11932

ΘΕΜΑ Δ

Το οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο της εικόνας παρουσιάζει την εξής ιδιομορφία: το τμήμα του ΑΒ, μήκους *(ΑΒ)* = 5 m είναι λείο, ενώ το τμήμα του ΒΓ, έχει πολύ μεγάλο μήκος και είναι τραχύ. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 σημειακό αντικείμενο εκτοξεύεται από το σημείο Α προς το σημείο Γ του δαπέδου με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Η μάζα του σημειακού αντικειμένου είναι *m* = 1 kg και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση $\vec{g}$ θεωρείται σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σημειακό αντικείμενο και στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου είναι $\mu_{o\lambda.} = 0{,}5$.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. Τη χρονική διάρκεια (Δt_1) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο λείο τμήμα ΑΒ του δαπέδου.

Μονάδες 4

Δ1.2. Τη χρονική διάρκεια (Δt_2) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου.

Μονάδες 9

Δ.1.3. Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης (Δx) του σημειακού αντικειμένου στη χρονική διάρκεια $\Delta t_1 + \Delta t_2$.

Μονάδες 4

Δ.1.4. Το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης ($W_{\vec{T}_{o\lambda.}}$) που δέχεται το σημειακό αντικείμενο.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

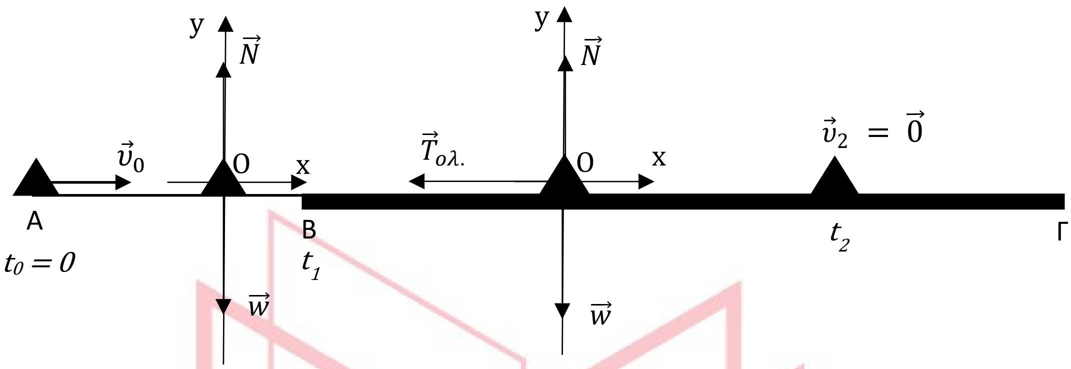
Μονάδες 4

Δ2. Να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\upsilon = f(t)$ [μέτρο ταχύτητας – χρόνου] και $x = g(t)$ [θέσης – χρόνου] για το σύνολο της κίνησης του σημειακού αντικειμένου, θεωρώντας $x_A = 0$.

Μονάδες 4

11932-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του στο λείο τμήμα ΑΒ του οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$ και η κάθετη στο επίπεδο αντίδραση $\vec{N}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα της κίνησης ισχύει: $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, οπότε, σύμφωνα με τον πρώτο (1^{ο}) νόμο του Newton, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Για το μέτρο της μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου ισχύει:

$\Delta x_1 = (AB)$, $\upsilon_0 \cdot t_1 = (AB)$, $t_1 = \frac{(AB)}{\upsilon_0}$, $t_1 = 0{,}5\ s$ (Μονάδες 2).

Έτσι: $\Delta t_1 = t_1 - t_0$, $\Delta t_1 = 0{,}5$ s (Μονάδα 1).

Μονάδες 4

Δ1.2. Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του στο τραχύ τμήμα ΒΓ του οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο επίπεδο αντίδραση $\vec{N}$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Ox είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται οπότε, σύμφωνα με τον πρώτο (1^{ο}) νόμο του Newton ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, \vec{N} = -\vec{w}$ και συνεπώς για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{N}$ και $\vec{w}$ (N και w αντίστοιχα) ισχύει: $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10\ \mathrm{N}$ (Μονάδες 2). Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης ισχύει: $T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N$, $T_{ολ.} = 5\ \mathrm{N}$ (Μονάδες 2). Στον άξονα Ox το σημειακό αντικείμενο επιβραδύνεται αφού η ταχύτητά του

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

και η συνισταμένη δύναμη στον άξονα x έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Έτσι, από το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής στον άξονα της κίνησης, ισχύει:

$\sum \vec{F_x} = m \cdot \vec{a}, \ - T_{ολ} = m \cdot a, \ a = -\frac{T_{ολ.}}{m}, \ a = -5 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ (Μονάδες 2).

Από τον ορισμό της επιτάχυνσης ισχύει: $α = \frac{Δυ}{Δt}, \ α = \frac{υ_2 - υ_1}{t_2 - t_1}, \ t_2 - t_1 = \frac{υ_2 - υ_1}{α}$,

$Δt_2 = \frac{υ_2 - υ_1}{a}, \ Δt_2 = 2 \ \mathrm{s}$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 9

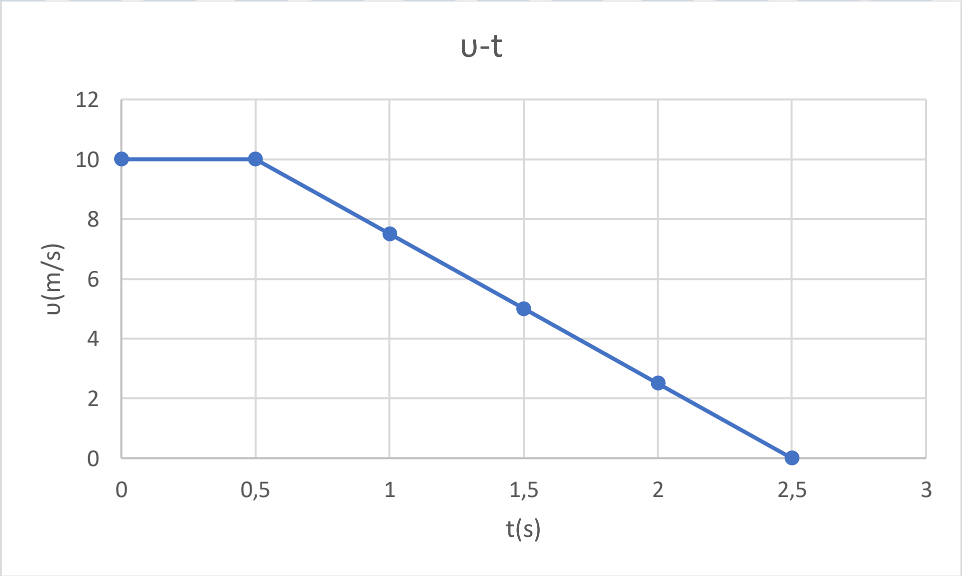
Δ.1.3. Το μέτρο της μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα (ΒΓ) του δαπέδου είναι: $Δx_2 = υ_0 \cdot Δt_2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (Δt_2)^2, \ Δx_2 = 10 \ \mathrm{m}$ (Μονάδες 3). Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του σημειακού αντικειμένου, στη χρονική διάρκεια $Δt_1 + Δt_2$ είναι: $Δx = Δx_1 + Δx_2, \ Δx = 15 \ \mathrm{m}$ (Μονάδα 1).

Μονάδες 4

Δ.1.4. Το σημειακό αντικείμενο δέχεται τριβή ολίσθησης μόνο κατά την κίνησή του στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου. Έτσι: $W_{\vec{T}_{ολ}} = -T_{ολ.} \cdot Δx_2, \ W_{\vec{T}_{ολ}} = -50 \ \mathrm{J}$.

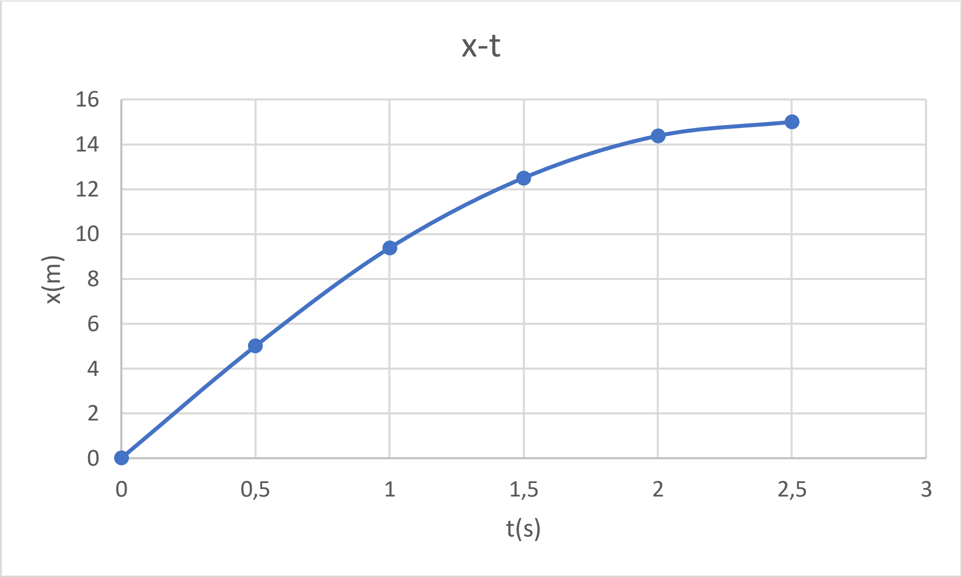
Μονάδες 4

Δ2.



(Μονάδες 2)

11932-Λύση



(Μονάδες 2)

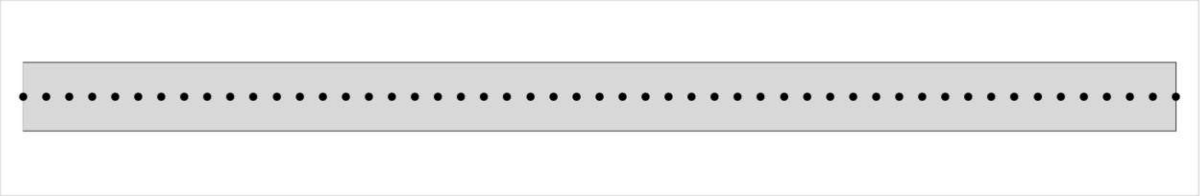
Μονάδες 4

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

11933

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας $m = 1$ kg κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην Εικόνα 1:



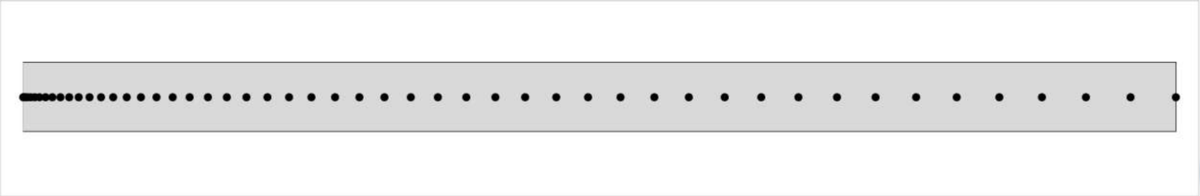
Εικόνα 1: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ1).

Δ.1. Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1 = 5$ N, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ.}$ σώματος - δρόμου.

Μονάδες 5

Το ίδιο σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση $x = 0$ του ίδιου οριζόντιου δρόμου. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_2 οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται.

Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται τώρα στην Εικόνα 2:



Εικόνα 2: Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνηση του σώματος (Δ2).

και η μετατόπισή του, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s έχει μέτρο $\Delta x_1 = 25$ m.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δ2. Να υπολογίσετε:

Δ.2.1. το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Μονάδες 5

Δ.2.2. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

Μονάδες 5

Δ2.3. την μέση ισχύ $\bar{P}$ της δύναμης $\vec{F}_2$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

Μονάδες 5

Δ.2.4. την ισχύ P_1 της δύναμης $\vec{F}_2$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s.

Μονάδες 5

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

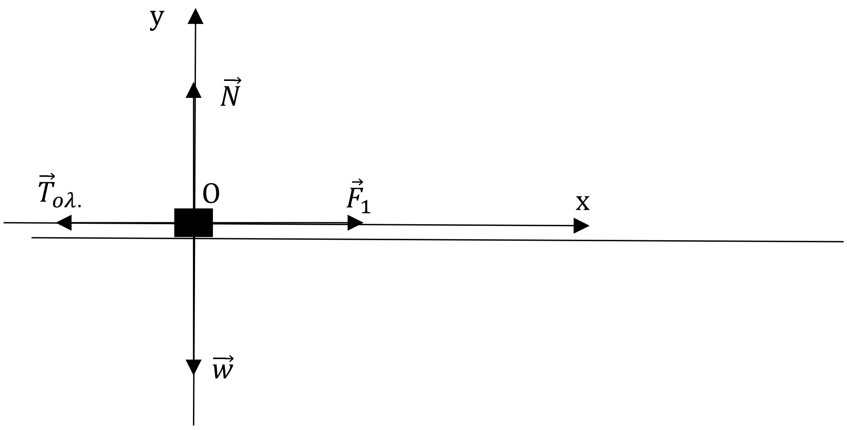
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

11933-Λύση

ΘΕΜΑ Δ

Δ.1.

Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_1$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Οx είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον $1^{ο}$ νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10\ \text{N}$ (Μονάδες 2), όπου *w* και *N* είναι τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{w}$ και $\vec{N}$ αντίστοιχα.



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον $1^{ο}$ νόμο του Newton:

$\sum \vec{F}_x = \vec{0}$, $F_1 = T$, $F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N$, $\mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}$, $\mu_{ολ.} = 0{,}5$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 5

Δ2.

Δ.2.1.

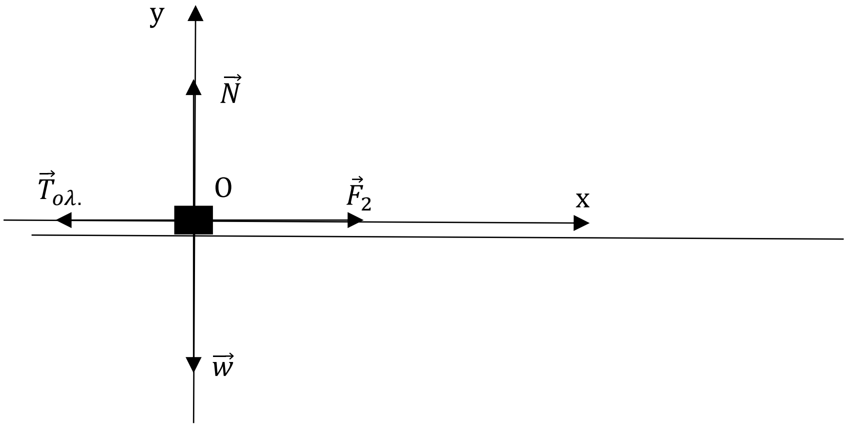
Σχεδιάζουμε το σημειακό αντικείμενο σε μία τυχαία θέση της κίνησής του. Οι δυνάμεις που δέχεται είναι το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η κάθετη στο δρόμο αντίδραση $\vec{N}$, η δύναμη $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_{ολ.}$ (Μονάδα 1). Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, επιλέγουμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy. Άξονας Οx είναι ο άξονας της κίνησης. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον $1^{ο}$ νόμο του Newton:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

11933-Λύση

$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10$ N (Μονάδες 2).

Για το μέτρο της τριβής ολίσθησης, από τον νόμο της τριβής ολίσθησης, ισχύει: $T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N$, $T_{ολ.} = 5$ N (Μονάδες 2).



Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής: $\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}$, $F_2 - T_{ολ.} = m \cdot a$, $F_2 = m \cdot a + T_{ολ.}$ (1) (Μονάδες 2). Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, δίνεται από τη σχέση: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $a = \frac{2 \cdot \Delta x_1}{t_1^2}$, $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{t}^2}$ (Μονάδες 2). Από τη σχέση (1): $F_2 = 7$ N (Μονάδα 1).

Μονάδες 10

Δ.2.2. Για το μέτρο υ_1 της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s ισχύει: $\upsilon_1 = a \cdot t_1$, $\upsilon_1 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 3

Δ2.3. Για τη μέση ισχύ $\bar{P}$ της δύναμης $\vec{F}_2$, στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, ισχύει: $\bar{P} = \frac{W_{\vec{F}_2}}{\Delta t}$, $\bar{P} = \frac{F_2 \cdot \Delta x_1}{\Delta t}$, $\bar{P} = 35$ W.

Μονάδες 3

Δ.2.4. Για τη στιγμιαία ισχύ P_1 της δύναμης $\vec{F}_2$, τη χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s, ισχύει:

$P_1 = F_2 \cdot \upsilon_1$, $P_1 = 70\ W$.

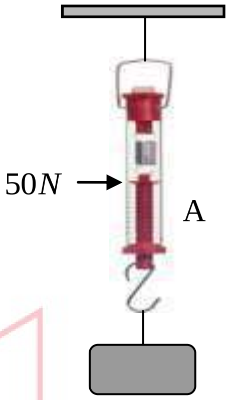
Μονάδες 4

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12004

ΘΕΜΑ Β

Σχήμα 1



Β1. Το βάρος του σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α, βρέθηκε ίσο με 50 Ν (Σχήμα 1).

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το Α και ένα ίδιο δυναμόμετρο Β) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι τιμές των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 Ν, Δυναμόμετρο Β: 100 Ν

(β) Δυναμόμετρο Α: 50 Ν, Δυναμόμετρο Β: 50 Ν

(γ) Δυναμόμετρο Α: 25 Ν, Δυναμόμετρο Β: 25 Ν

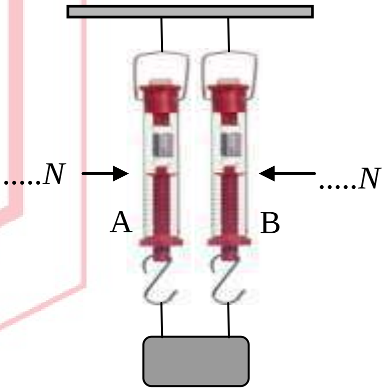
Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα.

Σχήμα 2



αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Β2. Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση *α* και αρχική ταχύτητα υ_0. Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

(α) $s = \frac{3\upsilon_0^2}{4\alpha}$ **(β)** $s = \frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$ **(γ)** $s = \frac{2\upsilon_0^2}{3\alpha}$

.

Μονάδες 4

Β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

12004-Λύση

Β1. Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο Σχήμα 2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και οι δύο τάσεις των νημάτων προς τα πάνω. Οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια. Επομένως:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T - B = 0 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 25 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 25 N.

Β2. Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, επομένως

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \Rightarrow \frac{\upsilon_0}{2} = \upsilon_0 - \alpha t \Rightarrow t = \frac{\upsilon_0}{2\alpha} \quad (1)$$

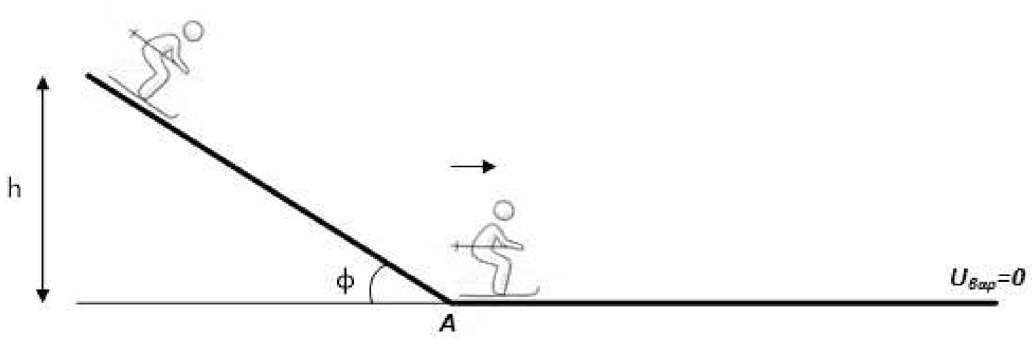
Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = \upsilon_o t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} s = \upsilon_0 \left(\frac{\upsilon_0}{2\alpha}\right) - \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\upsilon_0}{2\alpha}\right)^2 \quad \text{και τελικά } s = \frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12027

ΘΕΜΑ Δ



Νεαρή σκιέρ που, μαζί με τον εξοπλισμό της, έχει μάζα, *m* = 60 kg ξεκινά από την ηρεμία από την κορυφή πλαγιάς γωνίας φ με το οριζόντιο επίπεδο και από ύψος *h* = 120 m από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Φτάνοντας στη βάση της πλαγιάς έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$ και συναντά οριζόντιο έδαφος με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_2 = 0{,}2$.

Δ1) Αν κατά την κάθοδό της στην πλαγιά (από τη στιγμή που ξεκινά έως τη στιγμή που φτάνει στο σημείο Α), έχει χάσει το 1/3 της αρχικής μηχανικής της ενέργειας να αποδείξετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με την κεκλιμένη πλαγιά είναι $\mu_1 = 0{,}25$ και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_A$.

Μονάδες 7

Δ2) Αν θεωρήσουμε ως χρονική στιγμή $t_o = 0$, τη στιγμή που η σκιέρ ξεκινά από την κορυφή της πλαγιάς, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας, $\vec{\upsilon}_A$.

Μονάδες 7

Δ3) Να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης από το σημείο Α, έως ότου η σκιέρ να ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 6

Δ4) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της σκιέρ για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης της.

Μονάδες 5

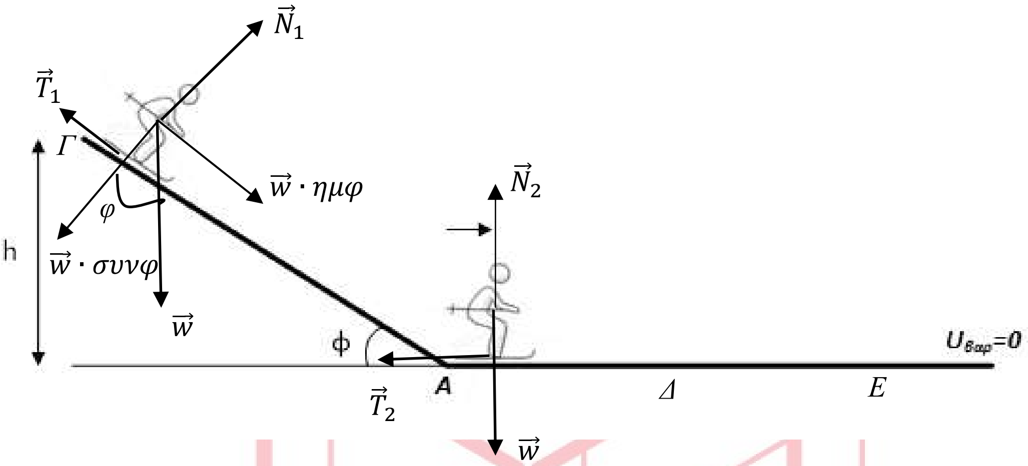
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Α δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Να θεωρήσετε επίσης ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται, $ημφ = 0{,}6$, $συνφ = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, *g* = 10m/sec^2.

