικά για το μέτρο της δύναμης αντίστασης του αέρα στο αεροπλάνο: $F_{\alpha\varepsilon\rho} = F_{\pi\rho.} = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

Β2.

Α) Σωστή απάντηση η **ii**

Β) Αιτιολόγηση



Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, οριζόντιο x΄x και κατακόρυφο y΄y. Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}_A$ σε δύο συνιστώσες στους άξονες αυτούς.

Αν F_A το μέτρο της δύναμης αυτής, τα μέτρα των δύο συνιστωσών της είναι:

$$F_{A_x} = F_A \cdot \eta\mu\varphi = 0{,}8 \cdot F_A$$

Και $$F_{A_y} = F_A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6 \cdot F_A$$

Ισορροπία στον y΄y: $\Sigma F_y = F_{A_y} - B = 0$, οπότε $F_{A_y} = B = 180\ \mathrm{N}$

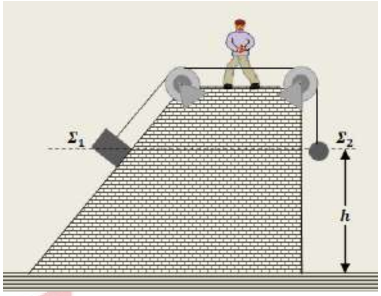
ή $0{,}6 \cdot F_A = 180\ N$ και τελικά $F_A = \frac{180\ N}{0{,}6} = 300\ \mathrm{N}$

Ισορροπία στον x΄x : $\Sigma F_x = F_B - F_{A_x} = 0$,

Οπότε $F_B = F_{A_x} = 0{,}8 \cdot F_A = 0{,}8 \cdot 300\ N = 240\ \mathrm{N}$

13105

ΘΕΜΑ Β



Β1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , μικρών σχετικά διαστάσεων, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα, στο ίδιο ύψος από οριζόντιο δάπεδο, με τη διάταξη του σχήματος. Το σώμα Σ_1 στηρίζεται σε κεκλιμένο λείο δάπεδο, ενώ το Σ_2 κρέμεται ελεύθερο στο άκρο του κατακόρυφου νήματος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = 4 \cdot m_2$.

Κάποια στιγμή, κόψαμε το νήμα, οπότε τα δύο σώματα, άρχισαν να κινούνται, εξαιτίας των βαρών τους. Το Σ_1 κινείται πάνω στο λείο κεκλιμένο δάπεδο και το Σ_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση. Οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

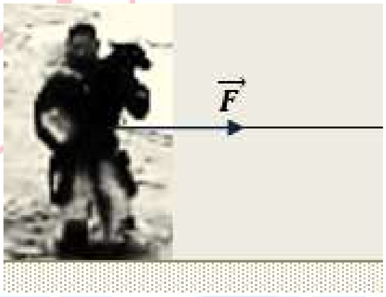
Α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.
Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2, φτάνουν στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση:

i. $\upsilon_1 = \upsilon_2$ ii. $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$ iii. $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



Β2. Ένα άτυχο σκυλάκι έπεσε στην παγωμένη λίμνη του Κολοράντο της πόλης Lone Tree των Η.Π.Α. Το άτυχο ζώο έμεινε αρκετές ώρες παγιδευμένο, αλλά κατάφερε να επιβιώσει.
Ένας διασώστης κατάφερε να πλησιάσει το σκυλάκι, το πήρε αγκαλιά και οι συνάδελφοί του άρχισαν να τους τραβούν, με τη βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο στη ζώνη του διασώστη.
Η μάζα του διασώστη είναι επτά φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του σκύλου ($m_\delta = 7 \cdot m_\sigma$).
Το σχοινί είναι συνεχώς τεντωμένο και οριζόντιο και ασκεί σταθερή δύναμη στη ζώνη του διασώστη μέτρου $F = 80$ N. Η τριβή με την επιφάνεια της παγωμένης λίμνης μπορεί να θεωρηθεί μηδέν και οι αντιστάσεις αέρα να αγνοηθούν.
Το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που ασκεί ο διασώστης στο σκύλο, καθώς τον έχει στην αγκαλιά του έχει μέτρο F_σ .

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που δέχεται ο σκύλος από την αγκαλιά του διασώστη:

i. $F_\sigma = 80$ N   **ii.** $F_\sigma = 10$ N   **iii.** $F_\sigma = 70$ N

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 9

13105-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

B1

A) Σωστή απάντηση η **i**

B) Αιτιολόγηση

Μετά το κόψιμο του νήματος, τα δύο σώματα κινούνται και η μόνη δύναμη που παράγει έργο στην κίνηση κάθε σώματος είναι το βάρος του. Γι αυτό ισχύει για κάθε σώμα η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Μπορούμε να θεωρήσουμε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια το οριζόντιο δάπεδο στο οποίο θα καταλήξουν τα σώματα.

Έτσι για κάθε σώμα ισχύει:

$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda}$ ή $U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$, τελικά $\upsilon = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$, ανεξάρτητα από τη μάζα του σώματος.

Άρα $\boldsymbol{\upsilon_1 = \upsilon_2}$

B2

A) Σωστή απάντηση η **ii**

B) Αιτιολόγηση

Η μόνη οριζόντια δύναμη που κινεί το σύνολο των δύο μαζών, του διασώστη και του σκύλου, είναι εκείνη του σχοινιού που ασκείται στη ζώνη του διασώστη. Για το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων ισχύει

$$F = (m_\delta + m_\sigma) \cdot a$$

Άρα

$$a = \frac{F}{m_\delta + m_\sigma} = \frac{F}{8 \cdot m_\sigma}$$

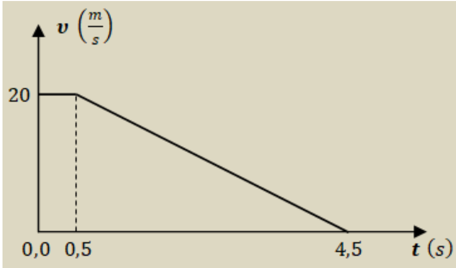
Η μόνη οριζόντια δύναμη που δέχεται ο σκύλος είναι από τον διασώστη, η οποία τον αναγκάζει να κινείται με την κοινή τους επιτάχυνση. Άρα ισχύει:

$$F_\sigma = m_\sigma \cdot a = m_\sigma \cdot \frac{F}{8 \cdot m_\sigma} = \frac{F}{8} = \mathbf{10\ N}$$

13106

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ σε περιοχή με κακή ορατότητα λόγω ομίχλης.
Βγαίνοντας ξαφνικά από την ομίχλη, ο οδηγός αντιλαμβάνεται ακίνητο εμπόδιο μπροστά του και φυσικά αποφασίζει να φρενάρει. Τη στιγμή που αντιλαμβάνεται το εμπόδιο (έστω $t_0 = 0$), η απόστασή του από αυτό είναι $60\ \mathrm{m}$ και ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού $0{,}5\ \mathrm{s}$.



Κατά το φρενάρισμα το όχημα επιβραδύνεται, με επιβράδυνση σταθερού μέτρου.
Με τη βοήθεια του διαγράμματος, όπου αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου ως προς το χρόνο:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για την τελική απόσταση d του αυτοκινήτου από το εμπόδιο, όταν έχει σταματήσει:

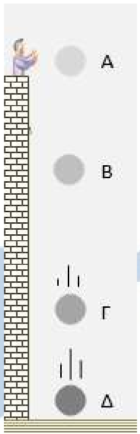
i. $d = 50\ \mathrm{m}$, **ii.** $d = 10\ \mathrm{m}$, **iii.** $d = 20\ \mathrm{m}$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

Β2. Από την ταράτσα ενός ψηλού κτιρίου αφήσαμε να πέφτει ελεύθερα ένα μικρό μεταλλικό σφαιρίδιο. Κατά την πτώση του οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να θεωρηθούν ασήμαντες.
Το σημείο Α αντιστοιχεί στην θέση από όπου αφέθηκε το σφαιρίδιο. Λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος φτάνει στη θέση Δ. Στην κατακόρυφη κίνησή του πέρασε ενδιάμεσα από τις θέσεις Β και Γ, όπως στο σχήμα.



Στον πίνακα που ακολουθεί, κάθε οριζόντια τριάδα δίνει την δυναμική βαρυτική ενέργεια (U), την κινητική ενέργεια (K) και την μηχανική ενέργεια (E_{MHX}) του σφαιριδίου σε κάθε μια από τις θέσεις αυτές.

Θέση	U (J)	K (J)	E_{MHX} (J)
Α			
Β	80	20	
Γ		40	
Δ	0		

Α). Να συμπληρώσετε τα κενά αυτού του πίνακα.

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 9

13106-Λύση

ΘΕΜΑ Β

<u>Β1</u>

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>
Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος, από τη στιγμή που αντιλαμβάνεται το εμπόδιο μέχρι να σταματήσει, ως εμβαδόν του σχήματος που δημιουργείται στο διάγραμμα, από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και από τον άξονα χρόνου, από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 4{,}5\ \mathrm{s}$ που ακινητοποιείται. Είναι εμβαδόν τραπεζίου. Άρα:

$$\Delta x = \frac{(0{,}5 + 4{,}5) \cdot 20}{2}\ \mathrm{m} = 50\ \mathrm{m}$$

Άρα όταν το αυτοκίνητο σταματά, απέχει από το εμπόδιο:

$$d = 60\ \mathrm{m} - 50\ \mathrm{m} = \mathbf{10\ m}$$

<u>Β2</u>

Α)

Θέση	$\boldsymbol{U}$ (J)	$\boldsymbol{K}$ (J)	$\boldsymbol{E_{MHX}}$ (J)
Α	**100**	**0**	**100**
Β	80	20	**100**
Γ	**60**	40	**100**
Δ	0	**100**	**100**

Β) Επειδή το σφαιρίδιο κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, δηλαδή εκτελεί ελεύθερη πτώση, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Από τη θέση Β βρίσκουμε $E_{MHX}^{B} = U_B + K_B = 100\ \mathrm{J}$

Άρα σε κάθε θέση θα είναι $E_{MHX}^{A} = E_{MHX}^{B} = E_{MHX}^{\Gamma} = E_{MHX}^{\Delta} = 100\ \mathrm{J}$
όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη του πίνακα, μετά την συμπλήρωσή του.

Στη θέση Α το σφαιρίδιο «αφήνεται», δηλαδή δεν έχει ταχύτητα, άρα $K_A = 0$,
οπότε $U_A = E_{MHX}^{A} = 100\ \mathrm{J}$

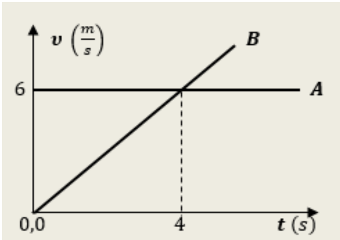
Στη θέση Δ δίνεται μηδέν η δυναμική ενέργεια, που σημαίνει ότι έχει θεωρηθεί ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική βαρυτική ενέργεια, το οριζόντιο έδαφος, στο οποίο καταλήγει πέφτοντας το σφαιρίδιο.

Οπότε $K_\Delta = E_{MHX}^{A} = 100\ \mathrm{J}$

13107

ΘΕΜΑ 2

2.1 Δύο κινητά, το Α και το Β, κινούνται ευθύγραμμα, σε παράλληλες τροχιές, προς την ίδια κατεύθυνση.
Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδονται τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών, σε συνάρτηση με το χρόνο, από μια χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά την οποία τα δύο κινητά ήταν δίπλα-δίπλα.



Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Με τη βοήθεια του διαγράμματος, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$

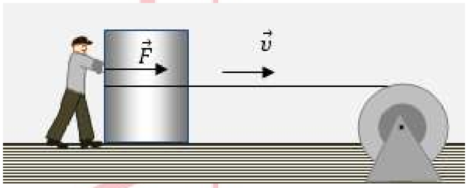
i. τα δύο κινητά είναι και πάλι δίπλα-δίπλα
ii. το κινητό Α προπορεύεται του κινητού Β κατά $12\ \mathrm{m}$
iii. το κινητό Β προπορεύεται του κινητού Α κατά $12\ \mathrm{m}$

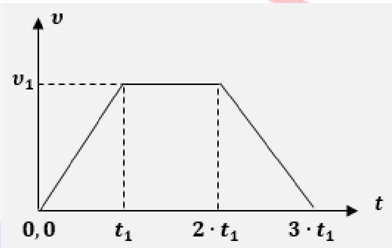
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

2.2 Ένας μεγάλος μαρμάρινος όγκος πρέπει να μετακινηθεί πάνω στο ακίνητο οριζόντιο δάπεδο, σε ένα εργοστάσιο μαρμάρων. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιείται ένας μηχανισμός που περιστρέφεται και τραβάει το οριζόντιο σχοινί με το οποίο έχουν δέσει το μαρμάρινο αυτό σώμα. Ταυτόχρονα, ένας εργάτης σπρώχνει το σώμα, ασκώντας σε αυτό συνεχώς μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως στο σχήμα.





Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος από τη στιγμή που άρχισε να κινείται, μέχρι κάποια στιγμή που ακινητοποιείται ξανά.

Α) Να επιλέξετε τη σωστή σχέση, η οποία ισχύει για το έργο της δύναμης του ανθρώπου (W_F), σε αυτή του την προσπάθεια :

i. $W_F = 2 \cdot F \cdot v_1 \cdot t_1$ **ii.** $W_F = 3 \cdot F \cdot v_1 \cdot t_1$ **iii.** $W_F = 4 \cdot F \cdot v_1 \cdot t_1$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 9

13107-Λύση

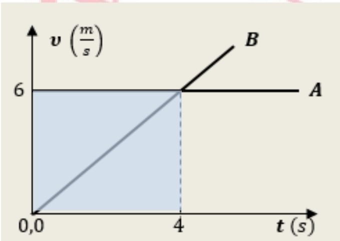
ΘΕΜΑ 2 Ενδεικτικές απαντήσεις

2.1

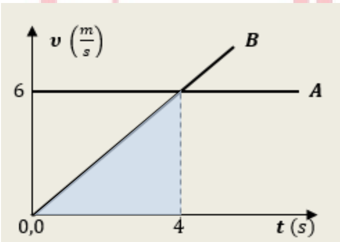
A) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

B) Αιτιολόγηση

Μπορούμε να υπολογίσουμε τα μέτρα των μετατοπίσεων των δύο σωμάτων, από τα εμβαδά των σχημάτων τα οποία δημιουργούνται από την αντίστοιχη γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου και τον άξονα χρόνου, από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 4\ \text{s}$.



$$\Delta x_A = 6 \cdot 4\ \text{m} = 24\ \text{m}$$



$$\Delta x_B = \frac{6 \cdot 4}{2}\ \text{m} = 12\ \text{m}$$

Επειδή τα δύο σώματα ήταν δίπλα-δίπλα τη στιγμή $t_0 = 0$, προκύπτει ότι τη στιγμή $t_1 = 4\ \text{s}$, δε θα είναι και πάλι δίπλα-δίπλα, αλλά το Α θα προπορεύεται του Β κατά:

$$d = \Delta x_A - \Delta x_B = \mathbf{12\ m}$$

2.2

A) Σωστή απάντηση είναι η **i**

B) Αιτιολόγηση

Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του μαρμάρινου όγκου, ως εμβαδόν του σχήματος που δημιουργείται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα του χρόνου, για τη χρονική διάρκεια της κίνησης (εμβαδόν τραπεζίου):

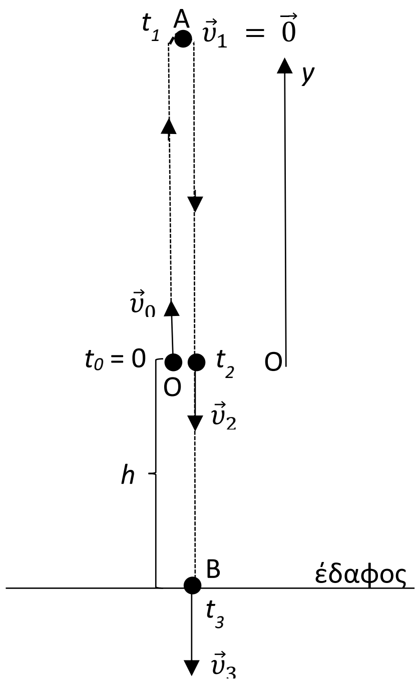
$$\Delta x = \frac{[(2 \cdot t_1 - t_1) + 3 \cdot t_1] \cdot \upsilon_1}{2} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_1$$

Το έργο της δύναμης του ανθρώπου, σε αυτή την μετατόπιση του σώματος είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x = \boldsymbol{2 \cdot F \cdot \upsilon_1 \cdot t_1}$$

13268

ΘΕΜΑ Γ



Βλήμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, από σημείο Ο που απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 2{,}2$ m, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Να θεωρήσετε ότι στο βλήμα ασκείται καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του, μόνο το βάρος του. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση $\vec{g}$ θεωρείται σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Γ1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το βλήμα φτάνει στο μέγιστο ύψος, από το έδαφος (χρόνος ανόδου) καθώς και την τιμή αυτού του μέγιστου ύψους, έστω h_{max}.

Μονάδες 6

Γ2. Να αποδείξετε ότι $\vec{\upsilon}_2 = -\vec{\upsilon}_0$, όπου $\vec{\upsilon}_2$ η ταχύτητα του βλήματος όταν περνά από το σημείο Ο κατερχόμενο.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε:

Γ3.1. την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_3$, που έχει το σώμα όταν φτάνει στο έδαφος, με θετική φορά την προς τα πάνω.

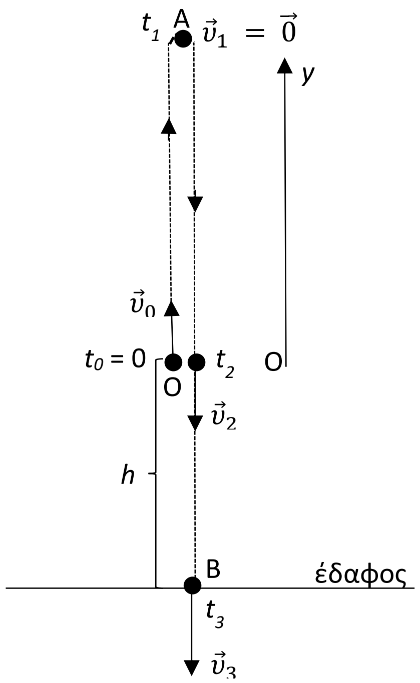
Μονάδες 6

Γ3.2. τη μεταβολή της ταχύτητας του βλήματος καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης.

Μονάδες 7

13268-Λύση

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Η μόνη δύναμη που ασκείται στο βλήμα, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του είναι το γήινο βάρος του. Έτσι, από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}$ ή, αν χρησιμοποιηθούν αλγεβρικές τιμές, με θετική φορά την προς τα άνω:

$-w = m \cdot a$, $m \cdot (-g) = m \cdot a$, $a = -g$, $a = -10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδα 1)

Για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων ισχύει:

$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t$

Η ταχύτητά του, έστω υ_1 την στιγμή t_1 θα είναι 0 Έχουμε λοιπόν:

$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1$, $t_1 = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{\alpha}$, $t_1 = 1$ s. (Μονάδες 2)

Για τη θέση ισχύει:

$y = y_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, $y_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $y_1 = 5$ m. (Μονάδες 2)

Για το μέγιστο ύψος από το έδαφος ισχύει: $h_{max} = h + y_1$, $h_{max} = 5{,}5$ m (Μονάδα 1)

Μονάδες 6

Γ2. Ισχύει: $y = y_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$, $y_2 = \upsilon_0 \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2$,

$0 = 10 \cdot t_2 - 5 \cdot t_2^2$ (S.I.), $5 \cdot t_2 \cdot (2 - t_2) = 0$ (S.I.), $t_2 = 2$ s. (Μονάδες 3)

Ισχύει ακόμη: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t$, $\upsilon_2 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_2$, $\upsilon_2 = -10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 3) Συνεπώς: $\vec{\upsilon}_2 = -\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

Γ3.

Γ3.1. Ισχύει: $y = y_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$, $y_3 = \upsilon_0 \cdot t_3 + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_3^2$,

$-h = \upsilon_0 \cdot t_3 + \dfrac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_3^2$, $-2{,}2 = 10 \cdot t_3 - 5 \cdot t_3^2$ (S.I.),

$t_3^2 - 2 \cdot t_3 - 0{,}44 = 0$ (S.I.), $t_3 = 2{,}2$ s. (Μονάδες 3)

Η αρνητική ρίζα της προηγούμενης εξίσωσης απορρίπτεται, αφού αναφέρεται σε χρονική στιγμή πριν την εκτόξευση του βλήματος.

Ισχύει ακόμη: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot t$, $\upsilon_3 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_3$, $\upsilon_3 = -12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

Γ3.2. Ισχύει: $\Delta\upsilon = \upsilon_3 - \upsilon_0 = -12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -22\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, με το αρνητικό πρόσημο να δηλώνει ότι το διάνυσμα $\Delta\vec{\upsilon}$ έχει κατεύθυνση κατακόρυφη, προς τα κάτω.

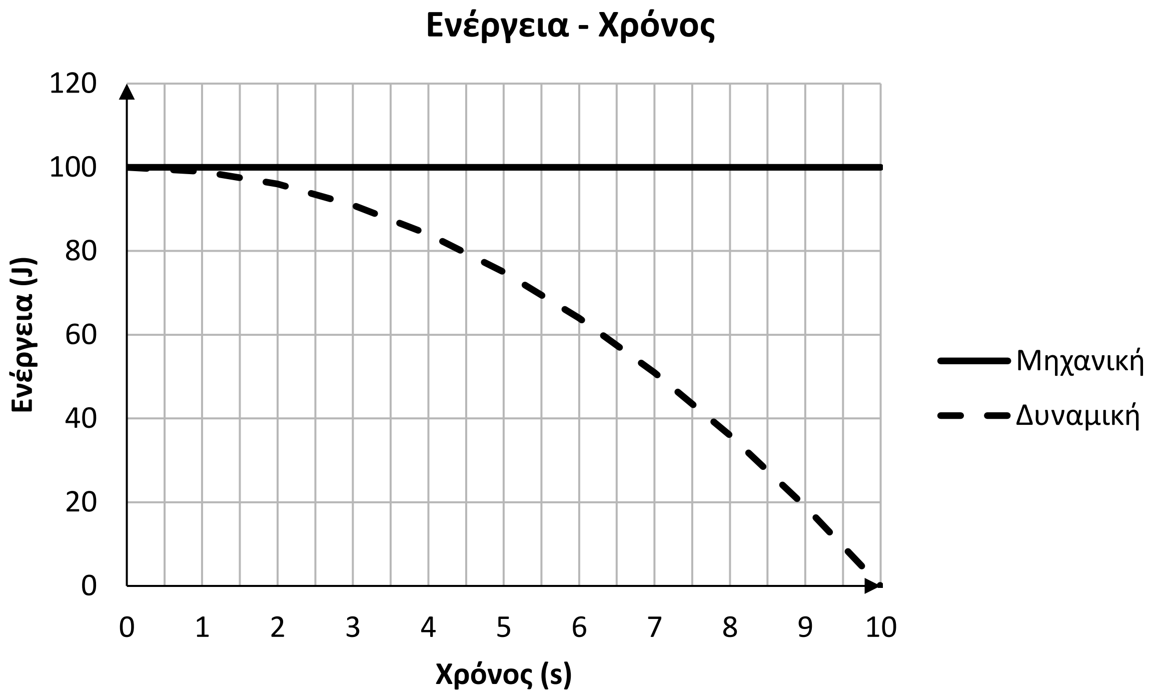
Μονάδες 7

Άλλη πρόταση βαθμολόγησης: Τα μέτρα των ζητούμενων ταχυτήτων θα μπορούσαν να υπολογιστούν και ενεργειακά. Η μηχανική ενέργεια του βλήματος, καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησής του, διατηρείται σταθερή, επειδή ασκείται σ’ αυτό μόνο το γήινο βάρος του. Για τις αλγεβρικές τιμές των ζητούμενων ταχυτήτων αρκεί σχολιασμός.

13270

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος *h* πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Α. Το ύψος *h* είναι:

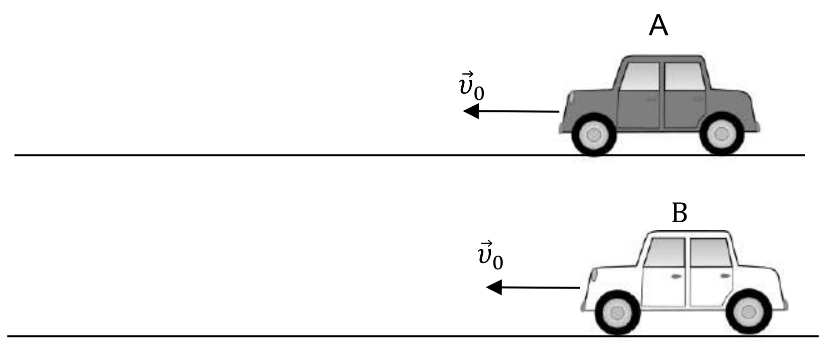
α) 100 m , β) 500 m , γ) 1000 m

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2.



13270

Τα αυτοκίνητα Α και Β της εικόνας έχουν ίσες μάζες και κινούνται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_0.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ακινητοποίηση των αυτοκινήτων Α και Β είναι t_A και t_B αντίστοιχα, με $t_A = 2 \cdot t_B$, τότε για τη μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβραδύνουσας δύναμης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης των αυτοκινήτων Α και Β (F_A και F_B αντίστοιχα) ισχύει:

α) $F_B = 4 \cdot F_A$, β) $F_B = 2 \cdot F_A$, γ) $F_B = \frac{F_A}{4}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13270-Λύση

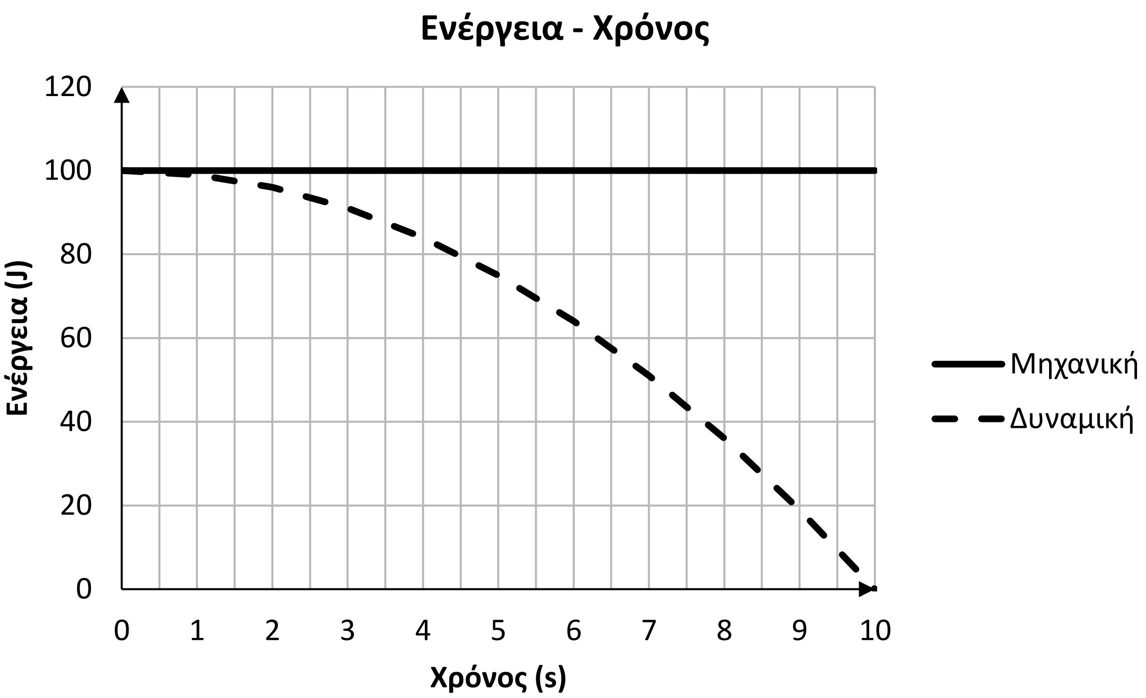
ΘΕΜΑ Β

Β1.

Α. β)

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημειακό αντικείμενο χρειάζεται χρονικό διάστημα Δt = 10 s για να προσεδαφιστεί. Έτσι, το σημειακό αντικείμενο ελευθερώνεται από ύψος: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 500\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 8

Β2.

Α. β)

Μονάδες 4

Β.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα $t_{ολ}$ που απαιτείται για την ακινητοποίηση ενός αυτοκινήτου κινούμενου με ταχύτητα υ_0 είναι: $t_{ολ} = \frac{\upsilon_0}{\alpha}$, όπου α το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης. Για το αυτοκίνητο Α ισχύει: $2 \cdot t_B = \frac{\upsilon_0}{\alpha_A}$ [1], ενώ για το αυτοκίνητο Β ισχύει: $t_B = \frac{\upsilon_0}{\alpha_B}$ [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $2 = \frac{\alpha_B}{\alpha_A}$, $\alpha_B = 2 \cdot \alpha_A$. Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής: $F_B = m \cdot a_B = m \cdot 2 \cdot a_A = 2 \cdot F_A$.

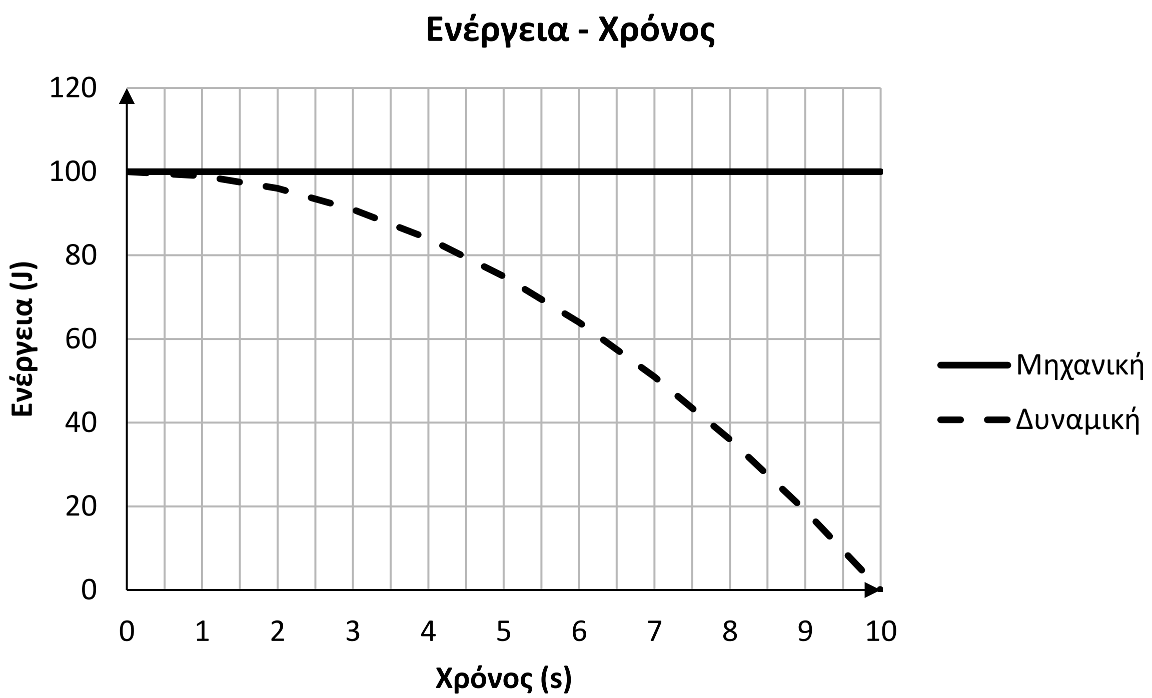
13270-Λύση

Μονάδες 9

13271

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος *h* πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Α. Η μάζα *m* του σημειακού αντικειμένου είναι:

α) 0,2 Kg , β) 2 Kg , γ) 0,02 Kg

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων, ίσου μέτρου *F*, οι φορείς των οποίων σχηματίζουν, ανά δύο, γωνία $\varphi = 120°$.

Α. Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

α) 0 , β) *F* , γ) $2{\cdot}F$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

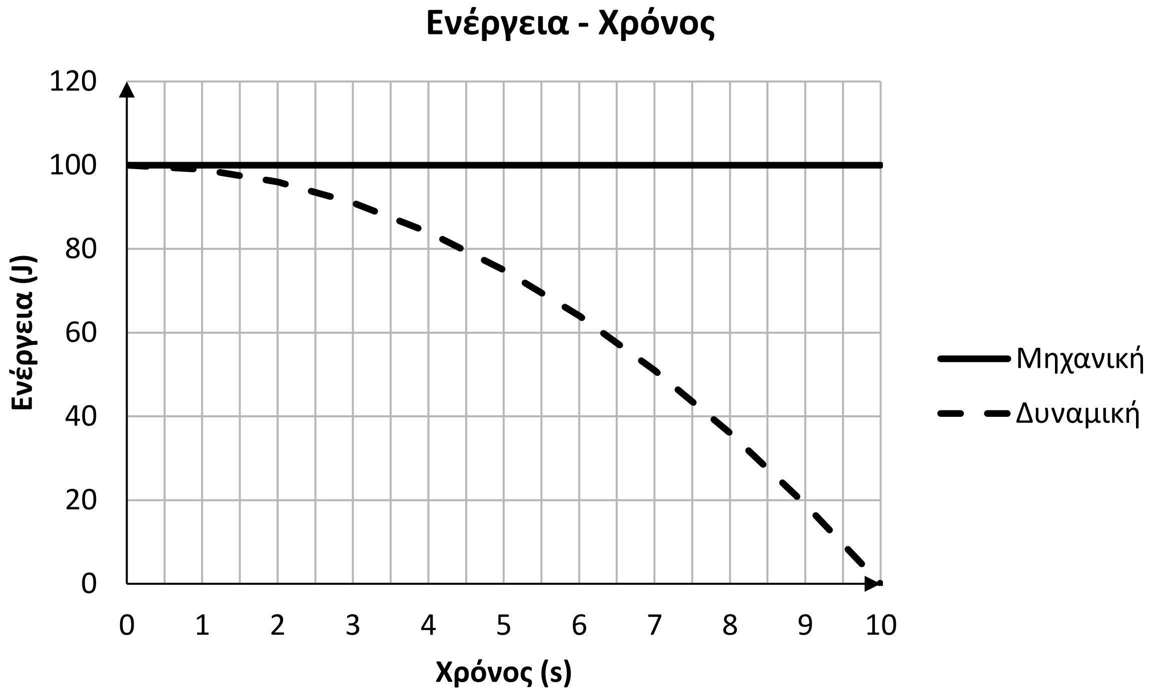
Μονάδες 9

Δίνονται: $\eta\mu 30° = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

13271-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Α. γ)

Μονάδες 4

Β. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημειακό αντικείμενο χρειάζεται χρονικό διάστημα $\Delta t = 10$ s για να προσεδαφιστεί. Έτσι, το σημειακό αντικείμενο ελευθερώνεται από ύψος: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 500\,\mathrm{m}$. Η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου, τη χρονική στιγμή που ελευθερώνεται, όπως προκύπτει από το διάγραμμα, είναι: $U_0 = 100\,\mathrm{J}$. Ισχύει: $U_0 = m \cdot g \cdot h$, $m = \frac{U_0}{g \cdot h}$, $m = 0{,}02\,\mathrm{Kg}$.

Μονάδες 8

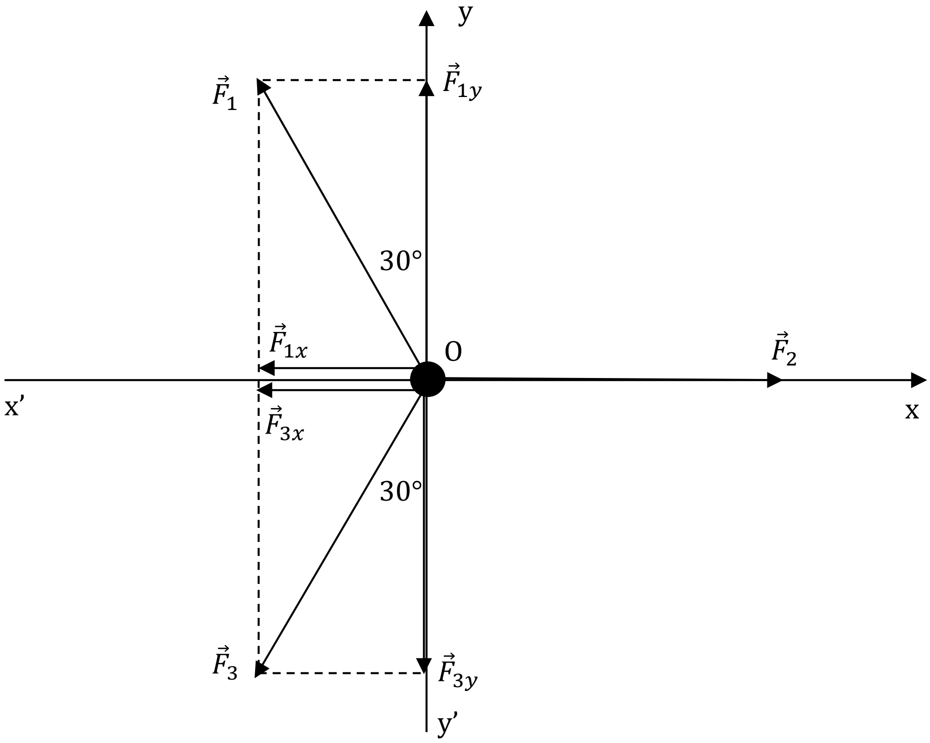
Β2.

Α. α)

Μονάδες 4

13271-Λύση

Β.



Για τα μέτρα F_1, F_2 και F_3 των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ αντίστοιχα, ισχύει: $F_1 = F_2 = F_3 = F$. Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy και αναλύουμε τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_3$ σε συνιστώσες. Για τα μέτρα των συνιστωσών ισχύουν:

$F_{1x} = F_1 \cdot \eta\mu 30° = \frac{F}{2}$, $F_{1y} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 30° = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}$, $F_{3x} = F_3 \cdot \eta\mu 30° = \frac{F}{2}$ και $F_{3y} = F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu 30° = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}$. Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα x'Ox ισχύει: $\sum F_x = F_2 - (F_{1x} + F_{3x}) = 0$. Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα y'Oy ισχύει: $\sum F_y = F_{1y} - F_{3y} = 0$. Έτσι, η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ είναι μηδέν.

Μονάδες 9

13272

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, από ύψος h πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στον ακόλουθο πίνακα:

t(s)	**U(J)**	**K(J)**
0	100	
4	84	
6		36
10		100

Α. Να συμπληρώσετε τα κενά κελιά του πίνακα.

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2.

Σημειακό αντικείμενο, μάζας m, κινείται ευθύγραμμα και δέχεται την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\sum\vec{F}$.

Α. Η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας ($\Delta\upsilon$) του κινητού σε χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση:

α) $\Delta\upsilon = \frac{\sum F}{m}\cdot\Delta t$, β) $\Delta\upsilon = \frac{\sum F}{m\cdot\Delta t}$, γ) $\Delta\upsilon = \sum F\cdot m\cdot\Delta t$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13272-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Α.

t(s)	U(J)	K(J)
0	100	0
4	84	16
6	64	36
10	0	100

Μονάδες 4

Β. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η κινητική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου είναι μηδενική, αφού αφήνεται ελεύθερο. Η μηχανική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ είναι: $E = K + U = 100$ J και διατηρείται σταθερή, σημειακό αντικείμενο δέχεται μόνο την επίδραση του βάρους του.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s, η κινητική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής: $E = K + U$, $K = E - U = 16$ J.

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 6$ s, η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής: $E = K + U$, $U = E - K = 64$ J.

Τη χρονική στιγμή $t_3 = 10$ s, η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής: $E = K + U$, $U = E - K = 0$.

Μονάδες 8

Β2.

Α. α)

Μονάδες 4

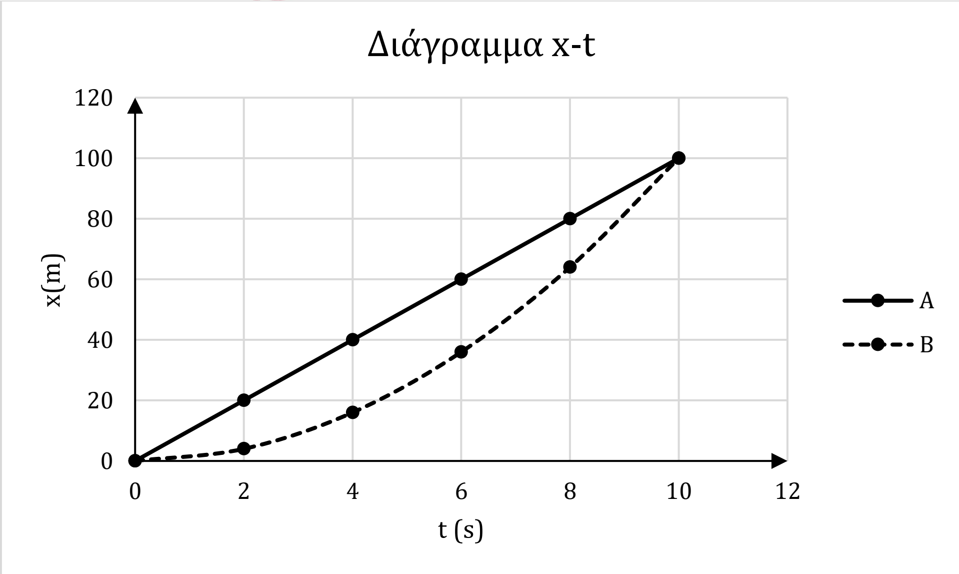
Β. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής: $\sum F = m \cdot \alpha$, $\sum F = m \cdot \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, $\Delta\upsilon = \frac{\sum F}{m} \cdot \Delta t$

Μονάδες 9

13273

ΘΕΜΑ Β

Β1. Τα σημειακά κινητά Α και Β, κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχονται από το σημείο $x_0 = 0$. Το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Η θέση των δύο κινητών μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού Α είναι διπλάσια εκείνης του κινητού Β.

Α. Η επιτάχυνση του κινητού Β έχει αλγεβρική τιμή:

α) $1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, β) $0{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, γ) $0{,}01\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Β2. Δύο σώματα Α και Β έχουν μάζες m_A και $m_B = 4 \cdot m_A$ και κινούνται με σταθερές ταχύτητες που έχουν μέτρα $\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B$ και υ_B.

Α. Για τις κινητικές ενέργειες K_A και K_B των σωμάτων Α και Β αντίστοιχα ισχύει:

α) $K_A = K_B$, β) $K_A > K_B$, γ) $K_A < K_B$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

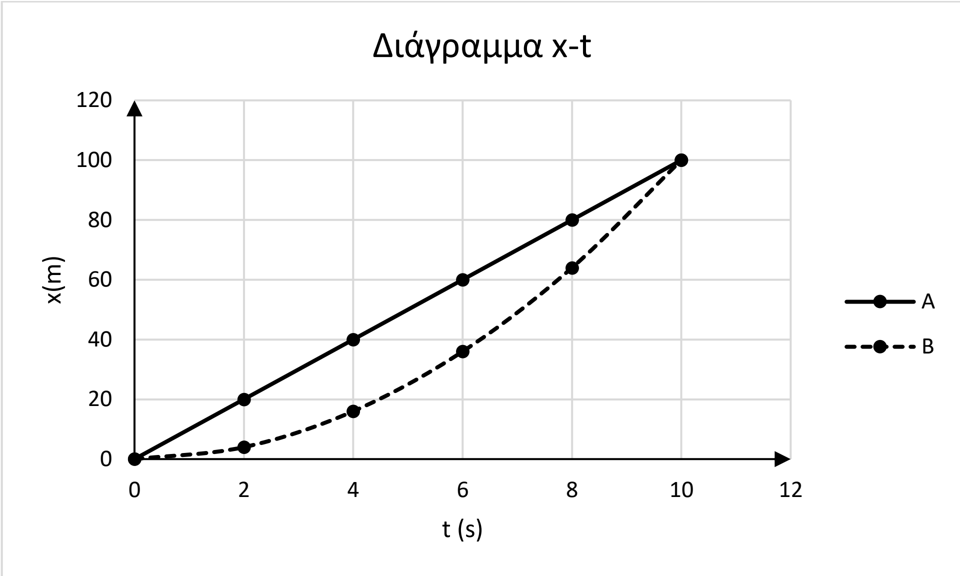
Μονάδες 9

13273-Λύση

Β1.

Α. α)

Β.



Όπως φαίνεται από το διάγραμμα, το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, με σταθερή ταχύτητα μέτρου: $\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100\ \mathrm{m}}{10\ \mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Η ταχύτητα του κινητού Β, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έχει αλγεβρική τιμή: $\upsilon_{B,0} = \frac{\upsilon_A}{2} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και συνεπώς:

$$\Delta x = \upsilon_{B,0} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t^2\ ,\ a_B = \frac{\Delta x - \upsilon_{B,0} \cdot t}{\frac{1}{2} \cdot t^2} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Β2.

Α. α)

Μονάδες 4

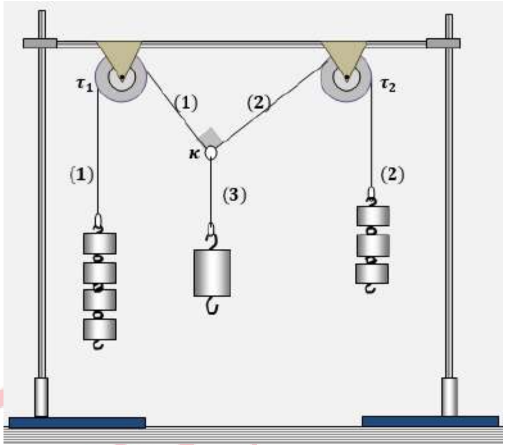
Β. Ισχύουν: $\left\{\begin{matrix} K_A = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \\ K_B = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_B^2 \end{matrix}\right\}$, $\left\{\begin{matrix} K_A = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot 4 \cdot \upsilon_B^2 \\ K_B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m_A \cdot \upsilon_B^2 \end{matrix}\right\}$, $K_A = K_B$.

Μονάδες 9

13345

ΘΕΜΑ Β

Β1. Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια του καθηγητή τους, δημιούργησαν στο εργαστήριο τη διάταξη του διπλανού σχήματος, για να επιβεβαιώσουν όσα έμαθαν για τη σύνθεση ομοεπίπεδων δυνάμεων.



Σε μια οριζόντια ακλόνητη ράβδο στερέωσαν δύο τροχαλίες.
Ο καθηγητής τους έδωσε επτά όμοια βαρίδια, βάρους $\vec{\beta}$ το καθένα, τα οποία έχουν γάντζους για να συνδέονται μεταξύ τους.
Σε ένα κρίκο (κ) έδεσαν τις άκρες τριών λεπτών νημάτων. Το νήμα (1) το πέρασαν στο αυλάκι της μιας τροχαλίας (τ_1), και στο άλλο του άκρο στερέωσαν τέσσερα από τα βαρίδια αυτά. Το νήμα (2) το πέρασαν στο αυλάκι της δεύτερης τροχαλίας (τ_2) και στο άλλο άκρο του στερέωσαν τα υπόλοιπα τρία βαρίδια.
Ο καθηγητής τους έδωσε ένα άλλο μεγαλύτερο βαρίδι βάρους $\vec{B}$ και με το γάντζο του το κρέμασαν στο ελεύθερο άκρο του νήματος (3).
Παρατήρησαν ότι η διάταξη ισορρόπησε, με τα νήματα (1) και (2) να είναι κάθετα το ένα στο άλλο, όπως στο σχήμα. Τα νήματα και ο κρίκος έχουν ασήμαντες μάζες και τα αυλάκια των δύο τροχαλιών εμφανίζουν αμελητέες δυνάμεις τριβής με τα νήματα.
Στη συνέχεια ζύγισαν ένα από τα επτά όμοια βαρίδια και βρήκαν ότι η μάζα του είναι $100\ \mathrm{g}$. Αν τώρα ζυγίσουν το μεγάλο βαρίδι που κρέμασαν στο νήμα (3), θα διαπιστώσουν ότι η μάζα του είναι:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

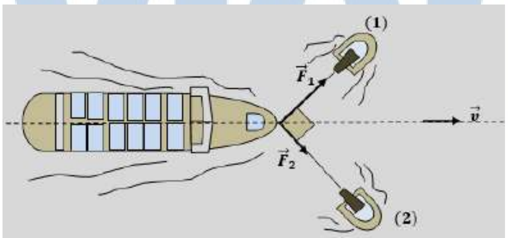
α) $700\ \mathrm{g}$, **β)** $100\ \mathrm{g}$, **γ)** $500\ \mathrm{g}$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με την βοήθεια σχοινιών, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.



Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί στο πλοίο δύναμη $\vec{F}_1$, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ και για τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων ισχύει η σχέση $F_1 = 2 \cdot F_2$.
Σε αυτή την χρονική διάρκεια, το πλοίο μετακινήθηκε ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα.
Κατά την διάρκεια αυτής της μετατόπισής του, για τα έργα W_1 και W_2 των δυνάμεων $\vec{F}_1$και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $W_1 = 4 \cdot W_2$, **β)** $W_1 = W_2$, **γ)** $W_1 = 2 \cdot W_2$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13345-Λύση

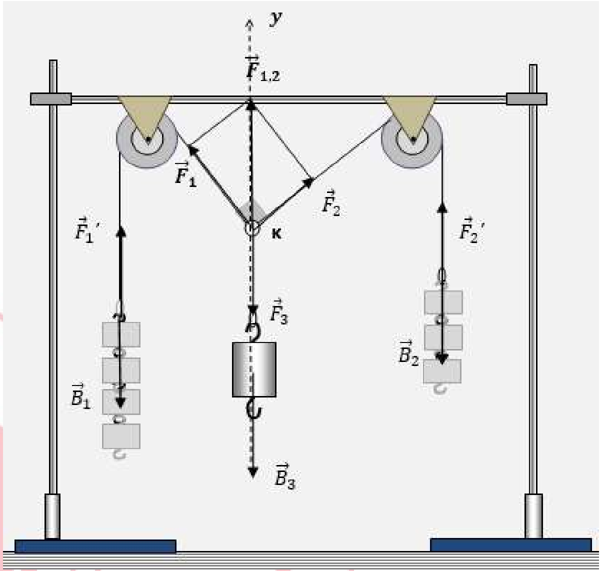
ΘΕΜΑ Β   Ενδεικτικές απαντήσεις

Β1.

Α) Σωστή η απάντηση **γ)**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>

Τα επτά όμοια βαρίδια έχουν ίσες μάζες $m = 100\ \mathrm{g}$ το καθένα και βάρος μέτρου $\beta = m \cdot g$.



Στο νήμα (1) είναι δεμένα τέσσερα από αυτά και έτσι το νήμα (1) μεταφέρει στον κρίκο κ δύναμη $\vec{F}_1$, μέτρου

$$F_1 = B_1 = 4 \cdot \beta = 4 \cdot m \cdot g$$

Στο νήμα (2) είναι δεμένα τρία από αυτά και έτσι το νήμα (2) μεταφέρει στον κρίκο κ δύναμη $\vec{F}_2$, μέτρου

$$F_2 = B_2 = 3 \cdot \beta = 3 \cdot m \cdot g$$

Το νήμα (3) μεταφέρει στον κρίκο κ κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_3$ ίση με το βάρος $\vec{B}_3$ που είναι κρεμασμένο από το νήμα αυτό.
Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_3$ δηλαδή, ισχύει:

$$F_3 = B_3 = M \cdot g$$

Τα νήματα (1) και (2), είναι μεταξύ τους κάθετα, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ασκούνται στον κρίκο κ κάθετα μεταξύ τους, με συνισταμένη $\vec{F}_{1,2}$, μέτρου:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(4 \cdot \beta)^2 + (3 \cdot \beta)^2} = 5 \cdot \beta = 5 \cdot m \cdot g$$

Η δύναμη $\vec{F}_{1,2}$, πρέπει να είναι κατακόρυφη προς τα πάνω και για να ισορροπεί ο κρίκος κ να εξουδετερώνει τη δύναμη $\vec{F}_3$.

Δηλαδή πρέπει $F_{1,2} = F_3 = M \cdot g$

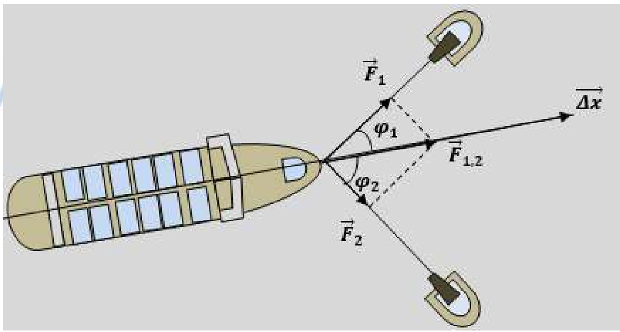
Τελικά $M \cdot g = 5 \cdot m \cdot g$

Οπότε $M = 5 \cdot m = \mathbf{500\ g}$

Β2.

Α) Σωστή η απάντηση **α)**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>



Η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου, είναι αυτή της συνισταμένης των δυνάμεων που του ασκούν τα δύο ρυμουλκά.
Στη χρονική διάρκεια που περιγράφεται από τα δεδομένα, οι δύο αυτές δυνάμεις είναι σταθερές, είναι συνεχώς κάθετη η μια στην άλλη και η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου σταθερή.
Για τα έργα των δύο δυνάμεων, κατά την μετατόπιση του πλοίου σε αυτή τη χρονική διάρκεια ισχύουν:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot συνφ_1$$

13345-Λύση

Από το ορθογώνιο τρίγωνο: $\sigma\upsilon\nu\varphi_1 = \frac{F_1}{F_{1,2}}$

Οπότε $W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_1}{F_{1,2}} = \frac{F_1^2 \cdot \Delta x}{F_{1,2}}$ (1)

Και $W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_2$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο: $\sigma\upsilon\nu\varphi_2 = \frac{F_2}{F_{1,2}}$

Οπότε $W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{F_2^2 \cdot \Delta x}{F_{1,2}}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη της εξισώσεις (1) και (2) :

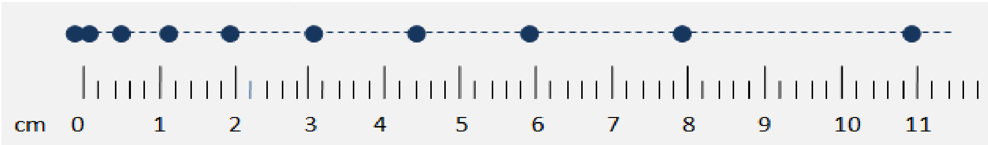
$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{\frac{F_1^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x}{\frac{F_2^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot F_2}{F_2}\right)^2 = 4$$

Άρα τελικά: $\boldsymbol{W_1 = 4 \cdot W_2}$

13348

ΘΕΜΑ Β

Β1. Μαθητές μελετούν στο εργαστήριο ευθύγραμμες κινήσεις. Χρησιμοποιούν ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και το αμαξίδιο σέρνει πίσω του χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.



Οι μαθητές πήραν την χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν την τροχιά του κινητού, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.
Ο καθηγητής τους υπέδειξε ότι η μέση ταχύτητα του κινητού για μετατόπιση μεταξύ τριών διαδοχικών κουκίδων, μπορεί να θεωρηθεί ως η στιγμιαία ταχύτητά του τη στιγμή που βρισκόταν στην μεσαία κουκίδα.
Με βάση την παραπάνω υπόδειξη, αν υ_1 το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα $x_1 = 3\ \mathrm{cm}$ και υ_2 το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα $x_2 = 8\ \mathrm{cm}$ του υποδεκάμετρου, ποια από τις παρακάτω σχέσεις, αποδίδει τον λόγο των μέτρων των δύο αυτών ταχυτήτων;

Α) Να επιλέξετε τη σωστή σχέση

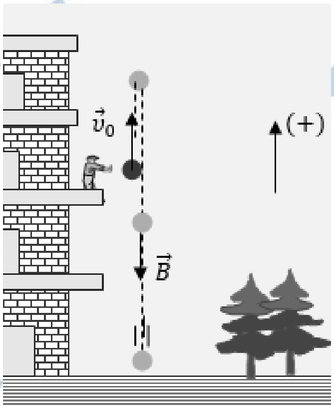
α) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$ **β)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 0{,}44$ **γ)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 0{,}2$

Μονάδες 4

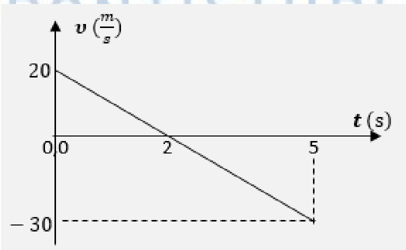
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β2. Από το μπαλκόνι του δευτέρου ορόφου ενός κτιρίου, με τη βοήθεια κάποιου μηχανισμού, εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω μια μικρή μπαλίτσα. Η μπαλίτσα κινείται ελεύθερα ανεβαίνοντας μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά της και αμέσως μετά επιστρέφει κινούμενη κατακόρυφα προς το έδαφος, όπως στο διπλανό σχήμα.
Η εκτόξευση της μπαλίτσας γίνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η αρχική της ταχύτητα έχει μέτρο $\upsilon_0 = 20\ \frac{m}{s}$ και το βάρος της $B = 2\ \mathrm{N}$.



Με θετική την προς τα πάνω φορά, η διπλανή γραφική παράσταση αποδίδει τις τιμές ταχύτητας της μπαλίτσας, σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή της εκτόξευσής της, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος.



Το έργο του βάρους της μπαλίτσας από τη στιγμή της εκτόξευσής της, μέχρι να καταλήξει στο έδαφος είναι:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

α) $W_B = 50\ \mathrm{J}$ **β)** $W_B = -50\ \mathrm{J}$ **γ)** $W_B = 130\ \mathrm{J}$

Μονάδες 4

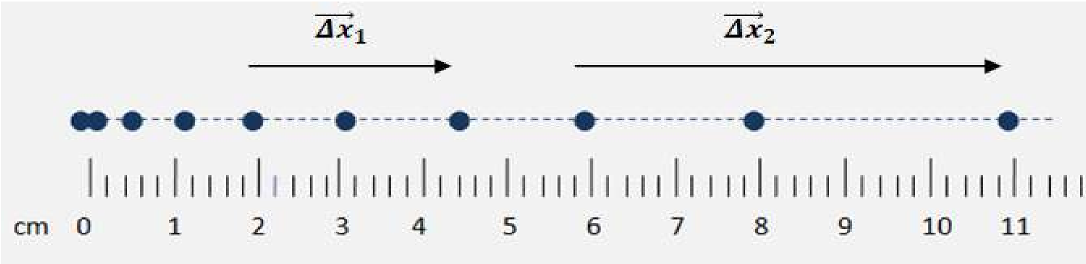
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13348-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

Β1.
Α) Σωστή η απάντηση **β)**
Β) Αιτιολόγηση



Η κουκίδα στη θέση $x_1 = 3\ \mathrm{cm}$, είναι η έκτη κουκίδα. Θα βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στη θέση αυτή, ως μέση ταχύτητα αυτού κατά την μετατόπισή του από την πέμπτη, μέχρι την έβδομη κουκίδα. Κατά προσέγγιση παρατηρώντας την χαρτοταινία, αυτή η μετατόπιση φαίνεται να είναι από 2 cm, μέχρι 4,2 cm.
Ο χρόνος για την μετατόπιση αυτή είναι ο χρόνος για να καταγραφούν δύο κουκίδες από τον μηχανισμό, δηλαδή 0,4 s.

Οπότε $\upsilon_1 = \bar{\upsilon} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{(4{,}2-2)\ \mathrm{cm}}{0{,}4\ \mathrm{s}} = \frac{2{,}2\ \mathrm{cm}}{0{,}4\ \mathrm{s}}$ (1)

Η κουκίδα στη θέση $x_2 = 8\ \mathrm{cm}$, είναι η ένατη κουκίδα. Θα βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στη θέση αυτή, ως μέση ταχύτητα αυτού κατά την μετατόπισή του από την όγδοη, μέχρι την δέκατη κουκίδα. Κατά προσέγγιση παρατηρώντας την χαρτοταινία, αυτή η μετατόπιση φαίνεται να είναι από 6 cm, μέχρι 11 cm.
Ο χρόνος για την μετατόπιση αυτή είναι ίδιος, δηλαδή 0,4 s.

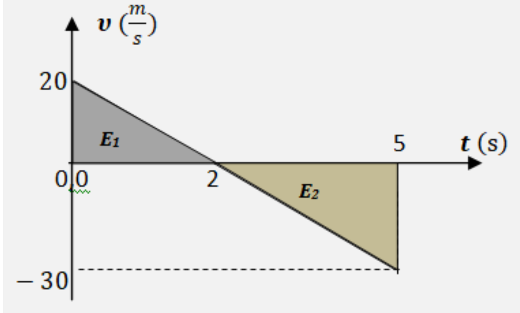
Οπότε $\upsilon_2 = \overline{\upsilon'} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{(11-6)\ \mathrm{cm}}{0{,}4\ \mathrm{s}} = \frac{5\ \mathrm{cm}}{0{,}4\ \mathrm{s}}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2):

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2{,}2}{5} = \frac{22}{50} = \frac{44}{100} = 0{,}44$$

Β2.
Α) Σωστή απάντηση η **α)**
Β) Αιτιολόγηση

Με θετική την προς τα πάνω φορά, θα υπολογίσουμε την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης της μπαλίτσας, από την στιγμή της εκτόξευσης μέχρι την πτώση της στο έδαφος, ως αλγεβρικό άθροισμα εμβαδών στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, των τριγώνων που δημιουργούνται από την γραφική παράσταση και των άξονα χρόνου.



13348-Λύση

$$\Delta x = E_1 - E_2 = \frac{20 \cdot 2}{2}\ \mathrm{m} - \frac{30 \cdot 3}{2}\ \mathrm{m} = -25\ \mathrm{m}$$

Δηλαδή η μετατόπιση της μπαλίτσας έχει κατεύθυνση κατακόρυφη και προς τα κάτω, όπως και το βάρος της. Για το έργο του βάρους της μπαλίτσας, στην συνολική αυτή μετατόπισή της:

$$W_B = B \cdot |\Delta x| = 2 \cdot 25\ \mathrm{J} = \mathbf{50\ J}$$

13349

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις 1 έως 4 να απαντήσετε μεταφέροντας στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και το γράμμα της φράσης που συμπληρώνει σωστά την πρόταση.

Α1. Σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση υλικού σημείου το διάνυσμα $\vec{a}$ της επιτάχυνσής του, έχει οπωσδήποτε την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα:

α. της τελικής του ταχύτητας ($\vec{\upsilon}_{τελ.}$)
β. της αρχικής του ταχύτητας ($\vec{\upsilon}_{αρχ.}$)
γ. της μεταβολής ταχύτητας ($\Delta\vec{\upsilon}$)
δ. της μετατόπισης ($\Delta\vec{x}$).

Μονάδες 5

Α2. Σώμα μάζας m ήταν αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκήθηκε οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και του δημιούργησε επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
Αν το σώμα είχε διπλάσια μάζα $m' = 2 \cdot m$, η ίδια δύναμη θα του δημιουργούσε επιτάχυνση $\vec{a}\,'$, με μέτρο :

α. $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **β.** $8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **γ.** $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **δ.** $0{,}5\ \frac{m}{s^2}$

Μονάδες 5

Α3. Ένα σώμα ολισθαίνει ανεβαίνοντας σε κεκλιμένο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι σε μια μετατόπιση του σώματος πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο:

α. το έργο του βάρους του είναι μηδέν
β. το έργο της συνισταμένης δύναμης πού δέχεται, είναι μηδέν
γ. η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν
δ. η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν

Μονάδες 5

Α4. Η τριβή είναι δύναμη που δημιουργείται στην επιφάνεια επαφής ενός σώματος με άλλο σώμα, όταν το ένα ολισθαίνει, ή τείνει να ολισθήσει πάνω στο άλλο. Η κατεύθυνση της τριβής που δέχεται το σώμα είναι τέτοια, ώστε πάντα:

α. να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος
β. να αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος
γ. να αντιτίθεται στην κίνηση και στην ολίσθηση του σώματος
δ. να βοηθά την κίνηση του σώματος.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν, με το γράμμα (Σ) αν την θεωρείτε σωστή και με το γράμμα (Λ), αν την θεωρείτε λανθασμένη.*

α. Κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία, η ταχύτητα ενός σώματος είναι μηδέν, είναι δυνατόν το σώμα να έχει επιτάχυνση.
β. Αν υ και a, είναι οι αλγεβρικές τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης αντίστοιχα σε κάποια χρονική στιγμή κατά την ευθύγραμμη κίνηση υλικού σημείου και ισχύει $\upsilon < 0$ και $a > 0$, η κίνηση του υλικού σημείου, εκείνη τη στιγμή είναι επιβραδυνόμενη.
γ. Το έργο δύναμης, είναι διανυσματικό μέγεθος.
δ. Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.
ε. Αν ένα υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και περνάει από θέσεις στα αρνητικά ενός άξονα x΄Ox που ορίσαμε πάνω στη διεύθυνση κίνησης, η μετατόπισή του είναι οπωσδήποτε αρνητική.

Μονάδες 5

13349-Λύση

ΘΕΜΑ Α

Απαντήσεις

Α1 γ

Α2 γ

Α3 β

Α4 α

Α5 α (Σ) , β (Σ) , γ (Λ) , δ (Σ) , ε (Λ)

13466

<u>ΘΕΜΑ 2</u>

Β1.

Ένας μαθητής εκτοξεύει από την ταράτσα κτιρίου, που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, τρεις μπάλες με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες υ_0. Εκτοξεύει την πρώτη μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω, την δεύτερη οριζόντια και την τρίτη κατακόρυφα προς τα κάτω. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Αν $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3$ αντίστοιχα τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες οι μπάλες φθάνουν στο έδαφος, τότε:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

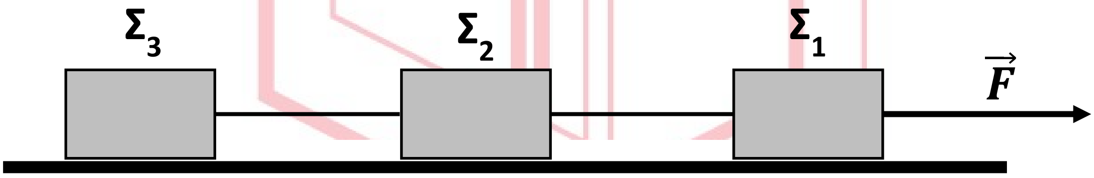
α. $\upsilon_1 < \upsilon_2 < \upsilon_3$ **β.** $\upsilon_1 = \upsilon_2 < \upsilon_3$ **γ.** $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β2.



Τα κιβώτια Σ_1, Σ_2 και Σ_3 του σχήματος έχουν ίσες μάζες και συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή νήματα, τα οποία έχουν όριο θραύσης $T_{\theta\rho} = 180N$. Ένας μαθητής ασκεί στο κιβώτιο Σ_1 σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 300\,\mathrm{N}$, με αποτέλεσμα το σύστημα των τριών κιβωτίων να ξεκινά να κινείται επάνω στο οριζόντιο, λείο, ακλόνητο δάπεδο. Τα νήματα που συνδέουν τα κιβώτια παραμένουν οριζόντια:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια Σ_2 και Σ_3.

β. Θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια Σ_1 και Σ_2.

γ. Δεν θα κοπεί κάποιο από τα νήματα.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

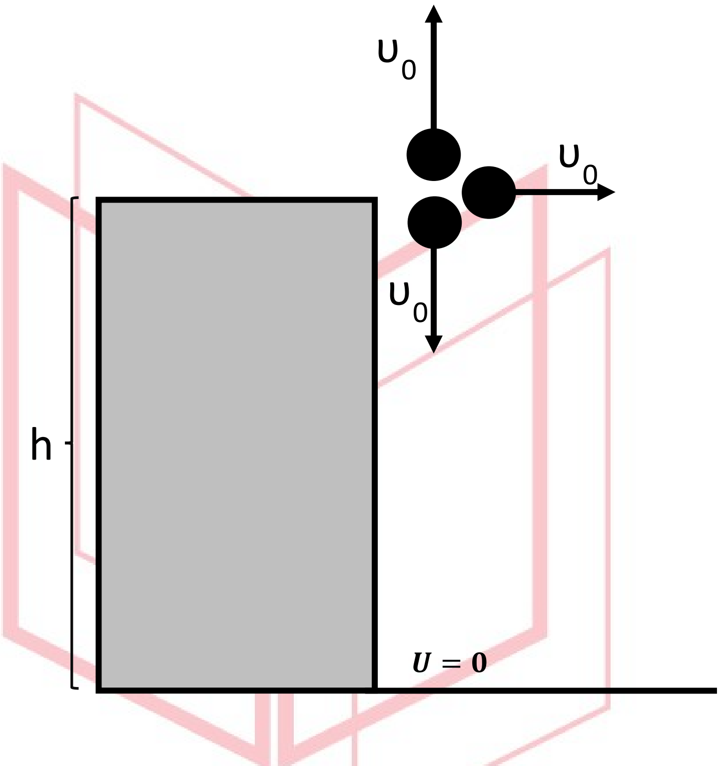
Μονάδες 9

13466-Λύση

Β1.

Α. Σωστή η απάντηση **(γ)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Εφόσον αγνοείται η αντίσταση του αέρα, η μοναδική δύναμη, που δέχεται κάθε σφαίρα είναι το βάρος της, που είναι συντηρητική δύναμη, άρα η Μηχανική Ενέργεια κάθε σφαίρας διατηρείται. **(Μονάδες 2)**

Λαμβάνουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Για κάθε μία από τις τρεις μπάλες ισχύει:

$$E_{MHX\,\alpha\rho\chi} = E_{MHX\,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgh = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh}$$

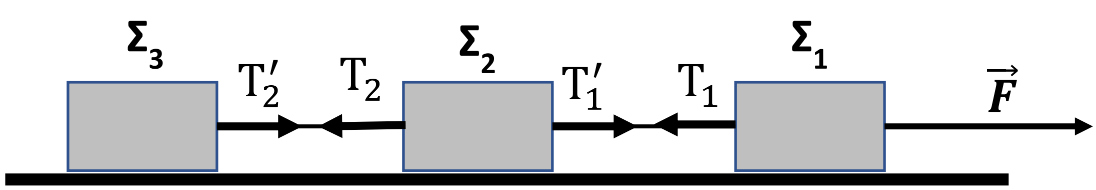
Όπου υ το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κάθε μπάλα φθάνει στο έδαφος.

Άρα $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3 = \upsilon$. **(Μονάδες 6)**

Β2.

Α. Σωστή η απάντηση **(β)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



13466-Λύση

Σχεδίαση δυνάμεων στον άξονα xx′ **(Μονάδες 2).**

Για το σύστημα των τριών σωμάτων έχουμε:

$F = 3ma \Rightarrow ma = \frac{F}{3}$ (1) **(Μονάδες 2)**

Για το σώμα $Σ_1$ έχουμε:

$F - T_1 = ma \overset{(1)}{\Rightarrow} T_1 = F - \frac{F}{3} \Rightarrow T_1 = \frac{2F}{3} = 200N > 180N$ (2) **(Μονάδες 3)**

Άρα κόβεται το νήμα μεταξύ των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$.

Για το σώμα $Σ_2$ έχουμε:

$T_1' = T_1$ και

$$T_1' - T_2 = ma \xRightarrow{(1),(2)} \frac{2F}{3} - T_2 = \frac{F}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{F}{3} = 100N = T_2' < 180N$$

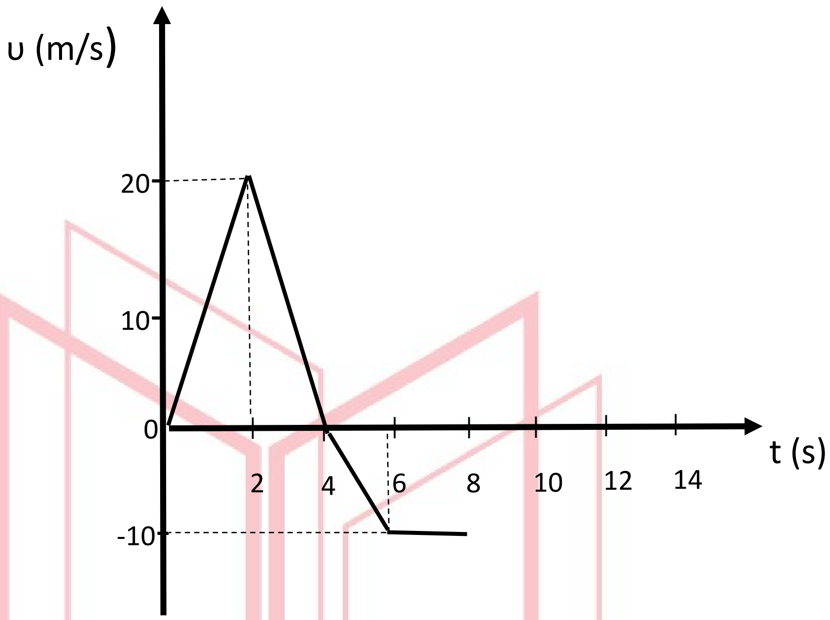
Άρα δεν κόβεται το νήμα μεταξύ των σωμάτων $Σ_2$ και $Σ_3$.

(Μονάδες 2)

13467

ΘΕΜΑ 2

Β1.



Κινητό, του οποίου το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου είναι το παραπάνω, αρχίζει να κινείται την χρονική στιγμή $t = 0$ s κατά την θετική φορά του άξονα xx'.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. **(Μονάδες 4)**

α. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στη θέση από την οποία ξεκίνησε την χρονική στιγμή $t = 4$ s.

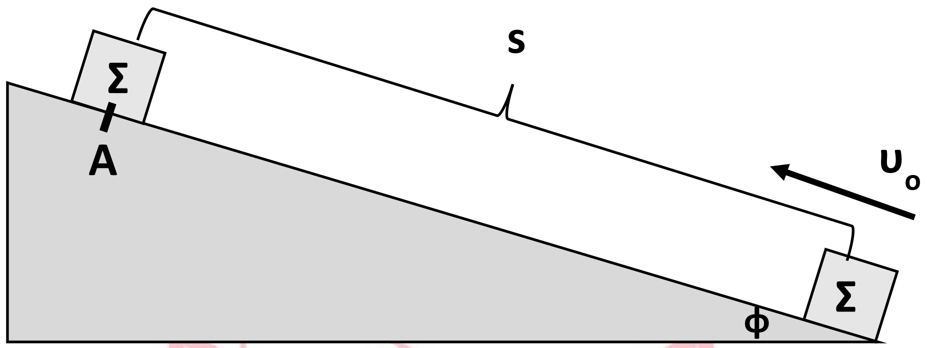
β. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στη θέση από την οποία ξεκίνησε την χρονική στιγμή $t = 8$ s.

γ. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στην θέση από την οποία ξεκίνησε μετά την χρονική στιγμή $t = 8$ s.

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 8)**

13467

Β2.



Το σώμα Σ του σχήματος, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση Α και αφού διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου υ.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. **(Μονάδες 4)**

α. $\upsilon_0 > \upsilon$ **β.** $\upsilon_0 < \upsilon$ **γ.** $\upsilon_0 = \upsilon$

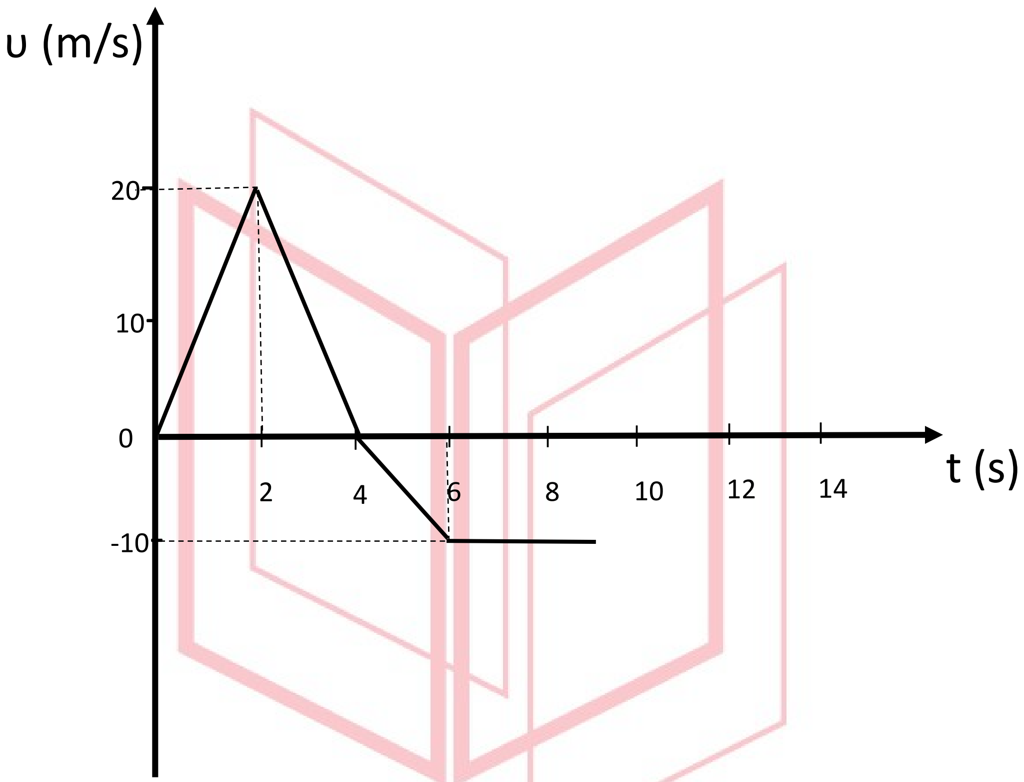
Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 9)**

B1.

13467-Λύση

A. Σωστή η απάντηση **(γ). (*Μονάδες 4)***

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Από 0 s - 4 s το κινητό κινείται κατά την θετική φορά του άξονα και συγκεκριμένα:

Από 0 s - 2 s επιταχύνεται ομαλά ενώ από 2 s-4 s επιβραδύνεται ομαλά και την χρονική στιγμή $4\ s$ η ταχύτητά του μηδενίζεται.

Από 0 s - 4 s το διάστημα που διανύει υπολογίζεται από το εμβαδόν του τριγώνου (ως η απόλυτη τιμή της μετατόπισης):

$$s = \frac{4s \cdot 20^{m}/_{s}}{2} = 40m$$ **(Μονάδες 4)**

Από την χρονική στιγμή 4 s και μετά το κινητό κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα επιστρέφοντας προς το σημείο από το οποίο ξεκίνησε. **(Μονάδες 1)**

Το διάστημα που διανύει επιστρέφοντας και για το χρονικό διάστημα 4 s – 8 s είναι (ως η απόλυτη τιμή της μετατόπισης):

$$s' = \frac{(4s+2s) \cdot 10^{m}/_{s}}{2} = 30m$$ (Εμβαδόν τραπεζίου)

Δηλ. την στιγμή 8s βρίσκεται στην θέση $(40 - 30)m = 10m$ και συνεχίζει να κινείται προς τα αριστερά.

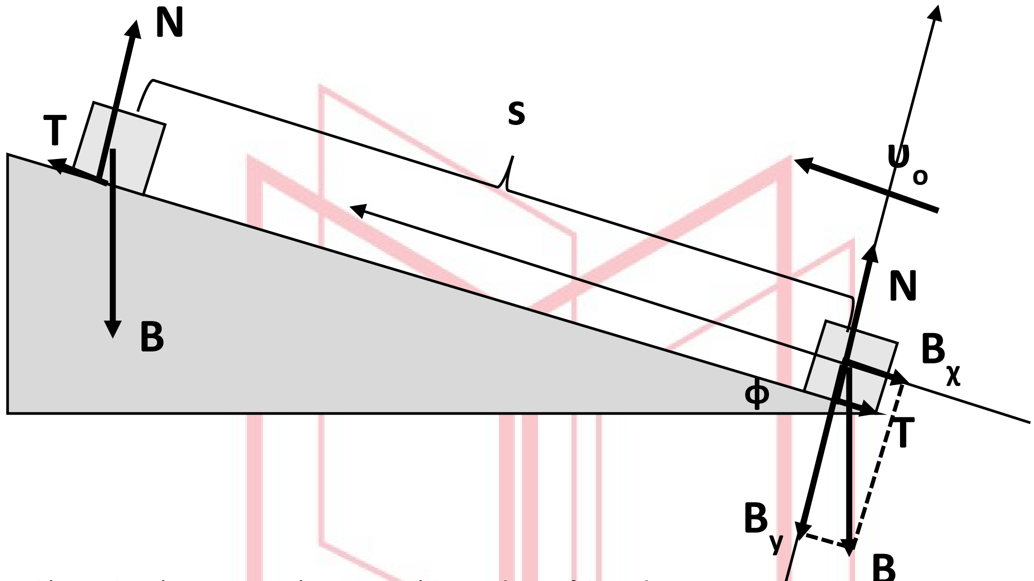
Άρα επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε μετά την χρονική στιγμή $8s$. **(Μονάδες 3)**

Β2.

13467-Λύση

Α. Σωστή η απάντηση **(α)** **(*Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Σχεδίαση δυνάμεων – ανάλυση σε άξονες **(Μονάδες 5)**

Το σώμα κινούμενο από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου προς το σημείο όπου σταματά στιγμιαία και επιστρέφοντας ξανά στην βάση, διανύει μια κλειστή διαδρομή.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου ενέργειας:

$W_{\beta\alpha\rho} = 0$ (Επειδή το βάρος είναι συντηρητική δύναμη) **(Μονάδες 1)**

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi\ (1)$$

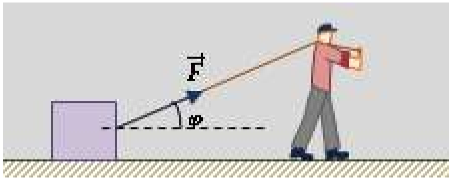
$$T = \mu N \overset{(1)}{\Rightarrow} T = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi\ (2)$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_{\beta\alpha\rho} + W_T$$

$\overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 0 - 2\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi.s \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2\mu g\sigma\upsilon\nu\varphi s} \Rightarrow \upsilon < \upsilon_0$ **(Μονάδες 3)**

13480

ΘΕΜΑ 4



Ένας κύβος μάζας $m = 2\ kg$ είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$. Τη στιγμή $t_0 = 0$ ασκούμε στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 20\ N$, σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση όπως στο σχήμα. Για τη γωνία φ δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$.

Η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται τη στιγμή $t_1 = 2\ s$.

4.1. Αν δίνεται ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής κύβου-δαπέδου, είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης, να δείξετε ότι ο κύβος αρχίζει να κινείται τη στιγμή $t_0 = 0$ και ότι δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6

Να υπολογίσετε:

4.2. την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο στον κύβο, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή που αυτή καταργήθηκε.

Μονάδες 6

4.3. το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθηκε στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια εξαιτίας των τριβών, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$

Μονάδες 6

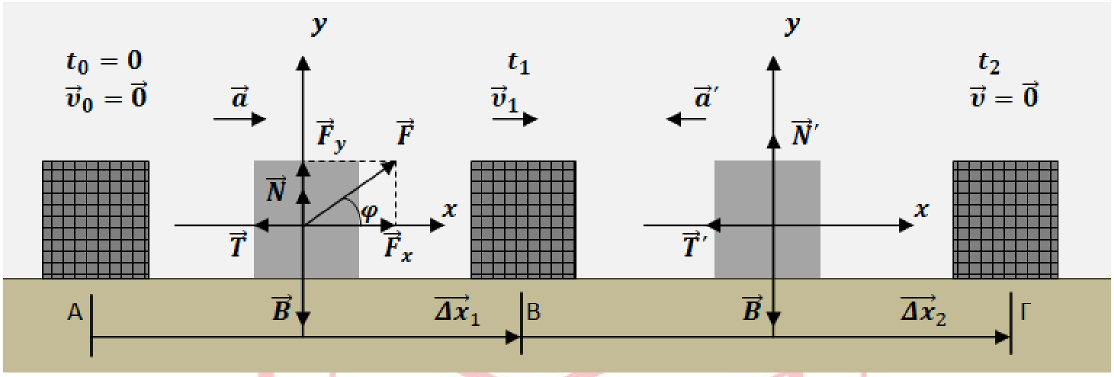
4.4. τη συνολική μετατόπιση του κύβου πάνω στο δάπεδο, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι αυτός να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και ότι δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοούνται.