12027-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τόσο οι δυνάμεις που ασκούνται στην σκιέρ στην πλαγιά όσο και στο οριζόντιο επίπεδο. Στην πρώτη θέση η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες κατά άξονες παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά. Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

Πλαγιά

$$w = m\cdot g = 600\ N,$$

$$w_x = m\cdot g\cdot ημφ = 360\ N$$

$$w_y = m\cdot g\cdot συνφ = 480\ N$$

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_1 + \vec{w}_y = 0 \Rightarrow N_1 = w_y = 480\ N$$

Οριζόντιο επίπεδο

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \Rightarrow N_2 = w = 600\ N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2\cdot N_2 = 0{,}2\cdot 600N = 120\ N$$

(Σχόλιο: Οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν, ανάλογα με την στρατηγική που θα επιλέξουν, στην παραπάνω ανάλυση σε διάφορα σημεία της λύσης. Για το σωστό σχήμα, την ανάλυση των δυνάμεων και τους σωστούς υπολογισμούς να μοριοδοτηθούν μέχρι και με 5 Μονάδες)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δ1) Υπολογίζουμε τη μηχανική ενέργεια στη θέση εκκίνησης της σκιέρ (σημείο Γ) και στη θέση εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο (σημείο Α):

$$E_Γ = K_Γ + U_Γ = 0 + m\cdot g\cdot h = 72000\ J$$

$$E_A = \frac{2}{3}\cdot E_Γ = 48000\ J$$

12027-Λύση

Η δύναμη της τριβής μέσω του έργου της είναι η αιτία της ελάττωσης της μηχανικής ενέργειας ή οποία μετατρέπεται σε ένα άλλο είδος (θερμική ενέργεια). Συνεπώς ισχύει:

$$W_T = E_A - E_\Gamma \Rightarrow - T_1 \cdot (\Gamma A) = E_A - E_\Gamma \Rightarrow T_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A)} \Rightarrow \mu_1 \cdot N_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_1 = -\frac{E_A - E_\Gamma}{(\Gamma A) \cdot N_1}$$

Το μήκος της πλαγιάς *(ΓΑ)* υπολογίζεται με χρήση του ημιτόνου:

$$\eta\mu\varphi = \frac{h}{(\Gamma A)} \text{ ή } (\Gamma A) = \frac{120m}{0{,}6} = 200\, m$$

Καταλήγουμε λοιπόν:

$$\mu_1 = \frac{24000}{200 \cdot 480} = 0{,}25$$

(Μονάδες 5)

Εφαρμόζοντας τον ορισμό της μηχανικής ενέργειας στο σημείο Α, υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας υ_A:

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_A^2 + 0 \Rightarrow \upsilon_A^2 = \frac{2E_A}{m} \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{\frac{2E_A}{m}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = 40\, m/s$$

(Μονάδες 2)

Δ2) Εφαρμόζοντας τον 2° νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης στην πλαγιά και λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$w_x - T_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow w_x - \mu_1 \cdot N_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{w_x - \mu_1 \cdot N_1}{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{360 - 0{,}25 \cdot 480}{60} m/s^2 \Rightarrow a_1 = 4\, m/s^2$$

(Μονάδες 2)

Η σκιέρ κινούμενη στην πλαγιά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Α:

$$\upsilon_A = \alpha_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_A}{\alpha_1} \Rightarrow t_1 = 10\, s$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στο οριζόντιο επίπεδο, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$T_2 = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = 2\, m/s^2.$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το Α σε ένα σημείο Δ για το οποίο ισχύει $\upsilon_\Delta = \frac{\upsilon_A}{2} = 20 \frac{m}{s}$:

12027-Λύση

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_\Delta = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t \;\Rightarrow 20 = 40 - 2 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10s$$

(Μονάδες 2)

Άρα η χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας, $\vec{\upsilon}_A$ θα είναι η,

$$t_2 = t_1 + \Delta t = (10 + 10)s = 20\ s$$

(Μονάδα 1)

Δ3) Έστω ότι η σκιέρ ακινητοποιείται σε σημείο Ε του οριζοντίου επιπέδου. Από τον ορισμό του έργου δύναμης για την περίπτωση της τριβής θα έχουμε:

$$W_{T_2} = T_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το Α στο σημείο Ε και στη συνέχεια από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το *(ΑΕ)*:

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon_E = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t' \;\Rightarrow \Delta t' = \frac{\upsilon_A - \upsilon_E}{a_2} \Rightarrow \Delta t' = 20s$$

$$\Delta x \;= \upsilon_o \cdot \Delta t' - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t'^2 \Rightarrow (AE) = \left(40 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2\right) m = 400\ m$$

(Μονάδες 3)

Άρα από την σχέση (1) υπολογίζουμε το έργο της τριβής:

$$W_{T_2} = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) = (-0{,}2 \cdot 600 \cdot 400)\ J = -48000\ J$$

(Μονάδα 1)

Δ4) Για τη μέση ταχύτητα της σκιέρ ισχύει:

$$\upsilon_\mu = \frac{S_{o\lambda}}{\Delta t_{o\lambda}} = \frac{(\Gamma A) + (AE)}{t_1 + \Delta t'} = \frac{200 + 400}{10 + 20}\ m/s = 20\ m/s.$$

(Μονάδες 5)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12035

ΘΕΜΑ Β

Β1. Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon_0}$ σε οριζόντιο δάπεδο. Ο οδηγός αντιλαμβανόμενος ένα εμπόδιο φρενάρει απότομα προκαλώντας σταθερή επιβράδυνση στο αυτοκίνητο και τελικά το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_1. Θεωρείστε ότι οι τροχοί του αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος ολισθαίνουν και εμφανίζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης με το δάπεδο μ.

Β1.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν διπλασιάσουμε τον συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών, τότε το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_2. Για την απόσταση $\mathrm{S_1}$και $\mathrm{S_2}$ θα ισχύει:

α) $\mathrm{S_1 = S_2}$, β) $\mathrm{S_1 = 2S_2}$, γ) $\mathrm{S_1 = 4S_2}$

Μονάδες 4

Β1.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Το 1968 ο Τζιμ Χάινς, αμερικανός πρώην αθλητής του στίβου, έγινε ο πρώτος άνθρωπος που «έσπασε» επίσημα το φράγμα των 10 δευτερολέπτων στα 100 μέτρα. Θεωρείστε ότι ο Χάινς, ξεκινώντας από την ηρεμία, αύξανε ομαλά το μέτρο της ταχύτητάς του τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα και στη συνέχεια διατήρησε σταθερό το μέτρο της ταχύτητάς του μέχρι τον τερματισμό.

Β2.1. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν θεωρήσουμε ότι ο χρόνος τερματισμού του Χάινς ήταν ακριβώς ίσος με 10 δευτερόλεπτα, τότε η επιτάχυνσή του κατά τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα του αγώνα ήταν:

α) $\mathrm{\alpha = \frac{10}{8}\frac{m}{s^2}}$, β) $\mathrm{\alpha = 10\frac{m}{s^2}}$, γ) $\alpha = \mathrm{\frac{25}{8}\frac{m}{s^2}}$

Μονάδες 4

Β2.2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

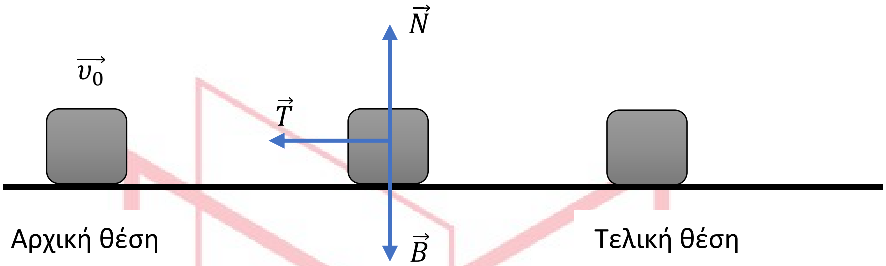
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12035-Λύση

Β1.

Β1.1. Σωστό είναι το **β)**

Β1.2. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Το αυτοκίνητο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης α. Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης του αυτοκινήτου θα έχουμε ότι

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_N + W_T \Rightarrow -K_{\alpha\rho\chi} = -TS\ (1)$$

Το αυτοκίνητο στην αρχική του θέση θα έχει ταχύτητα μέτρου υ_0 , ενώ στην τελική του θέση η ταχύτητά του θα είναι μηδέν. Επίσης, το αυτοκίνητο ισορροπεί στον y'y άξονα, όποτε θα έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w = mg\ (2)$$

Τέλος, για την Τριβή θα έχουμε ότι

$$T = \mu N \overset{(2)}{\Rightarrow} T = \mu mg\ (3)$$

Για τη σχέση (1) θα έχουμε ότι

$$(1) \Rightarrow -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -TS \overset{(3)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \mu mgS \Rightarrow S = \frac{\upsilon_0^2}{2\mu g}\ (4)$$

Από τη σχέση (4) παρατηρούμε ότι η διανυόμενη απόσταση του αυτοκινήτου μέχρι να σταματήσει είναι αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών. Οπότε για διπλάσιο συντελεστή τριβής το αυτοκίνητο θα διανύσει τη μισή απόσταση μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του. Δηλαδή,

$$S_2 = \frac{S_1}{2} \Rightarrow S_1 = 2S_2$$

αλημνίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πρόταση Βαθμολόγησης

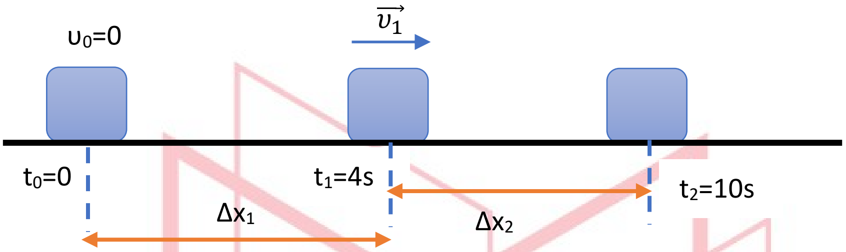
- Για την εφαρμογή του Θεωρήματος Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας: 2 Μονάδες
- Για τη δυναμική μελέτη: 2 Μονάδες
- Για τη σύγκριση των δύο καταστάσεων του προβλήματος με το διαφορετικό συντελεστή τριβής τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών: 4 Μονάδες

12035-Λύση

B2.

B2.1. Σωστό είναι το **γ)**

B2.2. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Η κίνηση του Χάινς αποτελείται από 2 επιμέρους στάδια.

Τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα ο αθλητής εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως, για τη μετατόπισή του θα έχουμε ότι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha\Delta t_1^2 \ (1)$$

,όπου $\Delta t_1 = 4s$

Επίσης, στο τέλος των πρώτων 4 δευτερολέπτων η ταχύτητα του αθλητή δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_1 = \alpha\Delta t_1 \ (2)$$

Τα τελευταία 6 δευτερόλεπτα ο αθλητής εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και για την μετατόπισή του θα ισχύει:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1\Delta t_2 (3)$$

,όπου $\Delta t_2 = 6s$ και υ_1 η ταχύτητα του αθλητή στο τέλος των πρώτων 4 δευτερολέπτων.

Για τις μετατοπίσεις των 2 επιμέρους κινήσεων ισχύει ότι:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = d \ (4) \text{ , με d=100m}$$

Λόγω των σχέσεων (1) και (3), η σχέση (4) τροποποιείται ως εξής:

$$\frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + \upsilon_1\Delta t_2 = d \overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{1}{2}a\Delta t_1^2 + a\Delta t_1\Delta t_2 = d \Rightarrow a(\Delta t_1^2 + 2\Delta t_1\Delta t_2) = 2d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{2d}{\Delta t_1^2 + 2\Delta t_1\Delta t_2} = \frac{100}{32}\frac{m}{s^2} = \frac{25}{8}\frac{m}{s^2}$$

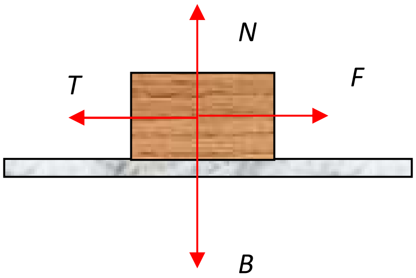
Πρόταση Βαθμολόγησης

- Για τη μελέτη της καθεμιάς από τις δυο κινήσεις: 2 Μονάδες για κάθε κίνηση
- Για τη σύνδεση των επιμέρους μετατοπίσεων με τη συνολική μετατόπιση: 2 Μονάδες
- Για τον συνδυασμό των εξισώσεων που περιγράφουν τις επιμέρους κινήσεις και την τελική εξαγωγή αποτελέσματος: 2 Μονάδες

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12053

ΘΕΜΑ Β



B1. Ένα σώμα βάρους $\vec{B}$ κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, υπό την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν N είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης από το έδαφος και T το μέτρο της δύναμης της τριβής ολίσθησης,

B1.1 Ποια από τις παρακάτω σχέσεις των μέτρων των δυνάμεων περιγράφουν το φαινόμενο;

α. $F > T$ και $N = B$

β. $F = T$ και $N = B$

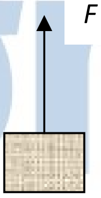
γ. $F > T$ και $N < B$

Μονάδες 4

B.1.2. Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

Μονάδες 8

B2.



B.2.1. Κιβώτιο βάρους $\vec{B}$, το οποίο θεωρούμε ως υλικό σημείο, κρέμεται κατακόρυφα με τη βοήθεια νήματος στο άκρο του όποιου ασκείται δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω. Η σταθερή επιτάχυνση με την οποία το νήμα με το κιβώτιο κινείται προς τα πάνω είναι 0,2 g όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας

Το μέτρο της F σε σχέση με το βάρος B είναι

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

α. Ίσο με το μέτρο του βάρους ($F = B$)

β. τα 1,2 του μέτρου του βάρους ($F = 1{,}2\,B$)

γ. τα 0,2 του μέτρου του βάρους ($F = 0{,}2\,B$)

Μονάδες 4

B.2.2. Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

Μονάδες 9

12053

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12053-Λύση

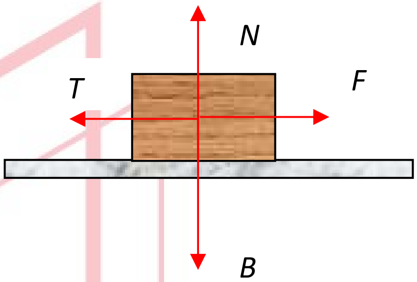
ΘΕΜΑ Β

Ενδεικτικές απαντήσεις

Β1.1 Ορθή απάντηση είναι η β.

Β1.2 Αιτιολόγηση

Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Επομένως σύμφωνα με τον 1^{o} Νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν Επομένως τα μετρά των δυνάμεων είναι $F = T$ και $N = B$.



Εναλλακτικά

ΣF_x =0 ή $F - T$ =0. Άρα για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει $F = T$

ΣF_{ψ} =0 ή $N - B$ =0. Άρα για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει $N = B$

Πρόταση βαθμολόγησης

Επιλογή ορθής απάντησης 4 μονάδες

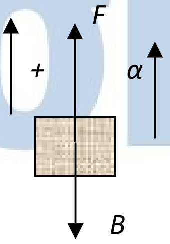
Σύνδεση ευθύγραμμης ομαλής κίνησης με 1^{o} νόμο του Νεύτωνα και συνισταμένη δύναμη 3 μονάδες

Επιλογή της σωστής λύσης σε συνδυασμό με τη σύνδεση των μέτρων των δυνάμεων είτε αναφέροντας απευθείας ότι $F = T$ και $N = B$ είτε επιλέγοντας την εναλλακτική λύση 5 μονάδες

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Β2.1

Ορθή απάντηση είναι β.



Β2.2

Αιτιολόγηση

Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς τα πάνω. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω. Επομένως σύμφωνα με τον 2^{o} Νόμο του Νεύτωνα

$\Sigma F_{\psi} = ma$ ή F -B= ma ή $F - mg$ =0,2mg ή F =1,2mg = 1,2B

Πρόταση βαθμολόγησης Β2

Επιλογή ορθής απάντησης 4 μονάδες

Σύνδεση της κίνησης με 2^{o} νόμο του Νεύτωνα και συνισταμένη δύναμη 2 μονάδες

Ορθή εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα 5 μονάδες.

Σωστός υπολογισμός 2 μονάδες

12053-Λύση

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2ο

12353

2.1 Ένας ανελκυστήρας μάζας Μ μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας m. Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε την τάση του (αβαρούς) συρματόσχοινου το οποίο προσδένεται στον ανελκυστήρα. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσκοινο.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η τάση του συρματόσχοινου έχει μέτρο που ισούται με:

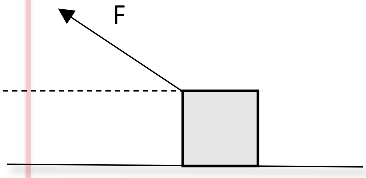
α) $M\cdot\ g$, β) $(M-m)\cdot\ g$, γ) $(M+m)\cdot\ g$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται επιταχυνόμενο πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, μέσω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η κίνηση γίνεται με τόσο μικρή ταχύτητα, ώστε η αντίσταση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Η τριβή ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα:

α) έχει μέτρο $F\cdot$ συνφ $-\ \mathrm{m}\cdot\alpha$ και φορά προς τα δεξιά,

β) έχει μέτρο $F\cdot$ συνφ $-\ \mathrm{m}\cdot\alpha$ και φορά προς τα αριστερά,

γ) έχει μέτρο $F\cdot$ ημφ $-\ \mathrm{m}\cdot\alpha$ και φορά προς τα αριστερά

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλφαννίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

12353-Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (γ)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton- σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται στον ανελκυστήρα είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

Συνολική μάζα = $M + m$

Άρα $T = (M + m) \cdot g$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \text{ (1)}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολ\,x} = F_x - T \text{ (2)}$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F την υπολογίζουμε με ανάλυση της ως:

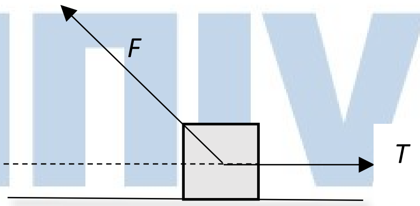
$$F_x = F \cdot συνφ \text{ (3)}$$

Άρα αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot συνφ - T$$

$$T = F \cdot συνφ - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12989

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{o\rho} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = 10\ \mathrm{N}$.

Δ1. Να εξετάσετε αν το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 5

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\ \mathrm{s}$ και στη συνέχεια καταργείται.

Δ2. Να υπολογίσετε:

Δ.2.1. τη συνολική μετατόπιση του σώματος.

Μονάδες 15

Δ.2.2. τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.

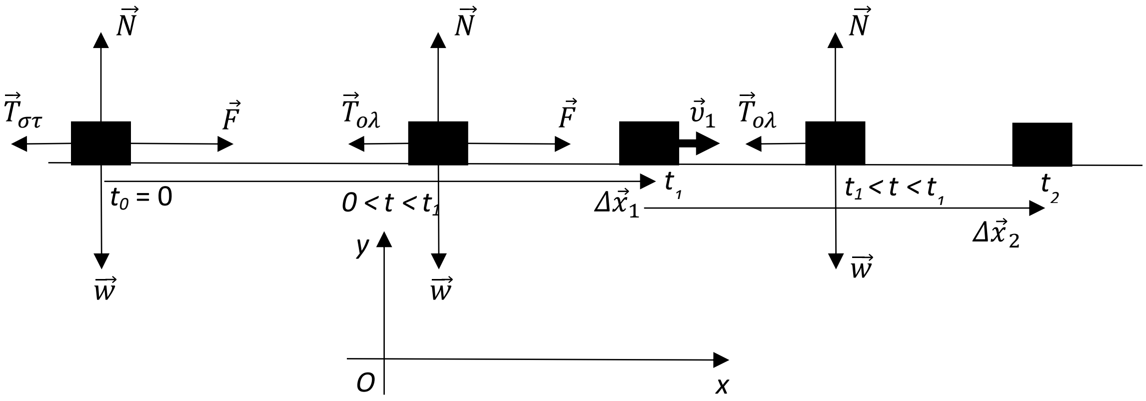
Μονάδες 5

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12989-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ στο σώμα ασκείται το γήινο βάρος του $\vec{w}$, η δύναμη $\vec{F}$ και η δύναμη από το δάπεδο, η οποία αναλύεται στην $\vec{N}$ και στην στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma\tau}$. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αν $F > T_{op}$, όπου F το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ και T_{op} το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο, οπότε σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}\,,\ N = w\,,\ N = m \cdot g\,,\ N = 10\,\mathrm{N}$$

. Από τον νόμο της οριακής τριβής: $T_{op} = \mu_{op} \cdot N\,,\ T_{op} = 5\,\mathrm{N}$. Επειδή: $F = 10$ N > 5 N = T_{op}, το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 5

Δ2.

Δ.2.1. Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N\,,\ T_{o\lambda} = 4\,\mathrm{N}$ (Μονάδες 2) καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης. Στο χρονικό διάστημα (0, t_1 = 10 s), από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύει: $\sum \vec{F}_{x,1} = m \cdot \vec{a}_1\,,\ F - T_{o\lambda} = m \cdot a_1\,,\ a_1 = \frac{F - T_{o\lambda}}{m}\,,\ a_1 = 6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 4) Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s ισχύουν:

$$\left\{\begin{matrix} \upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha_1 \cdot t_1\,,\ \upsilon_1 = 60\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ (\text{Μονάδες } 2) \\ \Delta x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot t_1^2 = 300\,\mathrm{m}\ (\text{Μονάδες } 2) \end{matrix}\right\}$$

. Στο χρονικό διάστημα (t_1 = 10 s , t_2), από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, ισχύει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{o\lambda}}\,,\ K_2 - K_1 = -T_{o\lambda} \cdot \Delta x_2\,,\ \Delta x_2 = -\frac{K_2 - K_1}{T_{o\lambda}}\,,\ \Delta x_2 = -\frac{0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2}{T_{o\lambda}}\,,$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$\Delta x_2 \;=\; 450\text{ m}$. (Μονάδες 4)

Τελικά: $\Delta x_{o\lambda} \;=\; \Delta x_1 + \Delta x_2 \;=\; 750\text{ m}$ (Μονάδα 1).

Μονάδες 15

Δ.2.2. Για τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον ισχύει: $Q \;=\; \left|W_{\vec{T}_{o\lambda}}\right| \;=\; T_{o\lambda} \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2)\,,\; Q \;=\; 3000\text{ J}$.

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12990

ΘΕΜΑ Δ

Σώμα μάζας m = 1 kg εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και κινείται κατά μήκος του. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι $\varphi = 30^o$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{o\rho} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Δ1. Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

Μονάδες 6

Δ2. Να αποδείξετε ότι η ακινητοποίηση του σώματος είναι παροδική.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον, λόγω τριβών, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

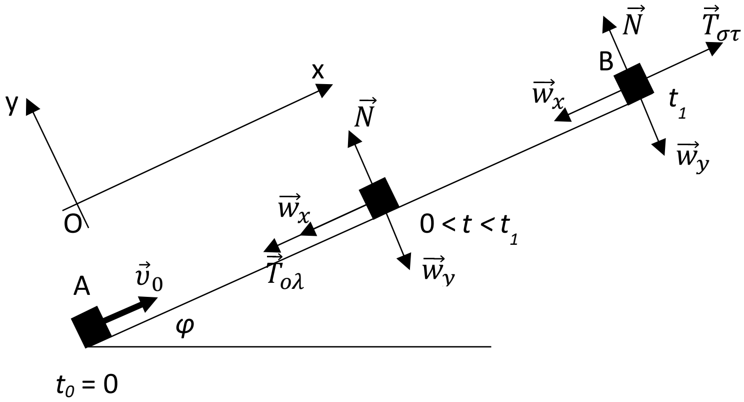
Μονάδες 7

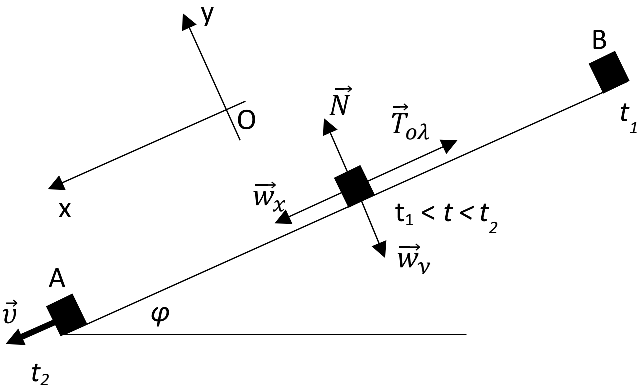
Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Δίνονται: $\eta\mu(30^o) = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu(30^o) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12990-Λύση

ΘΕΜΑ Δ





αληπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δ1. Κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο Α στο σημείο Β, στον άξονα Oy, από τον 1ο νόμο του Newton, ισχύει: $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$, $N = w_y$, $N = m \cdot g \cdot συνφ$, $N = 5\sqrt{3}$ N. (Μονάδα 1). Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = μ_{ολ} \cdot N$, $T_{ολ} = 3$ N. (Μονάδες 1). Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας ισχύει:

$$ΔK_{AB} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ολ}}\,,\ K_B - K_A = -\,w_x \cdot (AB) - T_{ολ} \cdot (AB)\,,$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -(m \cdot g \cdot ημφ + T_{ολ}) \cdot (AB)\,,\ (AB) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2}{m \cdot g \cdot ημφ + T_{ολ}}\,,$$

$(AB) = 6{,}25$ m. (Μονάδες 4)

Μονάδες 6

Δ2. Για το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής, ισχύει: $T_{ορ} = μ_{ορ} \cdot N$, $T_{ορ} = 3{,}75$ N. (Μονάδες 3)

12990-Λύση

Επειδή: $w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 5\,\mathrm{N} > 3{,}75\,\mathrm{N} = T_{o\rho}$, η ακινητοποίηση θα είναι στιγμιαία (Μονάδες 3).

Μονάδες 6

Δ3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση του σώματος από το B στο A ισχύει:

$\Delta K_{BA} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{o\lambda}}$, $K_A - K_B = w_x \cdot (AB) - T_{o\lambda} \cdot (AB)$,

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = (m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_{o\lambda}) \cdot (AB)$ (Μονάδες 4) και

$\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_{o\lambda}) \cdot (AB)}{m}}$, $\upsilon = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

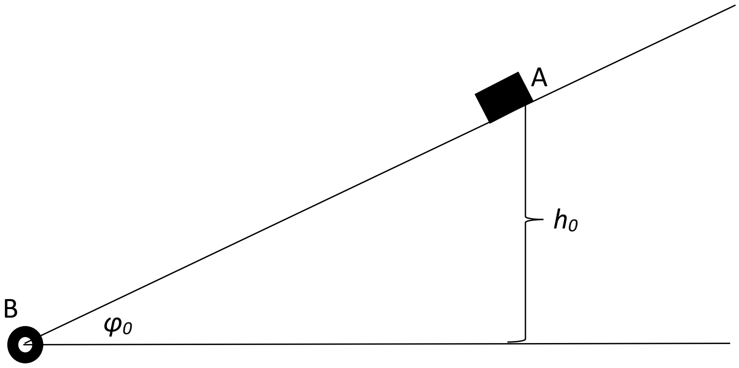
Δ4. Ισχύει: $Q = 2 \cdot \left| W_{\vec{T}_{o\lambda}} \right| = 2 \cdot T_{o\lambda} \cdot (AB) = 37{,}5\,\mathrm{J}$.

Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12991

ΘΕΜΑ 4



Έστω τραχύ, ακλόνητο, πλάγιο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα μπορεί να μεταβάλλεται με ειδικό μηχανισμό, που βρίσκεται στη βάση του Β. Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ αφήνεται ελεύθερο από σημείο Α του πλάγιου δαπέδου. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β είναι $h_0 = 20\ \mathrm{m}$.

4.1. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi_0 = 30^{\circ}$, το σώμα παραμένει ακίνητο σε θέση Α του δαπέδου. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται στο σώμα.

Μονάδες 8

4.2. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45^{\circ}$, το σώμα είναι έτοιμο να ολισθήσει στο πλάγιο δάπεδο. Να υπολογίσετε τον συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής σώματος – δαπέδου.

Μονάδες 8

4.3. Όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45^{\circ}$, το σώμα, μετά από ελάχιστη ώθηση, αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος – δαπέδου είναι $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Β του πλάγιου δαπέδου.

Μονάδες 9

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Να αμεληθούν δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα.

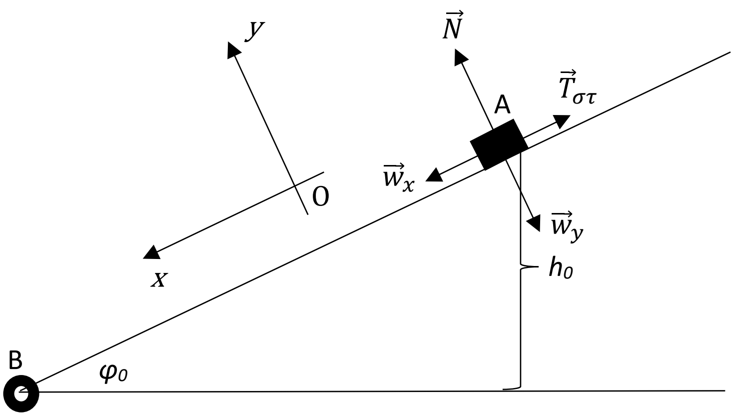
Δίνονται: $\eta\mu(30^o) = \frac{1}{2}$, $\eta\mu(45^o) = \sigma\upsilon\nu(45^o) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

αλιμηνιώσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12991-Λύση

ΘΕΜΑ 4

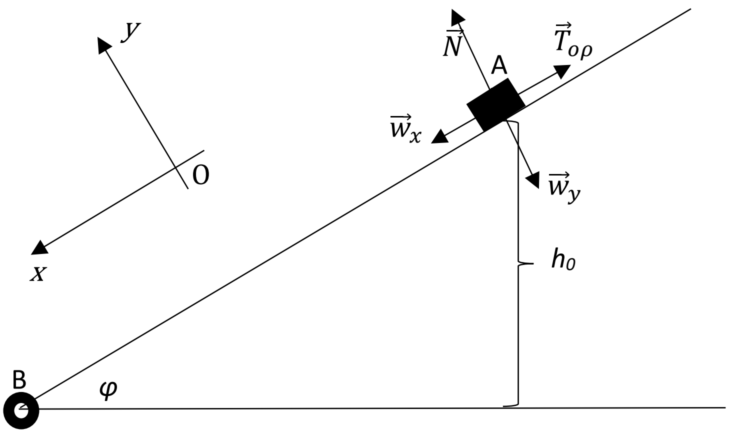
4.1.



Το σώμα είναι ακίνητο. Σύμφωνα με τον 1ο νόμο του Newton: $\sum \vec{F}_x = \vec{0}$ (2 μονάδες) , $T_{\sigma\tau} = w_x$ (2 μονάδες), $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi_0$ (2 μονάδες) $= 5\ \mathrm{N}$ (2 μονάδες).

Μονάδες 8

4.2.



Όταν $\varphi = 45\,°$, η στατική τριβή έχει αποκτήσει την μέγιστη τιμή της (οριακή τριβή). Από τον 1ο νόμο του Newton ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F}_y = 0\,,\ N = w_y\,,\ N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ (Μονάδες 3)} \\ \sum \vec{F}_x = 0\,,\ T_{o\rho} = w_x\,,\ \mu_{o\rho} \cdot N = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \text{ (Μονάδες 3)} \end{array} \right\} ,$$

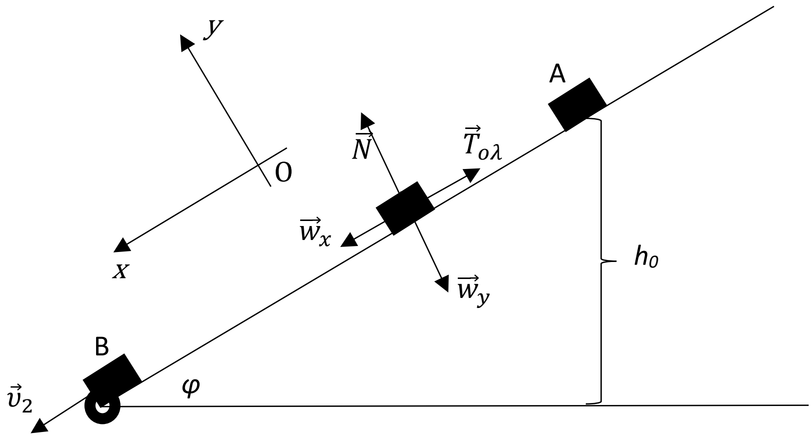
$\mu_{o\rho} = \frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$, $\mu_{o\rho} = \varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\,(45^o\,) = 1$ (Μονάδες 2)

Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12991-Λύση

4.3.



Ισχύει: $\eta\mu\varphi_0 = \frac{h_0}{(AB)}$, $(AB) = \frac{h_0}{\eta\mu\varphi}$, $(AB) = 20 \cdot \sqrt{2}\,\mathrm{m}$. (Μονάδες 2) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = \mu_{o\lambda} \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}\,\mathrm{N}$. (Μονάδες 2)

Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot a$, $w_x - T_{o\lambda} = m \cdot a$, $a = \frac{w_x - T_{o\lambda}}{m}$, $a = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

Ισχύει: $(AB) = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$, $t = \sqrt{\frac{2 \cdot (AB)}{a}}$, $t = 4\,\mathrm{s}$ (Μονάδα 1) και

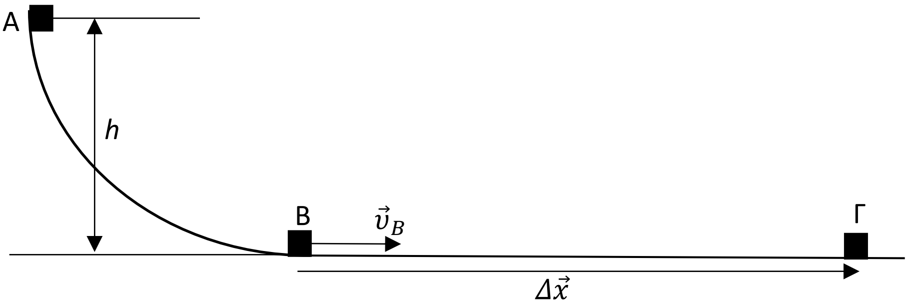
$\upsilon_2 = \alpha \cdot t$, $\upsilon_2 = 10 \cdot \sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδα 1)

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12992

ΘΕΜΑ Δ



Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του ΑΒ είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β είναι $h = 5$ m. Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο Α και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}5$.

Δ1. Να υπολογίσετε:

Δ1.1. το μέτρο της ταχύτητας υ_B του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο Β.

Μονάδες 6

Δ1.2. το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης Δx του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

Δ1.3. το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Μονάδες 6

Δ2. Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

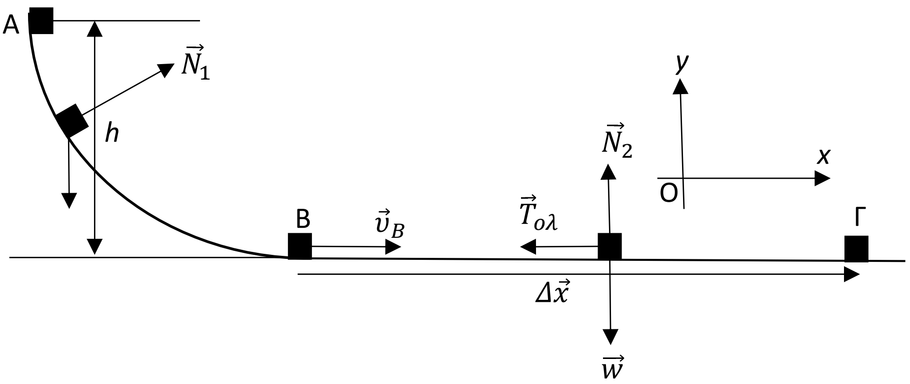
Μονάδες 7

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12992-Λύση

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Δ1.1. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και το έργο της δύναμης $\vec{N}_1$ είναι μηδέν το έργο της δύναμης , επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$E_A = E_B\,,\ K_A + U_A = K_B + U_B\,,\ m \cdot g \cdot h = \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_B^2\,,\ \upsilon_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}\,,$

$\upsilon_B = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$

Μονάδες 6

Δ1.2. Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Oy, από τον 1^{o} νόμο του Newton, ισχύει: $\sum\vec{F}_y = \vec{0}\,,\ N_2 = w\,,\ N_2 = m \cdot g$ [1]. (Μονάδες 1) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N\,,\ T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$ [2]. (Μονάδες 1) Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το σημείο Β έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$\Delta K = W_{\vec{T}_{ολ}}\,,\ K_Γ - K_B = -\,T_{ολ} \cdot \Delta x\,,\ -\dfrac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_B^2 = -\,\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x\,,$

$\Delta x = \frac{\upsilon_B^2}{2 \cdot \mu_{ολ} \cdot g}\,,\ \Delta x = 10\ \mathrm{m}.$ (Μονάδες 4)

Μονάδες 6

Δ1.3. Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου: $\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\,\frac{\mu_{ολ} \cdot m \cdot g}{m} = -\,\mu_{ολ} \cdot g = -\,5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3) Από την εξίσωση της ταχύτητας: $\upsilon_Γ = \upsilon_B + \alpha \cdot \Delta t\,,\ \Delta t = \frac{\upsilon_Γ - \upsilon_B}{\alpha}\,,\ \Delta t = 2\ \mathrm{s}.$ (Μονάδες 3)

αλμυνίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

12992-Λύση

Μονάδες 6

Δ2. Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει: $\Delta\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_B - \vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_B$. (Μονάδες 3) Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει: $\Delta\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_\Gamma - \vec{\upsilon}_B = -\vec{\upsilon}_B$. (Μονάδες 3) Έτσι: $\Delta\vec{\upsilon}_1 = -\Delta\vec{\upsilon}_2$. (Μονάδα 1)

Μονάδες 7

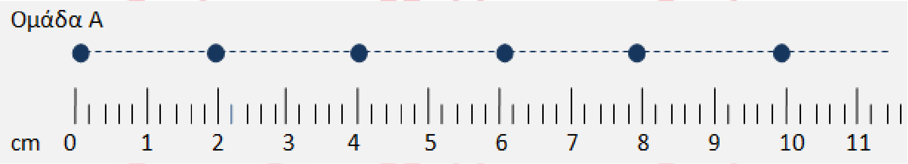
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13098

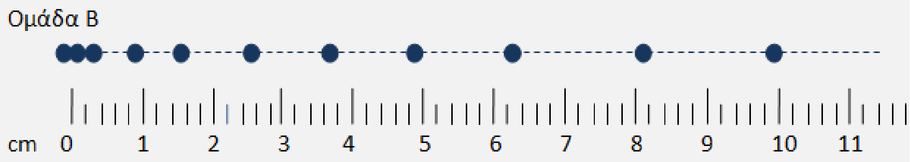
ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων.
Η ομάδα Α χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Η ομάδα Β χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο.
Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.
Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Α πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Β δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων:

Α)Να επιλέξετε τη σχέση που ισχύει για το μέτρο της ταχύτητας του κινητού της ομάδας Α (υ_A) και το μέτρο της μέσης ταχύτητας του κινητού της ομάδας Β ($\bar{\upsilon}_B$), όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή $t_0 = 0$:

i. $\upsilon_A = \bar{\upsilon}_B$ **ii.** $\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$ **iii.** $\bar{\upsilon}_B = 2 \cdot \upsilon_A$

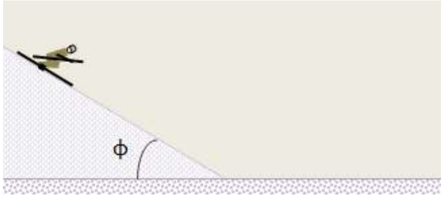
Μονάδες 4

Β)Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Β2. Μια σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, για την οποία δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$. Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1 = 0{,}25$.



Στη βάση της πλαγιάς, η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2.
Αν δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, τότε:

13098

Α)Να επιλέξετε τη σωστή τιμή για το συντελεστή τριβής μ_2 :

i. $\mu_2 = 0{,}25$ ii. $\mu_2 = 0{,}4$

Μονάδες 4

Β)Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13098-Λύση

ΘΕΜΑ Β   Ενδεικτικές απαντήσεις

B1

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

Β) Αιτιολόγηση

Ομάδα Α: Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ίδια σε κάθε 0,2 s.

Η πέμπτη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 5 \cdot 0{,}2\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{s}$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αυτοκινητάκι έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.

Το μέτρο της ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{1\ \mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Ομάδα Β: Η κίνηση του αμαξιδίου είναι επιταχυνόμενη, αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ολοένα και μεγαλύτερη σε κάθε 0,2 s μετά την έναρξη της κίνησης.

Η δέκατη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 10 \cdot 0{,}2\ s = 2\ s$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αμαξίδιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.

Το μέτρο της μέσης ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\bar{\upsilon}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{2\ \mathrm{s}} = 5\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Έτσι η σχέση του μέτρου της ταχύτητας του αυτοκινήτου της ομάδας Α με το μέτρο της μέσης ταχύτητας της ομάδας Β είναι:

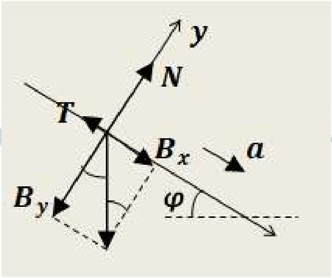
$$\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$$

B2

Α)Σωστή είναι η σχέση ii.

Β) Αιτιολόγηση

Για την κίνηση της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x παράλληλα στο κεκλιμένο της δάπεδο και y΄y κάθετα σε αυτό. Αναλύουμε το βάρος της σε δύο συνιστώσες σε αυτούς τους άξονες, για τις οποίες ισχύει:



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = 0{,}6 \cdot m \cdot g$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0, \text{ ή } \quad N = B_y = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από τη χιονισμένη πλαγιά, ισχύει:

$$T = \mu_1 \cdot N = 0{,}2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a \quad \text{και τελικά} \quad a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{B_{x-T}}{m} = 0{,}4 \cdot g$$

13098-Λύση

Για την κίνηση της σκιέρ στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x οριζόντιο και y΄y κατακόρυφο.

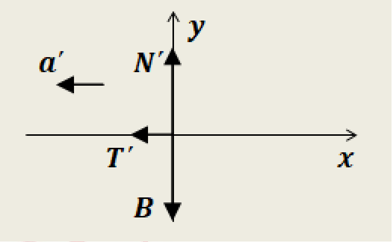
Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0 \quad , \quad \text{ή} \quad N' = B = m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από το χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο, ισχύει:

$$T' = \mu_2 \cdot N' = \mu_2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε



$$\Sigma F_x = m \cdot a'$$

$$a' = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{-T'}{m} = -\mu_2 \cdot g$$

Μας δίνεται όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο.

Άρα ισχύει:

$a = |a'|$ οπότε προκύπτει $0{,}4 \cdot g = \mu_2 \cdot g$

Έτσι τελικά $\mu_2 = 0{,}4$

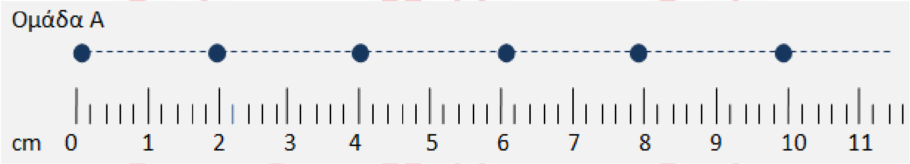
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13099

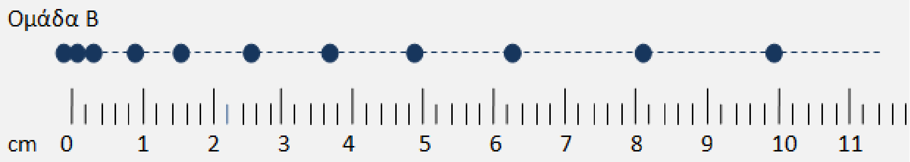
ΘΕΜΑ Β

Β1. Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων.
Η ομάδα Α χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Η ομάδα Β χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο.
Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.
Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Α πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Β δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0 = 0$.



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων:

Α) Να επιλέξετε τη σχέση που ισχύει για το μέτρο της ταχύτητας του κινητού της ομάδας Α (υ_A) και το μέτρο της μέσης ταχύτητας του κινητού της ομάδας Β ($\bar{\upsilon}_B$), όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή $t_0 = 0$:

i. $\upsilon_A = \bar{\upsilon}_B$ **ii.** $\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$ **iii.** $\bar{\upsilon}_B = 2 \cdot \upsilon_A$

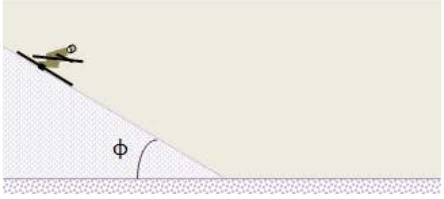
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Β2. Μια σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, για την οποία δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$. Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_1 = 0{,}25$.



Στη βάση της πλαγιάς, η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2.
Αν δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, τότε:

13099

Α)Να επιλέξετε τη σωστή τιμή για το συντελεστή τριβής μ_2 :

i. $\mu_2 = 0,25$ ii. $\mu_2 = 0,4$

Μονάδες 4

Β)Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13099-Λύση

ΘΕΜΑ Β   Ενδεικτικές απαντήσεις

B1

Α) Σωστή απάντηση είναι η **ii.**

Β) Αιτιολόγηση

Ομάδα Α: Η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ομαλή αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ίδια σε κάθε 0,2 s.

Η πέμπτη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 5 \cdot 0{,}2\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{s}$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αυτοκινητάκι έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.

Το μέτρο της ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{1\ \mathrm{s}} = 10\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Ομάδα Β: Η κίνηση του αμαξιδίου είναι επιταχυνόμενη, αφού παρατηρούμε ότι η μετατόπισή του είναι ολοένα και μεγαλύτερη σε κάθε 0,2 s μετά την έναρξη της κίνησης.

Η δέκατη κουκίδα μετά την πρώτη αντιστοιχεί στη στιγμή $t = 10 \cdot 0{,}2\ s = 2\ s$ και τότε βλέπουμε από την χαρτοταινία της ομάδας ότι το αμαξίδιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 10\ cm$.

Το μέτρο της μέσης ταχύτητάς του υπολογίζεται:

$$\bar{\upsilon}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\ \mathrm{cm}}{2\ \mathrm{s}} = 5\ \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$$

Έτσι η σχέση του μέτρου της ταχύτητας του αυτοκινήτου της ομάδας Α με το μέτρο της μέσης ταχύτητας της ομάδας Β είναι:

$$\upsilon_A = 2 \cdot \bar{\upsilon}_B$$

B2

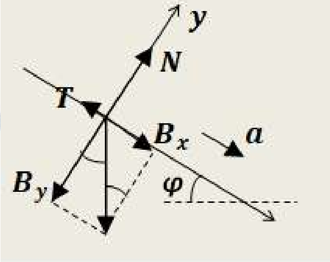
Α)Σωστή είναι η σχέση   ii.

Β) Αιτιολόγηση

Για την κίνηση της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x παράλληλα στο κεκλιμένο της δάπεδο και y΄y κάθετα σε αυτό. Αναλύουμε το βάρος της σε δύο συνιστώσες σε αυτούς τους άξονες, για τις οποίες ισχύει:

$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = 0{,}6 \cdot m \cdot g$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$



Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0, \text{ ή } \quad N = B_y = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από τη χιονισμένη πλαγιά, ισχύει:

$$T = \mu_1 \cdot N = 0{,}2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a \quad \text{και τελικά} \quad a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{B_{x-T}}{m} = 0{,}4 \cdot g$$

13099-Λύση

Για την κίνηση της σκιέρ στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με x΄x οριζόντιο και y΄y κατακόρυφο.

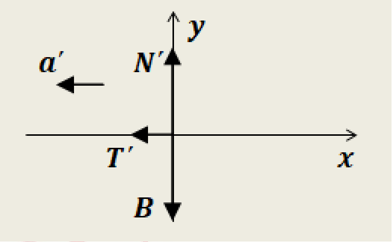
Στον y΄y άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0 \quad , \quad \text{ή} \quad N' = B = m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από το χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο, ισχύει:

$$T' = \mu_2 \cdot N' = \mu_2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα x΄x, έχουμε



$$\Sigma F_x = m \cdot a'$$

$$a' = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{-T'}{m} = -\mu_2 \cdot g$$

Μας δίνεται όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο.

Άρα ισχύει:

$a = |a'|$ οπότε προκύπτει $0{,}4 \cdot g = \mu_2 \cdot g$

Έτσι τελικά $\mu_2 = 0{,}4$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13104

ΘΕΜΑ Β

B1 Αεροπλάνο Boeing-747 ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα $720\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ και ο κινητήριος μηχανισμός του αποδίδει ισχύ $40\ \text{MW}$.

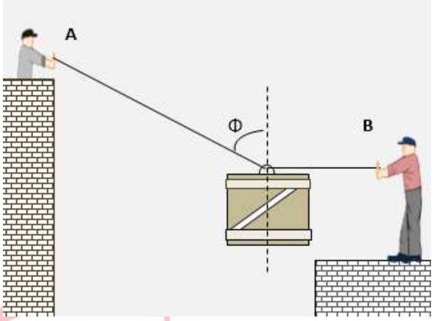
A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Οι αντιστάσεις του αέρα στην κίνηση του αεροπλάνου, δημιουργούν μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την κίνησή του, μέτρου:

i. $F_{αντ.} = 18 \cdot 10^6\ \text{N}$ **ii.** $F_{αντ.} = 2 \cdot 10^5\ \text{N}$ **iii.** $F_{αντ.} = 18\ \text{N}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8



B2. Δύο εργάτες, ο Α και ο Β, προσπαθούν να ισορροπήσουν ένα κιβώτιο βάρους $B = 180\ N$, το οποίο έχουν δέσει με δύο σχοινιά από έναν κρίκο στο μέσον της επάνω επιφάνειάς του. Κάποια στιγμή το κρατούν ακίνητο στον αέρα, σε θέση όπου το σχοινί του Β είναι οριζόντιο, ενώ το σχοινί του Α σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ όπως στο σχήμα. Τα δύο σχοινιά είναι στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.
Εκείνη τη στιγμή ο Α μέσω του σχοινιού ασκεί στο κιβώτιο δύναμη $\vec{F}_A$, ενώ ο Β αντίστοιχα, δύναμη $\vec{F}_B$.

Για την γωνία φ δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί $ημ\varphi = 0{,}8$ και $συν\varphi = 0{,}6$.