13480-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το βάρος του κύβου έχει μέτρο$B = m \cdot g = 20\ \mathrm{N}$

<u>Κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$</u>

Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, με οριζόντιο άξονα $x'x$και κατακόρυφο άξονα $y'y$, σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο και αναλύουμε τη δύναμη του ανθρώπου $\vec{F}$σε οριζόντια συνιστώσα $\vec{F}_x$ και κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{F}_y$, για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 16\ \mathrm{N}$και $F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 12\ \mathrm{N}$

Επειδή προέκυψε $F_y < B$, ο κύβος δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε ισορροπία δυνάμεων. Άρα ισχύει:

$\Sigma F_y = 0$, δηλαδή $N + F_y - B = 0$και τελικά $N = B - F_y = 8\ \mathrm{N}$

Υπολογίζουμε τώρα το μέτρο της τριβής ολίσθησης $T = \mu \cdot N = 4\ \mathrm{N}$

Επειδή προέκυψε $F_x > T$, συμπεραίνουμε ότι ο κύβος τη στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να κινείται.

4.2. Για την κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$, στον οριζόντιο άξονα ισχύει $\Sigma F_x = m \cdot a$. Ο κύβος στην οριζόντια κίνησή του σε αυτό το χρονικό διάστημα αποκτά επιτάχυνση μέτρου

$$a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{F_x - T}{m} = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Έτσι τη στιγμή t_1έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ μέτρου $\upsilon_1 = a \cdot t_1 = 12\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Και έχει πραγματοποιήσει μετατόπιση $\vec{\Delta x}_1$, μέτρου $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 12\ \mathrm{m}$

Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο είναι ίση με το έργο της δύναμης $\vec{F}$.

Δηλαδή $E_{\pi\rho o\sigma\varphi} = W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 192\ \mathrm{J}$

4.3. Η μετατροπή ενέργειας σε θερμική, γίνεται μέσω του έργου της τριβής. Το ενεργειακό αυτό ποσόν είναι ίσο με το έργο της τριβής κατ΄ απόλυτη τιμή. Δηλαδή ισχύει:

$$Q = |W_T| = |-T \cdot \Delta x_1| = 48\mathrm{J}$$

Το ποσοστό της προσφερόμενης από τον άνθρωπο ενέργειας στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια, είναι:

13480-Λύση

$$\pi = \frac{Q}{E_{\pi\rho o\sigma\varphi\,.}} \cdot 100\% = \frac{48}{192} \cdot 100\% = 25\%$$

4.4. <u>Κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη στιγμή t_2 που ακινητοποιείται.</u>

Μετά τη στιγμή t_1 κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ του ανθρώπου και μέχρι να ακινητοποιηθεί ο κύβος, για τις δυνάμεις που δέχεται ισχύουν:

$\Sigma F_y = 0$, δηλαδή $N' - B = 0$, οπότε $N' = B = 20\ \mathrm{N}$
Άρα για το μέτρο της τριβής ολίσθησης ισχύει $T' = \mu \cdot N' = 10\ \mathrm{N}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το χρονικό αυτό διάστημα έχουμε:

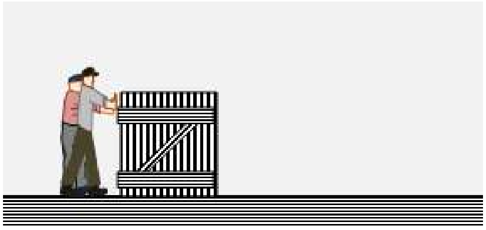
$\Delta K = W_{o\lambda}$, αναλυτικά $0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = -T' \cdot \Delta x_2$ και τελικά $\Delta x_2 = 14{,}4\ \mathrm{m}$

Έτσι η συνολική μετατόπιση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι να σταματήσει είναι:

$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 26{,}4\ \mathrm{m}$$

13481

ΘΕΜΑ 4



Ένα κιβώτιο μάζας $m = 50\,\mathrm{kg}$, είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, δύο παιδιά ο Πάνος και ο Μάριος, αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Τα δύο παιδιά ασκούν στο κιβώτιο σταθερές, οριζόντιες και ομόρροπες δυνάμεις που συμβολίζονται ως $\vec{F}_\Pi$ και $\vec{F}_M$ αντίστοιχα.

Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο $F_\Pi = 200\,\mathrm{N}$ και η δύναμη που ασκεί ο Μάριος έχει μέτρο $F_M = 50\,\mathrm{N}$.
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι σταθερός και δίνεται $\mu = 0{,}4$.

Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $2\,\mathrm{m}$ από την αρχική του θέση πάνω στο δάπεδο, ο Μάριος σταματά να σπρώχνει, ενώ ο Πάνος συνεχίζει.

4.1. Να κάνετε ένα απλό σκίτσο για να δείξετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, εφαρμόζοντάς τες στο κέντρο του. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

Μονάδες 6 (2+4)

4.2. Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν το σπρώχνουν και τα δύο παιδιά μαζί και να βρείτε ποια είναι η στιγμή t_1 κατά την οποία ο Μάριος σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο.

Μονάδες 7 (3+4)

4.3. Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_2 = 4\,\mathrm{s}$, θεωρώντας ότι ο Πάνος εξακολουθεί να ασκεί τη σταθερή δύναμη $\vec{F}_\Pi$ ως τότε.

Μονάδες 6

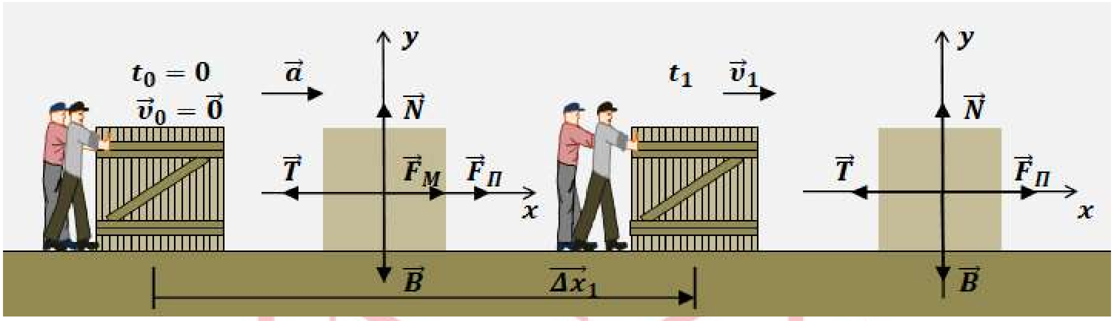
4.4. Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο.

Μονάδες 6

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\,\mathrm{m}/\mathrm{s}^2$.

13481-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1. Δημιουργούμε έναν οριζόντιο άξονα $x'x$, με θετικά στην κατεύθυνση της κίνησης του κιβωτίου και ένα κατακόρυφο άξονα $y'y$, με θετικά προς τα πάνω.
Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \text{ δηλαδή } N - B = 0, \text{ άρα } N = B = m \cdot g = 500\ \mathrm{N}$$

Η τριβή ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο έχει μέτρο

$$T = \mu \cdot N = 0{,}4 \cdot 500\ \mathrm{N} = 200\ \mathrm{N}$$

4.2. Οριζόντια το κιβώτιο κινείται, ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής και για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1, έχουμε:

$\Sigma F_x = m \cdot a$, δηλαδή $F_\Pi + F_M - T = m \cdot a$ και προκύπτει:

$$a = \frac{F_\Pi + F_M - T}{m} = \frac{50\ \mathrm{N}}{50\ \mathrm{kg}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_1 - 0 = t_1$, το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά Δx_1, με ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Ισχύει:

$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$ και έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή t_1:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x_1}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}}\ s = 2\ \mathrm{s}$$

4.3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$, το κιβώτιο έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$, μέτρου :

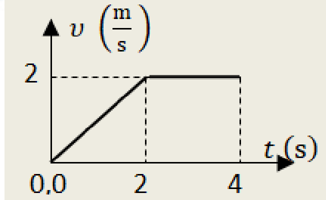
$$\upsilon_1 = a \cdot t_1 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$, καταργείται η δύναμη του Μάριου και για την κίνηση του σώματος ισχύει:

$$\Sigma F_x{}' = F_\Pi - T = 0$$

Έτσι το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Η γραφική παράσταση που αποδίδει το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 4\ \mathrm{s}$ αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων:



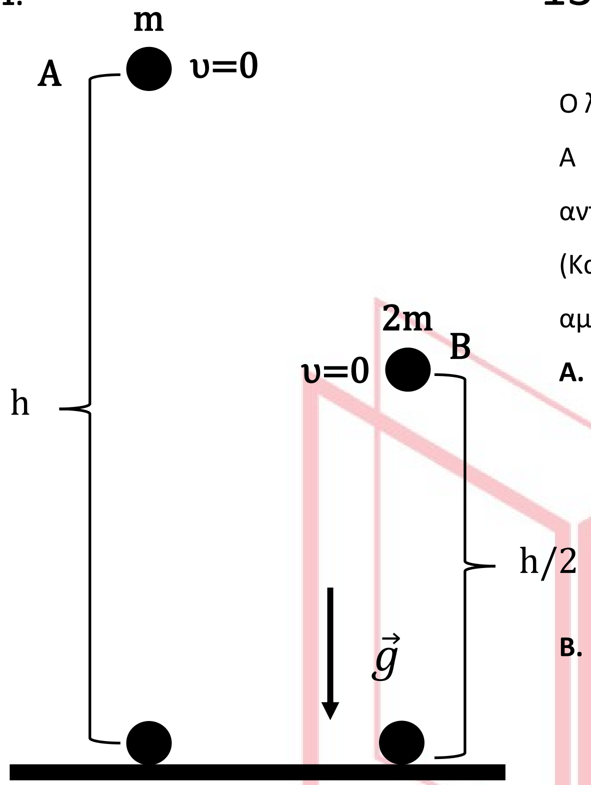
4.4. Η ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο, είναι ίση με το έργο της δύναμης που ασκούσε σε αυτό:

$$E_M = W_{F_M} = F_M \cdot \Delta x_1 = 50 \cdot 2\ \mathrm{J} = 100\ \mathrm{J}$$

ΘΕΜΑ 2

13508

2.1.



Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες τα σώματα Α και Β του διπλανού σχήματος, με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα, φθάνουν στο έδαφος είναι:

(Και στις δύο περιπτώσεις η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \sqrt{2}$ **β.** $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = 1$ **γ.** $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

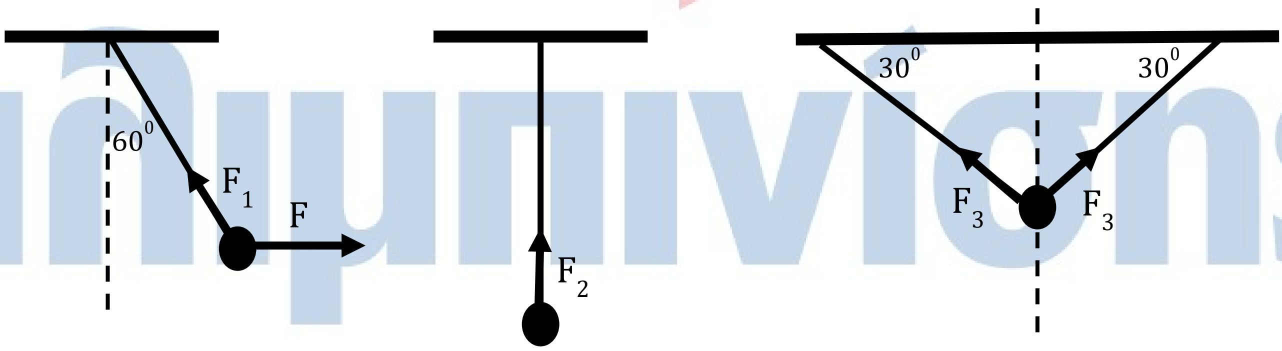
Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.

Το σώμα βάρους $\vec{B}$ και στις τρεις περιπτώσεις, όπως φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, ισορροπεί δεμένο στο αντίστοιχο νήμα ή στα νήματα. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1, F_2, F_3, που δέχεται το σώμα από το νήμα ή τα νήματα ισχύει:



(Δίνεται συν60^0 =1/2)

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $F_1 > F_2 > F_3$ **β.** $F_1 > F_2 = F_3$ **γ.** $F_1 < F_2 = F_3$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

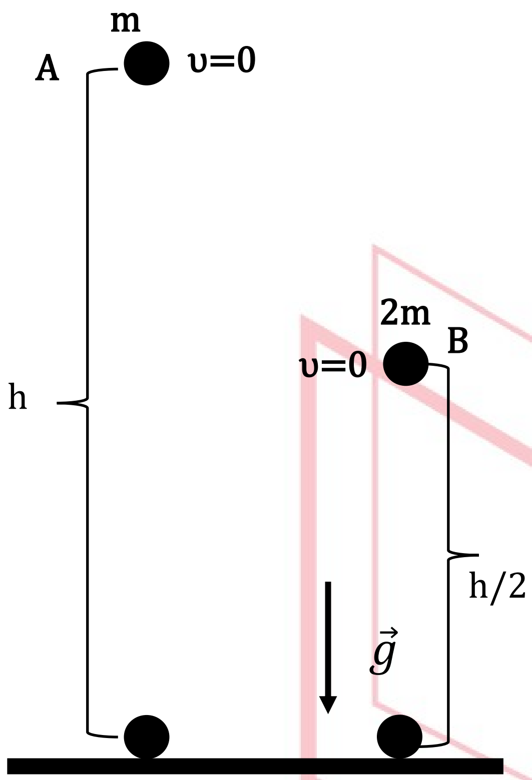
Μονάδες 9

13508-Λύση

2.1

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(α). Μονάδες 4**

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



Εφόσον θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα, δηλ. η μοναδική δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα είναι το βάρος του, άρα η Μηχανική Ενέργεια κάθε σώματος διατηρείται σταθερή. **(Μονάδα 1)**

Για το σώμα Α έχουμε:

$$K_{αρχ(A)} + U_{αρχ(A)} = K_{τελ(A)} + U_{τελ(A)}$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{v_A} = \sqrt{\boldsymbol{2gh}}\ (1)$$

(Μονάδες 3)

Για το σώμα Β έχουμε:

$$K_{αρχ(B)} + U_{αρχ(B)} = K_{τελ(B)} + U_{τελ(B)}$$

$$\Rightarrow 0 + 2mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}2mv_B^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{v_B} = \sqrt{\boldsymbol{gh}}\ (2)$$

(Μονάδες 3)

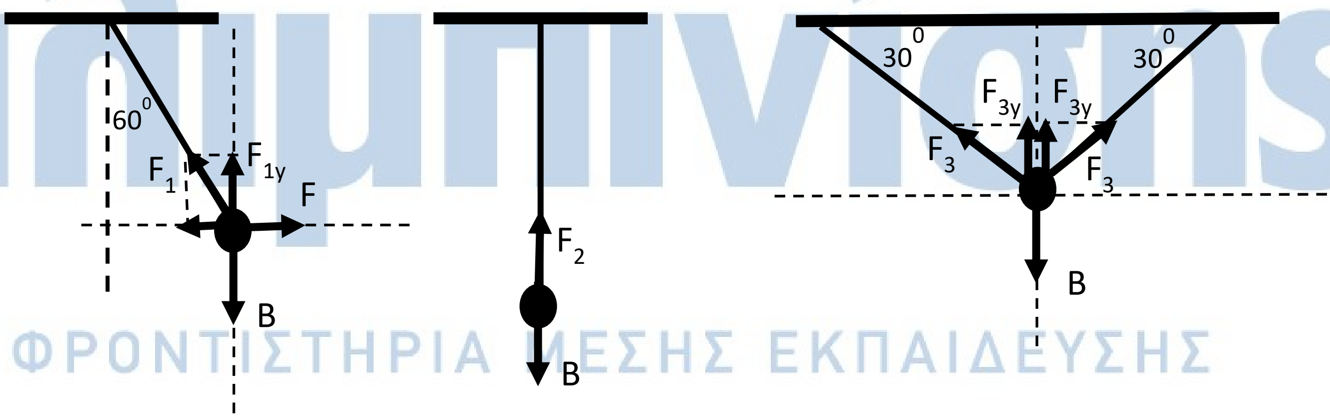
Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{gh}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$ **(Μονάδα 1)**

2.2

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(β)**: **Μονάδες 4**

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



(1) **(2)** **(3)**

Σχεδίαση δυνάμεων- Ανάλυση σε άξονες. **(Μονάδες 4)**

Στην περίπτωση (1): $ΣF_y = 0 \Rightarrow F_{1y} = B \Rightarrow F_1 συν60^0 = B \Rightarrow \frac{F_1}{2} = B \Rightarrow \boldsymbol{F_1 = 2B\ (1)}$ **(Μονάδες 2)**

Στην περίπτωση (2): $ΣF_y = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F_2 = B\ (2)}$ **(Μονάδα 1)**

Στην περίπτωση (3): $ΣF_y = 0 \Rightarrow 2F_{3y} = B \Rightarrow 2F_3 συν60^0 = B \Rightarrow 2\frac{F_3}{2} = B \Rightarrow \boldsymbol{F_3 = B\ (3)}$ **(Μονάδες 2)**

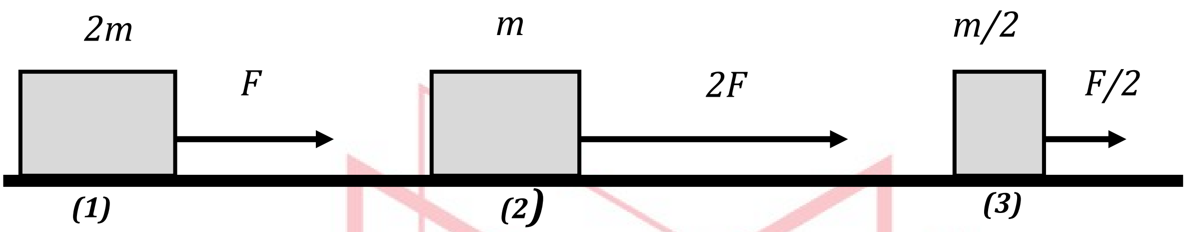
Άρα $\boldsymbol{F_1} > \boldsymbol{F_2} = \boldsymbol{F_3}$

ΘΕΜΑ 2

13511

2.1

Τα σώματα (1), (2) και (3) αποκτούν επιταχύνσεις μέτρων α_1, α_2 και α_3 αντίστοιχα. Για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει:



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

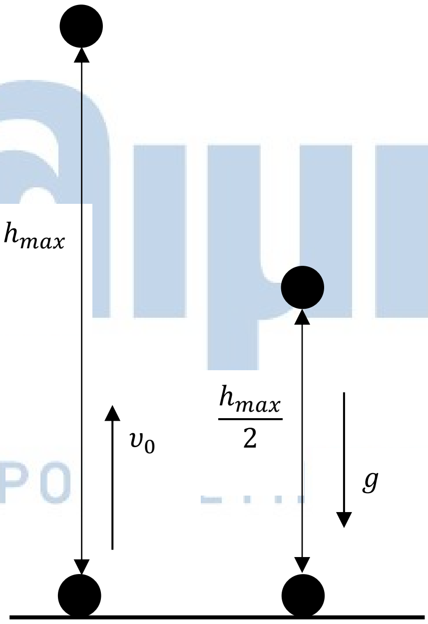
α. $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$ **β.** $\alpha_2 > \alpha_1 > \alpha_3$ **γ.** $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από το έδαφος με αρχική ταχύτητα υ_0 όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα φθάνει σε μέγιστο ύψος h_{max}. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε ύψος $\frac{h_{max}}{2}$ είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $\upsilon = \frac{\upsilon_0}{2}$ **β.** $\upsilon = \frac{\upsilon_0}{\sqrt{2}}$ γ. $\upsilon = \frac{\upsilon_0\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

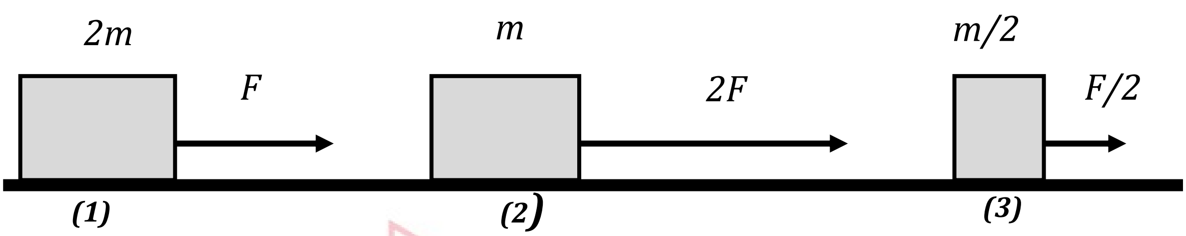
Μονάδες 9

2.1

13511-Λύση

Α. Σωστή η απάντηση **(α)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (1) μάζας $2m$ έχουμε:

$F = 2m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m}$ (1)

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (2) μάζας m έχουμε:

$2F = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{m} \quad (2)$

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (3) μάζας $m/2$ έχουμε:

$\frac{F}{2} = \frac{m}{2} \cdot a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{F}{m} \quad (3)$

(Μονάδες 2)

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει: $\alpha_3 = 2\alpha_1, \ \alpha_2 = 2\alpha_3 = 4\alpha_1$

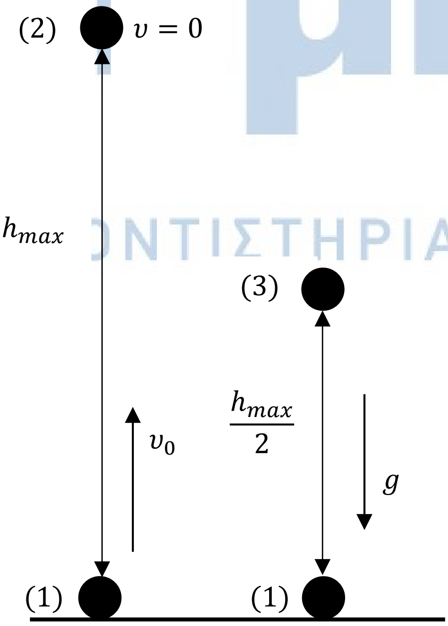
Άρα : $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$

(Μονάδες 2)

2.2

Α. Σωστή η απάντηση **(β)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση (1) έως την θέση (2):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -mgh_{max}$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \ (1)$$

(Μονάδες 4)

Εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση (1) έως την θέση (3):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -mg\frac{h_{max}}{2}$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon^2 = \upsilon_0^2 - 2g\frac{\upsilon_0^2}{4g} \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_0^2 - \frac{\upsilon_0^2}{2} \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{\upsilon_0^2}{2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon} = \frac{\boldsymbol{\upsilon_o}}{\sqrt{\mathbf{2}}}$$

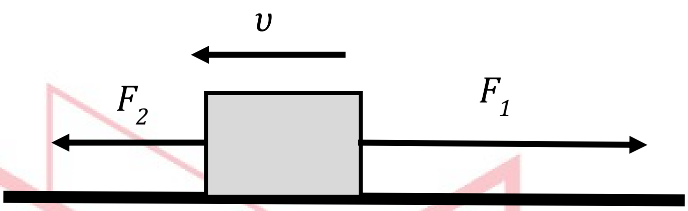
(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2

2.1

13512

Το σώμα του παρακάτω σχήματος κινείται προς τα αριστερά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 ($F_1 > F_2$).



Κάποια χρονική στιγμή ($t > t_0$) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη F_2.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

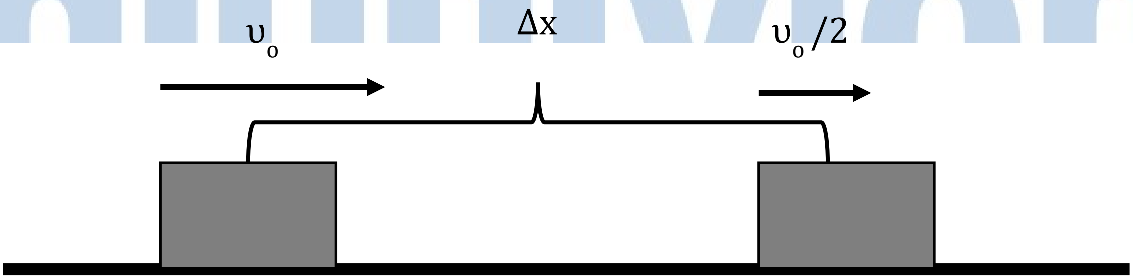
Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 8

2.2

Την χρονική στιγμή $t_o = 0\, s$ το κιβώτιο του σχήματος, μάζας $m = 10$ Kg, έχει ταχύτητα $\upsilon_o = 2$ m/s. Το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου μειώνεται στο μισό, αφού αυτό μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 0,1$ m.



Η μείωση της ταχύτητας του κιβωτίου για την συγκεκριμένη μετατόπιση Δx, οφείλεται στο γεγονός, ότι στο κιβώτιο ασκείται:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Δύναμη μέτρου $F = 75$ N αντίρροπη της ταχύτητας.

β. Τριβή ολίσθησης μέτρου $T_{ολ} = 150$ N και δύναμη μέτρου $F = 75$ N ομόρροπη της ταχύτητας.

γ. Δύναμη μέτρου $F = 75$ N αντίρροπη της ταχύτητας και τριβή ολίσθησης μέτρου $T_{ολ} = 75$ N.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

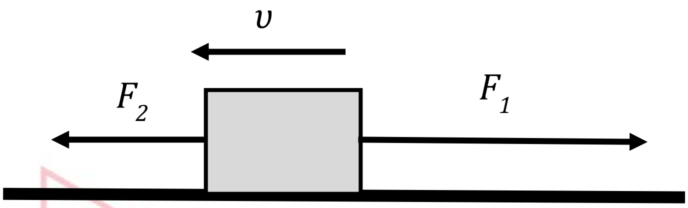
Μονάδες 9

13512-Λύση

2.1

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(β)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



Επειδή $F_1 > F_2$ η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα θα έχει την φορά της δύναμης μεγαλύτερου μέτρου, δηλ. φορά προς τα δεξιά. Άρα η συνισταμένη δύναμη θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται.

Εφαρμόζοντας τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα, με θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε:

$F_1 - F_2 = m \cdot a_1$ (1) ***(Μονάδες 4)***

Όταν καταργηθεί η F_2 και πάλι το μέτρο της ταχύτητας θα μειώνεται, καθώς η φορά της F_1 είναι αντίθετη της ταχύτητας του σώματος.

Εφαρμόζοντας και πάλι τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε: $F_1 = m \cdot a_2$ (2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι $a_1 < a_2$ άρα ο ρυθμός μείωσης του μέτρου της ταχύτητας αυξάνεται. ***(Μονάδες 4)***

2.2

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(γ)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:

Αν στο σώμα ασκείται δύναμη $F = 75\ \mathrm{N}$ αντίρροπη της ταχύτητας, τότε εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου-ενέργειας υπολογίζουμε:

$$\frac{1}{2} m \cdot \frac{\upsilon_0^2}{4} - \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_0^2 = -F \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} 10Kg \cdot \frac{(2\,{}^{m}/_{s})^2}{4} - \frac{1}{2} 10Kg \cdot (2\,{}^{m}/_{s})^2 = -75N \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0{,}2\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 3)

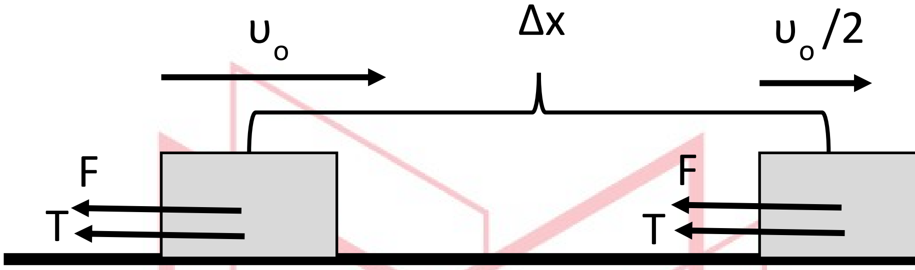
Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει με την εφαρμογή του θεωρήματος έργου- ενέργειας και στη περίπτωση όπου ασκούνται στο σώμα δύναμη Τριβής ολίσθησης $T = 150\ \mathrm{N}$ και $F = 75\ \mathrm{N}$

ομόρροπη της ταχύτητας. Τότε $\Sigma F = F - T = 75\text{ N} - 150\text{ N} = -75\text{ N}$ (αντίρροπη της ταχύτητας).

13512-Λύση

(Μονάδα 1)

Το σώμα όμως σταματά αφού μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 0{,}1m$. Άρα δέχεται δύναμη $F = 75N$ αντίρροπη της ταχύτητας και $T = 75N$ οπότε:



(Μονάδες 2)

$$\frac{1}{2}m\cdot\frac{\upsilon_0^2}{4} - \frac{1}{2}m\cdot\upsilon_0^2 = -F\cdot\Delta x - T\cdot\Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}10Kg\cdot\frac{(2\,{}^{m}/_{s})^2}{4} - \frac{1}{2}10Kg\cdot(2\,{}^{m}/_{s})^2 = -75N\cdot\Delta x - 75N\cdot\Delta x$$

$$\Rightarrow 5Kg\cdot{}^{m^2}/_{s^2} - 20Kg\cdot{}^{m^2}/_{s^2} = -150N\cdot\Delta x \Rightarrow \Delta x = \mathbf{0{,}1m}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2

2.1

13514

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_A = 2m$ και $m_B = m$ εκτοξεύονται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητες $\upsilon_A = 2\upsilon$ και $\upsilon_B = \upsilon$ αντίστοιχα. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Τα μέγιστα ύψη h_A και h_B από το έδαφος, στα οποία φθάνουν τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:

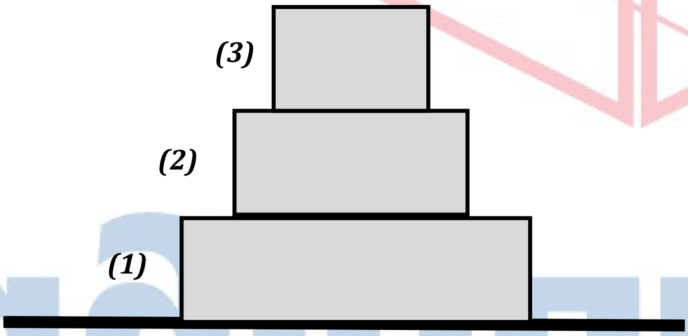
α. $\frac{h_A}{h_B} = 4$ β. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$ γ. $\frac{h_A}{h_B} = 1$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Τα κιβώτια (1), (2) και(3) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των τριών κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα:

$B_1 = 60$ N, $B_2 = 50$ N, $B_3 = 40$ N.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Το κιβώτιο (2):

α. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου $F_{12} = 50$ N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ο\lambda} = 20$ N.

β. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη $F_{12} = 90$ N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ο\lambda} = 0$ N.

γ. Ασκεί στο το κιβώτιο (3) δύναμη $F_{23} = 50$ N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ο\lambda} = 0$ N.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας:

Μονάδες 9

13514-Λύση

2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση **(α)**. ***(Μονάδες 4)***

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Α από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.} = W_{0\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_A \cdot \upsilon_A^2 = -m_A \cdot g \cdot h_A \Rightarrow h_A = \frac{\upsilon_A^2}{2 \cdot g} \ (1)$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Β από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.} = W_{0\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_B \cdot \upsilon_B^2 = -m_B \cdot g \cdot h_B \Rightarrow h_B = \frac{\upsilon_B^2}{2 \cdot g} \ (2)$$

(Μονάδες 2Χ3=6)

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψιν ότι $\upsilon_A = 2\upsilon_B$ προκύπτει $\frac{h_A}{h_B} = 4$

(Μονάδες 2)

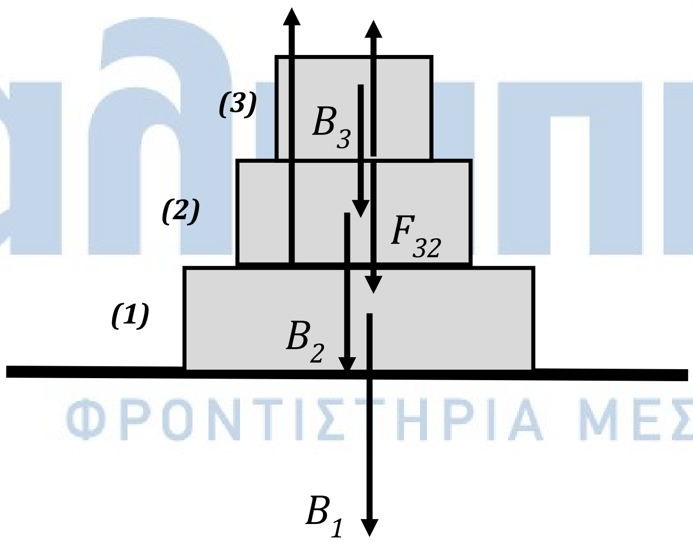
2.2

A. Σωστή είναι η απάντηση **(β)**. ***(Μονάδες 4)***

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Όλα τα σώματα ισορροπούν άρα σε κάθε σώμα $F_{o\lambda} = 0 \text{ N}$.

(Μονάδα 1)



Το κιβώτιο (3) δέχεται το βάρος του B_3 και την δύναμη F_{23} από το κιβώτιο (2).

Επειδή ισορροπεί $B_3 = F_{23} = 40 \text{ N}$

(Μονάδες 2)

Το κιβώτιο (2) δέχεται:

- από το κιβώτιο (3) δύναμη $F_{32} = F_{23} = 40 \text{ N}$ (δράση-αντίδραση),
- το βάρος του $B_2 = 50 \text{ N}$,
- από το κιβώτιο (1) δύναμη F_{12}.

Επειδή ισορροπεί

$B_2 + F_{32} = F_{12} \Rightarrow F_{12} = 90 \text{ N}$

(Μονάδες 6)

13546

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0. Μετά από χρονικό διάστημα Δt έχει διανύσει διάστημα S και η ταχύτητά του είναι ίση με υ_1.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα S δίδεται από τη σχέση:

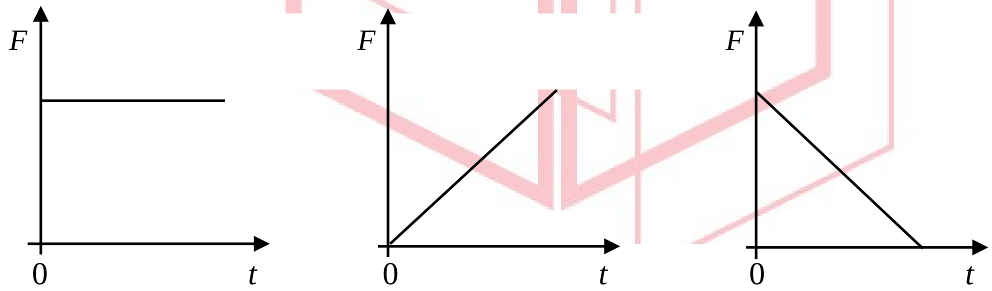
(α) $S = \frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{4}\Delta t$ **(β)** $S = \frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{2}\Delta t$ **(γ)** $S = \frac{\upsilon_1-\upsilon_0}{4}\Delta t$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και το σώμα αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο κίνησης του σώματος.



I **II** **III**

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

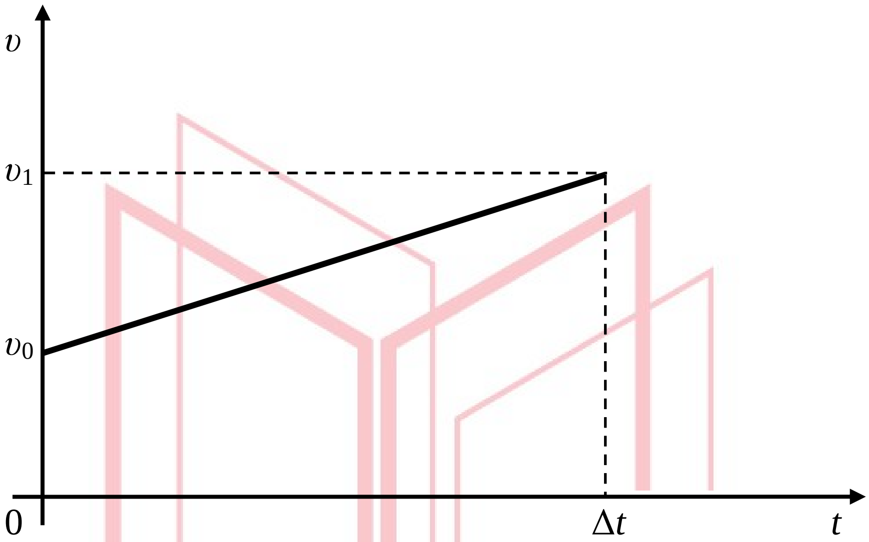
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13546-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Το εμβαδόν του τραπεζίου που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων υ, t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος. Επομένως:

$\Delta x = \frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{2}\Delta t$, όπου Δt η χρονική διάρκεια της κίνησης.

αλλά $S = |\Delta x|$

και τελικά $S = \frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{2}\Delta t$

2.2 Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι της μορφής:

$\alpha = -K \cdot t \quad (1)$, όπου K μία θετική σταθερά.

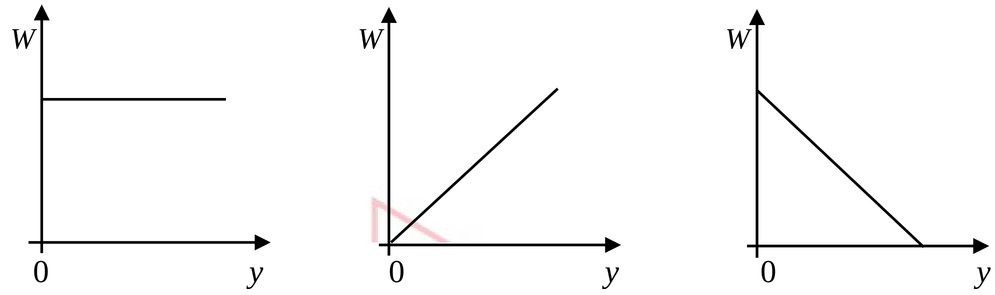
Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης F έχουμε

$F = m \cdot a \overset{(1)}{\Rightarrow} F = -m \cdot K \cdot t$ δηλ. η δύναμη μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.

ΘΕΜΑ 2

13547

2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος (*H*) από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



I **II** **III**

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του έργου του βάρους της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (*y*) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

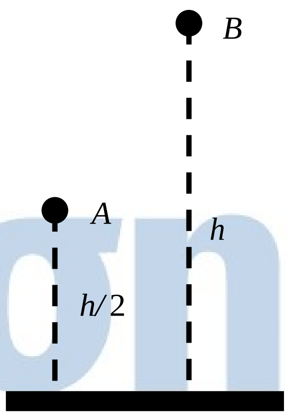
(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο ίδιες σφαίρες Α και Β αφήνονται την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος *h/2* και *h*, αντίστοιχα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν t_A και t_B οι χρονικές στιγμές που φτάνουν στο έδαφος οι σφαίρες Α και Β αντίστοιχα, τότε η σχέση μεταξύ τους είναι:

(α) $t_A = t_B$ **(β)** $t_A = \sqrt{2}t_B$ **(γ)** $= 2t_B$

Μονάδες 4

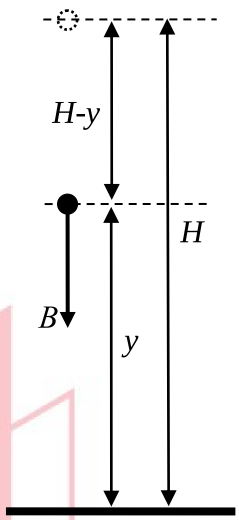
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13547-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(γ)**

<u>Ενδεικτική Αιτιολόγηση</u>



Το έργο του βάρους του σώματος καθώς το σώμα πέφτει προς το έδαφος (με τη βοήθεια του σχήματος) είναι:

$W = B \cdot (H - y)$ ή

$W = B \cdot H - B \cdot y$ (1)

Από τη σχέση (1), το έργο του βάρους μειώνεται γραμμικά με το ύψος σύμφωνα με την γενική σχέση

$$W = \alpha \cdot y + \beta, \text{ όπου } \alpha = -B \text{ και } \beta = B \cdot H$$

2.2 Σωστή η απάντηση **(β)**

<u>Ενδεικτική Αιτιολόγηση</u>

Για τις σφαίρες Α και Β ισχύουν αντίστοιχα:

$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t_A^2$ (1)

και

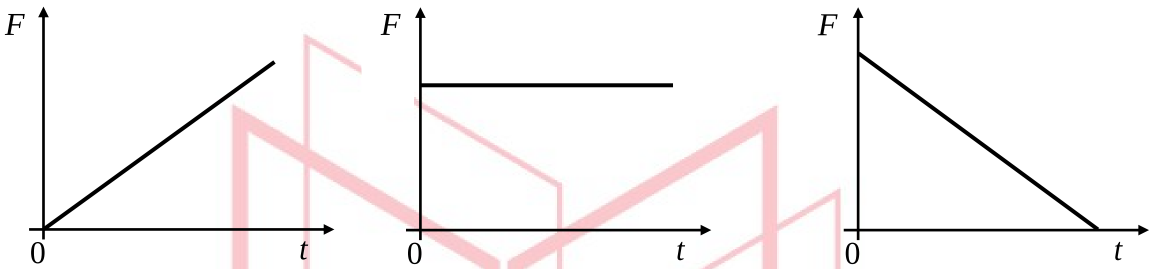
$h = \frac{1}{2} g t_B^2$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε $t_B = \sqrt{2} t_A$

13548

ΘΕΜΑ 2

2.1 Σε κιβώτιο που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ οριζόντια δύναμη F. Η ταχύτητα του κιβωτίου αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο.



(I) (II) (III)

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Μικρό σφαιρίδιο μάζας m αφήνεται από ύψος h να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω $t_{ολ}$ ο συνολικός χρόνος για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_0 ο χρόνος που πέρασε μέχρι η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο λόγος $\frac{t_{ολ}}{t_0}$ ισούται με:

(α) $\sqrt{2}$ **(β)** $3/2$ **(γ)** 2

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13548-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, αφού η ταχύτητα του αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο $(\Delta \upsilon = at)$.

Επομένως η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι σταθερή, και από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα $(F = ma)$ και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο είναι σταθερή.

2.2 Σωστή η απάντηση **(α)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \overset{K=U}{\Longrightarrow} E_{MHX} = 2U \quad (1)$$

Αλλά $E_{MHX} = U_{max} = mgh$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια σε ύψος $\frac{h}{2}$.

Για τα ύψη $\frac{h}{2}$ και h ισχύουν αντίστοιχα:

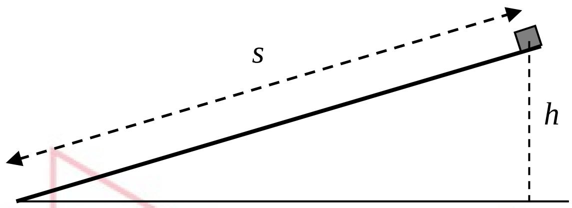
$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt_0^2$ (3) και

$h = \frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2$ (4)

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε $t_{o\lambda} = \sqrt{2}t_0$

ΘΕΜΑ 2 13549

2.1 Μικρό σώμα, μάζας m, αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W είναι το έργο του βάρους του σώματος, ισχύει:

(α) $W = m \cdot g \cdot s$ **(β)** $W = m \cdot g \cdot h$ **(γ)** $W = m \cdot g \cdot \sqrt{h^2 + s^2}$

(όπου s το διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, h το ύψος από το οποίο αφήνεται το σώμα και g η επιτάχυνση της βαρύτητας)

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα κινητό βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ m και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $a = 4$ m/s^2.

Α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

t(s)	a(m/s^2)	υ(m/s)
2		
4		
6		

Μονάδες 4

Β) Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες για το παραπάνω κινητό. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων a, t και της ευθείας που παριστά την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s, και να συγκριθεί με ένα από τα μεγέθη του πίνακα του ερωτήματος (Α).

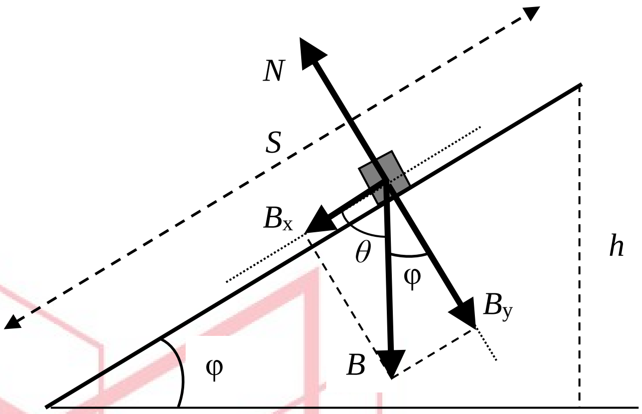
Μονάδες 9

13549-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για το κεκλιμένο επίπεδο το έργο του βάρους του σώματος είναι:



$W_A = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot \eta\mu\varphi$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S}$ και τελικά

$W_A = m \cdot g \cdot h$

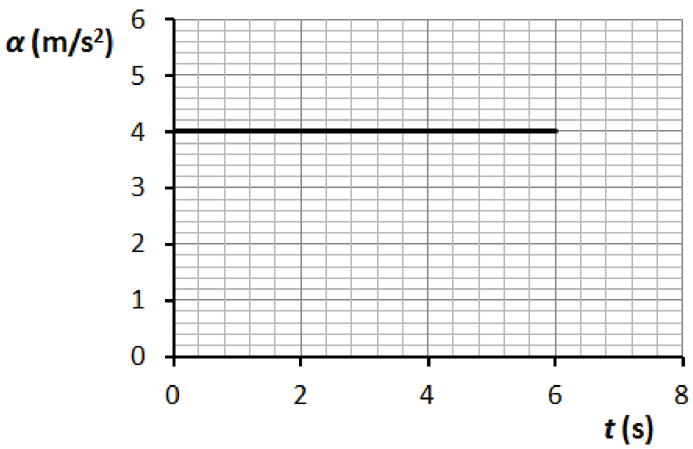
2.2

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

A) Με βάση τα δεδομένα έχουμε:

t(s)	a(m/s²)	υ(m/s)
2	4	8
4	4	16
6	4	24

B) Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων a, t και της ευθείας που παριστά την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s είναι ίσο με 24 m/s.



Το εμβαδόν ισούται με την μεταβολή της ταχύτητας στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα

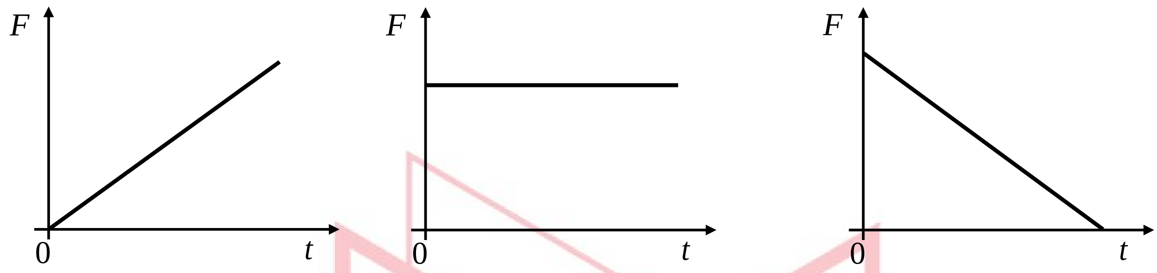
$\Delta\upsilon = \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa o} - \upsilon_0$

αλλά $\upsilon_0 = 0\, m/s$ και τελικά $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa o} = 24\, m/s$, όπως έχει υπολογιστεί και στον πίνακα του ερωτήματος (Α).

13550

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά.



(I) **(II)** **(III)**

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

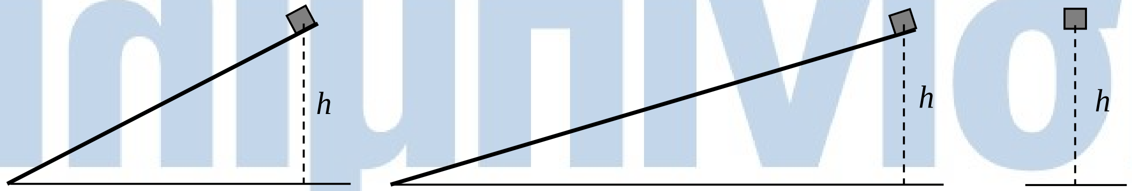
(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης, αλλά από το ίδιο ύψος *h* από το έδαφος. Ένα τρίτο ίδιο κιβώτιο αφήνεται από ύψος *h* από το έδαφος και εκτελεί ελεύθερη πτώση.



Α ***Β*** ***Γ***

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A, W_B και $W_Γ$ τα έργα του βάρους στις τρείς περιπτώσεις, τότε:

(α) $W_A = W_B > W_Γ$ **(β)** $W_A = W_B < W_Γ$ **(γ)** $W_A = W_B = W_Γ$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13550-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Επομένως η επιβράδυνση του σώματος είναι σταθερή, οπότε, από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα ($F = ma$) και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο είναι σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση.

2.2 Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

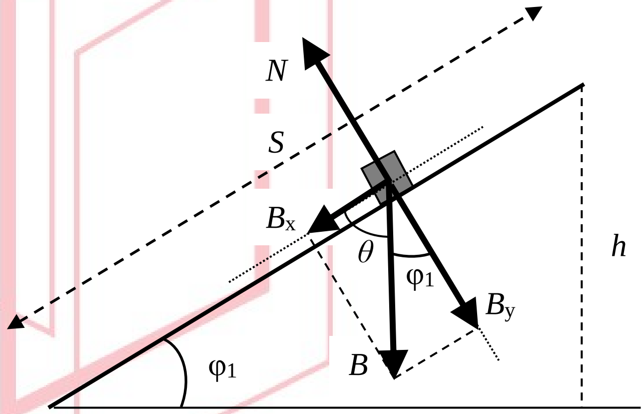
Για το κεκλιμένο επίπεδο (Α) το έργο του βάρους του σώματος είναι:

$W_A = B \cdot S \cdot συνθ$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot ημφ_1$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S}$ και τελικά

$W_A = B \cdot h$ (1)



Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για το κεκλιμένο επίπεδο (Β) καταλήγουμε ότι

$W_B = B \cdot h$ (2)

Για την ελεύθερη πτώση έχουμε:

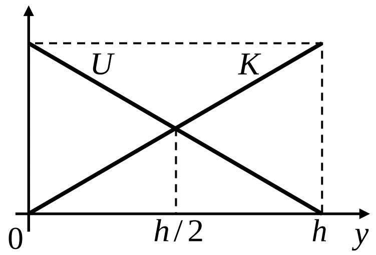
$W_\Gamma = B \cdot h \cdot συν\,\varphi$ ή $W_\Gamma = B \cdot h$ $(\varphi = 0^o)$ (3)

Από τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε τελικά $W_A = W_B = W_\Gamma$

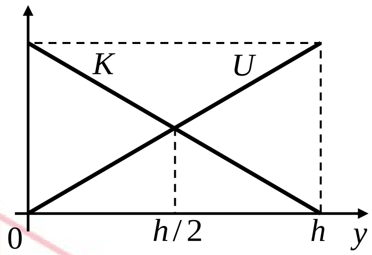
13551

ΘΕΜΑ 2

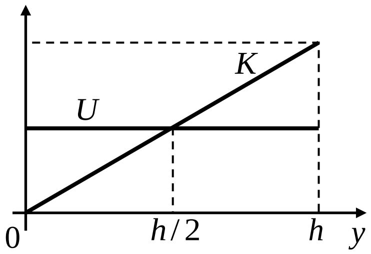
2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος *h* από το έδαφος , εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



(I)



(II)



(III)

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής (*K*) και της δυναμικής ενέργειας (*U*) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (*y*) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

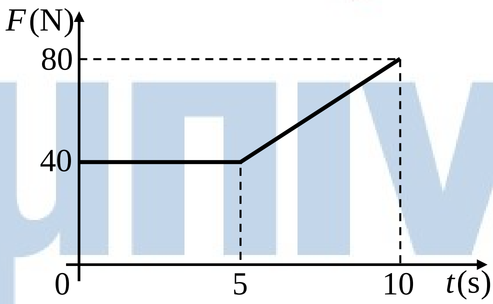
(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 s αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη F, της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα καθ' όλη την διάρκεια των 10 s παραμένει ακίνητο.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι:

(α) Στατική τριβή **(β)** Τριβή ολίσθησης **(γ)** Οριακή τριβή

Μονάδες 4

Β) Για το χρονικό διάστημα 0 s - 10 s, να κάνετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες, αιτιολογώντας την μορφή της.

Μονάδες 9

13551-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$U = mgy \quad (1) \text{ και}$$

$$E_{MHX} = K + U \Rightarrow K = E_{MHX} - mgy \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι το σωστό διάγραμμα είναι το ΙΙ.

2.2 Σωστή η απάντηση **(α)**

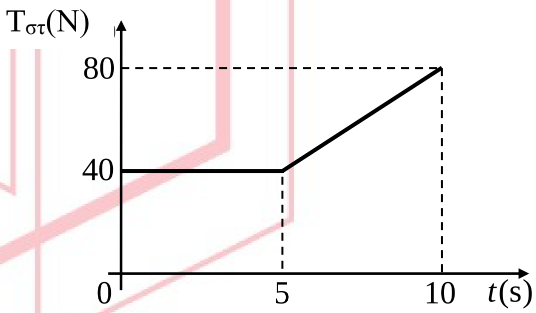
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα παραμένει ακίνητο επομένως η τριβή είναι στατική.

Από το 1ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = F$$

Από τη παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η $T_{\sigma\tau}$ είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την ασκούμενη δύναμη F, επομένως η γραφική παράσταση του μέτρου της είναι ακριβώς ίδια με αυτή της δοθείσας δύναμης F.

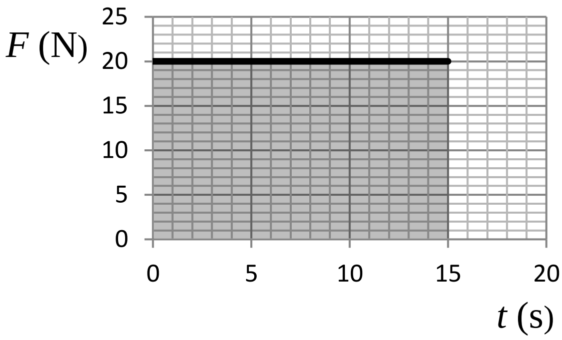


Γνωρίζουμε ότι η τριβή ολίσθησης και η οριακή τριβή έχουν σταθερό μέτρο. Άρα η ασκούμενη τριβή δεν μπορεί παρά να είναι στατική.

ΘΕΜΑ 2

13556

2.1 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t = 0$ s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη, σταθερής κατεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(α) Το έργο της δύναμης F είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου παραλληλογράμμου, δηλαδή 300 Joule.

(β) Το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι σταθερός.

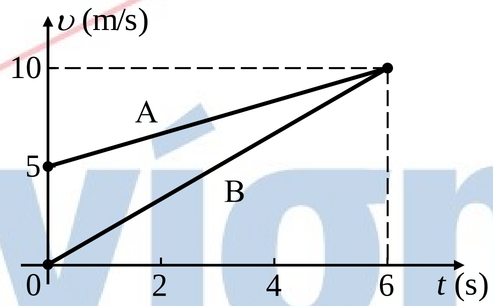
(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β, ίσων μαζών, που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A και W_B τα έργα των συνισταμένων δυνάμεων που είναι υπεύθυνες για τη κίνηση των σωμάτων στο χρονικό διάστημα από 0 s έως 6 s, ισχύει:

(α) $W_A = W_B$ **(β)** $W_A > W_B$ **(γ)** $W_A < W_B$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13556-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα έχουμε ότι η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική και σταθερή για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s. Επομένως από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα ($F = ma$) το σώμα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση.

(Η επιτάχυνση εξ ορισμού είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας)

2.2 Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

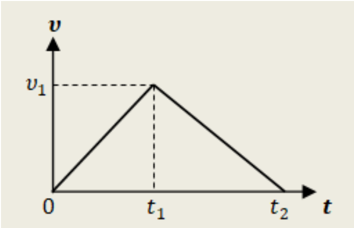
Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τα δύο σώματα έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} K_{\tau\varepsilon\lambda(A)} - K_{\alpha\rho\chi(A)} = W_A \\ K_{\tau\varepsilon\lambda(B)} - K_{\alpha\rho\chi(B)} = W_B \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \frac{1}{2}m \cdot 10^2 - \frac{1}{2}m \cdot 5^2 = W_A \\ \frac{1}{2}m \cdot 10^2 - 0 = W_B \end{matrix}\right\} \Rightarrow W_A < W_B$$

13563

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 2\ \mathrm{kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ σώματος και δαπέδου δημιουργείται τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και αμέσως αυτό αρχίζει να κινείται, ολισθαίνοντας πάνω στο δάπεδο.



Τη χρονική στιγμή t_1, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται και το σώμα, αφού επιβραδύνεται λόγω τριβής, σταματάει τη στιγμή $t_2 = 6\ \mathrm{s}$, έχοντας ως τότε διανύσει συνολικό διάστημα $S = 18\ \mathrm{m}$.

Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο $υ_1$ της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$.

Μονάδες 6

4.2. Τη χρονική στιγμή t_1

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$

Μονάδες 6

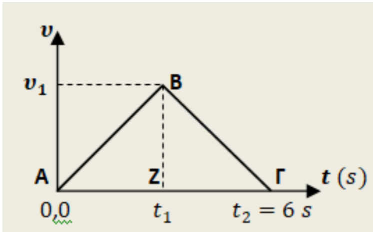
4.4. Την ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο.

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ και ότι μπορείτε να αγνοήσετε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

13563-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

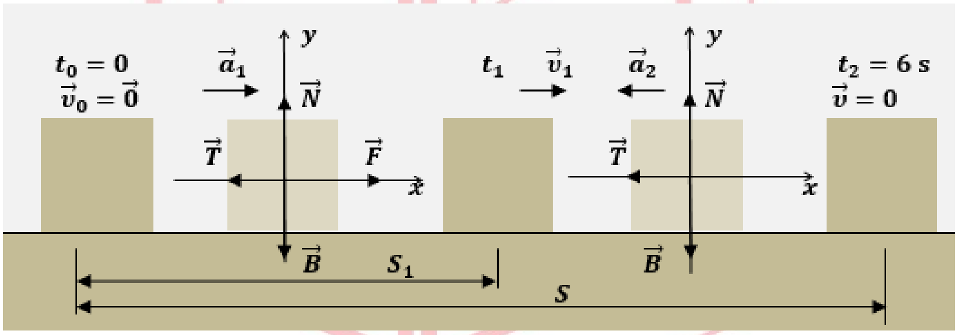


4.1. Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_2 = 6\,s$, είναι $S = 18\,m$ και υπολογίζεται ως «εμβαδόν» του τριγώνου ΑΒΓ στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου που δόθηκε.

Δηλαδή : $s = \frac{(A\Gamma)\cdot(BZ)}{2}$

$18\,m = \frac{(6\,s)\cdot(v_1)}{2}$ και τελικά $v_1 = 6\,\frac{m}{s}$.

4.2. Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$, από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή $t_2 = 6$ s ,το σώμα επιβραδύνεται ομαλά εξαιτίας της τριβής.



Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και στον άξονα y΄y ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0\,, \quad N - B = 0\,, \quad \text{ή} \quad N = B = m\cdot g = 20\ \mathrm{N}$$

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης $T = \mu\cdot N = 4$ N

Εφαρμόζοντας στον οριζόντιο άξονα x΄x τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση του σώματος, έχουμε:

$$\Sigma F_x = m\cdot a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{-T}{m} = -2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Η τιμή αυτή της επιτάχυνσης $\vec{a}_2$, μπορεί να προκύψει και από το διάγραμμα ταχύτητας- χρόνου για την αντίστοιχη χρονική διάρκεια:

$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{t_2 - t_1}$ ή $-2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{-6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6\ \mathrm{s} - t_1}$ απ' όπου τελικά προκύπτει $t_1 = 3\,s$

4.3. Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 3\,s$:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για αυτή τη χρονική διάρκεια:

$$\Sigma F_x = m\cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F - T = m\cdot a_1$$

$$F = T + m\cdot a_1 = 4\ \mathrm{N} + 4\ \mathrm{N} = 8\ \mathrm{N}$$

13563-Λύση

4.4. Το διάστημα S_1 που διανύει το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1- μπορούμε τώρα να το υπολογίσουμε:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 9 \text{ m}$$

Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα είναι ίση με το παραγόμενο έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο διάστημα S_1 :

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot S_1 = 72 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ 1ο 13564

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις Α1-Α3 και δίπλα, χωρίς δικαιολόγηση, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

1.1 Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα:

α) παραμένει πάντα ακίνητο,

β) κινείται ευθύγραμμα και επιβραδύνεται μέχρι να ακινητοποιηθεί,

γ) κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή ηρεμεί,

δ) κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα

Μονάδες 5

1.2 Εξ ορισμού, η αδρανειακή μάζα ενός σώματος μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

α) τοποθετούμε το σώμα σε ένα ζυγό σύγκρισης και συγκρίνουμε τη μάζα του με γνωστές μάζες,

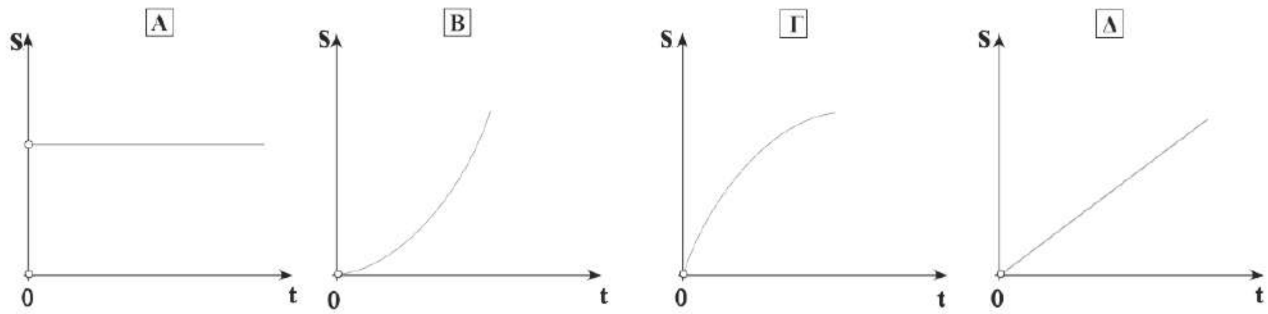
β) χρησιμοποιούμε δυναμόμετρο για να μετρήσουμε το βάρος του και στη συνέχεια την υπολογίζουμε,

γ) ασκούμε δύναμη στο σώμα και μετράμε την επιτάχυνση που αποκτά,

δ) μετράμε τον όγκο του σώματος και μέσω της πυκνότητας του βρίσκουμε τη μάζα.

Μονάδες 5

1.3 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα διαστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;



Μονάδες 5

1.4 Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα **Σ**, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Οι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης ασκούνται πάντα σε διαφορετικά σώματα.
2. Η άνωση που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο, είναι μια δύναμη από απόσταση.

3. Για ένα κιβώτιο που ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο, η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο πάντα μεγαλύτερο από το μέτρο της οριακής τριβής.
4. Η άνωση είναι μια δύναμη που το έργο της είναι πάντα μηδενικό.
5. Το έργο σταθερής δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος στο οποίο ασκείται.

Μονάδες 5

1.5 Να αντιστοιχίσετε ένα προς ένα τα φυσικά μεγέθη της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη μονάδα μέτρησής τους, από τη δεύτερη στήλη

Φυσικά μεγέθη	**Μονάδες μέτρησης στο S.I.**
1) Άνωση	α) m/s
2) Αδρανειακή μάζα	β) J
3) Μεταβολή κινητικής ενέργειας	γ) W
4) Επιβράδυνση	δ) N
5) Μετατόπιση	ε) m/s^2
	στ) m
	ζ) Kg

Μονάδες 5

13564-Λύση

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1.1 γ

1.2 γ

1.3 δ

1.4 Σ, Λ, Λ, Λ, Σ

1.5

1 - δ

2 - ζ

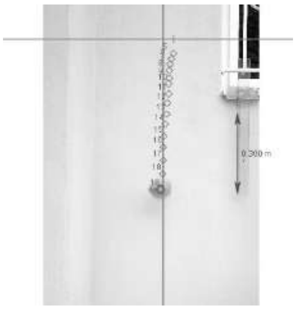
3 - β

4 - ε

5 - στ

13565

Θέμα 3ο



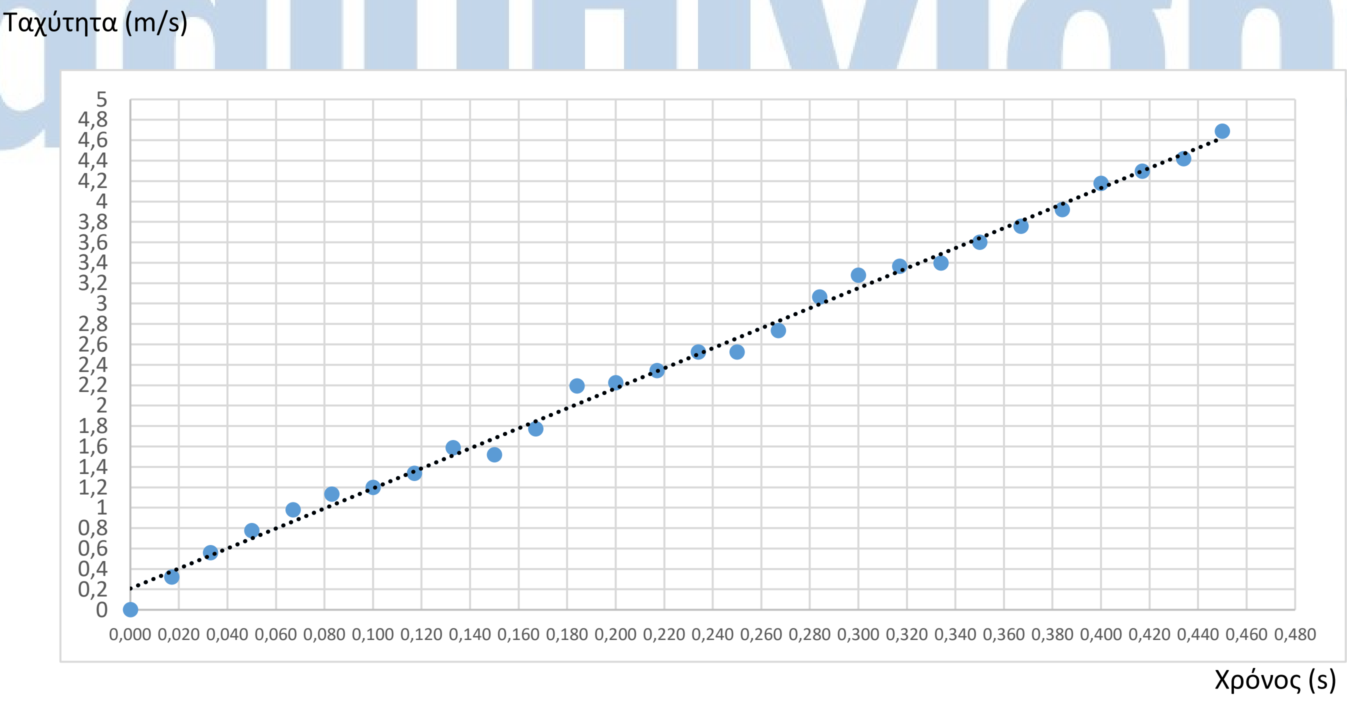
Μια ομάδα μαθητών αποφασίζει να χρησιμοποιήσει ένα λογισμικό ανάλυσης video της κίνησης (tracker) προκειμένου να πραγματοποιήσει το εξής πείραμα: Μια μπάλα μικρών διαστάσεων μάζας m = 0,1 kg αφήνεται να πέσει από ύψος h και το λογισμικό μέσω μιας video camera καταγράφει καρέ καρέ την κίνηση της. Όπως φαίνεται και στη φωτογραφία η μπάλα δεν έπεσε ακριβώς κατακόρυφα, αλλά οι μαθητές αποφάσισαν να αγνοήσουν την οριζόντια μετακίνηση της μπάλας και να εστιάσουν μόνο στην κατακόρυφη. Μέσα από το λογισμικό προέκυψαν: α) ένας πίνακας τιμών της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας της μπάλας και του χρόνου πτώσης, και β) το διάγραμμα που προκύπτει από τον πίνακα τιμών. Με βάση τις μετρήσεις, το λογισμικό χάραξε τη βέλτιστη ευθεία, εκείνη δηλαδή που κατανέμει τα πειραματικά σημεία ισόρροπα από τη μια και από την άλλη πλευρά της.

Χρόνος t (s)	Ταχύτητα υ (m/s)
0,000	0
0,017	0,32
0,033	0,56
0,050	0,78
0,067	0,98
0,083	1,13
0,100	1,20
0,117	1,34
0,133	1,59
0,150	1,52
0,167	1,77
0,184	2,19
0,200	2,22
0,217	2,34
0,234	2,52
0,250	2,52
0,267	2,74
0,284	3,07
0,300	3,28
0,317	3,37
0,334	3,40
0,350	3,60
0,367	3,76
0,384	3,92
0,400	4,18
0,417	4,30
0,434	4,42
0,450	4,69

3.1) Με βάση τα δεδομένα που συνέλεξαν οι μαθητές με τη βοήθεια του λογισμικού, να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινείται η μπάλα;

3.2) Το σώμα δέχεται αντίσταση από τον αέρα κατά τη διάρκεια της κίνησης του;

3.3) Ποιο ήταν το αρχικό ύψος από το έδαφος, από το οποίο αφέθηκε η μπάλα;



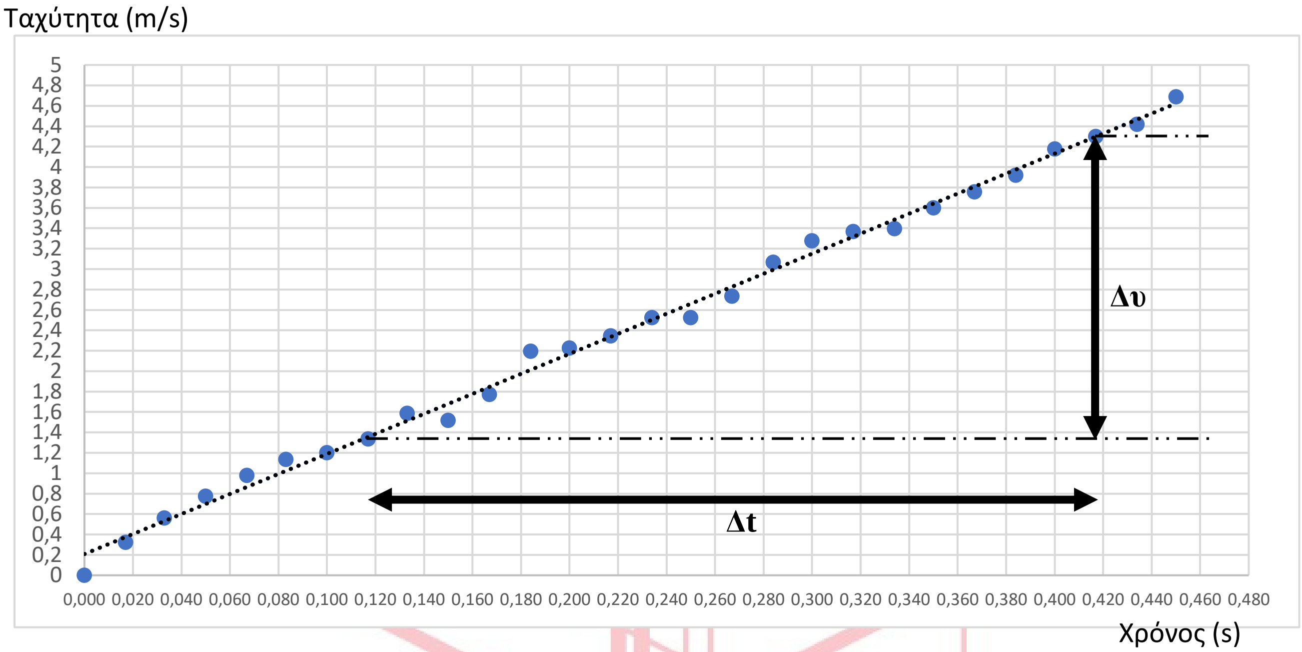
3.4) Υπολογίστε τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας της μπάλας ανάμεσα σε αρχική και τελική θέση (με βάση τα δεδομένα του πειράματος και δεχόμενοι ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην κατώτερη θέση της).

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

13565-Λύση

3.1) Η κλίση της ευθείας από το διάγραμμα της ταχύτητας ως προς το χρόνο μας δίνει το μέτρο της συνολικής επιτάχυνσης που δέχεται η μπάλα. Διαλέγουμε από το διάγραμμα δύο σημεία και υπολογίζουμε την επιτάχυνση ως εξής: $\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{4,3-1,34}{0,417-0,117}\ \frac{m}{s^2} = 9.87\ \frac{m}{s^2}$



(Μονάδες 6)

3.2) Η τιμή της επιτάχυνσης που δέχεται η μπάλα είναι πολύ κοντά στην τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Οπότε η αντίσταση του αέρα έχει τόσο μικρή τιμή, ώστε να βρίσκεται μέσα στα όρια του σφάλματος των μετρήσεών μας..

(Μονάδες 6)

3.3) Το εμβαδό που σχηματίζεται από την ευθεία και τον άξονα του χρόνου ισούται με την κατακόρυφη απόσταση που διάνυσε η μπάλα, από το οποίο προκύπτει και το αρχικό ύψος από το οποίο ξεκίνησε να πέφτει.

$h =$ (εμβαδό τριγώνου) $= \frac{1}{2}\, \Delta\upsilon\, \Delta t = \frac{1}{2}\, (4,6 - 0,2) \cdot 0,45\, m = 0,99\, m$

(Μονάδες 6)

3.4)

$$E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = m \cdot g \cdot h = 0,1 \cdot 10 \cdot 0,99\, J = 0,99\, J$$

$$E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} = \frac{1}{2} m\, \upsilon^2 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 4,4^2\, J = 0,968\, J$$

Παρατηρούμε ότι η μηχανική ενέργεια παραμένει πρακτικά σταθερή (η μικρή διαφορά μπορεί να οφείλεται σε σφάλματα μέτρησης ή σε μικρή αντίσταση από τον αέρα, που δεν μπορεί να αποκλειστεί πειραματικά).

(Μονάδες 7)

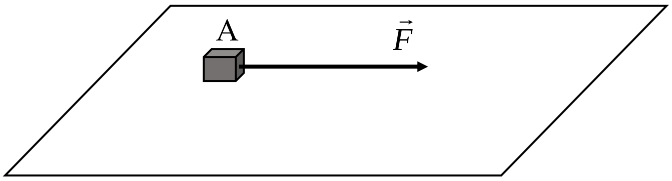
13565-Λύση

Σημείωση: Η πτώση της μπάλας δεν ήταν αμιγώς ευθύγραμμη κίνηση, λόγω των συνθηκών του πειράματος. Πραγματοποιήθηκε σε εξωτερικό χώρο και το χέρι του μαθητή / της μαθήτριας που άφησε τη μπάλα δεν ήταν απόλυτα ακίνητο στον οριζόντιο άξονα, κάτι που είχε σαν αποτέλεσμα η μπάλα να κάνει μια οριζόντια βολή με μικρό βεληνεκές. Αυτό δε μας εμποδίζει να μελετήσουμε την κατακόρυφή πορεία της μπάλας ανεξάρτητα από την οριζόντια κίνησή της.

ΘΕΜΑ 2ο

13567

2.1 Ξύλινος κύβος μάζας 0,5 kg βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινάει να ασκείται πάνω του οριζόντια σταθερή δύναμη F και ο κύβος ξεκινάει να ολισθαίνει. Δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



2.1.A Συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα:

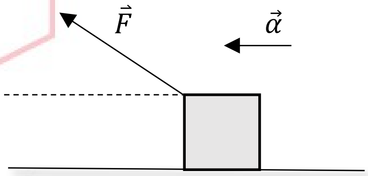
Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s				

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 8

2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων μετατοπίζεται κατά Δx πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, λόγω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι:

α) Θετικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\sigma\upsilon\nu\varphi - \mathrm{m}\alpha)\cdot\Delta x|$,

β) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\sigma\upsilon\nu\varphi - \mathrm{m}\alpha)\cdot\Delta x|$,

γ) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\eta\mu\varphi - \mathrm{m}\alpha)\cdot\Delta x|$.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

13567-Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s	2 m/s²	1 N	3,2 J	4 m/s

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{8}{4}\frac{m}{s^2} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

$$F = m \cdot a = 0{,}5\ \cdot 2\ N = 1\ N$$

$$W = F \cdot \Delta x = 1\ \cdot 4\ J = 4\ J$$

$$\upsilon = \ a \cdot \Delta t = 4\ \ \frac{m}{s}$$

2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2^{ο} νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \text{ (1)}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολ\,x} = F_x - T \text{ (2)}$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x την υπολογίζουμε με ανάλυση της F ως:

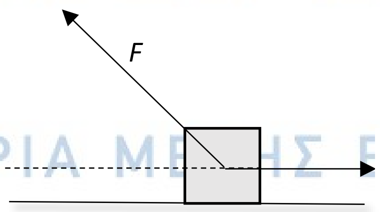
$$F_x = F \cdot συνφ \text{ (3)}$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot συνφ - T$$

$$T = F \cdot συνφ - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



Οπότε το έργο της τριβής είναι:

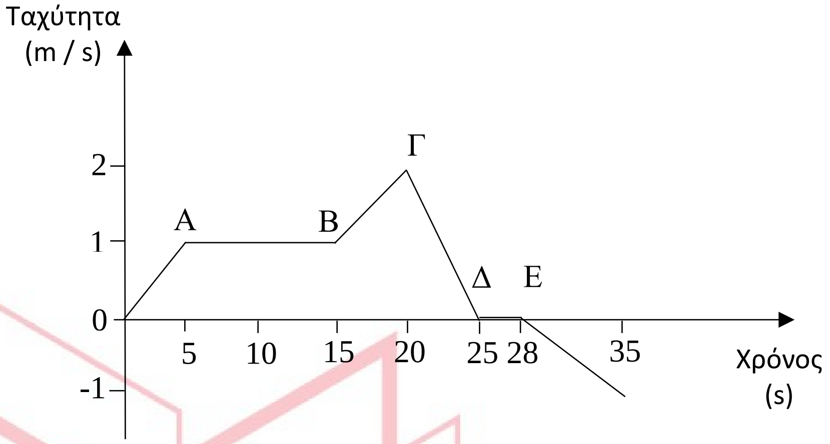
$$W_T = T\ \cdot \Delta x \cdot συν\ 180° \ = \ -(F \cdot συνφ - ma)\ \cdot \Delta x$$

Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

13569

ΘΕΜΑ 2ο

2.1 Το διπλανό διάγραμμα περιγράφει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο για σώμα που κινείται ευθύγραμμα.



2.1.Α Επιλέξτε την απάντηση που θεωρείτε σωστή, από τις τρεις πιο κάτω επιλογές. Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι θετικό:

α) το χρονικό διάστημα 0 – 15 s

β) το χρονικό διάστημα 5 s – 15 s

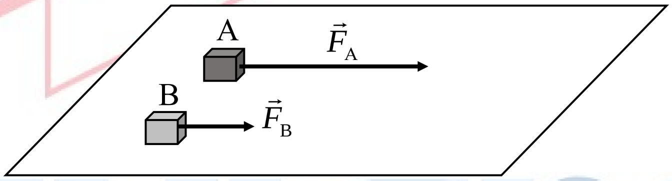
γ) το χρονικό διάστημα 20 s – 25 s

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = 3 \cdot F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\,s$ το κιβώτιο Β έχει διανύσει τριπλάσια απόσταση από το κιβώτιο Α.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

α) $m_A = m_B$, β) $m_A = 9\,m_B$, γ) $m_B = \frac{1}{3} m_A$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Ενδεικτική Λύση

13569-Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (α)

Για κάθε ένα χρονικό διάστημα (από όσα δίνονται ως επιλογές) το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να μας δώσει το πρόσημο του έργου της συνολικής δύναμης.

Αν $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0 \ τότε \ και \ W_{Fολ} > 0$

Στο χρονικό διάστημα 0 – 15 s η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 15\ s$ είναι μεγαλύτερη από τη ταχύτητα για $t = 0$. Άρα $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0$

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν ισχύει αυτό.

2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με το 2^{ο} νόμο του Newton

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Οπότε η σχέση που δίνεται: $F_A = 3 \cdot F_B$ γίνεται: $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B$ (1)

Τα δύο κιβώτια στον ίδιο χρόνο έχουν διανύσει διαφορετικές αποστάσεις για τις οποίες ισχύει:

$S_B = 3 \cdot S_A$, άρα $\frac{1}{2} \cdot \alpha_B \cdot t^2 = \frac{3}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$ και τελικά: $\alpha_B = 3 \cdot \alpha_A$ (2)

Από (1) και (2) προκύπτει λοιπόν: $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot 3 \cdot \alpha_A => m_A = 9 \cdot m_B$.

ΘΕΜΑ 2ο

13571

2.1 Σφαίρα μάζας m = 10 Kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.A Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $g/2$	1) 0 N
β) κάτω με επιτάχυνση g	2) 50 N
γ) πάνω με επιβράδυνση $g/2$	3) 100 N
δ) πάνω με σταθερή ταχύτητα	4) 150 N
	5) 200 N

Μονάδες 4

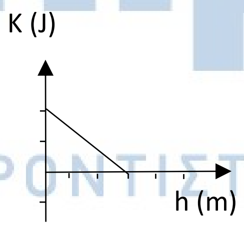
2.1.B Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 8

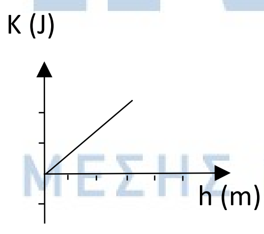
2.2 Ένας συμπαγής ομογενής κύβος αφήνεται να ολισθήσει προς τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι η συνολική διαδρομή που κάνει ο κύβος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο είναι L (από το σημείο που αφήνεται ως τη βάση του) καθώς και ότι το σημείο εκκίνησης απέχει ύψος h από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Επίσης η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.2.A Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα περιγράφει τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κύβου ως προς το ύψος του από το οριζόντιο δάπεδο.

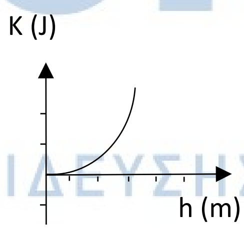
α)



β)



γ)



Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 9

13571-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις

α – 4

β – 1

γ – 2

δ – 3

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \; (1)$$

α) κίνηση με επιτάχυνση $a = g/2$

από (1) $T - m \cdot g = m \cdot g/2$ ή $T = \frac{3}{2} \cdot m \cdot g$ ή $T = 150\ N$

β) κίνηση με επιτάχυνση $a = -\, g$ (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της Τ).

από (1) $T - m \cdot g = -\, m \cdot g$ ή $T = 0\ N$

γ) κίνηση με επιτάχυνση $a = -\, g/2$ (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της Τ).