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$:

i. $F_A = F_B = 90\ \text{N}$
ii. $F_A = 300\ \text{N}, \quad F_B = 240\ \text{N}$
iii. $F_A = 100\ \text{N}, \quad F_B = 180\ \text{N}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13104-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

B1.

A) Σωστή απάντηση είναι η **ii**

B) Αιτιολόγηση

Πρέπει αρχικά να κάνουμε μετατροπές μονάδων στο S.I

Η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι $\upsilon = 720\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 720 \cdot \frac{1000}{3600}\ \mathrm{s} = 200\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Η ισχύς του κινητήριου-προωθητικού μηχανισμού είναι $P = 40\ \mathrm{MW} = 40 \cdot 10^6\ \mathrm{W}$

Αν $\vec{F}_{\pi\rho.}$ συμβολίσουμε την προωστική δύναμη η οποία ωθεί το αεροπλάνο, για την προωθητική ισχύ του έχουμε:

$P = F_{\pi\rho.} \cdot \upsilon$, από την οποία προκύπτει $F_{\pi\rho.} = \frac{P}{\upsilon} = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

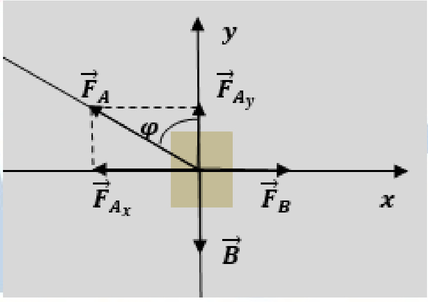
Επειδή το αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα, από τον πρώτο νόμο του Newton, πρέπει να υπάρχει ισορροπία δυνάμεων. Έτσι αν από τον αέρα δέχεται αντίρροπη δύναμη αντίστασης $\vec{F}_{\alpha\varepsilon\rho.}$, ισχύει:

$\Sigma F = F_{\pi\rho.} - F_{\alpha\varepsilon\rho.} = 0$ και τελικά για το μέτρο της δύναμης αντίστασης του αέρα στο αεροπλάνο: $F_{\alpha\varepsilon\rho} = F_{\pi\rho.} = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

B2.

A) Σωστή απάντηση η **ii**

B) Αιτιολόγηση



Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, οριζόντιο x΄x και κατακόρυφο y΄y. Αναλύουμε τη δύναμη $\vec{F}_A$ σε δύο συνιστώσες στους άξονες αυτούς. Αν F_A το μέτρο της δύναμης αυτής, τα μέτρα των δύο συνιστωσών της είναι:

$$F_{A_x} = F_A \cdot \eta\mu\varphi = 0{,}8 \cdot F_A$$

Και $F_{A_y} = F_A \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6 \cdot F_A$

Ισορροπία στον y΄y: $\Sigma F_y = F_{A_y} - B = 0$, οπότε $F_{A_y} = B = 180\ \mathrm{N}$

ή $0{,}6 \cdot F_A = 180\ N$ και τελικά $F_A = \frac{180\ N}{0{,}6} = 300\ \mathrm{N}$

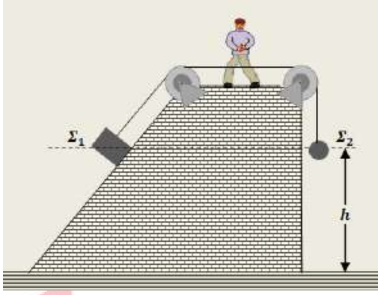
Ισορροπία στον x΄x : $\Sigma F_x = F_B - F_{A_x} = 0$,

Οπότε $F_B = F_{A_x} = 0{,}8 \cdot F_A = 0{,}8 \cdot 300\ N = 240\ \mathrm{N}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13105

ΘΕΜΑ Β



Β1. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 , μικρών σχετικά διαστάσεων, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα, στο ίδιο ύψος από οριζόντιο δάπεδο, με τη διάταξη του σχήματος. Το σώμα Σ_1 στηρίζεται σε κεκλιμένο λείο δάπεδο, ενώ το Σ_2 κρέμεται ελεύθερο στο άκρο του κατακόρυφου νήματος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = 4 \cdot m_2$.

Κάποια στιγμή, κόψαμε το νήμα, οπότε τα δύο σώματα, άρχισαν να κινούνται, εξαιτίας των βαρών τους. Το Σ_1 κινείται πάνω στο λείο κεκλιμένο δάπεδο και το Σ_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση. Οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

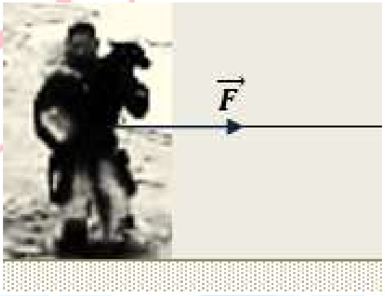
Α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.
Τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2, φτάνουν στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση:

i. $\upsilon_1 = \upsilon_2$ ii. $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$ iii. $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8



Β2. Ένα άτυχο σκυλάκι έπεσε στην παγωμένη λίμνη του Κολοράντο της πόλης Lone Tree των Η.Π.Α. Το άτυχο ζώο έμεινε αρκετές ώρες παγιδευμένο, αλλά κατάφερε να επιβιώσει.
Ένας διασώστης κατάφερε να πλησιάσει το σκυλάκι, το πήρε αγκαλιά και οι συνάδελφοί του άρχισαν να τους τραβούν, με τη βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο στη ζώνη του διασώστη.
Η μάζα του διασώστη είναι επτά φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του σκύλου ($m_\delta = 7 \cdot m_\sigma$).
Το σχοινί είναι συνεχώς τεντωμένο και οριζόντιο και ασκεί σταθερή δύναμη στη ζώνη του διασώστη μέτρου $F = 80$ N. Η τριβή με την επιφάνεια της παγωμένης λίμνης μπορεί να θεωρηθεί μηδέν και οι αντιστάσεις αέρα να αγνοηθούν.
Το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που ασκεί ο διασώστης στο σκύλο, καθώς τον έχει στην αγκαλιά του έχει μέτρο F_σ .

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που δέχεται ο σκύλος από την αγκαλιά του διασώστη:

i. $F_\sigma = 80$ N **ii.** $F_\sigma = 10$ N **iii.** $F_\sigma = 70$ N

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13105-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

B1

Α) Σωστή απάντηση η **i**

Β) Αιτιολόγηση

Μετά το κόψιμο του νήματος, τα δύο σώματα κινούνται και η μόνη δύναμη που παράγει έργο στην κίνηση κάθε σώματος είναι το βάρος του. Γι αυτό ισχύει για κάθε σώμα η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας. Μπορούμε να θεωρήσουμε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια το οριζόντιο δάπεδο στο οποίο θα καταλήξουν τα σώματα.

Έτσι για κάθε σώμα ισχύει:

$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda}$ ή $U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda}$

$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$, τελικά $\upsilon = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$, ανεξάρτητα από τη μάζα του σώματος.

Άρα $\boldsymbol{\upsilon_1 = \upsilon_2}$

B2

Α) Σωστή απάντηση η **ii**

Β) Αιτιολόγηση

Η μόνη οριζόντια δύναμη που κινεί το σύνολο των δύο μαζών, του διασώστη και του σκύλου, είναι εκείνη του σχοινιού που ασκείται στη ζώνη του διασώστη. Για το σύστημα των δύο αυτών σωμάτων ισχύει

$$F = (m_\delta + m_\sigma) \cdot a$$

Άρα $$a = \frac{F}{m_\delta + m_\sigma} = \frac{F}{8 \cdot m_\sigma}$$

Η μόνη οριζόντια δύναμη που δέχεται ο σκύλος είναι από τον διασώστη, η οποία τον αναγκάζει να κινείται με την κοινή τους επιτάχυνση. Άρα ισχύει:

$$F_\sigma = m_\sigma \cdot a = m_\sigma \cdot \frac{F}{8 \cdot m_\sigma} = \frac{F}{8} = \mathbf{10\ N}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13269

ΘΕΜΑ 2

2.1 Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα και σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα Δt διανύει ίσα διαστήματα S.

Α. Το παραπάνω δεδομένο μπορεί να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η κίνηση του σημειακού αντικειμένου είναι ευθύγραμμη ομαλή;

α) ΝΑΙ β) ΟΧΙ

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σημειακό αντικείμενο αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Α. Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σημειακό αντικείμενο δέχεται από τον ατμοσφαιρικό αέρα και αν θεωρήσουμε τη βαρυτική επιτάχυνση $\vec{g}$ σταθερή, τότε, την τυχαία χρονική στιγμή t, η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργεια του κινητού υπολογίζεται από τη σχέση:

α) $U = m \cdot g \cdot h$

β) $U = m \cdot g \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\right)$

γ) $U = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\right)$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13269-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

Α. β)

Μονάδες 4

Β. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σημειακό κινητό σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα Δt μετατοπίζεται εξίσου κατά Δx (η φορά της κίνησης του κινητού δεν μεταβάλλεται). Τα ίσα διαστήματα S μπορούν να διανύονται με αντίθετες φορές κίνησης και σ' αυτήν την περίπτωση η κίνηση ΔΕΝ είναι ευθύγραμμη ομαλή.

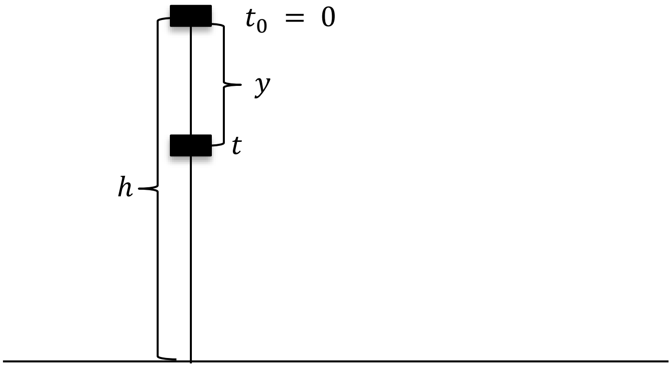
Μονάδες 8

2.2

Α. γ)

Μονάδες 4

Β.



Το σημειακό αντικείμενο εκτελεί ελεύθερη πτώση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι, τη χρονική στιγμή t το σημειακό αντικείμενο έχει μετατοπιστεί κατά $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$, οπότε η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργειά του είναι:

$$U = m \cdot g \cdot (h - y) = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2\right)$$

αλμπιν...σης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 9

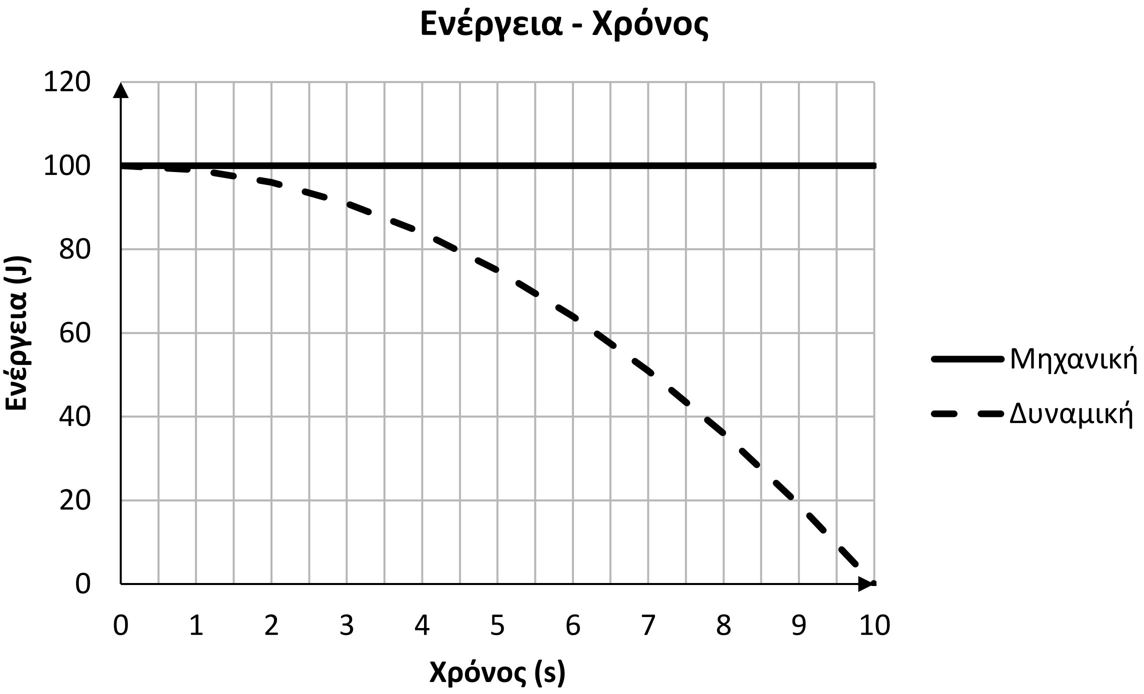
13269-Λύση

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13271

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος *h* πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Α. Η μάζα *m* του σημειακού αντικειμένου είναι:

α) 0,2 Kg , β) 2 Kg , γ) 0,02 Kg

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Β2. Σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων, ίσου μέτρου *F*, οι φορείς των οποίων σχηματίζουν, ανά δύο, γωνία $\varphi = 120\,°$.

Α. Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

α) 0 , β) *F* , γ) *2·F*

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

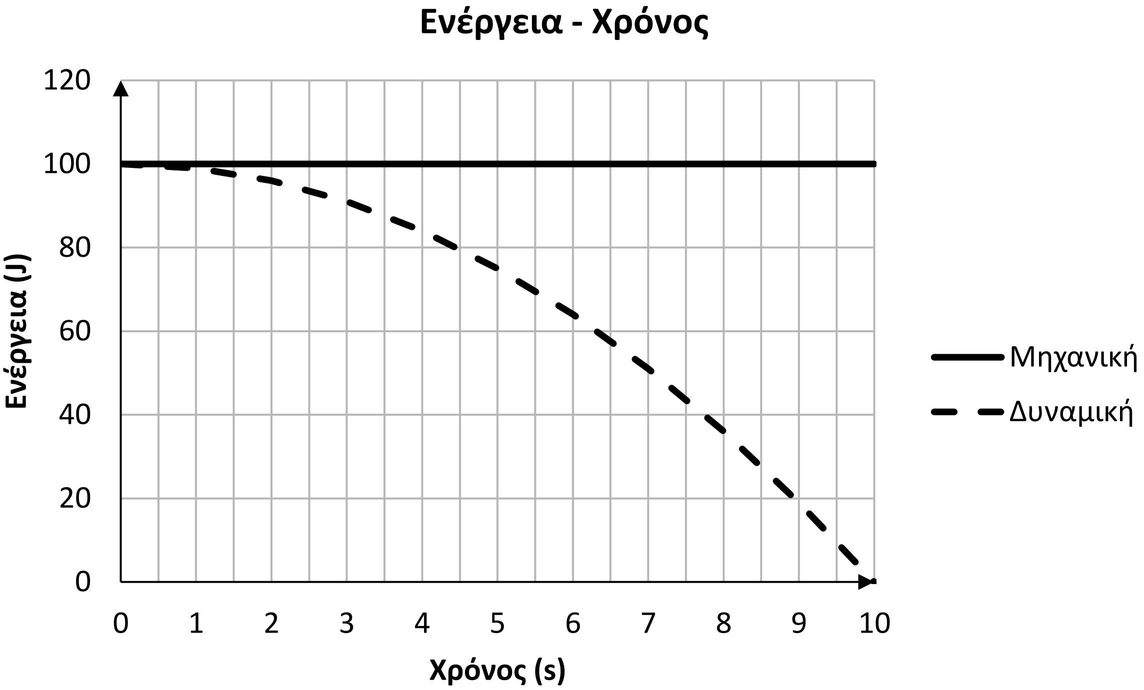
Δίνονται: $\eta\mu 30° = \frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13271-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Β1.



Α. γ)

Μονάδες 4

Β. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημειακό αντικείμενο χρειάζεται χρονικό διάστημα Δt = 10 s για να προσεδαφιστεί. Έτσι, το σημειακό αντικείμενο ελευθερώνεται από ύψος: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 500\,\mathrm{m}$. Η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου, τη χρονική στιγμή που ελευθερώνεται, όπως προκύπτει από το διάγραμμα, είναι: $U_0 = 100\,\mathrm{J}$. Ισχύει: $U_0 = m \cdot g \cdot h$, $m = \frac{U_0}{g \cdot h}$, $m = 0{,}02\,\mathrm{Kg}$.

Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

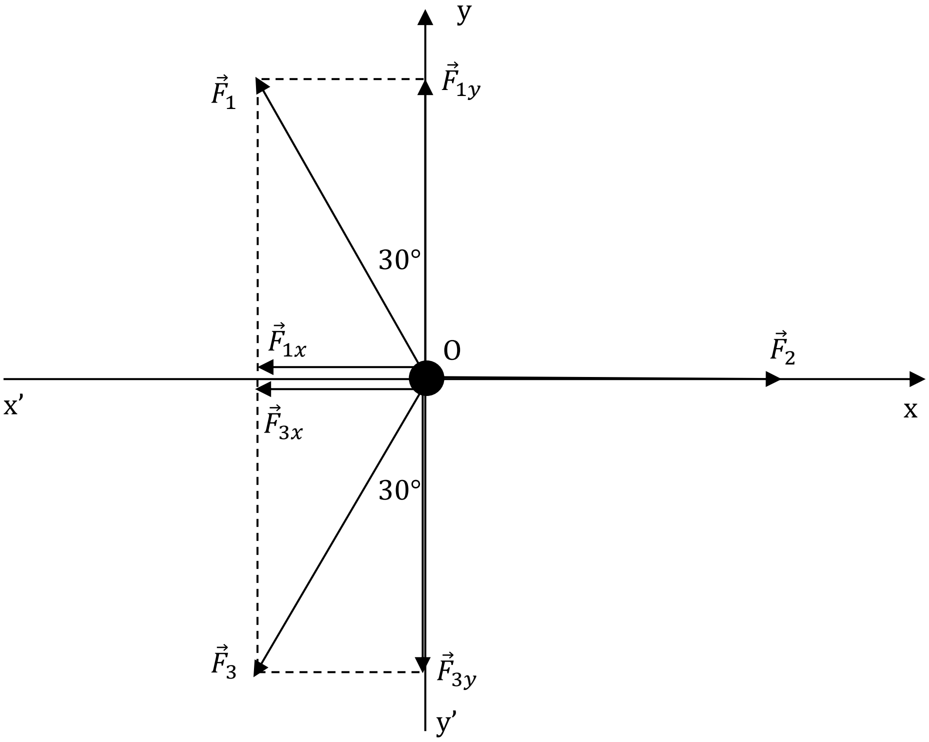
Β2.

Α. α)

Μονάδες 4

13271-Λύση

Β.



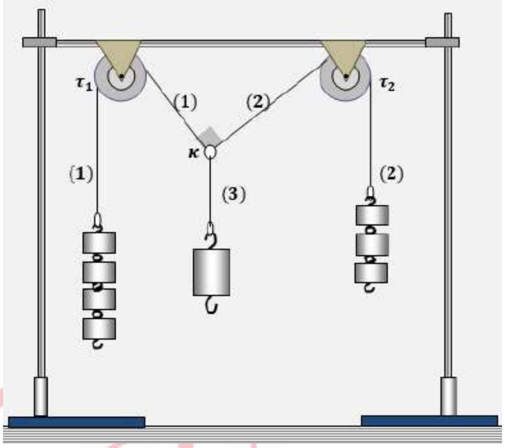
Για τα μέτρα *F₁*, *F₂* και *F₃* των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ αντίστοιχα, ισχύει: $F_1 = F_2 = F_3 = F$. Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy και αναλύουμε τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_3$ σε συνιστώσες. Για τα μέτρα των συνιστωσών ισχύουν: $F_{1x} = F_1 \cdot ημ30° = \frac{F}{2}$, $F_{1y} = F_1 \cdot συν30° = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}$, $F_{3x} = F_3 \cdot ημ30° = \frac{F}{2}$ και $F_{3y} = F_3 \cdot συν30° = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}$. Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα x'Ox ισχύει: $\sum F_x = F_2 - (F_{1x} + F_{3x}) = 0$. Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα y'Oy ισχύει: $\sum F_y = F_{1y} - F_{3y} = 0$. Έτσι, η συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ είναι μηδέν.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 9

13345

ΘΕΜΑ Β



Β1. Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια του καθηγητή τους, δημιούργησαν στο εργαστήριο τη διάταξη του διπλανού σχήματος, για να επιβεβαιώσουν όσα έμαθαν για τη σύνθεση ομοεπίπεδων δυνάμεων.
Σε μια οριζόντια ακλόνητη ράβδο στερέωσαν δύο τροχαλίες.
Ο καθηγητής τους έδωσε επτά όμοια βαρίδια, βάρους $\vec{\beta}$ το καθένα, τα οποία έχουν γάντζους για να συνδέονται μεταξύ τους.
Σε ένα κρίκο (κ) έδεσαν τις άκρες τριών λεπτών νημάτων. Το νήμα (1) το πέρασαν στο αυλάκι της μιας τροχαλίας (τ_1), και στο άλλο του άκρο στερέωσαν τέσσερα από τα βαρίδια αυτά. Το νήμα (2) το πέρασαν στο αυλάκι της δεύτερης τροχαλίας (τ_2) και στο άλλο άκρο του στερέωσαν τα υπόλοιπα τρία βαρίδια.
Ο καθηγητής τους έδωσε ένα άλλο μεγαλύτερο βαρίδι βάρους $\vec{B}$ και με το γάντζο του το κρέμασαν στο ελεύθερο άκρο του νήματος (3).
Παρατήρησαν ότι η διάταξη ισορρόπησε, με τα νήματα (1) και (2) να είναι κάθετα το ένα στο άλλο, όπως στο σχήμα. Τα νήματα και ο κρίκος έχουν ασήμαντες μάζες και τα αυλάκια των δύο τροχαλιών εμφανίζουν αμελητέες δυνάμεις τριβής με τα νήματα.
Στη συνέχεια ζύγισαν ένα από τα επτά όμοια βαρίδια και βρήκαν ότι η μάζα του είναι 100 g. Αν τώρα ζυγίσουν το μεγάλο βαρίδι που κρέμασαν στο νήμα (3), θα διαπιστώσουν ότι η μάζα του είναι:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

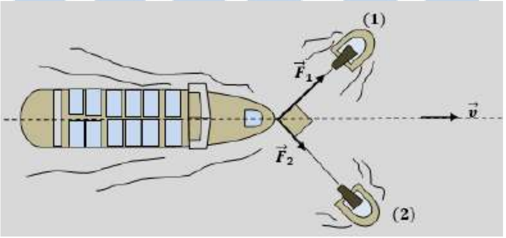
α) 700 g , **β)** 100 g , **γ)** 500 g

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



Β2. Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με την βοήθεια σχοινιών, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.
Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί στο πλοίο δύναμη $\vec{F}_1$, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ και για τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων ισχύει η σχέση $F_1 = 2 \cdot F_2$.
Σε αυτή την χρονική διάρκεια, το πλοίο μετακινήθηκε ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα.
Κατά την διάρκεια αυτής της μετατόπισής του, για τα έργα W_1 και W_2 των δυνάμεων $\vec{F}_1$και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $W_1 = 4 \cdot W_2$, **β)** $W_1 = W_2$, **γ)** $W_1 = 2 \cdot W_2$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

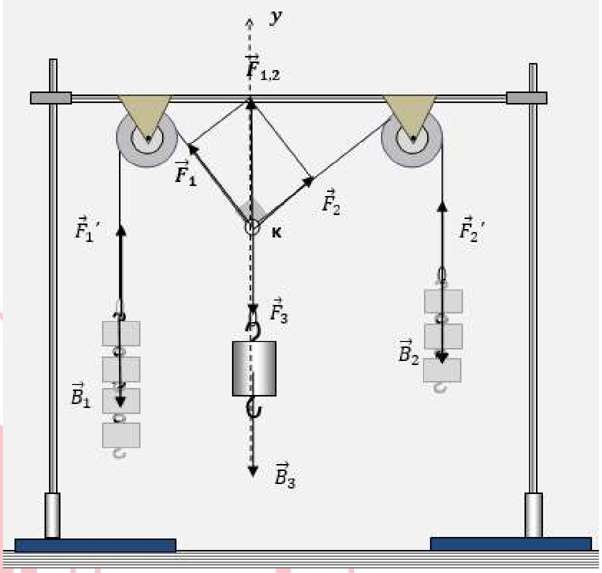
13345-Λύση

ΘΕΜΑ Β **Ενδεικτικές απαντήσεις**

Β1.

Α) Σωστή η απάντηση **γ)**

Β) Αιτιολόγηση



Τα επτά όμοια βαρίδια έχουν ίσες μάζες $m = 100$ g το καθένα και βάρος μέτρου $\beta = m \cdot g$.

Στο νήμα (1) είναι δεμένα τέσσερα από αυτά και έτσι το νήμα (1) μεταφέρει στον κρίκο κ δύναμη $\vec{F}_1$, μέτρου

$$F_1 = B_1 = 4 \cdot \beta = 4 \cdot m \cdot g$$

Στο νήμα (2) είναι δεμένα τρία από αυτά και έτσι το νήμα (2) μεταφέρει στον κρίκο κ δύναμη $\vec{F}_2$, μέτρου

$$F_2 = B_2 = 3 \cdot \beta = 3 \cdot m \cdot g$$

Το νήμα (3) μεταφέρει στον κρίκο κ κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_3$ ίση με το βάρος $\vec{B}_3$ που είναι κρεμασμένο από το νήμα αυτό.

Για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_3$ δηλαδή, ισχύει:

$$F_3 = B_3 = M \cdot g$$

Τα νήματα (1) και (2), είναι μεταξύ τους κάθετα, με αποτέλεσμα οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ασκούνται στον κρίκο κ κάθετα μεταξύ τους, με συνισταμένη $\vec{F}_{1,2}$, μέτρου:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(4 \cdot \beta)^2 + (3 \cdot \beta)^2} = 5 \cdot \beta = 5 \cdot m \cdot g$$

Η δύναμη $\vec{F}_{1,2}$, πρέπει να είναι κατακόρυφη προς τα πάνω και για να ισορροπεί ο κρίκος κ να εξουδετερώνει τη δύναμη $\vec{F}_3$.

Δηλαδή πρέπει $F_{1,2} = F_3 = M \cdot g$

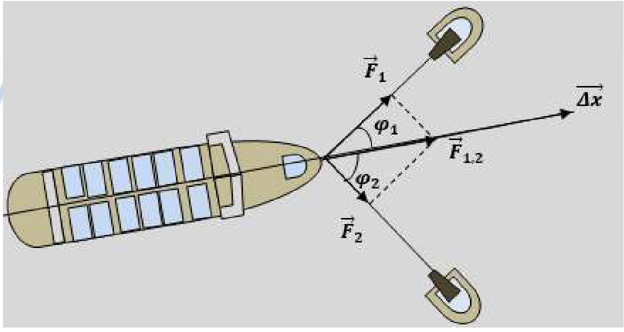
Τελικά $M \cdot g = 5 \cdot m \cdot g$

Οπότε $M = 5 \cdot m = \mathbf{500\ g}$

Β2.

Α) Σωστή η απάντηση **α)**

Β) Αιτιολόγηση



Η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου, είναι αυτή της συνισταμένης των δυνάμεων που του ασκούν τα δύο ρυμουλκά.

Στη χρονική διάρκεια που περιγράφεται από τα δεδομένα, οι δύο αυτές δυνάμεις είναι σταθερές, είναι συνεχώς κάθετη η μια στην άλλη και η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου σταθερή.

Για τα έργα των δύο δυνάμεων, κατά την μετατόπιση του πλοίου σε αυτή τη χρονική διάρκεια ισχύουν:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot συνφ_1$$

13345-Λύση

Από το ορθογώνιο τρίγωνο: $συνφ_1 = \frac{F_1}{F_{1,2}}$

Οπότε $W_{F_1} = F_1 \cdot Δx \cdot \frac{F_1}{F_{1,2}} = \frac{F_1^2 \cdot Δx}{F_{1,2}}$ (1)

Και $W_{F_2} = F_2 \cdot Δx \cdot συνφ_2$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο: $συνφ_2 = \frac{F_2}{F_{1,2}}$

Οπότε $W_{F_2} = F_2 \cdot Δx \cdot \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{F_2^2 \cdot Δx}{F_{1,2}}$ (2)

Διαιρώντας κατά μέλη της εξισώσεις (1) και (2) :

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{\frac{F_1^2}{F_{1,2}} \cdot Δx}{\frac{F_2^2}{F_{1,2}} \cdot Δx} = \left(\frac{F_1}{F_2}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot F_2}{F_2}\right)^2 = 4$$

Άρα τελικά: $\boldsymbol{W_1 = 4 \cdot W_2}$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13346

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα. Ορίσαμε άξονα $x'Ox$ στην ευθεία της κίνησης και με τη βοήθεια ενός χρονομέτρου δημιουργήσαμε ένα σύστημα αναφοράς για την καταγραφή της.

Ως προς το σύστημα αναφοράς που δημιουργήσαμε, δίνεται ο διπλανός πίνακας, σε κάθε οριζόντια γραμμή του οποίου καταγράφονται: η θέση (x) και η μετατόπιση (Δx) του κινητού, σε αντίστοιχες χρονικές στιγμές (t).

x (m)	Δx (m)	t (s)
	0	0
-2	4	2
0		4
	10	6
8		8

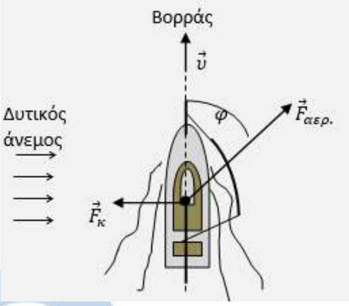
Α) Να συμπληρώσετε τις τιμές που λείπουν.

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 8

Β2. Ένα ιστιοφόρο πλέει με σταθερή ταχύτητα και κατεύθυνση προς τον Βορρά. Η κατεύθυνση πλεύσης καθορίζεται από την πλάγια δύναμη $(\vec{F}_{αερ.})$, που ασκείται από τον δυτικό άνεμο στο «φουσκωμένο» πανί του και τη δύναμη $(\vec{F}_κ)$, που ασκείται από το νερό στην καρίνα του σκάφους, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης του.



Η δύναμη $\vec{F}_{αερ.}$ είναι σταθερή, έχει μέτρο $F_{αερ.} = 2 \cdot 10^4 \text{N}$ και η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία $φ$ με την κατεύθυνση πλεύσης.

Για τη γωνία δίνεται $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0{,}8$.

Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_κ$, την οποία δέχεται η καρίνα του σκάφους από το νερό, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης είναι:

Α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $F_κ = 2 \cdot 10^4$ N , **β)** $F_κ = 1{,}2 \cdot 10^4$ N , **γ)** $F_κ = 1{,}6 \cdot 10^4$ N

Μονάδες 4

Β) Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13346-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Ενδεικτικές απαντήσεις

Β1.

Α) Δίνεται δίπλα ο πίνακας με συμπληρωμένες τις τιμές που έλειπαν από τον αρχικό.

$\boldsymbol{x}$ (m)	$\boldsymbol{\Delta x}$ (m)	$\boldsymbol{t}$ (s)
$\mathbf{-6}$	0	0
-2	4	2
0	**6**	4
4	10	6
8	**14**	8

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>

Έστω x_0 η αρχική θέση του σημειακού αντικειμένου στον άξονα, δηλαδή η θέση του τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.
Αν x η θέση του στον άξονα τη χρονική στιγμή t , η τιμή της μετατόπισης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\Delta x = x - x_0 \qquad (1)$$

- Εφαρμόζουμε την (1) για τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\,\mathrm{s}$ χρησιμοποιώντας και τις δεδομένες τιμές του πίνακα για τη στιγμή αυτή:
  $$\Delta x_1 = x_1 - x_0, \quad \text{ή} \quad 4\,m = -2\,\mathrm{m} - \mathrm{x}_0$$
  Απ' όπου προκύπτει $\qquad x_0 = -6\,\mathrm{m}$

- Εφαρμόζουμε την (1) για τη χρονική στιγμή $t_2 = 4\,\mathrm{s}$ χρησιμοποιώντας και τις δεδομένες τιμές του πίνακα για τη στιγμή αυτή:
  $$\Delta x_2 = x_2 - \mathrm{x}_0 = 0 — (-6\,\mathrm{m}) = 6\,\mathrm{m}$$

- Εφαρμόζουμε την (1) για τη χρονική στιγμή $t_3 = 6\,\mathrm{s}$ χρησιμοποιώντας και τις δεδομένες τιμές του πίνακα για τη στιγμή αυτή:
  $$\Delta x_3 = x_3 - \mathrm{x}_0\,, \quad \text{ή} \quad x_3 = \Delta x_3 + x_0 = 10\,\mathrm{m} - 6\,\mathrm{m} = 4\,\mathrm{m}$$

- Εφαρμόζουμε την (1) για τη χρονική στιγμή $t_4 = 8\,\mathrm{s}$ χρησιμοποιώντας και τις δεδομένες τιμές του πίνακα για τη στιγμή αυτή:
  $$\Delta x_4 = x_4 - \mathrm{x}_0 = 8 — (-6\,\mathrm{m}) = 14\,\mathrm{m}$$

Β2.

Α) Σωστή η απάντηση **γ)**

Β) <u>Αιτιολόγηση</u>

Η καρίνα του σκάφους δέχεται από το νερό δύναμη κάθετη προς την κατεύθυνση πλεύσης και δύναμη αντίθετη προς την κατεύθυνση πλεύσης. Η κατεύθυνση πλεύσης όμως καθορίζεται από τη δύναμη του αέρα στο πανί $\vec{F}_{\alpha\varepsilon\rho}$ και την δύναμη στην καρίνα που είναι κάθετη στην πλεύση του $\vec{F}_{\kappa}$, όπως φαίνεται και στο σχήμα.
Θεωρούμε ορθογώνιους άξονες, $y'y$ στην κατεύθυνση πλεύσης και $x'x$ κάθετα σε αυτήν.
Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και κάθετα στην διεύθυνση κίνησης οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \text{ή} \quad F_{\alpha\varepsilon\rho,x} - F_{\kappa} = 0$$

$$\text{Άρα} \quad F_{\kappa} = F_{\alpha\varepsilon\rho,x} = F_{\alpha\varepsilon\rho.} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 2 \cdot 10^4 \cdot 0{,}8\,\mathrm{N} = \mathbf{1{,}6 \cdot 10^4\ N}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13349

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις 1 έως 4 να απαντήσετε μεταφέροντας στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και το γράμμα της φράσης που συμπληρώνει σωστά την πρόταση.

Α1. Σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση υλικού σημείου το διάνυσμα $\vec{a}$ της επιτάχυνσής του, έχει οπωσδήποτε την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα:

α. της τελικής του ταχύτητας ($\vec{\upsilon}_{τελ.}$)
β. της αρχικής του ταχύτητας ($\vec{\upsilon}_{αρχ.}$)
γ. της μεταβολής ταχύτητας ($\Delta\vec{\upsilon}$)
δ. της μετατόπισης ($\Delta\vec{x}$).

Μονάδες 5

Α2. Σώμα μάζας m ήταν αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκήθηκε οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και του δημιούργησε επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
Αν το σώμα είχε διπλάσια μάζα $m' = 2 \cdot m$, η ίδια δύναμη θα του δημιουργούσε επιτάχυνση $\vec{a}'$, με μέτρο :

α. $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **β.** $8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **γ.** $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ **δ.** $0{,}5\ \frac{m}{s^2}$

Μονάδες 5

Α3. Ένα σώμα ολισθαίνει ανεβαίνοντας σε κεκλιμένο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι σε μια μετατόπιση του σώματος πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο:

α. το έργο του βάρους του είναι μηδέν
β. το έργο της συνισταμένης δύναμης πού δέχεται, είναι μηδέν
γ. η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν
δ. η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν

Μονάδες 5

Α4. Η τριβή είναι δύναμη που δημιουργείται στην επιφάνεια επαφής ενός σώματος με άλλο σώμα, όταν το ένα ολισθαίνει, ή τείνει να ολισθήσει πάνω στο άλλο. Η κατεύθυνση της τριβής που δέχεται το σώμα είναι τέτοια, ώστε πάντα:

α. να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος
β. να αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος
γ. να αντιτίθεται στην κίνηση και στην ολίσθηση του σώματος
δ. να βοηθά την κίνηση του σώματος.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν, με το γράμμα (Σ) αν την θεωρείτε σωστή και με το γράμμα (Λ), αν την θεωρείτε λανθασμένη.*

α. Κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία, η ταχύτητα ενός σώματος είναι μηδέν, είναι δυνατόν το σώμα να έχει επιτάχυνση.
β. Αν υ και a, είναι οι αλγεβρικές τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης αντίστοιχα σε κάποια χρονική στιγμή κατά την ευθύγραμμη κίνηση υλικού σημείου και ισχύει $\upsilon < 0$ και $a > 0$, η κίνηση του υλικού σημείου, εκείνη τη στιγμή είναι επιβραδυνόμενη.
γ. Το έργο δύναμης, είναι διανυσματικό μέγεθος.
δ. Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.
ε. Αν ένα υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και περνάει από θέσεις στα αρνητικά ενός άξονα x΄Ox που ορίσαμε πάνω στη διεύθυνση κίνησης, η μετατόπισή του είναι οπωσδήποτε αρνητική.

Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13349-Λύση

ΘΕΜΑ Α

Απαντήσεις

Α1 γ

Α2 γ

Α3 β

Α4 α

Α5 α (Σ) , β (Σ) , γ (Λ) , δ (Σ) , ε (Λ)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13464

ΘΕΜΑ 2

Β1. Σώμα με βάρος μέτρου $B = 100\ \mathrm{N}$ αφήνεται ελεύθερο από μικρό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης ($g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$). Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία πέφτει το σώμα είναι $\alpha = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τον αέρα είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $60\ \mathrm{N}$, **β.** $40\ \mathrm{N}$, **γ.** $140\ \mathrm{N}$

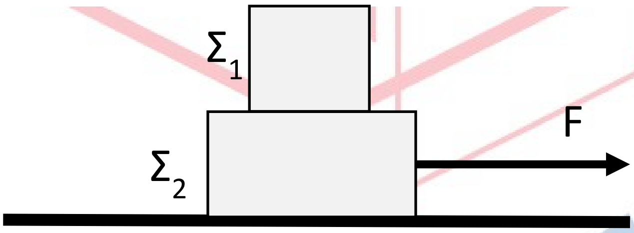
Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Β2.

Τα κιβώτια Σ₁ και Σ₂ του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 3\ \mathrm{Kg}$ και $m_2 = 5\mathrm{Kg}$ αντίστοιχα. Ένας μαθητής τραβά απότομα το κιβώτιο Σ₂ ασκώντας του σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 80\ \mathrm{N}$. Το δάπεδο επάνω στο οποίο κινείται το κιβώτιο Σ₂ είναι ακλόνητο και λείο. Τα κιβώτια Σ₁ και Σ₂ κινούνται μαζί ως ένα σώμα. Το κιβώτιο Σ₁ δέχεται κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής του με το Σ₂:



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου $T = 30\ \mathrm{N}$ με φορά προς τα δεξιά.

β. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου $T = 30\ \mathrm{N}$ με φορά προς τα αριστερά.

γ. μηδενική δύναμη.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

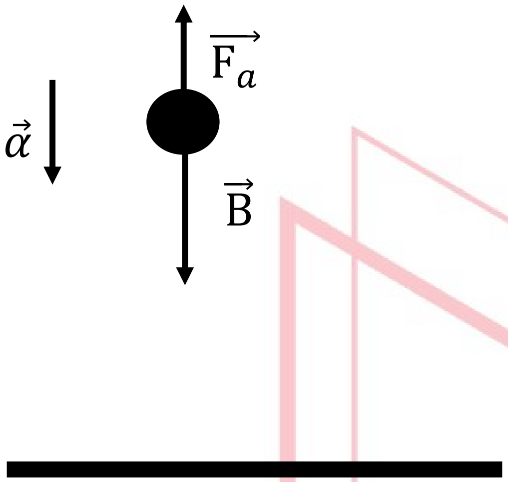
Μονάδες 9

13464-Λύση

Β1

Α. Σωστή η απάντηση **(α)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Σχήμα- Δυνάμεις-Διάνυσμα επιτάχυνσης

(Μονάδες 3)

Υπολογίζουμε την μάζα του σώματος:

$$B = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{B}{g} \Rightarrow m = \frac{100N}{10\,{}^{m}/_{s^2}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{m = 10Kg}$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow B - F_a = m \cdot a$$

$$\Rightarrow 100N - F_a = 10kg \cdot 4\,{}^{m}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_a = 60N}$$

(Μονάδες 3)

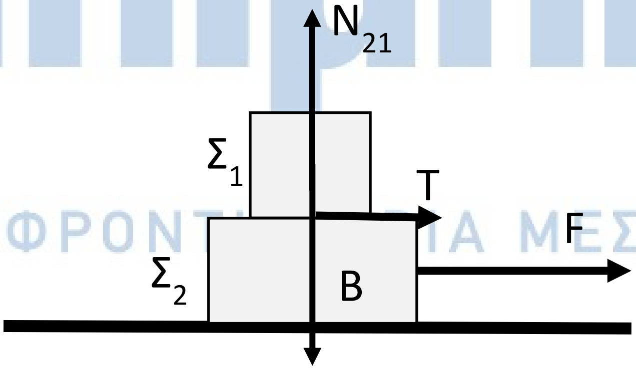
Β2

Α. Σωστή η απάντηση **(α)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Καθώς ο μαθητής τραβά απότομα προς τα δεξιά το κιβώτιο Σ_2 επάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο, το κιβώτιο Σ_1 **λόγω αδράνειας *(Μον. 1)*** τείνει να διατηρήσει την αρχική κινητική του κατάσταση, δηλ. να παραμείνει ακίνητο. Άρα τείνει να κινηθεί προς τα αριστερά σε σχέση με το Σ_2. Για να κινηθούν και τα δύο κιβώτια μαζί ως ένα σώμα θα πρέπει το κιβώτιο Σ_1 να δεχθεί από το Σ_2 δύναμη **στατικής τριβής *(Μον. 1)*** κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής και με **φορά προς τα δεξιά *(Μον. 1)***.

Άρα οι δυνάμεις που δέχεται το Σ_1 θα είναι:



(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο κιβωτίων κατά τον άξονα της κίνησης:

$$\Sigma F = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow\ 80N = (3Kg + 5Kg) \cdot a \Rightarrow \boldsymbol{a = 10\,{}^{m}/_{s^2}}$$

(Μονάδες 2)

Για το κιβώτιο Σ_1 κατά τον άξονα της κίνησης:

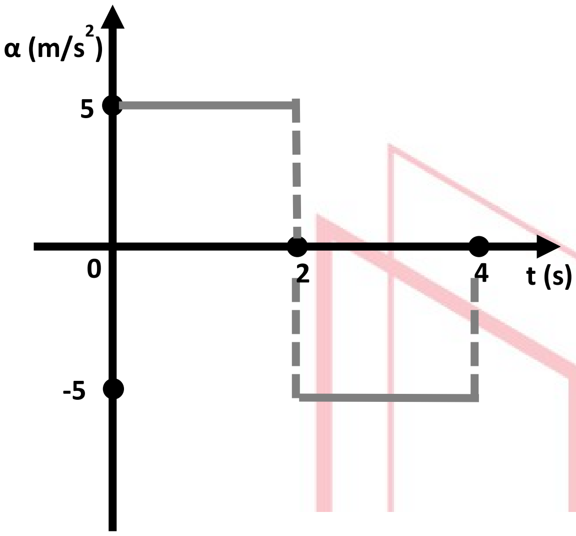
$$\Sigma F_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow\ T = 3Kg \cdot 10\,{}^{m}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{T = 30N}$$

(Μονάδα 2)

13465

ΘΕΜΑ 2

Β1.



Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρονικό διάστημα $\Delta t = 4\ s$. Η επιτάχυνσή του σε σχέση με τον χρόνο μεταβάλλεται σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα . Την χρονική στιγμή $t_1 = 4\ s$, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού θα είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. ***Μονάδες 4***

α. $\upsilon = -10\ m/s$

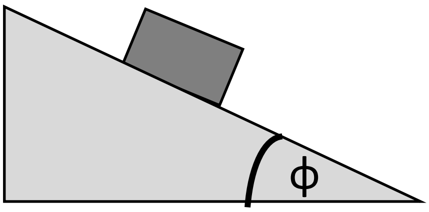
β. $\upsilon = 0\ m/s$

γ. $\upsilon = +20\ m/s$

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. ***Μονάδες 8***

Β2.

Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης $\varphi = 30^0$, ισορροπεί σώμα μάζας m. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου ΔΕΝ μπορεί να είναι:



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

α. 0,8 **β.** 0,6 **γ.** 0,4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 9

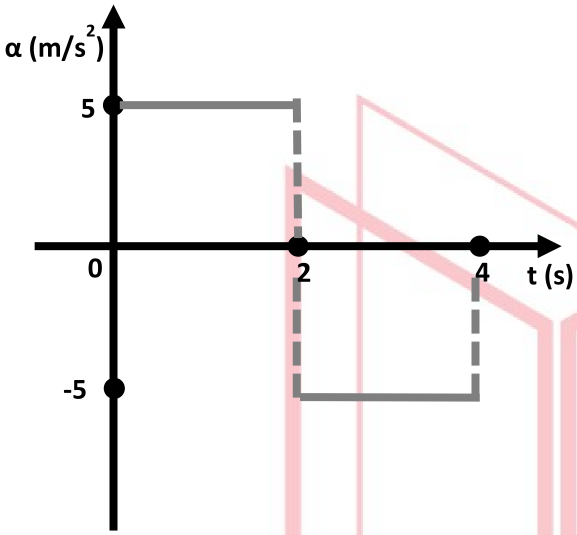
Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3} \cong 1{,}7$

13465-Λύση

B1

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(β). (*Μονάδες 4)***

Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Σύμφωνα με το διάγραμμα, το κινητό εκτελεί:

- Από **0 s-2 s**,
  Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση με α = 5m/s^2

Η τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή 2s είναι:

$$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon = 5\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 2s \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 10\, {}^{m}/_{s}}$$

(*Μονάδες 4)*

- Από **2 s-4 s**,
  Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση με α = -5m/s^2 και αρχική ταχύτητα υ=10m/s
  Οπότε την χρονική στιγμή t_1 =4s

$$\upsilon' = \upsilon - |\alpha| \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon' = 10\, {}^{m}/_{s} - 5\, {}^{m}/_{s^2} \cdot 2s \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon' = 0\, {}^{m}/_{s}}$$

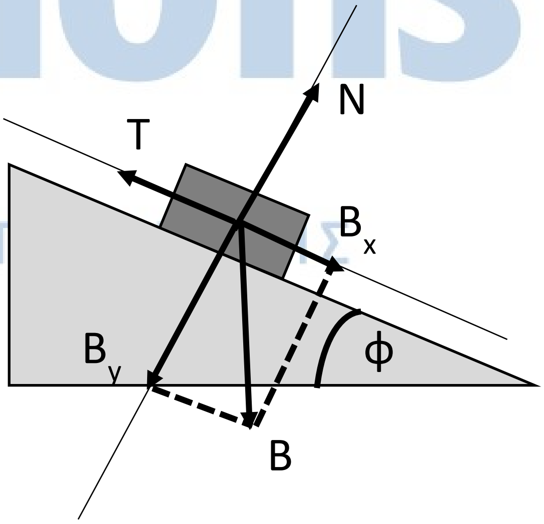
(*Μονάδες 4)*

B2

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(γ). (*Μονάδες 4)***

Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες (***Μονάδες 5)***



Για να ισορροπεί το σώμα επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο θα πρέπει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_\sigma \Rightarrow mg\eta\mu 30^0 = T_\sigma \ (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mg\sigma\upsilon\nu 30^0 = N \ (2)$$

(***Μονάδες 2)***

Για την στατική τριβή ισχύει:

$$T_\sigma \leq T_{o\rho} \Rightarrow T_\sigma \leq \mu_{o\rho} N \xRightarrow{(1),(2)} mg\eta\mu 30^0 \leq \mu_{o\rho} mg\sigma\upsilon\nu 30^0$$

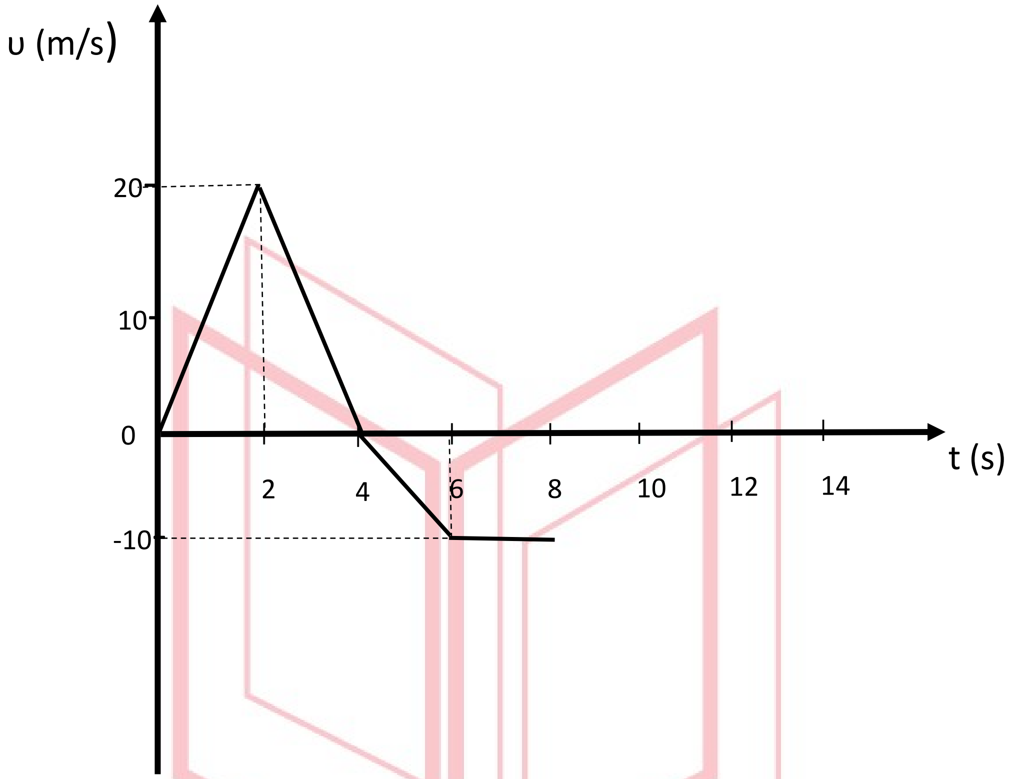
$$\Rightarrow \mu_{o\rho} \geq \varepsilon\varphi 30^0 \Rightarrow \boldsymbol{\mu_{o\rho}} \geq \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cong \mathbf{0,59}$$ (***Μονάδες 2)***

αλημινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠ

13468

ΘΕΜΑ 2

Β1.