από (1) $T - m \cdot g = -\, m \cdot g/2$ ή $T = 50\ N$

γ) κίνηση προς τα πάνω με $a = 0\ \frac{m}{s^2}$

από (1) $T - m \cdot g = 0$ ή $T = 100\ N$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = \; K\tau\varepsilon\lambda = \; m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } \; 0 \leq y \leq h$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους. Συνεπώς στο διάγραμμα (α) φαίνεται ότι ο κύβος έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια όταν είναι σε ύψος (0 m) και στο μέγιστο ύψος (h) έχει μηδενική κινητική ενέργεια (ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα).

ΘΕΜΑ 2ο

13573

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος *h*. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της αρχικής του. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.Α Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια από την αρχική κινητική του, όταν απέχει από το έδαφος:

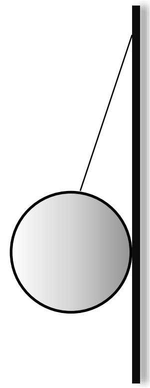
α) *h/3* , β) *h/2* , γ) *h*

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο.



2.2.Α Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα :

α) $\frac{m \cdot g}{\sigma\upsilon\nu\varphi}\eta\mu\varphi$, β) $\frac{m \cdot g}{\eta\mu\varphi}\sigma\upsilon\nu\varphi$, γ) $m \cdot g$.

.

Μονάδες 6

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

13573-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

2.1) Σωστή απάντηση: (γ)

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη (h) και στην κατώτερη θέση (0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

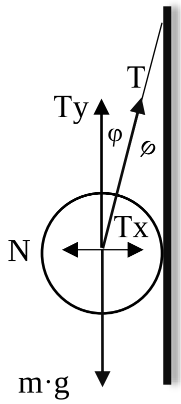
$$E_{MHX\alpha\rho\chi} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = K_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = 4 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

οπότε

$$U = 3 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

Δηλ. σε ύψος σε h – αρχική θέση

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος T και η δύναμη από τον τοίχο **N**.

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

<u>Στον κατακόρυφο άξονα:</u>

$$T_y = m \cdot g \text{ ή } T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \text{ ή } T = \frac{m \cdot g}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

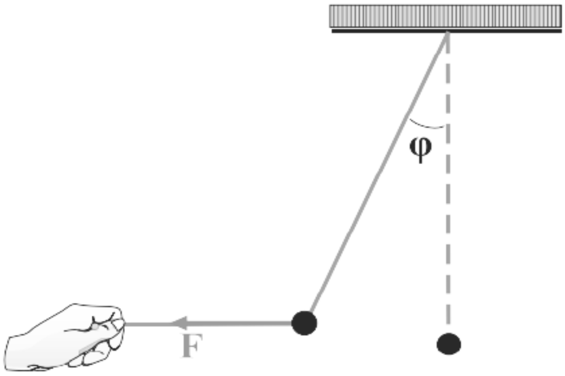
<u>Στον οριζόντιο άξονα:</u>

$$T_x = \boldsymbol{N} \text{ ή } T \cdot \eta\mu\varphi = \boldsymbol{N} \text{ ή } \boldsymbol{N} = \frac{m \cdot g}{\sigma\upsilon\nu\varphi}\eta\mu\varphi$$

ΘΕΜΑ 2ο

13574

2.1 Σφαίρα μάζας 1 kg ισορροπεί όπως στο σχήμα υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F = 10 N. Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



2.1.Α Η γωνία απόκλισης του (αβαρούς) νήματος από την κατακόρυφο στην θέση ισορροπίας της σφαίρας είναι:

α) 30^o , β) 45^o , γ) 60^o.

Δίνονται: συν60ο = ημ30ο = 0,5, ημ45ο = συν45ο = $\frac{\sqrt{2}}{2}$

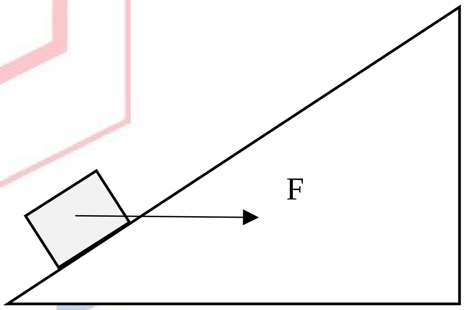
και ημ60ο = συν30ο = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Μονάδες 6

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία 30ο με τον ορίζοντα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι μ = 0,2 και το σώμα διανύει συνολικό μήκος 10 m. Δίνονται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ημ30ο = 0,5 και συν30ο = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Β2.1 Αν το έργο της τριβής κατά την μετακίνηση του σώματος είναι $-20\sqrt{3}$ J, το μέτρο της δύναμης F ισούται με:

α) $10\sqrt{3}\,N$, β) $5\sqrt{3}\,N$, γ) $\frac{5\sqrt{3}\,N}{3}$.

Μονάδες 6

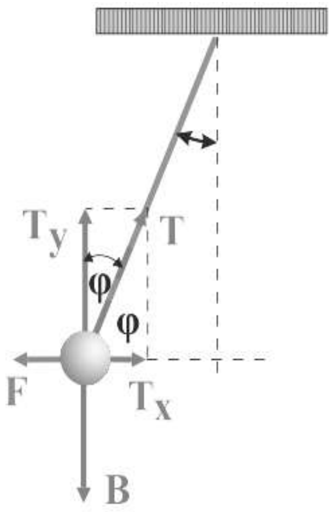
Β2.2 Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

13574-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)



Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$T_y = m \cdot g$ ή $T \cdot συνφ = m \cdot g$

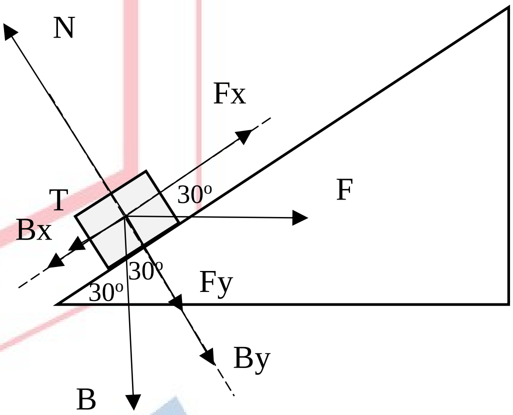
Στον οριζόντιο άξονα:

$T_\chi = F$ ή $T \cdot ημφ = F$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη προκύπτει: $\frac{ημφ}{συνφ} = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{10}{10} = 1$

Άρα η γωνία είναι 45°.

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Το έργο της τριβής θα είναι: $W_T = T \cdot \Delta x \cdot συν180^o$, άρα

$$-20\sqrt{3} = T \cdot 10 \cdot (-1)$$

Άρα $T = 2\sqrt{3}\ N$ και από τον ορισμό της τριβής:

$T = \mu \cdot \boldsymbol{N}$ ή $\boldsymbol{N} = 10\sqrt{3}\ N$

Στον κάθετο άξονα:

Με βάση τον 1ο νόμο Newton:

$F_y + B_y = \boldsymbol{N}$ ή $F_y = \boldsymbol{N} - m \cdot g \cdot συν30^o = 5\sqrt{3}\ N$

Και δεδομένου ότι: $F_y = F \cdot ημ30^o$

Προκύπτει ότι: $F = 10\sqrt{3}\ N$

ΘΕΜΑ 2ο 13575

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h_1. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος (οριακά πριν ακουμπήσει στο έδαφος) είναι διπλάσια της αρχικής του. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη αλλά αυτή τη φορά αφήνουμε το σώμα από ύψος h_2 χωρίς αρχική ταχύτητα και καταλήγει να έχει πάλι την ίδια τελική κινητική ενέργεια. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.Α Η σχέση που συνδέει τα ύψη h_1 *και* h_2 είναι:

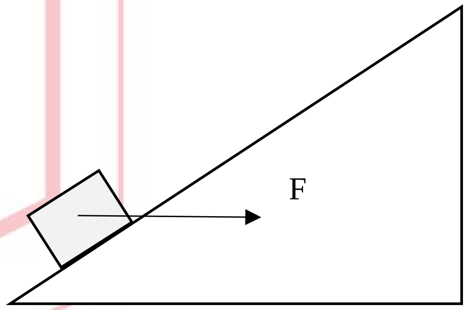
α) $h_1 = 2 \cdot h_2$, β) $2 \cdot h_1 = h_2$, γ) $h_2 = 4 \cdot h_1$.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει με σταθερή ταχύτητα προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο (γωνίας φ) υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F (όπως στο σχήμα). Δίνονται ως δεδομένα: ο συντελεστής τριβής του επιπέδου μ = 0,2 , $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



2.2.Α Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα και ισχύει: $ημφ = συνφ$ ποια από τις επόμενες επιλογές είναι σωστή;

α) $F = \frac{3}{2} \cdot B$, β) $\frac{3}{2} \cdot F = B$, γ) $F = B$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13575-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

1η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη h_1 θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{MHX\alpha\rho\chi} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = K_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = 2 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

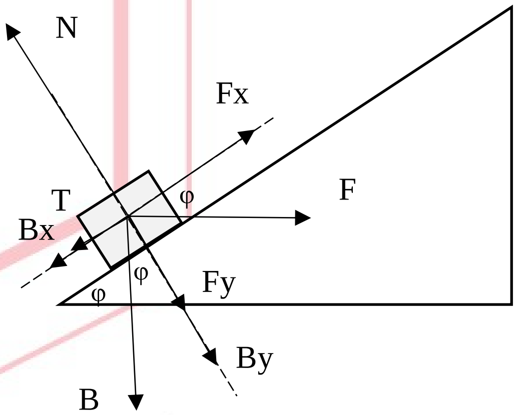
$$\text{Οπότε: } U = K_{\alpha\rho\chi} = K \text{ ή } K = mgh_1$$

2η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη h_2 θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{MHX\alpha\rho\chi,2} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda,2} \text{ ή } U_2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} = 2 \cdot K \text{ ή } mgh_2 = 2 \cdot mgh_1$$

$$\text{Οπότε: } h_2 = 2 \cdot h_1$$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Έστω σύστημα αναφοράς όπως αυτό του σχήματος.

Δεδομένου ότι το σώμα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

<u>Στον κάθετο άξονα:</u>

$B_y + F_y = N$ ή $B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi = N$ (1)

<u>Στον παράλληλο άξονα:</u>

$$F_x = B_x + T \text{ ή } F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + T$$

Δεδομένου ότι $T = \mu \cdot N$ η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot N$$

και, λόγω της (1) και επειδή $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\varphi$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi)$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + 0{,}2 \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

$$0{,}8 \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 1{,}2 \cdot B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$8 \cdot F = 12 \cdot B$$

$$2 \cdot F = 3 \cdot B$$

$$F = \frac{3}{2} \cdot B$$

ΘΕΜΑ 2ο 13576

2.1 Σφαίρα μάζας m = 10 Kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος . Γνωρίζετε ότι: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.Α Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $g/4$	1) 0 N
β) κάτω με επιτάχυνση g	2) 50 N
γ) πάνω με επιβράδυνση $g/2$	3) 100 N
δ) πάνω με σταθερή ταχύτητα	4) 125 N
	5) 200 N

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας συμπαγής ομογενής κύβος μάζας m ολισθαίνει προς την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30ο ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι ο κύβος ξεκινάει με αρχική ταχύτητα υ και διανύει μήκος L μέχρι την κορυφή. Επίσης η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου απέχει ύψος h από τη βάση του. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.2.Α Επιλέξτε ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του κύβου όταν φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου:

α) $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - mgh$, β) $mgL - \frac{1}{2}m\upsilon^2$, γ) $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - mgL\sigma\upsilon\nu 30^o$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13576-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις

α – 4

β – 1

γ – 2

δ – 3

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \ (1)$$

α) κίνηση με επιτάχυνση $a = \frac{g}{4}$

από (1) $T - m \cdot g = m \cdot \frac{g}{4}$ ή $T = 5 \cdot m \cdot \frac{g}{4}$ ή $T = 125\ N$

β) κίνηση με επιτάχυνση $a = g$

από (1) $T - m \cdot g = \ - m \cdot g$ ή $T = m \cdot g - m \cdot g = 0\ N$

γ) κίνηση με επιτάχυνση $a = -\ g/2$ (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της Τ)

από (1) $T - m \cdot g = - m \cdot \frac{g}{2}$ ή $T = m \cdot \frac{g}{2} = 50\ N$

δ) κίνηση με σταθερή ταχύτητα άρα $a = 0\ \frac{m}{s^2}$

από (1) $T - m \cdot g = 0$ ή $T = 100\ N$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Συμβολίζουμε με K_y την κινητική ενέργεια του κύβου σε ύψος y.

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει:

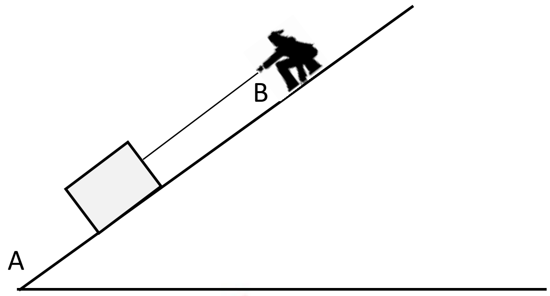
$$K_y - K_{αρχ} = - m \cdot g \cdot y \text{ ή } K_y = K_{αρχ} - m \cdot g \cdot y$$

Δηλαδή, η κινητική ενέργεια εξαρτάται από το ύψος y του σώματος και όταν φτάσει σε ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο:

$$K_{τελ} = K_{αρχ} - m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 - mgh$$

13579

Θέμα 4ο



Η αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη είναι να τραβάει και να μετακινεί κιβώτια σε κεκλιμένο επίπεδο. Ο Μιχάλης στέκεται ακίνητος στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και μετακινεί ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος στο οποίο κατά την μετακίνηση ασκεί δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου και ίδιας διεύθυνσης με αυτήν του επιπέδου. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι γωνίας φ (δίνεται ότι $\eta\mu\varphi = 0{,}6\ \kappa\alpha\iota\ \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$) και η απόσταση που διανύει το κιβώτιο από τη βάση του επιπέδου (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10 m. Δίνεται ότι το κιβώτιο έχει μάζα 10 kg, η χρονική διάρκεια της μετακίνησης του από το σημείο (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10 s και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m}/s^2$. Αν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρηθεί λείο:

4.1) Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο σε ένα τυχαίο σημείο της διαδρομής (ανάμεσα στα Α, Β)

4.2) Υπολογίστε το έργο του βάρους για τη διαδρομή Α-Β.

4.3) Τι ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο στη θέση Β;

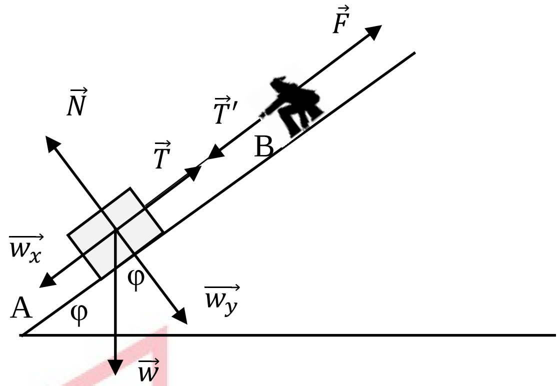
Στην πραγματικότητα όμως το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο, οπότε στο κιβώτιο κατά την κίνηση του ασκείται και η τριβή ολίσθησης.

4.4) Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, για ποια τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου ο Μιχάλης χρειάζεται 50% περισσότερη ενέργεια (από την ενέργεια που χρειάστηκε για να μετακινήσει το ίδιο κιβώτιο σε λείο επίπεδο) για να μετατοπίσει το κιβώτιο στον ίδιο χρόνο από το σημείο Α στο Β;

(Μονάδες 7+5+6+7)

13579-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>



4.1) Αν το επίπεδο είναι λείο στο κιβώτιο θα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη δύναμη του δαπέδου και η τάση του νήματος. Λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος

$T = T' = F$, όπου η Τ' η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο χέρι του Μιχάλη και F η δύναμη που ασκεί ο Μιχάλης στο νήμα. Όπως στο σχήμα:

Με μέτρα: $w = m \cdot g = 100\ N$

$w_x = m\ \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 60\ N$

Για τον άξονα των y: $N = w_y = m\ \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 80\ N$

Και για τον άξονα των x: $F - w_x = m\ \cdot a$ ή $F = m\ \cdot a + w_x$ (1)

Το κιβώτιο ανεβαίνει 10 m σε 10 s οπότε

$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$ ή $a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = 0{,}2\ \frac{m}{s^2}$

Άρα από τη σχέση (1) προκύπτει: $F = (2 + 60)N = 62\ N$

(Μονάδες 7)

4.2) Ένας από τους πιθανούς τρόπους να υπολογιστεί το έργο του βάρους είναι

$$W = -m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \cdot (AB) = -600J \text{ ή } -0{,}6\ kJ$$

(Μονάδες 5)

4.3) Το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το κιβώτιο κατά την μετακίνηση (ΑΒ) είναι:

$$W_{F o\lambda} = (F - m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi) \cdot (AB) = 20J \text{ ή } 0{,}02\ kJ$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε.: $K_B - K_A = W_{F o\lambda}$ ή $\frac{1}{2}\ m\,\upsilon^2 = W_{F o\lambda}$ ή $\upsilon^2 = \frac{2 \cdot W_{F o\lambda}}{m} = 4\left(\frac{m}{s}\right)^2$

Οπότε: $\upsilon = 2\ \frac{m}{s}$

(Μονάδες 6)

4.4) Το έργο της δύναμης F όταν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο είναι:

$$W_F = F \cdot (AB) = 620J$$

Άρα, λόγω της τριβής θα απαιτούνται επιπλέον $620J \cdot 50\% = 310J$ κατανάλωση ενέργειας από τον Μιχάλη.

Έργο Τριβής: $W_T = -\ \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot (AB) = -310\ J$

Οπότε:

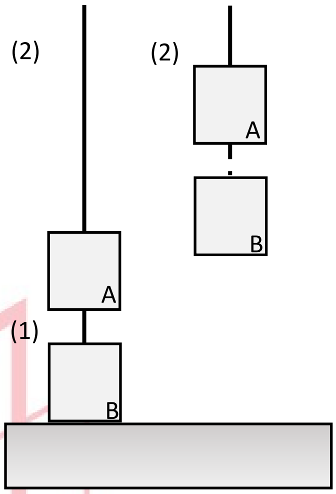
$$\mu = \frac{310}{10 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot 10} = 0{,}3875 \cong 0{,}4$$

(Μονάδες 7)

13580

Θέμα 4ο

Δύο σώματα Α και Β μάζας 3 Kg το κάθε ένα ενωμένα με αβαρές και άκαμπτο νήμα (1) βρίσκονται αρχικά ακίνητα με τη μάζα Β να ακουμπάει στο έδαφος και το νήμα (1) να είναι τεντωμένο (αρχικό ύψος μάζας Α από το έδαφος $h_o = 0{,}5m$). Στην πάνω πλευρά της μάζας Α υπάρχει δεμένο άκαμπτο και αβαρές νήμα (2) το οποίο είναι συνδεδεμένο (στην άλλη του άκρη) με γερανό ανύψωσης. Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκείται στη μάζα Α (μέσω του νήματος) μια κατακόρυφη (προς τα πάνω) σταθερή δύναμη με μέτρο 72 N. Τα σώματα αρχίζουν να ανυψώνονται κινούμενα σε κατακόρυφη διεύθυνση. Τη στιγμή που το σώμα Α έχει διανύσει απόσταση Δx = 16 m, κόβεται το νήμα (1). Η πάνω μάζα παραμένει συνδεδεμένη με το νήμα (2) του γερανού και τη στιγμή που κόβεται το νήμα (1) έχει την ίδια ταχύτητα που είχε και πριν το κόψιμο του νήματος (1). Η μάζα Β πέφτει μετά από λίγο στο έδαφος. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



Να υπολογίσετε:

4.1) Την επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα σώματα πριν κοπεί το νήμα (1) .

4.2) Τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα (1) και την ταχύτητα που θα έχουν τότε οι μάζες..

4.3) Την κινητική ενέργεια της μάζας Α τη χρονική στιγμή t_2 = 5 s.

4.4) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργεια της μάζας Α, ως προς το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους, για όλη τη διάρκεια της κίνησης των 5 s .

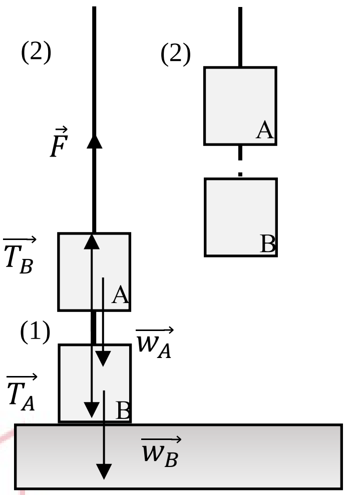
(Μονάδες 6+5+7+7)

13580-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Λόγω αβαρούς και άκαμπτου νήματος ισχύει: $T_A = T_B$.

Εφαρμόζουμε το 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα :



$$\sum \vec{F} = m_{o\lambda} \cdot \vec{\alpha}$$

Όπου με θετική φορά προς τα πάνω έχουμε:

$$F + T_B - T_A - (m_A + m_B) \cdot g = (m_A + m_B) \cdot \alpha$$

$$\alpha = \frac{F - (m_A + m_B) \cdot g}{(m_A + m_B)} = \frac{72 - 60}{6} \frac{m}{s^2} = 2 \ \frac{m}{s^2}$$

(Μονάδες 6)

4.2) Η μάζα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για μετατόπιση Δx = 16 m προς τα πάνω.

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2 \text{ οπότε: } \Delta t = 4 \ s$$

$$\upsilon_{4s} = \alpha \cdot \Delta t = 8 \ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 5)

4.3) Το νήμα (1) κόβεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \ s$ και η μάζα Α συνεχίζει να ανεβαίνει υπό την επίδραση: της σταθερής δύναμης F του γερανού και του βάρους της. Η μάζα Α θα αποκτήσει νέα επιτάχυνση αφού η δύναμη F ασκείται πλέον μόνο σε αυτή.

$$F - m_A \cdot g = m_A \cdot \alpha' \text{ ή } \alpha' = \frac{F - m_A \cdot g}{m_A} = \frac{72-30}{3} \frac{m}{s^2} = 14 \ \frac{m}{s^2}$$

Για την κινητική ενέργεια του Α τη χρονική στιγμή $t_2 = 5 \ s$ έχουμε:

$$\upsilon_{5s} = \upsilon_{4s} + \alpha' \cdot \Delta t' = \upsilon_{4s} + \alpha' \cdot (t_2 - t_1) = (8 + 14 \cdot 1) \frac{m}{s} = 22 \ \frac{m}{s}$$

$$K_{5s} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_{5s}{}^2 = 726 \ J$$

(Μονάδες 7)

4.4) Η δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή t = 0 s ($h_o = 0{,}5 m$) είναι $U_o = m_A \cdot g \cdot h_o = 15 \ J$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \ s$ η μάζα Α βρίσκεται σε ύψος $h_1 = (16 + 0{,}5)m$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια του είναι:

$$U = m_A \cdot g \cdot h_1 = 495 \ J$$

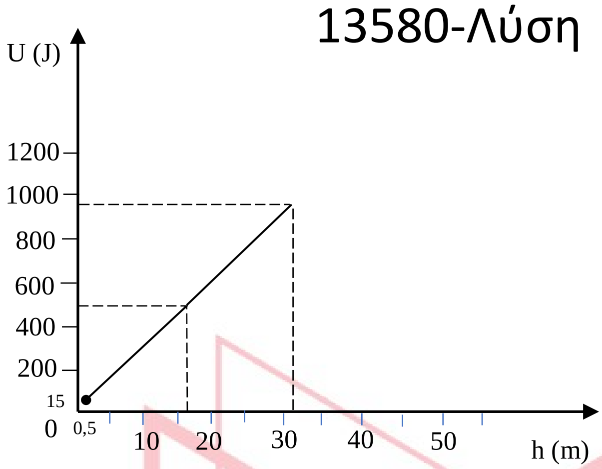
Τη χρονική στιγμή $t_2 = 5 \ s$ η μάζα Α θα έχει ανέβει σε ύψος:

$$H = h_1 + \upsilon_{4s} \cdot \Delta t' + \frac{1}{2} \alpha' \cdot \Delta t'^2 = (16{,}5 + 8 + 7)m = 31{,}5 \ m$$

Άρα η δυναμική ενέργεια της μάζας Α στην τελική της θέση ($t_2 = 5 \ s$) θα είναι $U_T = m_A \cdot g \cdot H = 945 \ J$

Ακολουθεί το διάγραμμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργεια της μάζας Α, ως προς το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους:

13580-Λύση

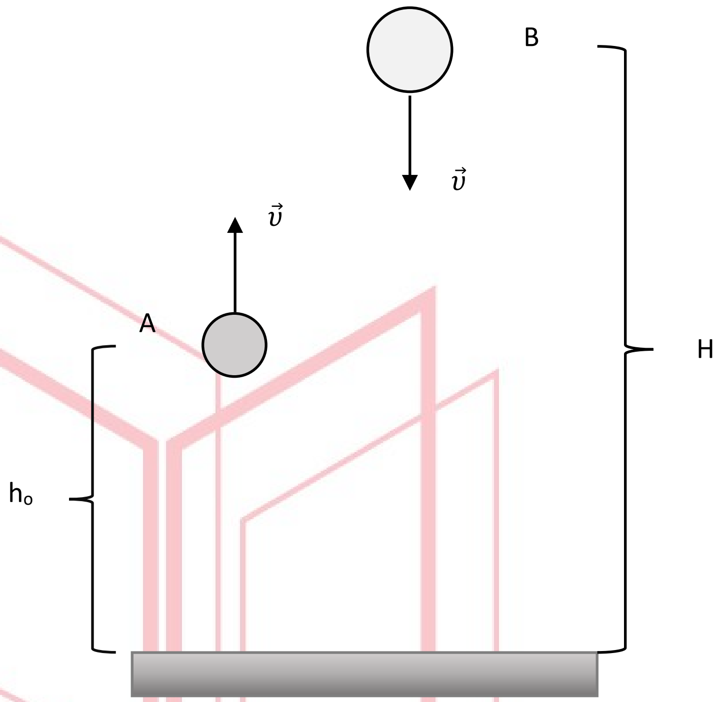


(Μονάδες 7)

13581

Θέμα 4ο

Σώμα Α μάζας m_A = 0,5 Kg βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_o$ = 10 m/s, από ύψος h_o = 5 m. Την ίδια χρονική στιγμή, από ύψος Η ίσο με το μέγιστο της τροχιάς του Α, βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω σώμα Β, μάζας m_B = 2 Kg, με αρχική ταχύτητα μέτρου επίσης $υ_o$, σε μια παράλληλη τροχιά με αυτή του Α. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



Να υπολογίσετε:

4.1) Το ύψος Η (από το έδαφος) από το οποίο βάλλεται το σώμα Β.

4.2) Τη χρονική στιγμή όπου οι αποστάσεις των δύο σωμάτων από το έδαφος θα είναι ίσες.

4.3) Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο θα βρίσκεται το κάθε σώμα τη χρονική στιγμή t = 0,25 s.

4.4) Την μηχανική ενέργεια του κάθε σώματος.

(Μονάδες 6+7+6+6)

13581-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Το ύψος H από το οποίο βάλλεται το σώμα B είναι το ανώτερο ύψος της τροχιάς του σώματος A.

$$\upsilon_{A\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_o - g \cdot t_A \text{ ή } \frac{\upsilon_o - \upsilon_{A\tau\varepsilon\lambda}}{g} = t_A \text{ ή } t_A = 1\, s$$

$$H = h_o + \upsilon_o \cdot t_A - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \left(5 + 10 - \frac{10}{2}\right) m = 10\, m, \text{ από το έδαφος.}$$

Άρα $H = 2 \cdot h_o$ και η διαφορά ύψους των σημείων Α-Β είναι h_o.

(Μονάδες 6)

4.2) Τη χρονική στιγμή t_K που θα βρεθούν και τα δύο σώματα στο ίδιο ύψος, το σώμα Α θα έχει διανύσει απόσταση y από την αρχική του θέση και το σώμα Β θα έχει κατέβει κατά $h_o - y$ από τη θέση εκκίνησης.

$$y = \upsilon_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

$$h_o - y = \upsilon_o \cdot t_K + \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_K}^2$$

Αν προσθέσω κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι: $h_o = 2 \cdot \upsilon_o \cdot t_K$ ή $t_K = \frac{h_o}{2 \cdot \upsilon_o} = \frac{5}{20} s$ ή $t_K = 0{,}25\, s$

β΄ τρόπος

Οι εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων είναι:

$$y_1 = h_o + \upsilon_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

και

$$y_2 = H - \upsilon_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Όταν τα σώματα απέχουν ίσες αποστάσεις από το έδαφος ισχύει:

$$y_1 = y_2 \quad \text{ή} \quad h_o + \upsilon_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_K}^2 = H - \upsilon_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_K}^2 \quad \text{ή} \quad h_o + \upsilon_o \cdot t_K = H - \upsilon_o \cdot t_K$$

$$\text{ή} \quad 2\upsilon_o \cdot t_K = H - h_o \quad \text{ή} \quad t_K = \frac{H - h_o}{2\upsilon_o} \quad \text{ή} \quad t_K = 0{,}25 s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Τα δύο σώματα θα βρίσκονται σε ύψος y πάνω από την επιφάνεια του εδάφους οπότε:

$$y = h_o + \upsilon_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = (5 + 2{,}5 - 0{,}3125) m \cong 7{,}19\, m$$

(Μονάδες 6)

4.4) Η μηχανική ενέργεια των σωμάτων Α και Β διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τους. Αν επιλέξουμε να βρούμε τη μηχανική τους ενέργεια στο ανώτερο ύψος της τροχιάς τους.

Για το σώμα Α

$$E_A = U_A + K_A = m_A \cdot g \cdot H = 0{,}5 \cdot 10 \cdot 10 J = 50\, J$$

Για το σώμα Β

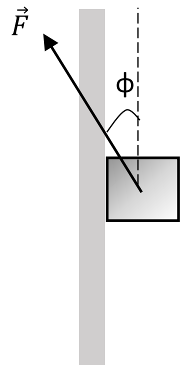
$$E_B = U_B + K_B = m_B \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot {\upsilon_o}^2 = \left(2 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2\right) J = 300\, J$$

(Μονάδες 6)

13582

Θέμα 4ο

Σώμα μάζας $m_A = 3\ Kg$ ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = \frac{1}{3}$. Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι : $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$, $\sigma\upsilon\nu(180^o - \varphi) = -0{,}8$.



Να υπολογίσετε:

4.1) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.

Μονάδες 6

4.2) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $2\ \frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 6

4.3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση $5\ m$, αν το σώμα κινείται όπως περιγράφει το ερώτημα 4.2.

Μονάδες 7

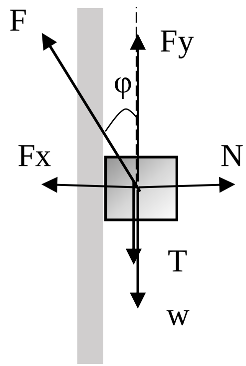
Αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μηδενιζόταν,

4.4) υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής και της μηχανικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση 10 m.

Μονάδες 6

Ενδεικτική Λύση

13582-Λύση



4.1) Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$F_y - T - w = 0 \ \ (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

όπου $T = \mu \cdot N = \mu \cdot Fx$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot συνφ - \mu \cdot F \cdot ημφ - m \cdot g = 0$$

$$\left(F \cdot 0{,}8 \ - \frac{1}{3} \cdot F \cdot 0{,}6 \ - 3 \cdot 10\right) N = 0\,N \text{ ή } 0{,}6 \cdot F = 30N \text{ ή } F = \ 50\,N$$

Μονάδες 6

4.2) Αν το σώμα κατεβαίνει προς τα κάτω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Στον κατακόρυφο άξονα ας θεωρήσουμε θετική τη φορά της κίνησης του σώματος. Από 1ο και 2ο νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - \ F'y = m \cdot \alpha \ \ (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } F'x = N$$

Όπου με συμβολίζουμε F' το νέο μέτρο της δύναμης.

Άρα:

$$m \cdot g - \mu \cdot F' \cdot ημφ - F' \cdot συνφ = m \cdot \alpha$$

$$3 \cdot 10\,N - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0{,}6 - F' \cdot 0{,}8 = 3 \cdot 2\,N \text{ ή } 24\,N = \ F' \cdot 1 \text{ ή } F' = \ 24\,N$$

Μονάδες 6

4.3) Το έργο της δύναμης F' για μετατόπιση 5 m είναι:

$$W_F = F' \ \cdot \Delta x \cdot \ συν(180^o - \varphi) = 24 \cdot 5 \ \cdot (-\,0{,}8)J = -96J$$

Μονάδες 3

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας για τη μετατόπιση $\Delta x \ = \ 5\,m$ θα ισούται με το έργο της συνολικής δύναμης στον κατακόρυφο άξονα.

$$\Delta K = \ F_{ολ} \cdot \Delta x \ = m \cdot \alpha \ \cdot \Delta x = 3 \cdot 2 \cdot 5\,J = 30\,J$$

Μονάδες 4

4.4) Αν το μέτρο της δύναμης F γίνει μηδενικό, το ίδιο θα ισχύει και για τις συνιστώσες της. Άρα το σώμα θα κινείται προς τα κάτω χωρίς τριβή.

Δηλαδή το σώμα θα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους του, οπότε θα έχουμε μια ελεύθερη πτώση.

Για την μετατόπιση $\Delta x' = 10m$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι:

$$\Delta K = \ m \cdot g \cdot \Delta x' = \ 3 \cdot 10 \cdot 10J = 300J$$

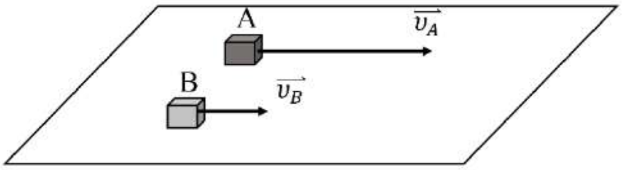
Μονάδες 3

Η μηχανική ενέργεια θα παραμένει σταθερή όσο το σώμα κινείται ελεύθερο χωρίς τριβές, οπότε $\Delta E = 0$.

Μονάδες 3

13583

Θέμα 4ο



Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες m_A = 2 Kg και m_B = 8 Kg ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω στο ίδιο (απείρου μήκους) επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_o = 0 s (θέση x_o = 0) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο Α έχει ταχύτητα υ_{A0} = 30 m/s και ο Β έχει υ_{B0} = 10 m/s. Ο Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση α_A = 5 m/s^2, που έχει φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του, ενώ ο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και σωμάτων είναι $\mu = 0{,}4$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1) Το μέτρο της συνολικής δύναμης που ασκείται σε κάθε σώμα.

4.2) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα ξαναβρεθούν τα σώματα πάλι το ένα δίπλα στο άλλο (θέση x_1);

4.3) Ποιες δύο χρονικές στιγμές t_1 ,t_2 τα σώματα θα έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα;

4.4) Το έργο της τριβής για το κάθε σώμα κατά το χρονικό διάστημα από t_o έως t_2.

(Μονάδες 5+6+7+7)

$\vec{F}_A$

13583-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Το σώμα Β που κινείται με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη.

Το σώμα Α δέχεται συνισταμένη δύναμη $F o\lambda = m \cdot \alpha_A = 2 \cdot 5N = 10\ N$, με φορά ίδια με της επιτάχυνσης, δηλαδή αντίθετη από της ταχύτητας.

(Μονάδες 5)

4.2) Το σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα (αρχικά μικρότερη της ταχύτητας του σώματος Α). Το σώμα Α απομακρύνεται από τη θέση $x_o = 0$ πιο γρήγορα από το Β, με ταχύτητα όμως που διαρκώς μειώνεται αφού επιβραδύνεται. Την στιγμή που η ταχύτητά του θα μηδενιστεί, ακινητοποιείται στιγμιαία και μετά αλλάζει φορά κίνησης.

Για το σώμα Β: $x = \upsilon_{B0} \cdot t$

Για το σώμα Α: $x = \upsilon_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$, από αυτές τις δύο με αντικατάσταση του x:

$$\upsilon_{B0} \cdot t = \upsilon_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$$

Οπότε προκύπτει $t = 0$ ή $t = 8\ s$

Δηλαδή τα σώματα θα ξαναβρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο μετά από 8s.

(Μονάδες 6)

4.3) Αφού το Β έχει σταθερή ταχύτητα, αρκεί να βρούμε πότε η ταχύτητα του Α γίνεται κατά μέτρο ίση με 10m/s:

$$\upsilon_{A1} = \upsilon_{A0} - \alpha_A \cdot t_1 \text{ ή } \alpha_A \cdot t_1 = \upsilon_{A0} - \upsilon_{A1} \text{ ή } t_1 = \frac{\upsilon_{A0} - \upsilon_{A1}}{\alpha_A}$$

Στην μία περίπτωση θα έχουμε $\upsilon_{A1} = 10m/s$, οπότε η παραπάνω σχέση μας δίνει:

$$t_1 = 4s$$

(Μονάδες 3)

Για $\upsilon_{A2} = -10m/s$ έχουμε:

$$t_2 = 8\ s$$

(Μονάδες 4)

Δ4) Το έργο της τριβής θα υπολογιστεί για κάθε σώμα:

Σώμα Β:

Η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο 8 s είναι $\Delta x = \upsilon_{B0} \cdot t_2 = 80\ m$

Και η τριβή $T_B = \mu \cdot N = \mu \cdot m_B \cdot g = 0{,}4 \cdot 8 \cdot 10N = 32\ N$

Άρα έργο τριβής: $W_{TB} = T_B \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -32 \cdot 80J = -2560J$

(Μονάδες 3)

Σώμα Α:

Το σώμα Α αλλάζει φορά κίνησης τη χρονική στιγμή 6s. Συνεπώς το διάστημα που διανύει στην διάρκεια των 8s δε συμπίπτει με την μετατόπισή του. Άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής με τον τρόπο που εφαρμόσαμε στην περίπτωση του Β.

13583-Λύση

Για 6 s διανύει: $x' = \upsilon_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$ ή $x' = \left(30 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36\right) m = 90\ m$

Τα επόμενα 2 s προς την αντίθετη κατεύθυνση $x'' = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4\ m = 10\ m$

Άρα συνολικά διανύει μήκος διαδρομής 100 m.

Η τριβή σε όλο το χρονικό διάστημα κίνησης έχει κατεύθυνση αντίθετη της φοράς κίνησης και της μετατόπισης. Έχει όμως σταθερό μέτρο:

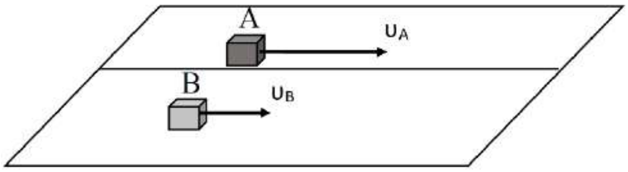
$$T_A = \mu \cdot N' = \mu \cdot m_A \cdot g = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10 N = 8\ N$$

Άρα συνολικό έργο τριβής: $W_{TA} = T_A \cdot (x' + x'') \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -8 \cdot (10 + 90) J = -800 J$

(Μονάδες 4)

13584

Θέμα 4ο



Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες m_A = 2 Kg και m_B = 4 Kg ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω σε ένα απείρου μήκους επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_o = 0 s (θέση x_o = 0) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο κύβος Α έχει ταχύτητα $υ_{A0}$ = 20 m/s και ο Β έχει ταχύτητα $υ_{B0}$ = 10 m/s. Και στους δύο ασκούνται κατάλληλες σταθερές δυνάμεις F_1 και F_2 προς τη φορά της κίνησης τους, με αποτέλεσμα και οι δύο να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κύβων είναι $\mu_A =\ 0{,}4$ και $\mu_B =\ 0{,}1$ αντίστοιχα, η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

4.1) Τις δυνάμεις F_1 και F_2 που ασκούνται στους δύο κύβους.

Την χρονική στιγμή t_o = 0 s παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2

4.2) Διερευνήστε αν οι δύο κύβοι σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες. Αν ναι σε ποια; αν όχι αιτιολογήστε την απάντηση σας.

4.3) Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο μέχρι τη χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;

Μελετήστε τώρα την περίπτωση όπου τη χρονική στιγμή t_o = 0 s οι κύβοι δέχονται δυνάμεις F_1 = 8 N και F_2 = 4 N που έχουν κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα των κύβων. Οι δυνάμεις αυτές παραμένουν σταθερές για όλο το διάστημα της κίνησης των κύβων.

4.4) Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κύβοι θα ξαναβρεθούν ο ένας δίπλα στον άλλο; Αν ναι ποιες είναι αυτές, αν όχι γιατί;

(Μονάδες 5+7+6+7)

Ενδεικτική Λύση

13584-Λύση

4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10N = 8\,N$$
$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0{,}1 \cdot 4 \cdot 10N = 4\,N$$

(Μονάδες 5)

4.2) Χωρίς τις δυνάμεις F_1 και F_2 τα σώματα κάνουν ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Θα κινηθούν μέχρι να ακινητοποιηθούν.

Για τον κύβο Α έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{T_A}{m_A} = 4\,\frac{m}{s^2}$$

Η στιγμή της ακινητοποίησης, έστω t_1, υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$\upsilon_A = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } 0 = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } t_1 = \frac{\upsilon_{A0}}{\alpha_1} \text{ ή } t_1 = 5s$$

Η μετατόπισή του ως εκείνη την στιγμή είναι:

$$\Delta x = \upsilon_{A0} \cdot t_1 - \frac{1}{2}\cdot \alpha_1 \cdot {t_1}^2 = \left(20 \cdot 5 - \frac{1}{2}\cdot 4 \cdot 5^2\right) m = 50\,m$$

Αντίστοιχα, για τον κύβο Β:

$$\alpha_2 = \frac{T_B}{m_B} = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$\upsilon_B = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } 0 = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } t_2 = \frac{\upsilon_{B0}}{\alpha_2} \text{ ή } t_2 = 10s$$

$$\Delta x' = \upsilon_{B0} \cdot t_2 - \frac{1}{2}\cdot \alpha_2 \cdot {t_2}^2 = \left(10 \cdot 10 - \frac{1}{2}\cdot 1 \cdot 10^2\right) m = 50\,m$$

Έστω t_κ η χρονική στιγμή κατά την οποία οι δύο κύβοι θα έχουν την ίδια ταχύτητα. Ισχύει:

$$\upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \upsilon_{B0} - \alpha_2 \cdot t_\kappa$$
$$t_\kappa = \frac{\upsilon_{A0} - \upsilon_{B0}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{20-10}{4-1} s = 3{,}33\,s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο θα υπολογιστεί από το Θ.Μ.Κ.Ε.

Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η κοινή ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$\upsilon_\kappa = \upsilon_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \left(20 - 4 \cdot \frac{10}{3}\right)\frac{m}{s} = \frac{20}{3}\frac{m}{s} = 6{,}67\,\frac{m}{s}$$

Για το σώμα Α:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Ta}$$
$$\frac{1}{2}\cdot m_A \cdot {\upsilon_\kappa}^2 - \frac{1}{2}\cdot m_A \cdot {\upsilon_{A0}}^2 = W_{Ta}$$
$$\left[\frac{1}{2}\cdot 2 \cdot (\frac{20}{3})^2 - \frac{1}{2}\cdot 2 \cdot 20^2\right] J = W_{Ta}$$
$$W_{Ta} = -355.56\,J$$

Για το σώμα Β:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{T\beta}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_\kappa{}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_{B0}{}^2 = W_{T\beta}$$

$$\left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (\frac{20}{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2\right] J = W_{Ta}$$

$$W_{Ta} = -111.11\, J$$

(Μονάδες 6)

4.4) Αν τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ s οι δυνάμεις $F_1 = 8$ N και $F_2 = 4$ N έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

<u>Για τον κύβο Α:</u>

$$\alpha'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8\ \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $\upsilon_A = \upsilon_{A0} - \alpha'_1 \cdot t'_1$ ή $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$ ή $t'_1 = 2{,}5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy: $\Delta y = \upsilon_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_1 \cdot t'_1{}^2 = \left[20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (\frac{5}{2})^2\right] m = 25\, m$

<u>Για τον κύβο Β:</u>

$$\alpha'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $\upsilon_B = \upsilon_{B0} - \alpha'_2 \cdot t'_2$ ή $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$ ή $t'_2 = 5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy': $\Delta y' = \upsilon_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_2 \cdot t'_2{}^2 = \left[10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2\right] m = 25\, m$

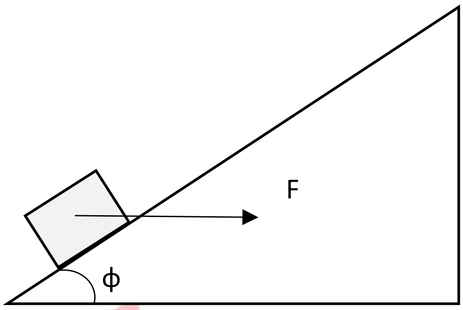
Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση $x_o = 0$. Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

<u>Σημείωση:</u> Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων F_1 και F_2.

(Μονάδες 7)

13585

Θέμα 4ο



Σώμα ολισθαίνει (υπό την επίδραση σταθερής δύναμης μέτρου: $\vec{F}$ = 20 N) από τη βάση προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, που σχηματίζει γωνία κλίσης φ με τον ορίζοντα. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος με το επίπεδο είναι μ =0,25 το κεκλιμένο επίπεδο έχει συνολικό μήκος 40 m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνονται: g = 10 m/s^2 , ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.

4.1) Αν το σώμα ολισθαίνει σε όλη τη διαδρομή προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα 16 m/s, υπολογίστε τη μάζα του σώματος.

4.2) Ποιο το έργο του βάρους για τη διαδρομή των πρώτων 2m που διανύει το σώμα;

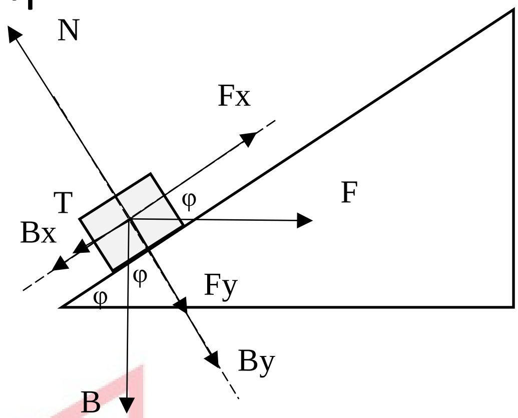
4.3) Όταν το σώμα απέχει 16 m από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Γνωρίζουμε ότι η οριακή στατική τριβή που ασκεί το επίπεδο στο σώμα είναι $\vec{T}_{ορ} = 7\,N$. Να βρείτε πόσο χρονικό διάστημα (από τη στιγμή που παύει να ασκείται η $\vec{F}$) θα χρειαστεί το σώμα για να ξαναφτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

4.4) Ποιο το έργο της τριβής για όλη τη διαδρομή του σώματος από τη βάση του κεκλιμένου επίπεδου μέχρι να επανέλθει στη θέση εκκίνησης.

(Μονάδες 6+5+7+7)

13585-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα. Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω y΄y):

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω x΄x):

$F_x = T + B_x = μ \cdot N + B_x$ όπου με συνδυασμό αυτών των εξισώσεων προκύπτει:

$$F \cdot συνφ = μ\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$F \cdot συνφ = μ \cdot F \cdot ημφ + μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$F \cdot συνφ - μ \cdot F \cdot ημφ = μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$m = \frac{F \cdot συνφ - μ \cdot F \cdot ημφ}{μ \cdot g \cdot συνφ + g \cdot ημφ} = \frac{20 \cdot 0{,}8 - 0{,}25 \cdot 20 \cdot 0{,}6}{0{,}25 \cdot 10 \cdot 0{,}8 + 10 \cdot 0{,}6} = \frac{13}{8}\ kg = 1{,}625\ kg$$

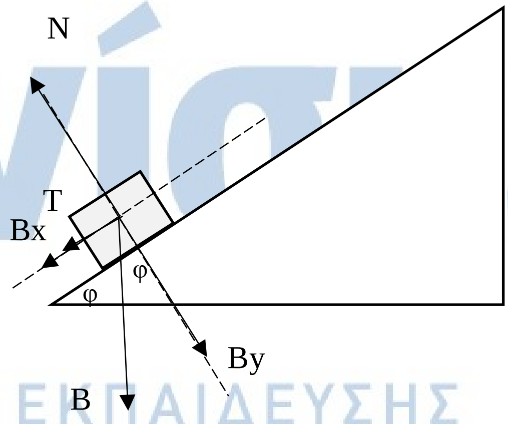
(Μονάδες 6)

4.2) Το έργο του βάρους για μετατόπιση Δx = 2 m στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους

$$h = Δx \cdot ημφ = 2 \cdot 0{,}6m = 1{,}2\ m$$

Άρα $W_B = m \cdot g \cdot h \cdot συν180^o = 1{,}625 \cdot 10 \cdot 1{,}2 \cdot (-1) J = -19{,}5\ J$ μιας και η δύναμη του βάρους αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος.

(Μονάδες 5)



4.3) Χωρίς τη δύναμη F το σώμα θα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον άξονα x΄x και θα ισορροπεί στον άξονα y΄y.

Στον y΄y:

$B_y = N$ ή $m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον x΄x:

$m \cdot α = T' + B_x = μ \cdot N + m \cdot g \cdot ημφ$ ή

$$m \cdot α = μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$α = μ \cdot g \cdot συνφ + g \cdot ημφ$$

Άρα $α = (0{,}25 \cdot 10 \cdot 0{,}8 + 6)\frac{m}{s^2} = 8\ \frac{m}{s^2}$, με φορά αντίθετη της φοράς της αρχικής του ταχύτητας.

Το σώμα θα επιβραδυνθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί μετά από χρόνο: $υ = υ_o - α \cdot t_a$ ή $0 = υ_o - α \cdot t_a$ ή $t_a = \frac{υ_o}{α} = \frac{16}{8} s = 2\ s$

έχοντας μετατοπιστεί κατά $Δx = υ_o \cdot t_a - \frac{1}{2} \cdot α \cdot {t_a}^2 = \left(16 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\right) m = 16\ m$

Όταν ακινητοποιηθεί το σώμα θα δέχεται την επίδραση του βάρους με τη συνιστώσα που είναι παράλληλη στον άξονα x΄x $B_x = m \cdot g \cdot ημφ = 9{,}75\ N$ να έχει μεγαλύτερο μέτρο από την οριακή στατική τριβή, οπότε το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει πάλι προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κάνοντας μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

(Από 2ο νόμο Newton) $m \cdot \alpha' = B_x - T' = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $\alpha' = g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

Συνεπώς $\alpha' = (6 - 0{,}25 \cdot 8)\frac{m}{s^2} = 4\frac{m}{s^2}$

Το σώμα θα μετατοπιστεί κατά $\Delta x' = (16 + 16)\text{m} = 32\text{ m}$ ολισθαίνοντας προς τα κάτω με επιτάχυνση $4\frac{m}{s^2}$ σε χρόνο t_κ από $\Delta x' = \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot {t_\kappa}^2$ ή $t_\kappa = 4\ s$

Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα είναι:

$$t_a + t_\kappa = 6\ s$$

(Μονάδες 7)

4.4) Το έργο της τριβής του δαπέδου για την διαδρομή από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και για τα 16 m που ασκείται η F θα είναι: $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o$ αφού αντιτίθεται πάντα στη φορά της κίνησης. Το μέτρο της τριβής για το κομμάτι της διαδρομής που ασκείται η δύναμη *F*:

$$T = \mu \cdot (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) = 0{,}25 \cdot (20 \cdot 0{,}6 + 1{,}625 \cdot 10 \cdot 0{,}8)N = (3 + 3{,}25)N = 6{,}25\ N$$

$$W_T = T \cdot \Delta x_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -6{,}25 \cdot 16\, J = -100\, J$$

Για το υπόλοιπο κομμάτι της διαδρομής (16 m προς τα πάνω και 32 m επιστροφή στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή κατά μέτρο και πάντα αντίθετη προς τη φορά της κίνησης. $T' = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = (0{,}25 \cdot 1{,}625 \cdot 10 \cdot 0{,}8)N = 3{,}25\ N$

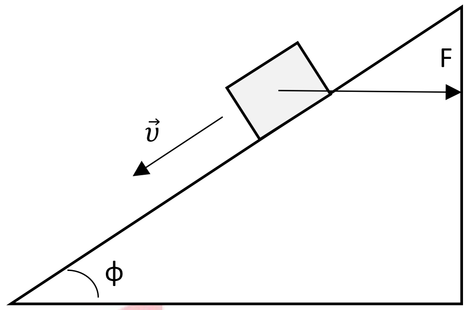
$W_{T'} = T' \cdot \Delta x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -3{,}25 \cdot 48\, J = -156\, J$

Άρα συνολικό έργο τριβής $-156 + (-100) = -256\, J$

(Μονάδες 7)

13586

Θέμα 4ο



Σώμα μάζας m = 10 kg εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα και ολισθαίνει (υπό την επίδραση σταθερής δύναμης $\vec{F}$, μέτρου 20N) από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου προς τη βάση του. Το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ επιπέδου και σώματος είναι μ, η πλάγια επιφάνειά του έχει συνολικό μήκος 30 m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνονται: g = 10 m/s^2, ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8 , $\sigma\upsilon\nu(180-\varphi)^o = -0{,}8$.

4.1) Αν το σώμα γλιστράει προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα 10 m/s, υπολογίστε το συντελεστή τριβής μεταξύ επιπέδου και σώματος με στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο.

4.2) Στη μέση της διαδρομής του σώματος το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ γίνεται 25 N. Υπολογίστε τα χαρακτηριστικά της κίνησης του σώματος από εκείνο το σημείο και μετά.

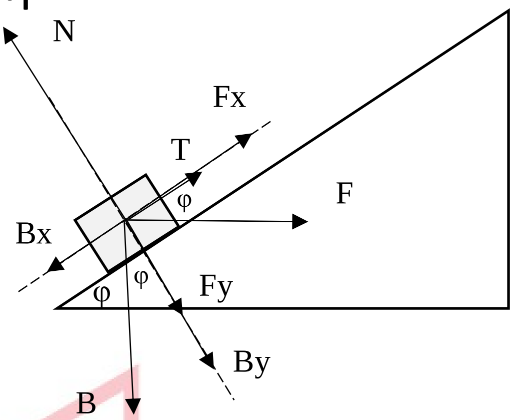
4.3) Υπολογίστε το έργο του βάρους και της δύναμης $\vec{F}$ για όλο το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

4.4) Ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του σώματος όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

(Μονάδες 6+6+6+7)

13586-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα. Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω y΄y):

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω x΄x):

$F_x + T = B_x$ ή $F \cdot συνφ + μ \cdot N = m \cdot g \cdot ημφ$

Οπότε με αντικατάσταση του N στη δεύτερη σχέση

$$F \cdot συνφ + μ\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) = m \cdot g \cdot ημφ$$

$$μ = \frac{m \cdot g \cdot ημφ - F \cdot συνφ}{F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 0{,}6 - 20 \cdot 0{,}8}{20 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8} = \frac{60-16}{12+80} = \frac{44}{92} = 0{,}48 \cong 0{,}5$$

(Μονάδες 6)

4.2) Αν η δύναμη γίνει 25 N, η συνισταμένη στον άξονα x'x θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας, άρα το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον x΄x, ενώ θα συνεχίσει να ισορροπεί στον y΄y.

Στον y΄y:

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον x΄x:

$F_x + T - B_x = m \cdot α$ ή $F \cdot συνφ + μ \cdot N - m \cdot g \cdot ημφ = m \cdot α$

$$F \cdot συνφ + μ\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) - m \cdot g \cdot ημφ = m \cdot α$$

$$α = \frac{25 \cdot 0{,}8 + 0{,}5(25 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8) - 10 \cdot 10 \cdot 0{,}6}{10} \frac{m}{s^2}$$

$$α = \frac{20+7{,}5+40-60}{10} \frac{m}{s^2} \text{ ή } α = 0{,}75 \frac{m}{s^2}$$

Άρα το σώμα ολισθαίνει προς τα κάτω με ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Δε θα προλάβει να ακινητοποιηθεί μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(Μονάδες 6)

4.3) Η μετατόπιση Δx = 30 m στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους κατά:

$$h = Δx \cdot ημφ = 30 \cdot 0{,}6m = 18\,m.$$

Άρα $W_B = m \cdot g \cdot h = 1800\,J$ θετικό, αφού συνεισφέρει ενεργειακά στη μετακίνησή του σώματος.

Το έργο της δύναμης θα υπολογιστεί τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει στο μέσο της διαδρομής:

$$W_F = F \cdot \frac{Δx}{2} \cdot συν(180 - φ)^o + F' \cdot \frac{Δx}{2} \cdot συν(180 - φ)^o$$

$$W_F = 20 \cdot 15 \cdot (-0{,}8) + 25 \cdot 15 \cdot (-0{,}8) = [-240 + (-300)]J = -540\,J$$

(Μονάδες 6)

4.4) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μπορεί να υπολογιστεί από το έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα για τη μετατόπιση Δx.

13586-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης θα υπολογιστεί επίσης τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει ανάλογα το μέτρο της F:

$$W_T = \mu \cdot [(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) + (F' \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ)] \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot συν180^o$$

$$W_T = 0{,}5 \cdot [(20 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8) + (25 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8)] \cdot \frac{30}{2} \cdot (-1)\, J$$

$$W_T = -0{,}5 \cdot [(12 + 80) + (15 + 80)] \cdot 15 J = -1402{,}5\, J$$

Άρα από το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$Κτελ - Καρχ = W_B + W_F + W_T$$

$$Κτελ = W_B + W_F + W_T + Καρχ$$

$$Κτελ = \left(1800 - 540 - 1402{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 100\right) J$$

$$Κτελ = 357{,}5\, J$$

(Μονάδες 7)

13587

Θέμα 4ο

Σώμα μάζας m = 10 kg εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή t = 0 s με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_o$ = 10 m/s από θέση Ο οριζοντίου δαπέδου. Το σώμα ολισθαίνει, ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F = 50 N με κατεύθυνση ίδια με την αρχική του ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή t_A = 10s το σώμα βρίσκεται στη θέση Α και έχει πλέον αποκτήσει ταχύτητα μέτρου 30 m/s. Δίνεται: g = 10 m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

4.1) Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

4.2) Σε ποια θέση, έστω Β, βρίσκεται το σώμα όταν κινείται με ταχύτητα διπλάσια σε μέτρο από την αρχική;

4.3) Αν, μετά τη χρονική στιγμή t_A = 10 s, το σώμα συνεχίζει την ολίσθηση του σε διαφορετικό δάπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,6, σε ποια θέση θα ακινητοποιηθεί;

4.4) Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

(Μονάδες 6+6+7+6)

13587-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1) Σώμα κινείται ευθύγραμμα με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης και με αρχική ταχύτητα. Η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα θα βρεθεί ως εξής:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon - \upsilon_o}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{30-10}{10}\frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

Αν το σώμα κινούνταν μόνο υπό την επίδραση της F από το 2^{ο} νόμο Newton θα είχε επιτάχυνση μέτρου $\frac{F}{m} = \frac{50}{10} = 5\frac{m}{s^2}$, άρα δεν ασκείται μόνο η δύναμη F στο σώμα, υπάρχει και τριβή ολίσθησης από το δάπεδο προς το σώμα. Οπότε ο 2^{ος} νόμος Newton θα είναι:

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } F - m \cdot \alpha = T \text{ ή } T = (50-20)\,N = 30\,N$$

(Μονάδες 6)

4.2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$F o\lambda = m \cdot \alpha$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = F_{o\lambda} \cdot \Delta x$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 = \Delta x \cdot m \cdot a$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \upsilon_o^2 - \frac{1}{2} \cdot \upsilon_o^2 = \Delta x \cdot a$$

$$\frac{3 \cdot \upsilon_o^2}{2 \cdot a} = \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 2} m = 75\,m$$

Συνεπώς η θέση που η ταχύτητα του σώματος θα είναι διπλάσια θα είναι x_B = 75 m

(Μονάδες 6)

4.3) Το σώμα μετά τα πρώτα 10 s κινείται σε δάπεδο όπου δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T' = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 10 = 60\,N > F$$

οπότε από το 2^{ο} νόμο Newton προκύπτει:

$$T' - F = m \cdot \alpha'$$

$$\mu \cdot m \cdot g - F = m \cdot \alpha'$$

$$\alpha' = \frac{\mu \cdot m \cdot g - F}{m} = \frac{60-50}{10}\frac{m}{s^2} = 1\frac{m}{s^2}$$

Το διάστημα που θα διανύσει στο επίπεδο με το νέο συντελεστή τριβής ολίσθησης θα προκύψει από τις εξισώσεις κίνησης της νέας ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

$$\upsilon = \upsilon_A - \alpha' \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x' = \upsilon_A \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

Από (1) προκύπτει $\Delta t = \frac{\upsilon_A}{\alpha'} = \frac{30}{1} s = 30\,s$

Από τη (2) $\Delta x' = (30 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2)m = 450\,m$

13587-Λύση

Για να υπολογίσουμε τη θέση του σώματος πρέπει να βρούμε πόσο διάστημα διένυσε τα πρώτα 10 s της κίνησης του.

Από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$K_A - K_o = F o\lambda \cdot \Delta x''$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_A}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_o}^2 = \Delta x'' \cdot m \cdot a$$

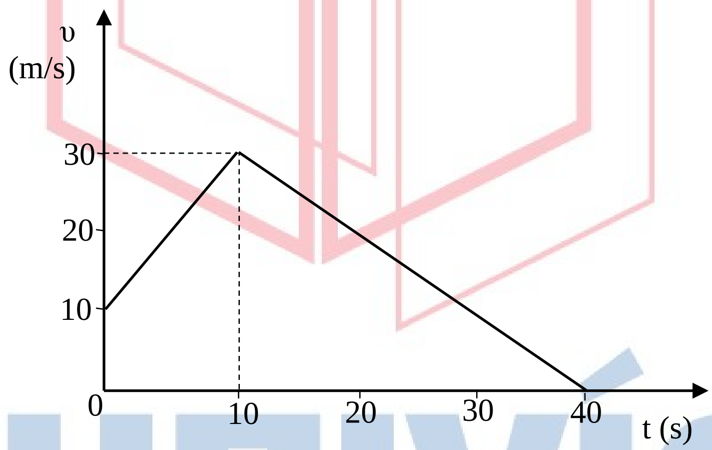
$$\Delta x'' = \frac{900 - 100}{2 \cdot 2} m$$

$$\Delta x'' = \frac{800}{2 \cdot 2} m = 200\ m$$

Συνεπώς το σώμα θα ακινητοποιηθεί στη θέση $x_{\tau\varepsilon\lambda} = (200 + 450)\ m = 650\ m.$

(Μονάδες 7)

4.4) Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα το διάγραμμα θα έχει τη μορφή :

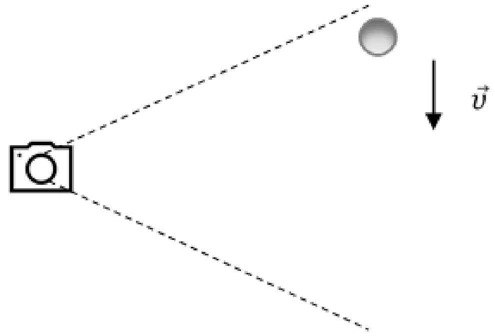


(Μονάδες 6)

13588

Θέμα 4^{o}

Πειραματική διάταξη περιλαμβάνει μια σφαίρα μάζας m = 1kg που αφήνεται να πέσει από ύψος h (από το έδαφος), απέναντι από ακίνητη ψηφιακή φωτογραφική μηχανή που είναι προ ρυθμισμένη να παίρνει λήψεις ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα Δt = 0,1 s. Στη συνέχεια μελετώντας τις φωτογραφίες μπορεί κανείς να υπολογίσει τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με το φαινόμενο που εξελίχθηκε μπροστά από τη φωτ. μηχανή. Δίνεται: $g = 10\ m/s^2$



4.1) Αν συγκρίνουμε την 1^{η} φωτογραφία (t = 0, η στιγμή που αφήνεται η σφαίρα) και την 6^{η} φωτογραφία μετράμε ότι η σφαίρα έχει μετατοπιστεί 1 m. Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε αν η σφαίρα κάνει ελεύθερη πτώση ή όχι; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

4.2) Υπολογίστε πόσο επιπλέον θα έχει μετατοπιστεί η σφαίρα στην 7^{η} φωτογραφία.

4.3) Αν θεωρήσουμε ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι σταθερού μέτρου, να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

4.4) Αν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος ακριβώς τη στιγμή που η φωτ. μηχανή βγάζει την 11^{η} φωτογραφία, να υπολογίσετε την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το έδαφος και την τελική κινητική της ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος.

(Μονάδες 6+6+5+8)

Ενδεικτική Λύση

13588-Λύση

4.1) Τα χρονικά διαστήματα στα οποία η φωτογραφική μηχανή λάμβανε λήψεις όσο έπεφτε η σφαίρα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Λήψεις	$1^η$	$2^η$	$3^η$	$4^η$	$5^η$	$6^η$	$7^η$	$8^η$	$9^η$	$10^η$	$11^η$
Χρόνος (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Συνεπώς από την $1^η$ έως την $6^η$ λήψη έχουν μεσολαβήσει 0,5 s

Η σφαίρα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της σφαίρας:

$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$ ή $\alpha = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2}$ ή $\alpha = 8 \frac{m}{s^2}$, άρα η σφαίρα δεν κάνει ελεύθερη πτώση.

(Μονάδες 6)

4.2) Το σώμα από την $6^η$ φωτογραφία στην $7^η$ θα έχει μετακινηθεί κατά Δy

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot {t_7}^2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot {t_6}^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 0{,}6^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 0{,}5^2\right) m = 0{,}44\, m$$

(Μονάδες 6)

4.3) Αν το σώμα έκανε ελεύθερη πτώση θα κινούνταν με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Αυτό όμως δεν ισχύει συνεπώς πέρα από το βάρος ασκείται και η αντίσταση του αέρα. Σύμφωνα με το $2^ο$ νόμο του Newton:

$$m \cdot g - F_A = m \cdot \alpha$$

Το βάρος του σώματος είναι $m \cdot g = 10\, N$, συνεπώς η αντίσταση του αέρα θα είναι: $F_A = m \cdot g - m \cdot \alpha$ ή $F_A = 10 - 8\, N = 2N$

(Μονάδες 5)

4.4) Όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος ($11^η$ λήψη) έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα 1 s. Και έχει μετατοπιστεί κατά Δz.

$$\Delta z = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot {t_{11}}^2 = 4\, m$$

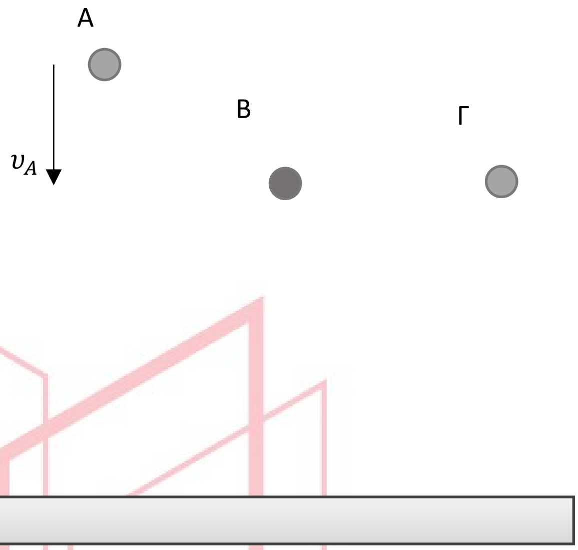
Συνεπώς η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας θα είναι: $E_{\Delta υν} = m \cdot g \cdot \Delta z = 40\, J$

Και η τελική κινητική $K_{Τελ} - K_{Αρχ} = W_{Fολ}$ ή $K_{Τελ} - 0 = m \cdot \alpha \cdot \Delta z$ ή $K_{Τελ} = m \cdot \alpha \cdot \Delta z = 32\, J$

(Μονάδες 8)

13589

Θέμα 4ο



Τρεις σφαίρες πέφτουν κατακόρυφα προς το έδαφος. Η σφαίρα Α έχει μάζα m_A = 1 kg και βάλλεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$ = 10 m/s από ύψος h_A = 7,8 m. Η Β έχει μάζα m_B = 3 kg και αφήνεται να πέσει από ύψος h_B = 5 m ενώ η Γ έχει m_Γ = 1 kg και αφήνεται από ύψος $h_\Gamma = h_B$ (όπως στο σχήμα). Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Δίνεται : $g = 10\ m/s^2$.

4.1) Και οι τρεις σφαίρες ξεκινούν την κίνηση τους ταυτόχρονα, τη χρονική στιγμή t = 0. Ποια από τις τρεις σφαίρες θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και σε πόσο χρόνο;

4.2) Θα βρεθούν οι τρεις σφαίρες στο ίδιο ύψος από το έδαφος την ίδια χρονική στιγμή; Ανά δύο ή και οι τρεις; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

4.3) Να αιτιολογήσετε ποια από τις τρεις σφαίρες θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος και να υπολογίσετε την τιμή της.

4.4) Χρησιμοποιώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, αυτό του εδάφους, να συγκρίνετε τις μηχανικές ενέργειες των τριών σφαιρών.

(Μονάδες 6+7+7+5)

13589-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Ας υπολογίσουμε το χρόνο πτώσης για κάθε σφαίρα.

Σφαίρα Α:

$$h_A = \upsilon_A \cdot t_A + \frac{1}{2} g \cdot {t_A}^2$$
$$5 \cdot {t_A}^2 + 10 \cdot t_A - 7{,}8 = 0$$

Προκύπτουν δύο λύσεις αποδεκτή η: $t_A = 0{,}6 s$ (η αρνητική λύση απορρίπτεται).

Σφαίρα Β:

$$h_B = \frac{1}{2} g \cdot {t_B}^2$$
$$t_B = \sqrt{\frac{2\, h_B}{g}} = 1\, s$$

Σφαίρα Γ:

$$h_\Gamma = \frac{1}{2} g \cdot {t_\Gamma}^2$$
$$t_\Gamma = \sqrt{\frac{2\, h_\Gamma}{g}} = 1\, s$$

Δηλαδή πρώτη φτάνει στο έδαφος η Α, μετά από χρόνο $0{,}6 s$.

(Μονάδες 6)

4.2) Οι σφαίρες Β και Γ εκτελούν ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος, άρα βρίσκονται διαρκώς στο ίδιο ύψος. Η σφαίρα Α θα βρεθεί στο ίδιο ύψος από το έδαφος μαζί τους τη χρονική στιγμή t_K.

Πρέπει $h_B - y_B = h_A - y_A$,όπου y_A, y_B οι αποστάσεις που θα διανύσουν οι σφαίρες Α,Β καθώς πέφτουν.

Άρα: $5 - \frac{1}{2} g \cdot {t_K}^2 = 7{,}8 - \upsilon_A \cdot t_K - \frac{1}{2} g \cdot {t_K}^2$

$$t_K = \frac{7{,}8 - 5}{10} = 0{,}28\, s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Η ταχύτητα που θα έχουν οι σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος και οι κινητικές τους ενέργειες θα είναι:

Σφαίρα Α:

$$\upsilon'_A = \upsilon_A + g \cdot t_A = (10 + 6) \frac{m}{s} = 16 \frac{m}{s}$$
$$K_A = \frac{1}{2} m_A \cdot {\upsilon'_A}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 16^2 J = 128\, J$$

Σφαίρα Β:

$$\upsilon'_B = g \cdot t_B = (10 \cdot 1) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$
$$K_B = \frac{1}{2} m_B \cdot {\upsilon'_B}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^2 J = 150\, J$$

<u>Σφαίρα Γ:</u>

13589-Λύση

$$\upsilon'_{\Gamma} = g \cdot t_{\Gamma} = (10 \cdot 1)\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$$
$$K_{\Gamma} = \frac{1}{2}m_{\Gamma} \cdot {\upsilon'_{\Gamma}}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 J = 50\, J$$

(Μονάδες 7)

4.4) Κατά την κίνηση υπό την επίδραση βαρυτικού πεδίου η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Συνεπώς, η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας θα είναι ίση με την τελική κινητική της ενέργεια.

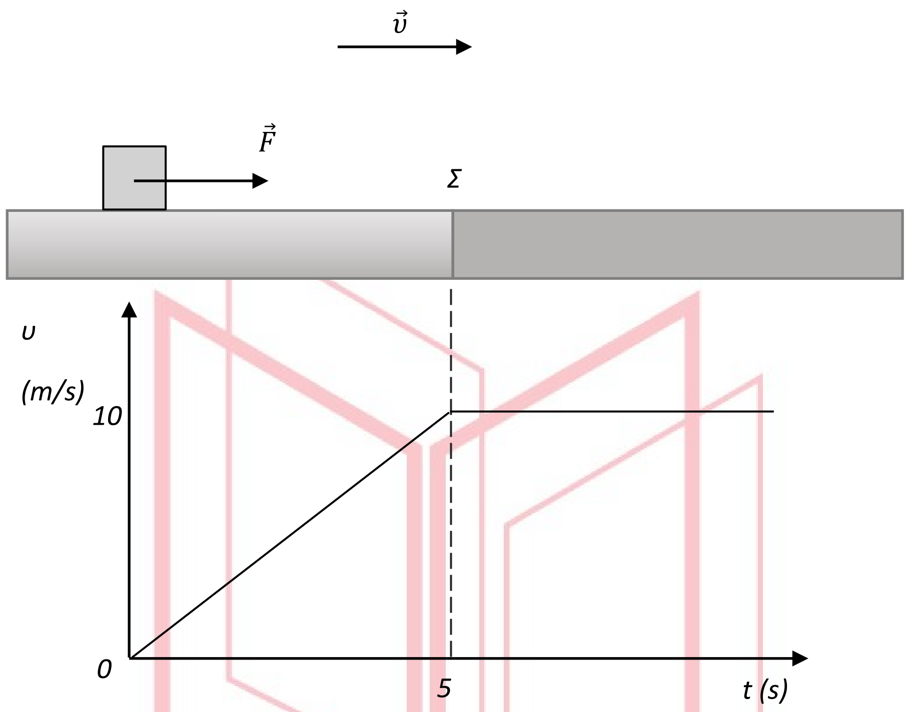
Συνεπώς:

$$E_{M\eta\chi A} = 128\, J$$
$$E_{M\eta\chi B} = 150\, J$$
$$E_{M\eta\chi \Gamma} = 50\, J$$

(Μονάδες 5)

13590

Θέμα 4ο



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας m = 2 kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής, οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ = σημείο αλλαγής επιφάνειας). Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκείται στον κύβο σταθερή δύναμη F = 6 N, παράλληλη προς το επίπεδο. Η τιμή της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη F) . Δίνεται : $g = 10\ m/s^2$.

4.1) Με βάση το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο, να διερευνήσετε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για τις διαφορετικές επιφάνειες του επιπέδου. Σε καταφατική περίπτωση, να υπολογίσετε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή t = 5 s).

4.2) Ποια η μετατόπιση του κύβου για το χρονικό διάστημα των πρώτων 10 s;

4.3) Αν τη χρονική στιγμή t’ = 10 s παύει να ασκείται η δύναμη F, ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος;

4.4) Υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται στον κύβο για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης του.

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

13590-Λύση

4.1) Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κάνει ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης που προκύπτει από την κλίση της ευθείας του διαγράμματος της ταχύτητας ως προς το χρόνο.

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

Αν ασκούνταν μόνο η δύναμη F στο οριζόντιο επίπεδο (από το 2º νόμο Newton) $F = m \cdot \alpha$ θα προέκυπτε επιτάχυνση $\alpha = \frac{F}{m} = 3\frac{m}{s^2}$. Άρα υπάρχει και τριβή οπότε:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$T = F - m \cdot \alpha = 2\ N$$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για την πρώτη επιφάνεια είναι $\mu_A = \frac{T}{m \cdot g} = 0{,}1$

Μετά τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα (από το 1º νόμο Newton): $F = T' = 6\ N$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για τη δεύτερη επιφάνεια είναι $\mu_B = \frac{T\prime}{m \cdot g} = 0{,}3$

(Μονάδες 6)

4.2) Η μετατόπιση του κύβου (στις δύο επιφάνειες) είναι:

$$\Delta x_A + \Delta x_B = \frac{1}{2}\alpha \cdot {t_A}^2 + \upsilon \cdot t_B = \left(\frac{1}{2}2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5\right)m = 75\ m$$

(Μονάδες 6)

4.3) Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από τον 2º νόμο του Newton έχουμε

$$T' = m \cdot \alpha' \text{ ή } \alpha' = \frac{T'}{m} = 3\frac{m}{s^2}$$

με αρχική ταχύτητα 10 m/s.

$$\upsilon'_B = \upsilon_B - \alpha' \cdot \Delta t_\Gamma$$

$$\frac{\upsilon_B}{\alpha'} = \Delta t_\Gamma$$

$$\Delta t_\Gamma = 3{,}33\ s$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 13,33 s

(Μονάδες 6)

4.4) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι η δύναμη $\vec{F}$, η τριβή στην πρώτη και στη δεύτερη επιφάνεια ($\vec{T}$ και $\vec{T}'$), το βάρος $\vec{B}$ (που είναι κάθετο στη μετατόπιση άρα το έργο του είναι μηδενικό) και η κάθετη αντίδραση του δαπέδου $\vec{N}$ (με μηδενικό έργο, όμοια με το βάρος).

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$: $W_F = F \cdot (\Delta x_A + \Delta x_B) = 6 \cdot 75\ J = 450\ J$

Τα τελευταία 3,33 s της κίνησης του ο κύβος μετατοπίζεται:

$$\Delta x_\Gamma = \upsilon_B \cdot t_\Gamma - \frac{1}{2}\alpha' \cdot {t_\Gamma}^2 = (33{,}3 - 16{,}6)m = 16{,}7\ m$$

Έργο τριβής: $W_{\tau\rho\iota\beta\eta\varsigma\ 1\eta\ \varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha} = T \cdot \Delta x_A \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -50J$

13590-Λύση

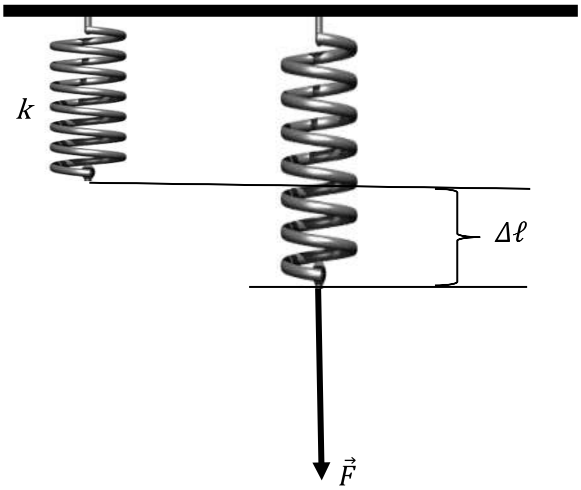
$$W_{τριβης\ 2η\ επιφάνεια} = T' \cdot (Δx_Γ + Δx_B) \cdot συν180^o = -400J$$

(Μονάδες 7)

13615

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k, έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Ασκώντας στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $\Delta\ell$, φροντίζοντας το κάτω άκρο να κινείται διαρκώς με σταθερή και πολύ μικρή ταχύτητα.



Α. Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με:

α) $k \cdot (\Delta\ell)^2$

β) $k \cdot \Delta\ell$

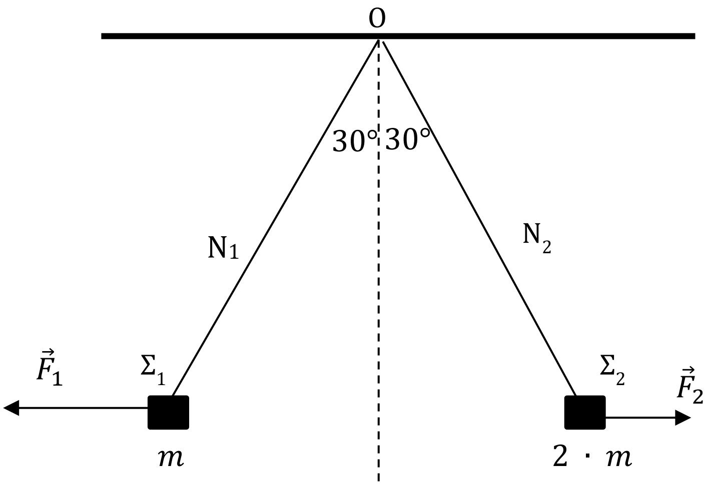
γ) $\frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta\ell)^2$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2, με μάζες $m = 1\ \text{Kg}$ και $2 \cdot m$ αντίστοιχα ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N_1 και N_2, τα άλλα άκρα των οποίων είναι δεμένα ακλόνητα σε σημείο Ο, με την επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Τα νήματα N_1 και N_2 σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνία 30°.



Α. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει

α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$, β) $\frac{F_1}{F_2} = 2$, γ) $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{2}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

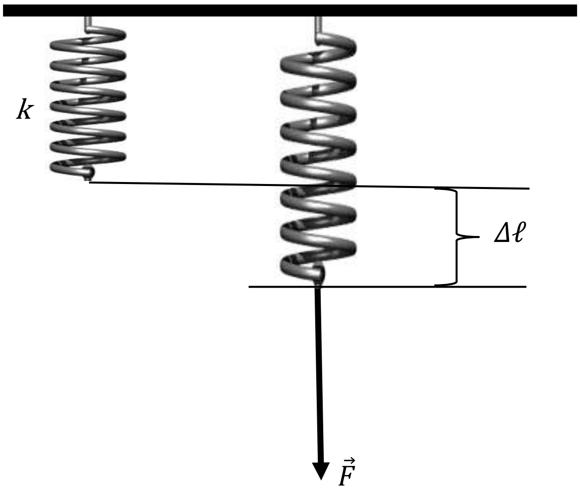
Μονάδες 9

Δίνεται: εφ$30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13615-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.



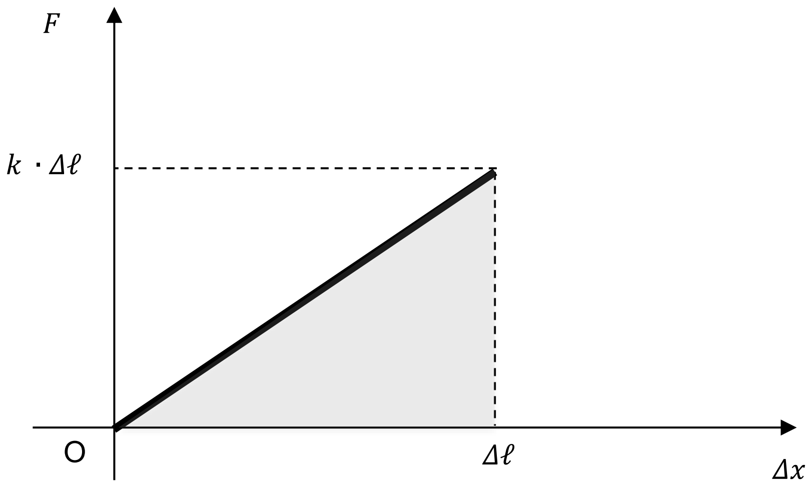
Α. γ)

Μονάδες 4

Β. Αφού το άκρο του ελατηρίου κινείται με σταθερή ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ισχύει ο 1^{ος} Νόμος του Newton:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad F - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \quad \text{ή} \quad F = F_{\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad F = k \cdot \Delta x$$

Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την μετατόπιση, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της αλγεβρικά. Μπορούμε όμως να το υπολογίσουμε γραφικά, με βάση την γραφική παράσταση που ακολουθεί, αφού ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό:

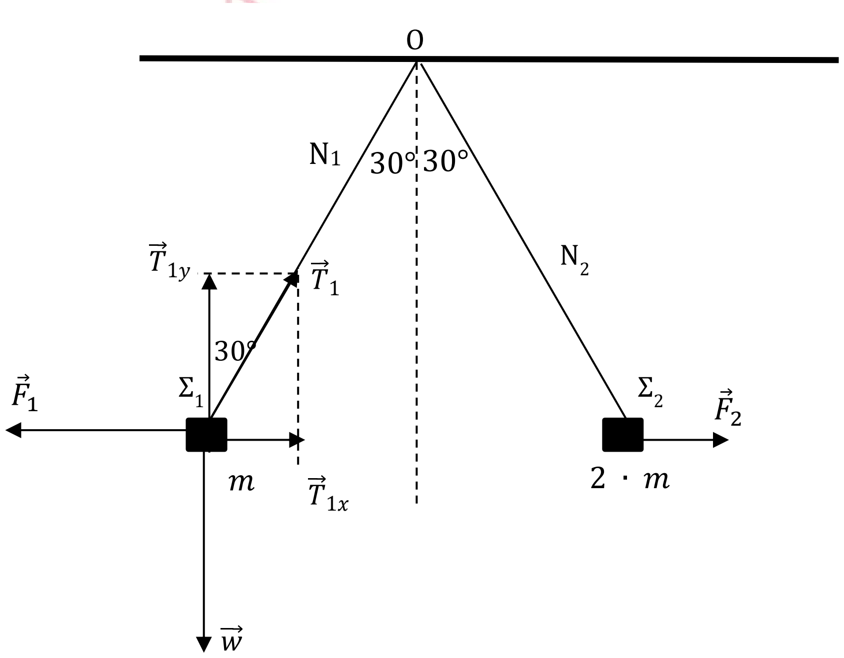


13615-Λύση

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot \Delta\ell \cdot (k \cdot \Delta\ell) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta\ell)^2$$

Μονάδες 8

2.2.