Το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή $t = 0$ s κατά την θετική φορά του άξονα x’x.

Α. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα. **(Μονάδες 4)**

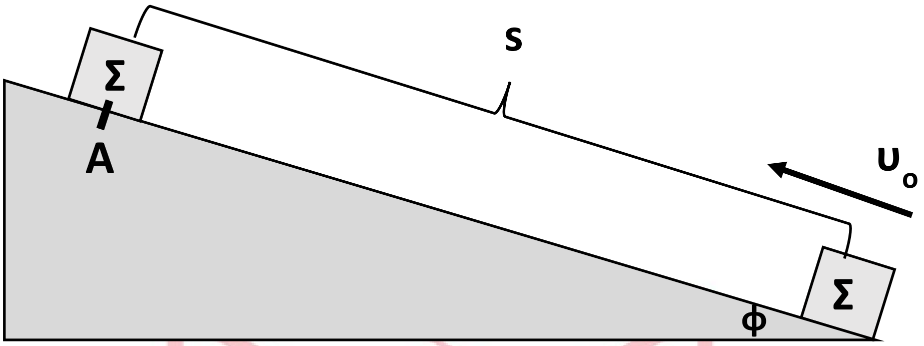
Χρονικό Διάστημα (Δt) (s)	**Είδος και φορά κίνησης**	**Επιτάχυνση (α)** $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
0-2		
2-4		
4-6		
6-8		

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Β. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. **(Μονάδες 8)**

13468

Β2.



Το σώμα Σ του παραπάνω σχήματος εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση Α και αφού διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου υ. Αν είναι α_1 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την άνοδό του και α_2 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την κάθοδό του, κινούμενο επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. **(Μονάδες 4)**

α. $\alpha_1 > \alpha_2$, **β.** $\alpha_1 < \alpha_2$, **γ.** $\alpha_1 = \alpha_2$

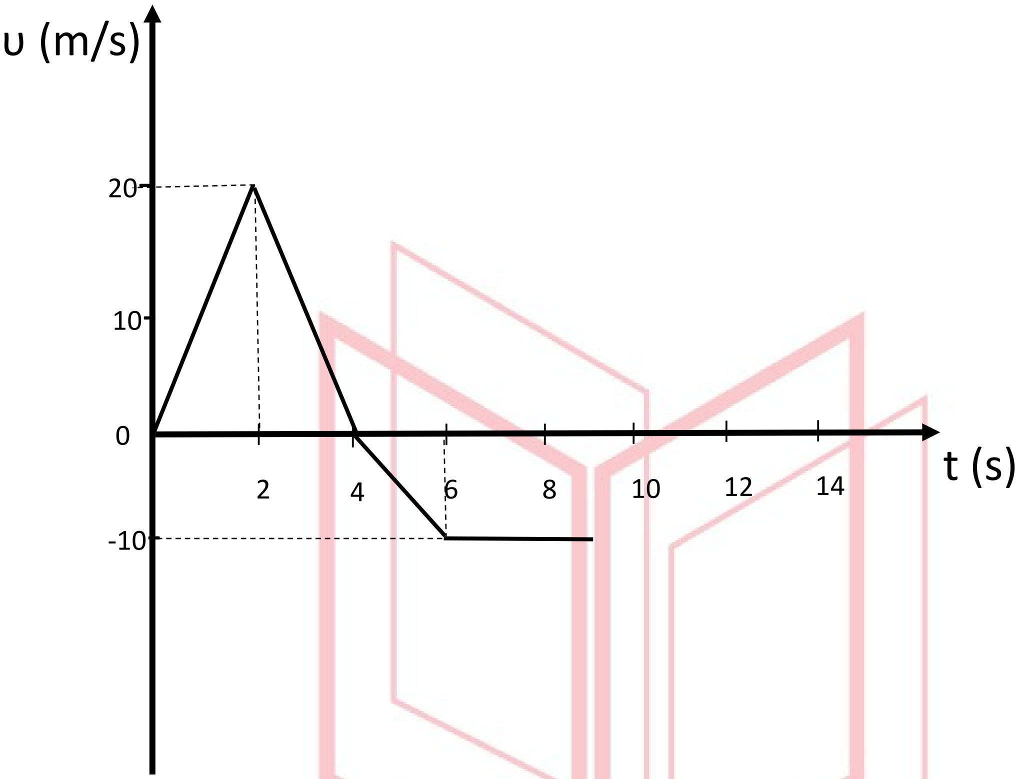
Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 9)**

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

B1.

13468-Λύση

A.



Χρονικό Διάστημα (Δt) (s)	**Είδος και φορά κίνησης**	**Επιτάχυνση (α)** $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
0-2	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση προς την θετική κατεύθυνση του άξονα	**+10**
2-4	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση προς την θετική κατεύθυνση του άξονα	**-10**
4-6	Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα	**-5**
6-8	Ευθύγραμμη Ομαλή προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα	**0**

(Μονάδες 4)

B.

0 s-2 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, η ταχύτητα είναι θετική και το μέτρο της αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή,). **Άρα το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση** κατά την θετική φορά του άξονα xx' .

2 s-4 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή,) και την χρονική στιγμή 4 s, το μέτρο της ταχύτητας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

μηδενίζεται. Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη** κατά την θετική φορά του άξονα xx' .

4 s-6 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή, που τέμνει τον οριζόντιο άξονα άρα η κλίση είναι σταθερή,), αλλά το κινητό κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα (η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι αρνητική). Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη** και το κινητό κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα**.**

6 s-8 s, σύμφωνα με το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό (η γραφική παράσταση είναι ευθεία γραμμή , και παράλληλη προς τον οριζόντιο άξονα). Άρα η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή.**

(Μονάδες 4Χ1=4)

0-2s: $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{20^{m}/_{s}-0}{2s} = 10\,{}^{m}/_{s^2}$

2-4s: $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{0-20^{m}/_{s}}{2s} = -10\,{}^{m}/_{s^2}$

4-6s: $\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{-10^{m}/_{s}-0}{2s} = -5\,{}^{m}/_{s^2}$

6-8s: $\alpha_4 = 0\,{}^{m}/_{s^2}$

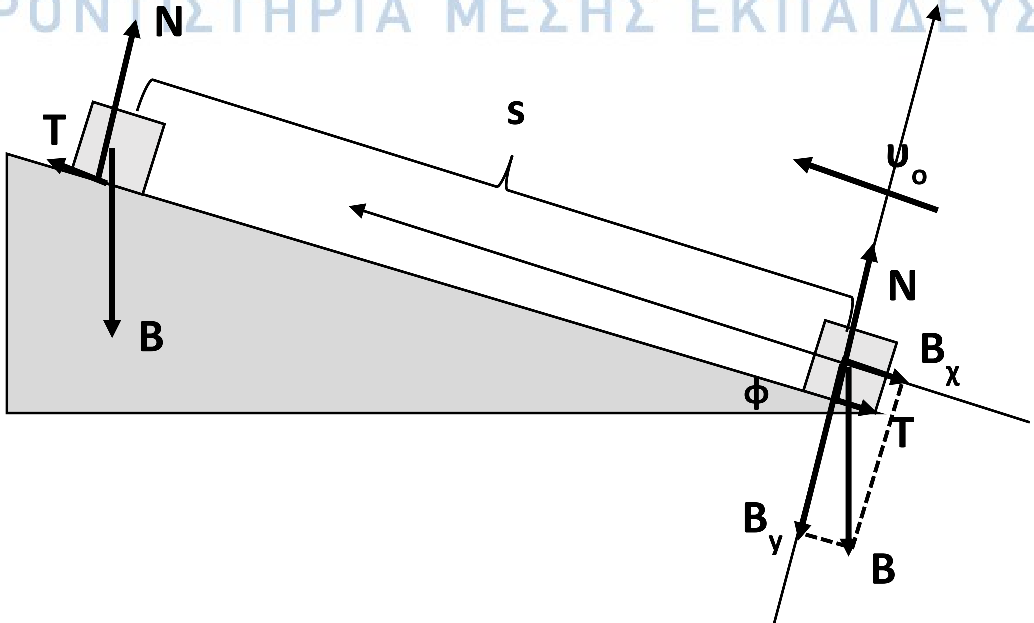
(Μονάδες 4Χ1=4)

Β2.

Α. Σωστή η απάντηση **(α)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



13468-Λύση

Σχεδίαση δυνάμεων – ανάλυση σε άξονες **(Μονάδες 5)**

Κατά την άνοδο του σώματος:

$$\Sigma F_x = m\alpha_1 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi + T = m\alpha_1$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{mg\eta\mu\varphi + T}{m} \quad (1)$$

Κατά την κάθοδο του σώματος:

$$\Sigma F_x = m\alpha_2 \Rightarrow mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha_2$$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{mg\eta\mu\varphi - T}{m} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι: $\alpha_1 > \alpha_2$

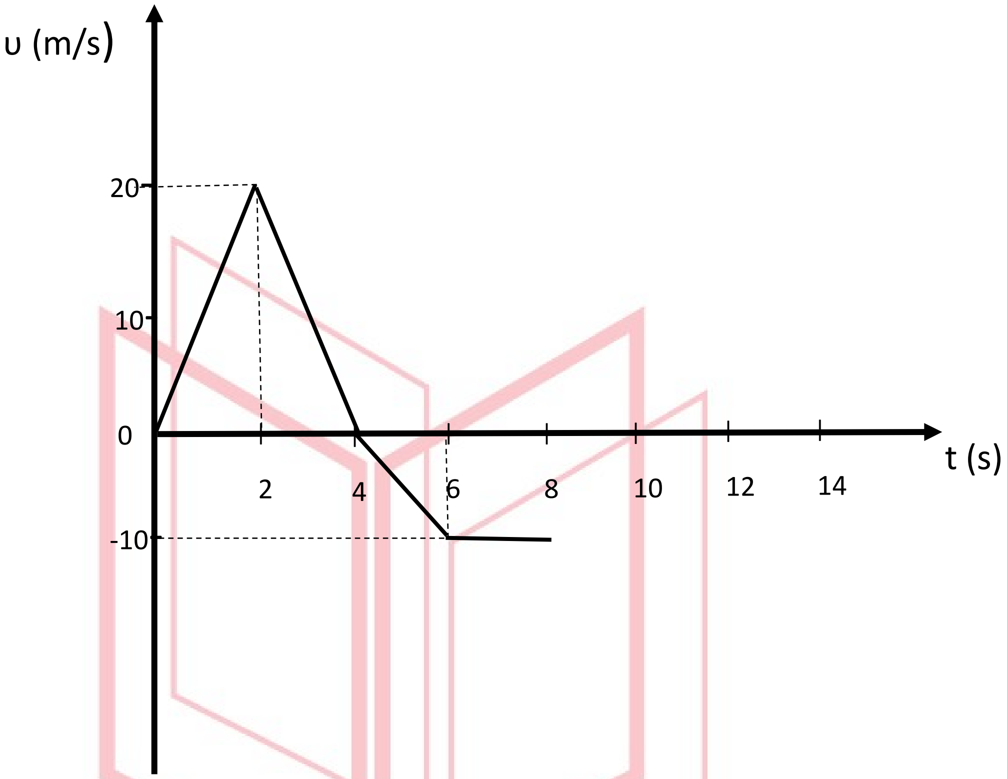
(Μονάδες 2Χ2=4)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13469

ΘΕΜΑ 2

Β1.



Το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή $t = 0s$ κατά την θετική φορά του άξονα x'x. Την χρονική στιγμή $t = 8\ s$:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. **(Μονάδες 4)**

α. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι $s = 70m$ και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x = +70m$

β. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι $s = 70m$ και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x = +10m$

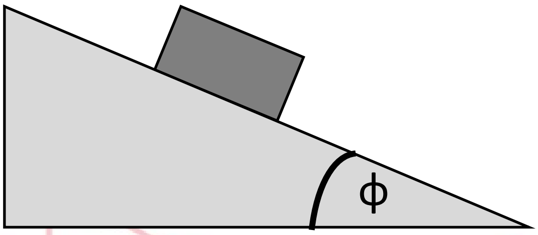
γ. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι $s = 10m$ και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x = +70m.$

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 8)**

αλφινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13469

B2.



Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης $\varphi = 30^0$, σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

α. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

β. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί.

γ. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου, αλλά τα δεδομένα δεν επαρκούν ώστε να υπολογίσουμε η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης .

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

Μονάδες 9

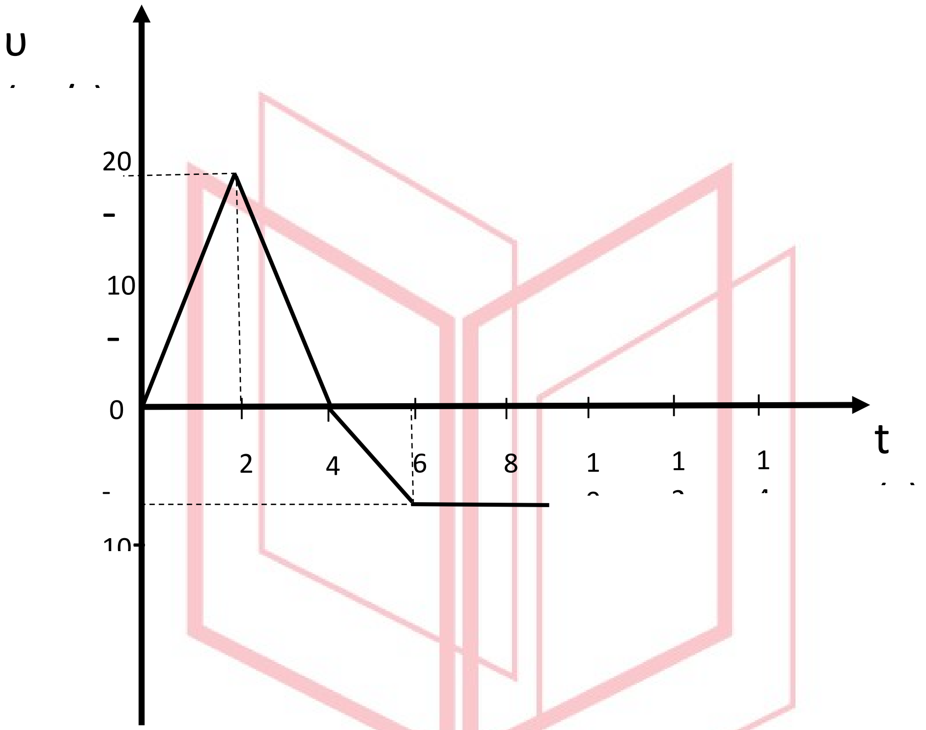
Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3} \cong 1{,}7$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13469-Λύση

B1.

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(β). (Μονάδες 4)**



Από 0 s-4 s το κινητό κινείται κατά την θετική φορά του άξονα και συγκεκριμένα:

Από 0 s -2 s επιταχύνεται ομαλά ενώ από 2 s- 4 s επιβραδύνεται ομαλά και την χρονική στιγμή 4 s η ταχύτητά του μηδενίζεται. **(Μονάδες 1)**

Από 0 s-4 s η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν του τριγώνου:

$$\Delta x' = \frac{4s\cdot(+20 {}^{m}/_{s})}{2} = +40\ m$$ **(Μονάδες 2)**

Από την χρονική στιγμή 4 s και μετά το κινητό κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα επιστρέφοντας προς το σημείο από το οποίο ξεκίνησε. **(Μονάδες 1)**

Για τη μετατόπιση που διανύει επιστρέφοντας και για το χρονικό διάστημα 4 s – 8 s είναι:

$$\Delta x' = \frac{(4s+2s)\cdot(-10 {}^{m}/_{s})}{2} = -30\ m$$ (Εμβαδόν τραπεζίου κατ΄απόλυτη τιμή) **(Μονάδες 2)**

Άρα την χρονική στιγμή $t = 8$ s, η μετατόπιση του κινητού θα είναι

$$\Delta x_{ολικο} = \Delta x + \Delta x' \Rightarrow \Delta x_{ολικο} = (+40) + (-30) \Rightarrow \Delta x_{ολικο} = +10\ m$$

και το διάστημα που έχει διανύσει

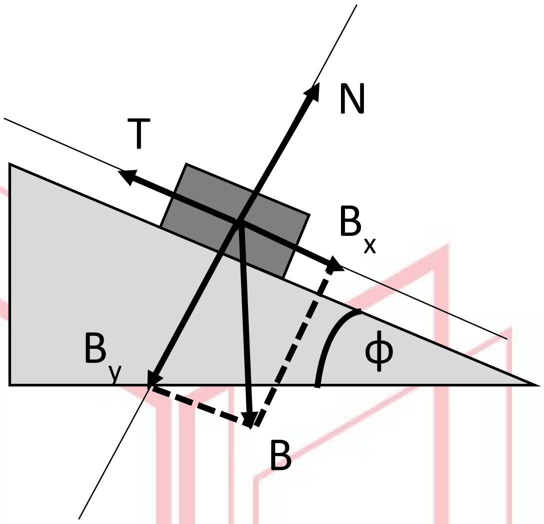
$$S = |\Delta x| + |\Delta x'| = 70\ m$$

(Μονάδες 2B2

13469-Λύση

Α. Σωστή η απάντηση **(β)** ***Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες (***Μονάδες 4)***

Το κεκλιμένο επίπεδο δεν μπορεί να είναι λείο γιατί στην περίπτωση αυτή $T_{ολ} = 0$ και το σώμα θα κατέβαινε επιταχυνόμενο λόγω της B_x. **(*Μονάδα 1)***

Εφόσον το σώμα κατεβαίνει, ολισθαίνοντας επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_{ολ} \Rightarrow mgημ30^0 = T_{ολ}\ (1)$$

(***Μονάδες 2)***

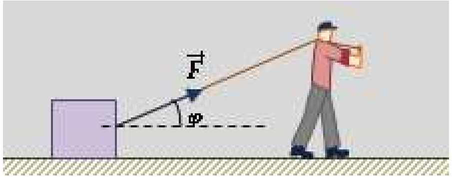
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mgσυν30^0 = N\ (2)$$

$$T_{ολ} = \mu_o N \xRightarrow{(1),(2)} mgημ30^0 = \mu_o mgσυν30^0 \Rightarrow \mu_o = εφ30^0$$ (***Μονάδες 2)***

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13480

ΘΕΜΑ 4



Ένας κύβος μάζας $m = 2\,kg$ είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$. Τη στιγμή $t_0 = 0$ ασκούμε στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 20\,N$, σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση όπως στο σχήμα. Για τη γωνία φ δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$.

Η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται τη στιγμή $t_1 = 2\,s$.

4.1. Αν δίνεται ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής κύβου-δαπέδου, είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης, να δείξετε ότι ο κύβος αρχίζει να κινείται τη στιγμή $t_0 = 0$ και ότι δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6

Να υπολογίσετε:

4.2. την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο στον κύβο, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή που αυτή καταργήθηκε.

Μονάδες 6

4.3. το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθηκε στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια εξαιτίας των τριβών, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$

Μονάδες 6

4.4. τη συνολική μετατόπιση του κύβου πάνω στο δάπεδο, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι αυτός να σταματήσει.

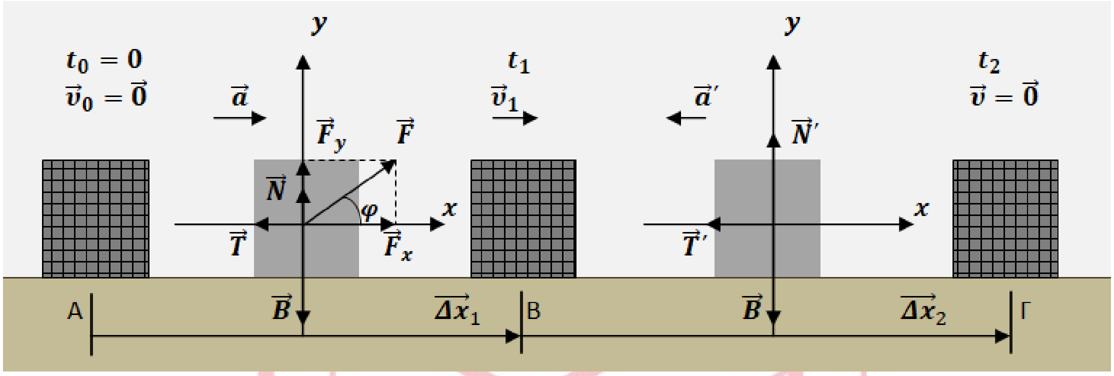
Μονάδες 7

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και ότι δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοούνται.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13480-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το βάρος του κύβου έχει μέτρο $B = m \cdot g = 20$ N

<u>Κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s</u>

Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, με οριζόντιο άξονα $x'x$ και κατακόρυφο άξονα $y'y$, σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο και αναλύουμε τη δύναμη του ανθρώπου $\vec{F}$ σε οριζόντια συνιστώσα $\vec{F_x}$ και κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{F_y}$, για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$F_x = F \cdot συνφ = 16$ N και $F_y = F \cdot ημφ = 12$ N

Επειδή προέκυψε $F_y < B$, ο κύβος δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε ισορροπία δυνάμεων. Άρα ισχύει:

$ΣF_y = 0$, δηλαδή $N + F_y - B = 0$ και τελικά $N = B - F_y = 8$ N

Υπολογίζουμε τώρα το μέτρο της τριβής ολίσθησης $T = \mu \cdot N = 4$ N

Επειδή προέκυψε $F_x > T$, συμπεραίνουμε ότι ο κύβος τη στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να κινείται.

4.2. Για την κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s, στον οριζόντιο άξονα ισχύει $ΣF_x = m \cdot a$. Ο κύβος στην οριζόντια κίνησή του σε αυτό το χρονικό διάστημα αποκτά επιτάχυνση μέτρου

$$a = \frac{ΣF_x}{m} = \frac{F_x - T}{m} = 6\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Έτσι τη στιγμή t_1 έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{v}_1$ μέτρου $v_1 = a \cdot t_1 = 12\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Και έχει πραγματοποιήσει μετατόπιση $\overrightarrow{\Delta x_1}$, μέτρου $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 12$ m

Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο είναι ίση με το έργο της δύναμης $\vec{F}$.