Α. α)

Μονάδες 4

Β. Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N_1 ισχύει:

$$\sum F = 0,\ \begin{Bmatrix} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix} T_{1x} = F_1 \\ T_{1y} = w_1 \end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix} T_1 \cdot \text{συν}30° = F_1 \\ T_1 \cdot \text{ημ}30° = m \cdot g \end{Bmatrix},$$

$$\text{εφ}30° = \frac{m \cdot g}{F_1},\ F_1 = \frac{m \cdot g}{\frac{1}{\sqrt{3}}},\ F_1 = \sqrt{3} \cdot m \cdot g\ [1]$$

Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N_2 ισχύει αντίστοιχα:

$$\sum F = 0,\ \begin{Bmatrix} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix} T_{2x} = F_2 \\ T_{2y} = w_2 \end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix} T_2 \cdot \text{συν}30° = F_2 \\ T_2 \cdot \text{ημ}30° = 2 \cdot m \cdot g \end{Bmatrix},$$

$$\text{εφ}30° = \frac{2 \cdot m \cdot g}{F_2},\ F_2 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot m \cdot g\ [2]$$

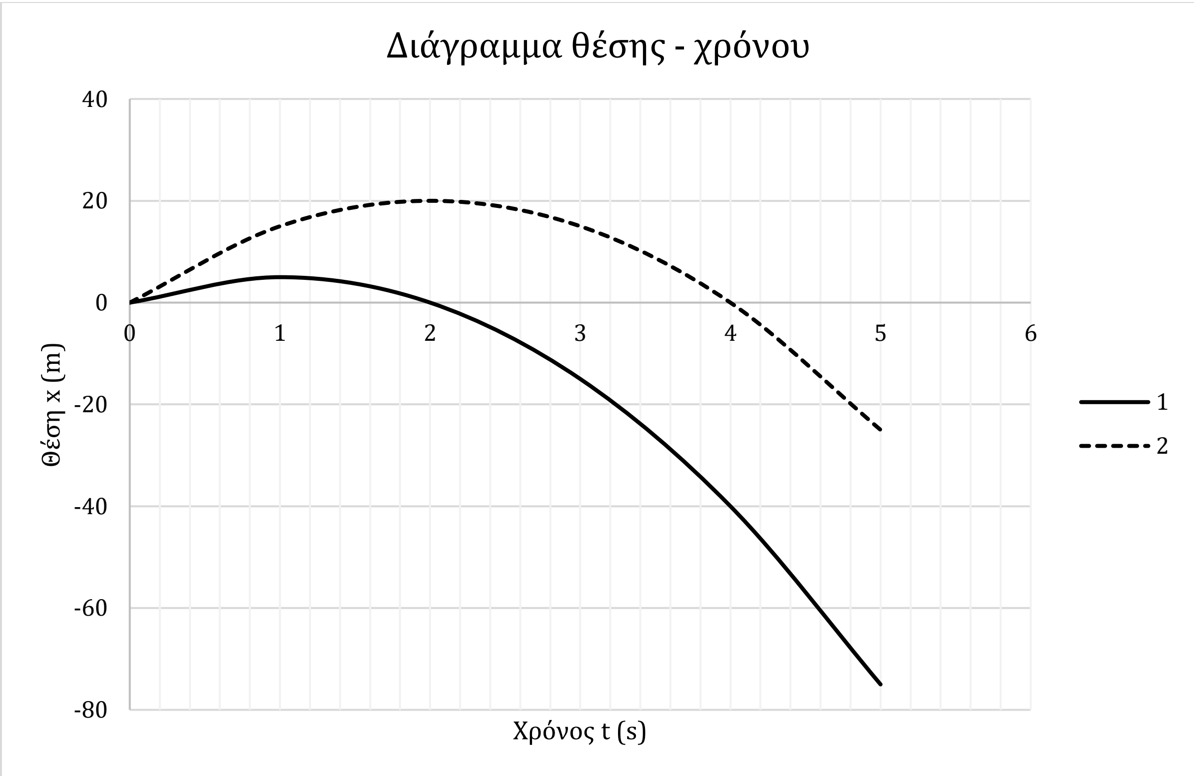
Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$

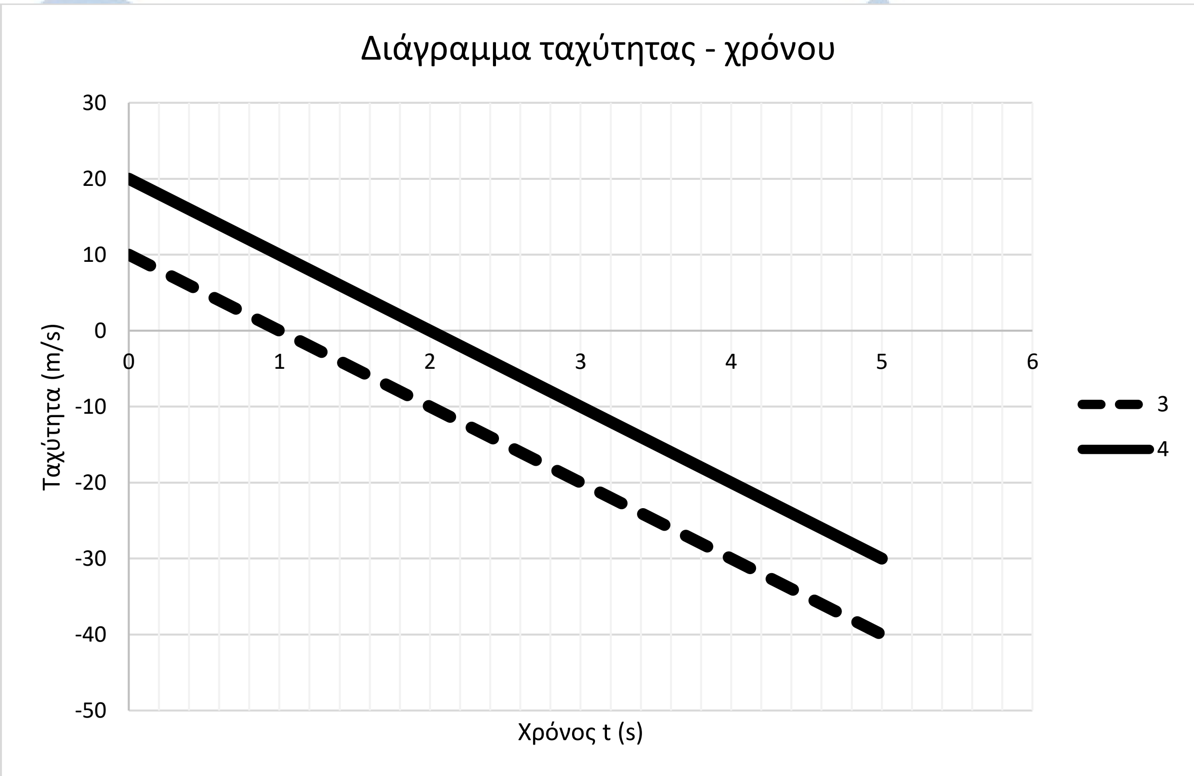
Μονάδες 9

13621

ΘΕΜΑ 2

2.1.





13621

Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα, με την ίδια, σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.

Α. Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:

α) 3 β) 4

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από το έδαφος.

Α. Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σώμα δέχεται από τον αέρα, τότε, σε ύψος $\frac{h}{2}$ από το έδαφος, η κινητική ενέργεια K και η δυναμική ενέργεια U του σώματος συνδέονται με τη σχέση:

α) $K = U$ β) $K = 2 \cdot U$ γ) $2 \cdot K = U$

Μονάδες 4

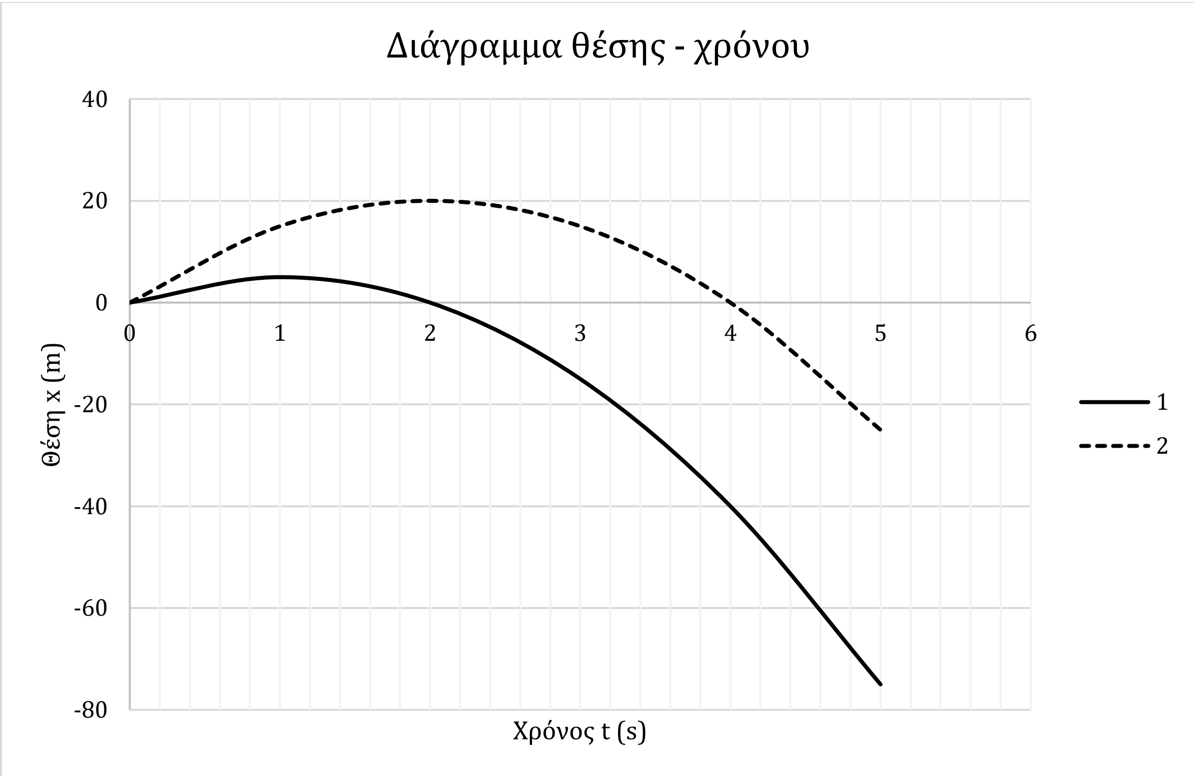
Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

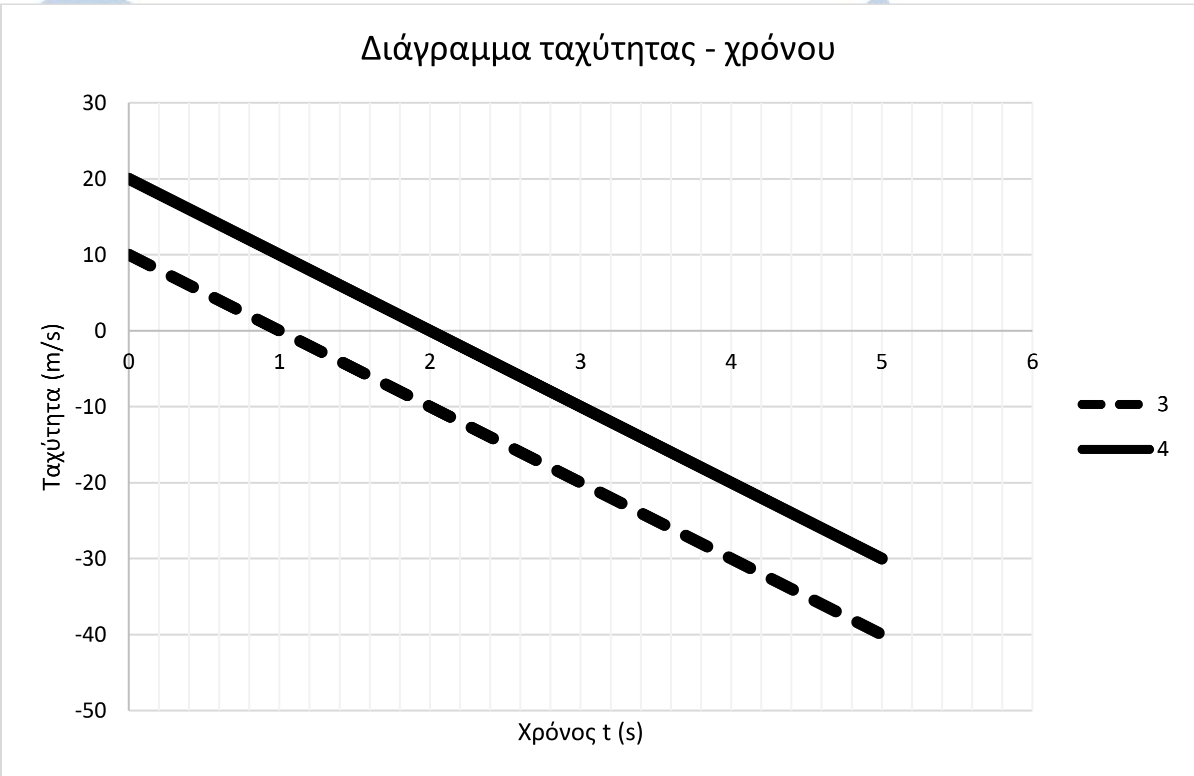
Μονάδες 9

13621-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.





13621-Λύση

Α. α)

Μονάδες 4

Β. Επειδή στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τη χρονική στιγμή $t = 2$ s ισχύει: $x_B > x_A$. Για τις αρχικές θέσεις των σημειακών αντικειμένων Α και Β ισχύει: $x_{0B} = x_{0A} = 0$. Για τις επιταχύνσεις των σημειακών αντικειμένων Α και Β ισχύει: $\alpha_B = \alpha_A = \alpha$. Έτσι, για να ισχύει $x_B > x_A$, τη χρονική στιγμή t = 2 s, θα πρέπει το σημειακό κινητό Β να έχει μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα από το σημειακό κινητό Α, αφού: $x = x_0 + \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$.

Μονάδες 8

2.2.

Α. α)

Μονάδες 4

Β. Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή. Έτσι: $m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot \frac{h}{2} + K$, $K = m \cdot g \cdot \frac{h}{2} = U$.

Μονάδες 9

13622

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ από ύψος h πάνω από το έδαφος.

Α. Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σώμα δέχεται από τον αέρα και g είναι το μέτρο της γήινης βαρυτικής επιτάχυνσης, τότε, τη στιγμή που μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σώματος, αυτό βρίσκεται σε ύψος h' από το έδαφος για το οποίο ισχύει:

α) $h' = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$ β) $h' = h + \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$ γ) $h' = h - \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας m, κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το Α, υπό την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $2 \cdot \sum \vec{F}$.

Α. Αν $\Delta\vec{v}_A$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα Δt και $\Delta\vec{v}_B$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα $2 \cdot \Delta t$, τότε:

α) $\Delta\vec{v}_A = \Delta\vec{v}_B$, β) $\Delta\vec{v}_A = 4 \cdot \Delta\vec{v}_B$, γ) $\Delta\vec{v}_A = \frac{\Delta\vec{v}_B}{4}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13622-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Α. β)

Μονάδες 4

Β. Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή. Έτσι:

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = m \cdot g \cdot h' \,,\, h' = h + \frac{\upsilon_0^2}{2 \cdot g}.$$

Μονάδες 8

2.2.

Α. β)

Μονάδες 4

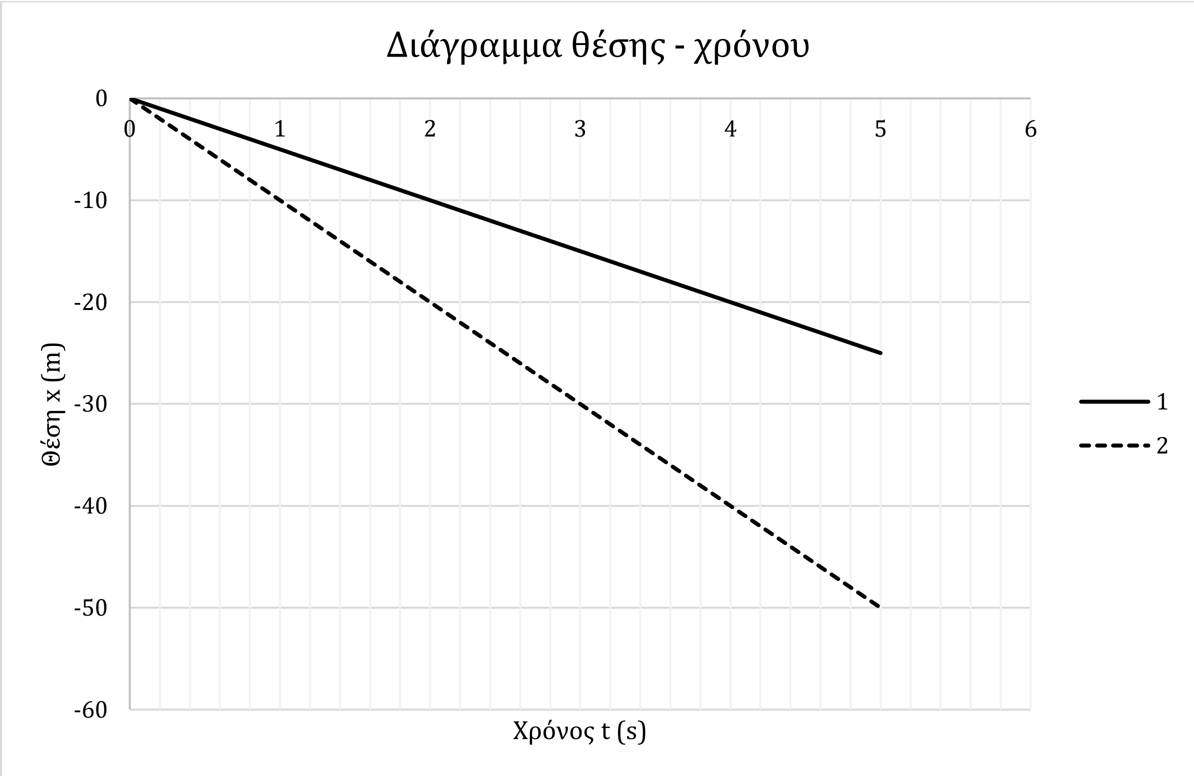
Β. Ισχύει: $\left\{\begin{matrix} \Delta\vec{\upsilon}_A = \vec{\alpha}_A \cdot \Delta t = \frac{\sum\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta\vec{\upsilon}_B = \vec{\alpha}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot \sum\vec{F}}{m} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\sum\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{matrix}\right\} , \Delta\vec{\upsilon}_A = 4 \cdot \Delta\vec{\upsilon}_B.$

Μονάδες 9

13623

ΘΕΜΑ 2

2.1.



13623

Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.

Α. Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό, θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:

α) 3 β) 4

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\vec{υ}_0$ κατά μήκος ακλόνητου, οριζόντιου δαπέδου, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Το σώμα διανύει διάστημα S μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Α. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος – δαπέδου ήταν $2 \cdot \mu_{ολ}$, τότε το διάστημα S' που απαιτείται για την ακινητοποίηση του σώματος θα ήταν:

α) $S' = S$ β) $S' = 2 \cdot S$ γ) $S' = \frac{S}{2}$

Μονάδες 4

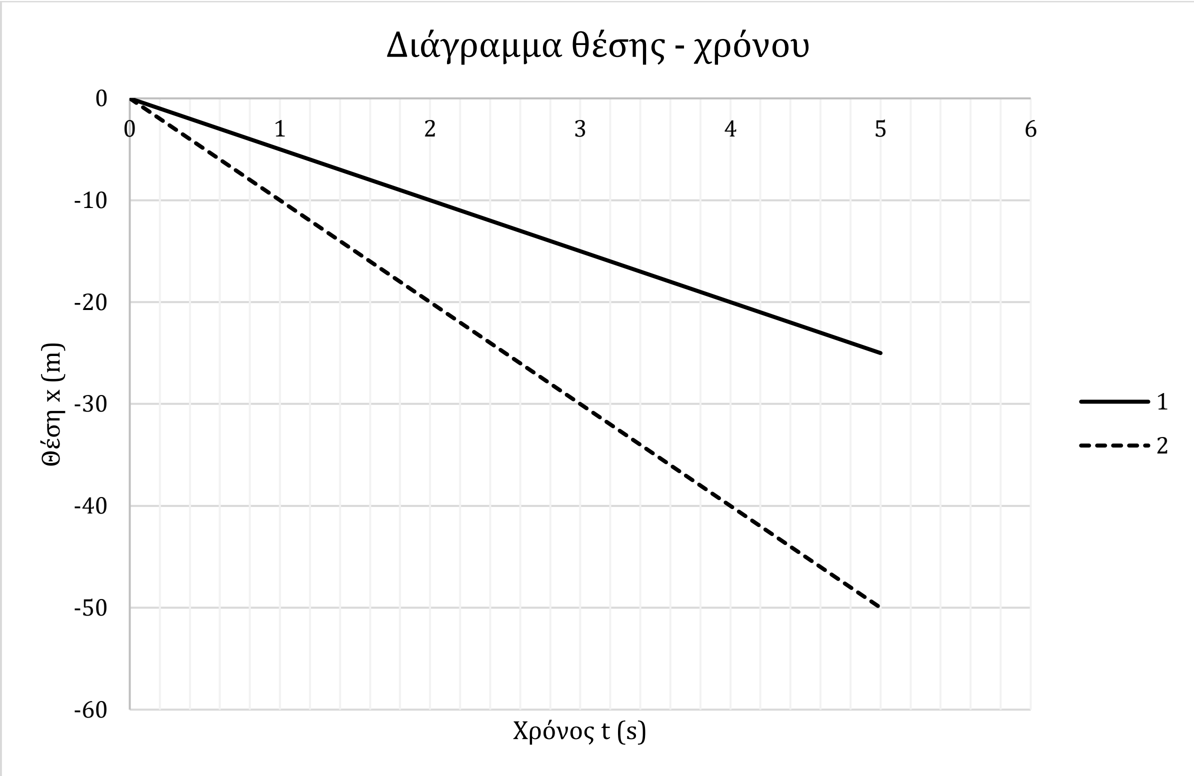
Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13623-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.



13623-Λύση

Α. α)

Μονάδες 4

Β. Επειδή στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, κάθε χρονική στιγμή ισχύει: $x_B < x_A$. Για τις αρχικές θέσεις των σημειακών αντικειμένων Α και Β ισχύει: $x_{0B} = x_{0A} = 0$. Έτσι, για να ισχύει $x_B < x_A$ θα πρέπει το σημειακό κινητό Β να κινείται με μικρότερη ταχύτητα από το σημειακό κινητό Α, αφού: $x = x_0 + \upsilon \cdot t$.

Μονάδες 8

2.2.

Α. γ)

Μονάδες 4

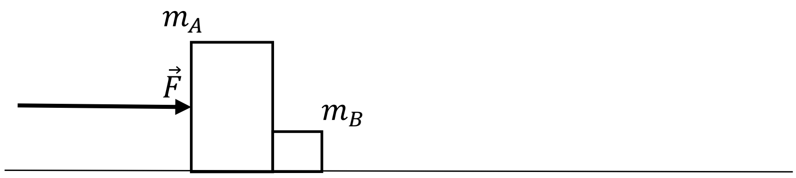
Β. Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας ισχύει: $\Delta K = W_{\vec{T}_{o\lambda}}$, $0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = - T_{o\lambda} \cdot S$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = \mu_{o\lambda} \cdot m \cdot g \cdot S$, $S = \frac{\upsilon_0^2}{2 \cdot \mu_{o\lambda} \cdot g}$

Μονάδες 9

13632

ΘΕΜΑ 4

Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, είναι σε επαφή μεταξύ τους και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 20\ \mathrm{N}$. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι: $\mu_{o\rho} = 0{,}25$, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι: $\mu_{o\lambda} = 0{,}2$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Μονάδες 10

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

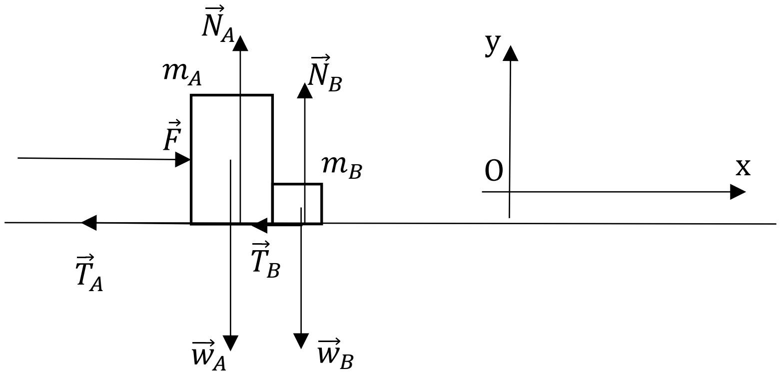
Μονάδες 4

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 5

13632-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$\left.\begin{cases} \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ A: \sum F_y = 0\,,\ N_A = w_A\,,\ N_A = m_A \cdot g\,,\ N_A = 40\ \mathrm{N} \\ \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ B: \sum F_y = 0\,,\ N_B = w_B\,,\ N_B = m_B \cdot g\,,\ N_B = 10\ \mathrm{N} \end{cases}\right\}$. (Μονάδες 2)

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$\left.\begin{cases} \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ A: T_{o\rho A} = \mu_{o\rho} \cdot N_A = 10\ \mathrm{N} \\ \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ B: T_{o\rho B} = \mu_{o\rho} \cdot N_B = 2{,}5\ N \end{cases}\right\}$. (Μονάδες 2)

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα Α τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή: 20 N $= F > T_{o\rho A} + T_{o\rho B} =$ 12,5 N. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

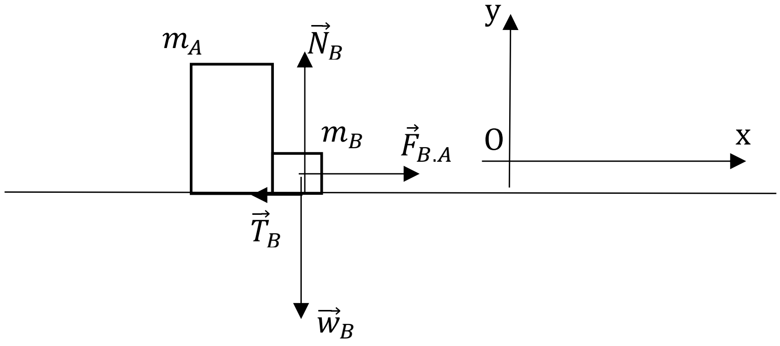
4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: $\left.\begin{cases} \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ A: T_{o\lambda A} = \mu_{o\lambda} \cdot N_A = 8\ \mathrm{N} \\ \Sigma\acute{\omega}\mu\alpha\ B: T_{o\lambda B} = \mu_{o\lambda} \cdot N_B = 2\ N \end{cases}\right\}$. (Μονάδες 2)

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a\,,\ a = \frac{F - T_{o\lambda A} - T_{o\lambda B}}{m_A + m_B}\,,\ a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $\alpha_B = \alpha = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 2)

13632-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{F}_{B,A}$ είναι η δύναμη επαφής που ασκείται στο σώμα Β από το σώμα Α. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $F_{B,A} - T_{ολB} = m_B \cdot a$, $F_{B,A} = T_{ολB} + m_B \cdot a$, $F_{B,A} =$ 4 N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 10

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $υ_1 = α \cdot t_1 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $P_1 = F \cdot υ_1 = 400$ W. (Μονάδες 2)

Μονάδες 4

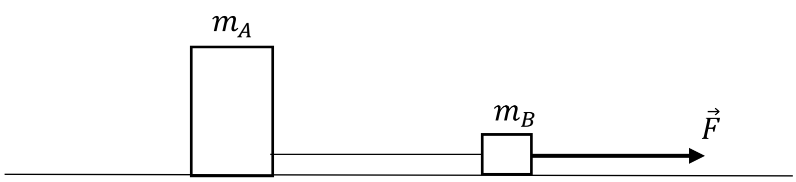
4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $Δx_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $Δx_1 = 100$ m. (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot Δx_1 = 2000$ J. (Μονάδες 3)

Μονάδες 5

13633

ΘΕΜΑ 4

Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, συνδέονται με τεντωμένο ιδανικό νήμα και είναι ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Β σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 20$ N. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι: $\mu_{o\rho} = 0{,}25$, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι: $\mu_{o\lambda} = 0{,}2$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της τάσης του νήματος κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Μονάδες 10

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

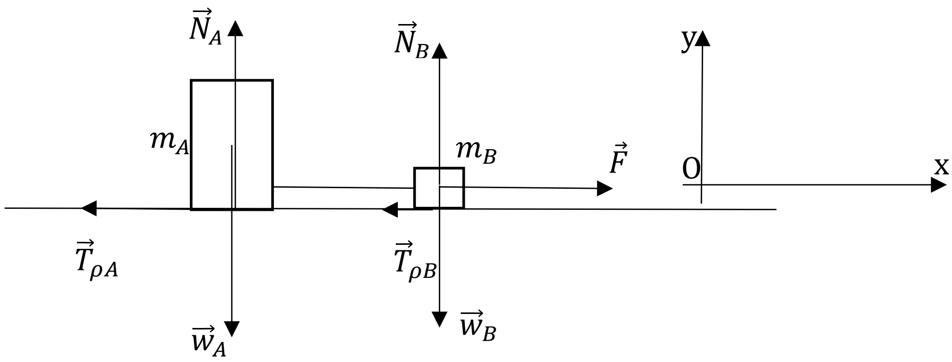
Μονάδες 4

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 5

13633-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β και το ιδανικό, τεντωμένο, νήμα που τα συνδέει ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$$\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: \sum F_y = 0\ ,\ N_A = w_A\ ,\ N_A = m_A \cdot g\ ,\ N_A = 40\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: \sum F_y = 0\ ,\ N_B = w_B\ ,\ N_B = m_B \cdot g\ ,\ N_B = 10\ \mathrm{N} \end{matrix}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: T_{ολ,A} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ολ,B} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2{,}5\ N \end{matrix}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα Α τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή: $20\ \mathrm{N} = F > T_{ολ,A} + T_{ολ,B} = 12{,}5\ \mathrm{N}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: $\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: T_{ολ,A} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ολ,B} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2\ N \end{matrix}\right\}.$

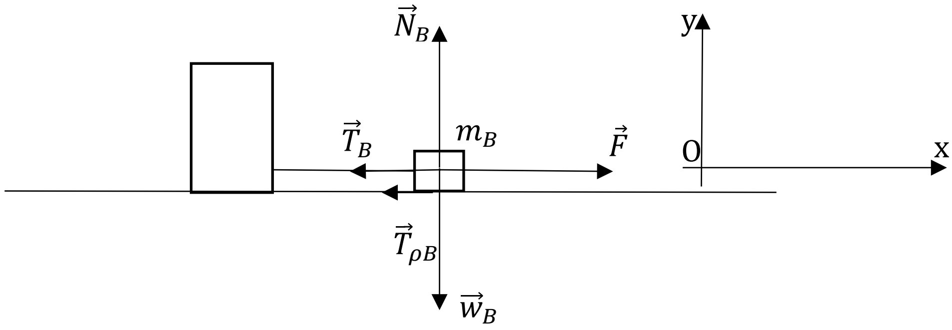
(Μονάδες 2)

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a\ ,\ a = \frac{F - T_{ολ,A} - T_{ολ,B}}{m_A + m_B}\ ,\ a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $\alpha_B = \alpha = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 2)

13633-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{T}_B$ είναι η δύναμη που δέχεται το σώμα Β από το νήμα (τάση του νήματος). Επειδή το νήμα είναι ιδανικό, ίσου μέτρου, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης δύναμη δέχεται και το σώμα Α από το νήμα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $F - T_{o\lambda,B} - T_B = m_B \cdot a$, $T_B = F - T_{o\lambda,B} - m_B \cdot a = 16$ N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 10

4.3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s είναι: $P_1 = F \cdot \upsilon_1 = 400$ W. (Μονάδες 2)

Μονάδες 4

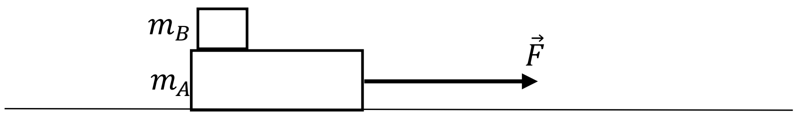
4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $\Delta x_1 = 100$ m. (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$ s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000$ J. (Μονάδες 3)

Μονάδες 5

13634

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα είναι ακίνητα, με το σώμα Β να βρίσκεται πάνω στο σώμα Α. Το σώμα Α βρίσκεται πάνω σε λείο, ακλόνητο, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 20$ N και το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται, με το σώμα Β να μην ολισθαίνει πάνω στο Α εξαιτίας της μεταξύ τους τριβής. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα Β.

Μονάδες 6

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

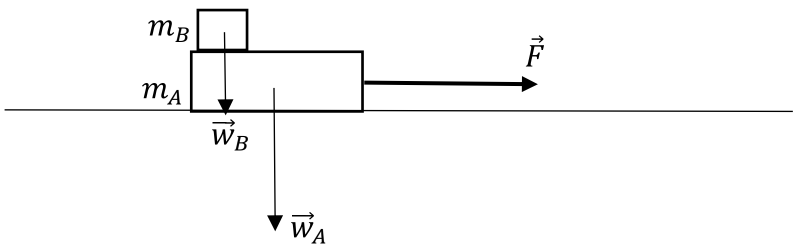
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων Α και Β μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 7

13634-Λύση

ΘΕΜΑ 4

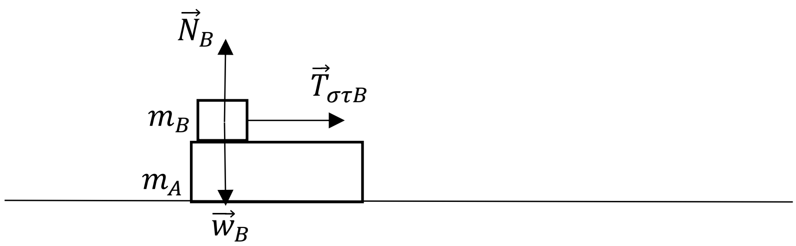


4.1. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a$, $a = \frac{F}{m_A + m_B}$, $a = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $\alpha_B = \alpha = 4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (Μονάδες 3)



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$ είναι η στατική τριβή που δέχεται το σώμα Β. Η κατεύθυνσή της είναι η εικονιζόμενη, αφού το σώμα Β επιταχύνεται προς τα δεξιά. Η $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$ είναι η μοναδική οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα Β και σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, η επιτάχυνση και η συνισταμένη δύναμη είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $T_{\sigma\tau,B} = m_B \cdot a$, $T_{\sigma\tau,B} = 4$ N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

13634-Λύση

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 3) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $P_1 = F \cdot \upsilon_1 = 800\ \mathrm{W}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

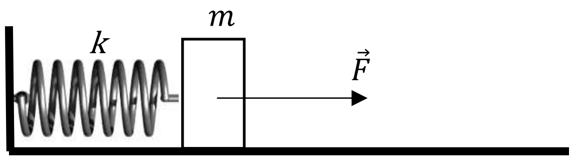
4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2$, $\Delta x_1 = 200\ \mathrm{m}$. (Μονάδες 3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 4000$ J. (Μονάδες 4)

Μονάδες 7

13636

ΘΕΜΑ 4

Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, έχει το ένα άκρο του δεμένο ακλόνητα, ενώ στο άλλο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$. Το σύστημα ελατήριο – σώμα ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Το σώμα βρίσκεται σε επαφή με οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 10\ \mathrm{N}$, με διεύθυνση που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Την ίδια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να κινείται. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου όταν το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_{ελ}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

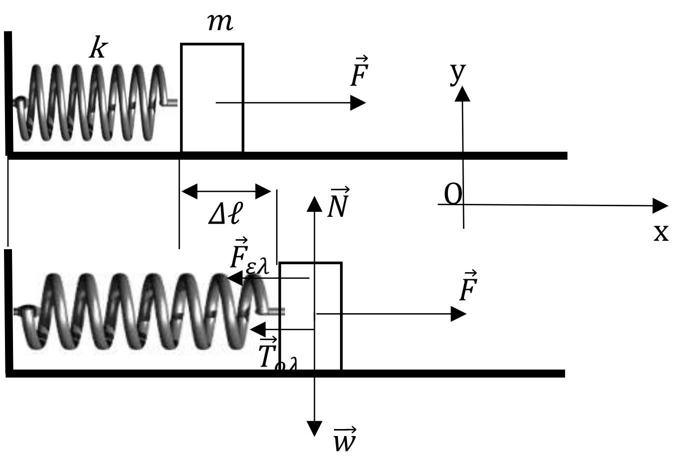
4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

13636

13636-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Newton: $\sum F_y = 0$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10$ N.

(Μονάδες 2)

Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N$, $T_{o\lambda} = 5$ N.

(Μονάδες 2)

Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή τη θέση στην οποία $\sum F_x = 0$. Αυτό συμβαίνει γιατί, ενώ οι δυνάμεις $\vec{F}$ και $\vec{T}_{o\lambda}$ είναι σταθερές, η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από το παραμορφωμένο, ιδανικό ελατήριο έχει μέτρο ανάλογο της παραμόρφωσής του, σύμφωνα με το νόμο του Hooke:

$$F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell$$

Έτσι, όσο: $F > T_{o\lambda} + F_{\varepsilon\lambda}$ το σώμα επιταχύνεται, ενώ το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται όταν $F < T_{o\lambda} + F_{\varepsilon\lambda}$. Συνεπώς, το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή τη θέση στην οποία:

$$\sum F_x = 0,\ F = F_{\varepsilon\lambda} + T_{o\lambda},\ F = k \cdot \Delta\ell + T_{o\lambda},\ \Delta\ell = \frac{F - T_{o\lambda}}{k},\ \Delta\ell = 0{,}05\ \text{m}$$

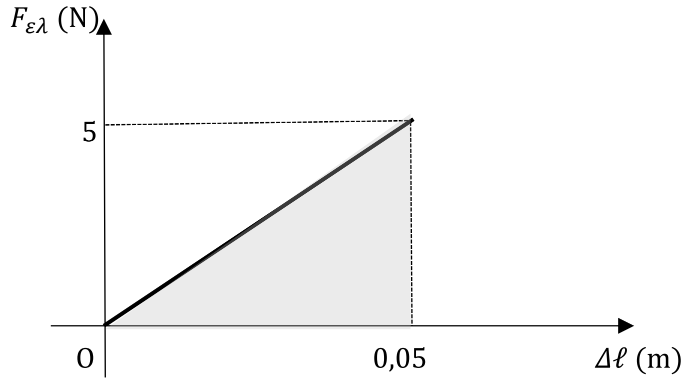
(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ένα παραμορφωμένο ιδανικό ελατήριο είναι ανάλογο της παραμόρφωσης του ελατηρίου (νόμος Hooke): $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell$. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη

13636-Λύση

μέγιστη ταχύτητά του η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη μετατόπιση (αρνητικό έργο) και μέτρο που αυξάνεται με την αύξηση της μετατόπισης όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό εκφράζει την απόλυτη τιμή του έργου της $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. Έτσι:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \mathrm{m} \cdot 5\ \mathrm{N} = -0{,}125\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.3. Ισχύει: $W_F = F \cdot \Delta\ell = 0{,}5\ \mathrm{J}$.

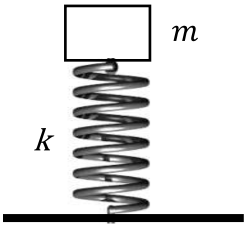
Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $Q = |W_{T_{o\lambda}}| = T_{o\lambda} \cdot \Delta\ell = 0{,}25\ \mathrm{J}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

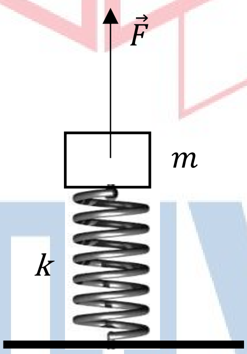
Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, έχει το κάτω άκρο του δεμένο ακλόνητα, ενώ στο άλλο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$. Το σύστημα ελατήριο – σώμα ισορροπεί.



4.1. Να υπολογίσετε την συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του συστήματος ελατήριο – σώμα.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 5\ \mathrm{N}$, όπως στο σχήμα.



4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία η συσπείρωση του ελατηρίου είναι $\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία η συσπείρωση του ελατηρίου είναι $\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.4. Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή κατά την οποία η συσπείρωση του ελατηρίου είναι $\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 7

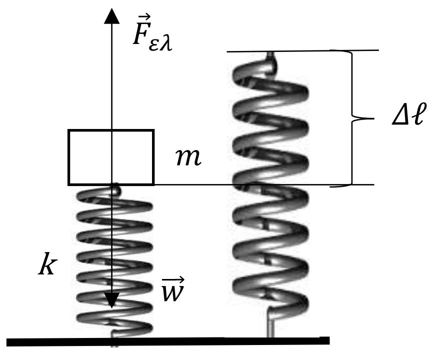
13637

Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει σταθερό μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκούνται από τον ατμοσφαιρικό αέρα.

13637-Λύση

ΘΕΜΑ 4

4.1.



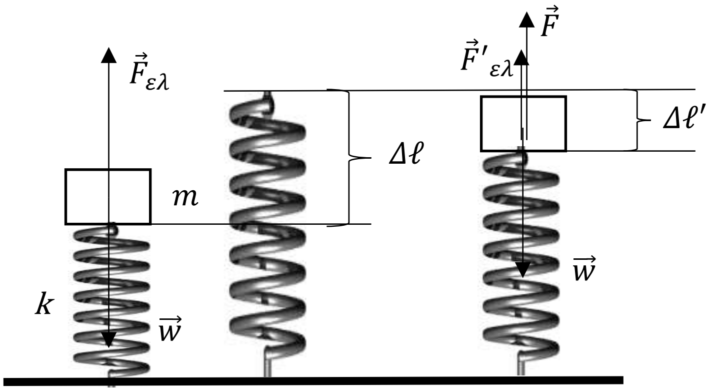
Στη θέση ισορροπίας του συστήματος, το σώμα δέχεται το βάρος του $\vec{w}$ και τη δύναμη από το συσπειρωμένο ελατήριο $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. Επειδή το σώμα ισορροπεί, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$\sum F = 0$ (2 μονάδες) , $w = F_{\varepsilon\lambda}$, $m \cdot g = k \cdot \Delta\ell$ (2 μονάδες) ,

$\Delta\ell = \frac{m \cdot g}{k} = 0{,}1\ \mathrm{m}$ (2 μονάδες).

Μονάδες 6

4.2.

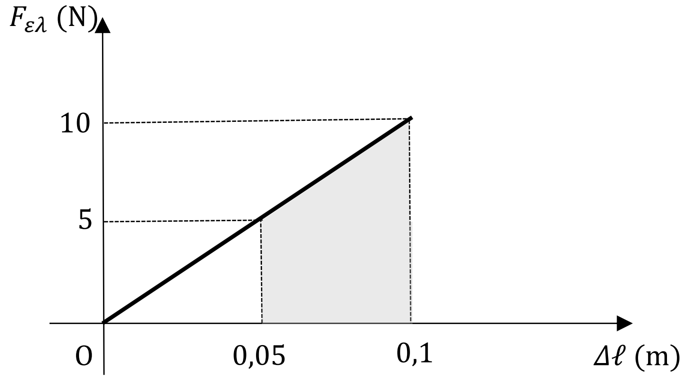


Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή και έχει ίδια κατεύθυνση με την κίνηση: $W_{\vec{F}} = F \cdot (\Delta\ell - \Delta\ell') = 0{,}25\ \mathrm{J}$.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ένα παραμορφωμένο ιδανικό ελατήριο είναι ανάλογο της παραμόρφωσης του ελατηρίου (νόμος Hooke): $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell$. Έτσι, το έργο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ πρέπει να υπολογιστεί από το διάγραμμα $F_{\varepsilon\lambda} - \Delta\ell$ (Μονάδες 3).

Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία η συσπείρωση του ελατηρίου είναι $\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}$, η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ έχει ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση (θετικό έργο) και μέτρο που μεταβάλλεται ανάλογα με τη συσπείρωση του ελατηρίου, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



(Μονάδες 2)

Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό εκφράζει την απόλυτη τιμή του έργου της $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. Έτσι:

$W_{\vec{F}_{\varepsilon\lambda}} = \frac{5\,N + 10\,\mathrm{N}}{2} \cdot 0{,}05\ \mathrm{m} = 0{,}375\ \mathrm{J}$ (Μονάδα 1)

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία η συσπείρωση του ελατηρίου είναι $\Delta l' = 0{,}05\ \mathrm{m}$ ισχύει:

$$\Delta K = W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_{\varepsilon\lambda}} + W_{\vec{w}} \text{ (2 μονάδες)},$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_{\varepsilon\lambda}} - m \cdot g \cdot (\Delta\ell - \Delta\ell') \text{ (2 μονάδες)},$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot \left[W_{\vec{F}} + W_{\vec{F}_{\varepsilon\lambda}} - m \cdot g \cdot (\Delta\ell - \Delta\ell')\right]}{m}} \text{ (2 μονάδες)},$$

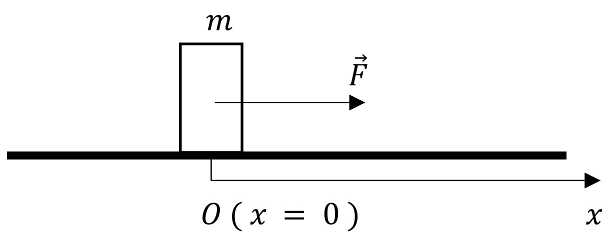
$$\upsilon = \sqrt{2 \cdot (0{,}25 + 0{,}375 - 0{,}5)}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 0{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \text{ (1 μονάδα)}$$

Μονάδες 7

13638

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1$ kg είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση $x = 0$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{op} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\ (S.I)$, όπου x η θετική θέση του σώματος. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Οι δυνάμεις που ασκούνται από τον ατμοσφαιρικό αέρα να αμεληθούν.



4.1. Να αποδείξετε ότι το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +1{,}2$ m.

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{o\lambda}$ από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +1{,}2$ m.

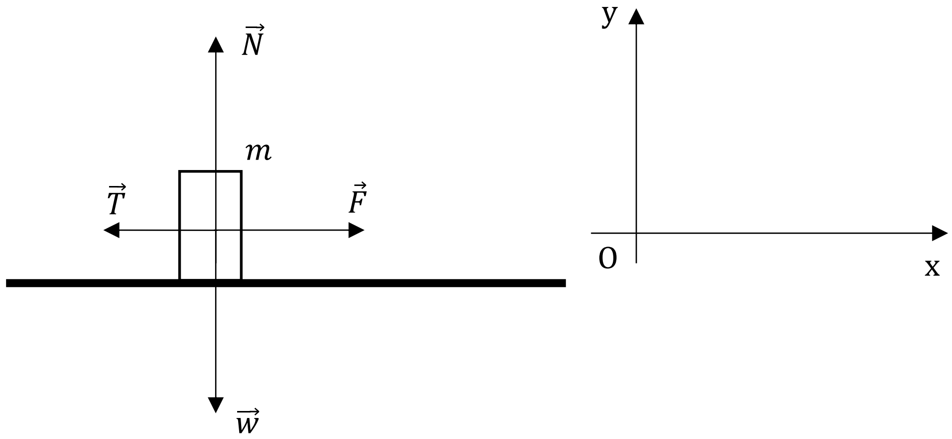
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +1{,}2$ m.

Μονάδες 7

13638-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Για κάθε χρονική στιγμή t ισχύει:

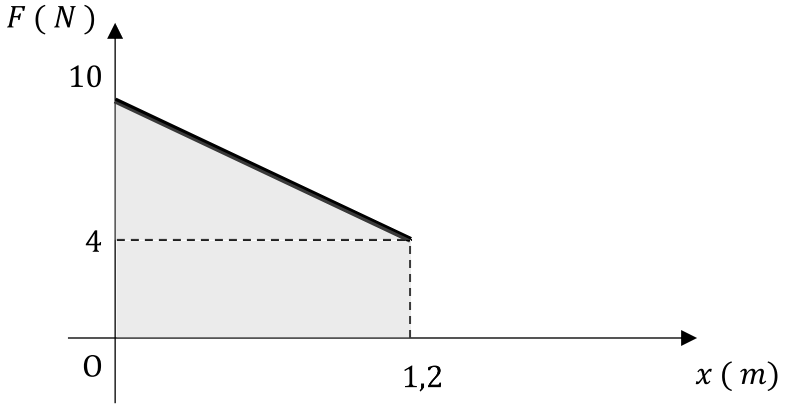
$$\sum F_y = 0 \,,\; N = w \,,\; N = m \cdot g \,,\; N = 10\ \mathrm{N}\ \text{(2 μονάδες)}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ και συνεπώς η τριβή που δέχεται από το δάπεδο είναι στατική. Για το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής ισχύει: $T_{ορ} = \mu_{ορ} \cdot N$, $T_{ορ} = 5\ \mathrm{N}$. (2 μονάδες) Στη θέση $x_0 = 0$ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι $F = 10\ \mathrm{N} > 5\ \mathrm{N} = T_{ορ}$, συνεπώς το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον καλούμαστε να υπολογίσουμε έργο δύναμης μεταβλητού μέτρου, θα κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση $F - x$ και θα υπολογίσουμε την απόλυτη τιμή του ζητούμενου έργου εμβαδομετρώντας. Η δύναμη $\vec{F}$ είναι ομόρροπη της μετατόπισης και συνεπώς το έργο της είναι θετικό (παραγόμενο).

13638-Λύση



(4 μονάδες)

$W_{\vec{F}} = \frac{10\ \mathrm{N} + 4\ \mathrm{N}}{2} \cdot 1{,}2\ m = 8{,}4\ \mathrm{J}$ (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.3. Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 4\ \mathrm{N}$ (3 μονάδες) και κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της κίνησης. Ως σταθερή δύναμη, έχει έργο:

$W_{\vec{T}_{o\lambda}} = -\ T_{o\lambda} \cdot \Delta x = -\ 4{,}8\ \mathrm{J}$ (3 μονάδες)

Μονάδες 6

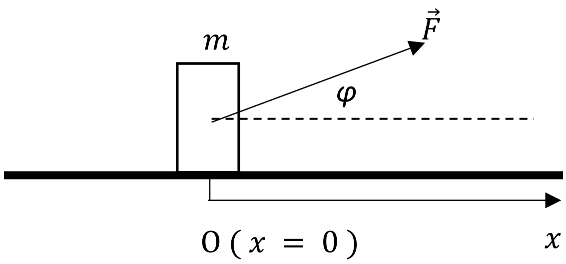
4.4. Η εκλυόμενη θερμότητα ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης: $Q = \left|W_{\vec{T}_{o\lambda}}\right| = 4{,}8\ \mathrm{J}$

Μονάδες 7

13639

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση *x* = 0. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{op} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα δέχεται την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 \cdot \sqrt{2} - 5 \cdot \sqrt{2} \cdot x\ (S.I)$, όπου *x* η θέση του σώματος και κατεύθυνση που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45°$, όπως στο σχήμα. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να διερευνήσετε αν το σώμα θα κινηθεί. Αν ναι, ποια χρονική στιγμή θα ξεκινήσει, αν όχι, να εξηγήσετε γιατί.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη θέση του σώματος, όταν αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 7

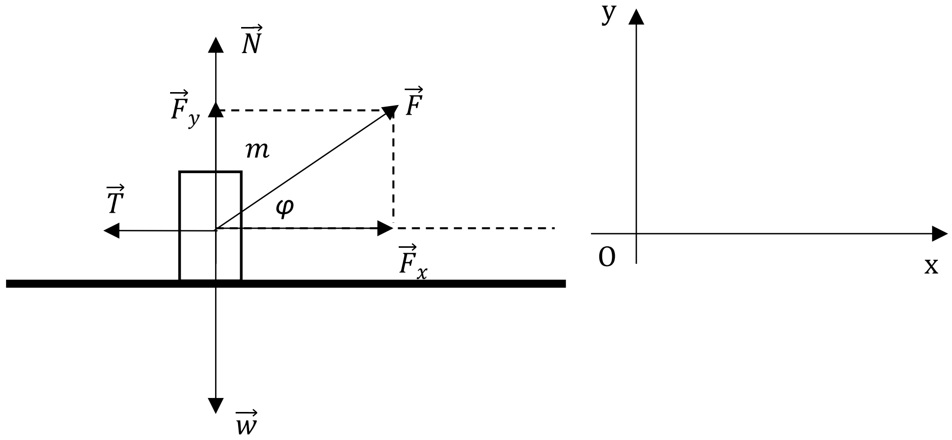
4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

Δίνονται: $\eta\mu 45° = \sigma\upsilon\nu 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

13639-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Ισχύουν: $\begin{cases} F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 - 5 \cdot x\,(\mathrm{S.I.}) \\ F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 10 - 5 \cdot x\,(\mathrm{S.I.}) \end{cases}$. Για κάθε χρονική στιγμή t ισχύει: $\sum F_y = 0$, $N + F_y = w$, $N = m \cdot g - F \cdot \eta\mu\varphi$, $N = 5 \cdot x\,(\mathrm{S.I.})$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο και συνεπώς η τριβή που δέχεται από το δάπεδο είναι στατική. Για το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, στη θέση $x = 0$, ισχύει: $T_{o\rho} = \mu_{o\rho} \cdot N$, $T_{o\rho} = 0$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_x$ είναι $F_x = 10\,\mathrm{N} > 0 = T_{o\rho}$, συνεπώς το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

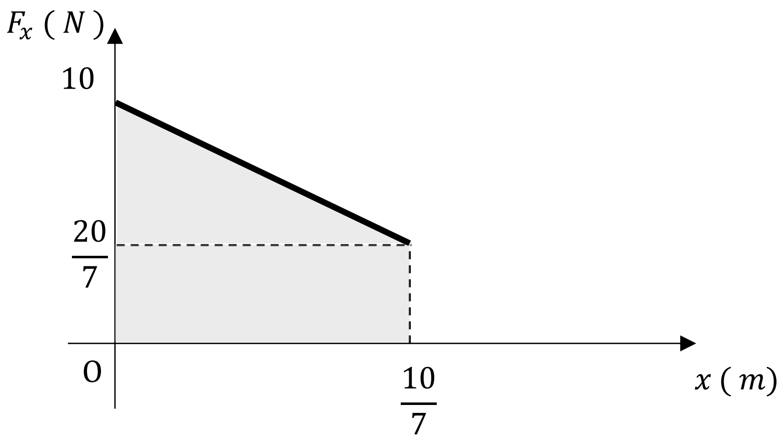
4.2. Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του στη θέση ισορροπίας του:

$\sum F_x = 0$, $F_x - T_{o\lambda} = 0$, $F_x = \mu_{o\lambda} \cdot N$, $10 - 5 \cdot x = 2 \cdot x$, $x = \frac{10}{7}\,\mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $W_{\vec{F}} = W_{\vec{F}_x} + W_{\vec{F}_y} = W_{\vec{F}_x} + 0 = W_{\vec{F}_x}$

13639-Λύση

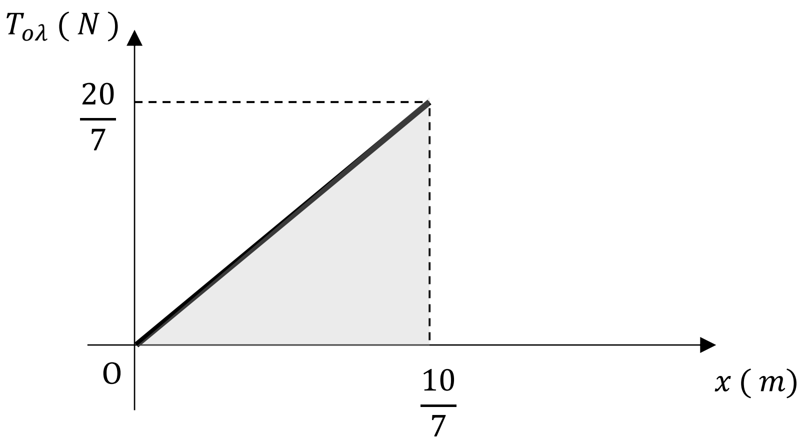


$$W_{\vec{F}_x} = \frac{10\ \mathrm{N} + \frac{20}{7}\ \mathrm{N}}{2} \cdot \frac{10}{7}\ \mathrm{m} = \frac{450}{49}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.4. Η εκλυόμενη θερμότητα Q ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης.

Ισχύει: : $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 2 \cdot x\,(\mathrm{S.I.})$, $Q = \left|W_{\vec{T}_{o\lambda}}\right|$.



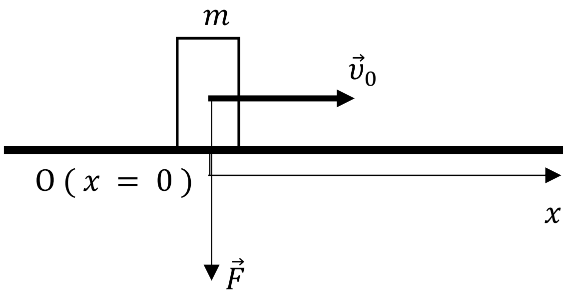
$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{7}\ \mathrm{m} \cdot \frac{20}{7}\ \mathrm{N} = \frac{100}{49}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

13640

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά μήκος οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του O (x = 0), με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 4 \cdot \sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα κάτω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\ (S.I)$, όπου x η θέση του σώματος Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση x.

Μονάδες 9

4.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x = +4\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 9

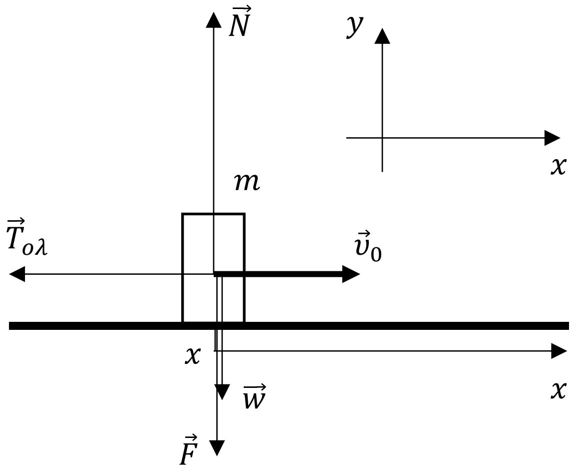
4.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

Μονάδες 7

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

13640-Λύση

ΘΕΜΑ 4



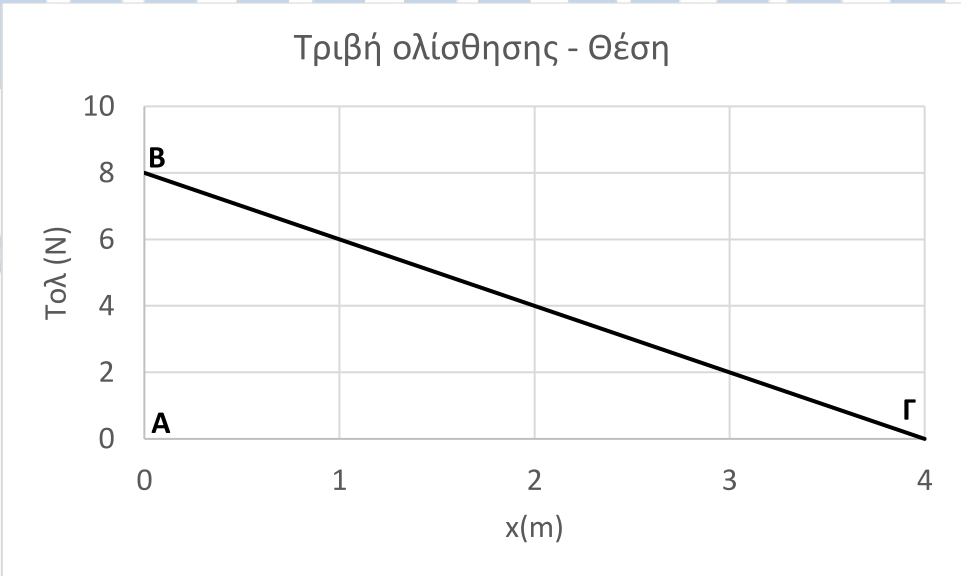
4.1. Στην τυχαία θέση *x*, το σημειακό αντικείμενο δέχεται τις δυνάμεις του παραπάνω σχήματος. Το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται στον κατακόρυφο άξονα, οπότε, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$\sum F_y = 0\,,\ N = w + F\,,\ N = m \cdot g + F\,,\ N = 20 - 5 \cdot x\,(S.I.).$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 8 - 2 \cdot x\,(S.I.).$

Μονάδες 9

4.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται με τη θέση του σημειακού κινητού, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



13640-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ είναι αρνητικό (η κατεύθυνση της τριβής ολίσθησης είναι αντίθετη από την φορά της κίνησης) και η απόλυτη τιμή του είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ του γραφήματος. Έτσι, $W_{T_{o\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\mathrm{J} = -16\mathrm{J}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ έχουμε:

$\varDelta K = W_{T_{o\lambda}},\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = W_{T_{o\lambda}},\ \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2 \cdot W_{T_{o\lambda}}}{m}} = 0.$

Μονάδες 9

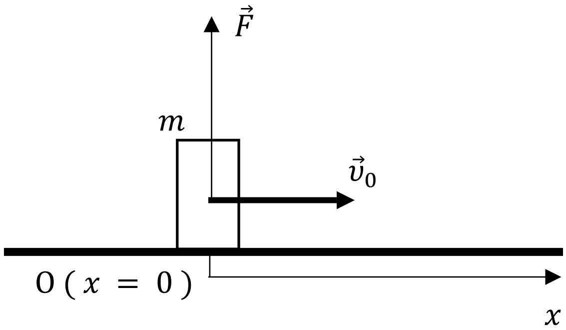
4.3 Ισχύει: $Q = \left|W_{\vec{T}_{o\lambda}}\right| = 16\mathrm{J}$.

Μονάδες 7

13641

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά μήκος οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του Ο (*x* = 0), με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 4 \cdot \sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα πάνω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\ (S.I)$, όπου *x* η θέση του σώματος Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}4$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση *x*.

Μονάδες 9

4.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x = +4\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 9

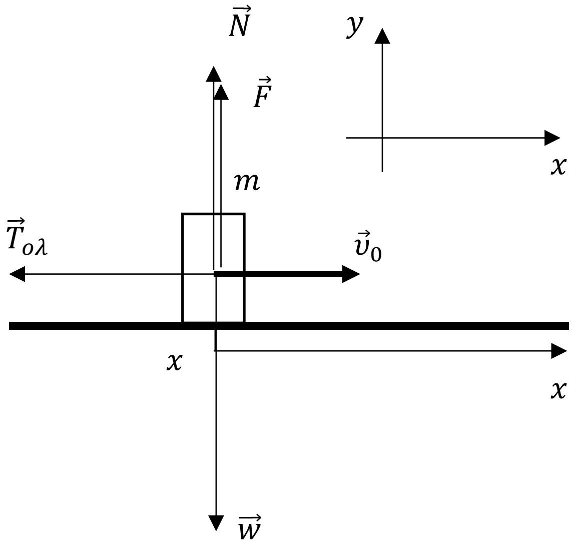
4.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

Μονάδες 7

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

13641-Λύση

ΘΕΜΑ 4



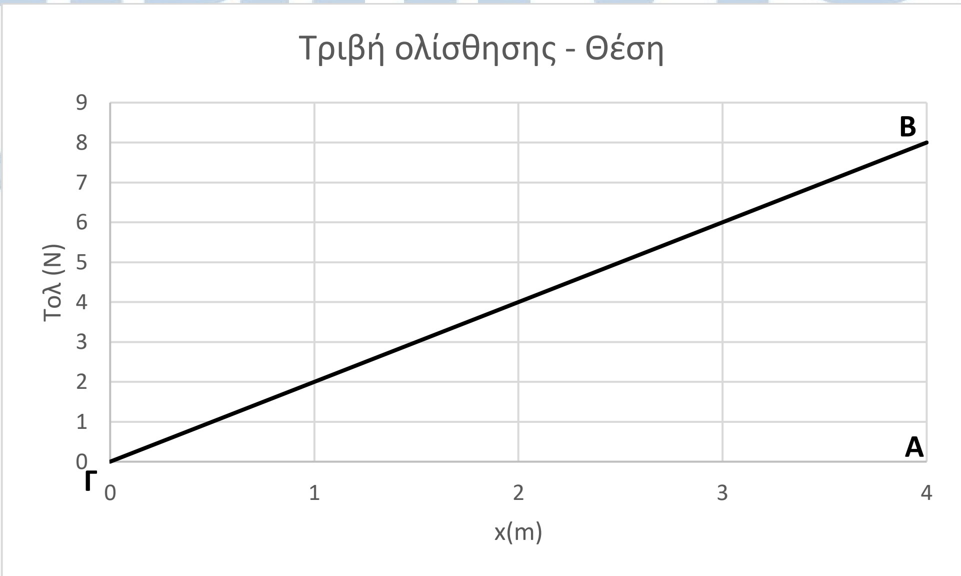
4.1. Στην τυχαία θέση *x*, το σημειακό αντικείμενο δέχεται τις δυνάμεις του παραπάνω σχήματος. Το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται στον κατακόρυφο άξονα, οπότε, σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton:

$\sum F_y = 0\,, N + F = w\,, N = m \cdot g - F\,, N = 5 \cdot x\,(S.I.)$.

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = μ_{ολ} \cdot N = 2 \cdot x\,(S.I.)$.

Μονάδες 9

4.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται με τη θέση του σημειακού κινητού, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



13641-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ είναι αρνητικό (η κατεύθυνση της τριβής ολίσθησης είναι αντίθετη από την φορά της κίνησης) και η απόλυτη τιμή του είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ του γραφήματος. Έτσι, $W_{\vec{T}_{ο\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\mathrm{J} = -16\mathrm{J}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ έχουμε:

$\Delta K = W_{\vec{T}_{ο\lambda}}$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = W_{\vec{T}_{ο\lambda}}$, $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2 \cdot W_{\vec{T}_{ο\lambda}}}{m}} = 0.$

Μονάδες 9

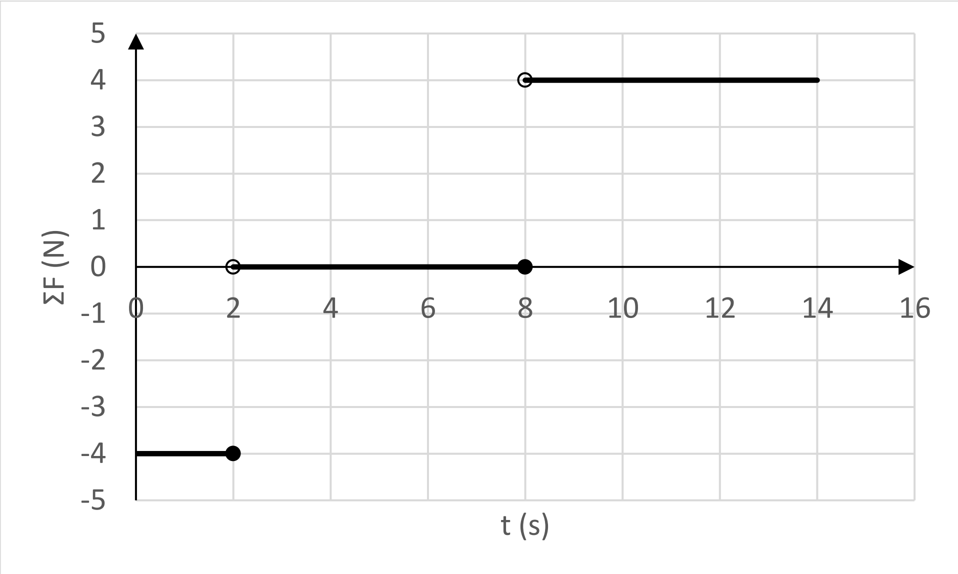
4.3 Ισχύει: $Q = \left|W_{\vec{T}_{ο\lambda}}\right| = 16\mathrm{J}$.

Μονάδες 7

13642

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο μάζας m = 1 Kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0 = 0$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



4.1. Να υπολογίσετε:

Α. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s.

Μονάδες 5

Β. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 = 8 s.

Μονάδες 5

Γ. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ και τη θέση $\vec{x}_3$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s.

Μονάδες 5

4.2. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

Α. ταχύτητας - χρόνου ($\upsilon - t$) και

Μονάδες 5

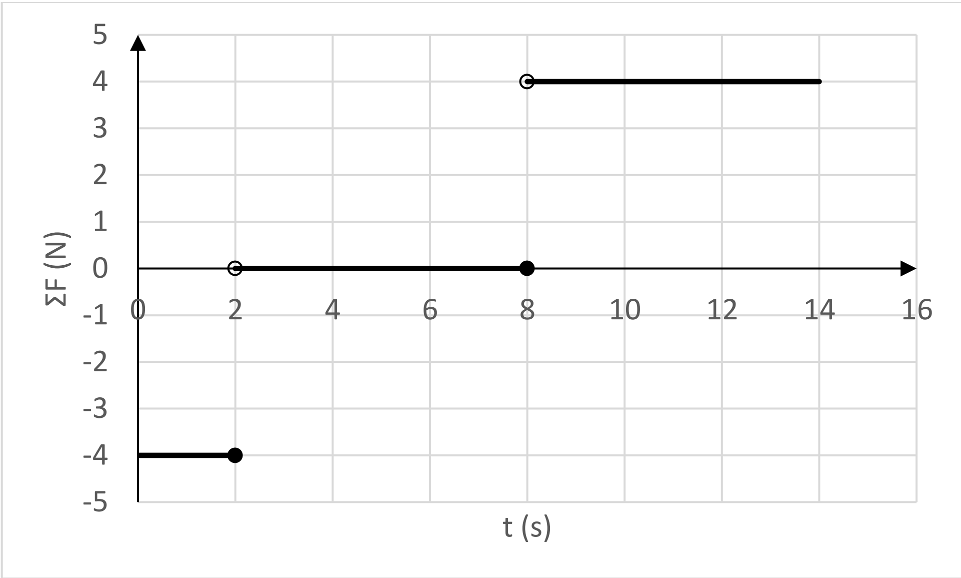
Β. θέσης – χρόνου ($x - t$)

Μονάδες 5

από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s.

13642-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1.

Α. Από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s:

$\sum F_1 = -4\,\mathrm{N}$, $m \cdot \alpha_1 = -4\,\mathrm{N}$, $\alpha_1 = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδα 1)

Ισχύουν:

$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha_1 \cdot t_1 = -8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 2)

και

$x_1 = x_0 + \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot t_1^2$, $x_1 = -8\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 5

Β. Μετά την χρονική στιγμή 2 s και μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 = 8 s: $\sum F_2 = 0$. (Μονάδα 1)

Ισχύουν: $\upsilon_2 = \upsilon_1 = -8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 2) και

$x_2 = x_1 + \upsilon_1 \cdot (t_2 - t_1)$, $x_2 = -56\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 5

Γ. Μετά την χρονική στιγμή 8 s μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 = 14 s:

$\sum F_1 = 4\,\mathrm{N}$, $m \cdot \alpha_3 = 4\,\mathrm{N}$, $\alpha_3 = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδα 1)

Ισχύουν:

$\upsilon_3 = \upsilon_2 + \alpha_3 \cdot (t_3 - t_2) = 16\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (Μονάδες 2)

και

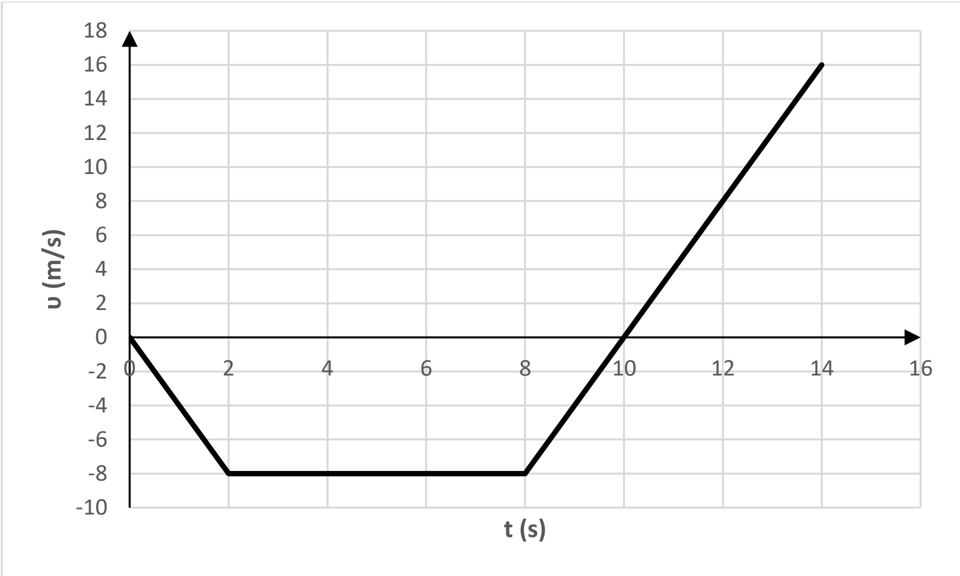
$x_3 = x_2 + \upsilon_2 \cdot (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot (t_3 - t_2)^2$, $x_3 = -32\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 5

13642-Λύση

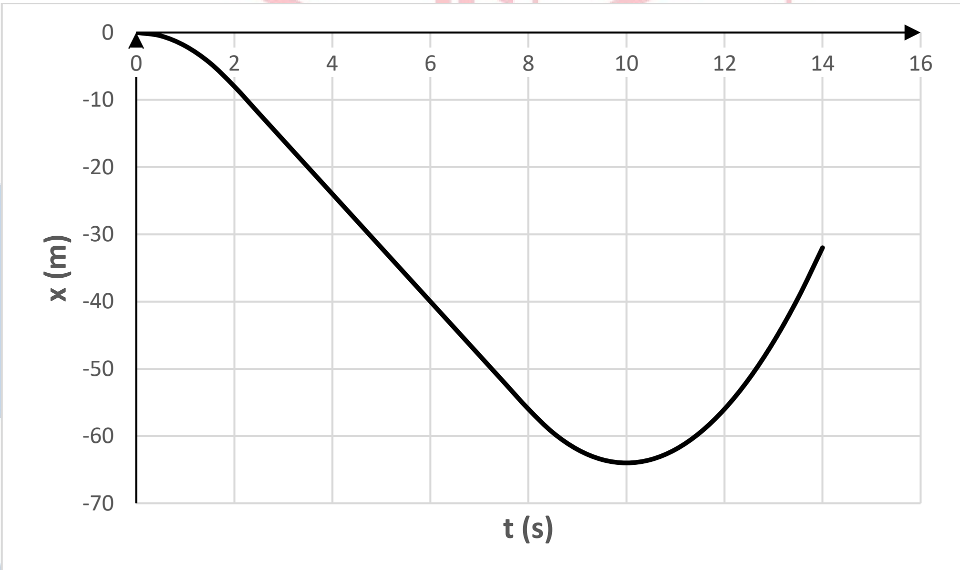
4.2.

Α.



Μονάδες 5

Β. θέσης – χρόνου (*x – t)*



Μονάδες 5

13658

ΘΕΜΑ 4

Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 20\ \mathrm{Kg}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ ένας μαθητής αρχίζει να τραβά το κιβώτιο, ασκώντας σε αυτό σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $100\ \mathrm{N}$, η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία 60^0 με το οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με $\upsilon_1 = 2\ \mathrm{m/s}$ και ο μαθητής σταματά να τραβά το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη επάνω στο δάπεδο και τέλος ακινητοποιείται. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου κατά το χρονικό διάστημα που ο μαθητής ασκούσε δύναμη σ' αυτό.

Μονάδες 2

β. Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος να εξηγήσετε γιατί υπάρχει τριβή μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 4

4.2 Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο για τα χρονικά διαστήματα 0 s $\rightarrow$ 4 s και 4 s $\rightarrow$ t_2 (όπου t_2 η χρονική στιγμή κατά την οποία το κιβώτιο ακινητοποιείται).

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.3 α. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 5

β. Την ενέργεια που προσφέρθηκε από τον μαθητή στο κιβώτιο.

Μονάδες 2

4.4 Το συνολικό διάστημα που διανύθηκε από το κιβώτιο επάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, μέχρις αυτό να σταματήσει.

Μονάδες 5

Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} \cong 1{,}7$

13658-Λύση

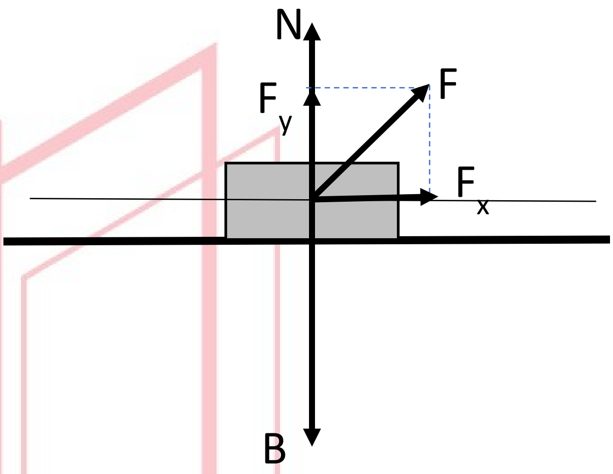
<u>Ενδεικτική λύση</u>

4.1.α

$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 \Rightarrow 2\,{}^{m}/_{s} = \alpha \cdot 4s \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 0,5\ {}^{m}/_{s^2}}$ ***(Μονάδες 2)***

4.1.β

Αν δεν υπήρχε τριβή:



$F_x = m \cdot a' \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 = m \cdot a'$

(Μονάδα 1)

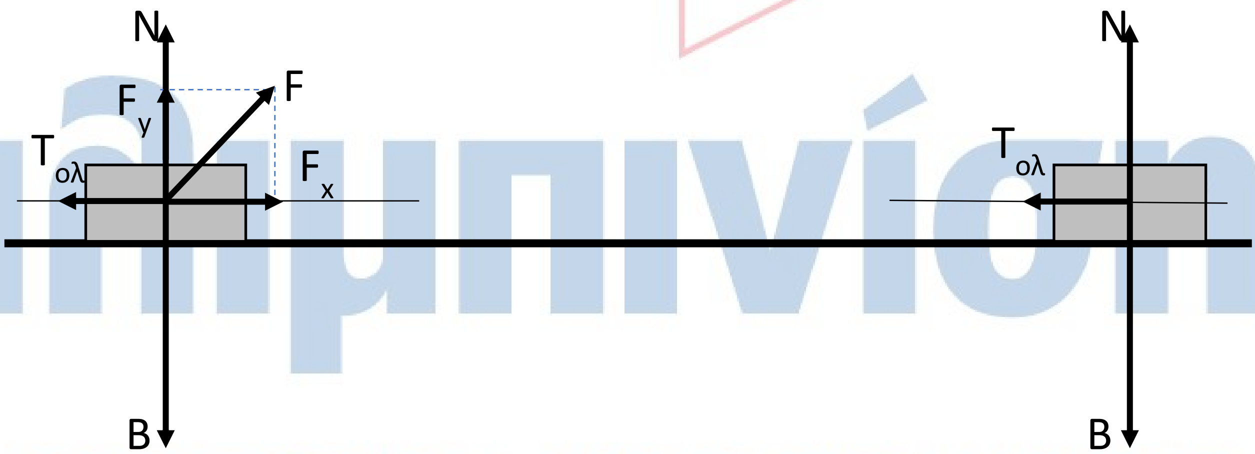
$\Rightarrow 100N \cdot \frac{1}{2} = 20kg \cdot a' \Rightarrow \boldsymbol{a' = 2,5\ {}^{m}/_{s^2}}$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$\alpha < \alpha'$ άρα υπάρχει τριβή ***(Μονάδα 1)***

4.2



Από 0 s – 4 s

Από 4 s - t_2

(Μονάδες 7)

4.3.α

Έχουμε

$T = \mu \cdot N\ (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta\mu 60^0$

13658-Λύση

$$\Rightarrow N = 20\ \mathrm{Kg}\cdot\frac{10\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 100\ \mathrm{N}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N \cong 115\ \mathrm{N}}\ (2)$$

(Μονάδες 2)

$$\Sigma F_x = m\cdot\alpha \Rightarrow F_x - T_{o\lambda} = m\cdot\alpha \Rightarrow F\cdot\sigma\upsilon\nu 60^0 - T_{o\lambda} = m\cdot\alpha \Rightarrow$$

$$T_{o\lambda} = 100\ \mathrm{N}\cdot\frac{1}{2} - 20\ \mathrm{Kg}\cdot 0{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/{}_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\lambda} = 40\ \mathrm{N}}\ (3)$$

(Μονάδες 2)

Η (1) λόγω των (2) και (3) γίνεται: $40N = \mu\cdot 115N \Rightarrow \mu = \frac{40}{115} \Rightarrow \boldsymbol{\mu \simeq 0{,}35}$ ***(Μονάδα 1)***

4.3.β

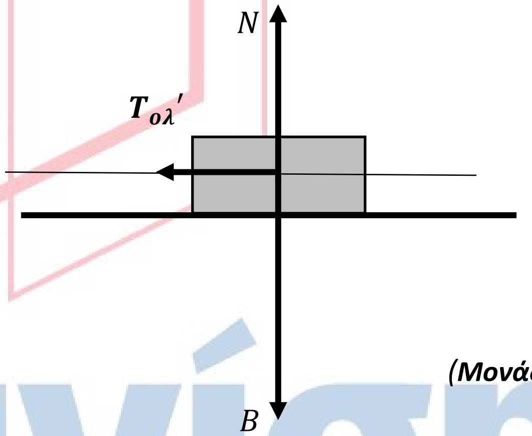
$$W = F\cdot s\cdot\ \sigma\upsilon\nu 60^0\ \ (1)$$

$$s = \frac{1}{2}\alpha\cdot t_1^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2}0.5\ {}^{\mathrm{m}}/{}_{\mathrm{s}^2}\,(4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{s = 4\ m}$$ ***(Μονάδα 1)***

Από την (1) με αντικατάσταση προκύπτει: $W = 100\ \mathrm{N}\cdot 4\ \mathrm{m}\cdot\ 0{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{W = 200\ \mathrm{J}}$ ***(Μονάδα 1)***

4.4.

Μετά την χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s έχουμε:



Η νέα $T'_{o\lambda} = \mu\cdot N = \mu\cdot mg$

$$\Rightarrow T'_{o\lambda} = 0{,}35\cdot 20\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/{}_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T'_{o\lambda} = 70\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

Από Θ.Μ.Κ.Ε., για το χρονικό διάστημα 4 s $\longrightarrow t_2$, έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 = -T'_{o\lambda}\cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2}20\ \mathrm{kg}\cdot(2\ {}^{\mathrm{m}}/{}_{\mathrm{s}})^2 = 70\ \mathrm{N}\cdot s_1 \Rightarrow \boldsymbol{s_1 = \frac{4}{7}\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 2)

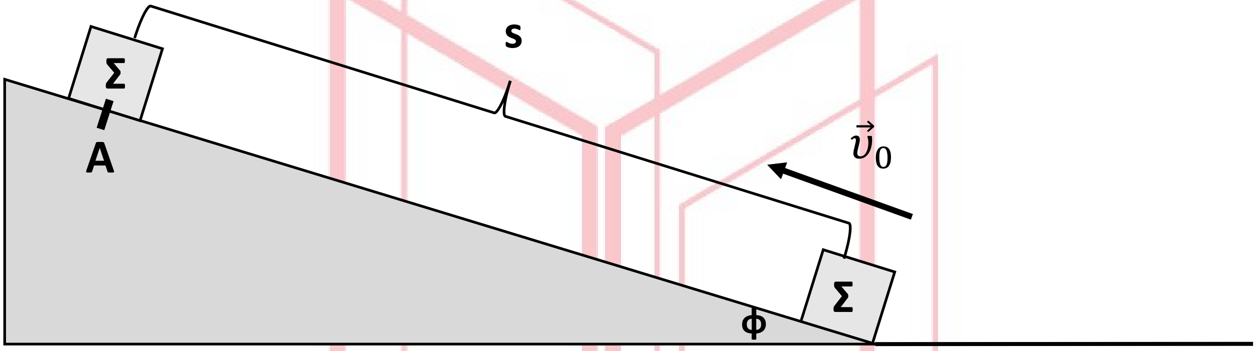
$$s_{o\lambda} = s + s_1 \Rightarrow \boldsymbol{s_{o\lambda} = \frac{32}{7}\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ 4

13660

Σώμα μάζας $m = 5\ \mathrm{Kg}$, όπως φαίνεται στο σχήμα, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από την βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το σώμα, αφού διανύσει διάστημα $s = 8\ \mathrm{m}$ επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει τριβή, επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου υ στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε. Το σώμα, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ, σε οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο και σταματά αφού διανύσει διάστημα s_1 επάνω σε αυτό. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία κινείται, είναι ο ίδιος και για τα δύο επίπεδα. Δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο και κατά την κάθοδό του σε αυτό και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης. Επίσης να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της Τριβής Ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και τον συντελεστή Τριβής Ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία αυτό κινείται

Μονάδες 7

4.3 Να εξηγήσετε γιατί το σώμα επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 3

4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία το σώμα επιστρέφει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και το διάστημα s_1 που το σώμα διανύει στο οριζόντιο επίπεδο.

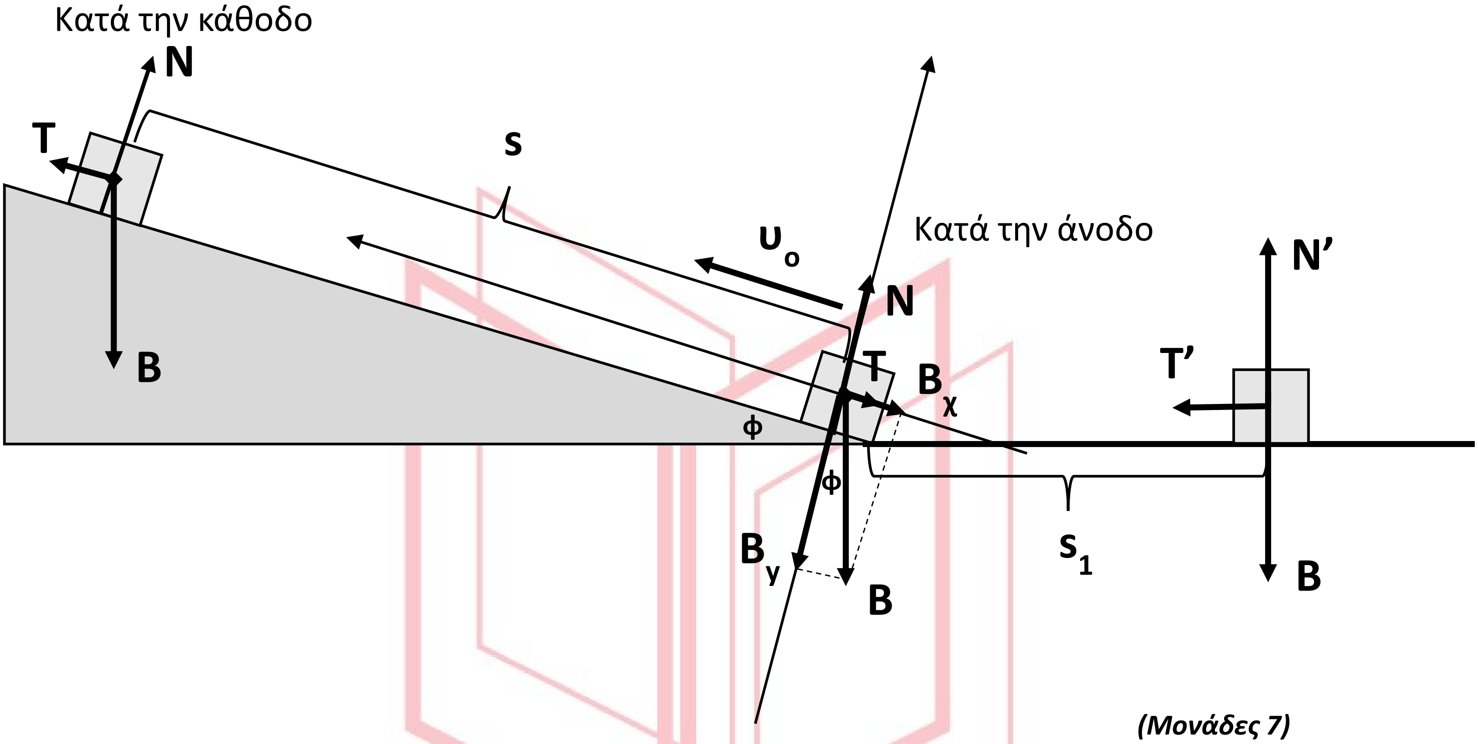
Μονάδες 8

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\frac{50\sqrt{3}}{12} \cong 7$

__Ενδεικτική λύση__

13660-Λύση

4.1



(Μονάδες 7)

4.2

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. κατά την άνοδο του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$K_{τελ} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgημ30^0 s - Ts$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cdot 5\ \mathrm{Kg}\cdot (10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 = -5\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\ \mathrm{m} - T\cdot 8\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{4}}\ \mathbf{N} = \mathbf{6,25\ N}$$

(Μονάδες 4)

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow N - mgσυν30^0 = 0 \Rightarrow N = 5\ \mathrm{kg}\cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N} = \mathbf{25\sqrt{3}\ N}$$

$$T = \mu\cdot N \Rightarrow \frac{25}{4}\ \mathrm{N} = \mu\cdot 25\sqrt{3}\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{\mu} = \frac{\sqrt{3}}{\mathbf{12}}$$

(Μονάδες 2+1=3)

4.3

Για να επιστρέψει το σώμα στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα πρέπει: $\boldsymbol{B_x} > \boldsymbol{T}$

$$B_x = mgημ30^0 = 5\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{B_x} = \mathbf{25\ N > T}$$

(Μονάδες 1+2=3)

4.4

13660-Λύση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την συνολική διαδρομή του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Το έργο του βάρους του σώματος είναι μηδέν καθώς το βάρος είναι συντηρητική δύναμη και το σώμα, επιστρέφοντας στη θέση από την οποία ξεκίνησε, διαγράφει κλειστή διαδρομή επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = W_{βαρ} - 2Ts$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 5\ \mathrm{Kg}\cdot υ^2 - \frac{1}{2}\cdot 5\ \mathrm{Kg}\cdot \left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0 - \frac{25}{4}\ \mathrm{N}\cdot 16\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{υ = 2\sqrt{15}\ \frac{m}{s}}$$

(Μονάδες 1+3=4)

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την διαδρομή του κιβωτίου επάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

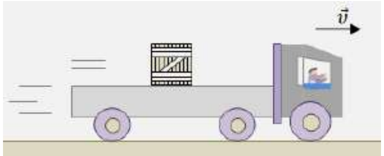
$$T' = μ\cdot N' = μ\cdot m\cdot g \Rightarrow T' = \frac{\sqrt{3}}{12}50\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T' \cong 7\ N}\ \ (1)$$

$$K_{τελ} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \overset{(1)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2}mυ^2 = -T's_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} \boldsymbol{s_1 \cong 21,4\ m}$$

(Μονάδες 2+2=4)

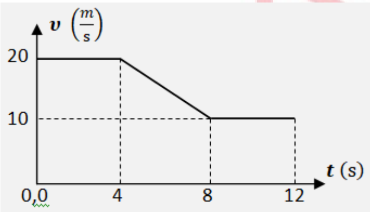
13664

ΘΕΜΑ 4



Στην καρότσα ενός φορτηγού, το οποίο κινείται σε οριζόντιο δρόμο, βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας $m = 200\ \text{kg}$, χωρίς να είναι δεμένο ή στερεωμένο με οποιοδήποτε τρόπο πάνω σε αυτή. Η μάζα του φορτηγού, χωρίς το κιβώτιο είναι $M = 2800\ \text{kg}$.

Το φορτηγό αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, αλλά ο οδηγός του αναγκάστηκε να φρενάρει, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του διαγράμματος, ενώ κινείται πάντα ευθύγραμμα.



Στη διάρκεια του φρεναρίσματος, το κιβώτιο δεν ολίσθησε πάνω στην καρότσα, εξαιτίας της τριβής που δημιουργήθηκε μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της μετατόπισης του φορτηγού από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 12\ \text{s}$,

Μονάδες 6

4.2 το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, η οποία επιβραδύνει το όχημα, στη διάρκεια του φρεναρίσματος,

Μονάδες 6

4.3 τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της καρότσας, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του κιβωτίου πάνω σε αυτή, κατά το φρενάρισμα,

Μονάδες 7

4.4 το έργο της τριβής που ασκήθηκε στο κιβώτιο από την καρότσα του φορτηγού, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

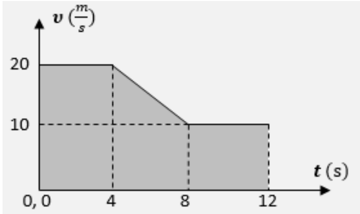
Μονάδες 6

Δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα, μπορούν να αγνοηθούν και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας να θεωρηθεί $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

13664-Λύση

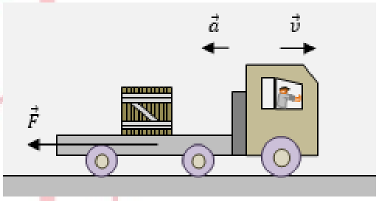
ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος υπολογίζεται ως εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που οριοθετείται από την γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνων από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_3 = 12\,\mathrm{s}$. Το σχήμα μπορεί να αναλυθεί σε δύο παραλληλόγραμμα και ένα τραπέζιο. Έτσι:



$$\Delta x = E_1 + E_2 + E_3 = \left[20 \cdot 4 + \frac{(20+10)\cdot 4}{2} + 10 \cdot 4\right] \mathrm{m} = \mathbf{180\ m}$$

4.2 Η επιβράδυνση του οχήματος συμβαίνει από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\mathrm{s}$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 8\,\mathrm{s}$. Με την βοήθεια του δεδομένου διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης στην διάρκεια του φρεναρίσματος:



$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{(10-20)\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{(8-4)\ \mathrm{s}} = -2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

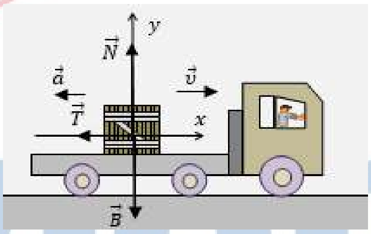
Έτσι η συνισταμένη δύναμη η οποία επιβραδύνει το όχημα υπολογίζεται με την βοήθεια του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$F = (m + M) \cdot a = 3000 \cdot (-2{,}5)\ \mathrm{N} = -7500\ \mathrm{N}$$

Άρα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιβραδύνει το όχημα είναι:

$$|\boldsymbol{F}| = \mathbf{7500\ N}$$

4.3 Κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος του φορτηγού, το κιβώτιο τείνει να ολισθήσει προς τα εμπρός πάνω στην καρότσα. Δημιουργείται τριβή που εμποδίζει την ολίσθηση, δηλαδή στατική τριβή, όπως στο σχήμα.
Κατακόρυφα στο κιβώτιο, έχουμε ισορροπία δυνάμεων:



$$\Sigma F_y = N - B = 0$$

ή $$N = B = m \cdot g = 2000\ \mathrm{N}$$

Έστω T το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το κιβώτιο από την καρότσα. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής οριζόντια για το κιβώτιο:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

ή $-T = m \cdot a$, οπότε $T = 500\ \mathrm{N}$

Επειδή πρόκειται για στατική τριβή, για το μέτρο της πρέπει να ισχύει η σχέση:

$T \le \mu_{op.} \cdot N$, όπου $\mu_{op.}$ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής.

Έτσι καταλήγουμε στην σχέση:

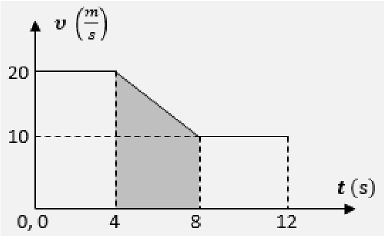
$$\mu_{op.} \ge \frac{T}{N}\ ,\ \text{ή}\ \ \mu_{op.} \ge 0{,}25$$

Τελικά δηλαδή συμπεραίνουμε ότι πρέπει: $\boldsymbol{\mu_{op.}^{min} = 0{,}25}$

4.4 Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος αλλά και του κιβωτίου κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος, ως εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος (τραπεζίου) στο δεδομένο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το οποίο δημιουργείται από την γραφική παράσταση και τον άξονα χρόνων, από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\mathrm{s}$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 8\,\mathrm{s}$:

13664-Λύση

$$\Delta x' = \frac{(20+10)\cdot 4}{2}\, m = 60\, m$$

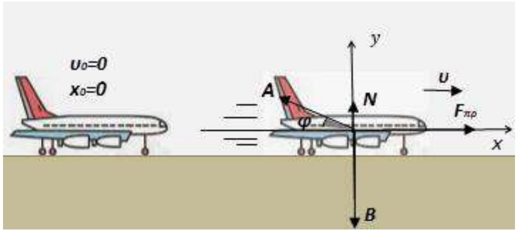


Το έργο της στατικής τριβής στο κιβώτιο στη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι:

$$W_T = -T \cdot \Delta x' = -30000\ \mathrm{J}$$

13665

ΘΕΜΑ 4



Η απογείωση των αεροσκαφών στηρίζεται στη δημιουργία μιας πλάγιας προς τα πάνω δύναμης από τον αέρα στο σκάφος, κυρίως εξαιτίας της κλίσης και του σχήματος των πτερυγίων του. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνεται, καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αεροσκάφους, μέχρι που τελικά, η κατακόρυφη συνιστώσα της, καταφέρνει να το απογειώσει.

Στην εικόνα φαίνεται ένα αεροσκάφος συνολικής μάζας $m = 3 \cdot 10^4$ kg μαζί με τους επιβάτες και το φορτίο του, σε διαδικασία απογείωσης. Αρχικά βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ ακίνητο ($υ_0 = 0$).

Στο αεροσκάφος ασκείται από τον προωθητικό μηχανισμό του σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_{πρ.}$, μέτρου $F_{πρ.} = 5 \cdot 10^5$ N και αμέσως αρχίζει να τροχοδρομεί κινούμενο ευθύγραμμα στον οριζόντιο διάδρομο απογείωσης.

Έτσι δημιουργείται μια πλάγια και προς τα πάνω δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ όπως στο σχήμα από τον αέρα στο σκάφος, με σταθερή διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0{,}8$. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνεται με την απόσταση x από την αρχική θέση του αεροσκάφους, σύμφωνα με τη σχέση $A = 1000 \cdot x,\ (S.I)$.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$ του αεροσκάφους από το έδαφος, όταν απέχει $x = 200$ m από την αρχική θέση εκκίνησης,

Μονάδες 6

4.2 σε πόση απόσταση από την αρχική θέση εκκίνησης του αεροσκάφους, αυτό απογειώνεται,

Μονάδες 6

4.3 το μέτρο της επιτάχυνσης του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης.

Μονάδες 6

Αν δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης είναι $υ = 100\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, να υπολογίσετε:

4.4 το έργο της δύναμης αντίστασης $\vec{A}$, από τη στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη στιγμή της απογείωσης του αεροσκάφους.

Μονάδες 7

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

13665-Λύση

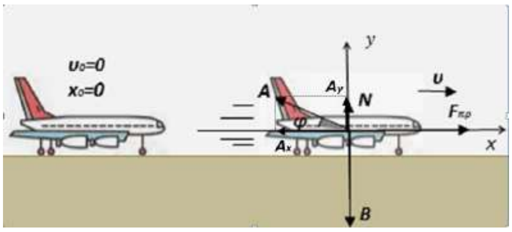
ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

Αναλύουμε την αντίσταση $\vec{A}$ σε μια κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{A}_y$, μέτρου

$A_y = A \cdot ημφ = 1000 \cdot 0{,}6 \cdot x = 600 \cdot x$, (S.I)

και σε μια οριζόντια συνιστώσα $\vec{A}_x$, μέτρου

$A_x = A \cdot συνφ = 1000 \cdot 0{,}8 \cdot x = 800 \cdot x$, (S.I)



4.1 Μέχρι την απογείωσή του, το αεροσκάφος κινείται οριζόντια, οπότε οι δυνάμεις στην κατακόρυφη διεύθυνση ισορροπούν:

$$ΣF_y = A_y + N - B = 0$$

$$ή\ \ N = B - A_y = m \cdot g - A_y = 3 \cdot 10^5 - 600 \cdot x, (\mathrm{S.I})$$

Έτσι για $x = 200\ \mathrm{m}$, προκύπτει $N = (3 \cdot 10^5 - 1{,}2 \cdot 10^5) = 1{,}8 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

4.2 Το αεροσκάφος φτάνει σε κατάσταση απογείωσης, όταν η κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{A}_y$ εξουδετερώνει το βάρος του $\vec{B}$, με αποτέλεσμα να μην δέχεται κατακόρυφη δύναμη στήριξης από το δάπεδο ($\vec{N} = \vec{0}$) . Δηλαδή όταν:

$$A_y = B = m \cdot g = 3 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$$

ή $600 \cdot x = 3 \cdot 10^5, (S.I)$, δηλαδή στη θέση $x = \frac{300000}{600}\ \mathrm{m} = \mathbf{500\ m}$ από την αρχική θέση έναρξης της τροχοδρόμησης του αεροσκάφους.

4.3 Η κίνηση του αεροσκάφους μέχρι την απογείωσή του είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση εξαιτίας της οριζόντιας συνισταμένης δύναμης:

$$ΣF_x = F_{πρ.} - A_x = 5 \cdot 10^5 - 800 \cdot x\ , (S.I) \qquad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στην οριζόντια διεύθυνση κίνησης του αεροσκάφους:

$$ΣF_x = m \cdot a$$

Οπότε με την βοήθεια και της σχέσης (1) προκύπτει για $x = 500\ \mathrm{m}$:

$$a = \frac{ΣF_x}{m} = \frac{10^5}{3 \cdot 10^4} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}} \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$$

4.4 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας στην κίνηση του αεροσκάφους, από τη θέση εκκίνησης μέχρι τη θέση απογείωσης:

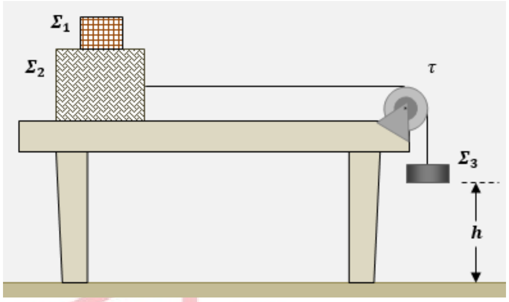
$$ΔK = W_{ολ.}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 - 0 = W_{F_{πρ.}} + W_A$$

$$W_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ^2 - F_{πρ.} \cdot Δx = \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^5 \cdot 500\right) \mathrm{J} = -10^8\ \mathrm{J}$$

13666

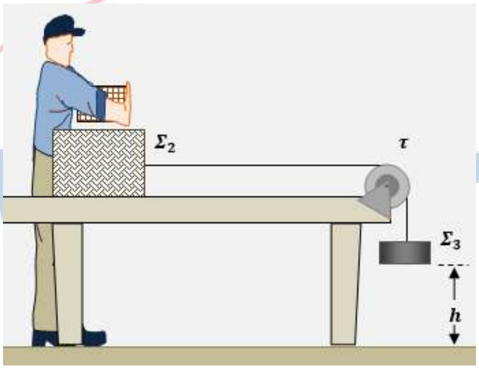
ΘΕΜΑ 4



Ένα κιβώτιο (σώμα Σ_2), σχήματος κύβου, μάζας $m_2 = 4\,\mathrm{kg}$, με βάση από ομογενές υλικό, βρίσκεται πάνω σε έναν οριζόντιο πάγκο, επίσης από ομογενές υλικό.
Πάνω στο σώμα Σ_2, είναι τοποθετημένο ένα άλλο σώμα Σ_1, μάζας $m_1 = 8\,\mathrm{kg}$.
Το σώμα Σ_2 είναι δεμένο στο ύψος του κέντρου του στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο, περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας, στερεωμένης στο άκρο του πάγκου και το άλλο του άκρο δένεται στο πάνω μέρος σώματος Σ_3, μάζας $m_3 = 2\,\mathrm{kg}$, όπως στο σχήμα.
Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, μεταξύ της βάσης του κιβωτίου και της επιφάνειας του πάγκου είναι $\mu_{ορ.} = 0{,}25$, και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τους είναι $\mu_{ολ} = 0{,}2$. Μεταξύ του νήματος και του υλικού της τροχαλίας, δεν αναπτύσσεται τριβή, με αποτέλεσμα το τεντωμένο νήμα να μεταδίδει στα άκρα του δυνάμεις ίσου μέτρου.
Αρχικά το σύστημα ισορροπεί ελεύθερο και ακίνητο με το σώμα Σ_3 να βρίσκεται σε ύψος $h = 1\,\mathrm{m}$ από οριζόντιο δάπεδο.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δημιουργείται μεταξύ κιβωτίου και πάγκου και να εξηγήσετε γιατί το σύστημα δεν κινείται.

Μονάδες 6



4.2 Κάποια στιγμή κάποιος απομάκρυνε το σώμα Σ_1, σηκώνοντάς το κατακόρυφα. Να δείξετε ότι το υπόλοιπο σύστημα δεν μπορεί πλέον να παραμείνει ακίνητο και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια κίνησης του συστήματος, από τη χρονική στιγμή που απομακρύνθηκε το σώμα Σ_1, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Σ_3 κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6

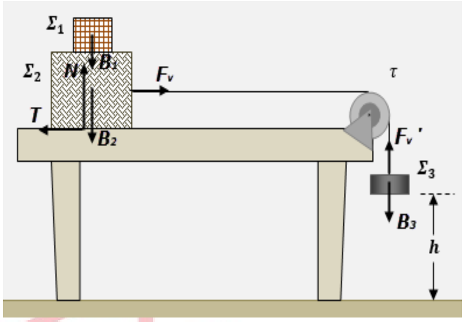
4.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβών, από τη στιγμή που το σύστημα άρχισε να κινείται, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Σ_3 κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 5

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

13666-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Από την ισορροπία του σώματος Σ_3 μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τεντωμένο νήμα στα σώματα:

$$F_\nu = F_\nu{}' = B_3 = m_3 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$$

Η δύναμη που εμποδίζει την ολίσθηση του συστήματος των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι η τριβή του Σ_2 με τον πάγκο. Άρα:

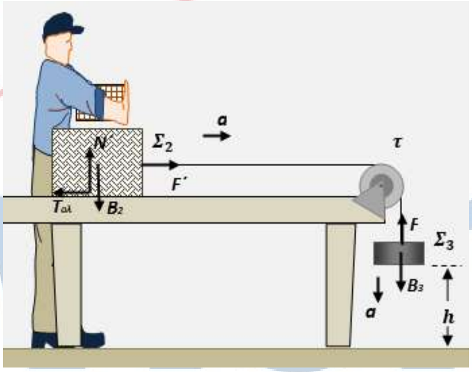
$$T = F_\nu = 20\ \mathrm{N}$$

Από την κατακόρυφη ισορροπία των δυνάμεων που δέχεται το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2, έχουμε $N = B_1 + B_2 = (m_1 + m_2) \cdot g = 120\ \mathrm{N}$

Έτσι η μέγιστη στατική (οριακή) τριβή μεταξύ του Σ_2 και του πάγκου είναι:

$$T_{o\rho.} = \mu_{o\rho.} \cdot N = 30\ \mathrm{N}$$

Διαπιστώνουμε ότι η στατική τριβή που δημιουργείται μεταξύ του σώματος Σ_2 και του πάγκου είναι μικρότερη από την οριακή στατική τριβή. Γι' αυτό το σύστημα δεν κινείται.



4.2 Μόλις αφαιρεθεί το σώμα Σ_1 από την κατακόρυφη ισορροπία δυνάμεων στο σώμα του Σ_2 προκύπτει $N' = B_2 = m_2 \cdot g = 40\ \mathrm{N}$

Έτσι η οριακή στατική τριβή για να ισορροπεί το του Σ_2 προκύπτει τώρα

$$T_{o\rho.}{}' = \mu_{o\rho.} \cdot N' = 10\ \mathrm{N}$$

Τώρα το σύστημα αρχίζει να ολισθαίνει αφού η δύναμη που το τραβάει είναι το βάρος του σώματος Σ_3 : $B_3 = m_3 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$ και είναι $B_3 > T_{o\rho.}{}'$

Η τριβή μεταξύ του Σ_2 και του πάγκου γίνεται τριβή ολίσθησης και είναι

$$T_{o\lambda.} = \mu_{o\lambda.} \cdot N' = 8\ \mathrm{N}$$

Η επιτάχυνση των σωμάτων του συστήματος έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Sigma F}{m_3 + m_2} = \frac{B_3 - T_{o\lambda.}}{m_3 + m_2} = \frac{12}{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.3 Το σώμα Σ_3 κινείται κατακόρυφα με την επιτάχυνση που υπολογίσαμε και ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

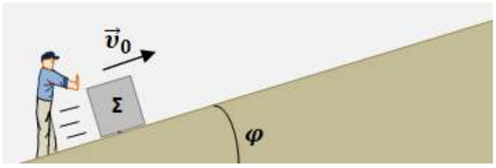
οπότε προκύπτει: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = 1\ \mathrm{s}$

4.4 Στον ίδιο χρόνο η μετατόπιση του σώματος Σ_2 είναι $\Delta x = h = 1\ \mathrm{m}$ και η παραγόμενη θερμότητα ίση κατά μέτρο με το έργο της τριβής ολίσθησης:

$$Q = |W_T| = T \cdot \Delta x = 8\ \mathrm{J}$$

13667

ΘΕΜΑ 4



Ένα μικρό κιβώτιο σχήματος κύβου (σώμα Σ), με βάση από ομογενές υλικό, συγκρατείται αρχικά ακίνητο πάνω σε πλάγιο ομογενές δάπεδο μεγάλου μήκους, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}25$. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου δαπέδου είναι φ, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημ$\varphi = 0{,}6$ και συν$\varphi = 0{,}8$.

Κάποια στιγμή το κιβώτιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ παράλληλη με το κεκλιμένο δάπεδο, με φορά προς τα πάνω και μέτρο $\upsilon_0 = 8\ \frac{m}{s}$, όπως στο σχήμα.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο δάπεδο.

Μονάδες 7

4.2 Σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα φτάσει το σώμα Σ, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.3 Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, είναι ίσοι, να δείξετε ότι το σώμα Σ, μετά τον στιγμιαίο μηδενισμό της ταχύτητάς του, επιστρέφει προς την βάση του κεκλιμένου.

Μονάδες 6

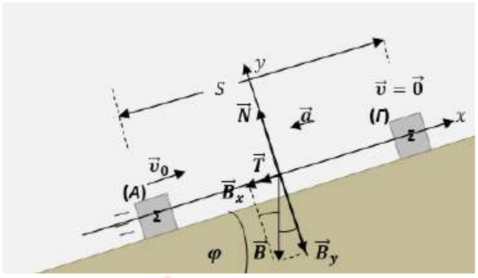
4.4 Αν δίνεται ότι η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 2\ \mathrm{kg}$, να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών, από την στιγμή της εκτόξευσης του σώματος προς τα πάνω στο κεκλιμένο, μέχρι να περάσει και πάλι από την αρχική του θέση καθώς κατεβαίνει επιστρέφοντας προς αυτήν.

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, οι αντιστάσεις αέρα θεωρούνται αμελητέες.

13667-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Κατά την άνοδο του σώματος Σ από το σημείο εκτόξευσης (Α), μέχρι το σημείο μηδενισμού της ταχύτητάς του (Γ), οι δυνάμεις που δέχεται είναι το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και η τριβή $\vec{T}$ από το κεκλιμένο δάπεδο. Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων μεταφέροντας όλες τι δυνάμεις στο κέντρο του σώματος και ένα σύστημα κάθετων αξόνων x΄x και y΄y, με τον x΄x άξονα παράλληλο στο κεκλιμένο δάπεδο και αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$ και $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς.

Στον άξονα y΄y οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0\,,$$

$$\text{Δηλαδή}\quad N - B_y = 0$$

$$\text{ή}\ \ N = B_y = m \cdot g \cdot συνφ = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης, σύμφωνα με τον νόμο της τριβής είναι:

$$T = \mu \cdot N = 0{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot m \cdot g = 0{,}2 \cdot m \cdot g$$

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

$$\text{ή}\quad -T - B_x = m \cdot a$$

$$\text{οπότε}\ \ a = -\frac{(T + m \cdot g \cdot ημφ)}{m} = -\frac{(0{,}2 \cdot m \cdot g + 0{,}6 \cdot m \cdot g)}{m} = -0{,}8 \cdot g = -8\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

Άρα το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος είναι

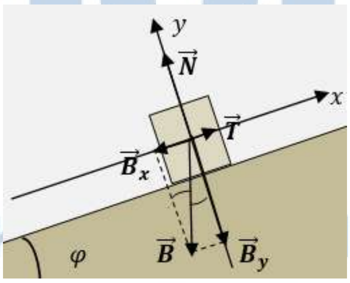
$$|a| = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.2 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το (Α), ως το (Γ):

$$\Delta K = W_{B_x} + W_T$$

$$\text{ή}\ \ 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -B_x \cdot S - T \cdot S$$

$$\text{ή}\ \ S = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot (B_x + T)} = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot (m \cdot g \cdot ημφ + \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ)} = \frac{\upsilon_0^2}{2 \cdot g \cdot (ημφ + \mu \cdot συνφ)} = \frac{64}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}8}\,\mathrm{m} = 4\ \mathrm{m}$$



4.3 Όταν το σώμα φτάσει στο ανώτατο σημείο πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο, μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του και εξαιτίας του βάρους του τείνει να κινηθεί προς τα κάτω. Η τριβή που δέχεται από το δάπεδο αντιστρέφεται, έχει φορά προς τα πάνω ώστε να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος. Για να αποφασίσουμε αν θα κινηθεί προς τα κάτω, πρέπει να συγκρίνουμε το μέτρο της συνιστώσας $\vec{B}_x$, με το μέτρο της οριακής τριβής, για την οποία δόθηκε ότι είναι ίσο με το μέτρο της τριβής ολίσθησης:

$$\frac{B_x}{T} = \frac{m \cdot g \cdot ημφ}{\mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ} = \frac{ημφ}{\mu \cdot συνφ} = \frac{0{,}6}{0{,}25 \cdot 0{,}8} = 3$$

$$\text{Έτσι προκύπτει}\qquad B_x > T$$

Άρα το σώμα επιστρέφει προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου.

4.4 Η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης, μέχρι να περάσει και πάλι από αυτό επιστρέφοντας, είναι σε απόλυτη τιμή ίση με το έργο της τριβής σε αυτή την διαδρομή:

13667-Λύση

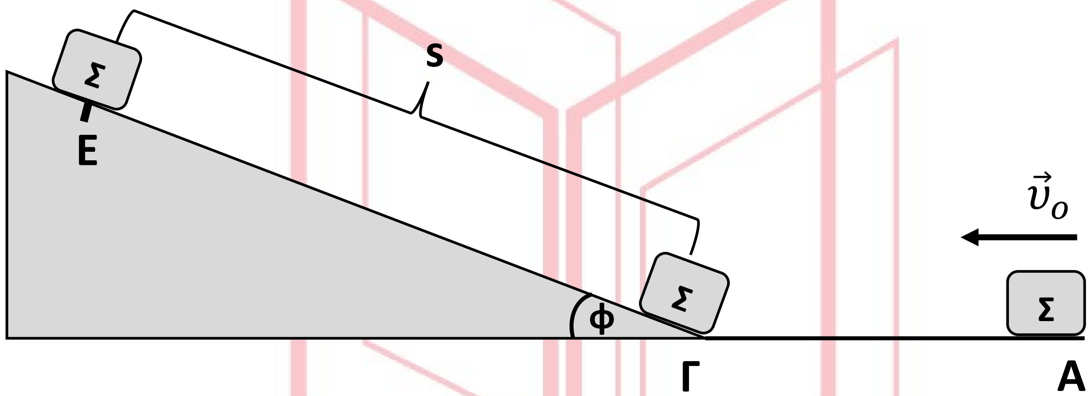
$Q = |W_{T_{ολ}}| = |-T \cdot S - T \cdot S| = 2 \cdot T \cdot S = 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ \cdot S$

Τελικά $\quad Q = 2 \cdot 0{,}25 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot 4\ \text{J} = 32\ \text{J}$

ΘΕΜΑ 4

13669

Το σώμα του σχήματος, μάζας $m = 1\ \text{Kg}$, διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \text{s}$ από τη θέση Α του λείου οριζοντίου επιπέδου ΑΓ (μήκους $ΑΓ = 20\ \text{m}$) με ταχύτητα μέτρου υ_0. Την χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \text{s}$ το σώμα έχει φτάσει στη θέση Γ και, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, ολισθαίνοντας στο κεκλιμένο επίπεδο ΓΕ (μεγάλου μήκους), γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται στο επίπεδο ΑΓ και να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια στη θέση Γ.

Μονάδες 5

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια θέση μεταξύ Γ και Ε, καθώς αυτό ανεβαίνει και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας κίνησης.

Μονάδες 5

4.3 Να υπολογίσετε το διάστημα s που θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Μονάδες 8

4.4 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση Ε, αφού έχει μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να διερευνήσετε αν θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Να δεχθείτε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

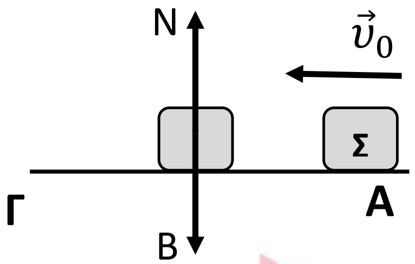
Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική λύση

4.1

13669-Λύση



Σχεδίαση δυνάμεων: ***(Μονάδες 2)***

Το οριζόντιο επίπεδο ΑΓ είναι λείο, άρα δεν ασκείται δύναμη τριβής κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x’x. Επίσης δεν ασκείται άλλη οριζόντια δύναμη στο σώμα, οπότε $\Sigma F_x = 0$.

Επίσης $\Sigma F_y = 0$.

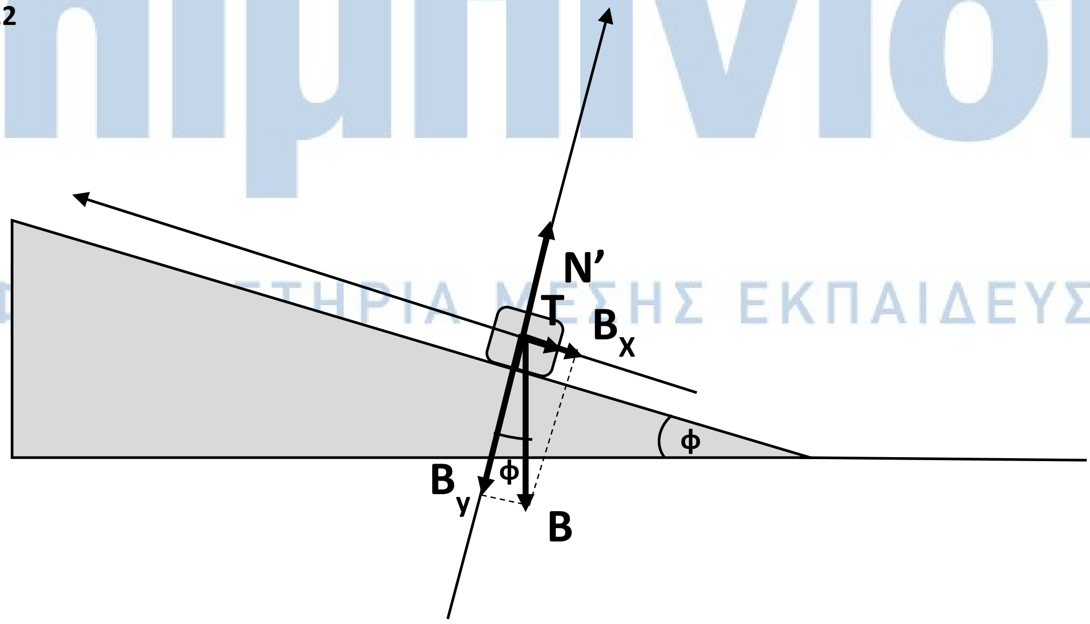
Άρα το σώμα Σ εκτελεί στο επίπεδο αυτό Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση: $\upsilon_\Gamma = \upsilon_A = \upsilon_0,$

$$A\Gamma = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{A\Gamma}{t} = \frac{20m}{2s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_0 = 10\ \frac{m}{s}}$$

Η Κινητική Ενέργεια του σώματος στο Γ είναι : $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Gamma^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\ \mathrm{Kg} \cdot \left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \Rightarrow \boldsymbol{K = 50\ \mathrm{J}}$

(Μονάδες 3)

4.2



Σχεδίαση δυνάμεων κατά την άνοδο του σώματος-Ανάλυση σε άξονες: ***(Μονάδες 5)***

4.3

13669-Λύση

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου έως την θέση όπου μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_{T o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_\Gamma^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot s - T_{o\lambda} \cdot s \ (1)$$ ***(Μονάδες 3)***

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 = 0 \Rightarrow N' = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 \ (2)$$ ***(Μονάδα 1)***

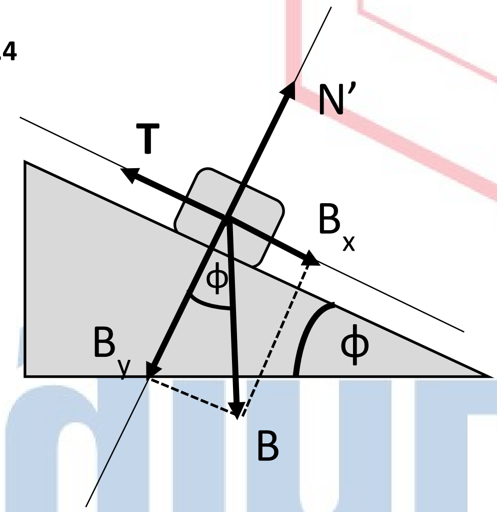
$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N' \overset{(2)}{\Rightarrow} T_{o\lambda} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 \ (3)$$ ***(Μονάδα 1)***

$$(1) \overset{(3)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_\Gamma^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot s - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 \cdot s$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 = -(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2}) \cdot s - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot s \Rightarrow \boldsymbol{s = 5\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 3)

4.4



Σχεδιασμός δυνάμεων και ειδικότερα της Τριβής στην ανώτερη θέση, όταν έχει μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος, καθώς το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω.

(Μονάδα 1)

Για να κινηθεί το σώμα προς τα κάτω θα πρέπει $B_x > T_{o\rho} = T_{o\lambda}$ ***(Μονάδα 1)***

$$B_x = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 = 1Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{B_x = 5\ \mathrm{N}}$$

$$T_{o\rho} = T_{o\lambda} = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\rho} = T_{o\lambda} = 5\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2Χ2=4)

$\boldsymbol{B_x = T_{o\rho} = T_{o\lambda}}$ άρα το σώμα **δεν** επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. ***(Μονάδα 1)***

13693

ΘΕΜΑ 1

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1.1-1.4 και δίπλα, χωρίς δικαιολόγηση, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

1.1 Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από το μπαλκόνι του τρίτου ορόφου μιας πολυκατοικίας. Το σώμα έχει αρκετά μικρή επιφάνεια ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Τότε η επιτάχυνση του σώματος:

α) Είναι μηδέν τη στιγμή που αφήνεται.

β) Αυξάνεται καθώς το σώμα κατέρχεται.

γ) Είναι μέγιστη μόλις φτάνει στο έδαφος.

δ) Είναι ίδια σε όλη τη διαδρομή.

Μονάδες 5

1.2 Ένα σώμα ανεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30° (ημ30°=0,5), με σταθερή ταχύτητα. Στη χρονική διάρκεια που το σώμα ανέβηκε κατά ύψος *h* το έργο του βάρους του είναι:

α) $-m \cdot g \cdot h$ β) 0 γ)$+0{,}5 \cdot m \cdot g \cdot h$ δ) $-0{,}5 \cdot m \cdot g \cdot h$

Μονάδες 5

1.3 Βαρυτική δυναμική ενέργεια περικλείει ένα σώμα που βρίσκεται σε ύψος *h* από την επιφάνεια της Γης, ως προς αυτήν:

α) μόνο όταν κινείται,

β) λόγω της θέσης του,

γ) μόνο αν η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν,

δ) μόνο αν του ασκήσουμε κάποια εξωτερική δύναμη.

Μονάδες 5

1.4 Ένα σώμα κινείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του. Η κάθετη δύναμη που ασκείται από το επίπεδο στο σώμα είναι:

α) Πάντα ίση με το βάρος.

β) Ίση με το βάρος μόνο όταν το σώμα παραμένει ακίνητο.

γ) Πάντα μεγαλύτερη από το βάρος.

δ) Πάντα μικρότερη από το βάρος.

Μονάδες 5

1.5 Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα **Σ**, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Για ένα σώμα που κινείται σε οριζόντιο και τραχύ επίπεδο, το έργο της τριβής ολίσθησης είναι αρνητικό.

13693

2. Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα στο οποίο ασκείται.
3. Η δύναμη του βάρους, ανήκει στις δυνάμεις επαφής.
4. Μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση όπου η τιμή της ταχύτητας και η τιμή της επιτάχυνσης έχουν αντίθετα πρόσημα, χαρακτηρίζεται ως επιβραδυνόμενη.
5. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι μηδέν.

Μονάδες 5

13693-Λύση

1.1 δ

1.2 α

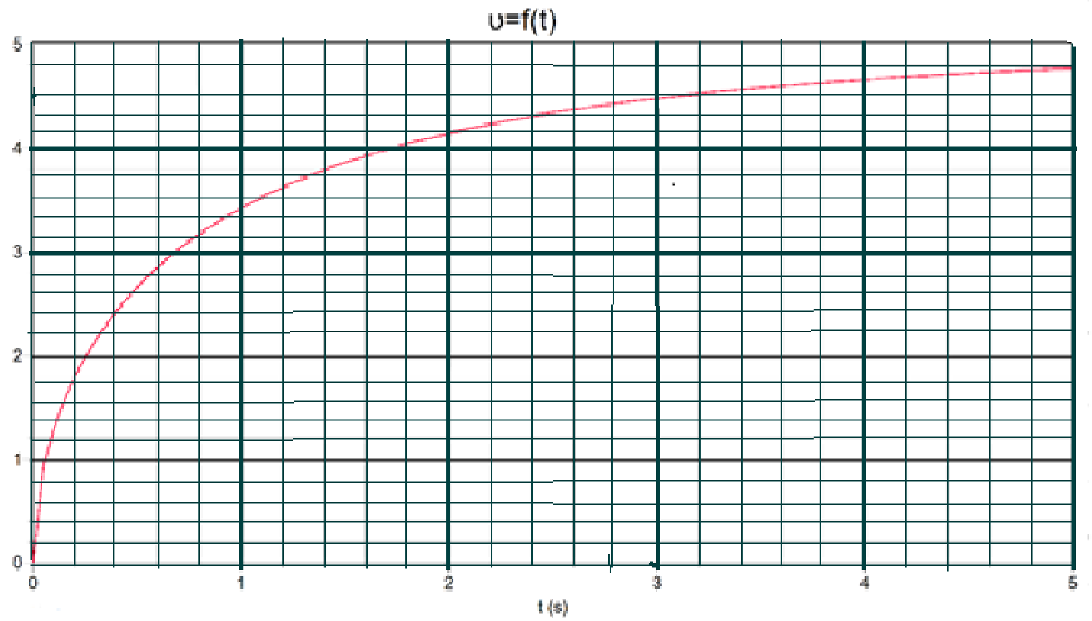
1.3 β

1.4 δ

1.5 Σ, Λ, Λ, Σ, Σ

13695

Θέμα 3



Στην παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος με μάζα 4kg, το οποίο αφέθηκε να πέσει από τη ύψος *h* από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα προσκρούει στο έδαφος πέντε δευτερόλεπτα αργότερα.

3.1) Να δικαιολογήσετε αν κατά την πτώση του σώματος, υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα.

Μονάδες 5

3.2) Να εκτιμήσετε το ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα.

Μονάδες 8

3.3) Να υπολογίσετε το επί τοις εκατό ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας κατά την πτώση θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

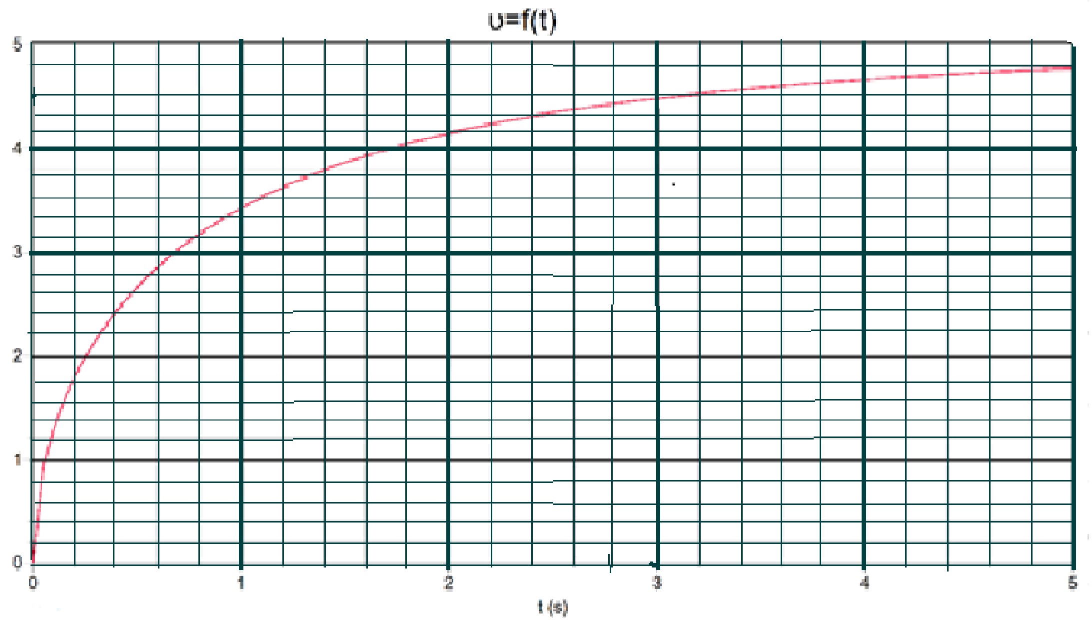
Μονάδες 6

3.4) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας πρόσκρουσης που θα είχε το σώμα, αν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος που υπολογίσατε στο ερώτημα 3.2.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, g = 10m/sec^2.

13695-Λύση



3.1) Αν η κίνηση του σώματος ήταν ελεύθερη πτώση, η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου θα ήταν ευθεία διερχόμενη από την αρχή των αξόνων σύμφωνα με την εξίσωσή ταχύτητας σε αυτήν την κίνηση που είναι:

$$\upsilon = g \cdot t$$

Άρα η κίνηση δεν είναι ελεύθερη πτώση, δηλαδή κατά την πτώση υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα η οποία δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Μονάδες 5

3.2) Εφόσον δεν υπάρχουν πληροφορίες για τη συνάρτηση της δύναμης αντίστασης, ο μόνος τρόπος να εκτιμήσουμε το ύψος είναι να υπολογίσουμε το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων. Σύμφωνα με την κλίμακα το κάθε «κουτάκι» έχει εμβαδό που είναι αριθμητικά ίσο με:

$$(0{,}2 \cdot 0{,}2)\frac{m}{s} \cdot s = 0{,}04\, m$$

Και κάτω από τη γραφική παράσταση περικλείονται περίπου 498 «κουτάκια», οπότε:

$$(498 \cdot 0{,}04)m = 19{,}92m \cong 20m$$

<u>Σημείωση:</u> Στο ερώτημα δεν μας ενδιαφέρει η ακρίβεια με την οποία θα μετρηθούν τα κουτάκια αλλά η μέθοδος που θα ακολουθηθεί για να εκτιμηθεί το ύψος πτώσης. Όσοι ακολουθήσουν τη σωστή μέθοδο και εκτιμήσουν το ύψος πτώσης μεταξύ 18m και 22m (450 έως 550 «κουτάκια»), να βαθμολογηθούν με όλες τις μονάδες.

Μονάδες 8

3.3) Στο σημείο που αφήνεται το σώμα η μηχανική ενέργεια του σώματος ως προς το έδαφος είναι:

$$E_{\alpha\rho\chi} = K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = 0 + m \cdot g \cdot h = (4 \cdot 10 \cdot 20)J = 800J$$

13695-Λύση

Μονάδες 2

Ενώ ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος η μηχανική του ενέργεια είναι:

$$E_{τελ} = K_{τελ} + U_{τελ} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_{τελ}^2 + 0 = \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4{,}8^2\right) J = 46{,}08 J$$

Μονάδες 2

όπου η ταχύτητα πρόσκρουσης $υ_{τελ} = 4{,}8 m/s$ λαμβάνεται από την γραφική παράσταση.

Άρα το ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας θα είναι:

$$\frac{E_{τελ} - E_{αρχ}}{E_{αρχ}} \cdot 100\% = \frac{46{,}08 - 800}{800} \cdot 100\% = -94{,}24\%$$

Το πρόσημο στον παραπάνω υπολογισμό δηλώνει τη μείωση της μηχανικής ενέργειας.

Μονάδες 2

3.4) Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας *υ(t)* και της μετατόπισης *Δy(t)* στην ελεύθερη πτώση είναι:

$$υ(t) = g \cdot t = 10 \cdot t \ (S.I) \ (1)$$

$$Δy(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 5 \cdot t^2 \ (S.I) \ (2)$$

Μονάδες 2

Από την εξίσωση (2) θέτοντας $Δy = h = 20\ m$, υπολογίζουμε το χρόνο πτώσης:

$$20 = 5 \cdot t^2 \text{ ή } t^2 = 4 s^2 \text{ ή } t = 2\ s$$

Μονάδες 2

Και από την εξίσωση (1): $υ(t) = g \cdot t = 10 \cdot t = 20 m/s$.

Μονάδες 2

13696

Θέμα 4

Ένα ορεινό χωριό της Θεσσαλίας είναι αποκλεισμένο και χρειάζεται άμεσα βοήθεια με τρόφιμα και φάρμακα. Η τροφοδοσία του χωριού πραγματοποιείται με ένα ελικόπτερο. Κατά την παράδοση των εφοδίων, ο χειριστής διατηρεί το ελικόπτερο ακίνητο σε ύψος *H* = 40 m από το έδαφος καθώς ο συγκυβερνήτης αφήνει διαδοχικά ελεύθερα όμοια δέματα , καθένα μάζας *m* = 20 kg. Για την ασφαλή προσεδάφισή του, κάθε δέμα φέρει αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας. Η πτώση του δέματος είναι συνεχώς κατακόρυφη, η δύναμη αντίστασης στο δέμα, θεωρείται, για λόγους απλότητας, σταθερή, ενώ το μέτρο της λαμβάνεται ίσο με *100N*.

4.1) Να χαρακτηρίσετε την κίνηση του δέματος και να γράψετε τις αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας *υ(t)* και της μετατόπισης *Δy(t)*.

4.2) Να υπολογίσετε το χρόνο πτώσης καθώς και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το δέμα φτάνει στο έδαφος.

4.3) Θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό του εδάφους, να υπολογίσετε την ταχύτητα του δέματος στο σημείο όπου η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με το 1/4 της αρχικής.

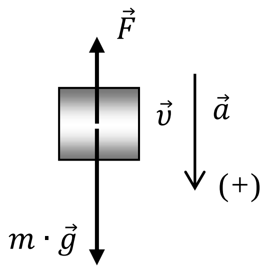
4.4) Νομίζοντας ότι έχει ολοκληρωθεί η παράδοση των εφοδίων, ο κυβερνήτης θέτει το ελικόπτερο σε κατακόρυφη ανοδική πορεία με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\varepsilon\lambda\iota\kappa} = 10m/s$ την στιγμή που ο συγκυβερνήτης αφήνει ελεύθερο το τελευταίο δέμα. Εξ αιτίας του λάθους αυτού, το αλεξίπτωτο του τελευταίου δέματος δεν ανοίγει. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

(Μονάδες 6+6+7+6)

13696-Λύση

Ενδεικτική Επίλυση Θέμα 4



4.1) Το βάρος έχει την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$w = m \cdot g = 200\ N,$$

Επειδή $w > F$, το δέμα θα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του, υπολογίζεται από το 2ο νόμο του Newton:

$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{200-100}{20} m/s^2 = 5m/s^2$$

(Μονάδες 4)

Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας *υ(t)* και της μετατόπισης *Δy(t)* θα είναι:

$$\upsilon(t) = a \cdot t = 5 \cdot t\ (S.I)\ (1)$$

$$\Delta y(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2{,}5 \cdot t^2\ (S.I)\ (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2) Από την εξίσωση (2) θέτοντας $\Delta y = H = 40\ m$, υπολογίζουμε το χρόνο πτώσης:

$$40 = 2{,}5 \cdot t^2 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4\ s$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1) υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία προσγειώνεται το δέμα στο έδαφος:

$$\upsilon = 20m/s.$$

(Μονάδες 6)

4.3) Υπολογίζουμε τη δυναμική ενέργεια στην αρχική θέση U_1 καθώς και το ύψος από το έδαφος για το οποίο ισχύει $U_2 = \frac{1}{4} \cdot U_1$:

$$U_1 = m \cdot g \cdot H = 8000\ J \text{ και}$$

$$U_2 = m \cdot g \cdot h \text{ ή } \frac{U_1}{4} = m \cdot g \cdot h \text{ ή } m \cdot g \cdot h = 2000 \text{ ή } h = 10m$$

(Μονάδες 3)

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση $\Delta h = H - h = 30\ m$ μεταξύ των παραπάνω θέσεων:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_F \text{ ή } \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - 0 = +m \cdot g \cdot \Delta h - F \cdot \Delta h \text{ ή } 10 \cdot \upsilon^2 = 3000,$$

$$\text{Άρα } \upsilon = 10 \cdot \sqrt{3}\ m/s$$

(Μονάδες 4)

4.4) Τη στιγμή που το δέμα αφήνεται ελεύθερο κινείται με την ταχύτητα του ελικοπτέρου, άρα θα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10m/s$ και φορά προς τα πάνω. Το δέμα θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

(Μονάδες 2)

13696-Λύση

Αναλυτικότερα, κατά την άνοδο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{g}$ και από τις εξισώσεις κίνησης υπολογίζουμε την μετατόπιση του δέματος:

$$\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_{\alpha\nu} \text{ ή } t_{\alpha\nu} = 1s, \text{ και}$$

$$\Delta y_1 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{\alpha\nu}}^2 = 10 - 5 = 5m$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο, η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και η μετατόπιση του δέματος θα είναι:

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + H = 45\ m$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος είναι:

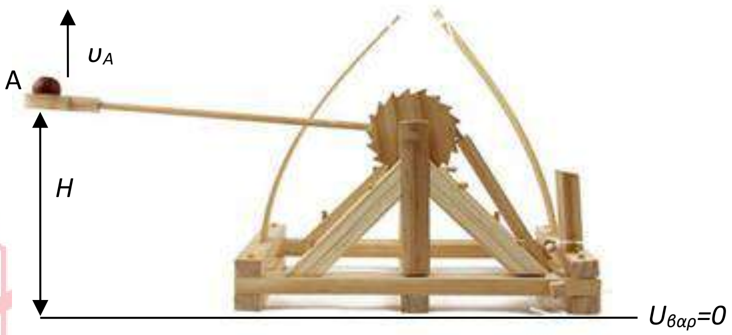
$$S = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 50\ m$$

(Μονάδες 2)

13698

<u>ΘΕΜΑ 4</u>

Ιθαγενείς που κατοικούν σε μακρινό νησί της Καραϊβικής έχουν κατασκευάσει καταπέλτες που έχουν τη δυνατότητα να εκτοξεύουν καρύδες σε μεγάλες αποστάσεις από το σημείο εκτόξευσης. Στόχος των ρίψεων είναι να τροφοδοτήσουν με φαγητό Ευρωπαίους τουρίστες που αντιμετωπίζουν προβλήματα σίτισης. Σε μία από τις δοκιμαστικές βολές μία καρύδα μάζας 0,1 kg, τοποθετείται στον βραχίονα του καταπέλτη, ο οποίος απελευθερώνεται.



Στην πορεία του συναντά ένα κλαδί δέντρου, που εμποδίζει την ολοκλήρωση της κίνησής του, με αποτέλεσμα η καρύδα να εκτοξευτεί κατακόρυφα προς τα πάνω από το σημείο (Α), που βρίσκεται σε ύψος *H* = 15 m πάνω την επιφάνεια του εδάφους, την χρονική στιγμή έστω $t_0 = 0$, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_A = 10 m/s, ενώ ο αυτόματος μηχανισμός του καταπέλτη, επαναφέρει τον βραχίονα στο έδαφος. Να υπολογίσετε:

4.1) Τη μηχανική ενέργεια της καρύδας τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης.

4.2) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η καρύδα από την επιφάνεια του εδάφους καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος U_{max}.

4.3) Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο η κινητική ενέργεια της καρύδας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια.

4.4) Τη χρονική στιγμή που η καρύδα φτάνει στο έδαφος.

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια λόγω βαρύτητας, την επιφάνεια του εδάφους και την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $\vec{g}$ ίση με $10 m/s^2$. Οι τριβές με τον αέρα κατά την κίνηση της καρύδας θεωρούνται αμελητέες.

Μονάδες 25 (6+6+7+6)

13698-Λύση

Ενδεικτική επίλυση Θέματος 4 :

Η καρύδα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή προς τα πάνω) στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Εφαρμόζοντας τον 2^{ο} νόμο του Newton κατά την κίνηση και λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους, αποδεικνύουμε ότι η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι ίση με εκείνη της βαρύτητας:

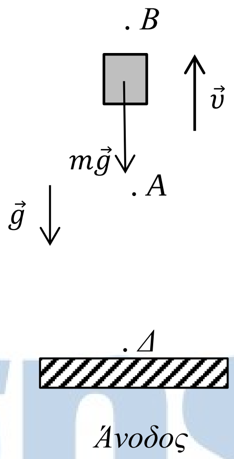
$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g = m \cdot a \text{ ή } \alpha = g$$

Κατά την κίνηση της καρύδας, αφού σε αυτήν ασκείται μόνο το βάρος της, η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

4.1) Η μηχανική ενέργεια, τη στιγμή της εκτόξευσης υπολογίζεται από το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ως προς το έδαφος στη θέση (Α):

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_A^2 + m \cdot g \cdot H = 5 + 15 = 20\,J$$

(Μονάδες 6)



4.2) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το Α στο Β, θεωρώντας *(ΑΒ)* = h_1 *και* $\overrightarrow{\upsilon_B} = 0$:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_A^2 = -mgh_1 \text{ ή } h_1 = 5m$$

(Μονάδες 3)

Άρα το σημείο Β (μέγιστο ύψος) απέχει από το έδαφος (σημείο Δ) :

$$(B\Delta) = H + h_1 = 20\,m,$$

(Μονάδα 1)

και η δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος είναι ίση με:

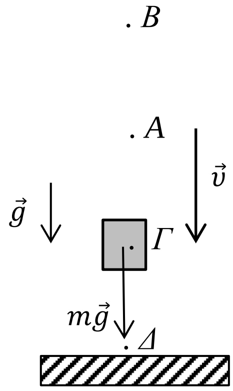
$$U_B = U_{max} = m \cdot g \cdot (B\Delta) = 20J.$$

(Μονάδες 2)

Σχόλιο: Αν κάποιος μαθητής απαντήσει κάνοντας χρήση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας θα αξιολογηθεί αντίστοιχα.

13698-Λύση

4.3) Έστω θέση Γ στην οποία η κινητική ενέργεια της καρύδας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια, δηλαδή: $U_Γ = K_Γ$. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Α και Γ:



Κάθοδος

$$E_A = E_Γ \text{ ή } 20 = K_Γ + U_Γ = 2 \cdot U_Γ \text{ ή } U_Γ = 10\, J \text{ ή } m \cdot g \cdot (ΓΔ) = 10 \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{(ΓΔ) = 10\, m}$$

(Μονάδες 7)

4.4) **Άνοδος:** Η καρύδα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\overrightarrow{υ_A}$. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 που η καρύδα φτάνει στο μέγιστο ύψος (θέση Β):

$$υ_B = υ_A - g \cdot t_1 \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_1 \text{ ή } t_1 = 1s.$$

(Μονάδες 3)

Κάθοδος: Η καρύδα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν $Δt$ η χρονική διάρκεια της πτώσης χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης για να την υπολογίσουμε:

$$(BΔ) = \frac{1}{2} g Δt^2 \text{ ή } Δt = 2s.$$

(Μονάδες 2)

Άρα η χρονική στιγμή t_2 που η καρύδα φτάνει στο έδαφος είναι:

$$t_2 = t_1 + Δt = 3s.$$

(Μονάδα 1)

13700

<u>ΘΕΜΑ 4</u>

Μία ομάδα μαθητών αναλαμβάνει να κατασκευάσει και να εκτοξεύσει ένα μικρό σώμα που είναι εφοδιασμένο με κατάλληλους αισθητήρες θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας κ.ά., έτσι ώστε να συλλέξει μετεωρολογικά δεδομένα. Στο σώμα είναι ενσωματωμένο μικρό αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας το οποίο είναι προγραμματισμένο να ανοίξει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του. Στην πρώτη τους δοκιμή, αν και κατάφεραν να εκτοξεύσουν το σώμα κατακόρυφα, το αλεξίπτωτο δεν άνοιξε λόγω κάποιου προβλήματος στην κατασκευή. Αν γνωρίζετε ότι η συνολική μάζα του σώματος είναι $m = 0{,}5\ kg$ και ότι το σώμα έφτασε σε μέγιστο ύψος $H = 45\ m$, να υπολογιστούν,

4.1) η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος, θεωρώντας την αντίσταση του αέρα καθώς και οποιαδήποτε άλλη τριβή αμελητέα,

Μονάδες 6

4.2) το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που βρίσκεται το σώμα, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τετραπλάσια της δυναμικής,

Μονάδες 6

4.3) η μέση ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

Μονάδες 6

Σε μία δεύτερη απόλυτα επιτυχημένη δοκιμή όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος *H* το αλεξίπτωτο ανοίγει. Για λόγους απλότητας θεωρείστε ότι η δύναμη που ασκείται από το αλεξίπτωτο στο σώμα, έχει σταθερό μέτρο, $F = 4{,}55\ N$.

4.4) Να υπολογιστεί ο χρόνος πτώσης του σώματος.

Μονάδες 7

Θεωρείστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την επιφάνεια του εδάφους και την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$. Είναι γνωστό ότι και οι δύο εκτοξεύσεις γίνονται από μηχανισμό στην επιφάνεια του εδάφους.

13700-Λύση

<u>Ενδεικτική επίλυση Θέματος 4 :</u>

4.1) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή προς τα πάνω) στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton κατά την κίνηση, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους αποδεικνύουμε ότι η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας:

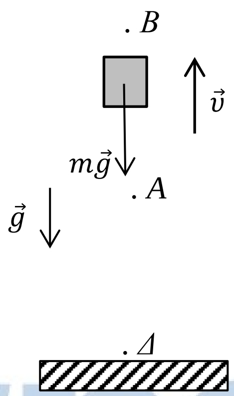
$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g = m \cdot a \text{ ή } \alpha = g$$

Κατά την κίνηση του σώματος (ανιχνευτής-καταγραφέας μετεωρολογικών δεδομένων), αφού σε αυτό ασκείται μόνο το βάρος του, η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και στο μέγιστος ύψος H (θέση Β):

$$E_\Delta = E_B \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_B + U_B \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Delta^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot H$$

$$\text{ή } \upsilon_\Delta = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \text{ ή } \upsilon_\Delta = 30\, m/s$$

Μονάδες 6



Άνοδος

4.2) Έστω Α το σημείο της τροχιάς στο οποίο η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της δυναμικής και h_A το αντίστοιχο ύψος. Ισχύει:

$$K_A = 4 \cdot U_A$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και σε ύψος h_A από το έδαφος (θέση Α):

$$E_\Delta = E_A \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_A + U_A \text{ ή } K_\Delta + 0 = 4 \cdot U_A + U_A$$

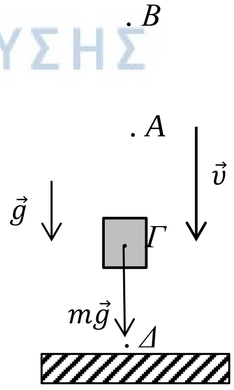
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Delta^2 = 5 \cdot m \cdot g \cdot h_A \text{ ή } h_A = \frac{\upsilon_\Delta^2}{10 \cdot g} \text{ ή } h_A = 9\, m$$

Μονάδες 6

4.3) Άνοδος: Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της ανόδου (από τη θέση Δ στη θέση Β):

$$\upsilon_B = \upsilon_\Delta - g \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 30 - 10 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 3\, s.$$

Μονάδες 2



Κάθοδος

13700-Λύση

Κάθοδος: Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος $H = 45\ m$. Αν $\Delta t'$ η χρονική διάρκεια της πτώσης χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης για να την υπολογίσουμε:

$$H = \frac{1}{2} g \Delta t'^2 \text{ ή } \Delta t' = 3\ s,$$

Μονάδες 2

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι:

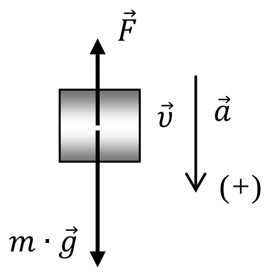
$$\Delta t_{ολ} = \Delta t + \Delta t' = 6s$$

Και η μέση ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{H + H}{\Delta t_{ολ}} = \frac{90}{6} = 15 m/s.$$

Μονάδες 2

4.4) Κατά την κάθοδο του σώματος, στην επιτυχημένη δοκιμή των μαθητών η δύναμη *F* και το βάρος έχουν τη φορά του σχήματος. Το βάρος έχει μέτρο:



$$w = m \cdot g = 5\ N,$$

Επειδή $w > F$, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του υπολογίζεται από το 2ο νόμο του Newton:

$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{5 - 4{,}55}{0{,}5} m/s^2 = 0{,}9\ m/s^2$$

Μονάδες 5

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση της κίνησης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της πτώσης:

$$H = \frac{1}{2} \alpha \cdot \Delta t_{\pi\tau}^{\ 2} \text{ ή } \Delta t_{\pi\tau} = 100\ s,$$

Μονάδες 2

13703

<u>ΘΕΜΑ 4</u>

Αυτοκίνητο ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με σταθερή επιτάχυνση σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 8\ s$ ο οδηγός του αυτοκινήτου, αντιλαμβάνεται ότι μπροστά του ο δρόμος είναι κλειστός λόγω έργων· εφαρμόζει απότομα τα φρένα με αποτέλεσμα οι τροχοί του αυτοκινήτου να μπλοκάρουν. Το αυτοκίνητο κινείται για διάστημα ίσο με $16\ m$ με μπλοκαρισμένους τροχούς και τελικά ακινητοποιείται, αφήνοντας στο δρόμο χαρακτηριστική μαύρη γραμμή από τα λιωμένα ελαστικά του (*η Τροχαία την αποκαλεί γραμμή φρεναρίσματος*). Το ευχάριστο είναι ότι δεν προκλήθηκε ατύχημα και ο οδηγός είναι ασφαλής. Αξιοποιώντας τα παρακάτω δεδομένα:

- Η συνολική μάζα αυτοκινήτου και οδηγού είναι 1250 kg.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των ελαστικών του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος είναι ίσος με $0{,}8$.
- Το όριο ταχύτητας στο σημείο που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα είναι $72\ km/h$.
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $10 m/s^2$.
- Οι αντιστάσεις του αέρα να μην ληφθούν υπόψη,

4.1) να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος,

Μονάδες 5

4.2) να ελέγξετε αν τη χρονική στιγμή t_1 που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα, έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας,

Μονάδες 7

4.3) να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου καθώς και το διάστημα που διάνυσε στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1,

Μονάδες 6

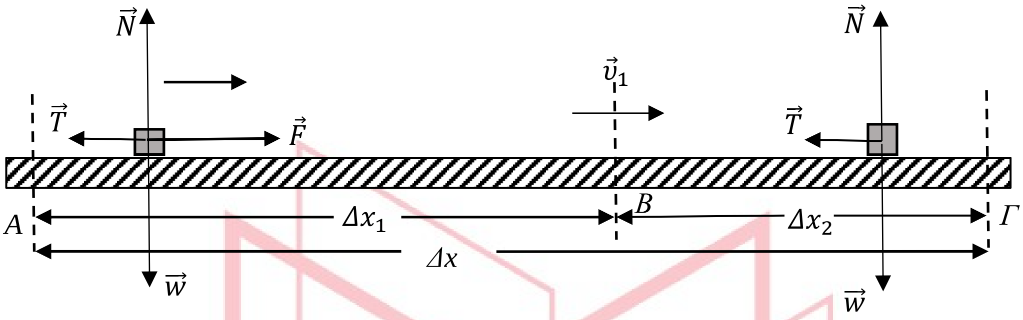
4.4) να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης *F* που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1.

Μονάδες 7

13703-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται τόσο η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (ΑΒ), όσο και η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (ΒΓ) μέχρι να ακινητοποιηθεί (σημείο Γ). Έχουν σχεδιαστεί επίσης οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε κίνηση.

4.1) Στον άξονα που είναι κάθετος στο οριζόντιο επίπεδο ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 12500\,N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T = \mu \cdot N = 0{,}8 \cdot 12500\,N = 10000\,N$$

Οπότε το έργο της για τη διαδρομή (ΒΓ) θα είναι:

$$W_T = |\vec{T}| \cdot |\Delta\vec{x}_2| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -(10000 \cdot 16)J = -160000J$$

Μονάδες 5

4.2) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το Β στο Γ:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_N + W_T \text{ ή } 0 - \frac{1}{2}mv_1^2 = 0 + 0 + W_T$$

$$\text{ή } -\frac{1}{2} \cdot 1250kg \cdot v_1^2 = -160000J \text{ ή } v_1 = 16m/s \text{ ή } v_1 = 57{,}6km/h$$

Άρα ο οδηγός την χρονική στιγμή t_1, δεν είχε παραβιάσει το όριο ταχύτητας.

Μονάδες 7

4.3) Στη διαδρομή (ΑΒ) το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε την επιτάχυνση του:

13703-Λύση

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon_1}{t_1} \text{ ή } \alpha = \frac{16m/s}{8s} = 2m/s^2$$

Μονάδες 3

Για να υπολογίσουμε το μήκος της διαδρομής (ΑΒ) χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης:

$$(AB) = \frac{1}{2}\alpha \cdot {t_1}^2 \text{ή } (AB) = 64m$$

Μονάδες 3

4.4) Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης F που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1 εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης, :

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } F - 10000N = (1250 \cdot 2)N \text{ ή } F = 12500N$$

Μονάδες 7

13705

ΘΕΜΑ 4

Στις καλοκαιρινές διακοπές το αυτοκίνητό σας (Α1), που μαζί με τους επιβάτες έχει μάζα $2000kg$, ακινητοποιείται από κάποια βλάβη. Ευτυχώς για εσάς, μετά από λίγο περνάει μια φιλική οικογένεια, με το αυτοκίνητό της (Α2), που έχει μάζα μαζί με τους επιβάτες του $3000kg$, και προσφέρεται να σας ρυμουλκήσει στο πιο κοντινό συνεργείο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείτε ένα σχοινί, το οποίο να θεωρήσετε μη ελαστικό και με αμελητέα μάζα. Γνωρίζετε ότι το αυτοκίνητό σας και το αυτοκίνητο των φίλων σας εμφανίζουν συντελεστές τριβής ολίσθησης με τον οριζόντιο δρόμο ίσους με 0,3 και 0,4 αντιστοίχως, ενώ η δύναμη που επιταχύνει το αμάξι των φίλων σας έχει μέτρο ίσο με $F = 33000N$.

4.1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο, και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δέχεται το καθένα.

Μονάδες 7

4.2) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση την οποία αποκτούν τα δύο αυτοκίνητα.

Μονάδες 6

4.3) Να υπολογίσετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκίνητό σας, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά 6 m.

Μονάδες 7

4.4) Τη χρονική στιγμή που το σύστημα των δύο αυτοκινήτων έχει μετατοπιστεί κατά 6 m χαλάει και το αυτοκίνητο των φίλων σας, οπότε η δύναμη *F* παύει να δρα. Να ελέγξετε αν το σχοινί που συνδέει τα δύο αυτοκίνητα θα χαλαρώσει οπότε υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης.

<u>ΥΠΟΔΕΙΞΗ (για το 4.4):</u> Θεωρήστε ότι το νήμα δεν χαλαρώνει και υπολογίστε την τιμή της δύναμης που ασκεί. Ελέγξτε αν η τιμή που προσδιορίσατε είναι λογική για σχοινί.

Μονάδες 5

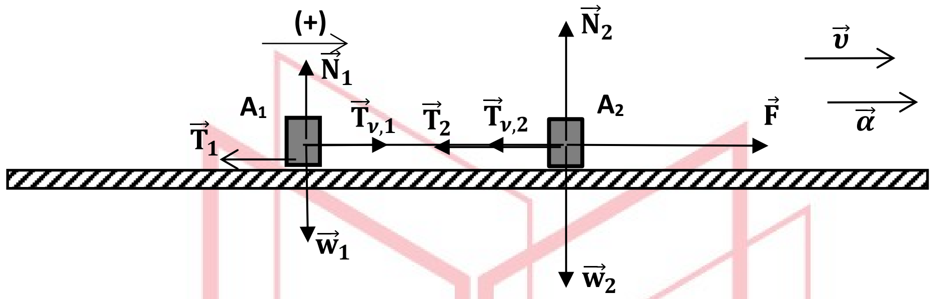
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

13705-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση

4.1)



Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο.

Μονάδες 3

Στον άξονα που είναι κάθετος στον οριζόντιο δρόμο ισχύει ο 1ος νόμος του Newton για το κάθε αυτοκίνητο, οπότε:

$$\text{A1: } \sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w}_1 = 0 \text{ ή } N_1 = w_1 = m_1 \cdot g = 20000\ N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_1 = \mu_1 \cdot N_1 = (0{,}3 \cdot 20000) N = 6000\ N$$

Μονάδες 2

Ομοίως για το αυτοκίνητο 2, υπολογίζουμε:

$$\text{A2: } \sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w}_2 = 0 \text{ ή } N_2 = w_2 = m_2 \cdot g = 30000\ N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = (0{,}4 \cdot 30000) N = 12000\ N$$

Μονάδες 2

4.2) Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{v,1} = T_{v,2} = T_v$$

Μονάδες 1

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$$\sum \vec{F} = m_{o\lambda} \cdot \vec{\alpha}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$F + T_{v,1} - T_{v,2} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_1) \cdot \alpha \text{ , ή}$$

$$F - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot \alpha \text{ ή } (33000 - 18000) N = 5000 kg \cdot \alpha \text{ , ή}$$

$$\alpha = 3 m/s^2$$

Μονάδες 5

13705-Λύση

4.3) Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton για το Α1 στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{\nu,1} - T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_{\nu,1} - 6000N = (2000 \cdot 3)N \text{ ή } T_{\nu,1} = 12000N$$

Μονάδες 3

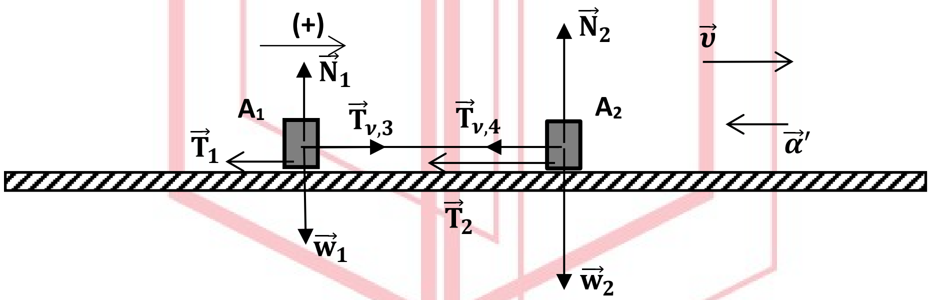
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του Α1 κατά $\Delta x = 6m$:

$$\Delta K = W_{w_1} + W_{N_1} + W_{T_1} + W_{T_{\nu,1}} \text{ ή } \Delta K = 0 + 0 + T_{\nu,1} \cdot \Delta x - T_1 \cdot \Delta x$$

$$\text{ή } \Delta K = \big((12000 - 6000) \cdot 6\big)J \text{ ή } \Delta K = 36000J$$

Μονάδες 4

4.4)



Στο παραπάνω σχήμα, φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα αυτοκίνητα μετά την κατάργηση της $\vec{F}$. Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{\nu,3} = T_{\nu,4} = T_\nu{}'$$

Έστω ότι το σκοινί παραμένει τεντωμένο, οπότε θα ισχύει:

$$T_{\nu,3} > 0 \; (1)$$

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$$\sum \vec{F} = m_{o\lambda} \cdot \vec{a}', \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{\nu,3} - T_{\nu,4} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_1) \cdot a' \text{ , ή}$$

$$-T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a' \text{ ή } -18000N = 5000kg \cdot a' \text{ , ή}$$

$$\alpha' = -3{,}6 \; m/s^2$$

Η φορά της επιτάχυνσης είναι αντίρροπη της ταχύτητας οπότε η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο του Newton για το Α1 στον άξονα της κίνησης :

13705-Λύση

$\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}'$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

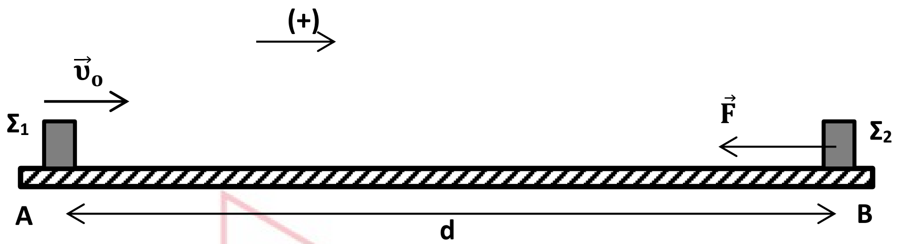
$$+T_{\nu,3} - T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_{\nu,3} - 6000N = -(2000 \cdot 3{,}6)N \text{ ή } T_{\nu,3} = -1200N$$

Το αποτέλεσμα παραβιάζει την υπόθεση που κάναμε και περιγράφεται στην (1), άρα το σκοινί μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ παύει να είναι τεντωμένο με συνέπεια να υπάρχει πιθανότητα σύγκρουσης των αυτοκινήτων.

Μονάδες 2

13707

Θέμα 4



Οι δύο μικροί μεταλλικοί κύβοι Σ1 και Σ2 του σχήματος, με μάζες m_1 = 2 Kg και m_2 = 4 Kg αντίστοιχα, μπορούν να κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε παράλληλες ράγες. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο κύβος Σ1 διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5m/s$, ενώ στον ακίνητο κύβο Σ2 ξεκινά να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη με μέτρο $F = 8N$ και φορά που φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ότι τα σημεία Α, Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 150\ m$ και ότι ως θετική λαμβάνεται η φορά της ταχύτητας του Σ1. Αν οι κύβοι συναντώνται τη χρονική στιγμή t_1, να υπολογίσετε:

4.1) την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύβος Σ2,

Μονάδες 5

4.2) τη χρονική στιγμή t_1 που οι κύβοι θα συναντηθούν καθώς και σε ποια απόσταση από το σημείο Α θα συμβεί η συνάντηση,

Μονάδες 8

4.3) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα 0 → t_1.

Μονάδες 5

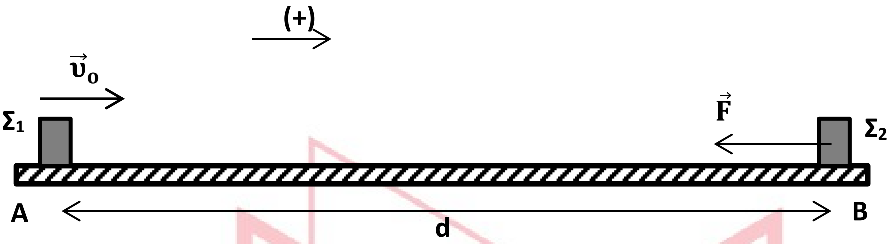
4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας κάθε κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα 0 → t_1 .

Μονάδες 7

13707-Λύση

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση



4.1) Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του Σ_2 εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης :

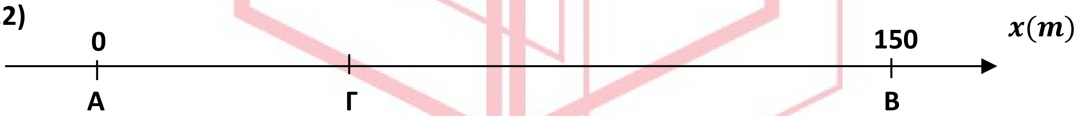
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$-F = m_2 \cdot a \text{ ή } -8N = (4kg) \cdot a \text{ ή } a = -2m/s^2$$

Άρα η επιτάχυνση του Σ_2 έχει μέτρο $2m/s^2$, οριζόντια διεύθυνση και αρνητική φορά.

Μονάδες 5

4.2)



Θεωρούμε προσανατολισμένο άξονα θέσεων με οριζόντια διεύθυνση, θετική φορά προς τα δεξιά και αρχή ($x = 0$) το σημείο Α. Το Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με εξίσωση θέσης:

$$x_1 = +\upsilon_0 \cdot t \text{ ή } x_1 = 5 \cdot t \; (S.I)$$

Το Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, με εξίσωση θέσης:

$$x_2 = x_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ ή } x_2 = 150 - t^2 \; (S.I)$$

Μονάδες 2

Τη χρονική στιγμή t_1 που οι κύβοι θα συναντηθούν (σημείο Γ) θα ισχύει:

$$x_1 = x_2 \text{ ή } 5 \cdot t_1 = 150 - {t_1}^2 \text{ ή } {t_1}^2 + 5 \cdot t_1 - 150 = 0 \; (1)$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-150) = 625$$

Και οι λύσεις της (1) είναι:

$$t_1 = \frac{-5 + \sqrt{625}}{2} = 10s \; (\delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta}) \text{ ή}$$

$$t_1 = \frac{-5 - \sqrt{625}}{2} = -15s \; (\alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota)$$

13707-Λύση

Μονάδες 4

Η συνάντηση συμβαίνει στο σημείο Γ, η θέση του οποίου είναι:

$$x_Γ = 5 \cdot t_1 = 50m$$

Άρα η συνάντηση συμβαίνει σε απόσταση 50m από το σημείο Α.