Δηλαδή $E_{προσφ} = W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot συνφ = 192$ J

4.3. Η μετατροπή ενέργειας σε θερμική, γίνεται μέσω του έργου της τριβής. Το ενεργειακό αυτό ποσόν είναι ίσο με το έργο της τριβής κατ΄ απόλυτη τιμή. Δηλαδή ισχύει:

$$Q = |W_T| = |-T \cdot \Delta x_1| = 48\text{J}$$

Το ποσοστό της προσφερόμενης από τον άνθρωπο ενέργειας στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια, είναι:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13480-Λύση

$$\pi = \frac{Q}{E_{\pi\rho o\sigma\varphi\ .}} \cdot 100\% = \frac{48}{192} \cdot 100\% = 25\%$$

4.4. <u>Κίνηση του κύβου από τη στιγμή $t_1 = 2$ s μέχρι τη στιγμή t_2 που ακινητοποιείται.</u>

Μετά τη στιγμή t_1 κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ του ανθρώπου και μέχρι να ακινητοποιηθεί ο κύβος, για τις δυνάμεις που δέχεται ισχύουν:

$\Sigma F_y = 0$, δηλαδή $N' - B = 0$, οπότε $N' = B = 20\ \mathrm{N}$
Άρα για το μέτρο της τριβής ολίσθησης ισχύει $T' = \mu \cdot N' = 10\ \mathrm{N}$

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το χρονικό αυτό διάστημα έχουμε:

$\Delta K = W_{o\lambda}$, αναλυτικά $0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = -T' \cdot \Delta x_2$ και τελικά $\Delta x_2 = 14{,}4\ \mathrm{m}$

Έτσι η συνολική μετατόπιση του κύβου από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι να σταματήσει είναι:

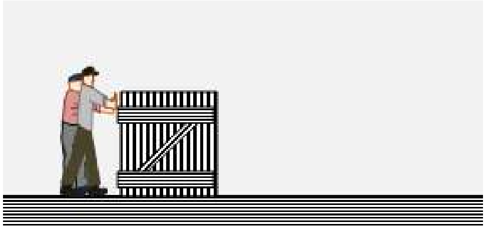
$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 26{,}4\ \mathrm{m}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13481

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $m = 50\ \mathrm{kg}$, είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, δύο παιδιά ο Πάνος και ο Μάριος, αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Τα δύο παιδιά ασκούν στο κιβώτιο σταθερές, οριζόντιες και ομόρροπες δυνάμεις που συμβολίζονται ως $\vec{F}_\Pi$ και $\vec{F}_M$ αντίστοιχα.



Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο $F_\Pi = 200\ \mathrm{N}$ και η δύναμη που ασκεί ο Μάριος έχει μέτρο $F_M = 50\ \mathrm{N}$.
Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι σταθερός και δίνεται $\mu = 0{,}4$.

Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $2\ \mathrm{m}$ από την αρχική του θέση πάνω στο δάπεδο, ο Μάριος σταματά να σπρώχνει, ενώ ο Πάνος συνεχίζει.

4.1. Να κάνετε ένα απλό σκίτσο για να δείξετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, εφαρμόζοντάς τες στο κέντρο του. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

Μονάδες 6 (2+4)

4.2. Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν το σπρώχνουν και τα δύο παιδιά μαζί και να βρείτε ποια είναι η στιγμή t_1 κατά την οποία ο Μάριος σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο.

Μονάδες 7 (3+4)

4.3. Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_2 = 4\ \mathrm{s}$, θεωρώντας ότι ο Πάνος εξακολουθεί να ασκεί τη σταθερή δύναμη $\vec{F}_\Pi$ ως τότε.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο.

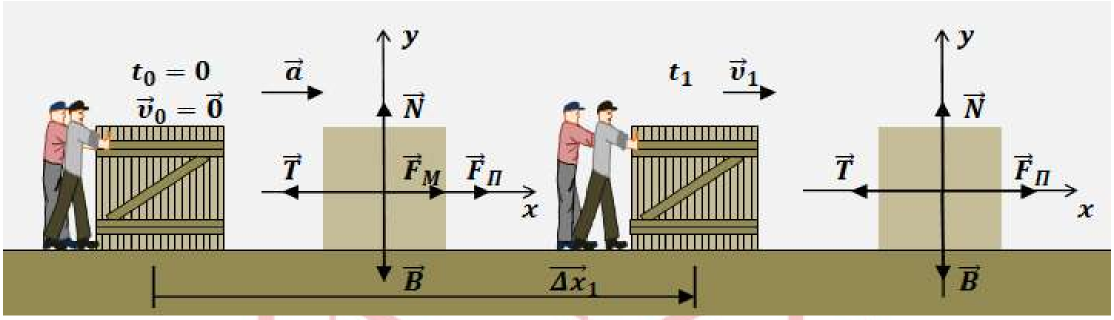
Μονάδες 6

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \mathrm{m}/\mathrm{s}^2$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13481-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1. Δημιουργούμε έναν οριζόντιο άξονα $x'x$, με θετικά στην κατεύθυνση της κίνησης του κιβωτίου και ένα κατακόρυφο άξονα $y'y$, με θετικά προς τα πάνω.
Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \text{ δηλαδή } N - B = 0, \text{ άρα } N = B = m \cdot g = 500\ \mathrm{N}$$

Η τριβή ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο έχει μέτρο

$$T = \mu \cdot N = 0{,}4 \cdot 500\ \mathrm{N} = 200\ \mathrm{N}$$

4.2. Οριζόντια το κιβώτιο κινείται, ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής και για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1, έχουμε:

$\Sigma F_x = m \cdot a$, δηλαδή $F_\Pi + F_M - T = m \cdot a$ και προκύπτει:

$$a = \frac{F_\Pi + F_M - T}{m} = \frac{50\ \mathrm{N}}{50\ \mathrm{kg}} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Στη χρονική διάρκεια $\Delta t = t_1 - 0 = t_1$, το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά Δx_1, με ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Ισχύει:

$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$ και έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή t_1:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x_1}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}}\ s = 2\ \mathrm{s}$$

4.3. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$, το κιβώτιο έχει αποκτήσει ταχύτητα $\vec{v}_1$, μέτρου :

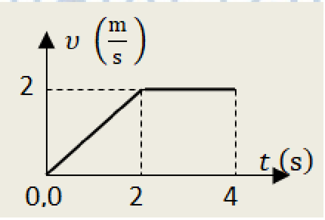
$$v_1 = a \cdot t_1 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$, καταργείται η δύναμη του Μάριου και για την κίνηση του σώματος ισχύει:

$$\Sigma F_x{}' = F_\Pi - T = 0$$

Έτσι το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα μέτρου $v_1 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Η γραφική παράσταση που αποδίδει το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 4\ \mathrm{s}$ αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων:



4.4. Η ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο, είναι ίση με το έργο της δύναμης που ασκούσε σε αυτό:

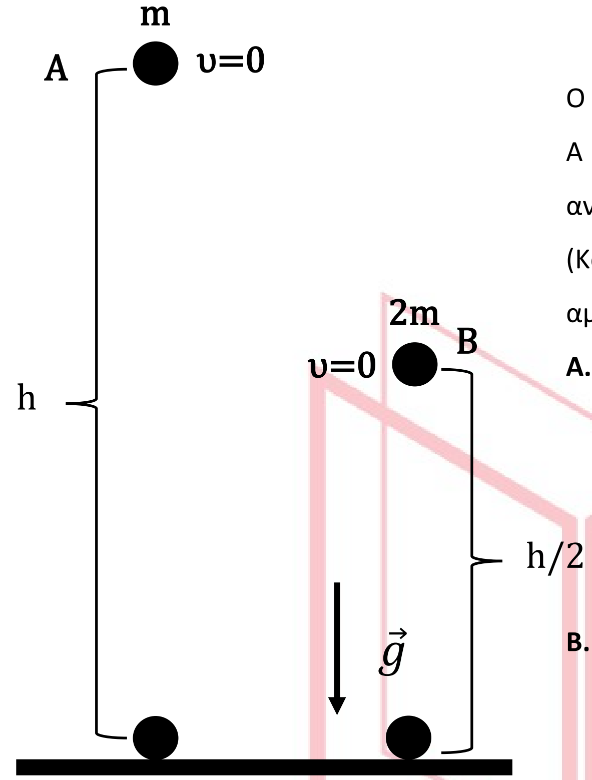
$$E_M = W_{F_M} = F_M \cdot \Delta x_1 = 50 \cdot 2\ \mathrm{J} = 100\ \mathrm{J}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1.

13508



Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες τα σώματα Α και Β του διπλανού σχήματος, με μάζες m και $2m$ αντίστοιχα, φθάνουν στο έδαφος είναι:

(Και στις δύο περιπτώσεις η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \sqrt{2}$ **β.** $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = 1$ **γ.** $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

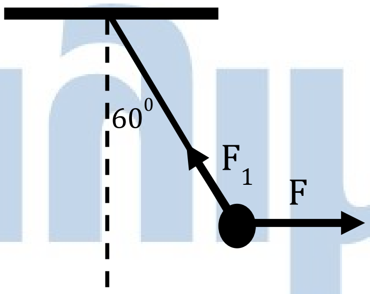
Μονάδες 4

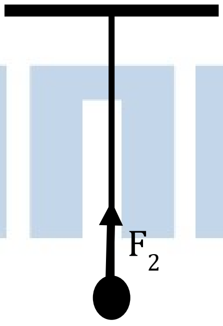
Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

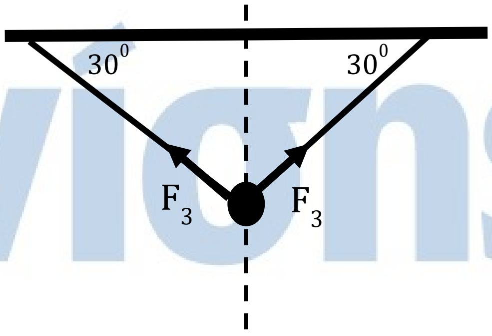
Μονάδες 8

2.2.

Το σώμα βάρους $\vec{B}$ και στις τρεις περιπτώσεις, όπως φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, ισορροπεί δεμένο στο αντίστοιχο νήμα ή στα νήματα. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1, F_2, F_3, που δέχεται το σώμα από το νήμα ή τα νήματα ισχύει:







(Δίνεται συν60^0 =1/2)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $F_1 > F_2 > F_3$ **β.** $F_1 > F_2 = F_3$ **γ.** $F_1 < F_2 = F_3$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

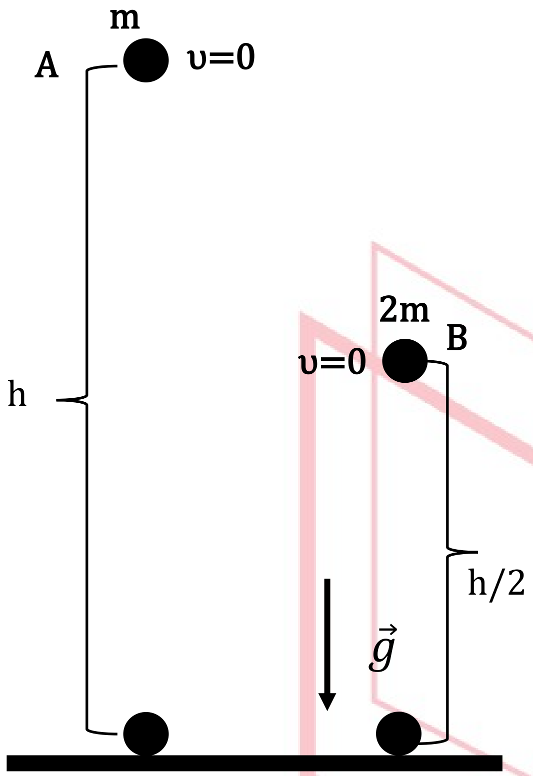
Μονάδες 9

13508-Λύση

2.1

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(α). Μονάδες 4**

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



Εφόσον θεωρούμε αμελητέα την αντίσταση του αέρα, δηλ. η μοναδική δύναμη που ασκείται σε κάθε σώμα είναι το βάρος του, άρα η Μηχανική Ενέργεια κάθε σώματος διατηρείται σταθερή. **(Μονάδα 1)**

Για το σώμα Α έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi(A)} + U_{\alpha\rho\chi(A)} = K_{\tau\varepsilon\lambda(A)} + U_{\tau\varepsilon\lambda(A)}$$

$$\Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{v_A} = \sqrt{\boldsymbol{2gh}}\ (1)$$

(Μονάδες 3)

Για το σώμα Β έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi(B)} + U_{\alpha\rho\chi(B)} = K_{\tau\varepsilon\lambda(B)} + U_{\tau\varepsilon\lambda(B)}$$

$$\Rightarrow 0 + 2mg\frac{h}{2} = \frac{1}{2}2mv_B^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{v_B} = \sqrt{\boldsymbol{gh}}\ (2)$$

(Μονάδες 3)

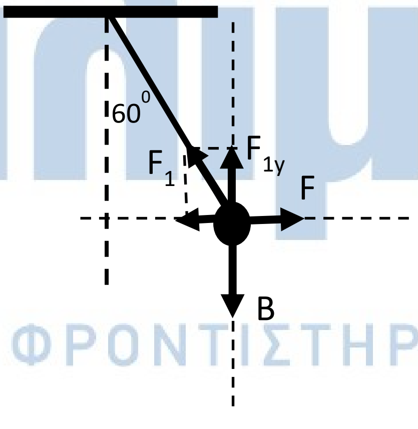
Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{gh}} \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{2}$ **(Μονάδα 1)**

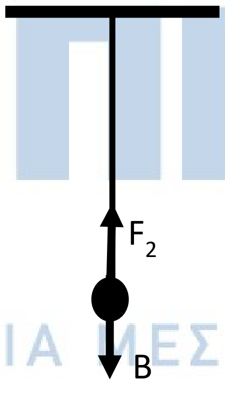
2.2

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(β)**: **Μονάδες 4**

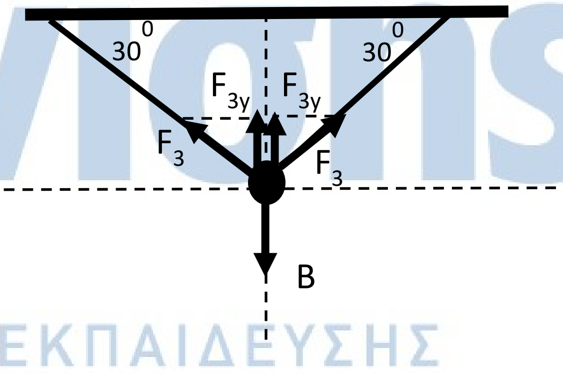
Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



(1)



(2)



(3)

Σχεδίαση δυνάμεων- Ανάλυση σε άξονες. **(Μονάδες 4)**

Στην περίπτωση (1): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{1y} = B \Rightarrow F_1\sigma\upsilon\nu 60^0 = B \Rightarrow \frac{F_1}{2} = B \Rightarrow \boldsymbol{F_1 = 2B}\ (\boldsymbol{1})$ **(Μονάδες 2)**

Στην περίπτωση (2): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F_2 = B}\ (\boldsymbol{2})$ **(Μονάδα 1)**

Στην περίπτωση (3): $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2F_{3y} = B \Rightarrow 2F_3\sigma\upsilon\nu 60^0 = B \Rightarrow 2\frac{F_3}{2} = B \Rightarrow \boldsymbol{F_3 = B}\ (\boldsymbol{3})$ **(Μονάδες 2)**

Άρα $\boldsymbol{F_1} > \boldsymbol{F_2} = \boldsymbol{F_3}$

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1

13509

Σώμα μάζας m δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης μέτρου F. Κόβουμε το σώμα σε δύο κομμάτια ίσων μαζών $m/2$ και στο ένα απ' αυτά ασκούμε δύναμη μέτρου $2F$. Η επιτάχυνση α' του κομματιού μάζας $m/2$ σε σχέση με την επιτάχυνση α του αρχικού σώματος μάζας m είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Αυξημένη κατά 100% **β.** Μειωμένη κατά 300% **γ.** Αυξημένη κατά 300%

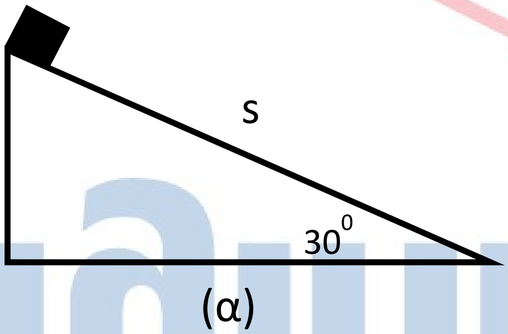
Μονάδες 4

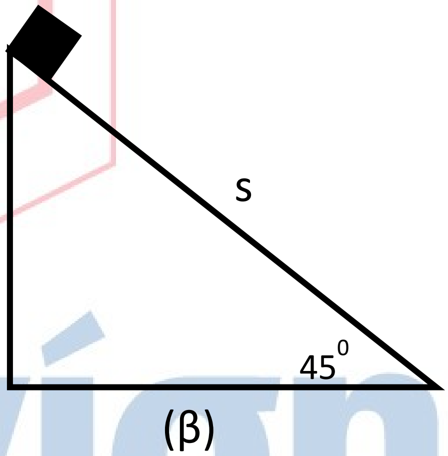
Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Το κιβώτιο μάζας m ολισθαίνει κατά μήκος των κεκλιμένων επίπεδων (α) και (β), διανύοντας σε καθένα από αυτά μήκος S. Το κιβώτιο παρουσιάζει με τα δύο κεκλιμένα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ.





αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις απόλυτες τιμές των έργων της τριβής ολίσθησης στις περιπτώσεις (α) και (β) ισχύει:

α. $|W_{T(a)}| > |W_{T(\beta)}|$ **β.** $|W_{T(a)}| = |W_{T(\beta)}|$ **γ.** $|W_{T(a)}| < |W_{T(\beta)}|$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2.1

13509-Λύση

Α. Σωστή η απάντηση **(γ)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Από την εφαρμογή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα για το σώμα μάζας m έχουμε:

$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m}\,(1)$

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα για το κομμάτι μάζας $m/2$ έχουμε:

$2F = \frac{m}{2} \cdot a' \Rightarrow a' = 4\frac{F}{m}\,(\mathbf{2})$

(Μονάδες 2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει $\boldsymbol{\alpha' = 4\alpha}$

(Μονάδα 1)

Άρα: $\pi = \frac{\alpha' - \alpha}{\alpha}100\% \Rightarrow \pi = \frac{4\alpha - \alpha}{\alpha}100\% = \frac{3\alpha}{\alpha}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\pi} = \mathbf{300}\%$ (αύξηση κατά 300%).

(Μονάδες 3)

2.2

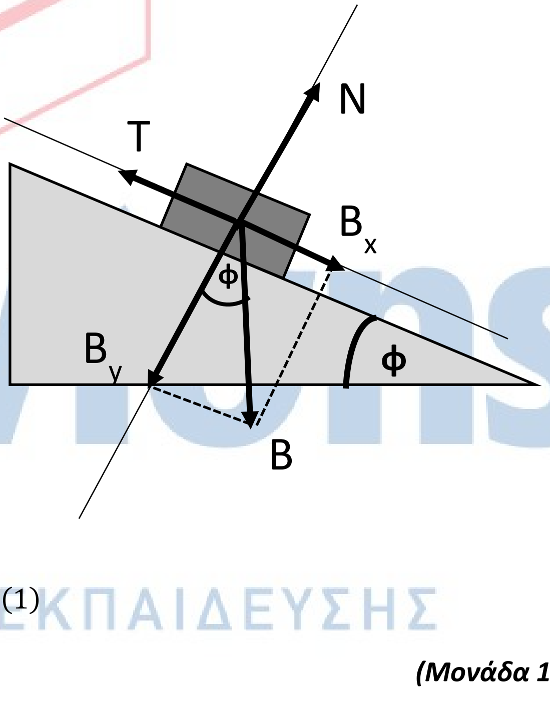
Α. Σωστή η απάντηση **(α)** ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Και για τις 2 περιπτώσεις (α) και (β):

Σχεδίαση δυνάμεων – Ανάλυση σε άξονες

(Μονάδες 3)



Για κάθε τιμή της γωνίας φ, στον άξονα yy' έχουμε $\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xRightarrow{T=\mu\cdot N} T = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

(Μονάδα 1)

Το έργο της τριβής δίνεται (κατ΄ απόλυτη τιμή) από την σχέση:

$$|W_T| = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \cdot s \quad (1)$$

(Μονάδα 1)

Άρα:

$$\left.\begin{array}{l} |W_{T(\alpha)}| = \mu mg\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot s \quad (2) \\ \text{και} \\ |W_{T(\beta)}| = \mu mg\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot s \quad (3) \end{array}\right\} \text{Από τις (2) και (3) προκύπτει: } |\boldsymbol{W_{T(\alpha)}}| > |\boldsymbol{W_{T(\beta)}}|$$

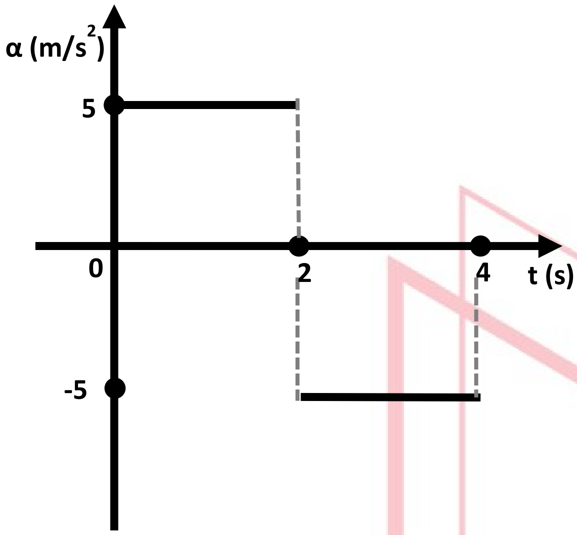
(Μονάδες 4)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1

13510



Η επιτάχυνση ενός κινητού, που κινείται ευθύγραμμα κατά την θετική φορά του άξονα x’x, μεταβάλλεται σε σχέση με τον χρόνο, σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Την χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\mathrm{s}$, η τιμή της ταχύτητας του κινητού είναι $\upsilon = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Η τιμή της ταχύτητας του κινητού την χρονική στιγμή $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. $\upsilon_0 \neq 0\,\mathrm{m/s}$

β. $\upsilon_0 = 0\,\mathrm{m/s}$

γ. Τα δεδομένα δεν είναι αρκετά ώστε να απαντήσουμε.

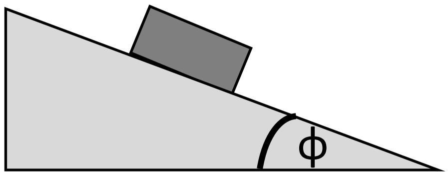
Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα, επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi = 45^0$.



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι:

α. $\mu > 1$ **β.** $\mu < 1$ **γ.** $\mu = 1$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

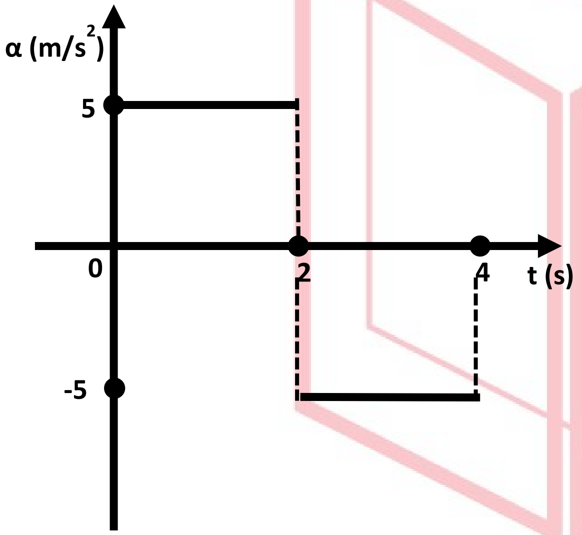
Δίνονται: $\eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

13510-Λύση

2.1

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(β)**. **(*Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Σύμφωνα με το διάγραμμα, το κινητό εκτελεί:

- Από $\boldsymbol{t_1 = 2\ s}$ έως $\boldsymbol{t_2 = 4\ s}$, Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση με *α* = -5 m/s^2 και η αρχική του ταχύτητα για το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα προκύπτει:

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -\frac{5\ m}{s^2} = \frac{0\ \frac{m}{s} - \upsilon_1}{2s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 10\ m/s}$$

Άρα την χρονική στιγμή t_1 = 2 s το κινητό έχει ταχύτητα μέτρου $10\ m/s$.