Μονάδες 2

4.3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στη μετατόπιση του $Σ_2$ από το Β στο Γ που πραγματοποιείται στο χρονικό διάστημα 0 → t_1 υπολογίζεται ως εξής:

$$W_F = |\vec{F}| \cdot |Δ\vec{x}_{ΒΓ}| \cdot συν0^o = 8 \cdot 100 \cdot (+1)\, J = +800\, J$$

Μονάδες ***5***

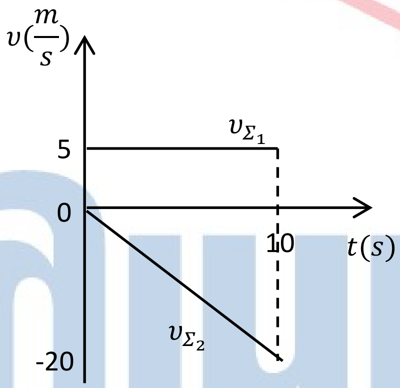
4.4) Η εξίσωση της ταχύτητας για το $Σ_1$ είναι:

$$υ_1 = +5m/s = σταθερή$$

Ενώ για το $Σ_2$ αντίστοιχα έχουμε:

$$υ_2 = α \cdot t = -2 \cdot t\ (S.I)$$

Και στη συνέχεια απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα για $0 \le t \le 10s$

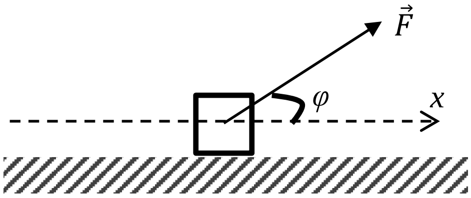


Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

13708

Ένας κύβος μάζας $4\ kg$ ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_0 = 2\ m/s$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο $(x_O = 0)$ του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά αρχίζει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $10N$ και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα.



Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α $(x_A = 3\ m)$ η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι $4s$. Να υπολογίσετε:

4.1) το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στη θέση Β $(x_B = 1\ m)$,

Μονάδες 5

4.2) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση Α,

Μονάδες 7

4.3) τη θέση στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί,

Μονάδες 6

4.4) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου-δαπέδου στο τραχύ δάπεδο.

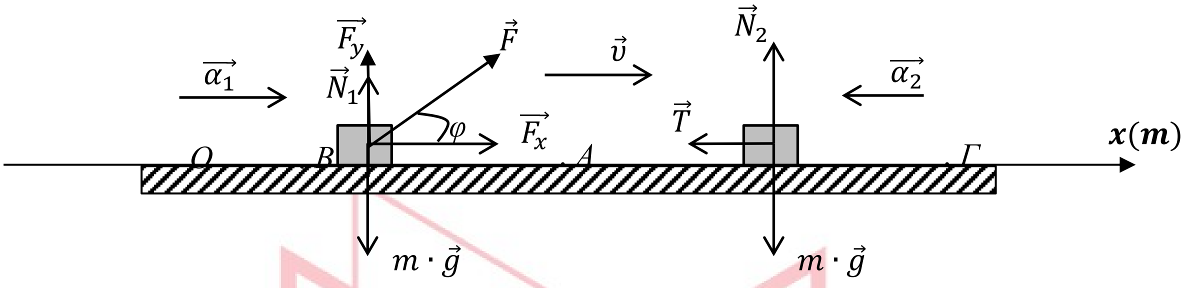
Μονάδες 7

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

13708-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο λείο τμήμα της διαδρομής (ΟΑ) όσο και στο τραχύ (ΑΓ). Η $\vec{F}$ (που ασκείται μόνο στο λείο τμήμα) έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot ημφ = 6\ N$$

$$F_x = F \cdot συνφ = 8\ N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F_x} = m \cdot \vec{a}_1$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x}{m} \text{ ή } a_1 = \frac{8\ N}{4\ kg} \text{ ή } a_1 = 2\ m/s^2$$

Ο κύβος στη διαδρομή (ΟΑ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση δηλαδή σε κάθε θέση της διαδρομής, οπότε και στη θέση Β $(x_B = 1\ m)$, η επιτάχυνση έχει μέτρο $2\ m/s^2$ και είναι ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 3

4.2) Στη διαδρομή (ΟΑ) η μετατόπιση του κύβου είναι:

$$\Delta x_1 = x_A - x_O = (3 - 0)m = 3m$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για την μετατόπιση Δx_1:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_x} + W_{F_y} + W_N + W_w \text{ ή } \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_A^2 - \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_0^2 = +F_x \cdot \Delta x_1 + 0 + 0 + 0$$

$$\text{ή } 2 \cdot \upsilon_A^2 - \ 2kg \cdot 2^2 \frac{m^2}{s^2} = 8N \cdot 3m \text{ ή } \upsilon_A^2 = \frac{24 + 8}{2} \frac{m^2}{s^2} \text{ ή } \upsilon_A = 4m/s$$

Μονάδες 7

4.3) Ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιβράδυνσης $\vec{\alpha}_2$ (η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα):

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \text{ ή } \upsilon_\Gamma = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 4m/s - \alpha_2 \cdot 4s \text{ ή } a_2 = 1m/s^2$$

Μονάδες 2

Ενώ η μετατόπιση για την διαδρομή (ΑΓ) θα είναι:

$$\Delta x_2 = \upsilon_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 8\ m.$$

Μονάδες 3

Όμως,

$$\Delta x_2 = x_\Gamma - x_A \text{ ή } 8m = x_\Gamma - 3m \text{ ή } x_\Gamma = +11m$$

Μονάδες 1

4.4) Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα για τη διαδρομή (ΑΓ):

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιβράδυνσης $\vec{\alpha}_2$,

$$T = m \cdot a_2 \text{ ή } T = 4N$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_2 = w = 40\ N$$

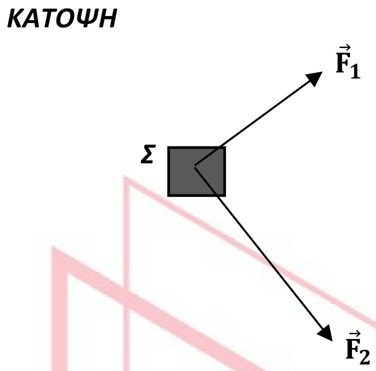
Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης κύβου δαπέδου:

$$T = \mu \cdot N_2 \text{ ή } \mu = \frac{T}{N_2} = \frac{4}{40} = 0,1$$

Μονάδες 5

13709

<u>Θέμα 4</u>



Το σώμα Σ με μάζα $m = 1kg$ ισορροπεί ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, ασκούνται σε αυτό δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα 6N και 8N αντίστοιχα που είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο σχήμα απεικονίζεται η κάτοψη του οριζοντίου επιπέδου στην οποία δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ. Το σώμα μετά την t_o κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1 = 2m/s^2$.

4.1) Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σε μέτρο και κατεύθυνση.

Μονάδες 5

4.2) Να αιτιολογήσετε γιατί στο σώμα ασκείται τριβή και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται.

4.3) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα ακινητοποιηθεί καθώς και το συνολικό διάστημα που θα διανύσει από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

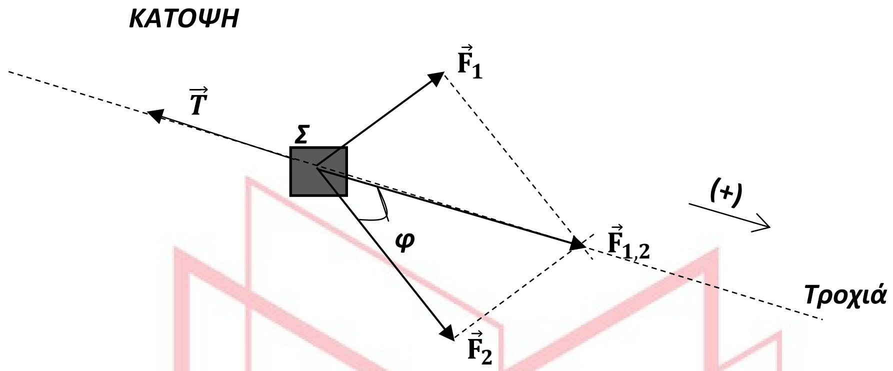
4.4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ.

Μονάδες 7

13709-Λύση

<u>Θέμα 4</u>

<u>Ενδεικτική Λύση</u>



4.1) Για να συνθέσουμε τις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και η διαγώνιος του, που έχει κοινή αρχή με τα διανύσματα των δυνάμεων που συνθέτουμε έχει μέτρο:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ ή } F_{1,2} = 10N$$

$$\text{Και } εφφ = \frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{4} \text{ (κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 5

4.2) Θεωρώντας ότι στο σώμα δεν ασκείται τριβή, εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στη διεύθυνση της συνιστάμενης των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$F_{1,2} = m \cdot a \text{ ή } \alpha = 10m/s^2$$

Αυτό είναι άτοπο σύμφωνα με την εκφώνηση καθώς δίνεται ότι το σώμα μετά την t_o κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1 = 2m/s^2$. Οπότε στο Σ ασκείται τριβή στη διεύθυνση της τροχιάς, αντίρροπη της $\vec{F}_{1,2}$ και μέτρου που υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Newton με σεβασμό στη θετική φορά που έχει τεθεί:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1 \text{ ή } F_{1,2} - T = m \cdot a_1 \text{ ή } T = F_{1,2} - m \cdot a_1 \text{ ή } T = 8N$$

Μονάδες 6

4.3) Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$ το Σ εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχοντας διανύσει διάστημα:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot {t_1}^2 = 16m$$

και έχοντας αποκτήσει ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 \cdot t_1 = 8m/s$$

Μονάδες 2

13709-Λύση

Εφόσον οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται, το Σ δέχεται πλέον μόνο την τριβή. Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του Σ, σε αυτό το τμήμα της διαδρομής του, εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } -8N = (1kg) \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = -8m/s^2$$

Άρα η επιτάχυνση του Σ έχει μέτρο $8m/s^2$ και αρνητική φορά. Εφόσον τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της ταχύτητας είναι αντίρροπα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Μονάδες 2

Από την εξίσωση της ταχύτητας, υπολογίζεται η χρονική διάρκεια Δt αυτής της κίνησης:

$$\upsilon = \upsilon_0 + a_2 \cdot \Delta t \text{ ή ή } 0 = 8 - 8 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 1s$$

Και στη συνέχεια η χρονική στιγμή της ακινητοποίησης:

$$\Delta t = 1s \text{ ή } (t_2 - t_1) = 1s \text{ ή } t_2 = 5s$$

Το Σ κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση διανύει διάστημα:

$$S_2 = \upsilon_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } (\Gamma\Delta) = \left(8 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1^2\right) m$$

$$\text{ή } S_2 = 4\, m.$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διάνυσε το Σ από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται είναι:

$$S_{o\lambda} = S_1 + S_2 = 16m + 4m = 20m$$

Μονάδες 3

4.4) Το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ, υπολογίζεται σύμφωνα με τον ορισμό ως εξής:

$$W_{F_2} = \left|\vec{F}_2\right| \cdot |\Delta\vec{x}_1| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \ (1)$$

Μονάδες 3

Όμως $|\Delta\vec{x}_1| = S_1 = 16\, m\ \kappa\alpha\iota\ \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{8}{10} = 0{,}8$

Μονάδες 3

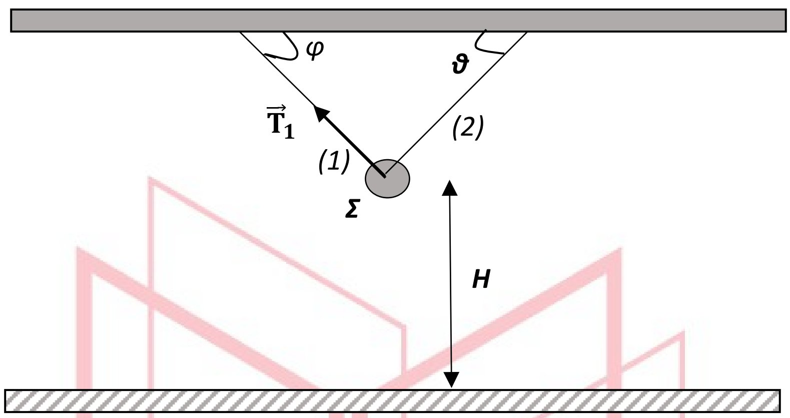
Άρα η (1) γίνεται:

$$W_{F_2} = \left|\vec{F}_2\right| \cdot |\Delta\vec{x}_1| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = (8 \cdot 16 \cdot 0{,}8)J = 102{,}4J$$

Μονάδα 1

13711

Θέμα 4



Η σφαίρα Σ με μάζα m ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη Σ και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η Σ απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση $H = 5m$. Το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_1$) που ασκεί το νήμα (1) στη σφαίρα είναι 60 N.

4.1) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_2$) που ασκεί το νήμα (2) στη Σ.

Μονάδες 6

4.2) Να υπολογίσετε τη μάζα της Σ.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα Σ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.3) Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική της ενέργεια είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια.

Μονάδες 7

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της Σ κατά την πτώση της σε συνάρτηση με την απόσταση της y από τη θέση όπου κόβονται τα νήματα, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

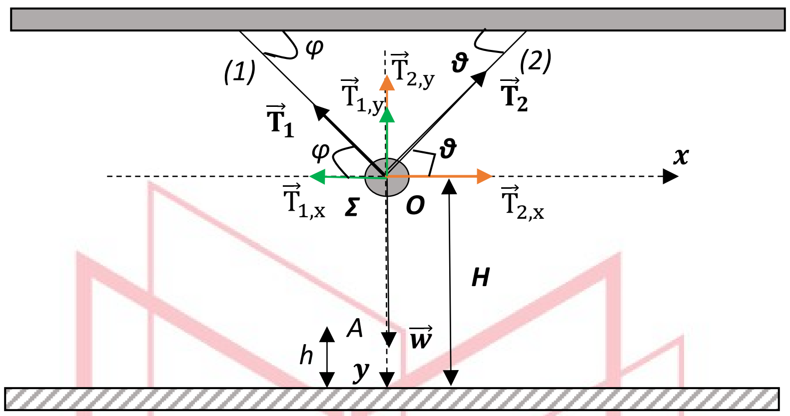
Μονάδες 6

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, $ημφ = συνθ = 0{,}6$ και ότι $συνφ = ημθ = 0{,}8$. Επίσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η σφαίρα Σ έχει μικρές διαστάσεις έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ως υλικό σημείο.

13711

13711-Λύση

Θέμα 4



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφαίρα κατά την ισορροπία της. Επίσης θεωρήθηκε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy, όπου η αρχή Ο ταυτίζεται με τη θέση της σφαίρας Σ. Στη συνέχεια οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ έχουν αναλυθεί σε συνιστώσες στο επιλεγμένο σύστημα αξόνων. Οι γωνίες με το όνομα φ είναι μεταξύ τους ίσες ως εντός εναλλάξ και το ίδιο ισχύει για τις γωνίες με το όνομα ϑ. Στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{1,x} + \vec{T}_{2,x} = 0 \text{ ή } T_{2,x} - T_{1,x} = 0 \text{ ή}$$

$$T_2 \cdot συνθ = T_1 \cdot συνφ \text{ ή } T_2 = \frac{T_1 \cdot συνφ}{συνθ} \text{ ή } T_2 = \frac{60 \cdot 0{,}8}{0{,}6} N = 80N$$

Μονάδες 6

4.2) Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1ος νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w} + \vec{T}_{1,y} + \vec{T}_{2,y} = 0 \text{ ή } w - T_{2,y} - T_{1,y} = 0 \text{ ή}$$

$$m \cdot g = T_2 \cdot ημθ + T_1 \cdot ημφ \text{ ή } m = \frac{T_2 \cdot ημθ + T_1 \cdot ημφ}{g} \text{ ή } m = \frac{80 \cdot 0{,}8 + 60 \cdot 0{,}6}{10} kg$$

$$\text{ή } m = 10\ kg$$

Μονάδες 6

4.3) Έστω η θέση Α που απέχει απόσταση *h* από το οριζόντιο δάπεδο, στην οποία η κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια, δηλαδή:

$$4 \cdot U_A = K_A$$

13711-Λύση

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Ο και Α:

$$E_O = E_A \text{ ή } m\cdot g\cdot H = K_A + U_A \text{ ή } m\cdot g\cdot H = 5\cdot U_A \text{ ή } m\cdot g\cdot H = 5\cdot m\cdot g\cdot h$$

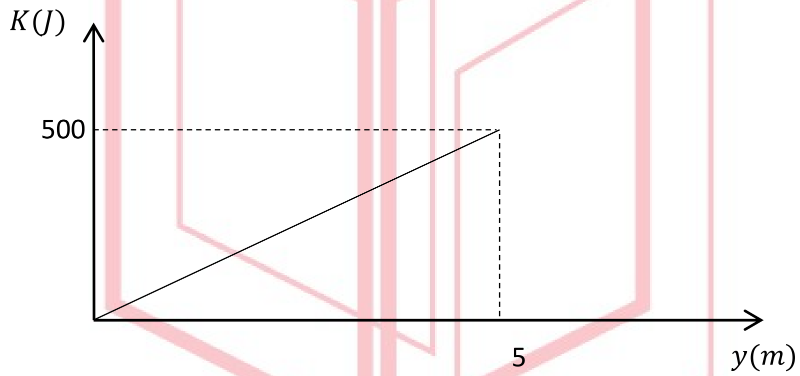
$$\text{ή } h = \frac{H}{5} = 1m$$

Μονάδες 7

4.4) Κατά την πτώση ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m\cdot g\cdot H - m\cdot g\cdot (H - y) = 100y, \gamma\iota\alpha\ 0 \leq y \leq 5\ m$$

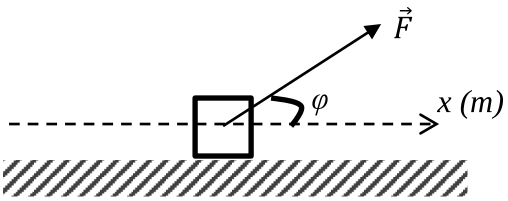
Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση *K* = *f* (*y*):



ΘΕΜΑ 4

13712

Ένας κύβος μάζας $1\ kg$ ολισθαίνει πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο $(x = 0)$ του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά έχει ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_0 = 1\ m/s$.



Στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $10N$ και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$, που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α $(\vec{x}_A)$, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Να υπολογίσετε:

4.1) το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου κατά την κίνηση του από τη θέση Ο στη θέση Α

Μονάδες 6

4.2) τη χρονική στιγμή στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 7

4.3) το έργο της τριβής από τη χρονική $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

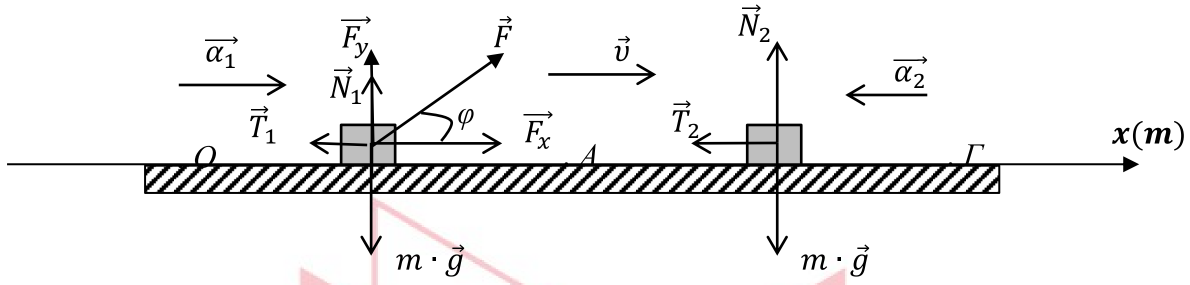
Μονάδες 5

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

13712-Λύση

Ενδεικτική λύση



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο τμήμα της διαδρομής (ΟΑ) όπου ασκείται η $\vec{F}$ όσο και στη διαδρομή (ΑΓ) όπου η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί.

Διαδρομή (ΟΑ)

Η $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 10 \cdot 0{,}6\, N = 6\, N$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot 0{,}8\, N = 8N$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F_y} = 0 \text{ ή } \vec{N_1} + \vec{w} + \vec{F_y} = 0 \text{ ή } N_1 + F_y = w$$

$$\text{ή } N_1 = m \cdot g - F_y \text{ ή } N_1 = (10-6)N = 4N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_1 = \mu \cdot N_1 \text{ ή } T_1 = 0{,}5 \cdot 4N = 2N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^{o} νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F_x} = m \cdot \vec{a}_1$, ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x - T_1 = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x - T_1}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{8\,N - 2N}{1\,kg} \text{ ή } a_1 = 6\, m/s^2$$

Άρα ο κύβος στη διαδρομή (ΟΑ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο $6\, m/s^2$ και κατεύθυνση ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 2

4.2) Αρχικά εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΟΑ) υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_1, όπου η $\vec{F}$ καταργείται:

$$\upsilon_1 = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \upsilon_1 = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } \upsilon_1 = \big((1 + 6 \cdot (2-0)\big)m/s$$

$$\upsilon_1 = 13m/s$$

Μονάδες 2

13712-Λύση

Διαδρομή (ΑΓ)

Η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί και στον οριζόντιο άξονα ασκείται μόνο η τριβή η οποία όμως έχει αλλάξει μέτρο, καθώς έχει αλλάξει το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής. Συγκεκριμένα στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_2 = w$$

$$\text{ή } N_2 = m \cdot g \text{ ή } N_2 = 10N$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \text{ ή } T_1 = 0{,}5 \cdot 10N = 5N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$-T_2 = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-T_2}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{-5N}{1\,kg} \text{ ή } a_2 = -5\,m/s^2$$

Άρα, ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 5 m/s^2 και κατεύθυνση αντίρροπη της ταχύτητας. Τελικά εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΑΓ) υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης και τη χρονική στιγμή t_2 που ο κύβος ακινητοποιείται:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_2 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \upsilon_\Gamma = \upsilon_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = \frac{13m}{s} - 5 \cdot \Delta t_2$$

$$\Delta t_2 = 2{,}6\,s \text{ ή } \Delta t_2 = t_2 - t_1 \text{ ή } t_2 = 4{,}6\,s$$

Μονάδες 3

4.3) Το έργο της τριβής από τη χρονική $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται υπολογίζεται με τη βοήθεια του ορισμού του έργου σταθερής δύναμης:

$$W_T = |\vec{T}_1| \cdot |\Delta \vec{x}_{OA}| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o + |\vec{T}_2| \cdot |\Delta \vec{x}_{A\Gamma}| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -T_1 \cdot \Delta x_1 - T_2 \cdot \Delta x_2 \; (1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (ΟΑ) υπολογίζουμε:

$$\Delta x_1 = \upsilon_o \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \left(1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2^2\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_1 = 14\,m.$$

Μονάδες 2

Αντίστοιχα, εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (ΑΓ), υπολογίζουμε:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_2{}^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(13 \cdot 2{,}6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2{,}6^{\,2}\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 16{,}9\,m.$$

Μονάδες 2

Τέλος, αντικαθιστώντας τις μετατοπίσεις στην (1), υπολογίζουμε:

$$W_T = -(2 \cdot 14 + 5 \cdot 16{,}9)J = -112{,}5J$$

13712-Λύση

Μονάδα 1

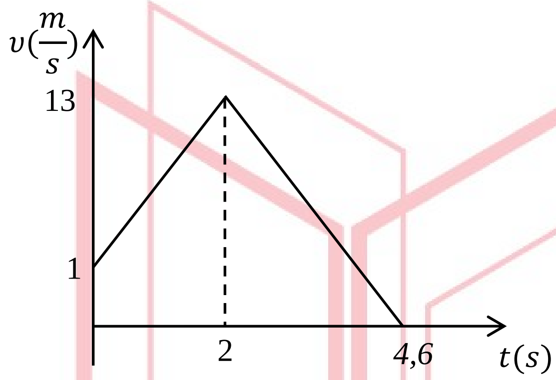
4.4) Η εξίσωση της ταχύτητας για τη διαδρομή (ΟΑ) είναι:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot t \text{ ή } \upsilon = 1 + 6 \cdot t \ (S.I), \gamma\iota\alpha \ 0 \leq t \leq 2s$$

Και αντίστοιχα για τη διαδρομή (ΑΓ):

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_2 \cdot (t-2) \text{ ή } \upsilon = 13 - 5 \cdot (t-2)(S.I), \gamma\iota\alpha \ 2s \leq t \leq 4{,}6s$$

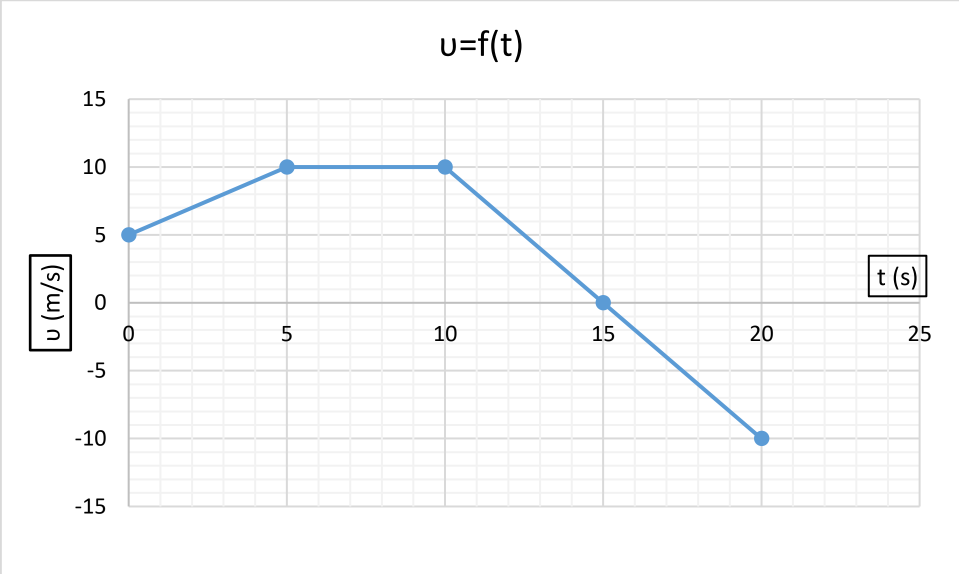
Και στη συνέχεια απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα για $0 \leq t \leq 4{,}6\ s$:



Μονάδες 5

13713

ΘΕΜΑ 4



Σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $1kg$ κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα *Ox* και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_o = 5m$.

4.1) Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 10s$.

Μονάδες 6

4.2) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\ s$.

Μονάδες 6

4.3) Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$ που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\ s$ σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.

Μονάδες 7

4.4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\ s$.

Μονάδες 6

13713-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση

4.1) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης *υ = f(t)* και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα:

$$Για\ 0 \leq t \leq 5s, Δx_1 = \frac{\frac{(5+10)m}{s} \cdot 5s}{2} = 37{,}5\ m$$

$$Και\ για\ 5s < t \leq 10s, Δx_2 = 10m/s \cdot (10-5)s = 50\ m$$

Άρα η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 10s$ θα είναι:

$Δx_{0\rightarrow 10s} = Δx_1 + Δx_2 = 87{,}5\ m$ και θα βρίσκεται στη θέση:

$Δx_{0\rightarrow 10s} = x - x_o$ ή $x = 92{,}5\ m$

Μονάδες 6

4.2) Όπως στο ερώτημα 4.1 υπολογίζονται οι μετατοπίσεις για τα χρονικά διαστήματα $10s \rightarrow 15s$ και $15s \rightarrow 20s$ αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα:

$$Για\ 10s < t \leq 15s, Δx_3 = \frac{10m/s \cdot (15-10)s}{2} = 25\ m$$

$$Και\ για\ 15s < t \leq 20s, Δx_4 = \frac{-\frac{10m}{s} \cdot (20-15)s}{2} = -25\ m$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow 20\ s$ θα είναι:

$$S_{ολ} = |Δx_1| + |Δx_2| + |Δx_3| + |Δx_4| = (37{,}5 + 50 + 25 + 25)m = 137{,}5m$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$υ_μ = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{137{,}5m}{20s} = 6{,}875m/s$$

Μονάδες 6

4.3) Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης και την τιμή της συνισταμένης δύναμης για κάθε ένα από τα επιμέρους χρονικά διαστήματα:

α) $Για\ 0 \leq t \leq 5s, α_1 = \frac{Δυ}{Δt} = \frac{10-5}{5-0}\ m/s^2 = 1m/s^2$

Με εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot α_1 = +1N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα.

β) $Για\ 5s < t \leq 10s, α_2 = \frac{Δυ}{Δt} = \frac{10-10}{10-5}\ m/s^2 = 0\ m/s^2$

13713-Λύση

Με εφαρμογή του 2ου νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_2 = 0$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα μέτρου $10 m/s$.

γ) $Για\ 10s < t \leq 15s, \alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{0-10}{15-10}\frac{m}{s^2} = -2\ m/s^2$

Με εφαρμογή του 2ου νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_3 = -2N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και τη χρονική στιγμή $t = 15s$ η ταχύτητα μηδενίζεται.

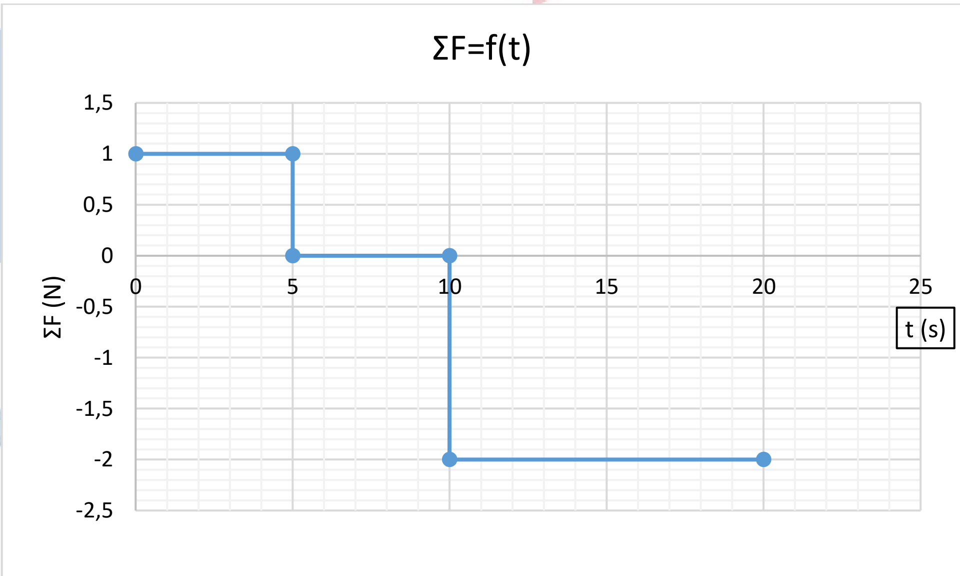
δ) $Για\ 15s < t \leq 20s, \alpha_4 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{-10-0}{20-15}\frac{m}{s^2} = -2\ m/s^2$

Με εφαρμογή του 2ου νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_4 = -2N$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης δεν αλλάζει σε σχέση με την περίπτωση γ). Όμως αλλάζει το είδος της κίνησης αφού αλλάζει η φορά κίνησης (αρνητική ταχύτητα). Μετά την $t = 15s$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Αξιοποιώντας τους παραπάνω υπολογισμούς κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$ που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\ s$:



Μονάδες 7

4.4) Το έργο της συνισταμένης δύναμης $\sum \vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή $t = 20\ s$ υπολογίζεται από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

13713-Λύση

$$W_{\Sigma F} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 =$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-10)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (+5)^2\right) J = 37{,}5 J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

13714

Κιβώτιο μάζας $m = 1$ Kg αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2\ \frac{m}{s^2}$.

4.1 Να εξηγήσετε γιατί το κιβώτιο δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό και να τις αναλύσετε σε δυο κάθετους μεταξύ τους άξονες από τους οποίους ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους του κιβωτίου, όταν αυτό θα έχει διανύσει 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από το σημείο που ξεκίνησε. Πόση είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου; Να συγκρίνετε το έργο του βάρους με την αντίστοιχη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και να διατυπώσετε το συμπέρασμά σας.

Μονάδες 5

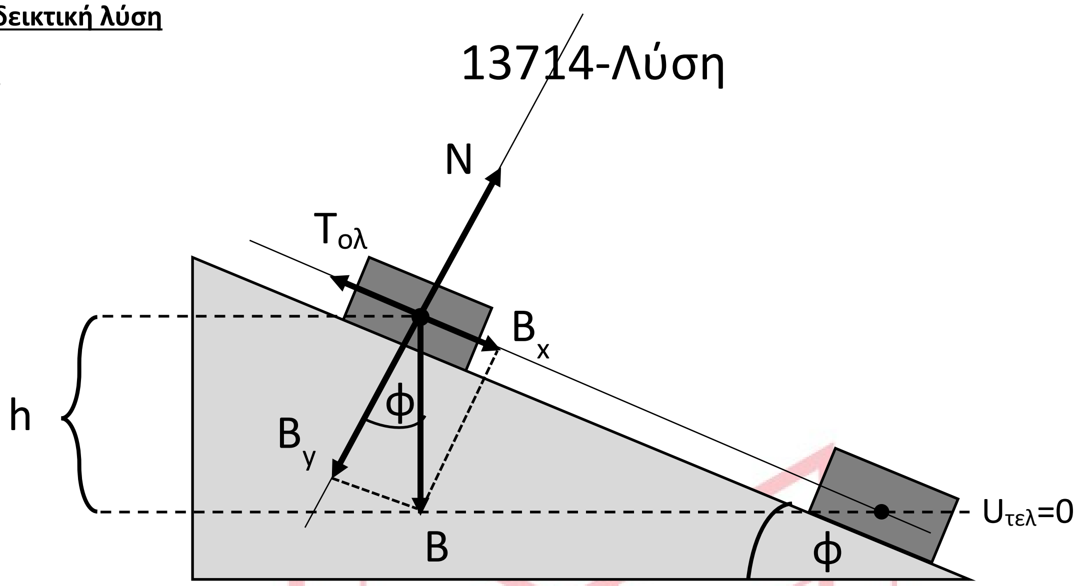
4.4 Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, όταν αυτό έχει διανύσει το παραπάνω διάστημα των 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

Μονάδες 4

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2},\ g = 10\ \frac{m}{s^2}$

Ενδεικτική λύση

4.1



Σχεδιασμός δυνάμεων ανάλυση σε άξονες: (***Μονάδες 4***)

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση με την οποία το κιβώτιο θα κατέβαινε κινούμενο κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου **αν δεν υπήρχε** δύναμη τριβής ολίσθησης.

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 = m \cdot a_1 \Rightarrow \boldsymbol{a_1} = \mathbf{5\ \frac{m}{s^2}}$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση $\boldsymbol{a} = \mathbf{2\ \frac{m}{s^2}} < \boldsymbol{a_1}$, **άρα** δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης.

(***Μονάδες 4***)

4.2

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 - T_{o\lambda} = m \cdot \alpha \Rightarrow T_{o\lambda} = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 - m \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow T_{o\lambda} = 1\ \mathrm{kg} \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - 1\ kg \cdot\ 2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\lambda}} = \mathbf{3\ N}$$

(***Μονάδες 4***)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 = 0 \Rightarrow N = 1\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N} = \mathbf{5\sqrt{3}\ N\ (1)}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow} \mu = \frac{T}{N} \Rightarrow \boldsymbol{\mu} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{5}}$$ ***(Μονάδες 2)***

4.3

Για το έργο του Βάρους: $W_B = W_{Bx} = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot x \Rightarrow W_B = 1\ \mathrm{kg} \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{W_B} = \mathbf{20\ J}$

(Μονάδες 2)

Για τη μεταβολή της Δυναμικής Ενέργειας:

$\Delta U = U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} = 0 - m \cdot g \cdot h = -m \cdot g \cdot x \cdot \eta\mu 30^0 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta U = -20\ \mathrm{J}}$ ***(Μονάδες 2)***

Από τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει : $\boldsymbol{W_B = -\Delta U}$ αναμενόμενο, καθώς για το έργο κάθε **συντηρητικής δύναμης**, όπως το βάρος ισχύει: $\boldsymbol{W_{\sigma\upsilon\nu\tau}} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = \boldsymbol{-\Delta U}$ ***(Μονάδα 1)***

4.4

Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετατόπιση των $4m$ κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου προκύπτει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_{T o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - 0 = W_B - T_{o\lambda} \cdot x \Rightarrow \frac{1}{2} 1\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon^2 = 20\ \mathrm{J} - 3\ \mathrm{N} \cdot 4\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 4\ \frac{m}{s}}$$

(Μονάδες 4)

13769

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ο αστροναύτης Dave Scott στην αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι, το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο…. όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι κι εσείς αφήνετε να πέσει ελεύθερα ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό του Scott και από το ίδιο ύψος που το άφησε αυτός στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη $\vec{g}_\Gamma$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη $\vec{g}_\Sigma$ συνδέονται με τη σχέση, $\vec{g}_\Gamma = 6 \cdot \vec{g}_\Sigma$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν $K_\Gamma\ και\ K_\Sigma$ είναι οι κινητικές ενέργειες του σφυριού ακριβώς πριν ακουμπήσει στην επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, τότε θα ισχύει :

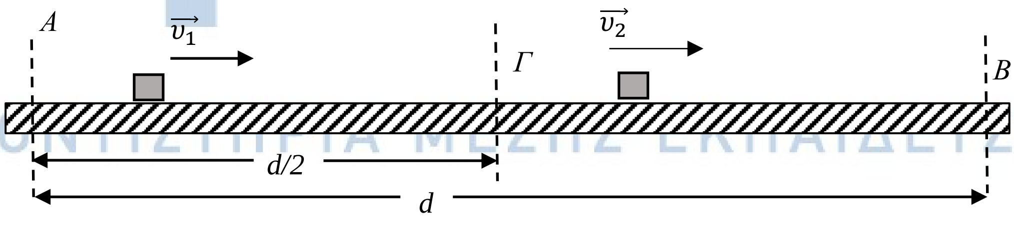
α) $K_\Gamma = \sqrt{6} \cdot K_\Sigma$, β) $K_\Gamma = K_\Sigma$, γ) $K_\Gamma = 6 \cdot K_\Sigma$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Στους κυλιόμενους διαδρόμους που μεταφέρουν τις βαλίτσες, από το αεροπλάνο στο χώρο παραλαβής των αποσκευών, στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος» υπάρχει η δυνατότητα αυτοματοποιημένης επιλογής της ταχύτητας τους. Έστω ότι στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα *(ΑΒ) = d* όπως αυτό του σχήματος παρατηρείτε την κίνηση μιας βαλίτσας. Κάποια χρονική στιγμή, η βαλίτσα διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ_1, ενώ όταν διέρχεται από το σημείο Γ το μέτρο της ταχύτητάς της διπλασιάζεται ακαριαία (σε ελάχιστο χρόνο μέσω του μηχανισμού αυτόματης επιλογής ταχύτητας) σε $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$ και διατηρείται σταθερό, έως ότου η βαλίτσα να διέλθει από το σημείο Β.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το σημείο Γ απέχει *d/2* από το σημείο Α για τη μέση ταχύτητα της βαλίτσας στη διαδρομή της από το Α στο Β ισχύει:

α) $\upsilon_\mu = \frac{3}{2} \cdot \upsilon_1$, β) $\upsilon_\mu = \frac{4}{3} \cdot \upsilon_1$, γ) $\upsilon_\mu = \frac{3}{4} \cdot \upsilon_1$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13769-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

2.1.Β Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h, ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \; (1)$$

(Μονάδες 2)

και η ταχύτητα που θα έχει το σώμα αφού διανύσει ύψος h, από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο, υπολογίζεται από την εξίσωση ταχύτητας:

$$\upsilon = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \, (2)$$

(Μονάδες 2)

Εφαρμόζοντας κατάλληλα την εξίσωση (2) για το σφυρί, υπολογίζουμε τη σχέση των μέτρων των ταχυτήτων του σφυριού ακριβώς πριν ακουμπήσει στην επιφάνεια της Γης, υ_{Γ} και της Σελήνης, υ_{Σ}:

$$\upsilon_{\Gamma} = \sqrt{2 \cdot g_{\Gamma} \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot g_{\Sigma} \cdot h} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2 \cdot g_{\Sigma} \cdot h} = \sqrt{6} \cdot \upsilon_{\Sigma} \; (3)$$

(Μονάδες 2)

Άρα αξιοποιώντας την σχέση (3) των ταχυτήτων, υπολογίζεται και η σχέση μεταξύ των κινητικών ενεργειών στη Γη, K_{Γ} και στη Σελήνη, K_{Σ} αντίστοιχα:

$$K_{\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 6 \cdot \upsilon_{\Sigma}^2 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\Sigma}^2 = 6 \cdot K_{\Sigma}$$

(Μονάδες 2)

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (β).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

2.2.Β Έστω ότι η βαλίτσα διανύει το διάστημα *(ΑΓ)* σε χρονικό διάστημα Δt_1 και το διάστημα *(ΓΒ)* σε χρονικό διάστημα Δt_2. Για τη σχέση των διαστημάτων σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει:

$$(A\Gamma) = (\Gamma B) = \frac{d}{2}$$

Η βαλίτσα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ_1 στο *(ΑΓ)* και ταχύτητα επίσης σταθερού μέτρου, $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$ στο *(ΓΒ)*. Άρα από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε τα χρονικά διαστήματα κίνησης ως εξής:

$$(A\Gamma) = \frac{d}{2} = \upsilon_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{d}{2 \cdot \upsilon_1} (1) \text{ και } (\Gamma B) = \frac{d}{2} = \upsilon_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{d}{2 \cdot \upsilon_2} \text{ ή } \Delta t_2 = \frac{d}{4 \cdot \upsilon_1} (2)$$

(Μονάδες 5)

13769-Λύση

Τέλος από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{(A\Gamma) + (\Gamma B)}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d}{\dfrac{d}{2 \cdot \upsilon_1} + \dfrac{d}{4 \cdot \upsilon_1}} = \frac{d}{\dfrac{2 \cdot d}{4 \cdot \upsilon_1} + \dfrac{d}{4 \cdot \upsilon_1}} = \frac{d}{\dfrac{3 \cdot d}{4 \cdot \upsilon_1}} = \frac{4 \cdot \upsilon_1}{3}$$

(Μονάδες 4)

13771

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία μοτοσυκλέτα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο δρόμο και η κινητική της ενέργεια είναι ίση με K.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η ταχύτητα της μοτοσυκλέτα υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική της ενέργεια θα μειωθεί κατά:

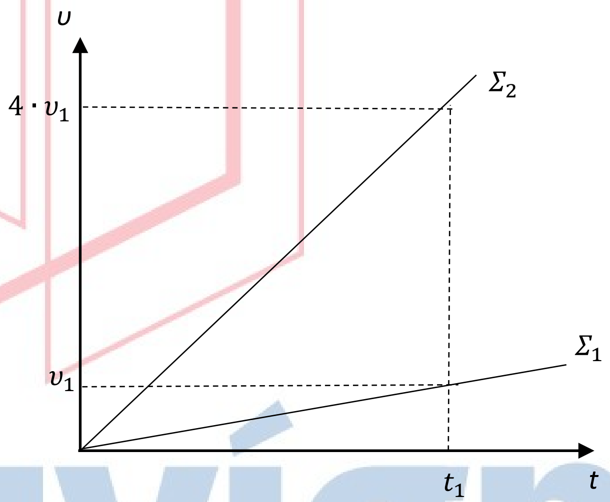
α) $\frac{K}{4}$, **β)** $\frac{3K}{4}$, **γ)** K

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, στα $Σ_1$ και $Σ_2$ ασκούνται σταθερές οριζόντιες δυνάμεις οι οποίες έχουν ίσα μέτρα, με αποτέλεσμα τα σώματα να ξεκινήσουν να κινούνται ευθύγραμμα. Στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, φαίνεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας των δύο σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει η σχέση:

α) $m_1 = \frac{1}{4} \cdot m_2$, **β)** $m_1 = 4 \cdot m_2$, **γ)** $m_1 = m_2$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13771-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 4

2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Αν υ η αρχική ταχύτητα της μοτοσυκλέτας τότε η κινητική της ενέργεια θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Μονάδες 3

Μετά τον υποδιπλασιασμό της ταχύτητας η κινητική ενέργεια θα γίνει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{4} = \frac{K}{4}$$

Μονάδες 3

Άρα η κινητική ενέργεια μεταβλήθηκε κατά:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K = \frac{K}{4} - K = -\frac{3 \cdot K}{4}$$

Δηλαδή μειώθηκε κατά $\frac{3 \cdot K}{4}$.

Μονάδες 2

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 4

2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η κλίση της ευθείας στη γραφική παράσταση $\upsilon = f(t)$ είναι ίση με την επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 2

Οπότε:

Σ$_1$: $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{\upsilon_1}{t_1}$ και

Μονάδες 2

Σ$_2$: $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{4 \cdot \upsilon_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{4 \cdot \upsilon_1}{t_1} = 4 \cdot \alpha_1$

Μονάδες 2

Αν θεωρήσουμε ότι και στα δύο σώματα ασκούνται δυνάμεις μέτρου F, εφαρμόζοντας τον 2^{ο} νόμο του Newton έχουμε:

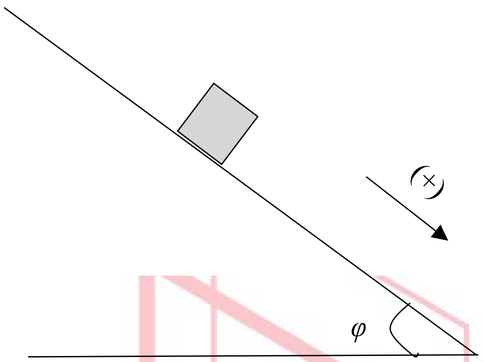
$$F = m_1 \cdot \alpha_1 = m_2 \cdot \alpha_2 \text{ ή } m_1 \cdot \alpha_1 = m_2 \cdot 4 \cdot \alpha_1 \text{ ή } m_1 = 4 \cdot m_2$$

Μονάδες 3

13780

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, για την τιμή της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:

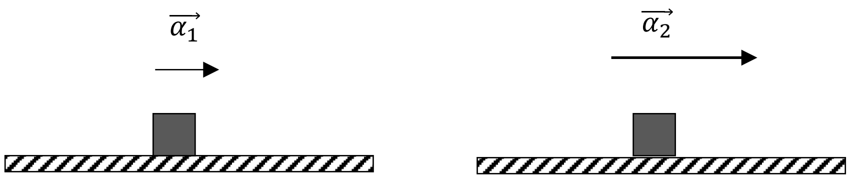
α) $T_{\sigma\tau} = -\, m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$, **β)** $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$, **γ)** $T_{\sigma\tau} = -\, m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



1η Δοκιμή *2η Δοκιμή*

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση. Οι μαθητές διαθέτουν όργανο μέτρησης επιτάχυνσης (επιταχυνσιόμετρο) και θέλουν να υπολογίσουν κινητική ενέργεια μία δεδομένη χρονική στιγμή. Για τις ανάγκες τις άσκησης χρησιμοποιούν τον ίδιο κύβο, που στην αρχή κάθε δοκιμής ηρεμεί στον οριζόντιο πάγκο εργασίας. Χρησιμοποιώντας το επιταχυνσιόμετρο, διαπίστωσαν ότι ο κύβος στην 1η δοκιμή κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$, ενώ στην 2η κινείται επίσης με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2 = 2 \cdot \vec{\alpha}_1$.

13780

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κύβου στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα, για την ίδια ακριβώς χρονική διάρκεια κίνησης, τότε :

α) $K_2 = K_1$, **β)** $K_2 = 4 \cdot K_1$, **γ)** $K_2 = 2 \cdot K_1$

Μονάδες 4

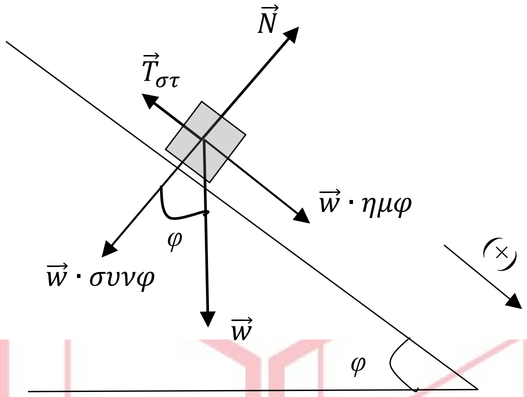
2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13780-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 3

Η συνιστώσα του βάρους στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο:

$$w_x = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi$$

Μονάδες 2

Αφού το σώμα ισορροπεί, στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{\sigma\tau} + \vec{w}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{\sigma\tau} = -\vec{w}_x$$

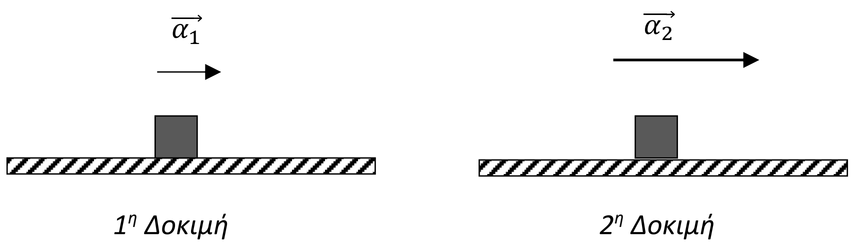
ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος:

$$T_{\sigma\tau} = -(+w_x) = -m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi$$

Μονάδες 3

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (β).



13780-Λύση

2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Ο κύβος και στις δύο δοκιμές εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Από την εξίσωση της ταχύτητας έχουμε:

$$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t \; (1)$$

Μονάδες 3

Η χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι το σημείο που απαιτείται να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια είναι ίδια και στις δύο δοκιμές, οπότε:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$$

Με τη βοήθεια της (1) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου υ_1 μετά από χρόνο Δt στην 1^{η} δοκιμή και το μέτρο της ταχύτητας του κύβου υ_2 μετά από χρόνο επίσης Δt στην 2^{η} δοκιμή, θα συνδέονται με τη σχέση:

$$\upsilon_2 = \alpha_2 \cdot \Delta t = 2 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t = 2 \cdot \upsilon_1$$

Μονάδες 4

Άρα για τη σχέση των κινητικών ενεργειών θα ισχύει:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot \upsilon_1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = 4 \cdot K_1$$

Μονάδες 2

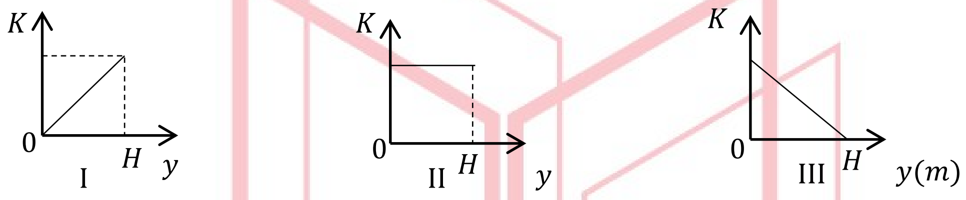
13790

ΘΕΜΑ 2

2.1 Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι H.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:



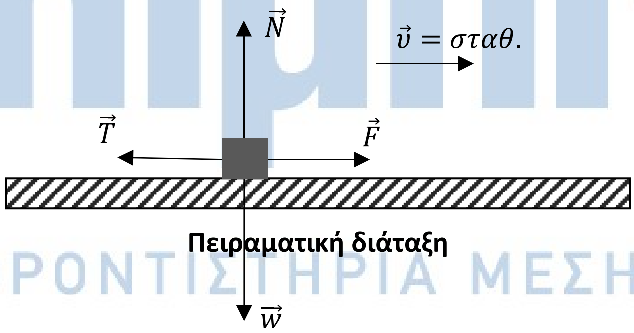
α) I , **β)** II , **γ)** III

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2

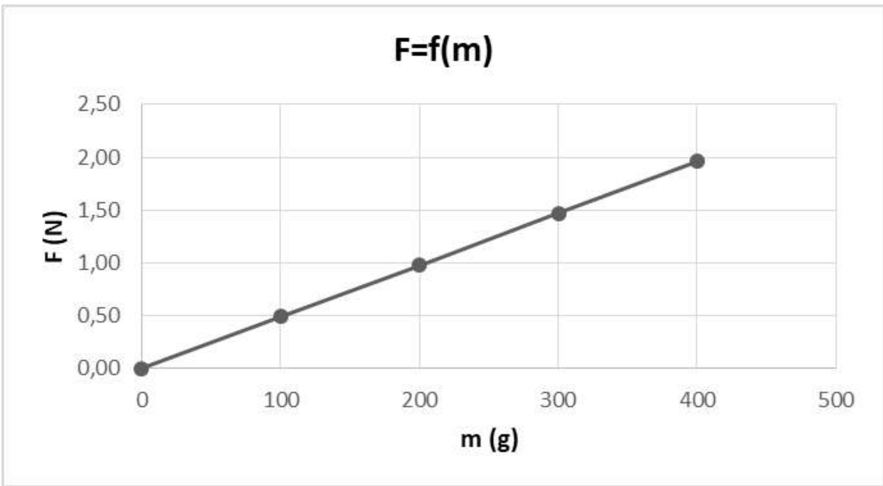


Πειραματική διάταξη

m(g)	F(N)
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96

Πίνακας Τιμών

13790



Γραφική Παράσταση

Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}$ ως συνάρτηση της μάζας του Σ. Δίνεται η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας ίση με $g = 9{,}8\, m/s^2$.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ Σ και πάγκου εργασίας είναι ίδιος, η τιμή του είναι ίση με :

α) 0,5 , **β)** 0,05 , **γ)** Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να την υπολογίσουμε.

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

13790-Λύση

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

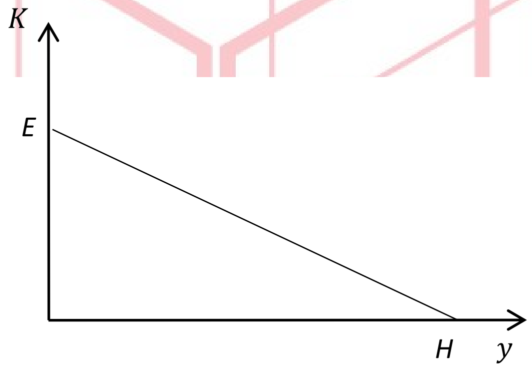
2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την κίνηση της πέτρας ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot y, \gamma\iota\alpha\ 0 \leq y \leq H$$

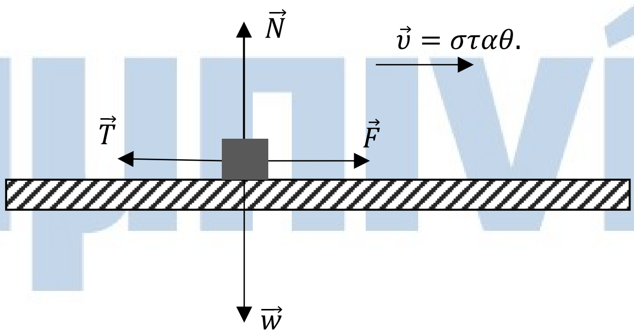
όπου *H* το μέγιστο ύψος που φτάνει ή πέτρα.

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση *K* = *f* (*y*):



2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).



2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Λόγω της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$F - T = 0 \text{ ή } F = T \text{ ή } \quad (1)$$

Μονάδες 2

13790-Λύση

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0$$

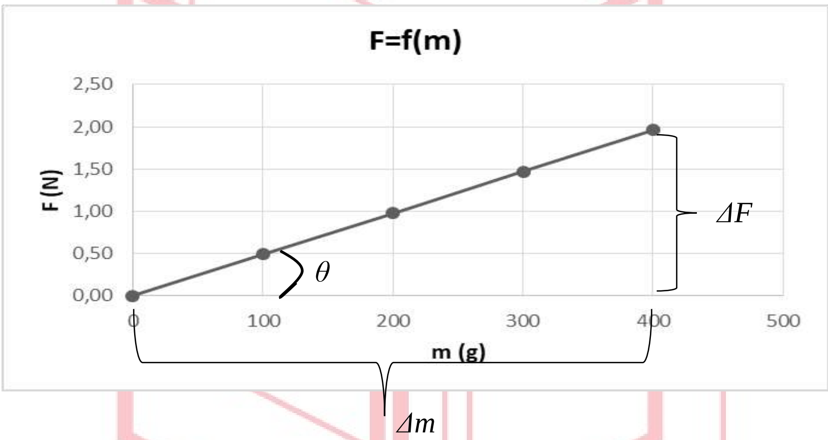
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - N = 0 \text{ ή } w = N = m \cdot g \quad (2)$$

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } F = \mu \cdot m \cdot g \ (3)$$

Μονάδες 3



Η κλίση ***Κ*** της καμπύλης στη γραφική παράσταση $F = f(m)$:

$$K = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta F}{\Delta m} = \frac{1{,}96}{400} N/g = \frac{1{,}96}{0{,}4} N/kg = 4{,}9\ m/s^2 \ (4)$$

Μονάδες 2

Από τις (3) και (4) προκύπτει:

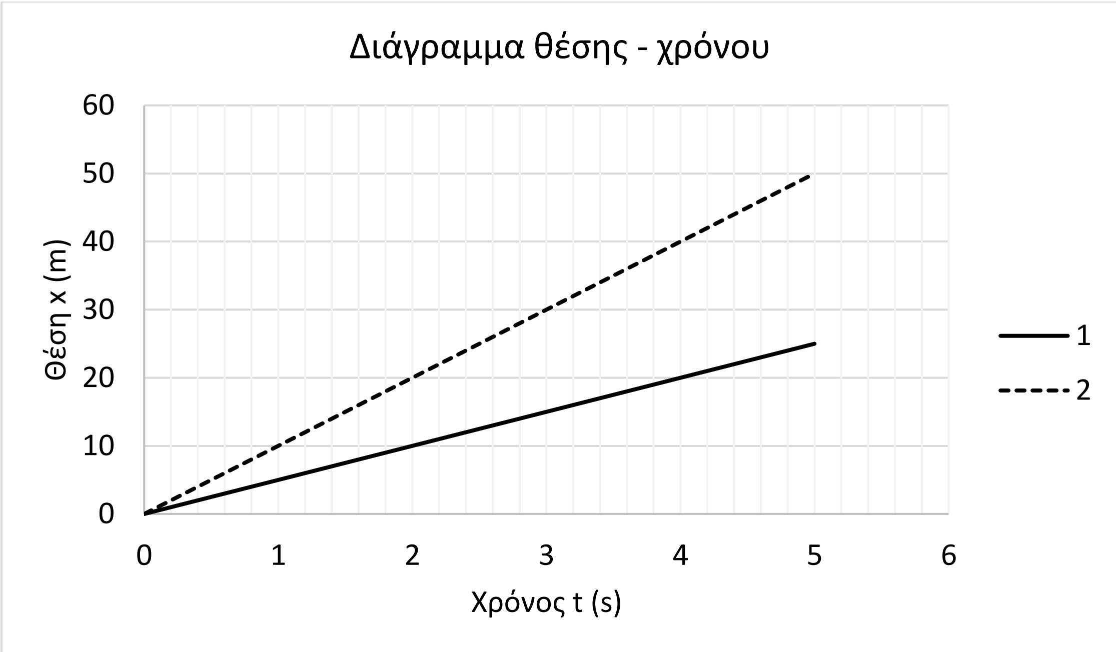
$$K = \mu \cdot g \text{ ή } \mu = \frac{K}{g} \text{ ή } \mu = \frac{4{,}9}{9{,}8} = 0{,}5$$

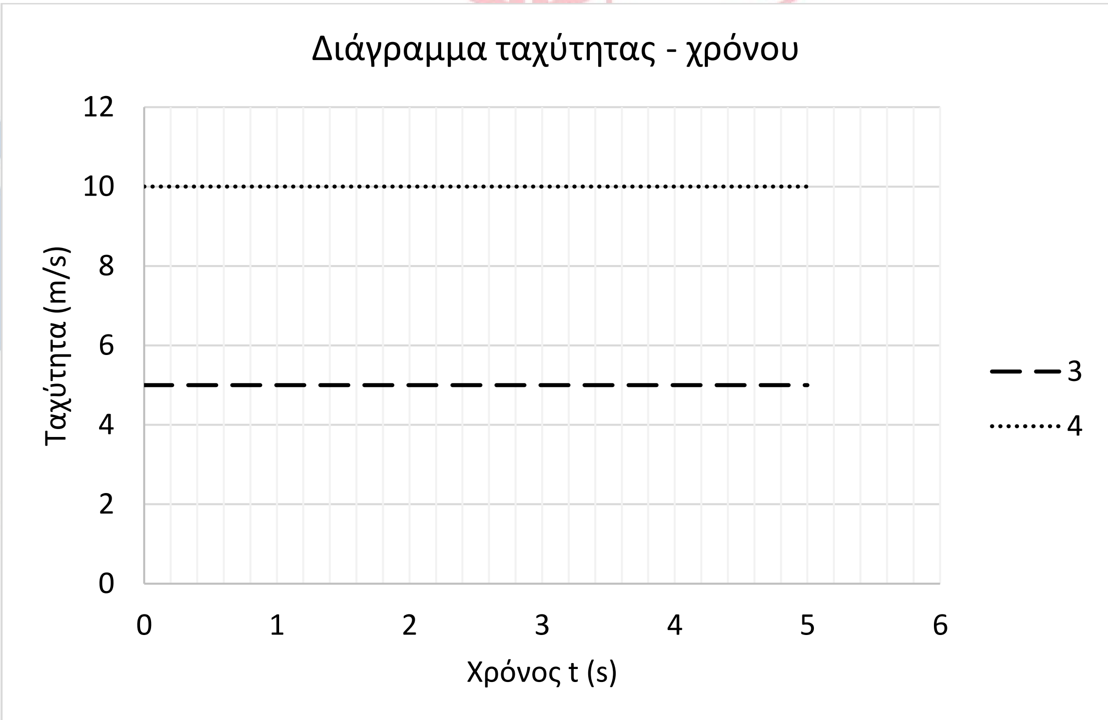
Μονάδες 2

14203

ΘΕΜΑ 2

2.1.





Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό

14203

Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.

Α. Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:

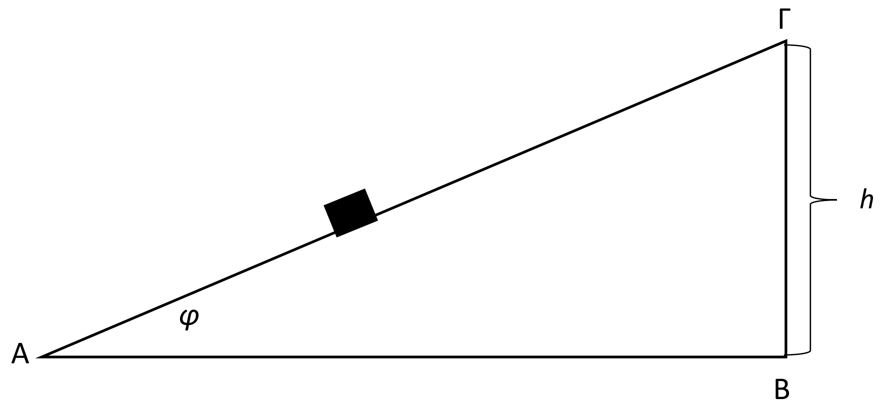
α) 3 β) 4

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Σώμα βάρους $\vec{w}$ μετατοπίζεται από το σημείο Α προς το σημείο Γ ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Γ είναι h.

Α. Το έργο του βάρους του σώματος είναι:

α) $W_{\vec{w}} = -w \cdot h \cdot \eta\mu\varphi$ β) $W_{\vec{w}} = -w \cdot h$ γ) $W_{\vec{w}} = -w \cdot h \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

Μονάδες 4

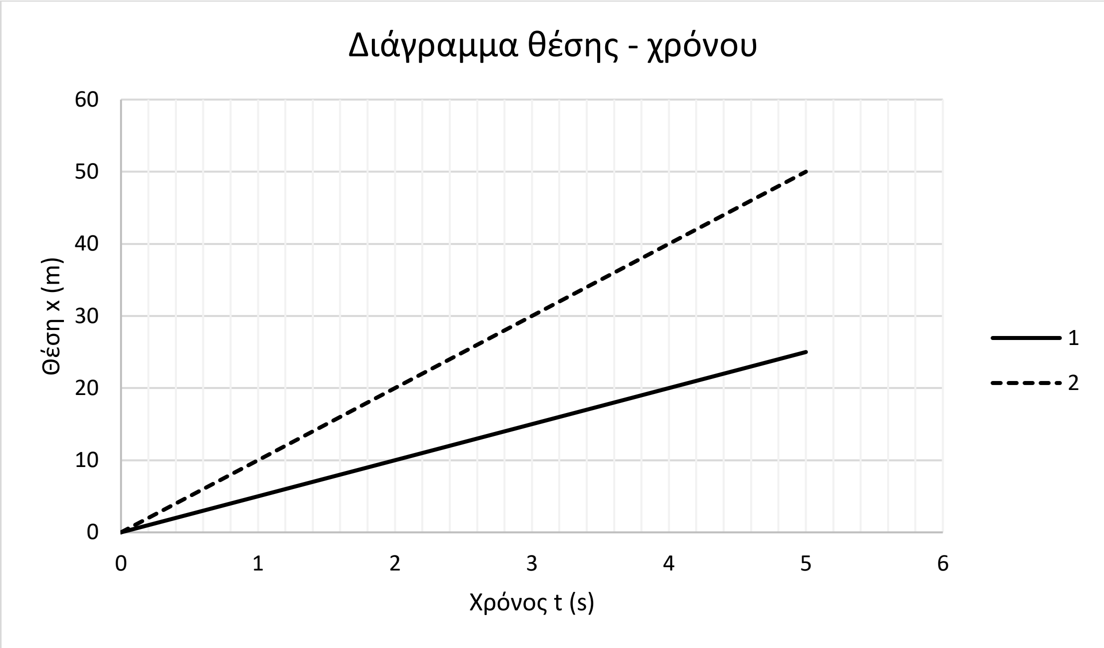
Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

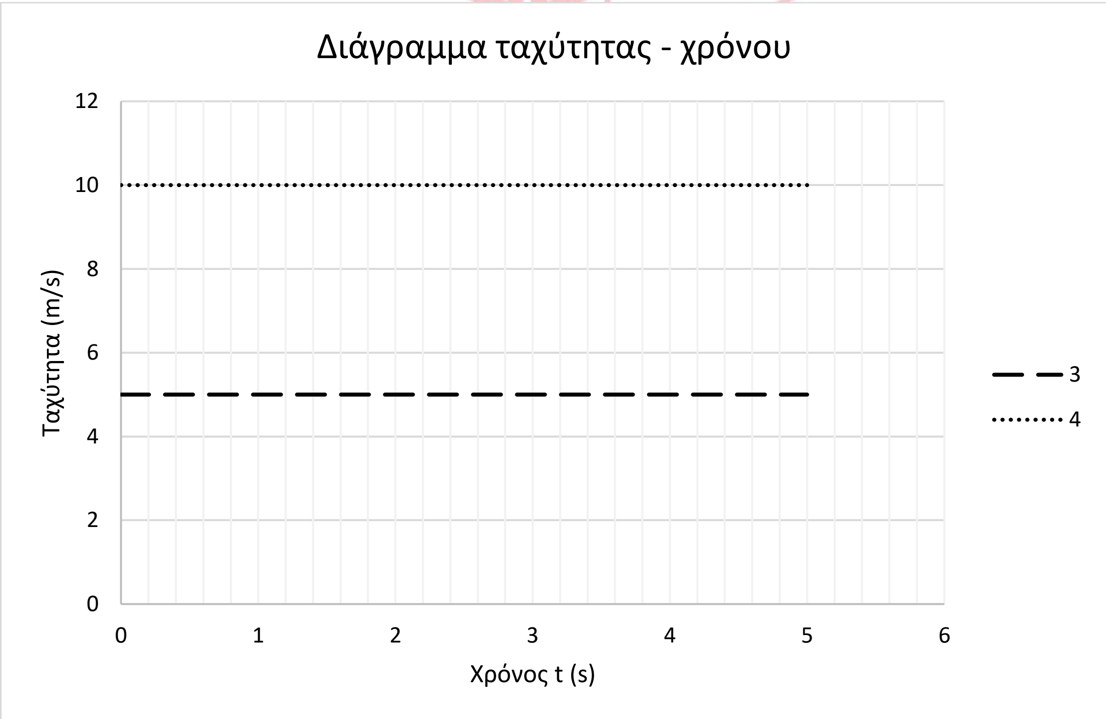
Μονάδες 9

14203-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.





Α. α)

Μονάδες 4

14203-Λύση

Β. Επειδή στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, κάθε χρονική στιγμή ισχύει: $x_B > x_A$. Για τις αρχικές θέσεις των σημειακών αντικειμένων Α και Β ισχύει: $x_{0B} = x_{0A} = 0$. Έτσι, για να ισχύει $x_B > x_A$ θα πρέπει το σημειακό κινητό Β να κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα από το σημειακό κινητό Α, αφού: $x = x_0 + \upsilon \cdot t$.

Μονάδες 8

2.2.

Α. β)

Μονάδες 4

Β. Το βάρος είναι συντηρητική (διατηρητική) δύναμη, συνεπώς το έργο του εξαρτάται μόνο από την υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Γ και όχι την ακολουθούμενη διαδρομή. Έτσι, $W_{\vec{w}} = -w \cdot h$.

Μονάδες 9

14204

ΘΕΜΑ 2

2.1.Σώμα μάζας m, όταν κινείται με ταχύτητα $\vec{v}$ έχει κινητική ενέργεια K.

Α. Όταν το ίδιο σώμα κινείται με ταχύτητα $2 \cdot \vec{v}$, η κινητική του ενέργεια K' θα είναι:

α) $K' = K$ β) $K' = 2 \cdot K$ γ) $K' = 4 \cdot K$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης $\sum \vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας $\frac{m}{2}$, κινείται στο ίδιο δάπεδο, με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης $\sum \vec{F}$.

Α.Αν $\Delta\vec{v}_A$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα Δt και $\Delta\vec{v}_B$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα $2 \cdot \Delta t$, τότε:

α) $\Delta\vec{v}_A = \Delta\vec{v}_B$, β) $\Delta\vec{v}_A = 4 \cdot \Delta\vec{v}_B$, γ) $\Delta\vec{v}_A = \frac{\Delta\vec{v}_B}{4}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

14204-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Α. γ)

Μονάδες 4

Β. Ισχύει: $\left\{\begin{array}{c} K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 \\ K' = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot \upsilon_0)^2 \end{array}\right\}$, $K' = 4 \cdot K$.

Μονάδες 8

2.2.

Α. β)

Μονάδες 4

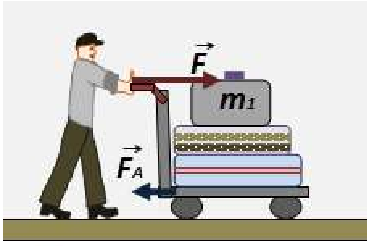
Β. Ισχύει:

$$\left\{\begin{array}{c} \Delta\vec{\upsilon}_A = \vec{\alpha}_A \cdot \Delta t = \frac{\sum\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta\vec{\upsilon}_B = \vec{\alpha}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\sum\vec{F}}{\frac{m}{2}} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\sum\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array}\right\}, \Delta\vec{\upsilon}_A = 4 \cdot \Delta\vec{\upsilon}_B.$$

Μονάδες 9

14209

ΘΕΜΑ 2



2.1 Ένας άνθρωπος μεταφέρει τις αποσκευές του με ένα καρότσι μεταφοράς, σπρώχνοντάς το έτσι, ώστε να κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Η συνολική μάζα του καροτσιού και των αποσκευών είναι M, ενώ η αποσκευή που βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μάζα m_1 και ισχύει η σχέση $M = 4{,}2 \cdot m_1$. Ο άνθρωπος ασκεί σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το καρότσι δέχεται στην κίνησή του σταθερή οριζόντια αντίσταση $\vec{F}_A$, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $F_A = 0{,}3 \cdot F$.

Αν οι αποσκευές κινούνται έτσι ώστε καμιά να μην ολισθαίνει πάνω στην άλλη, τότε η τριβή $\vec{T}_1$, την οποία δέχεται η αποσκευή μάζας m_1, η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μέτρο:

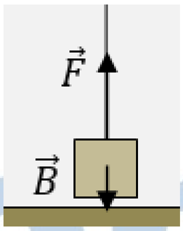
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $T_1 = F$ ii. $T_1 = 0{,}7 \cdot F$ iii. $T_1 = \frac{F}{6}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8



2.2 Ένα μικρό κιβώτιο βάρους $\vec{B}$ είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Κάποια στιγμή ασκείται στο κιβώτιο σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω, για το μέτρο της οποίας ισχύει η σχέση $F = 3 \cdot B$, με αποτέλεσμα το κιβώτιο αμέσως να αρχίσει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω.

Όταν το κιβώτιο απέχει κατά ύψος h_1 από το δάπεδο, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται, οπότε το κιβώτιο φτάνει σε ύψος h_2 από το δάπεδο, μέχρι στιγμιαία να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Αν μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και τα ύψη είναι αρκετά μικρά, ώστε το βάρος του κιβωτίου να θεωρείται σταθερό, τότε για το ύψος h_2, ισχύει η σχέση:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $h_2 = 3 \cdot h_1$ ii. $h_2 = 2 \cdot h_1$ iii. $h_2 = 4 \cdot h_1$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

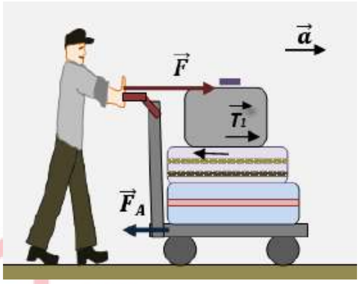
14209-Λύση

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

A. Σωστή η απάντηση iii.

B. Εφαρμόζουμε στην οριζόντια διεύθυνση τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των αποσκευών και του καροτσιού:



$$\Sigma F_x = F - F_A = M \cdot a$$

$$a = \frac{F - F_A}{M} = \frac{F - 0{,}3 \cdot F}{M} = 0{,}7 \cdot \frac{F}{M} \qquad (1)$$

Η αποσκευή μάζας m_1, η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, κινείται με την ίδια επιτάχυνση με το υπόλοιπο σύστημα, εξαιτίας της στατικής τριβής που δημιουργείται στη βάση της. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για αυτή την αποσκευή:

$$\Sigma F_x{}' = T_1 = m_1 \cdot a \qquad (2)$$

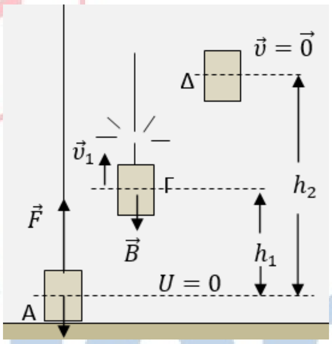
Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$T_1 = m_1 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{F}{M} = \frac{0{,}7 \cdot m_1 \cdot F}{4{,}2 \cdot m_1} = \frac{F}{6}$$

2.2

A. Σωστή η απάντηση i.

B. Το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατακόρυφα, από την ηρεμία (θέση Α), με την επίδραση της κατακόρυφης και σταθερής δύναμης $\vec{F}$ και του βάρους του $\vec{B}$, μέχρι τη θέση (Γ), όπου καταργείται η $\vec{F}$, ενώ το κιβώτιο έχει ανέβει σε ύψος h_1 και έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{v}_1$.



Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_{A \to \Gamma} = W_F^{A \to \Gamma} + W_B^{A \to \Gamma}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - 0 = F \cdot h_1 - B \cdot h_1$$

Δίνεται όμως ότι $F = 3 \cdot B$, οπότε προκύπτει: $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot B \cdot h_1$, (1)

Στη θέση Γ καταργείται η δύναμη $\vec{F}$ και το σώμα κινείται κατακόρυφα μόνο με την επίδραση του βάρους του, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του (θέση Δ), φτάνοντας έτσι σε ύψος h_2. Στην κίνηση αυτή μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το κιβώτιο. Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο του κιβωτίου στην αρχική θέση Α, όπως στο σχήμα.

$$E_{\mu\eta\chi}^{\Gamma} = E_{\mu\eta\chi}^{\Delta}, \quad \text{δηλαδή} \quad U_{\beta\alpha\rho}^{\Gamma} + K_\Gamma = U_{\beta\alpha\rho}^{\Delta} + K_\Delta, \text{ όπου } K_\Delta = 0$$

$$\text{Άρα} \quad B \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = B \cdot h_2 \qquad (2)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει $B \cdot h_1 + 2 \cdot B \cdot h_1 = B \cdot h_2$

και τελικά $\boldsymbol{h_2 = 3 \cdot h_1}$

14211

ΘΕΜΑ 4

Μια σκιέρ ξεκινάει από την ηρεμία, από την κορυφή επίπεδης κεκλιμένης και χιονισμένης πλαγιάς. Η πλαγιά σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$. Κατά την κίνησή της αποκτά αμέσως σταθερή επιτάχυνση και διανύει $18\ \mathrm{m}$ στα πρώτα $3\ \mathrm{s}$ της κίνησής της.

4.1 Μετά πόσο χρόνο από την εκκίνησή της έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $24\ \frac{m}{s}$;

Μονάδες 6

4.2 Πόσο διάστημα διανύει στην διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της κίνησής της;

Μονάδες 6

4.3 Να δείξετε ότι μεταξύ των πέδιλων που φοράει η σκιέρ και της χιονισμένης πλαγιάς, δημιουργείται τριβή και, αν οι επιφάνειες θεωρηθούν ομογενείς, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ τους.

Μονάδες 7

4.4 Αν δίνεται ότι η μάζα της σκιέρ είναι $m = 60\ \mathrm{kg}$, να υπολογίσετε την ελάττωση της βαρυτικής δυναμικής της ενέργειας μετά από χρόνο $10\ \mathrm{s}$ από την εκκίνησή της.

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ότι οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν για τους χρόνους που αναφέρονται και το μήκος της πλαγιάς είναι αρκετά μεγάλο.

14211-Λύση

ΘΕΜΑ Δ   (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Επειδή η κίνηση της σκιέρ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την μετατόπισή της στα πρώτα $3\ s$, αν υποθέσουμε ότι άρχισε να κινείται τη στιγμή $t_0 = 0$, ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2\ ,$$

όπου a το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσής της.
Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε:

$$a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} = \frac{2 \cdot 18}{9}\ \frac{\mathrm{m}}{s^2} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

Η ταχύτητα της σκιέρ έχει μέτρο $24\ \frac{m}{\mathrm{s}}$ μετά από χρόνο t' από την εκκίνησή της και ισχύει:

$$\upsilon = a \cdot t',\ \text{οπότε}\ \ t' = \frac{\upsilon}{a} = \frac{24}{4}\ \mathrm{s} = 6\ \mathrm{s}$$

4.2 Το δεύτερο δευτερόλεπτο της κίνησης της σκιέρ, έχει χρονική διάρκεια ένα δευτερόλεπτο και διαρκεί από τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ \mathrm{s}$, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2\ \mathrm{s}$. Αν μέχρι τη στιγμή t_1, έχει διανύσει διάστημα S_1, ενώ μέχρι τη στιγμή t_2, διάστημα S_2, ισχύουν:

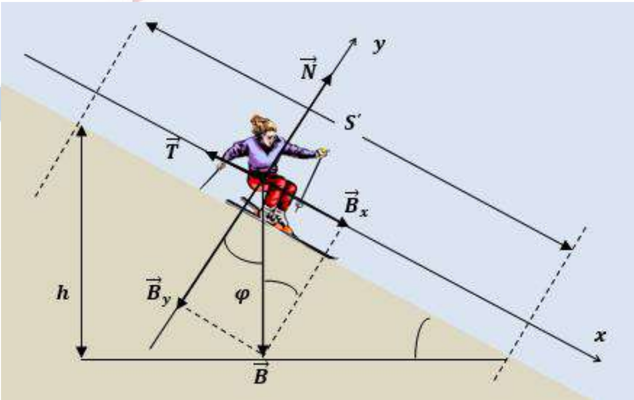
$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 2\ \mathrm{m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 = 8\ \mathrm{m}$$

Έτσι στη διάρκεια του δεύτερου δευτερόλεπτου, διανύει:

$$S = S_2 - S_1 = 6\ \mathrm{m}$$

4.3 Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν άξονα x΄x στην διεύθυνση κίνησης της σκιέρ με θετικά στην φορά κίνησης και έναν άξονα y΄y κάθετα στη διεύθυνση κίνησης, με θετικά προς την κατεύθυνση απομάκρυνσης από το κεκλιμένο επίπεδο, όπως στο σχήμα.



Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ της σκιέρ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$, $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς, για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi \ \text{και}\ \ B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Αν δεν υπήρχε τριβή, η δύναμη που θα προκαλούσε την επιτάχυνση της σκιέρ θα ήταν η $\vec{B}_x$ και με την βοήθεια του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής, η επιτάχυνσή της θα είχε μέτρο:

$$a = \frac{B_x}{m} = \frac{B \cdot \eta\mu\varphi}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{m} = g \cdot \eta\mu\varphi = 6\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

14211-Λύση

Από τα δεδομένα διαπιστώσαμε όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ είναι $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, άρα υπάρχει δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση και επειδή αγνοούνται οι αντιστάσεις του αέρα, συμπεραίνουμε ότι υπάρχει τριβή.

Οι δυνάμεις στον άξονα y΄y ισορροπούν. Άρα:

$$\Sigma F_y = 0, \text{ άρα } N - B_y = 0, \text{ άρα } N = B_y = B \cdot συνφ = m \cdot g \cdot συνφ$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβή, για το μέτρο της προκύπτει:

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στην κατεύθυνση κίνησης της σκιέρ:

$$\Sigma F_x = m \cdot a, \text{ δηλαδή } B_x - T = m \cdot a$$

$$\text{ή } m \cdot g \cdot ημφ - \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ = m \cdot a$$

$$\text{ή } \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ = m \cdot g \cdot ημφ - m \cdot a$$

$$\text{ή } \mu \cdot g \cdot συνφ = g \cdot ημφ - a$$

$$\text{ή } \mu = \frac{g \cdot ημφ - a}{g \cdot συνφ} = \frac{6-4}{8} = 0{,}25$$

4.4 Το διάστημα που διανύει η σκιέρ στην πλαγιά, κινούμενη ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση a, για χρόνο $t' = 10\ s$, είναι:

$$s' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 100\ \mathrm{m} = 200\ \mathrm{m}$$

Σε αυτό το χρονικό διάστημα έχει κατέβει κατακόρυφα, κατά ύψος:

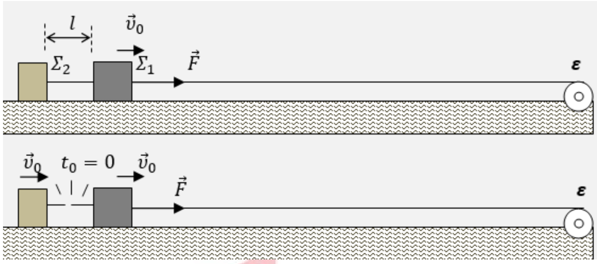
$$h = S' \cdot ημφ = 200 \cdot 0{,}6\ \mathrm{m} = 120\ \mathrm{m}$$

Έτσι η δυναμική της ενέργεια έχει ελαττωθεί σε σχέση με το σημείο εκκίνησης κατά:

$$|\Delta U| = m \cdot g \cdot h = 60 \cdot 10 \cdot 120\ \mathrm{J} = 72.000\ \mathrm{J}$$

14217

ΘΕΜΑ 4



Ένας μηχανισμός $\boldsymbol{\varepsilon}$ (εργάτης), είναι στερεωμένος στο άκρο μιας οριζόντιας ράμπας μεγάλου μήκους και σέρνει ένα σύστημα δύο κιβωτίων, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος.

Τα δύο κιβώτια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 1\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα και είναι μεταξύ τους δεμένα με οριζόντιο και τεντωμένο νήμα, αβαρές και μη ελαστικό, μήκους $l = 12{,}5\ \mathrm{cm}$, όπως στην εικόνα. Τα δύο κιβώτια εμφανίζουν τριβή με το επίπεδο της ράμπας, με ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}25$.

Το νήμα του μηχανισμού είναι δεμένο στο κιβώτιο Σ_1, ασκεί σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το αποτέλεσμα είναι το σύστημα των δύο κιβωτίων, να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα που συνδέει τα δύο κιβώτια κόβεται, ενώ η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός διατηρείται σταθερή.

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 και το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ_2, μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 6

4.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο σώματα, τη στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιείται το σώμα Σ_2;

Μονάδες 7

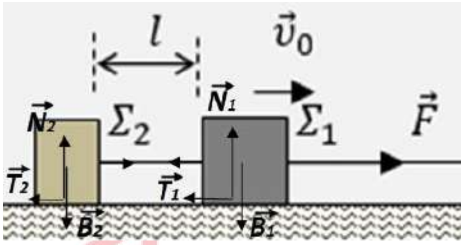
4.4 Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_1 από τον μηχανισμό, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι τη στιγμή κατά την οποία έχει διανύσει 3 m;

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

14217-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Στην κατακόρυφη διεύθυνση (διεύθυνση y) οι δυνάμεις ισορροπούν σε κάθε σώμα. Άρα ισχύουν:

$\boldsymbol{\Sigma_1}$: $\Sigma F_y = N_1 - B_1 = 0$

Άρα $N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$

$\boldsymbol{\Sigma_2}$: $\Sigma F_y = N_2 - B_2 = 0$

Άρα $N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 10\ \mathrm{N}$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής, υπολογίζουμε τα μέτρα των τριβών στα δύο σώματα:

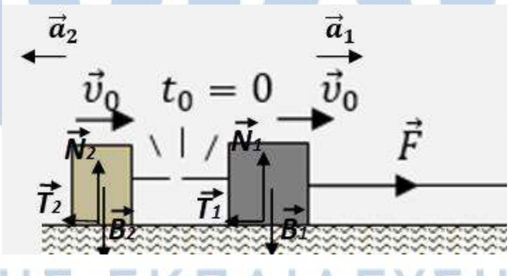
$$T_1 = \mu \cdot N_1 = 0{,}25 \cdot 20\ \mathrm{N} = 5\ \mathrm{N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0{,}25 \cdot 10\ \mathrm{N} = 2{,}5\ \mathrm{N}$$

Επειδή στην οριζόντια διεύθυνση τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στη διεύθυνση αυτή (διεύθυνση x). Εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F_x = F - T_1 - T_2 = 0$$

$$\text{Άρα} \quad F = T_1 + T_2 = 7{,}5\ \mathrm{N}$$



4.2 Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κατά την οποία κόπηκε το νήμα που συνέδεε τα δύο σώματα, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που κινούσε το σύστημα, ασκείται μόνο στο σώμα Σ_1.

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για το σώμα αυτό:

$\boldsymbol{\Sigma_1}$: $\Sigma F_x = F - T_1 = m_1 \cdot a_1$, άρα $\boldsymbol{a_1} = \frac{F - T_1}{m_1} = \frac{7{,}5 - 5}{2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathbf{1{,}25}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$

Το σώμα Σ_2 στην οριζόντια διεύθυνση δέχεται μόνο την τριβή T_2, η οποία το επιβραδύνει. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα αυτό:

$\boldsymbol{\Sigma_2}$: $\Sigma F_x{}' = -T_2 = m_2 \cdot a_2$, άρα $\boldsymbol{a_2} = \frac{-T_2}{m_2} = -\frac{2{,}5}{1} = \mathbf{-2{,}5}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$

το μέτρο της επιβράδυνσης του Σ_2, είναι $|a_2| = 2{,}5\ \frac{m}{s^2}$

14217-Λύση

4.3 Το σώμα Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιείται. Ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_0 - |a_2| \cdot t_1 = 0 \ , \quad \text{άρα} \quad t_1 = \frac{\upsilon_0}{|a_2|} = \frac{2{,}5}{2{,}5}\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{s}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μέχρι την στιγμή t_1 διανύει διάστημα S_1, για το οποίο ισχύει:

$$S_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = \left(2{,}5 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}25 \cdot 1\right)\ \mathrm{m} = 3{,}125\ \mathrm{m}$$

Επειδή τη στιγμή $t_0 = 0$ κατά την οποία κόπηκε το νήμα που τα συνέδεε, τα σώματα είχαν μεταξύ τους απόσταση l ίση με το μήκος του νήματος αυτού, τη στιγμή t_1, κατά την οποία ακινητοποιείται το Σ_2, η μεταξύ τους απόσταση είναι:

$$\boldsymbol{d} = l + S_1 = (0{,}125 + 3{,}125)\ \mathrm{m} = \mathbf{3{,}25\ m}$$

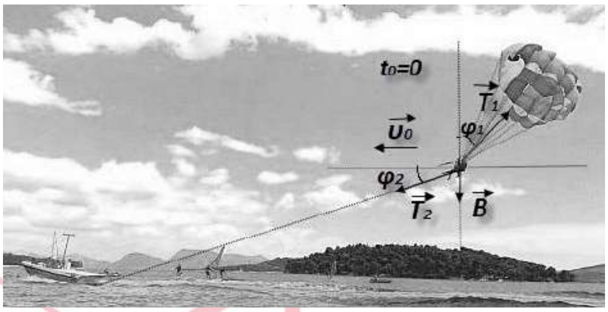
4.4 Από τη στιγμή $t_0 = 0$ που κόπηκε το νήμα, μέχρι το σώμα Σ_1 να διανύσει διάστημα $S = 3\ \mathrm{m}$, του έχει προσφερθεί ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ η οποία το τραβάει:

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot S = 7{,}5 \cdot 3\ \mathrm{J} = 22{,}5\ \mathrm{J}$$

14218

ΘΕΜΑ 4

Το θαλάσσιο αλεξίπτωτο, είναι σπόρ κατά το οποίο άνθρωπος κάθεται σε ειδικό κάθισμα που με σχοινί το τραβάει ένα ταχύπλοο σκάφος, ενώ ταυτόχρονα με άλλο σχοινί το κάθισμα είναι δεμένο σε αλεξίπτωτο. Η αντίσταση του αέρα στο αλεξίπτωτο, δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_1$, η κίνηση του ταχύπλοου δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_2$ στο κάθισμα, οι οποίες μαζί με το βάρος ανθρώπου-καθίσματος, διατηρούν τον άνθρωπο στον αέρα, ώστε να απολαμβάνει τη βόλτα του αιωρούμενος πάνω από τη θάλασσα.



Μια χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η ταχύτητα $\vec{υ}_0$ του ανθρώπου είναι οριζόντια με μέτρο $υ_0 = 20\ \frac{m}{s}$ και μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ s$ ο άνθρωπος κινείται συνεχώς στην ίδια οριζόντια ευθεία με σταθερή κατεύθυνση.

Οι δυνάμεις $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ είναι σταθερές σε αυτό το χρονικό διάστημα, με την $\vec{T}_1$ να σχηματίζει γωνία $φ_1$ με την κατακόρυφη και την $\vec{T}_2$ να σχηματίζει γωνία $φ_2$ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα.

Για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς αυτών των δύο γωνιών δίνονται:

$$συνφ_2 = ημφ_1 = 0{,}6 \ \text{ και } \ συνφ_1 = ημφ_2 = 0{,}8.$$

Να υπολογίσετε:

4.1 την επιτάχυνση του ανθρώπου στο παραπάνω χρονικό διάστημα

Μονάδες 7

4.2 το μέτρο της μετατόπισης του ανθρώπου σε αυτό το χρονικό διάστημα

Μονάδες 6

Αν δίνεται ότι η μάζα ανθρώπου-καθίσματος είναι $m = 80\ \text{kg}$ και ότι για τα μέτρα των τάσεων των δύο σχοινιών μέχρι τη στιγμή t_1 ισχύει η σχέση $T_1 = 1{,}5 \cdot T_2$, να υπολογίσετε:

4.3 τα μέτρα T_1, T_2 των τάσεων των δύο σχοινιών σε αυτή τη χρονική διάρκεια

Μονάδες 6

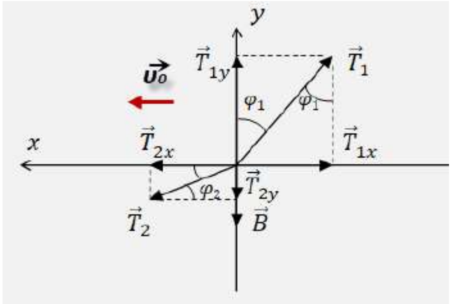
4.4 το έργο της τάσης $\vec{T}_2$ μέχρι τη στιγμή t_1.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

14218-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, έναν οριζόντιο x΄x και έναν κατακόρυφο y΄y και αναλύουμε τις τάσεις των δύο σχοινιών στους άξονες αυτούς.

Επειδή το σύστημα άνθρωπος-κάθισμα κινείται οριζόντια, στην κατακόρυφη διεύθυνση οι δυνάμεις ισορροπούν:

$$ΣF_y = T_{1y} - T_{2y} - B = 0\,,\ \text{άρα}\ \ T_1 \cdot συνφ_1 - T_2 \cdot ημφ_2 = m \cdot g$$

$$\text{ή}\ \ 0{,}8 \cdot T_1 - 0{,}8 \cdot T_2 = m \cdot g$$

$$\text{οπότε}\ \ T_1 - T_2 = \frac{m \cdot g}{0{,}8} \qquad (1)$$

Στην οριζόντια διεύθυνση, με θετική τη φορά της κίνησης του συστήματος, εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$ΣF_x = T_{2x} - T_{1x} = m \cdot a\ \ \text{δηλαδή}\ \ T_2 \cdot συνφ_2 - T_1 \cdot ημφ_1 = m \cdot a$$

$$\text{ή}\ \ 0{,}6 \cdot T_2 - 0{,}6 \cdot T_1 = m \cdot a$$

$$\text{οπότε}\ \ T_2 - T_1 = \frac{m \cdot a}{0{,}6} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{m \cdot a}{0{,}6} = -\frac{m \cdot g}{0{,}8}\ ,\ \text{άρα}\ \ \boldsymbol{a} = -\frac{6}{8} \cdot g = \mathbf{-7{,}5\ \frac{m}{s^2}}$$

4.2 Η κίνηση του ανθρώπου από $t_0 = 0$ μέχρι $t_1 = 2\text{ s}$ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη στην οριζόντια διεύθυνση. Άρα:

$$\boldsymbol{Δx} = υ_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \left(20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 4\right)\text{m} = \mathbf{25\ m}$$

4.3 Αντικαθιστώντας $m = 80\text{ kg}$ και $T_1 = 1{,}5 \cdot T_2$ στη σχέση (1), έχουμε:

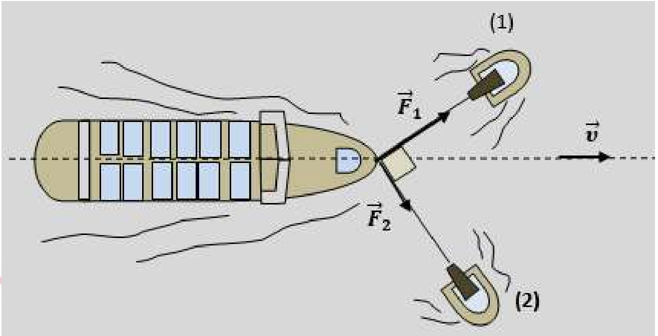
$1{,}5 \cdot T_2 - T_2 = \frac{80 \cdot 10}{0{,}8}\text{ N}$ και τελικά $\boldsymbol{T_2} = \mathbf{2000\ N}$, οπότε $\boldsymbol{T_1} = \mathbf{3000\ N}$

4.4 Το έργο της τάσης $\vec{T}_2$ κατά την κίνηση του συστήματος από τη στιγμή από $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\text{ s}$, είναι:

$$\boldsymbol{W_{T_2}} = T_2 \cdot Δx \cdot συνφ_2 = 2000 \cdot 25 \cdot 0{,}6\text{ J} = \mathbf{30.000\ J}$$

14254

ΘΕΜΑ 4



Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με σχοινιά, που μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.

Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν το πλοίο, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου $F_1 = 8 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρου $F_2 = 6 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$ και το πλοίο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέτρου $\upsilon = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της οριζόντιας δύναμης – αντίστασης $\vec{A}$ που δέχεται το πλοίο από το νερό,

Μονάδες 8

4.2 τη μετατόπιση του πλοίου σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 2\ \mathrm{min}$,

Μονάδες 5

4.3 την ενέργεια που προσφέρθηκε συνολικά στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια.

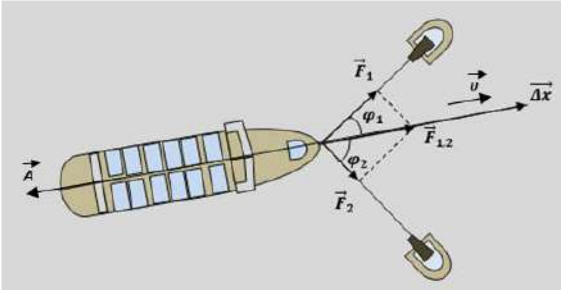
Μονάδες 6

4.4 την ενέργεια που προσέφερε κάθε ρυμουλκό στο πλοίο, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια,

Μονάδες 6

14254-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου είναι αυτή της συνισταμένης των δύο δυνάμεων που δέχεται από τα ρυμουλκά, οι οποίες έχουν την κατεύθυνση των σχοινιών, άρα είναι οριζόντιες. Στην ίδια διεύθυνση, με αντίθετη φορά, δημιουργείται και η οριζόντια δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ από το νερό.

Οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ οι οποίες ασκούνται στο πλοίο από τα σχοινιά, με τα οποία το τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετες μεταξύ τους και υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης τους $\vec{F}_{1,2}$ με την βοήθεια του πυθαγόρειου θεωρήματος:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10 \cdot 10^4 \text{ N} = 10^5 \text{ N}$$

Το πλοίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε στην κατεύθυνση κίνησης x΄x, ισχύει:

$$\Sigma F_x = F_{1,2} - A = 0 \text{ , άρα } A = F_{1,2} = 10^5 \text{ N}$$

4.2 Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του πλοίου, ισχύει:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t = 5 \cdot 2 \cdot 60 \text{ m} = 600 \text{ m}$$

4.3 Η συνολική ενέργεια που προσφέρεται στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, υπολογίζεται με το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκούν στο πλοίο σε αυτή την μετατόπιση:

$$E_{\pi\rho.} = W_{F_{1,2}} = F_{1,2} \cdot \Delta x = 6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

4.4 Το κάθε ρυμουλκό, προσφέρει στο πλοίο ενέργεια ίση με το έργο της δύναμης που ασκεί σε αυτό κατά την παραπάνω μετατόπιση:

$$E_1 = W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_1}{F_{1,2}} = \frac{F_1^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{64 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J}$$
$$= 384 \cdot 10^5 \text{ J}$$

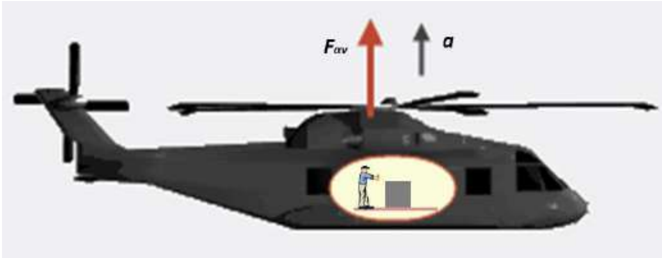
$$E_2 = W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{F_2^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{36 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J}$$
$$= 216 \cdot 10^5 \text{ J}$$

<u>Εναλλακτικός υπολογισμός E_2:</u>

$$E_2 = E_{\pi\rho.} - E_1 = 600 \cdot 10^5 \text{ J} - 384 \cdot 10^5 \text{ J} = 216 \cdot 10^5 \text{ J}$$

14255

ΘΕΜΑ 4



Ένα ελικόπτερο αρχικά αιωρείται ακίνητο, με τη βοήθεια κατακόρυφης ανυψωτικής δύναμης $\vec{F}_{αν}$, η οποία δημιουργείται από την αλληλεπίδραση των πτερυγίων της έλικας που περιστρέφεται οριζόντια και του αέρα.
Με κατάλληλους χειρισμούς του πιλότου, αυξάνεται το μέτρο της ανυψωτικής δύναμης και το ελικόπτερο αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2\ \frac{m}{s^2}$.
Η συνολική μάζα του ελικοπτέρου, μαζί με τους επιβαίνοντες και τα φορτία που μεταφέρει είναι $M = 5 \cdot 10^3$ kg. Στην διάρκεια αυτής της κατακόρυφης κίνησης του ελικοπτέρου, το δάπεδό του είναι οριζόντιο και πάνω σε αυτό βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας $m_κ = 20$ kg. Το κιβώτιο εμφανίζει με το δάπεδο τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}4$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{αν}$, η οποία αρχικά καταφέρνει να διατηρεί ακίνητο, αιωρούμενο στον αέρα το ελικόπτερο, αλλά και το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\overrightarrow{F'}_{αν}$, η οποία καταφέρνει να ανεβάζει το ελικόπτερο με επιτάχυνση $\vec{a}$.

Μονάδες 6 (3+3)

4.2 Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση του ελικοπτέρου, σε χρονική διάρκεια $Δt = 20$ s, από την έναρξη της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Μονάδες 5

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{N}$, την οποία δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο του ελικοπτέρου, στη διάρκεια αυτής της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Μονάδες 6

4.4 Καθώς διαρκεί αυτή η ομαλά επιταχυνόμενη κατακόρυφη κίνηση του ελικοπτέρου, κάποιος από το πλήρωμα, ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα, οπότε το μετατοπίζει κατά $Δx_κ = 60$ cm.
Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο του πληρώματος στο κιβώτιο σε αυτή την οριζόντια μετατόπιση που του προκάλεσε;

Μονάδες 8

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

14255-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Αρχικά το ελικόπτερο διατηρείται ακίνητο στον αέρα, με την επίδραση της ανυψωτικής δύναμης που δέχεται από την έλικα $\vec{F}_{αν.}$ και του (συνολικού) βάρους του $\vec{B}$. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$ΣF = F_{αν.} - B = 0 \quad \text{ή} \quad F_{αν.} = B = M \cdot g = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Η ανυψωτική δύναμη αυξάνεται και ανεβάζει κατακόρυφα το ελικόπτερο με σταθερή επιτάχυνση. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

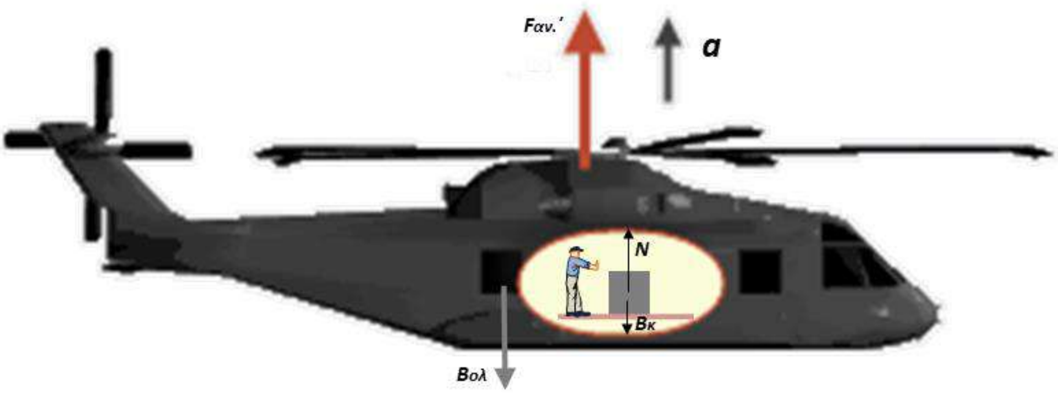
$$ΣF = F'_{αν.} - B = M \cdot α$$

$$\text{ή} \quad F'_{αν.} = B + M \cdot α = M \cdot g + M \cdot α = M \cdot (g + α) = 5 \cdot 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

4.2 Κατακόρυφα το ελικόπτερο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Σε χρονική διάρκεια $Δt$ από την έναρξη της κίνησης αυτής, η μετατόπισή του είναι:

$$Δx_{ελ.} = \frac{1}{2} \cdot α \cdot Δt^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

4.3 Το κιβώτιο ανεβαίνει προς τα πάνω με την επιτάχυνση του ελικόπτερου, υπό την επίδραση της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$, (την οποία δέχεται από το οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου) και του βάρους του $\vec{B}_κ$.



Εφαρμόζοντας στο κιβώτιο τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

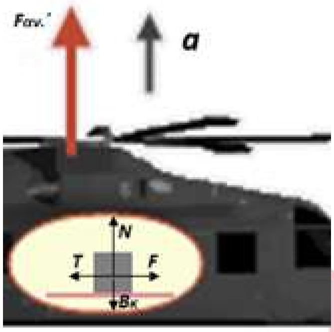
$$ΣF_{κιβ.} = N - B_κ = m_κ \cdot α$$

$$\text{ή} \quad N = B_κ + m_κ \cdot α = m_κ \cdot g + m_κ \cdot α = m_κ \cdot (g + α) = 20 \cdot 12 \text{ N} = 240 \text{ N}$$

4.4 Καθώς ο άνθρωπος μετατοπίζει ευθύγραμμα το κιβώτιο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου, δημιουργείται τριβή ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου, το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τον νόμο της τριβής:

$$T = μ \cdot N = 0{,}4 \cdot 240 \text{ N} = 96 \text{ N}$$

14255-Λύση



Η ενέργεια που προσέφερε ο άνθρωπος στο κιβώτιο σε αυτή την μετατόπιση που του προκάλεσε, είναι ίση με το έργο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί σε αυτό. Επειδή το κιβώτιο μετατοπίζεται οριζόντια με σταθερή και ασήμαντη ταχύτητα, η δύναμη αυτή είναι κατά μέτρο ίση με την τριβή ολίσθησης. Άρα:

$$F = T = 96 \text{ N} \text{ και } W_F = F \cdot \Delta x_\kappa = 96 \cdot 0{,}6 \text{ J} = 57{,}6 \text{ J}$$

14256

ΘΕΜΑ 4

Το flyboard είναι θαλάσσιο σπορ, στο οποίο ένας αθλητής είναι στερεωμένος πάνω σε μια βάση, στο κάτω μέρος της οποίας υπάρχουν σωλήνες που εκτοξεύουν προς τα κάτω νερό, με αποτέλεσμα να ασκούν στη βάση δύναμη προς τα πάνω και να προκαλούν κατακόρυφη μετατόπιση στο σύστημα.

Στη διπλανή εικόνα ο αθλητής έχει μάζα $M = 80\ \mathrm{kg}$ και η βάση με τους σωλήνες έχει μάζα $m = 10\ \mathrm{kg}$.
Το σύστημα βάση-αθλητής, δέχεται από τον μηχανισμό σταθερή προς τα πάνω δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 1080\ \mathrm{N}$, ξεκινάει τη στιγμή $t_0 = 0$, από την ηρεμία και από την επιφάνεια της θάλασσας και κινείται κατακόρυφα.
Να υπολογίσετε:

4.1 το ύψος που έχει ανέβει η βάση του συστήματος, από την επιφάνεια της θάλασσας, τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$,

Μονάδες 7

4.2 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_1$ που δέχεται ο αθλητής από τη βάση στην οποία πατάει,

Μονάδες 6

4.3 την ενέργεια που δόθηκε στον αθλητή από την βάση που τον ανεβάζει, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$,

Μονάδες 6

4.4 την μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος βάση-αθλητής, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ και αντιστάσεις αέρα-νερού αγνοούνται.

14256-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στο σύστημα βάση-αθλητής:

$$\Sigma F_{συστ.} = (M+m)\cdot a$$
$$F-(M+m)\cdot g = (M+m)\cdot a$$
$$a = \frac{F}{M+m} - g = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Τη χρονική στιγμή t_1 η βάση έχει ανέβει σε ύψος:

$$h = \frac{1}{2}\cdot a\cdot t_1^2 = 4\ \mathrm{m}$$

4.2 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον αθλητή:

$$\Sigma F_{αθλ.} = M\cdot a$$
$$F_1 - M\cdot g = M\cdot a$$
$$F_1 = M\cdot(g+a) = 960\ \mathrm{N}$$

4.3 Ενέργεια προσφέρεται από τη βάση στον αθλητή, μέσω του έργου της δύναμης που του ασκεί:

$$E_{πρ.} = W_{F_1} = F_1\cdot h = 3840\ \mathrm{J}$$

4.4 Σε αυτή την κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση, αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του συστήματος βάση-αθλητής:

$$\Delta U = (M+m)\cdot g\cdot h = 3600\ \mathrm{J}$$

14263

ΘΕΜΑ 1

Στις ερωτήσεις 1-3 να γράψετε στη κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.

1. Σώμα κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν B το βάρος του σώματος, N η δύναμη που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο, το μέτρο της τριβής ολίσθησης (T_{ol}) δίδεται από τη σχέση:

(α) $T_{ol} = \mu \cdot B$ (β) $T_{ol} = \mu \cdot (B + N)$ (γ) $T_{ol} = \mu \cdot (B - N)$ (δ) $T_{ol} = B$

Μονάδες 5

2. Ακίνητο σώμα σε ύψος h από το έδαφος έχει δυναμική ενέργεια $U = 100\ \mathrm{J}$. Αφήνουμε το σώμα να πέσει προς τα κάτω. Σε ύψος $h/4$ από το έδαφος η κινητική ενέργεια (K) του σώματος είναι ίση με:

(α) $K = 100\ \mathrm{J}$ (β) $K = 25\ \mathrm{J}$ (γ) $K = 50\ \mathrm{J}$ (δ) $K = 75\ \mathrm{J}$

Μονάδες 5

3. Ένα αυτοκίνητο, αρχικά ακίνητο, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 4\ \mathrm{m/s^2}$. Η εξίσωση της κίνησής του είναι:

(α) $x = 4 \cdot t$ (β) $x = 4 \cdot t^2$ (γ) $x = 2 \cdot t^2$ (δ) $x = 8 \cdot t$

Μονάδες 5

4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

Α. Όταν ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή.

Β. Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε σώμα ασκούνται δύο αντίθετες δυνάμεις.

Γ. Το έργο είναι διανυσματικό μέγεθος για αυτό μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές.

Δ. Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος.

Ε. Αν μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος τότε το έργο της είναι μηδέν.

Μονάδες 5

5. *Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της στήλης* Α *με τις μονάδες της στήλης* Β, *γράφοντας στην κόλα σας τους αριθμούς της στήλης* Α *με τα αντίστοιχα γράμματα της στήλης* Β.

Α	Β
1. Διάστημα	α) J(Joule)
2. Επιτάχυνση	β) m/s
3. Ενέργεια	γ) N(Newton)
4. Τριβή	δ) W(Watt)
5. Ταχύτητα	ε) $\mathrm{m/s^2}$
	στ) m

Μονάδες 5

14263-Λύση

<u>**Απαντήσεις**</u>

1. α

2. δ

3. γ

4.

- **Α.** ***Σωστό***
- **Β.** ***Λάθος***
- **Γ.** ***Λάθος***
- **Δ.** ***Σωστό***
- **Ε.** ***Σωστό***

5. 1-στ, 2-ε, 3-α, 4-γ, 5-β

14264

ΘΕΜΑ 3

Ελαστικό σώμα, μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$, αφήνεται από ύψος $h = 20\ \mathrm{m}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m}/s^2$.

3.1 Να υπολογίσετε το απαιτούμενο χρονικό διάστημα Δt μέχρι να φτάσει το έδαφος, καθώς και την ταχύτητα υ_o με την οποία φτάνει το έδαφος.

Μονάδες 6

3.2 Ποια η ταχύτητα υ_μ του σώματος τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια;

Μονάδες 6

Το σώμα, μετά την επαφή του με το έδαφος, αναπηδά κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό του μέτρου της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

3.3 Να υπολογισθεί το μέγιστο ύψος h_1 στο οποίο θα φτάσει το σώμα.

Μονάδες 7

3.4 Ποιο είναι το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε άλλη μορφή ενέργειας (π.χ. σε θερμότητα) κατά την αναπήδηση του σώματος;

Μονάδες 6

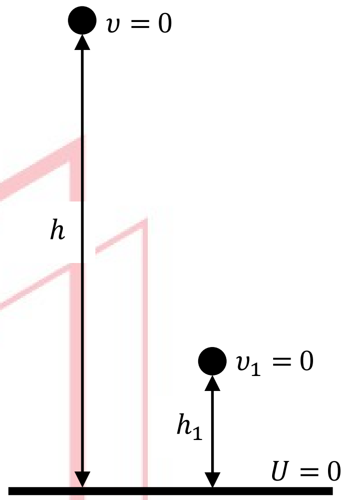
14264-Λύση

Ενδεικτική Λύση

3.1 Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g\Delta t^2 \\ \upsilon_o &= g\Delta t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \Delta t &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ \upsilon_o &= g\Delta t \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \Delta t &= 2\ \mathrm{s} \\ \upsilon_o &= 20\ \mathrm{m/s} \end{aligned}$$

(Μονάδες 6)



3.2 Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xRightarrow{K=U} E_{MHX} = 2K \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Αλλά

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$mgh = 2\frac{1}{2}m\upsilon_\mu^2 \text{ ή } \upsilon_\mu = \sqrt{gh} \text{ ή } \upsilon_\mu = 10\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$$

(Μονάδες 2)

3.3 Η μηχανική ενέργεια του σώματος μετά την αναπήδηση είναι

$$E_{MHX1} = K_{max1} = \frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_o}{2}\right)^2 \text{ και τελικά } \quad E_{MHX1} = 50\ \mathrm{J} \quad (3)$$

(Μονάδες 3)

Αλλά

$$E_{MHX1} = U_{max1} \overset{(3)}{\Rightarrow} U_{max1} = 50\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

και τελικά

$$h_1 = 5\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

3.4 Το ζητούμενο ποσοστό είναι

$$\Pi\% = \frac{|E_{MHX1} - E_{MHX}|}{E_{MHX}} 100\%$$

(Μονάδες 4)

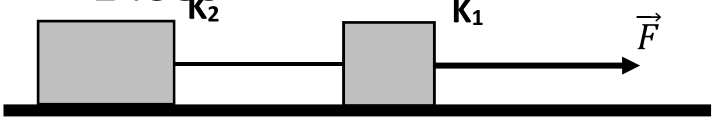
και τελικά

$$\Pi\% = 75\%$$

(Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4

14389



Τα κιβώτια K_1 και K_2 του διπλανού σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 3\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 5\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$. Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t = 0\ \mathrm{s}$ ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο K_1 οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 1\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 12

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 3

4.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο K_1, από τη χρονική στιγμή $t = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι τη χρονική $t_1 = 4\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε, πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, παραμένει ως κινητική στο κιβώτιο K_1.

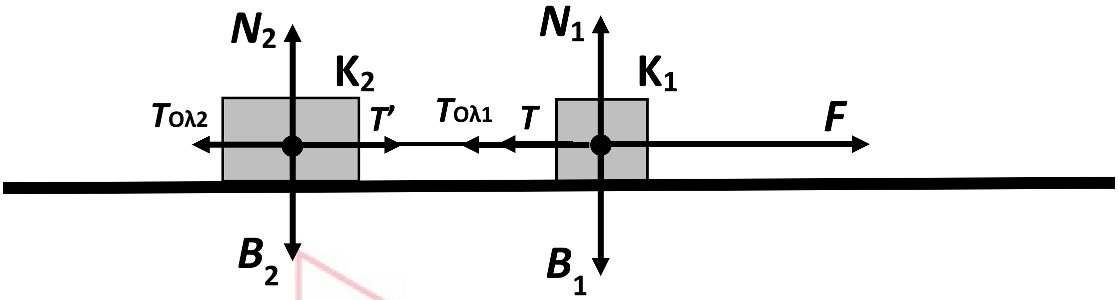
Μονάδες 6

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Ενδεικτική λύση

14389-Λύση

4.1



Σχεδίαση όλων των δυνάμεων και με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 κιβώτια.

(Μονάδες 8X1=8)

$\Sigma F_y = 0$ για κάθε κιβώτιο. Άρα

$$N_1 = B_1 = m_1 \cdot g \ (1) \text{ και } N_2 = B_2 = m_2 \cdot g \ (2)$$

$$T_{o\lambda 1} = \mu \cdot N_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} T_{o\lambda 1} = \mu \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow T_{o\lambda 1} = 0{,}5 \cdot 3 \text{ Kg} \cdot 10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda 1} = 15 \text{ N}}$$

$$T_{o\lambda 2} = \mu \cdot N_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} T_{o\lambda 2} = \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow T_{o\lambda 2} = 0{,}5 \cdot 5 \text{ Kg} \cdot 10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda 2} = 25 \text{ N}}$$

(Μονάδες 2X2=4)

4.2

Το νήμα είναι αβαρές, άρα ισχύει: $T = T'(3)$ ***(Μονάδα 1)***

Από την εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα για το κιβώτιο K_2 προκύπτει:

$$\Sigma F_{K2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - T_{o\lambda 2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow$$

$$T' = 0{,}5 \cdot 5 \text{ Kg} \cdot 10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 5 \text{ Kg} \cdot 1 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$\boldsymbol{T' = T = 30 \text{ N}}$$

(Μονάδες 2)

4.3

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s, η μετατόπιση των κιβωτίων είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \Delta x = 8\ \mathrm{m}$$

$$W_T = -T \cdot \Delta x = -30\ \mathrm{N} \cdot 8\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_T = -240\ \mathrm{J}}$$

(Μονάδες 2+2=4)

4.4

Έχουμε

$$a = \frac{W_{\Sigma F(K1)}}{W_F} 100\% = \frac{(F - T - T_{o\lambda 1}) \cdot \cancel{\Delta x}}{F \cdot \cancel{\Delta x}} 100\% \ (4)$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της $\vec{F}$.

$$F - T_{o\lambda 1} - T_{o\lambda 2} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 15\ \mathrm{N} + 25\ \mathrm{N} + 8\ \mathrm{Kg} \cdot 1 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 48\ \mathrm{N}}\ (5)$$

Και από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε τελικά

$$(4) \overset{(5)}{\Rightarrow} a = \frac{48\ \mathrm{N} - 30\ \mathrm{N} - 15\ \mathrm{N}}{48N} 100\% \Rightarrow$$

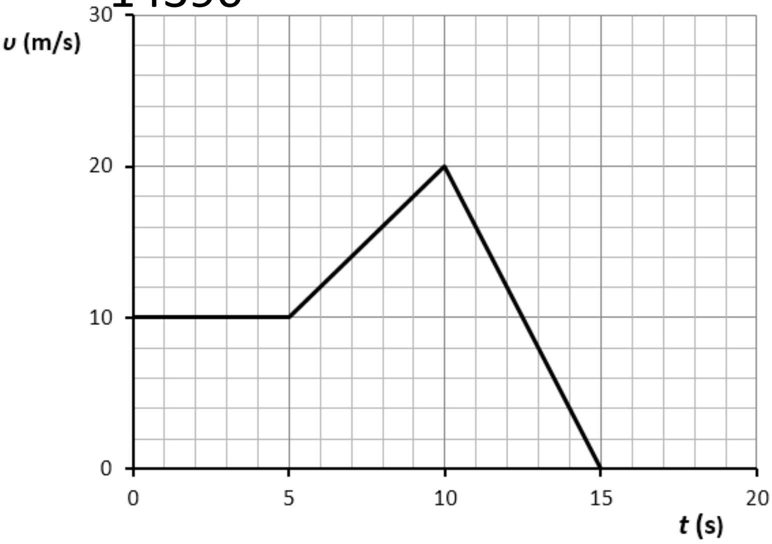
$$\boldsymbol{a = 6,25\%}$$

(Μονάδες 2+3+1=6)

ΘΕΜΑ 4

14390

Ένα σώμα με μάζα $m = 120\ \mathrm{kg}$ ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα x΄x. Στο σώμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ s, διέρχεται από τη θέση $x_0 = -25\ \mathrm{m}$, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι $\mu = 0{,}2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Ποιο είναι το είδος της κίνησης του σώματος για καθένα από τα χρονικά διαστήματα:

$0\ \mathrm{s} - 5\ \mathrm{s},\ 5\ \mathrm{s} - 10\ \mathrm{s},\ 10\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}.$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα.

Μονάδες 10

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο σώμα, στο χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 5\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 7

4.3 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$, στη διάρκεια του $4ου$ δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4

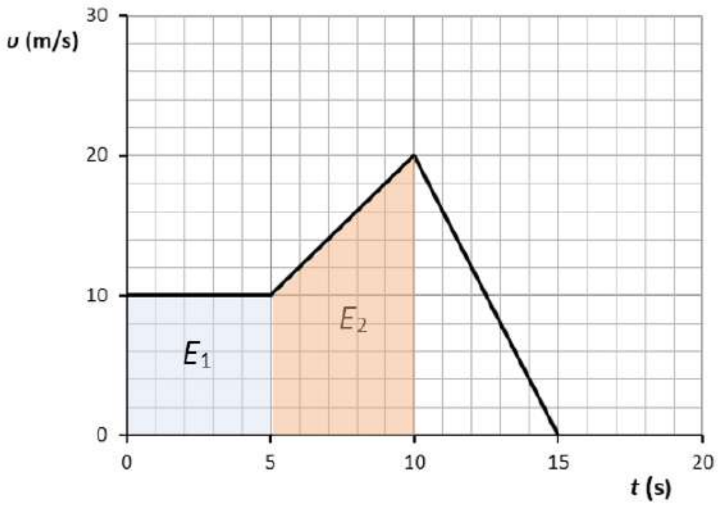
14390-Λύση

<u>**Ενδεικτική λύση**</u>

4.1

Το κινητό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο, άρα η κίνησή του σε όλα τα χρονικά διαστήματα είναι **ευθύγραμμη.**

(Μονάδα 1)



Σύμφωνα με το διάγραμμα:

Από $0\,\mathrm{s}-5\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό. Άρα:

$$\boldsymbol{\alpha_1 = 0\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 3)

Από $5\,\mathrm{s}-10\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{5\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = 2\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

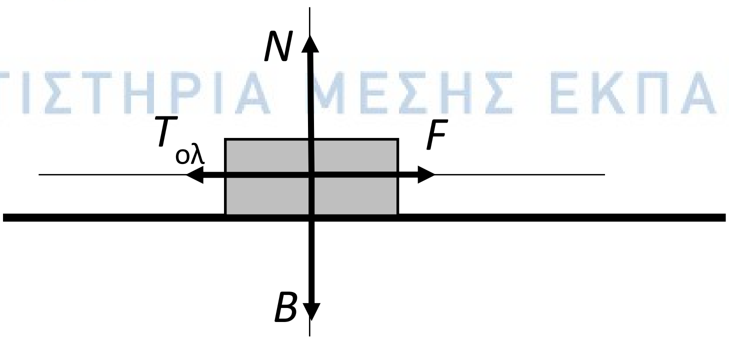
(Μονάδες 3)

Από $10\,\mathrm{s}-15\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - \upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{0\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{5\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = -4\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 3)

4.2



(Μονάδες 4)

Από $0\ \mathrm{s}-5\ \mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση,** άρα:

$$\Sigma F = 0 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B = m\cdot g \Rightarrow N = 120\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s^2}} \Rightarrow \boldsymbol{N = 1200\ \mathrm{N}} \\ T_{o\lambda} = \mu\cdot N = 0{,}2\cdot 1200\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\lambda} = 240\ \mathrm{N}} \\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{o\lambda} = F \Rightarrow \boldsymbol{F = 240\ \mathrm{N}} \end{cases}$$

(Μονάδες 3)

4.3

14390-Λύση

Από $0\ \mathrm{s} - 10\ \mathrm{s}$ η τιμή της μετατόπισης Δx του κινητού υπολογίζεται από το άθροισμα των εμβαδών E_1και E_2.

$$\Delta x = E_1 + E_2 \Rightarrow \Delta x = 10\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 5\ \mathrm{s} + \left(\frac{10\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + 20\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{2}\right) \cdot 5\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x = +125\ \mathrm{m}}$$

Άρα το κινητό τη χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$ βρίσκεται την στη θέση :

$$x = x_0 + \Delta x = -25\ \mathrm{m} + 125\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x = +100\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 3+1=4)

4.4

Έχουμε:

$$\Delta x_{3-4} = \upsilon \cdot \Delta t_{3-4} = 10\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 1\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x_{3-4} = +10\ \mathrm{m}}\ (1)$$

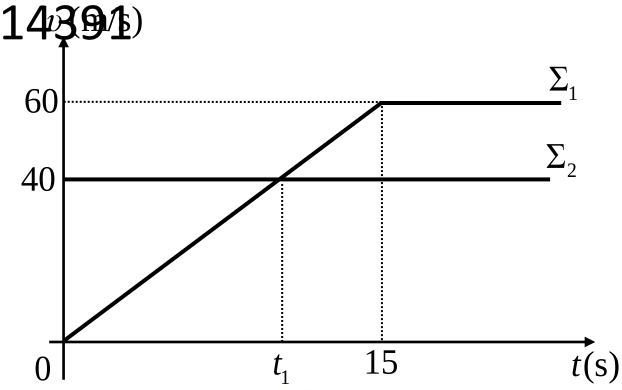
$$W_F = F \cdot \Delta x_{3-4} \overset{(1)}{\Rightarrow} W_F = 240\ \mathrm{N} \cdot 10\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_F = +2400\ \mathrm{J}}$$

(Μονάδες 2+2=4)

ΘΕΜΑ 4

14391



Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 40\ \mathrm{Kg}$, βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Ο οριζόντιος δρόμος συμπίπτει με τον οριζόντιο άξονα x'x. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ το $Σ_1$ ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα $Σ_2$ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με $40\ \mathrm{m/s}$, στην ίδια κατεύθυνση με το $Σ_1$. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.

4.1 Στο γραπτό σας να σχεδιάσετε τα σώματα και τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα κατά την διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x'x (α) για το χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}$ και (β) μετά τη χρονική στιγμή $t = 15\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 8

4.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σώματα τη χρονική στιγμή t_1;

Μονάδες 5

4.4 Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά.

Μονάδες 4

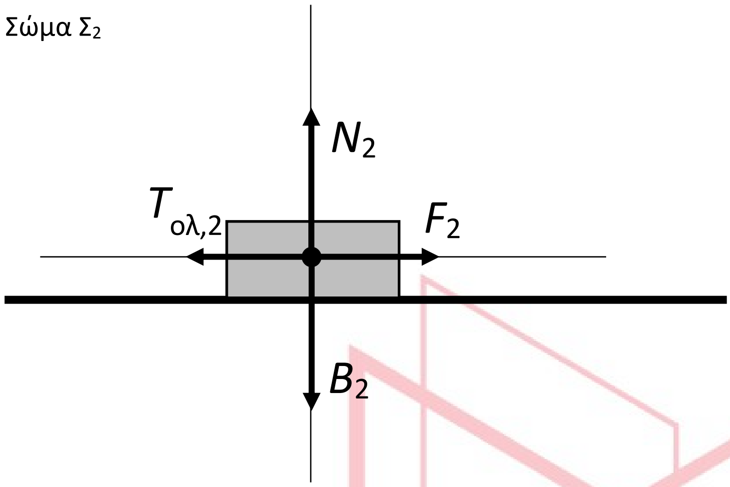
Δίνεται: $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$

<u>**Ενδεικτική λύση**</u>

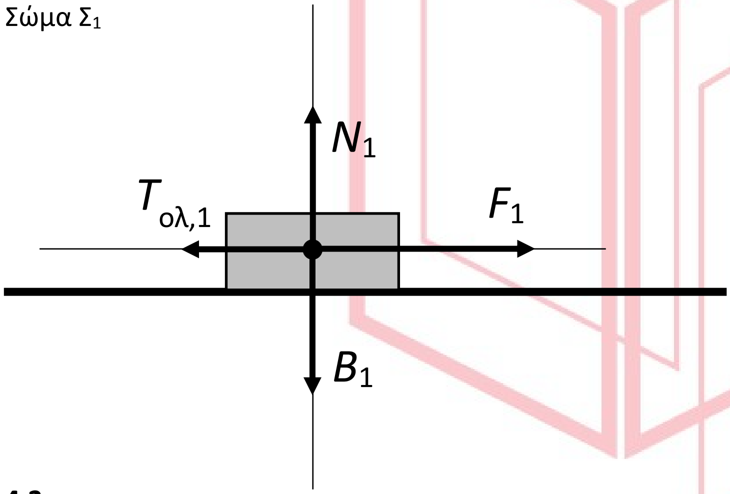
14391-Λύση

4.1

Σώμα $Σ_2$



Σώμα $Σ_1$



(Μονάδες 2Χ4=8)

4.2

Το σώμα $\boldsymbol{Σ_2}$ εκτελεί Ε.Ο.Κ. σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του άρα $ΣF = 0 \left(ΣF_y = 0,\ ΣF_x = 0\right)$.

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow N_2 = B_2 \Rightarrow N_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow N_2 = 40\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N_2 = 400\ \mathrm{N}}\ \ (1)$$

(Μονάδα 1)

$$ΣF_x = 0 \Rightarrow T_{0λ,2} = F_2 \Rightarrow F_2 = μ \cdot N_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} F_2 = 0{,}2 \cdot 400\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_2 = 80\ \mathrm{N}}\ \ \text{και}\ \ \boldsymbol{T_{0λ,2} = 80\ \mathrm{N}}\ \ (2)$$

(Μονάδα 1)

Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες έχουμε

$$B_1 = B_2 \Rightarrow N_1 = N_2 \Rightarrow T_{0λ,1} = T_{0λ,2} \overset{(2)}{\Rightarrow} \boldsymbol{T_{0λ,1} = 80\ \mathrm{N}}\ \ (3)$$

(Μονάδα 1)

Το σώμα $\boldsymbol{Σ_1}$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στο χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}$ και Ε.Ο.Κ. μετά τα $15\ \mathrm{s}$. Άρα:

$$α = \frac{Δυ}{Δt} = \frac{60\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 0\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{15\ \mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{α = 4\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}\ \ (4)$$

(Μονάδες 2)

$$\Sigma F_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 - T_{0\lambda,1} = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 = T_{0\lambda,1} + m_1 \cdot a \xRightarrow{(3),(4)} F_1 = 80\ \mathrm{N} + 40\ \mathrm{Kg} \cdot 4\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \Rightarrow$$

14391-Λύση

$$\boldsymbol{F_1 = 240\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

Μετά τη χρονική στιγμή $t = 15\ \mathrm{s}$:

$$\Sigma F'_x = 0 \Rightarrow T_{0\lambda,1} = F'_1 \overset{(2)}{\Rightarrow} \boldsymbol{F'_1 = 80\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδα 1)

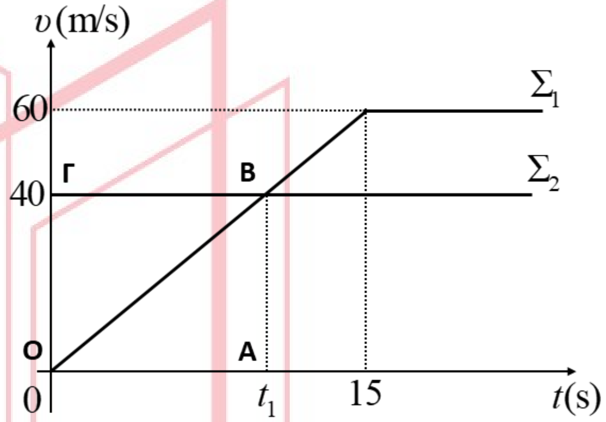
4.3

Τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή t_1 έχουν αποκτήσει ταχύτητες ίσων μέτρων .

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s} \Rightarrow a \cdot t_1 = 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s} \Rightarrow$$

$$4\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot t_1 = 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 10\ \mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)



Το Σ_1 έχει διανύσει διάστημα:

$$s_1 = (OAB) = \frac{10\ \mathrm{s} \cdot 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{s_1 = 200\ \mathrm{m}}$$

Το Σ_2 έχει διανύσει διάστημα:

$$s_2 = (OAB\Gamma) = 10\ \mathrm{s} \cdot 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_2 = 400\ \mathrm{m}}$$

Άρα, τη χρονική στιγμή t_1, τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους:

$$\boldsymbol{\Delta s = s_2 - s_1 = 200\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 3)

4.4

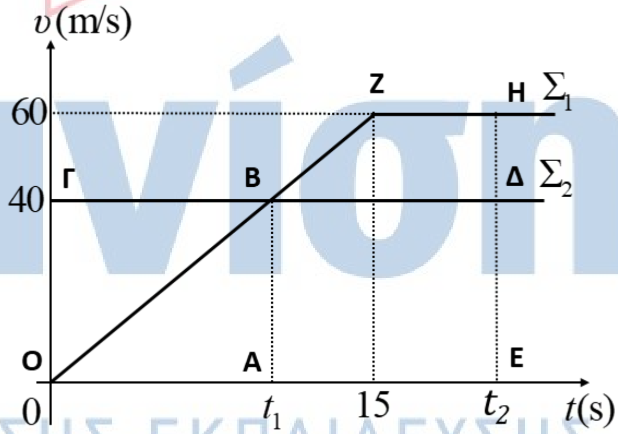
Έστω ότι τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά τη χρονική στιγμή t_2 μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ Τότε:

$$s'_1 = s'_2 \Rightarrow (OEHZ) = (OE\Delta\Gamma)$$

$$\Rightarrow \frac{t_2 + (t_2 - 15\ \mathrm{s})}{2} \cdot 60\ \mathrm{m}/\mathrm{s} = t_2 \cdot 40\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 22{,}5\ \mathrm{s}}$$

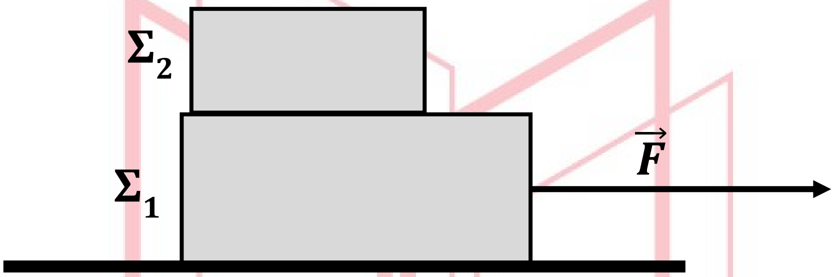
(Μονάδες 4)



ΘΕΜΑ 4

14392

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες $m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα, με το $Σ_2$ τοποθετημένο πάνω στο $Σ_1$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ ασκούμε στο $Σ_1$ οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σώματα, εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους, κινούνται μαζί σαν ένα σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, με σταθερή επιτάχυνση $α = 2\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$, επάνω στο οριζόντιο ακίνητο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του δαπέδου είναι ίσο με $T_{ολ} = 30\ \mathrm{N}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 3

4.2 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά $Δx = 9\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 4

4.3 Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζόντιου δαπέδου.

Μονάδες 10

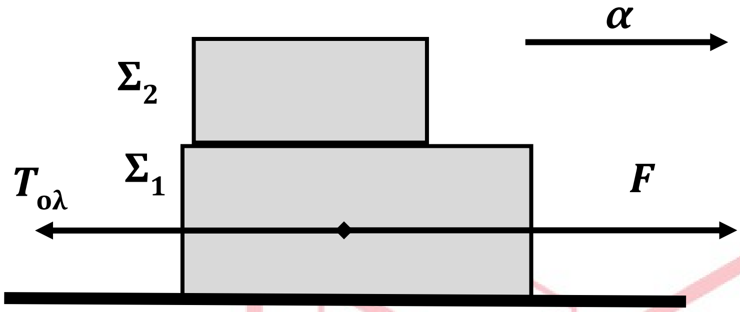
4.4 Τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του συστήματος είναι ίση με $υ_1 = 10\ \mathrm{m/s}$, απομακρύνουμε ακαριαία το σώμα $Σ_2$, χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$.
Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$, τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 3\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 8

Ενδεικτική Λύση

14392-Λύση

4.1



Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F - T_{o\lambda} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 30\ \mathrm{N} + (6\ \mathrm{Kg} + 4\ \mathrm{Kg}) \cdot 2\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 50\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα των δύο σωμάτων:

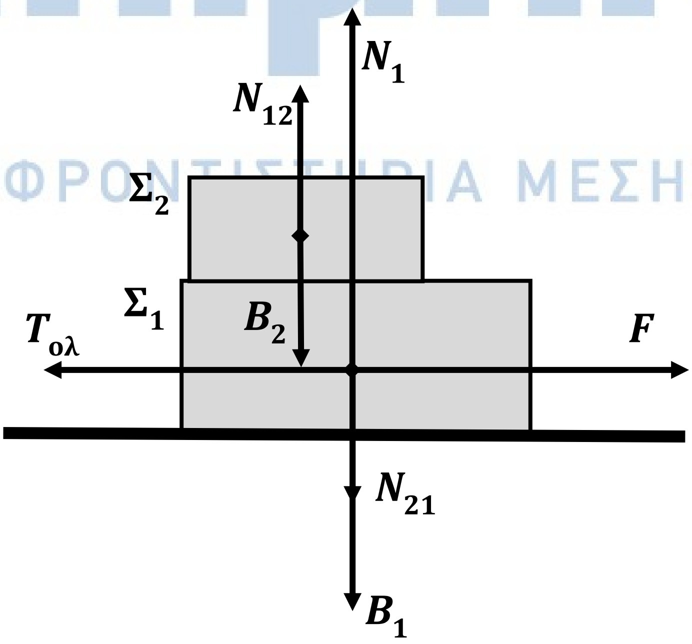
$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \upsilon^2 - 0 = F \cdot \Delta x - T_{o\lambda} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (6\ \mathrm{Kg} + 4\ \mathrm{Kg}) \cdot \upsilon^2 = 50\ \mathrm{N} \cdot 9\ \mathrm{m} - 30\ \mathrm{N} \cdot 9\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 6\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 4)

4.3



Σχεδιασμός δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα y'y.

(Μονάδες 5)

Στον κατακόρυφο άξονα y'y ισχύει $\Sigma F_y = 0$ για κάθε σώμα.

Για το Σ₂: $N_{12} = B_2 = m_2 \cdot g$

$$N_{12} = 4\ \mathrm{Kg}.10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{N_{12} = 40\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδα 1)

Από τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\boldsymbol{N_{12} = N_{21} = 40\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδα 1)

Για το Σ_1 :

14392-Λύση

$$N_1 = B_1 + N_{21} = m_1 \cdot g + N_{21} =$$

$$6\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 40\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N_1 = 100\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N_1 \Rightarrow 30\ \mathrm{N} = \mu \cdot 100\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = 0,3}$$

(Μονάδα 1)

4.4

Υπολογίζουμε την νέα τιμή $T'_{o\lambda}$ της τριβής ολίσθησης:

$$T'_{o\lambda} = \mu \cdot N'_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0{,}3 \cdot 6\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T'_{o\lambda} = 18\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

Η νέα επιτάχυνση του σώματος Σ_1 είναι

$$\Sigma F_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F - T'_{o\lambda} = m_1 \cdot a \Rightarrow 50\ \mathrm{N} - 18\ \mathrm{N} = 6\ \mathrm{Kg} \cdot a' \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a' = \frac{16}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

(Μονάδες 3)

και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t_2

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha' \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_2 = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + \frac{16}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 3\ \mathrm{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2 = 26\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14393

Σε σώμα μάζας $m = 4\ \mathrm{Kg}$, το οποίο είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$, επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο, ασκείται την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 20\ \mathrm{N}$. Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του $6^{ου}$ μέτρου της μετατόπισής του είναι $\Delta K = 12\ \mathrm{J}$.

Δίνεται: $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Να υπολογίσετε:

4.1 Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης (μ) μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου.

Μονάδες 5

4.2 Την χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση $x_1 = 6\ \mathrm{m}$ και το μέτρο υ_1 της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει.

Μονάδες 6

Μετά την χρονική στιγμή t_1 καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

4.3 Σε ποια θέση x_2 και σε ποια χρονική στιγμή t_2 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

Μονάδες 9

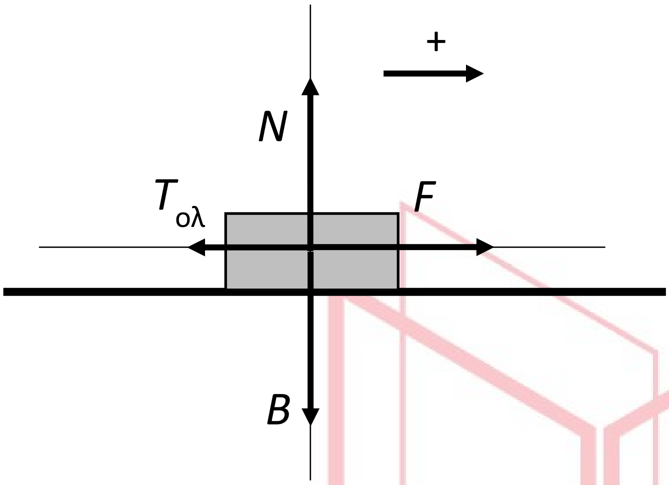
4.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το παραπάνω σώμα από την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι την χρονική στιγμή t_2.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση

14393-Λύση

4.1



Κατά τη διάρκεια του $6^{ου}$ μέτρου της μετατόπισης του σώματος, δηλαδή από την θέση $x_5 = 5\ \mathrm{m}$ μέχρι τη θέση $x_6 = 6\ \mathrm{m}$ το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x = 1\ \mathrm{m}$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την παραπάνω μετατόπιση:

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow \Delta K = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 12\ \mathrm{J} = 20\ \mathrm{N} \cdot 1\ \mathrm{m} - T_{ολ} \cdot 1\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_{ολ} = 8\ \mathrm{N}}$$

$$T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{T_{ολ}}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{8\ \mathrm{N}}{4\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{\mu = 0,2}$$

(Μονάδες 1+2+2=5)

4.2

Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως

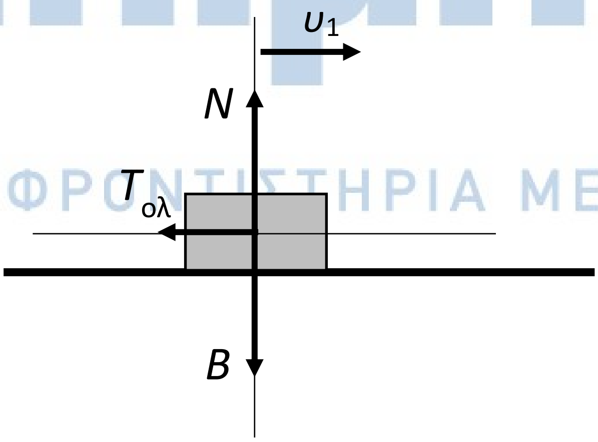
$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 20\ \mathrm{N} - 8\ \mathrm{N} = 4\ \mathrm{Kg} \cdot a \Rightarrow \boldsymbol{a = 3\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 6\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot 3\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot t_1^2 \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 2\ \mathrm{s}}$$

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 6\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 2+2+2=6)

4.3



Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής ολισθήσης.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = -T_{ολ} \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = -T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 4\ \mathrm{Kg} \cdot (6\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -8\ \mathrm{N} \cdot \Delta x \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x = 9\ \mathrm{m}}$$

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_2 = x_1 + \Delta x \Rightarrow x_2 = 6\ \mathrm{m} + 9\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 15\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 4)

$$T_{ολ} = m \cdot a' \Rightarrow -8\ \mathrm{N} = 4\ \mathrm{Kg} \cdot a' \quad \Rightarrow \boldsymbol{a' = -2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

(Μονάδες 2)

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_1 + \alpha' \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 6\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot \Delta t \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t = 3\ \mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)

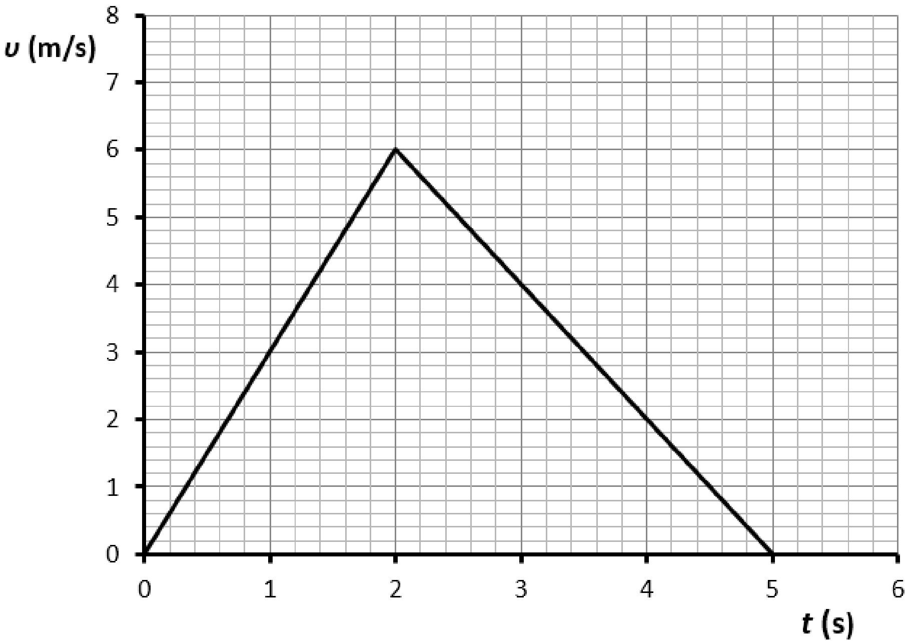
Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη χρονική στιγμή:

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 2\ \mathrm{s} + 3\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 5\ \mathrm{s}}$$

(Μονάδα 1)

4.4

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι

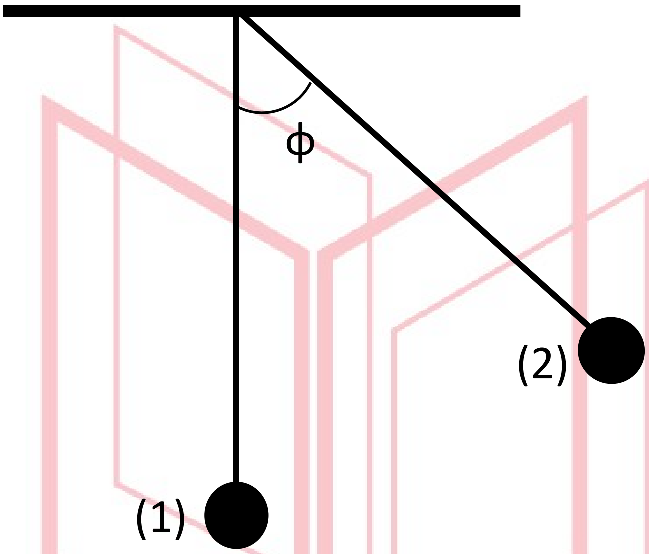


(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

14394

Σώμα μάζας $m = 10$ Kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $l = 1$ m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο της οροφής. Το σώμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση (1). Ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, εκτρέπουμε το σώμα από την αρχική του θέση έτσι ώστε το νήμα στη νέα θέση (2) να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^0$ με την κατακόρυφο. Το σώμα ισορροπεί στη νέα θέση.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν αυτό ισορροπεί στις θέσεις (1) και (2) και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες στη θέση (2), με τον άξονα x'x να είναι οριζόντιος.

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.2 Την τάση του νήματος στις θέσεις (1) και (2).

Μονάδες 7

4.3 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 4

4.4 Αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2), να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αυτό θα έχει όταν διέρχεται από την θέση (1).

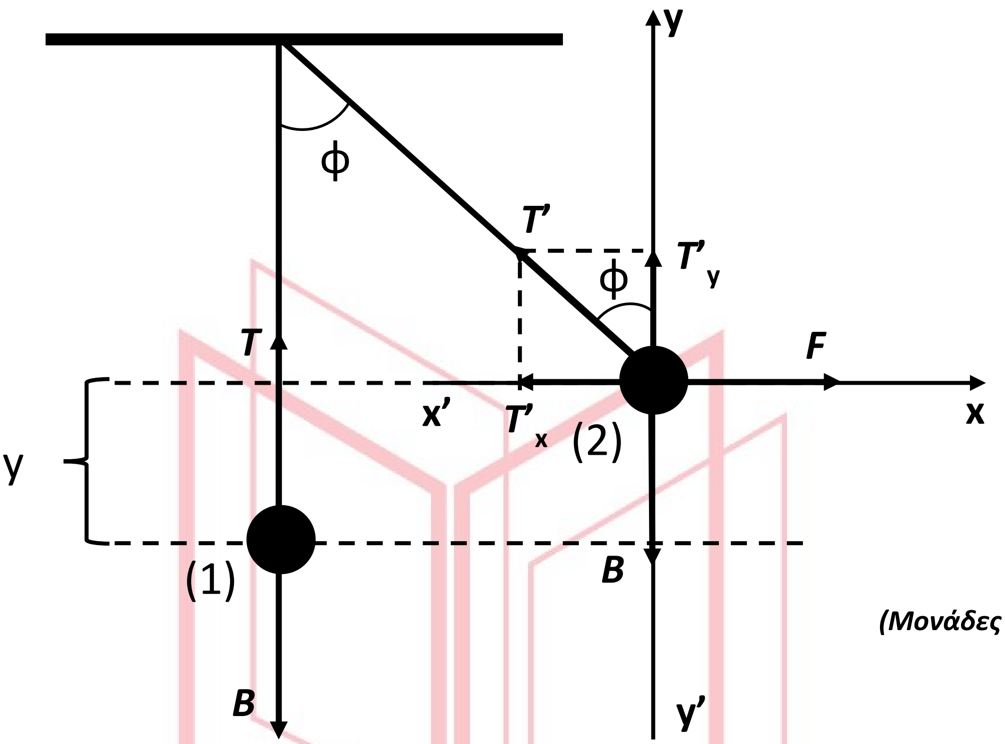
Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

14394-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1



(Μονάδες 7)

4.2

Στη θέση (1):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \Rightarrow T = m \cdot g = 10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T = 100\ \mathrm{N}}$$

Στη θέση (2):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T'_y = B \Rightarrow T' \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 = m \cdot g \Rightarrow T' = \frac{10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}{{}^{1}/_{2}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T' = 200\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 3+4=7)

4.3

Στη θέση (2):

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T'_x = F \Rightarrow T' \cdot \eta\mu 60^0 = F \Rightarrow F = 200\ \mathrm{N} \cdot {}^{\sqrt{3}}/_{2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 100\sqrt{3}\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Όταν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2) να κινηθεί προς τη θέση (1), στο σώμα ασκούνται το βάρος του και η τάση του νήματος. Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν καθώς η διεύθυνσή της είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος και το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, άρα η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή.

(Μονάδες 2)

Επομένως:

14394-Λύση

$$E_{MHX(2)} = E_{MHX(1)} \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 + 0 \ (1)$$

$$y = l - l \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 \Rightarrow y = 1\ m - 1\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0{,}5\ \mathrm{m}\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{s^2} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot \upsilon^2 \Rightarrow$$

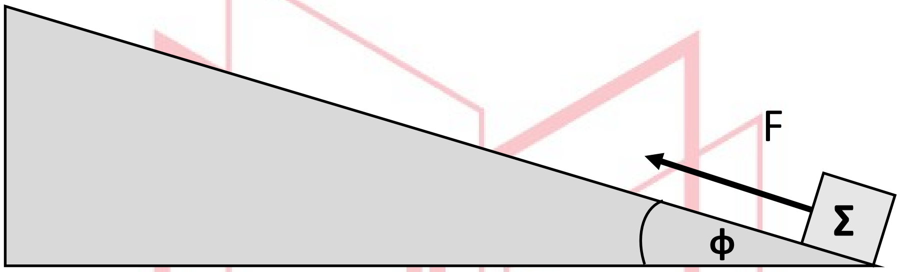
$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{10}\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

14395

Σε σώμα Σ μάζας $m = 10\ \mathrm{Kg}$, το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$, αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, σταθερή δύναμη μέτρου $F = 120\ \mathrm{N}$, με διεύθυνση παράλληλη του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνοντας με σταθερή επιτάχυνση και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του $4ου$ δευτερολέπτου της κίνησής του, είναι $\Delta x = 7\ \mathrm{m}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, για το χρονικό διάστημα $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ έως $t_4 = 4\ \mathrm{s}$ και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης. ***Μονάδες 5***

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος για το παραπάνω χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 4\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 4

4.3 Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης (μ) μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 7

Μετά την χρονική στιγμή $t_4 = 4\ \mathrm{s}$ και ενώ το σώμα βρίσκεται στη θέση x_4 επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

4.4 Σε ποια θέση (x_5) θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

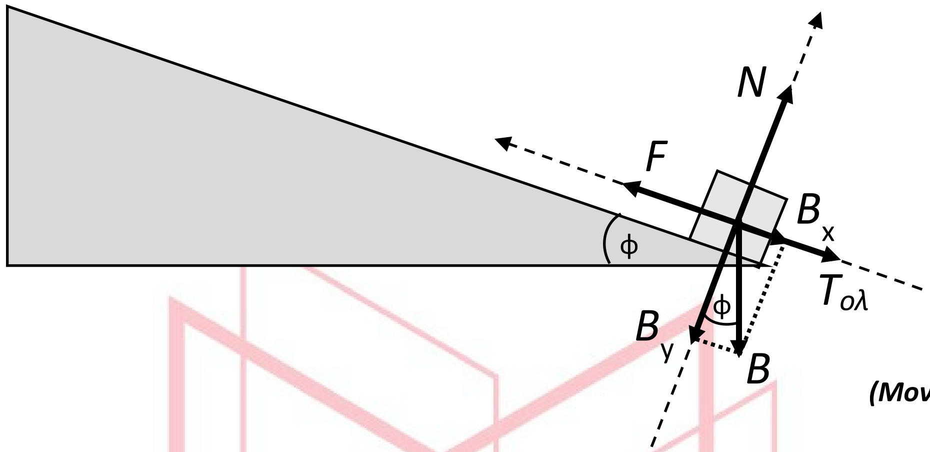
Μονάδες 9

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\frac{m}{s^2}$

Ενδεικτική λύση

14395-Λύση

4.1



(Μονάδες 5)

4.2

Η μετατόπιση Δx του σώματος κατά τη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησής του προκύπτει από την διαφορά:

$$\Delta x = x_4 - x_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_4^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow 7\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (16-9)\ \mathrm{s}^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a = 2\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 4)

4.3

Έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 \Rightarrow N = 10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N = 50 \cdot \sqrt{3}\ \mathbf{N}}\ (1)$$

(Μονάδες 2)

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - B_x - T_{o\lambda} = m \cdot a \Rightarrow F - m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 - \mu \cdot N = m \cdot a \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$120\ \mathrm{N} - 10\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - \mu \cdot 50 \cdot \sqrt{3} = 10\ \mathrm{Kg} \cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το σώμα τη χρονική στιγμή $t_4 = 4s$ θα είναι:

$$\upsilon = \alpha \cdot t_4 \Rightarrow \upsilon = 2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 4\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 8\ {}^{m}/_{s}}$$

(Μονάδες 2)

14395-Λύση

Το σώμα θα βρίσκεται στη θέση:

$$x_4 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_4^2 \Rightarrow x_4 = \frac{1}{2} \cdot 2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_4 = 16\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 2)

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση x_4 μέχρι τη θέση x_5, που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος προκύπτει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot \Delta x - \mu \cdot N \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{Kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -10Kg \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 50 \cdot \sqrt{3}\ \mathrm{N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x = 3,2\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 4)

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_5 = x_4 + \Delta x \Rightarrow x_5 = 16\ \mathrm{m} + 3{,}2\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

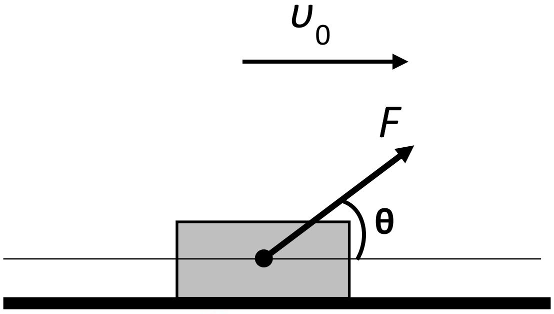
$$\boldsymbol{x_5 = 19,2\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδα 1)

ΘΕΜΑ 4

14396

Το κιβώτιο του σχήματος που έχει μάζα $m = 16\ \mathrm{Kg}$ διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ του οριζόντιου δαπέδου, την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο κιβώτιο είναι $F = 100\ \mathrm{N}$. Η διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ σχηματίζει γωνία 60^0 με την οριζόντια διεύθυνση.



4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, να αποδείξετε ότι το δάπεδο, στο οποίο κινείται το σώμα, δεν μπορεί να είναι λείο και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 7

4.2 Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης (μ).

Μονάδες 6

Την χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται.

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο υ_2 της ταχύτητας του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 6\ \mathrm{s}$

Μονάδες 6

4.4 Σε ποια θέση (x_3) η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται;

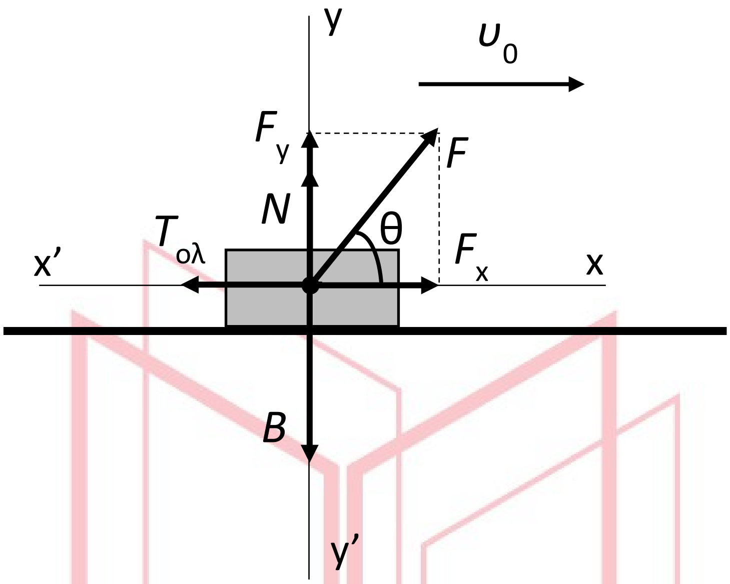
Μονάδες 6

Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} = 1{,}7$ $\ g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Ενδεικτική λύση

14396-Λύση

4.1



(Μονάδες 5)

Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα άρα θα πρέπει και στον άξονα κίνησης $\Sigma F_x = 0$, δηλ. θα πρέπει να υπάρχει στον άξονα αυτόν μια δύναμη αντίθετη της $\vec{F}_x$ και αυτή είναι η τριβή ολίσθησης, επομένως

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ}$$

(Μονάδες 2)

4.2

Από τον 1^ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot ημ60^0 \Rightarrow N = 16\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} - 100\ \text{N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

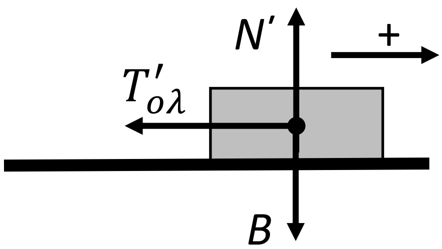
$$\boldsymbol{N = 75\ \mathrm{N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ} \Rightarrow\ F \cdot συν60^0 = μ \cdot N \Rightarrow 100\ \text{N} \cdot \frac{1}{2} = μ \cdot 75\ \text{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{μ = \frac{2}{3}}$$

(Μονάδες 2Χ3=6)

4.3



Όταν καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, προκύπτει νέα τιμή για την τριβή ολίσθησης δεδομένου ότι:

$$F_y = 0 \Rightarrow N' = B \Rightarrow N' = m \cdot g = 16\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N' = 160\ \mathrm{N}}$$

$$T'_{o\lambda} = \mu \cdot N \Rightarrow T'_{o\lambda} = \frac{2}{3} \cdot 160 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T'_{o\lambda} = \frac{320}{3} \text{ N}}$$

Από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a' \Rightarrow -T'_{o\lambda} = m \cdot a' \Rightarrow -\frac{320}{3} \text{ N} = 16 \text{ Kg} \cdot a'$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a' = -\frac{20}{3} \, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2}$$

και τελικά

$$\upsilon_2 = \upsilon_0 + \alpha' \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_2 = 20 \, \mathrm{m}/\mathrm{s} - \frac{20}{3} \, \mathrm{m}/\mathrm{s}^2 \cdot 2 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon_2 = \frac{20}{3} \, m/s}$$

(Μονάδες 1+1+2+2=6)

4.4

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι την θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα του κιβωτίου.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -T'_{o\lambda} \cdot \Delta x \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 16 \text{ Kg} \cdot (20 \, \mathrm{m}/\mathrm{s})^2 = -\frac{320}{3} \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x = 30 \text{ m}}$$

Το κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s βρίσκεται στη θέση

$$x_1 = 20 \, \mathrm{m}/\mathrm{s} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_1 = 80 \text{ m}}$$

Άρα η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται στη θέση

$$x_3 = x_1 + \Delta x \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_3 = 110 \text{ m}}$$

(Μονάδες 4+1+1=6)

ΘΕΜΑ 4

14397

Σώμα μάζας $m = 20\ \mathrm{Kg}$ είναι ακίνητο επάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 80\ \mathrm{N}$ και αυτό αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$ φθάνει στη θέση $x_1 = 45\ \mathrm{m}$.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2$.

4.1 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να δικαιολογήσετε, ότι μεταξύ του δαπέδου και του σώματος ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή (μ).

Μονάδες 10

Μετά την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$ το σώμα συνεχίζει την κίνησή του επάνω στο οριζόντιο δάπεδο, ενώ εξακολουθεί να ασκείται σ' αυτό η δύναμη $\vec{F}$ και την χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$ φθάνει στη θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$.

4.3 Υπάρχει δύναμη τριβής ολίσθησης από τη θέση x_1 μέχρι τη θέση x_2;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ μέχρι την θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$ και να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 5

Ενδεικτική λύση

14397-Λύση

4.1

Από τις εξισώσεις θέσης και ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 \Rightarrow 45\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (6\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha = 2,5\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

(Μονάδες 3)

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 2{,}5\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 6\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 15\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Αν δεν ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δαπέδου τότε:

$$\Sigma F = F = m \cdot \alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{F}{m} \Rightarrow \alpha' = \frac{80\ \mathrm{N}}{20\ \mathrm{Kg}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha' = 4\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

Η επιτάχυνση του σώματος, που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα 4.1, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος είναι

$$\boldsymbol{\alpha = 2,5\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} < \alpha'}$$

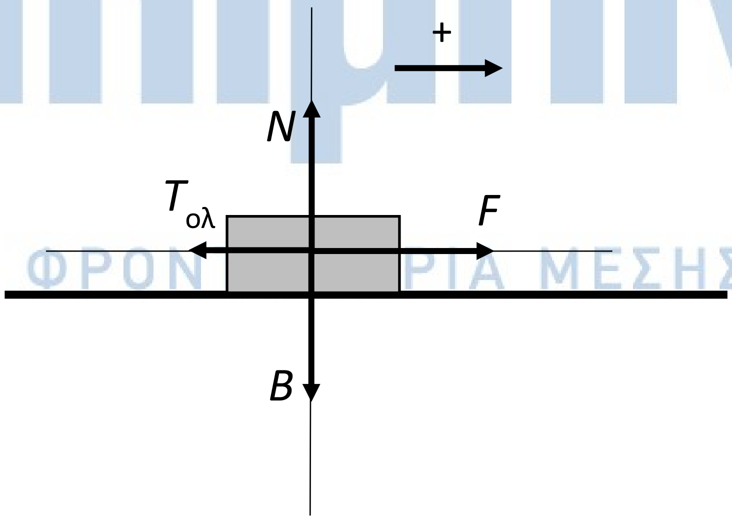
(Μονάδες 3)

Άρα το σώμα δέχεται δύναμη τριβή ολίσθησης, επομένως:

$$\Sigma F = F - T_{o\lambda} = m \cdot \alpha \Rightarrow 80\ \mathrm{N} - T_{o\lambda} = 20\ \mathrm{Kg} \cdot 2{,}5\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda} = 30\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)



(Μονάδες 3)

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{30\ \mathrm{N}}{20\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ ^{m}/_{s^2}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = 0,15}$$

(Μονάδες 2)

14397-Λύση

4.3

Από τη θέση $x_1 = 45\ \mathrm{m}$ μέχρι τη θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$ η τιμή της μετατόπισης του σώματος είναι

$$\Delta x = 92\ \mathrm{m}$$

και η χρονική διάρκεια της κίνησης

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10\ \mathrm{s} - 6\ \mathrm{s} \Rightarrow \Delta t = 4\ \mathrm{s}$$

επομένως:

$$\Delta x = \upsilon_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 92\ \mathrm{m} = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 4\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a_1 = 4\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

Με το δεδομένο ότι δεν έχει καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$ και συγκρίνοντας την τιμή της επιτάχυνσης a_1 με την a' (απάντηση ερωτήματος 4.2) συμπεραίνουμε ότι αυτό το τμήμα του δαπέδου είναι λείο.

(Μονάδες 4)

4.4

Τα ζητούμενα έργα είναι

$$W_F = F \cdot (x_2 - x_0) \Rightarrow W_F = 80\ \mathrm{N} \cdot 137\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

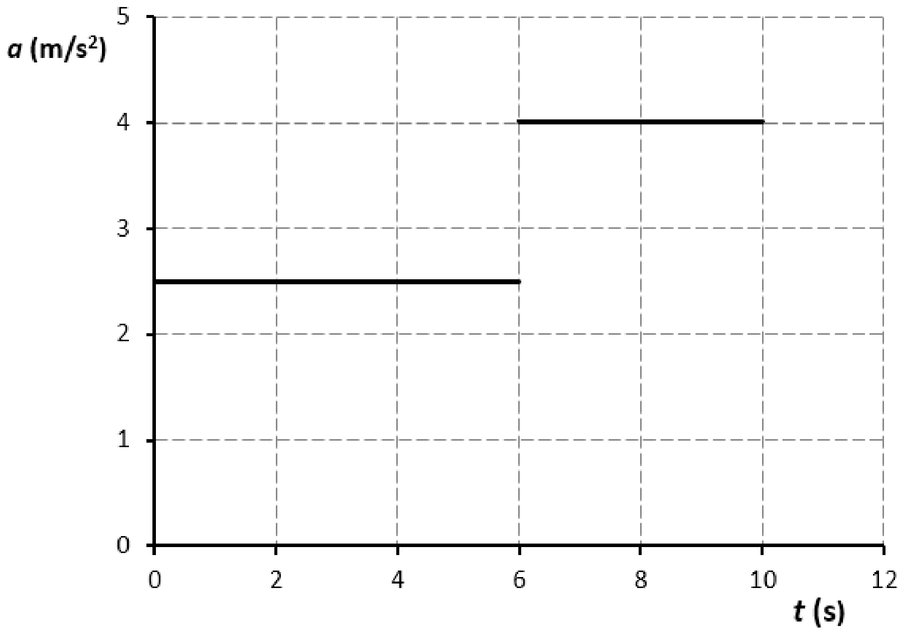
$$\boldsymbol{W_F = 10960\ \mathrm{J}}$$

$$W_{T o\lambda} = -T_{o\lambda} \cdot (x_1 - x_0) \Rightarrow W_{T o\lambda} = -30\ \mathrm{N} \cdot 45\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_{T o\lambda} = -1350\ \mathrm{J}}$$

$$\boldsymbol{W_B = W_N = 0\ \mathrm{J}}$$

(Μονάδες 3)

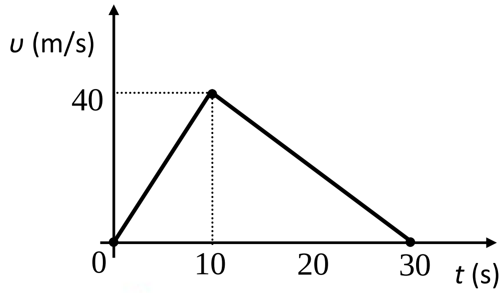


(Μονάδες 2)

14525

ΘΕΜΑ 4

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας $m = 10\ \text{Kg}$ που κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



4.1 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (*α*-*t*) για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

4.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10			
10 - 30			

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s -10 s και 10 s -30 s.

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

Μονάδες 7

14525-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\Delta x_1 = \frac{(+40)\cdot 10}{2}\ \mathrm{m} = +200\ \mathrm{m}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$\Delta x_2 = \frac{(+40)\cdot 20}{2}\ \mathrm{m} = +400\ \mathrm{m}$$

και η συνολική μετατόπιση είναι :

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \ \text{ή}\ \Delta x = +600\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 3)

Το ολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι:

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 600\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$\upsilon = \frac{S}{t_{ολικο}} \ \text{ή}\ \upsilon = \frac{600\ \mathrm{m}}{30\ \mathrm{s}} \ \text{και τελικά}\ \upsilon = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 1)

Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από

$$\Delta x = \frac{(+40)\cdot 30}{2} = +600\ \mathrm{m}$$

4.2 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon_1}{\Delta t_1} \ \text{ή}\ \alpha_1 = \frac{+40\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{10\ \mathrm{s}}$$

και τελικά

$$\alpha_1 = +4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

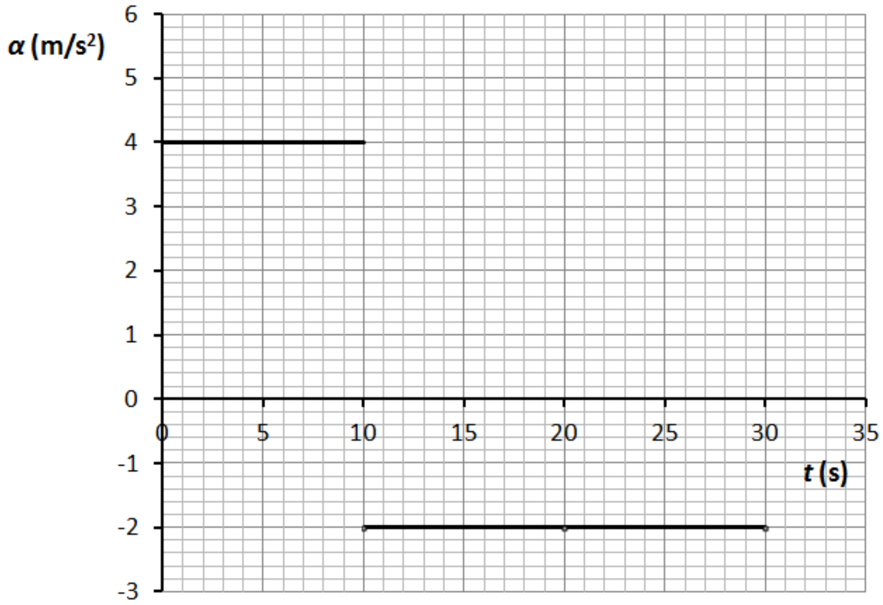
$$\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon_2}{\Delta t_2} \ \text{ή}\ \alpha_2 = \frac{-40\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{20\ \mathrm{s}}$$

και τελικά

$$\alpha_2 = -2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

14525-Λύση



(Μονάδες 3)

4.3 Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (Ν)	Η συνισταμένη οριζόντια δύναμη και η ταχύτητα της σώματος είναι ομόρροπα ή αντίρροπα διανύσματα	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10	+40	ομόρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10 - 30	-20	αντίρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200)\ \mathrm{J} = +8.000\ \mathrm{J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = (-20) \cdot (+400)\ \mathrm{J} = -8.000\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 10 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 2)

14525-Λύση

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \;\; ή \;\; W = 0 \text{ J}$$

Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει και με την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W$$

αλλά

$$K_{τελ} = K_{αρχ} = 0 \text{ J}$$

επομένως και

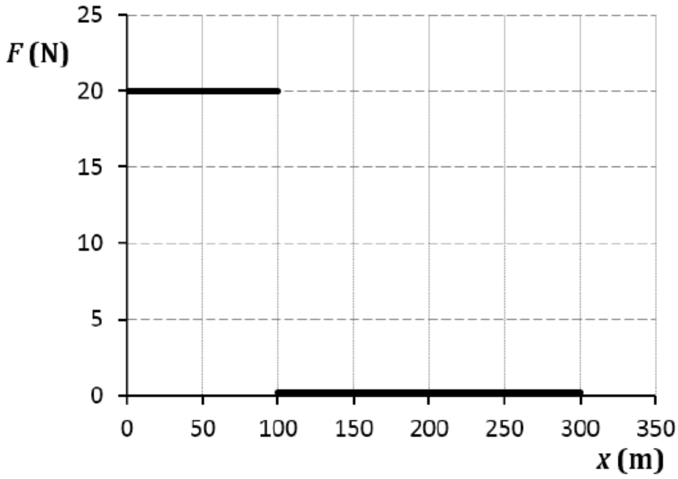
$$W = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14526

Σώμα μάζας $m = 10$ Kg είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ m πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s στο σώμα αρχίζει ν' ασκείται οριζόντια δύναμη, της οποίας η αλγεβρική της τιμή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

"ευθύγραμμη ομαλή", "ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη", "ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη"

Μεταξύ των θέσεων 0 m – 100 m η κίνηση είναι ....

Μεταξύ των θέσεων 100 m – 300 m η κίνηση είναι ....

Μονάδες 4

4.2 Να υπολογίσετε το έργο της οριζόντιας δύναμης όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση $x_0 = 0$ m έως τη θέση $x = 300$ m.

Μονάδες 6

4.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό διέρχεται από τη θέση $x = +300$ m.

Μονάδες 7

4.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να φτάσει το σώμα στη θέση $x = +300$ m.

Μονάδες 8

14526-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Μεταξύ των θέσεων 0 m – 100 m η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 2)

Μεταξύ των θέσεων 100 m – 300 m η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

(Μονάδες 2)

4.2 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Μετατόπιση από 0 m – 100 m:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 = (+20) \cdot (+100)\ \mathrm{J} = +2.000\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 3)

Μετατόπιση από 100 m – 300 m:

$$W_F = F \cdot \Delta x_2 = 0 \cdot (+100)\ \mathrm{J} = 0\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για την μετατόπιση από 0 m – 100 m έχουμε:

$$\Delta K = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} m\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 = W_F \Rightarrow m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = 2W_F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = \frac{2W_F}{m} \Rightarrow \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{\frac{2W_F}{m}}$$

και τελικά

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 5)

Για την μετατόπιση από 100 m – 300 m η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή επομένως στη θέση x= +300 m η ταχύτητά του είναι

$$\upsilon = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για την μετατόπιση από 0 m – 100 m έχουμε:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = +2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας έχουμε:

$$\upsilon = \alpha \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\upsilon}{\alpha} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{20}{2}\ \mathrm{s} \Rightarrow \Delta t_1 = 10\ \mathrm{s}$$

Αλλά $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ και τελικά για $t_0 = 0\ \mathrm{s}$

$$t_1 = 10\ \mathrm{s}$$

(όπου t_1 η χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση x = +100 m)

(Μονάδες 2)

14526-Λύση

Στη συνέχεια το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα επομένως:

$$\Delta x_2 = \upsilon \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{\upsilon} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{+200}{20}\,\mathrm{s} \Rightarrow \Delta t_2 = 10\ \mathrm{s}$$

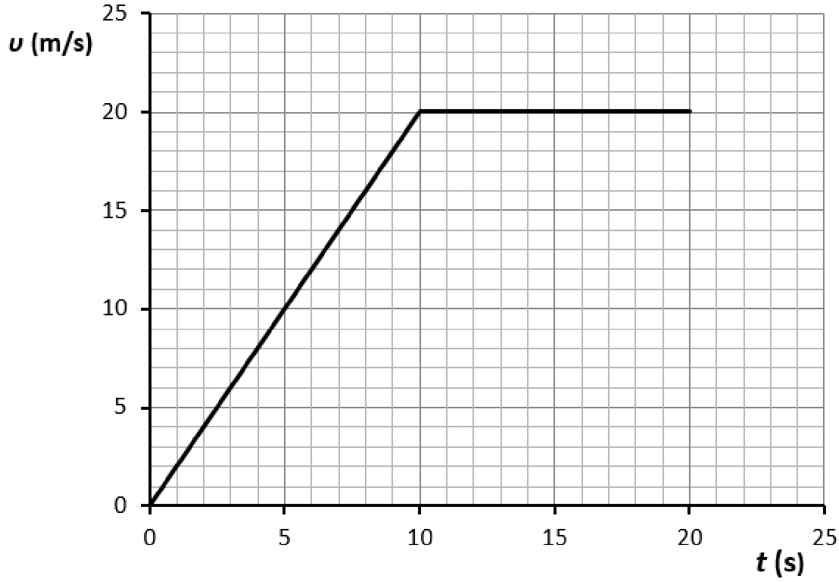
Αλλά $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ και τελικά

$$t_2 = 20\ \mathrm{s}$$

(Μονάδες 2)

(όπου t_2 η χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση x= +300 m)

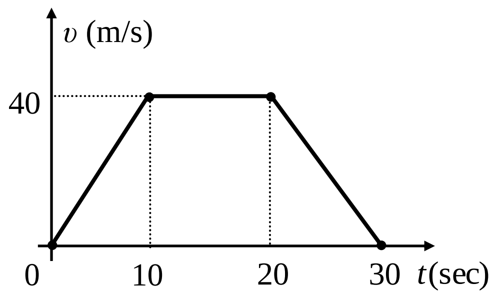
Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 4 14527

Ένα σώμα μάζας $m = 10\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.1 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (α-t) για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

4.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10			
10-20			
20-30			

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης κατά τα τρία χρονικά διαστήματα: 0 s -10 s, 10 s -20 s και 20 s -30 s.

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

Μονάδες 7

Ενδεικτική Λύση

14527-Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\Delta x_1 = \frac{(+40) \cdot 10}{2}\ \mathrm{m} = +200\ \mathrm{m}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$\Delta x_2 = (+40) \cdot 10\ \mathrm{m} = +400\ \mathrm{m}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$\Delta x_3 = \frac{(+40) \cdot 10}{2}\ \mathrm{m} = +200\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 4)

Η συνολική μετατόπιση είναι:

$$\Delta x\ = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3\ \text{ ή }\ \Delta x\ = +800\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από το εμβαδό του τραπεζίου:

$$\Delta x\ = \frac{10+30}{2} \cdot (+40)\ \mathrm{m} = +800\ \mathrm{m}$$

4.2 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon_1}{\Delta t_1}\ \text{ ή }\ \alpha_1 = \frac{+40\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{10\ \mathrm{s}}$$

Τελικά:

$$\alpha_1 = +4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$\alpha_2 = 0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

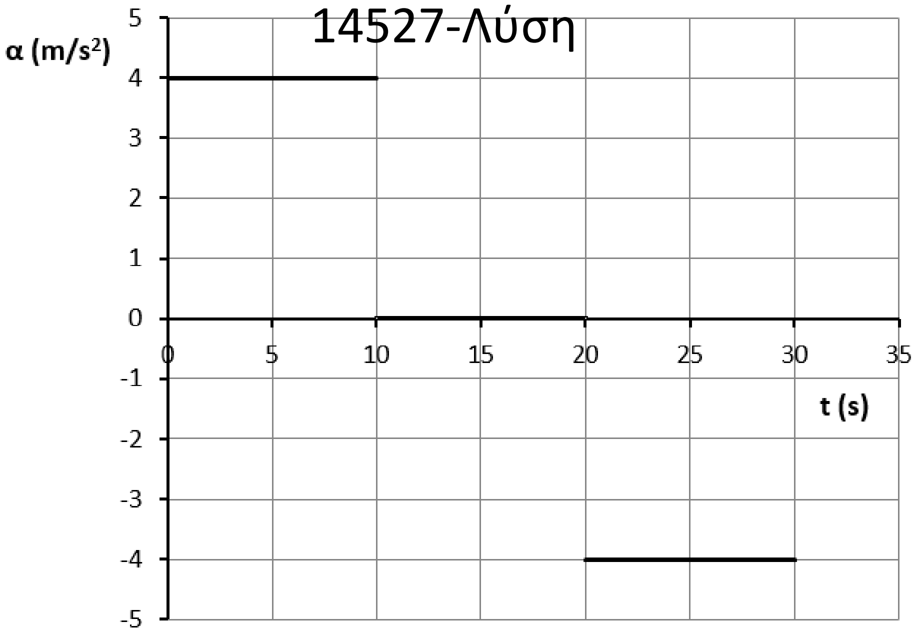
$$\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon_2}{\Delta t_2}\ \text{ ή }\ \alpha_3 = \frac{-40\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{10\ \mathrm{s}}$$

Τελικά:

$$\alpha_3 = -4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

14527-Λύση



(Μονάδες 3)

4.3 Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10	+40	ομόρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10-20	0	-	Ευθύγραμμη ομαλή
20-30	-40	αντίρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200)\ \mathrm{J} = +8.000\ \mathrm{J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = 0 \cdot (+400)\ \mathrm{J} = 0\ \mathrm{J}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_3} = \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 = (-40) \cdot (+200)\mathrm{J} = -8.000\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

14527-Λύση

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 20 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} + W_{\Sigma F_3} \text{ ή } W = 0 \text{ J}$$

Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει και με την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W$$

Αλλά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = K_{\alpha\rho\chi} = 0 \text{ J}$$

Επομένως

$$W = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4 14528

Μικρό σφαιρίδιο μάζας $m = 2\ \mathrm{Kg}$ αφήνεται από ύψος $h = 10\ \mathrm{m}$, από το έδαφος, να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.1 Σε ποιο ύψος από το έδαφος, η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K).

Μονάδες 6

4.2 Ποια είναι η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K);

Μονάδες 6

4.3 Έστω $t_{ολ}$ η συνολική χρονική διάρκεια για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E η χρονική διάρκεια μέχρις ότου, η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική.

Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{t_{ολ}}{t_E}$.

Μονάδες 6

(Η χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι η στιγμή που αφήνουμε το σώμα να πέσει προς το έδαφος).

4.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις $U = U(y)$, $K = K(y)$ και $E_{MHX} = E_{MHX}(y)$, όπου y η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και E_{MHX} η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

14528-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xRightarrow{K=U} E_{MHX} = 2U \quad (1)$$

Αλλά

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

(Μονάδες 4)

Έστω h_1 το ζητούμενο ύψος. Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$mgh = 2mgh_1$$

και τελικά

$$h_1 = 5\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xRightarrow{K=U} E_{MHX} = 2K \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

Έστω υ_E η ζητούμενη ταχύτητα. Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε

$$mgh = 2\frac{1}{2}m\upsilon_E^2 \text{ ή } \upsilon_E = \sqrt{gh} \quad \text{ή } \upsilon_E = 10\ \mathrm{m/s}$$

(Μονάδες 2)

Εναλλακτικά με τη βοήθεια του ΘΜΚΕ έχουμε:

$$\Delta K = W_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_E^2 - 0 = mgh_1 \Rightarrow \upsilon_E = 10\ \mathrm{m/s}$$

4.3 Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} h &= \tfrac{1}{2}gt_{o\lambda}^2 \\ h - h_1 &= \tfrac{1}{2}gt_E^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{h}{h-h_1} = \frac{t_{o\lambda}^2}{t_E^2} \text{ και τελικά } \frac{t_{o\lambda}}{t_E} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 6)

4.4 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \text{ ή } E_{MHX} = 200\ \mathrm{J} \quad (4)$$

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$U(y) = mgy \quad \text{ή } U(y) = 20y \text{ (στο S.I.)} \quad (5)$$

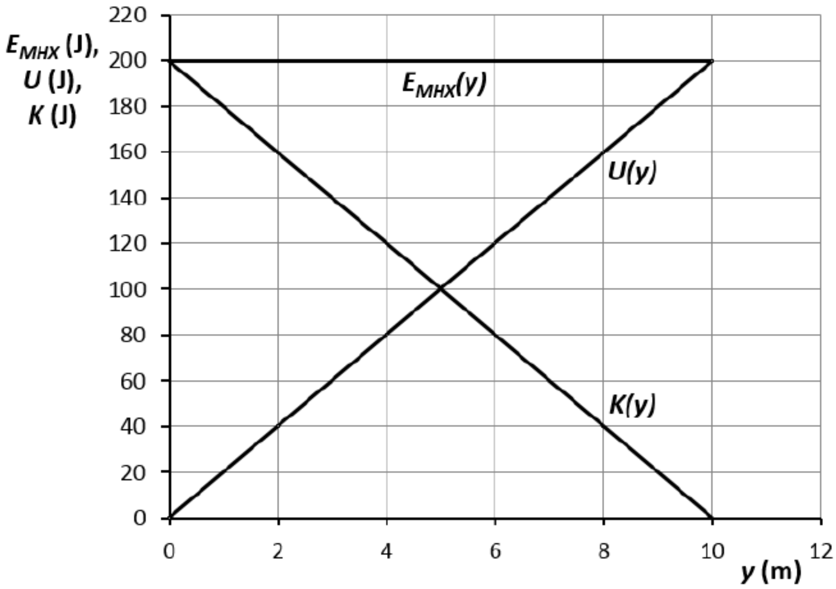
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου από την σχέση (1) είναι

$$K = E_{MHX} - U \xRightarrow{(4),(5)} K(y) = 200 - 20y \text{ (στο S.I.)} \quad (6)$$

(Μονάδες 4)

Με βάση τις σχέσεις (4), (5) και (6) το ζητούμενο διάγραμμα είναι

14528-Λύση



(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14529

Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας $m = 10\ \mathrm{Kg}$, βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη $F = 60\ \mathrm{N}$ για χρονικό διάστημα Δt και το μετατοπίζει κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα Δt.

Μονάδες 7

4.3 Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 5

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας $m_1 = 40\ \mathrm{Kg}$ και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

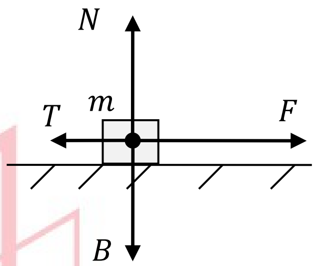
4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα Δt να το μετατοπίσει κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 7

14529-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα γγ’ και τον 2ο νόμο του Νεύτωνα στον άξονα χχ' προκύπτει:



$$\left.\begin{array}{r} T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma \end{array}\right\} a = 2\ \mathrm{m/s^2}\ \ (1)$$

(Μονάδες 4)

Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta t = 5\ \mathrm{s}\ (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 0^o \quad ή \quad W_F = 1.500\ \mathrm{J}\ \ (3)$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 90^o \quad ή \quad W_B = 0\ \mathrm{J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 270^o \quad ή \quad W_N = 0\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left.\begin{array}{c} W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o \\ T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \end{array}\right\} W_T = -1.000\ \mathrm{J}\ (4)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = W_F + W_T \xRightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 500\ \mathrm{J}$$

και τελικά

$$\upsilon = 10\ \mathrm{m/s}$$

(Μονάδες 5)

4.4 Η συνολική μάζα του γεμάτου κιβωτίου είναι $m_{o\lambda} = 50$ Kg.

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B_{o\lambda} \ \ ή \ \ N' = 500\ \mathrm{N}\ \ \text{και}$$

$$T' = \mu \cdot N' \ \ ή \ \ T' = 200\ \mathrm{N}$$

Σε ίσα χρονικά διαστήματα, τα δύο κιβώτια διανύουν ίσες αποστάσεις. Άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση, δηλ.:

14529-Λύση

$$a' = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

Στο αποτέλεσμα αυτό θα καταλήγαμε και από τη σχέση:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha'\Delta t^2 \text{ ή } a' = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

(Μονάδες 4)

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m_{ολ}a' \Rightarrow F' - T' = m_{ολ}a'$$

και τελικά

$$F' = 300\ \mathrm{N}$$

(Μονάδες 3)

14530

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα, μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\ \mathrm{m/s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος (h) που θα φτάσει η σφαίρα και το χρονικό διάστημα $(\Delta t_{\alpha\nu})$ μέχρι να φτάσει στο ύψος αυτό (χρονικό διάστημα ανόδου).

Μονάδες 6

Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Γης.

4.2 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $(\Delta t_{\kappa\alpha\theta})$ μέχρις ότου η σφαίρα επιστρέψει στην επιφάνεια της Γης (χρονικό διάστημα καθόδου), καθώς και την ταχύτητα (υ_0') με την οποία αυτή επιστρέφει.

Μονάδες 6

4.3 Να συγκρίνετε:

(α) το μέτρο της αρχικής ταχύτητας (υ_0) εκτόξευσης της σφαίρας με το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης (υ_0').

(β) το χρονικό διάστημα ανόδου $(\Delta t_{\alpha\nu})$ με αυτό της καθόδου της σφαίρας $(\Delta t_{\kappa\alpha\theta})$.

(γ) Αν η μάζα της σφαίρας ήταν τετραπλάσια της αρχικής τα συμπεράσματα των δυο προηγούμενων ερωτημάτων θα ήταν τα ίδια ή διαφορετικά και γιατί;

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της σφαίρας:

(α) κατά την άνοδο της σφαίρας και (β) κατά την κάθοδο της σφαίρας.

Τι συμπεραίνετε;

Μονάδες 7

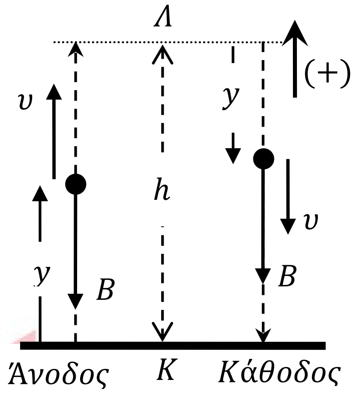
Ενδεικτική Λύση

14530-Λύση

4.1 Κατά την άνοδο της σφαίρας η μόνη δύναμη που αυτή δέχεται είναι το βάρος της,

$\Sigma F_y = ma$ ή $-mg = ma$ ή $a = -g$

(Μονάδες 2)



Επομένως η σφαίρα, κατά την άνοδό της, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Άρα έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} y = \upsilon_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \\ \upsilon = \upsilon_0 - g\Delta t \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\gamma\iota\alpha\ y=h} \left\{\begin{matrix} h = \upsilon_0 \Delta t_{\alpha\nu} - \frac{1}{2} g \Delta t_{\alpha\nu}^{\ 2} \\ 0 = \upsilon_0 - g\Delta t_{\alpha\nu} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} h = \frac{\upsilon_0^{\ 2}}{2g} \\ \Delta t_{\alpha\nu} = \frac{\upsilon_0}{g} \end{matrix}\right\}$$

και τελικά

$$h = 20\ \mathrm{m}\ \ (1)$$
$$\Delta t_{\alpha\nu} = 2\ \mathrm{s}\ \ (2)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Στη συνέχεια η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left.\begin{matrix} y = \frac{1}{2} g \Delta t^2 \\ \upsilon = g\Delta t \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\gamma\iota\alpha\ y=h} \left\{\begin{matrix} h = \frac{1}{2} g \Delta t_{\kappa\alpha\theta}^{\ 2} \\ \upsilon_0' = g\Delta t_{\kappa\alpha\theta} \end{matrix}\right\}$$

και τελικά

$$\upsilon_0' = 20\ \mathrm{m/s}\ \ (3)$$
$$\Delta t_{\kappa\alpha\theta} = 2\ \mathrm{s}\ \ (4)$$

(Μονάδες 6)

4.3

(α) Από την σχέση (3) έχουμε $\upsilon_0' = \upsilon_0$

(Μονάδες 1)

(β) Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε $\Delta t_{\alpha\nu} = \Delta t_{\kappa\alpha\theta}$

(Μονάδες 1)

(γ) Παρατηρούμε ότι οι τελικές σχέσεις που μας δίδουν τα μεγέθη υ_0', $\Delta t_{\alpha\nu}$ και $\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$ είναι ανεξάρτητες της μάζας της σφαίρας, επομένως τα αποτελέσματα θα παραμείνουν τα ίδια.

(Μονάδες 4)

4.4

Κατά την άνοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o \ \text{ή}\ W_B = -200\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

14530-Λύση

Κατά την κάθοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot συν0^o \text{ ή } W_B = 200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό έργο του βάρους κατά τη κλειστή διαδρομή $K \rightarrow Λ \rightarrow K$ είναι μηδέν.

(Μονάδες 3)

(Το ανωτέρω συμπέρασμα προκύπτει και από το γεγονός ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος της, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, επομένως $W_{B(K\rightarrow Λ\rightarrow K)} = 0$ J)

ΘΕΜΑ 4

14531

Μικρή σφαίρα μάζας, $m = 2\ \mathrm{Kg}$, αφήνεται από ύψος $h = 20\ \mathrm{m}$ να πέσει προς την επιφάνεια της Γης. Η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια με ταχύτητα $\upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$. Μία ίδια σφαίρα αν αφεθεί από το ίδιο ύψος σε έναν πλανήτη Α θα φτάσει στην επιφάνειά του με ταχύτητα $\upsilon_{A\kappa\alpha\theta} = \upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta}/2$.

Η αντίσταση του αέρα είναι και στις δύο περιπτώσεις αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη είναι $g_{\Gamma} = 10\ \mathrm{m}/s^2$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$ μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, καθώς και την ταχύτητα $\upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$ που έχει εκείνη την στιγμή.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας του πλανήτη Α (g_A).

Μονάδες 6

4.3 Αν $\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$ είναι το χρονικό διάστημα μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Α, να βρεθεί ο λόγος $\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}$.

Μονάδες 6

4.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις $U = U(y)$, $K = K(y)$ και $E_{MHX} = E_{MHX}(y)$, , όπου τα U, K και E_{MHX} αντιστοιχούν στην δυναμική, την κινητική και την μηχανική ενέργεια της σφαίρας στη Γη και το *y* στην απόσταση του σφαίρας από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

14531-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left.\begin{matrix} y_\Gamma = \frac{1}{2} g_\Gamma \Delta t_\Gamma^{\,2} \\ \upsilon_\Gamma = g_\Gamma \Delta t_\Gamma \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\gamma\iota\alpha\ y_\Gamma = h} \left\{\begin{matrix} h = \frac{1}{2} g_\Gamma \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}^{\,2} \\ \upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta} = g_\Gamma \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} \end{matrix}\right\}$$

(Μονάδες 4)

και τελικά

$$\upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta} = 20\ \mathrm{m/s}\ \ (1)$$
$$\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} = 2\ \mathrm{s}\ \ (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και στον πλανήτη Α , επομένως

$$\left.\begin{matrix} y_A = \frac{1}{2} g_A \Delta t_A^{\,2} \\ \upsilon_A = g_A \Delta t_A \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\gamma\iota\alpha\ y_A = h} \left\{\begin{matrix} h = \frac{1}{2} g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}^{\,2} \\ \upsilon_{A\kappa\alpha\theta} = g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 3)

$$\upsilon_{A\kappa\alpha\theta}^2 = 2 g_A h \Rightarrow \left(\frac{\upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2}\right)^2 = 2 g_A h$$

και τελικά

$$g_A = 2{,}5\ \mathrm{m/s^2}\ \ (3)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από τη σχέση $\upsilon_{A\kappa\alpha\theta} = g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$ έχουμε:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{\upsilon_{A\kappa\alpha\theta}}{g_A} \Rightarrow \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{\upsilon_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2 g_A}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = 4\ \mathrm{s}\ \ (4)$$

(Μονάδες 4)

Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε τελικά:

$$\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}} = 2$$

(Μονάδες 2)

4.4 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου ($E_{MHX} = K + U$) είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \text{ ή } E_{MHX} = 400\ \mathrm{J}\ \ (5)$$

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$U(y) = mgy \quad \text{ή} \quad U(y) = 20y\ \ (\text{στο S.I.})\ (6)$$

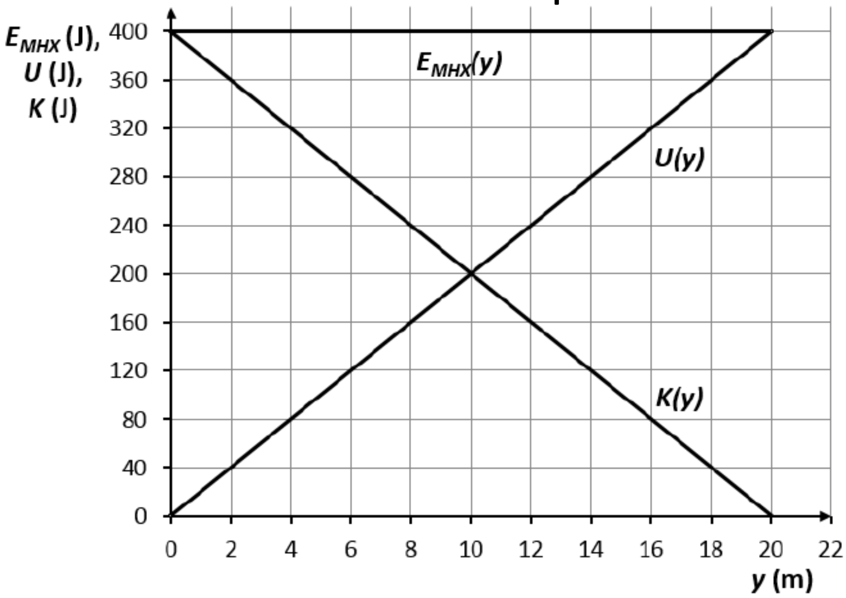
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$K = E_{MHX} - U \xrightarrow{(5),(6)} K(y) = 400 - 20y\ \ (\text{στο S.I.})\ (7)$$

(Μονάδες 4)

Με βάση τις σχέσεις (5), (6) και (7) το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

14531-Λύση

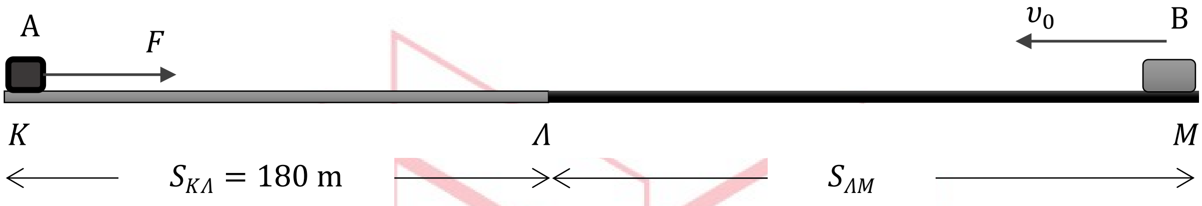


(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14532

Στο αρχικά ακίνητο σώμα Α, μάζας $m_A = 2\ \mathrm{Kg}$, ασκείται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, οριζόντια δύναμη $F = 20\ \mathrm{N}$. Το σώμα Α κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο $ΚΛ$, μήκους $S_{ΚΛ} = 180\ \mathrm{m}$. Ένα δεύτερο σώμα Β, διπλάσιας μάζας ($m_B = 2m_A$), διέρχεται, τη χρονική στιγμή t_0, από το σημείο M του μη λείου οριζοντίου επιπέδου $ΛΜ$ με ταχύτητα $υ_0 = 42\ \mathrm{m/s}$, κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Β και του επιπέδου $ΛΜ$ είναι $\mu = 0{,}2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_A μέχρι το σώμα Α να φτάσει στο σημείο $Λ$, καθώς και τη ταχύτητα $υ_A$ με την οποία φτάνει σε αυτό.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μήκος $S_{ΛΜ}$, αν γνωρίζετε ότι το σώμα Β φτάνει στο σημείο $Λ$ ταυτόχρονα με το σώμα Α.

Μονάδες 6

4.3 Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο $Λ$, ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{K_B}{K_A}$, όπου K_A η κινητική ενέργεια του σώματος Α, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $S_{ΚΛ}/2$ και K_B η κινητική ενέργεια του σώματος Β, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $S_{ΛΜ}/2$.

Μονάδες 6

14532-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1 Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με

$$\alpha_A = \frac{F}{m_A}$$

ή

$$\alpha_A = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (1)$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

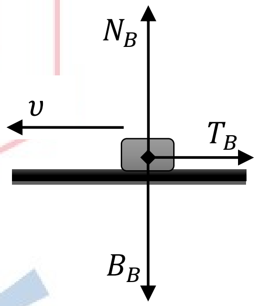
$$\left.\begin{aligned} S_{K\Lambda} &= \frac{1}{2}\alpha_A \Delta t_A^{\,2} \\ \upsilon_A &= \alpha_A \Delta t_A \end{aligned}\right\}$$

και τελικά

$$\Delta t_A = 6\ \mathrm{s} \quad (2)$$
$$\upsilon_A = 60\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β φαίνονται στο διπλανό σχήμα.



$$\left.\begin{aligned} T_B &= \mu \cdot N_B \\ \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow N_B = B_B \\ \Sigma F_x &= m_B a_B \Rightarrow T_B = m_B a_B \end{aligned}\right\} a_B = 2\ \mathrm{m/s^2}\ (4)$$

(Μονάδες 4)

Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, δεδομένου ότι η δύναμη T_B είναι αντίρροπη της ταχύτητας, επομένως

$$S_{\Lambda M} = \upsilon_0 \Delta t_B - \frac{1}{2}\alpha_B \Delta t_B^{\,2} \xRightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} S_{\Lambda M} = 216\ \mathrm{m}\ (5)$$

(Μονάδες 2)

4.3 Η κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K_{A\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_A \upsilon_A^2 \text{ ή } K_{A\tau\varepsilon\lambda} = 3.600\ \mathrm{J} \quad (6)$$

(Μονάδες 2)

Η ταχύτητα του σώματος Β όταν αυτό φτάνει στο σημείο Λ είναι:

$$\upsilon_B = \upsilon_0 - \alpha_B\ \Delta t_B \xRightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} \upsilon_B = 30\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ (7)$$

και η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K_{B\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_B \upsilon_B^2 \text{ ή } K_{B\tau\varepsilon\lambda} = 1.800\ \mathrm{J}\ (8)$$

(Μονάδες 2)

Η ολική μηχανική ενέργεια είναι:

$$E_{ο\lambda} = K_{A\tau\varepsilon\lambda} + K_{B\tau\varepsilon\lambda} \xRightarrow{(6),(8)} E_{ο\lambda} = 5.400\ \mathrm{J}$$

(Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο κίνησης των δύο σωμάτων).

Δεδομένου ότι τα δύο σώματα ακινητοποιήθηκαν, όλη η μηχανική ενέργειά τους, δηλ. $5.400\ \mathrm{J}$, μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας.

(Μονάδες 3)

4.4 Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τα δύο σώματα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} K_A - 0 &= W_{\Sigma F_A} \\ K_B - K_{B\alpha\rho\chi} &= W_{\Sigma F_B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 2)

$$\left.\begin{aligned} K_A - 0 &= F \cdot \frac{S_{K\Lambda}}{2} \\ K_B - \frac{1}{2} m_B \upsilon_0^2 &= -T_B \cdot \frac{S_{\Lambda M}}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 2)

$$\left.\begin{aligned} K_A &= 1.800\ \mathrm{J} \\ K_B &= 2.664\ \mathrm{J} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{2.664\ \mathrm{J}}{1.800\ \mathrm{J}} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 1{,}48$$

(Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 1 14582

Στις ερωτήσεις 1.1-1.3 *να γράψετε στη κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.*

1.1 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο σε μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση δίνει:

α. Τη μεταβολή της ταχύτητας.

β. Τη μεταβολή της θέσης.

γ. Τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας.

δ. Τον ρυθμό μεταβολής της θέσης.

1.2 Ένα σώμα μάζας m δέχεται την επίδραση συνισταμένης οριζόντιας δύναμης μέτρου F και αποκτά επιτάχυνση μέτρου α. Κόβουμε το σώμα στη μέση και στο ένα από τα δύο κομμάτια μάζας $\frac{m}{2}$ ασκούμε συνισταμένη οριζόντια δύναμη μέτρου $2F$, οπότε αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου α_1.

Μεταξύ α και α_1 ισχύει:

α. $\alpha = 2 \cdot \alpha_1$

β. $\alpha = 4 \cdot \alpha_1$

γ. $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha$

δ. $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha$

1.3 Ένα κουτί βάρους $10\ \mathrm{N}$, ολισθαίνει επάνω σε οριζόντιο δάπεδο και μετατοπίζεται σ’ αυτό κατά $5\ \mathrm{m}$. Το έργο του βάρους του κατά τη μετατόπιση αυτή είναι:

α. $0\ \mathrm{J}$

β. $+20\ \mathrm{J}$

γ. $+50\ \mathrm{J}$

δ. $-50\ \mathrm{J}$

1.4 *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α. Στην ευθύγραμμη κίνηση, αν η επιτάχυνση είναι ομόρροπη με την ταχύτητα, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.

β. Η κίνηση ενός αλεξιπτωτιστή που πέφτει κατακόρυφα στον αέρα, με ανοιγμένο το αλεξίπτωτο, μπορεί να χαρακτηριστεί ως ελεύθερη πτώση.

γ. Η στατική τριβή είναι δύναμη μεταβλητού μέτρου.

δ. Το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας – έργου δεν ισχύει στην περίπτωση μη συντηρητικών δυνάμεων.

ε. Σώμα κινείται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης. Το έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.

1.5 *Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της στήλης 1 με τις μονάδες της στήλης 2, γράφοντας στην κόλα σας τους αριθμούς της στήλης 1 με τα αντίστοιχα γράμματα της στήλης 2.*

ΣΤΗΛΗ 1	**ΣΤΗΛΗ 2**
1. Βάρος	**α.** N
2. Ενέργεια	**β.**W (Watt)
3. Ταχύτητα	**γ.** m/s^2
4. Επιτάχυνση	**δ.** J (Joule)
5. Ισχύς	**ε.** m/s
	στ. m

Μονάδες 5Χ5=25

14582-Λύση

<u>Απαντήσεις:</u>

1.1 γ

1.2 γ

1.3 α

1.4

α: Σ,

β: Λ,

γ: Σ,

δ: Λ,

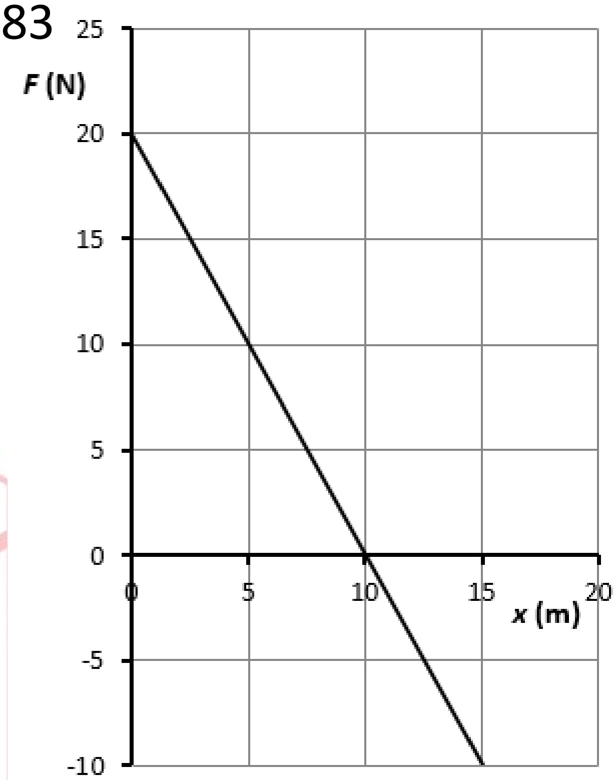
ε: Λ

1.5 1-α, 2-δ, 3-ε, 4-γ, 5-β

ΘΕΜΑ 3

14583

Κιβώτιο μάζας $m = 2\ \mathrm{kg}$ είναι ακίνητο επάνω σε λείο οριζόντιο, επίσης ακίνητο δάπεδο στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$. Το κιβώτιο ξεκινά να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο, εξ αιτίας οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται σ' αυτό και της οποίας η τιμή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος, σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Η θετική φορά του άξονα κίνησης είναι προς τα δεξιά.



Να υπολογίσετε:

3.1 Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για την μετατόπιση του σώματος από την θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ έως τη θέση $x_3 = 15\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 5

3.2 Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και της δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο σώμα, στις θέσεις $x_1 = 5\ \mathrm{m}$ και $x_3 = 15\ \mathrm{m}$.

Τι κίνηση εκτελεί το σώμα:

(α) Μεταξύ των θέσεων $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ και $x_2 = 10\ \mathrm{m}$;

(β) Μεταξύ των θέσεων $x_2 = 10\ \mathrm{m}$ και $x_3 = 15\ \mathrm{m}$;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 10

3.3 Την ταχύτητα του σώματος στη θέση $x_1 = 5\ \mathrm{m}$.

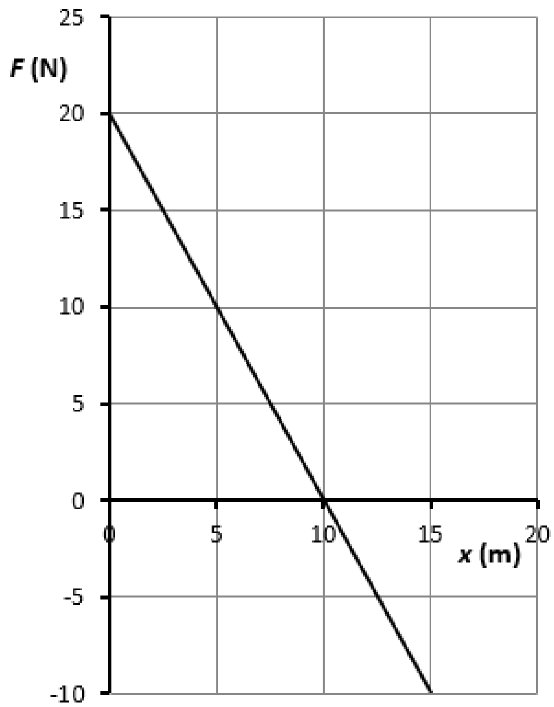
Μονάδες 5

3.4 Σε ποια θέση το σώμα θα έχει αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητά του; Να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 5

14583-Λύση

Ενδεικτική λύση



3.1

‘Εχουμε

$W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0}\to\mathbf{15})} = W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0}\to\mathbf{10})} + W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{10}\to\mathbf{15})}$

Αλλά

$W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0}\to\mathbf{10})} = \frac{20\ N\cdot 10\ m}{2}\ \mathrm{J} = \ 100\ \mathrm{J}$ και

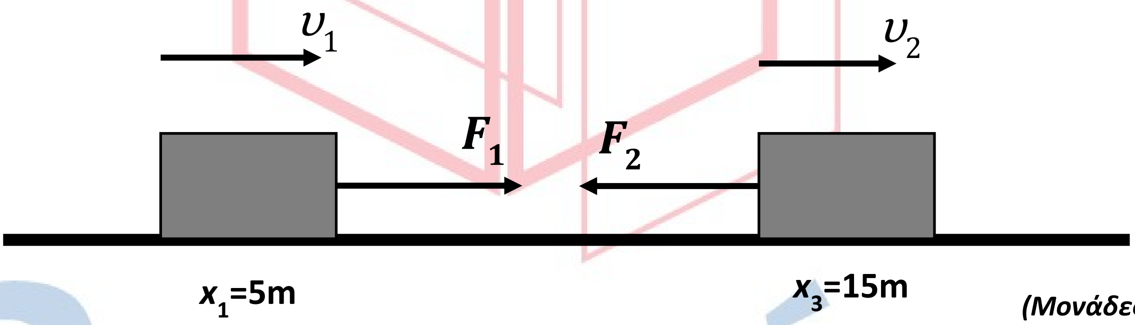
$W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{10}\to\mathbf{15})}$=$-\frac{10N\cdot 5m}{2}\mathrm{J} = -25\ \mathrm{J}$

Και τελικά

$$W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0}\to\mathbf{15})} = \mathbf{75}\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 5)

3.2



(Μονάδες 4)

(α) Μεταξύ των θέσεων $x_0 = 0$ m και $x_2 = 10$ m:

Το διάνυσμα της δύναμης έχει φορά προς τα θετικά του άξονα x’x, το κινητό κινείται εξ αιτίας της δύναμης $\vec{F}$ προς τα θετικά του άξονα, ξεκινώντας από την ηρεμία, επομένως τα διανύσματα δύναμης (άρα και επιτάχυνσης) και ταχύτητας είναι ομόρροπα. Άρα η κίνηση είναι επιτυχυνόμενη.

(Μονάδες 3)

(β) Μεταξύ των θέσεων $x_0 = 10$ m και $x_3 = 15$ m:

Το διάνυσμα της δύναμης έχει φορά προς τα αρνητικά του άξονα x’x, το κινητό συνεχίζει να κινείται προς τα θετικά του άξονα, επομένως τα διανύσματα δύναμης (άρα και επιτάχυνσης) και ταχύτητας είναι αντίρροπα*,* άρα η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα του ερωτήματος 3.1 μέχρι την θέση $x_3 = 15$ m η φορά της κίνησης του σώματος δεν αντιστρέφεται, δεδομένου ότι $\left|W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0}\to\mathbf{10})}\right| > \left|W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{10}\to\mathbf{15})}\right|$.

(Μονάδες 3)

14583-Λύση

3.3

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0-5})} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - 0 = W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0-5})} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon^2 = \frac{20\ \mathrm{N} + 10\ \mathrm{N}}{2} \cdot 5\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{75}\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

(Μονάδες 5)

3.4

Το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητά του στη θέση $x_2 = 10\ \mathrm{m}$ καθώς μέχρι την θέση αυτή επιταχύνεται, ενώ από την θέση αυτή και μετά το σώμα επιβραδύνεται.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0-10})} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{max}^2 - 0 = W_{\boldsymbol{F}(\mathbf{0-10})} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon_{max}^2 = \frac{20\ \mathrm{N}}{2} \cdot 10\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

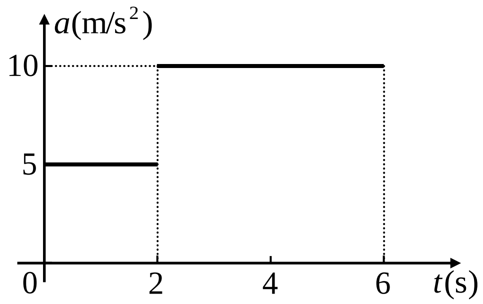
$$\boldsymbol{\upsilon_{max} = 10\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

14691

Ένα σώμα μάζας $2\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι $\upsilon_0 = 0\ \mathrm{m/s}$.



4.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

“ευθύγραμμη ομαλή” , “ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη” , “ευθύγραμμη επιταχυνόμενη”

Στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 4

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 6

4.3 Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα κατά το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s και ποια η μέση ταχύτητά του το αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 8

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s - 2 s, και 2 s - 6 s.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14691-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφόσον το σώμα δεν έχει αρχική ταχύτητα και στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 5\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$, η κίνηση είναι αναγκαστικά ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s η κίνηση είναι επίσης ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, καθώς, σύμφωνα με το διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου, το σώμα κινείται στο παραπάνω χρονικό διάστημα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = 10\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$, ομόρροπη της επιτάχυνσης που είχε κατά το χρονικό διάστημα 0 s – 2 s.

(Μονάδες 2)

4.2 Η μεταβολή της ταχύτητας στην πρώτη φάση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδό της γραφικής παράστασης μέχρι την χρονική στιγμή 2 s.

$$\Delta\upsilon_1 = \left(+5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot 2\ \mathrm{s} = +10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 1)

Δεδομένου ότι $\upsilon_o = 0\ \mathrm{m/s}$, έχουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 2\ \mathrm{s}$ η τελική ταχύτητα του σώματος είναι:

$$\upsilon_{t=2} = \upsilon_o + \Delta\upsilon_1 = +10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

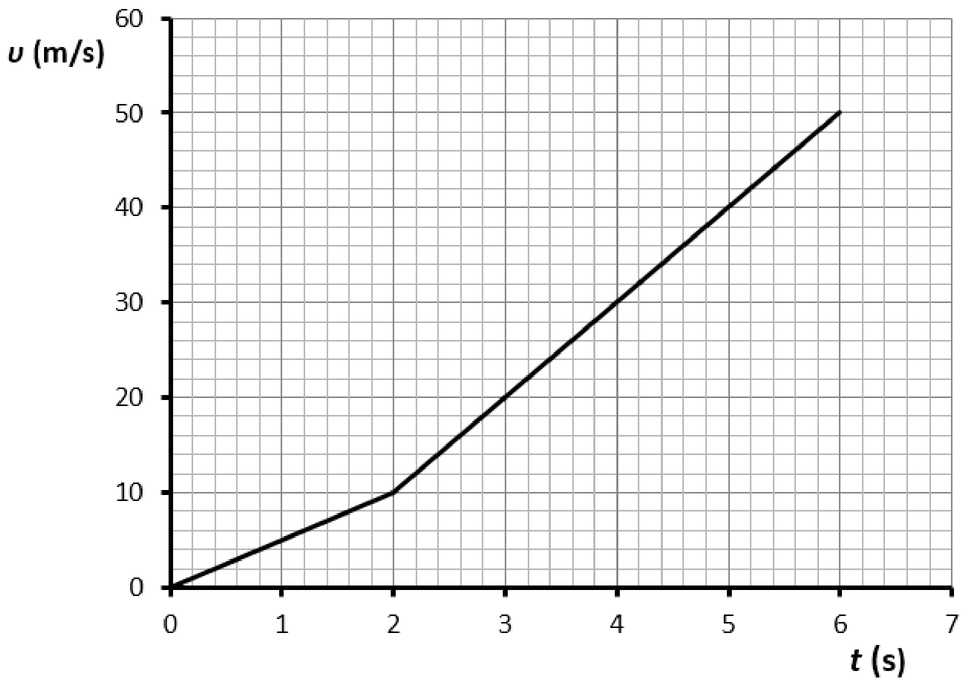
(Μονάδες 1)

Με την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε:

$$\upsilon_{t=6} = \upsilon_{t=2} + \Delta\upsilon_2 = +50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 1)

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 3)

14691-Λύση

4.3 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$\Delta x_1 = \frac{\left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cdot 2\ \mathrm{s}}{2} = +10\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$\Delta x_2 = \frac{\{\left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(+50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\}\cdot 4\ \mathrm{s}}{2} = +120\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι:

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 130\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$\upsilon = \frac{S}{t_{ολικο}} \text{ ή } \upsilon = \frac{130\ \mathrm{m}}{6\ \mathrm{s}} \text{ και τελικά } \upsilon \cong 21{,}7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot \alpha_1 \cdot \Delta x_1 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(+5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+10\ \mathrm{m}) = +100\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+120\ \mathrm{m}) = +2.400\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{ολικο} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \text{ ή } W_{ολικο} = +2.500\ \mathrm{J}\ (1)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \frac{1}{2} m\upsilon_{t=6}^2 - 0 = +2.500\ \mathrm{J}\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

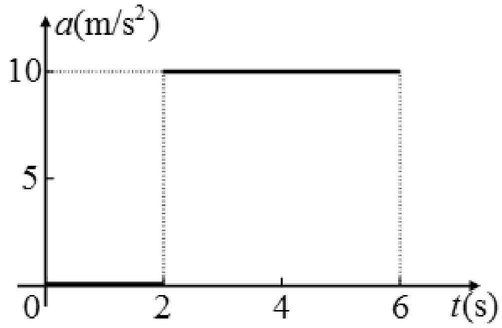
$$\Delta K = W_{ολικο}$$

(Μονάδες 3)

14692

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας $m = 2\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι $x_0 = +10\ \mathrm{m}$ και $\upsilon_0 = +10\ \mathrm{m/s}$ αντίστοιχα.



4.1 Να γράψετε τις μαθηματικές σχέσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου (εξισώσεις κίνησης) του σώματος για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 7

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 5

4.3 Ποια η συνολική μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14692-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1 Για το χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$\upsilon = +10\ \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ και

$\Delta x = +10\Delta t$ ή $x = x_o + 10(t - t_o)$ ή $x = +10 + 10t\ \ (\text{m})\ \ (\,t_0 = 0\ \text{s}\,)$

(Μονάδες 3)

Για το χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη και οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$\upsilon = +10 + 10\Delta t$ ή $\upsilon = +10 + 10(t-2)\ \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ και

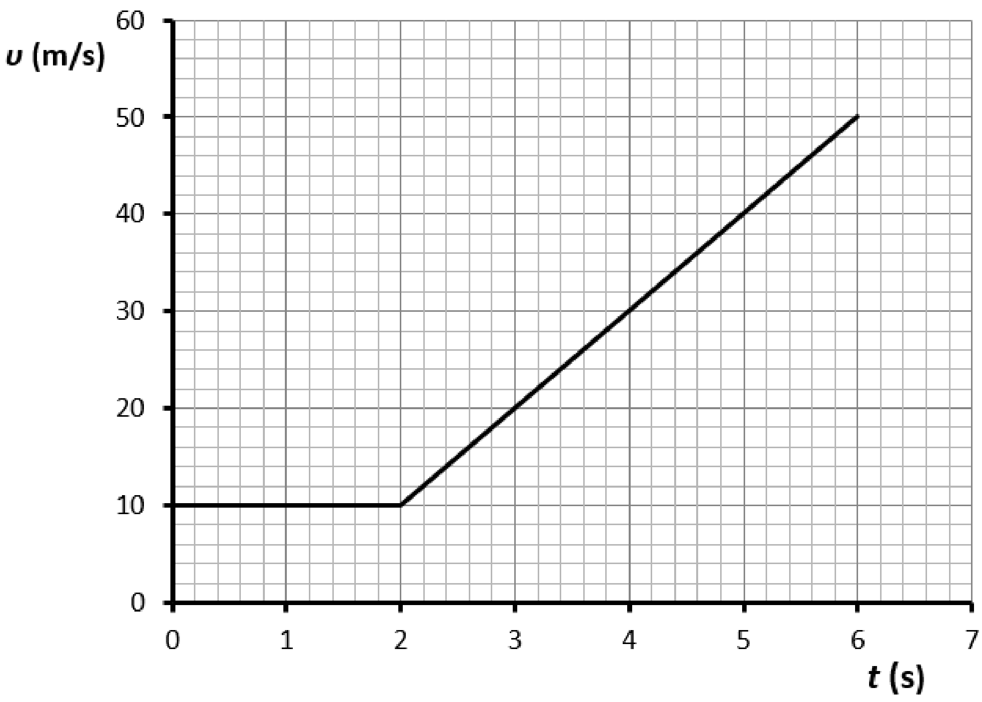
$x = x_{02} + \upsilon_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$

Όμως η αρχική θέση της δεύτερης φάσης της κίνησης είναι η τελική θέση της πρώτης φάσης, δηλ. $x_{02} = (+10 + 10 \cdot 2)\ \text{m} = +30\ \text{m}$

Άρα $x = +30 + 10(t-2) + 5(t-2)^2\ \ (\text{m})$

(Μονάδες 4)

4.2 Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 5)

4.3 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

14692-Λύση

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$\Delta x_1 = \left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cdot 2\ \mathrm{s} = +20\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$\Delta x_2 = \frac{\left\{\left(+10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(+50\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\right\}\cdot 4\ \mathrm{s}}{2} = +120\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Η συνολική μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = +140\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m\cdot\alpha_1\cdot\Delta x_1 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+10\ \mathrm{m}) = 0\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m\cdot\alpha_2\cdot\Delta x_2 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(+10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+120\ \mathrm{m}) = +2.400\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{ολικο} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2}\ \text{ ή }\ W_{ολικο} = +2.400\ \mathrm{J}\ (1)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = +2.400\ \mathrm{J}\ (2)$$

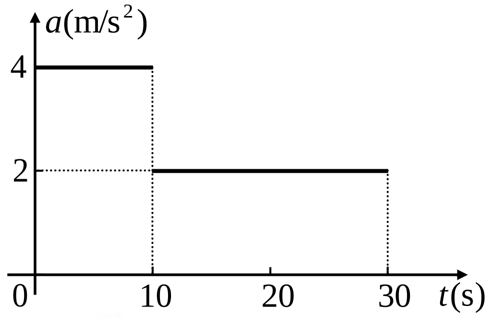
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$\Delta K = W_{ολικο}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4 14693

Ένα σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι $x_0 = +10\ \mathrm{m}$ και $\upsilon_0 = -40\ \mathrm{m/s}$ αντίστοιχα.



4.1 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 20\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0 s - 30 s.

Μονάδες 6

4.3 Ποια η συνολική μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα 0 s – 30 s και ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το ίδιο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s - 10 s και 10 s - 30 s.

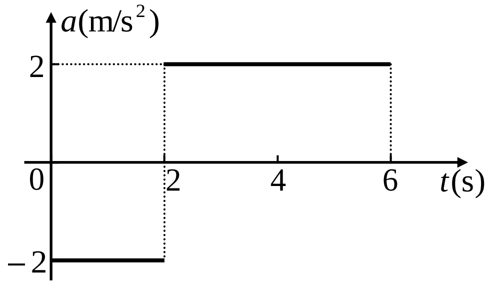
Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

14694

Ένα σώμα μάζας $m = 2$ Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s είναι $x_0 = +10$ m και $\upsilon_0 = +4$ m/s αντίστοιχα.



4.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

"ευθύγραμμη ομαλή", "ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη", "ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη"

Στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 6

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 4

4.3 Να υπολογίσετε:

(α) τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t = 6 s και

(β) τη μέση ταχύτητά του το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Μονάδες 8

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s - 2 s και 2 s - 6 s.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14694-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η μεταβολή της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδό της γραφικής παράστασης μέχρι την χρονική στιγμή 2 s.

$$\Delta\upsilon_1 = \left(-2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot 2\ \mathrm{s} = -4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)

Δεδομένου ότι $\upsilon_o = +4\ \mathrm{m/s}$, έχουμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 2\ \mathrm{s}$ η τελική ταχύτητα του σώματος είναι:

$$\upsilon_{t=2} = \upsilon_o + \Delta\upsilon_1 = 0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ \ (1)$$

Επομένως στο χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μειώνεται άρα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

(Μονάδες 1)

Με την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε

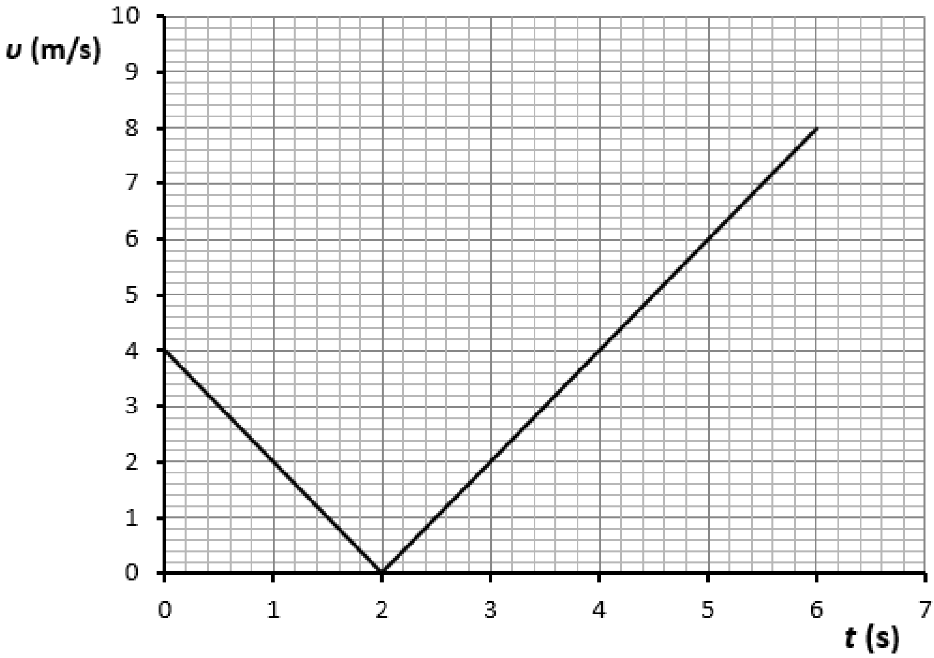
$$\upsilon_{t=6} = \upsilon_{t=2} + \Delta\upsilon_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} \upsilon_{t=6} = +8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 2)

Επομένως στο χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s το μέτρο της ταχύτητας του σώματος αυξάνεται άρα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 1)

4.2 Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 4)

4.3 (α) Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

14694-Λύση

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$\Delta x_1 = \frac{\left(+4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cdot 2\ \mathrm{s}}{2} = +4\ \mathrm{m}$$

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$\Delta x_2 = \frac{(+8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})\cdot 4\ \mathrm{s}}{2} = +16\ \mathrm{m}$$

και η συνολική μετατόπιση είναι

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \text{ ή } \Delta x = +20\ \mathrm{m}$$

Αλλά $\Delta x = x - x_0$ και τελικά

$$x = +30\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 5)

(β) Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 20\ \mathrm{m}$$

Η μέση ταχύτητά του είναι

$$\upsilon = \frac{S}{t_{o\lambda\iota\kappa o}} \text{ ή } \upsilon = \frac{20\ \mathrm{m}}{6\ \mathrm{s}}$$

και τελικά

$$\upsilon \cong 3{,}3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 3)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot \alpha_1 \cdot \Delta x_1 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(-2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+4\ \mathrm{m}) = -16\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(+2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+16\ \mathrm{m}) = +64\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{o\lambda\iota\kappa o} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \text{ ή } W_{o\lambda\iota\kappa o} = +48\ \mathrm{J}\ (2)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\upsilon_{t=6}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = +48\ \mathrm{J}\ (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε

$$\Delta K = W_{o\lambda\iota\kappa o}$$

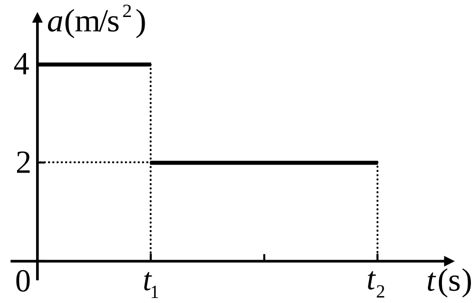
(Μονάδες 3)

14694-Λύση

ΘΕΜΑ 4

14695

Ένα σώμα μάζας $m = 0{,}5\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s – t_2 φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι $\upsilon_0 = 0\ \mathrm{m/s}$.



4.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

"ευθύγραμμη ομαλή", "ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη", "ευθύγραμμη επιταχυνόμενη"

Στο χρονικό διάστημα από 0 s – t_1 η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από $t_1 - t_2$ η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 4

4.2 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αν γνωρίζετε ότι η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $\upsilon_1 = +40\ \mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2 = +80\ \mathrm{m/s}$ αντίστοιχα.

Μονάδες 7

4.3 Ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0 s – t_2.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s – t_1 και $t_1 - t_2$.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14695-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1 Εφόσον το σώμα δεν έχει αρχική ταχύτητα και στο χρονικό διάστημα από 0 s – t_1 κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1 = 4\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$, η κίνηση είναι αναγκαστικά ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα t_1 – t_2 η κίνηση είναι επίσης ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, καθώς, σύμφωνα με το διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου, το σώμα κινείται στο παραπάνω χρονικό διάστημα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = 2\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$, ομόρροπη της επιτάχυνσης που είχε κατά το χρονικό διάστημα 0 s – t_1.

(Μονάδες 2)

4.2 Η εξίσωση της ταχύτητας είναι

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\Delta t \;\text{ ή }\; \Delta t = \frac{\upsilon-\upsilon_0}{\alpha} \;(1)$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από 0 s – t_1 από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\Delta t_1 = \frac{(+40)-0}{4}\,\mathrm{s} \Rightarrow \Delta t_1 = 10\,\mathrm{s} \Rightarrow t_1 - t_0 = 10\,\mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_1 = 10\,\mathrm{s}$$

(Μονάδες 3)

Για το χρονικό διάστημα από t_1 – t_2 από τη σχέση (1) έχουμε:

$$\Delta t_2 = \frac{(+80)-(+40)}{2}\,\mathrm{s} \Rightarrow \Delta t_2 = 20\,\mathrm{s} \Rightarrow t_2 - t_1 = 20\,\mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_2 = 30\,\mathrm{s}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Η εξίσωση θέσης του σώματος είναι

$$x = x_0 + \upsilon_0\Delta t + \tfrac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \;\text{ ή }\; \Delta x = \upsilon_0\Delta t + \tfrac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \;(2)$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από 0 s – 10 s από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\Delta x_1 = \left[0 + \tfrac{1}{2}(+4)\cdot 10^2\right]\,\mathrm{m} \Rightarrow \Delta x_1 = +200\,\mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα από 10 s – 30 s από τη σχέση (2), και δεδομένου ότι η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\,\mathrm{s}$ είναι $\upsilon_0 = +40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, έχουμε:

$$\Delta x_2 = \left[(+40)\cdot 20 + \tfrac{1}{2}(+2)\cdot 20^2\right]\mathrm{m} \Rightarrow \Delta x_2 = +1200\,\mathrm{m}$$

14695-Λύση

(Μονάδες 3)

Και το διάστημα είναι

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \text{ ή } S = 1400\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 1)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot \alpha_1 \cdot \Delta x_1 = 0{,}5\ \mathrm{Kg} \cdot \left(+4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (+200\ \mathrm{m}) = +400\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 0{,}5\ \mathrm{Kg} \cdot \left(+2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (+1200\ \mathrm{m}) = +1200\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W_{\text{ολικο}} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \text{ ή } W_{\text{ολικο}} = +1600\ \mathrm{J}\ \ (3)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} m \upsilon_2^2 - 0 = +1600\ \mathrm{J}\ \ (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε

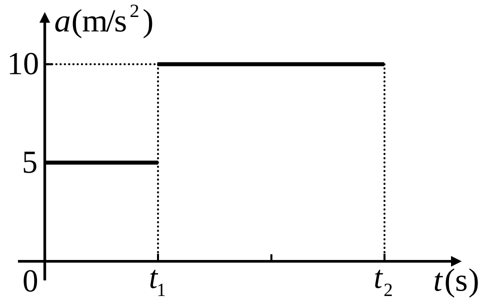
$$\Delta K = W_{\text{ολικο}}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14696

Ένα σώμα μάζας $m = 4$ Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s – t_2 φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s είναι $\upsilon_0 = 0$ m/s.



4.1 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, αν γνωρίζετε ότι οι ταχύτητες του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $\upsilon_1 = +10$ m/s και $\upsilon_2 = +50$ m/s αντίστοιχα.

Μονάδες 7

4.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0 s – t_2.

Μονάδες 5

4.3 Ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0 s – t_2.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s – t_1 και t_1 – t_2.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14696-Λύση

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

4.1 Η εξίσωση της ταχύτητας είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \Delta t$ (1)

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από 0 s – t_1 από τη σχέση (1) έχουμε:

$$+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(+5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta t_1 = 2\ \mathrm{s} \Rightarrow t_1 - t_0 = 2\ \mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_1 = 2\ \mathrm{s} \quad (2)$$

(Μονάδες 3)

Για το χρονικό διάστημα από $t_1 - t_2$ από τη σχέση (1) έχουμε:

$$+50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \Delta t_2 \Rightarrow$$

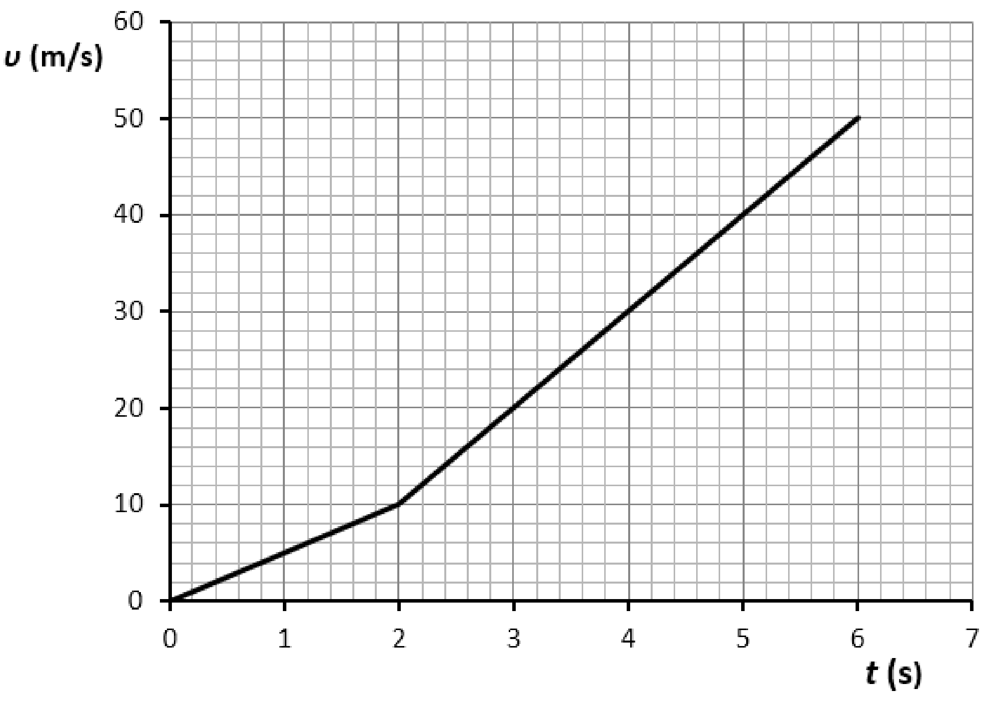
$$\Delta t_2 = 4\ \mathrm{s} \Rightarrow t_2 - t_1 = 4\ \mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_2 = 6\ \mathrm{s} \quad (3)$$

(Μονάδες 3)

4.2 Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 5)

14696-Λύση

4.3 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$\Delta x_1 = \frac{\left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot 2\ \mathrm{s}}{2} = +10\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$\Delta x_2 = \frac{\left\{\left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(+50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\right\} \cdot 4\ \mathrm{s}}{2} = +120\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 130\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m \cdot \alpha_1 \cdot \Delta x_1 = 4\ \mathrm{Kg} \cdot \left(+5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (+10\ \mathrm{m}) = +200\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m \cdot \alpha_2 \cdot \Delta x_2 = 4\ \mathrm{Kg} \cdot \left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (+120\ \mathrm{m}) = +4.800\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 6 s είναι:

$$W_{ολικο} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2}\ \ ή\ \ W_{ολικο} = +5.000\ \mathrm{J}\ (1)$$

Αλλά:

$$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \frac{1}{2} m υ_2^2 - 0 = +5.000\ \mathrm{J}\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

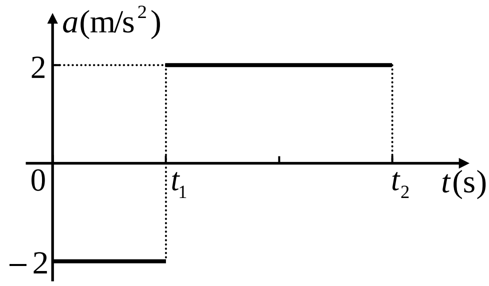
$$\Delta K = W_{ολικο}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4

14697

Ένα σώμα μάζας $m = 2\ \mathrm{Kg}$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s $-$ t_2 φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ είναι $\upsilon_0 = +10\ \mathrm{m/s}$.



4.1 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αν γνωρίζετε ότι οι ταχύτητες του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $\upsilon_1 = +6\ \mathrm{m/s}$ και $\upsilon_2 = +14\ \mathrm{m/s}$ αντίστοιχα.

Μονάδες 5

4.2 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1, αν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή $t_\mathrm{A} = 1\ \mathrm{s}$ το σώμα περνά από τη θέση Α με $x_\mathrm{A} = +29\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3 Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0 s $-t_2$.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0 s $-t_1$ και t_1-t_2.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Μονάδες 7

14697-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Η εξίσωση της ταχύτητας είναι: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha\Delta t$ (1)

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από 0 s – t_1 από τη σχέση (1) έχουμε:

$$+6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(+10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(-2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot\Delta t_1 \Rightarrow$$

$$\Delta t_1 = 2\ \mathrm{s} \Rightarrow t_1 - t_0 = 2\ \mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_1 = 2\ \mathrm{s}$$

(Μονάδες 2)

Για το χρονικό διάστημα από $t_1 - t_2$ από τη σχέση (1) έχουμε:

$$+14\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(+6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(+2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot\Delta t_2 \Rightarrow$$

$$\Delta t_2 = 4\ \mathrm{s} \Rightarrow t_2 - t_1 = 4\ \mathrm{s}$$

και τελικά

$$t_2 = 6\ \mathrm{s}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η εξίσωση θέσης του σώματος είναι

$$x = x_0 + \upsilon_0\Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 \quad \text{ή} \quad x_{\mathrm{A}} = x_0 + \upsilon_0(t_{\mathrm{A}} - t_0) + \tfrac{1}{2}a(t_{\mathrm{A}} - t_0)^2$$

$$+29\ \mathrm{m} = x_0 + \left[(+10)\cdot 1 + \frac{1}{2}(-2)\cdot 1^2\right]\mathrm{m}$$

και τελικά

$$x_0 = +20\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 3)

Η θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s είναι

$$x_1 = x_0 + \upsilon_0(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}a(t_1 - t_0)^2$$

και τελικά

$$x_1 = +36\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Η εξίσωση θέσης του σώματος είναι

$$x = x_0 + \upsilon_0\Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = \upsilon_0\Delta t + \tfrac{1}{2}a\Delta t^2 \ \ (2)$$

(Μονάδες 1)

Για το χρονικό διάστημα από 0 s – 2 s, η σχέση (2) μας δίνει:

$$\Delta x_1 = \left[(+10)\cdot 2 + \frac{1}{2}(-2)\cdot 2^2\right]\mathrm{m} \Rightarrow \Delta x_1 = +16\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

14697-Λύση

Για το χρονικό διάστημα από 2 s – 6 s από τη σχέση (2), και δεδομένου ότι η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$ είναι $\upsilon_0 = +6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, έχουμε:

$$\Delta x_2 = \left[(+6)\cdot 4 + \frac{1}{2}(+2)\cdot 4^2\right]\mathrm{m} \Rightarrow \Delta x_2 = +40\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

και το διάστημα είναι:

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \text{ ή } S = 56\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 2 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m\cdot\alpha_1\cdot\Delta x_1 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(-2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+16\ \mathrm{m}) = -64\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Χρονικό διάστημα 2 s - 6 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m\cdot\alpha_2\cdot\Delta x_2 = 2\ \mathrm{Kg}\cdot\left(+2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(+40\ \mathrm{m}) = +160\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W_{o\lambda\iota\kappa o} = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \text{ ή } W_{o\lambda\iota\kappa o} = +96\ \mathrm{J} \quad (3)$$

Αλλά

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = +96\ \mathrm{J} \quad (4)$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε

$$\Delta K = W_{o\lambda\iota\kappa o}$$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2 14841

2.1 Δυο μικρές μεταλλικές σφαίρες Α και Β με μάζες $\mathrm{m_A}$ και $\mathrm{m_B}$ αντίστοιχα με $\mathrm{m_A} > \mathrm{m_B}$ βρίσκονται σε ύψος H από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0\mathrm{s}$ οι δυο σφαίρες αφήνονται ελεύθερες. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

2.1A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Τη χρονική στιγμή t οι σφαίρες βρίσκονται σε ύψη $\mathrm{h_A}$ και $\mathrm{h_B}$ αντίστοιχα για τα οποία ισχύει:

(α) $\mathrm{h_A} > \mathrm{h_B}$

(β) $\mathrm{h_A} < \mathrm{h_B}$

(γ) $\mathrm{h_A} = \mathrm{h_B}$

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σφαίρα μάζας m βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους με αρχική ταχύτητα και κινείται μέχρι να φτάσει σε μέγιστο ύψος H. Θεωρούμε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

2.2Α Να σχεδιάσετε σε κοινούς άξονες την κινητική (K) ενέργεια, τη δυναμική ενέργεια (U) και την ολική ενέργεια $(E_{ολ})$ της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους.

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

14841-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1Β

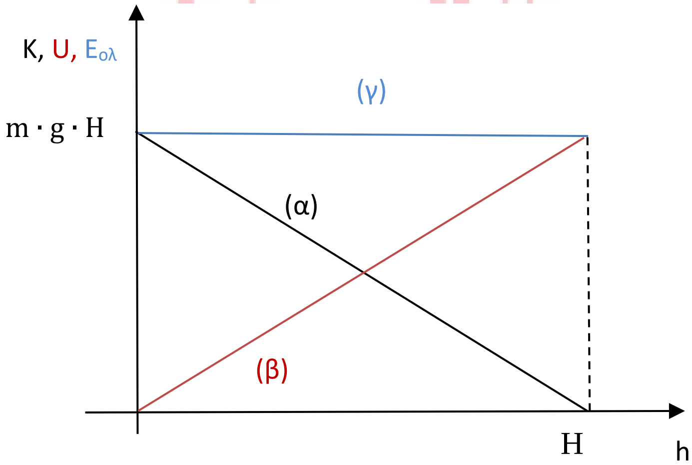
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Οι δυο σφαίρες κινούνται με την ίδια επιτάχυνση ίση με g (εκτελούν ελεύθερη πτώση), συνεπώς το ύψος από το έδαφος δίνεται από τη σχέση: $\mathrm{h} = \mathrm{H} - \Delta \mathrm{x}$ ή $\mathrm{h} = \mathrm{H} - \frac{1}{2}\mathrm{g} \cdot \mathrm{t}^2$, δηλαδή κάθε στιγμή οι δύο σφαίρες βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το έδαφος. Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 8

2.2

2.2Α



Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

<u>Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας (U)</u> από την επιφάνεια του εδάφους δίνεται από τη σχέση:

$\mathrm{U} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{h}$ (1)

δηλαδή η γραφική παράσταση της σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων μέχρι το σημείο $(\mathrm{H}, (\mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{H}))$, γραμμή (β).

<u>Η ολική ενέργεια της σφαίρας</u> διατηρείται (κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους της /συντηρητική δύναμη) συνεπώς για κάθε θέση θα ισχύει: $E_{ολ} = K + U = σταθερό$ (2)

Δηλαδή στο μέγιστο ύψος ($K = 0$) ισχύει: $\mathrm{E}_{ολ} = \mathrm{U}_{\max} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{H}$ (3)

Στην επιφάνεια του εδάφους ($U_0 = 0$) ισχύει: $\mathrm{E}_{ολ} = \mathrm{K}_0 = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{H}$ (4)

Δηλαδή η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το ύψος είναι μια ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα του ύψους, γραμμή (γ)

<u>Η κινητική ενέργεια</u> σε συνάρτηση με το ύψος προκύπτει συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (4):

$$K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot h$$

Δηλαδή η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το ύψος είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από τα σημεία $(0, K_0)$ και $(H, 0)$, γραμμή (α)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

14842

2.1 Σε μια μικρή σφαίρα ασκούνται δυο δυνάμεις με μέτρα 80N και 60N.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων έχει μέτρο $100N$ τότε τα διανύσματα των δυνάμεων σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία

(α) 0^0

(β) 90^0

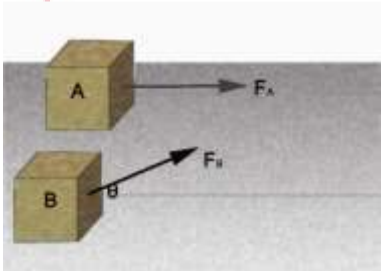
(γ) 180^0

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δυο κιβώτια Α και Β με ίδιες μάζες βρίσκονται δίπλα-δίπλα ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $\text{t} = 0\text{s}$ ασκούνται στα κιβώτια δυο σταθερές δυνάμεις $\vec{\text{F}}_\text{A}$ και $\vec{\text{F}}_\text{B}$ ίσων μέτρων. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων βρίσκονται σε παράλληλα κατακόρυφα επίπεδα, έτσι ώστε η $\vec{\text{F}}_\text{A}$ να έχει οριζόντια διεύθυνση και η $\vec{\text{F}}_\text{B}$ να σχηματίζει γωνία 60° με την οριζόντια, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο επίπεδο. Δίδεται ότι η επίδραση το αέρα είναι αμελητέα.



2.2Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν. μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους. τα κιβώτια έχουν ταχύτητες υ_A και υ_B αντίστοιχα τότε ισχύει:

(α) $\upsilon_\text{A} = \upsilon_\text{B}$

(β) $\upsilon_\text{A} = 2 \cdot \upsilon_\text{B}$

(γ) $\upsilon_\text{A} = \sqrt{2} \cdot \upsilon_\text{B}$

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Δίδονται: $\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{1}{2},\ \eta\mu 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 9

14842-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

(α) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 0° δηλαδή είναι συγγραμικές και ομόρροπες ισχύει: $\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ} = F_1 + F_2$ ή $F_{ολ} = 80N + 60N$ ή $F_{ολ} = 140N$ ή $F_{ολ} \neq 100N$

(β) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 90° δηλαδή είναι κάθετες μεταξύ τους ισχύει:

$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2$ ή $F_{ολ} = \sqrt{(80N)^2 + (60N)^2}$ ή $F_{ολ} = 100N$

(γ) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 180° δηλαδή είναι συγγραμικές και αντίρροπες ισχύει:

$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ} = |F_1 - F_2|$ ή $F_{ολ} = 80N - 60N$ ή $F_{ολ} = 20N$ ή $F_{ολ} \neq 100N$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 8

2.2

2.2Α Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Έστω F το μέτρο των δυνάμεων.

Με εφαρμογή του Θεωρήματος Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας λαμβάνουμε:

Για το Α: $\frac{1}{2}m \cdot υ_A^2 = F_A \cdot Δx$ (1)

Για το Β: $\frac{1}{2}m \cdot υ_B^2 = F_B \cdot Δx \cdot συν60^0 = F_B \cdot Δx \cdot \frac{1}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει: $\frac{υ_A^2}{υ_B^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$ ή $\frac{υ_A}{υ_B} = \sqrt{2}$ (3)

Από τη σχέση (3) λαμβάνουμε: $υ_A = \sqrt{2} \cdot υ_B$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2 14845

2.1 Ένα φορτηγό και ένα επιβατηγό ΙΧ αυτοκίνητο συγκρούονται μετωπικά.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο ΙΧ αυτοκίνητο συγκριτικά με αυτό της δύναμης που ασκείται στο φορτηγό είναι:

(α) ίδιο

(β) μικρότερο

(γ) μεγαλύτερο

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας αλεξιπτωτιστής μάζας m πέφτει κατακόρυφα προς το έδαφος, έχοντας, λόγω της αντίστασης του αέρα, σταθερή ταχύτητα μέτρου υ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή θεωρείται σταθερή και ίση με g.

2.2Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με:

(α) $\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\upsilon$

(β) $\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\upsilon^2$

(γ) $\frac{1}{2}\mathrm{m}\cdot\upsilon^2$

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

14845-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Από τον 3ο νόμο του Νεύτωνα οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 8

2.2

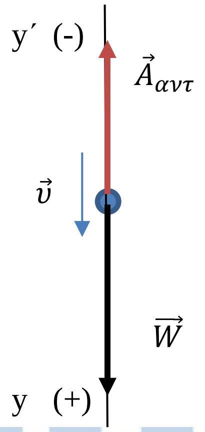
2.2Α Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με τη θερμική ενέργεια που προέρχεται από τον μετασχηματισμό της μηχανικής ενέργειας του αλεξιπτωτιστή (μέσω του έργου της αντίστασης του αέρα) σε κάθε δευτερόλεπτο. Δηλαδή ισούται με την απόλυτη τιμή της ισχύος της αντίστασης του αέρα P_A.



Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται ως ακολούθως:

Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στον αλεξιπτωτιστή στον άξονα της κίνησης (yy'), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1ο νόμο του Νεύτωνα.

Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\Sigma F_y = W - A_{αντ} \quad ή \quad 0 = W - A_{αντ} \quad ή \quad W = A_{αντ}$$

Δηλαδή η αντίσταση του αέρα είναι ίση με το βάρος του αλεξιπτωτιστή επομένως:

$$P_A = W \cdot υ \quad ή \quad P_A = m \cdot g \cdot υ$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 9