(*Μονάδες 4)*

- Από $\boldsymbol{t_0 = 0\ s}$ έως $\boldsymbol{t_1 = 2\ s}$, Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση με *α'* = 5 m/s^2

$$\alpha' = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 5\ m/s^2 = \frac{10\ \frac{m}{s} - \upsilon_0}{2s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_0 = 0 m/s}$$

(*Μονάδες 4)*

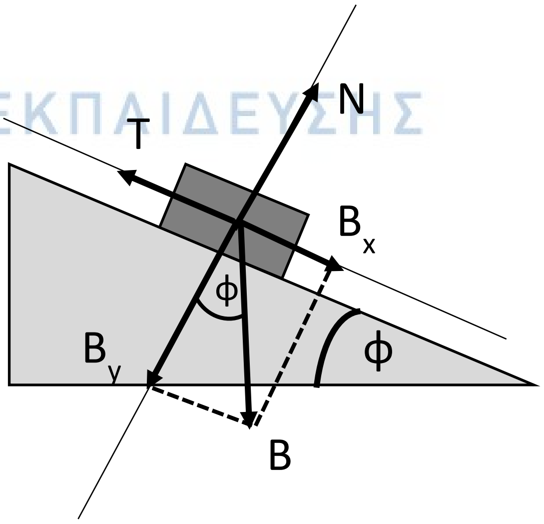
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2

Α. Σωστή απάντηση είναι η **(γ)**. **(*Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες (***Μονάδες 3)***



13510-Λύση

Επειδή το σώμα ολισθαίνει επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κινούμενο με σταθερή ταχύτητα θα ισχύουν:

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_{ολ} \Rightarrow mgημ45^0 = T_{ολ}\ (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mgσυν45^0 = N\ (2)$ **(Μονάδες 3)**

Σύμφωνα με τον νόμο της τριβής ολίσθησης:

$T_{ολ} = \mu_{ολ} N \xRightarrow{(1),(2)} mgημ45^0 = \mu_{ολ} mgσυν45^0$

$\Rightarrow \mu_{ολ} = \frac{ημ45^0}{συν45^0} = 1$ **(Μονάδες 3)**

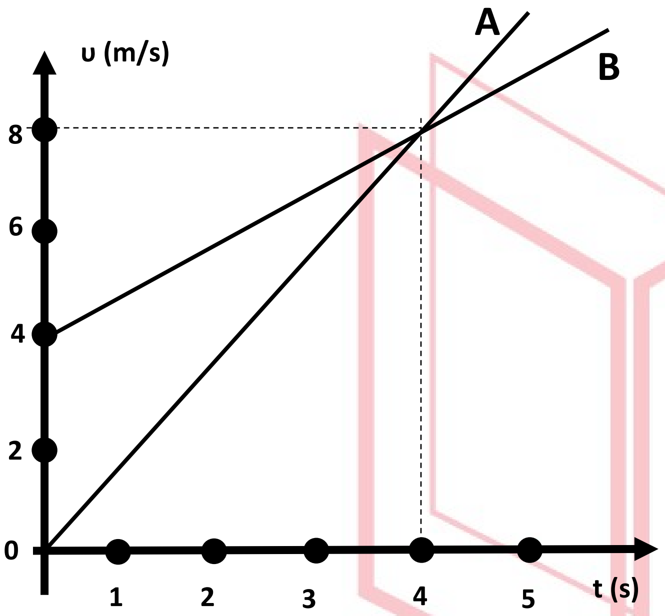
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1

13513

Τα κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος του οριζοντίου ημιάξονα Οx του άξονα xx’. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ και τα δύο κινητά βρίσκονται στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα κάθε κινητού σε σχέση με τον χρόνο.



Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 1\,{}^{m}\!/_{s^2}, \alpha_B = 2\,{}^{m}\!/_{s^2}$ και την χρον. στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ το κινητό Β προηγείται του Α κατά $8\ m$.

β. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 2\,{}^{m}\!/_{s^2}, \alpha_B = 1\,{}^{m}\!/_{s^2}$ και την χρον. στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ το κινητό Β προηγείται του Α κατά $8\ m$.

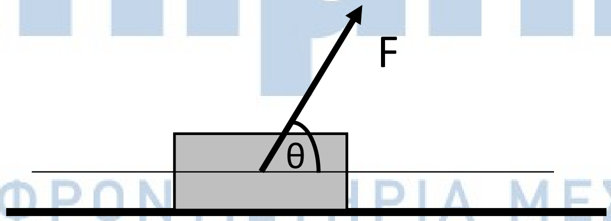
γ. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα: $\alpha_A = 1\,{}^{m}\!/_{s^2}, \alpha_B = 2\,{}^{m}\!/_{s^2}$ και την χρον. στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ τα δύο κινητά βρίσκονται στην ίδια θέση.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Το σώμα του διπλανού σχήματος ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα επάνω στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ. Το έργο της τριβής ολίσθησης για μετατόπιση του σώματος κατά Δx είναι:

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

α. $W_T = -\mu m g \Delta x$

β. $W_T = \mu(mg - F\eta\mu\theta)\Delta x$

γ. $W_T = -F\sigma\upsilon\nu\theta\Delta x$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

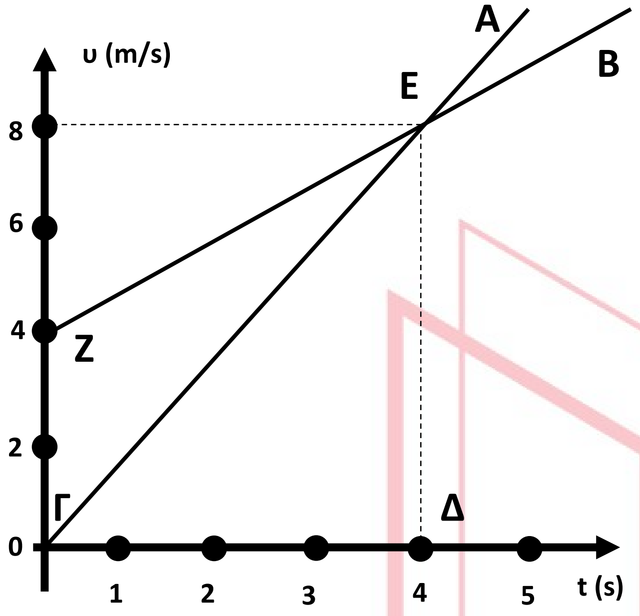
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.1

13513-Λύση

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(β)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση.



Η τιμή της επιτάχυνσης κινητού προκύπτει από την σχέση: $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, οπότε με βάση το διπλανό διάγραμμα έχουμε:

Για το κινητό Α: $\alpha_A = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda,A} - \upsilon_{\alpha\rho\chi,A}}{\Delta t} = \frac{8\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s}}{4s}$

$$\Rightarrow \alpha_A = 2\frac{m}{s^2}$$

Για το κινητό Β: $\alpha_B = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda,B} - \upsilon_{\alpha\rho\chi,B}}{\Delta t} = \frac{8\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s}}{4s}$

$$\Rightarrow \alpha_B = 1\frac{m}{s^2}$$

(Μονάδες 2Χ2=4)

Οι μετατοπίσεις των δύο κινητών για το χρονικό διάστημα των 4 s υπολογίζονται από το διάγραμμα.

Εμβαδόν τριγώνου ΓΔΕ: $\Delta x_A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = +16 \text{ m}$, $s_A = |\Delta x_A|$

Εμβαδόν τραπεζίου ΓΔΕΖ: $\Delta x_B = \frac{1}{2} \cdot (4 + 8) \cdot 4 = +24 \text{ m}$, $s_B = |\Delta x_B|$

Άρα το κινητό Β προηγείται του Α κατά $d = S_B - S_A = 8 \text{ m}$ ***(Μονάδες 4)***

(Β τρόπος)

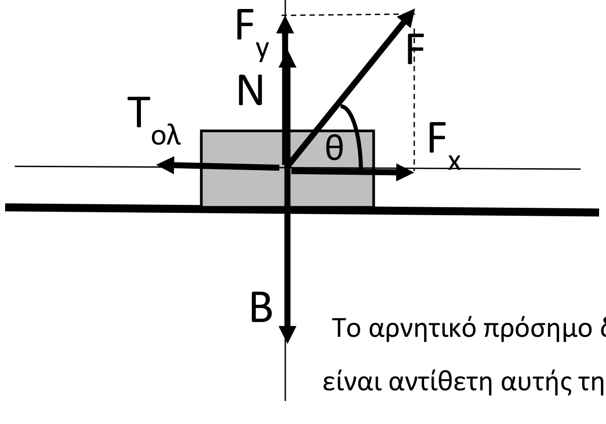
Υπολογισμός του εμβαδού του τριγώνου ΓΕΖ, που είναι η διαφορά των εμβαδών του τραπεζίου ΓΔΕΖ και του τριγώνου ΓΔΕ.

2.2

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(γ)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες. ***(Μονάδες 3)***



Εφόσον το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει: $\Sigma F = 0 \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T = F_x$

$$\Rightarrow T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \ (1)$$ ***(Μονάδες 3)***

Άρα: $W_{T o\lambda} = -T \cdot \Delta x \overset{(1)}{\Rightarrow} W_{T o\lambda} = -F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$

Το αρνητικό πρόσημο δικαιολογείται, από το ότι η φορά της δύναμης της Τριβής είναι αντίθετη αυτής της κίνησης. ***(Μονάδες 2+1=3)***

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1

13514

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_A = 2m$ και $m_B = m$ εκτοξεύονται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητες $\upsilon_A = 2\upsilon$ και $\upsilon_B = \upsilon$ αντίστοιχα. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Τα μέγιστα ύψη h_A και h_B από το έδαφος, στα οποία φθάνουν τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:

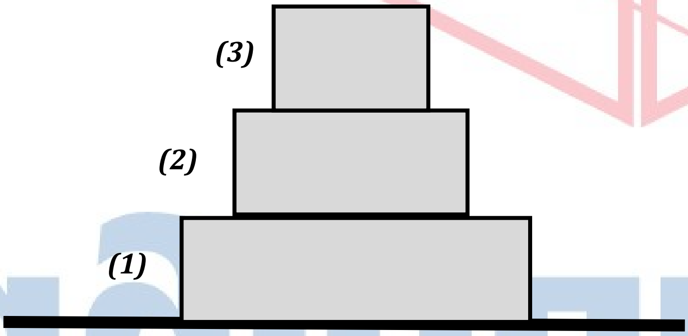
α. $\frac{h_A}{h_B} = 4$ β. $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$ γ. $\frac{h_A}{h_B} = 1$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Τα κιβώτια (1), (2) και(3) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των τριών κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα:

$$B_1 = 60\ \text{N}, \quad B_2 = 50\ \text{N}, \quad B_3 = 40\ \text{N}.$$

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Το κιβώτιο (2):

α. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου $F_{12} = 50\ \text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ} = 20\ \text{N}$.

β. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη $F_{12} = 90\ \text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ} = 0\ \text{N}$.

γ. Ασκεί στο το κιβώτιο (3) δύναμη $F_{23} = 50\ \text{N}$ με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ} = 0\ \text{N}$.

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας:

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13514-Λύση

2.1

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(α)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Α από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{0λ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_A \cdot \upsilon_A^2 = -m_A \cdot g \cdot h_A \Rightarrow h_A = \frac{\upsilon_A^2}{2 \cdot g} \ (1)$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Β από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{0λ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_B \cdot \upsilon_B^2 = -m_B \cdot g \cdot h_B \Rightarrow h_B = \frac{\upsilon_B^2}{2 \cdot g} \ (2)$$

(Μονάδες 2Χ3=6)

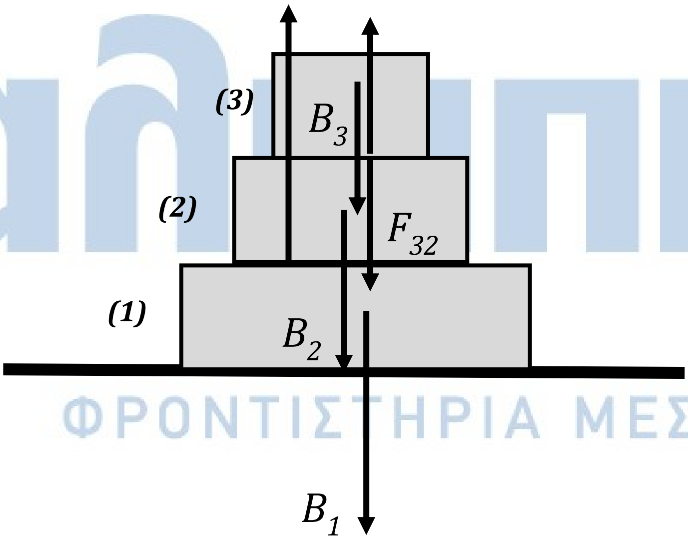
Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψιν ότι $\upsilon_A = 2\upsilon_B$ προκύπτει $\frac{h_A}{h_B} = 4$

(Μονάδες 2)

2.2

Α. Σωστή είναι η απάντηση **(β)**. ***(Μονάδες 4)***

Β. Ενδεικτική δικαιολόγηση.



Όλα τα σώματα ισορροπούν άρα σε κάθε σώμα $F_{ολ} = 0$ N.

(Μονάδα 1)

Το κιβώτιο (3) δέχεται το βάρος του B_3 και την δύναμη F_{23} από το κιβώτιο (2).

Επειδή ισορροπεί $B_3 = F_{23} = 40$ N

(Μονάδες 2)

Το κιβώτιο (2) δέχεται:

- από το κιβώτιο (3) δύναμη $F_{32} = F_{23} = 40$ N (δράση-αντίδραση),
- το βάρος του $B_2 = 50$ N,
- από το κιβώτιο (1) δύναμη F_{12}.

Επειδή ισορροπεί

$B_2 + F_{32} = F_{12} \Rightarrow F_{12} = 90$ N

(Μονάδες 6)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

13543

2.1 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση α και αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 0$. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (Δt) θα έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του θα είναι ίση με υ.

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα s και η ταχύτητα υ συνδέονται με τη σχέση:

(α) $s = \frac{2\upsilon^2}{\alpha}$ **(β)** $s = \frac{\upsilon^2}{\alpha}$ **(γ)** $s = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$

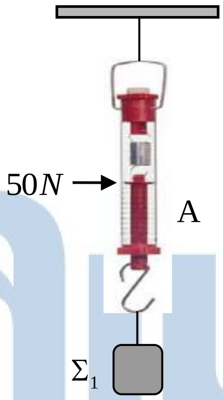
Μονάδες 4

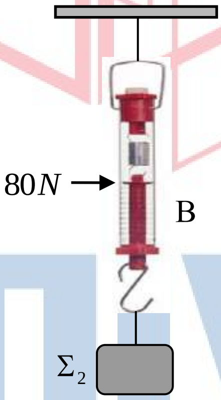
Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

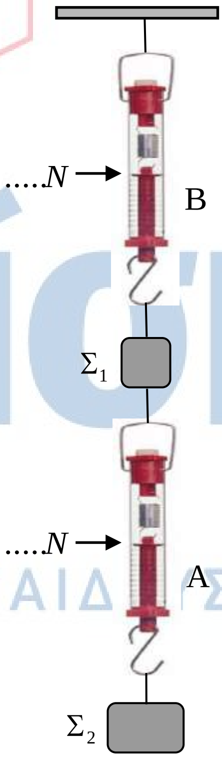
Μονάδες 8

2.2 Τα βάρη των σωμάτων Σ₁ και Σ₂, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με $50\ N$ και $80\ N$ αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.







Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: $80\ N$, Δυναμόμετρο Β: $130\ N$

(β) Δυναμόμετρο Α: $50\ N$, Δυναμόμετρο Β: $80\ N$

(γ) Δυναμόμετρο Α: $50\ N$, Δυναμόμετρο Β: $130\ N$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13543-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως

$$\upsilon = \alpha \Delta t \quad \Rightarrow \Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} \ \ (1)$$

Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = \frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \quad \overset{(1)}{\Rightarrow} \ s = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$$

2.2 Σωστή η απάντηση **(α)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ_2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και η τάση του νήματος προς τα πάνω. Το σώμα Σ_2 ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma F_2 = 0 \ \Rightarrow \ T_2 - B_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 80 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα Σ_2 θα ασκεί στο νήμα αντίθετη δύναμη.

Το νήμα είναι τεντωμένο, ακίνητο και αβαρές, επομένως η δύναμη που δέχεται το νήμα από το δυναμόμετρο Α είναι επίσης 80 N.

Τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, το νήμα ασκεί στο δυναμόμετρο Α δύναμη 80 N που είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου Α.

Αφού τα βάρη δυναμόμετρων και νημάτων είναι αμελητέα, το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στο νήμα που είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο του δυναμόμετρου Β είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή 130 N.

Με ανάλογους συλλογισμούς προκύπτει ότι η ένδειξη του δυναμόμετρου Β είναι 130 N.

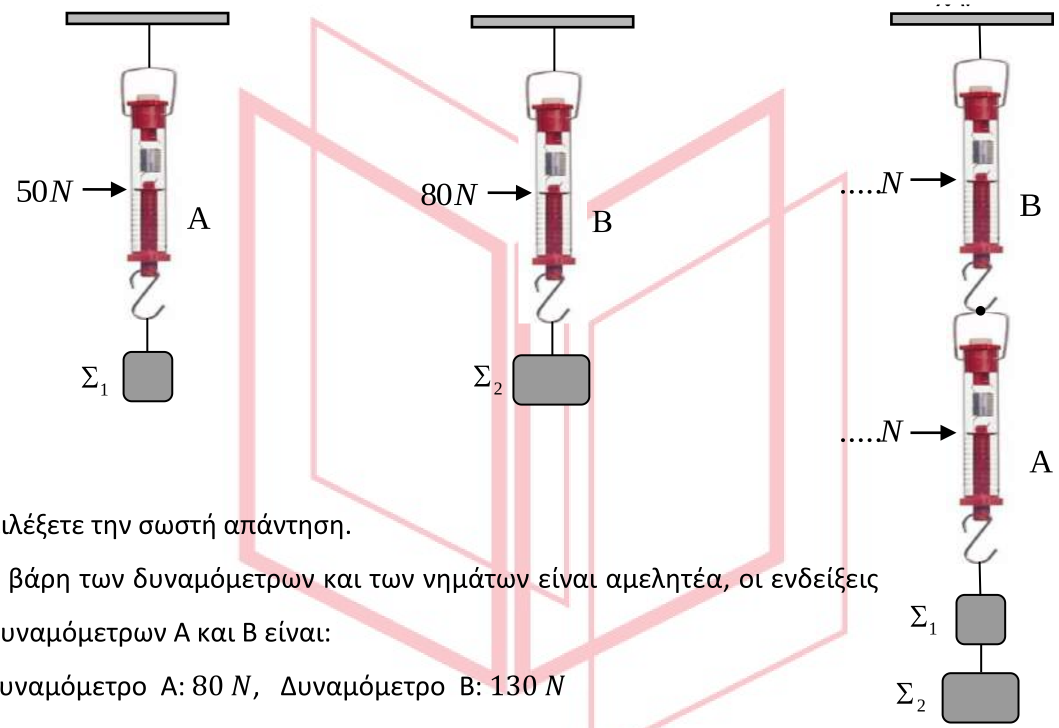
αλφαβητικός ... ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

13544

2.1 Τα βάρη των σωμάτων Σ$_1$ και Σ$_2$, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 80 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 80 N, Δυναμόμετρο Β: 130 N

(β) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 130 N

(γ) Δυναμόμετρο Α: 130 N, Δυναμόμετρο Β: 130 N

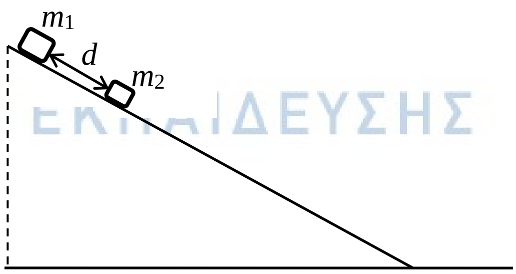
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2 Δύο σώματα m_1 και m_2 $(m_1 > m_2)$ αφήνονται ταυτόχρονα να ολισθήσουν κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου. Τη χρονική στιγμή (t_0=0 s) που αφέθηκαν, η απόσταση μεταξύ τους ήταν d.



Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τη χρονική στιγμή που το σώμα m_2 θα φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων d' θα είναι:

(α) $d' > d$, **(β)** $d' = d$, **(γ)** $d' < d$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13544-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος των σωμάτων που είναι κρεμασμένα στο νήμα που είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο του δυναμόμετρου Α είναι $B_{12} = 130\ \mathrm{N}$.

Έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow T_{12} - B_{12} = 0 \Rightarrow T_{12} = 130\ \mathrm{N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα Σ_1 θα ασκεί στο νήμα αντίθετη δύναμη. Το νήμα είναι τεντωμένο, ακίνητο και αβαρές, επομένως η δύναμη που δέχεται το νήμα από το δυναμόμετρο Α είναι $130\ \mathrm{N}$.

Τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, το νήμα ασκεί στο δυναμόμετρο Α δύναμη $130\ \mathrm{N}$, που είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου Α.

Αφού τα βάρη δυναμομέτρων και νημάτων είναι αμελητέα, το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στο δυναμόμετρο Β είναι $130\ \mathrm{N}$, που, με ανάλογους συλλογισμούς είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου Β.

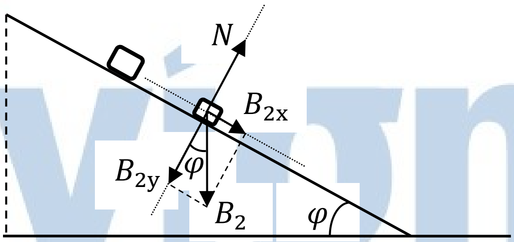
2.2 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για το σώμα m_2, μετά την ανάλυση των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, έχουμε:

$$\Sigma F_{2x} = m_2 a_2 \Rightarrow B_2 \eta\mu\varphi = m_2 a_2 \Rightarrow$$

$$m_2 g \eta\mu\varphi = m_2 a_2$$



και τελικά

$$a_2 = g\eta\mu\varphi$$

Με όμοιο τρόπο για το σώμα m_1 έχουμε:

$$a_1 = g\eta\mu\varphi$$

Τα σώματα ξεκινούν ταυτόχρονα την κίνησή τους, έχουν την ίδια επιτάχυνση ($a_1 = a_2 = \alpha$) και στο χρονικό διάστημα Δt που χρειάζεται το σώμα m_2 για να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα έχουν διανύσει το ίδιο διάστημα S $[S = \frac{1}{2}\, a\, (\Delta t)^2]$.

Επομένως η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων θα παραμείνει η ίδια.

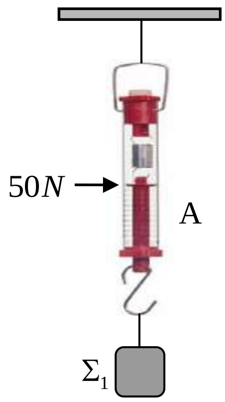
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

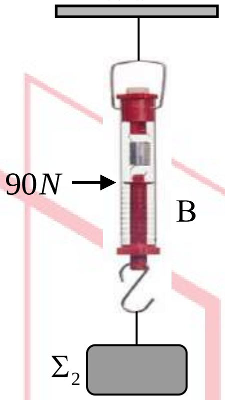
ΘΕΜΑ 2

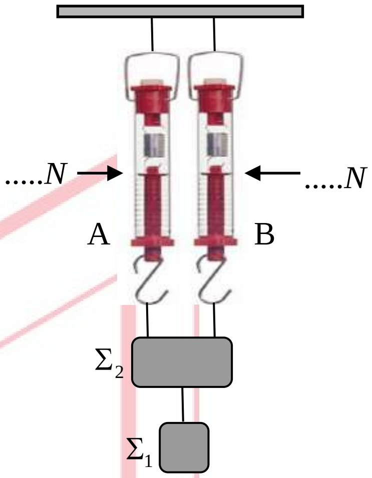
13545

2.1 Τα βάρη των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 90 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.







Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 90 N

(β) Δυναμόμετρο Α: 70 N, Δυναμόμετρο Β: 70 N

(γ) Δυναμόμετρο Α: 90 N, Δυναμόμετρο Β: 50 N

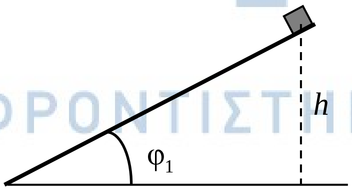
Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

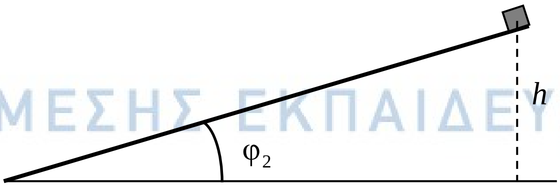
Μονάδες 8

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2 Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης ($φ_1=2φ_2$), αλλά από το ίδιο ύψος *h*.



(A)



(B)

Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν W_A και W_B τα έργα του βάρους στις δύο περιπτώσεις, τότε:

(α) $W_A=W_B$ **(β)** $W_A=2W_B$ **(γ)** $W_B=2W_A$

Μονάδες 4

Β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13545-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στα νήματα, στο τρίτο σχήμα, είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή $B_{12} = 140\ \mathrm{N}$.

Θεωρώντας τα δύο σώματα ως ένα (συσσωμάτωμα) και δεδομένου ότι οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow 2T - B_{12} = 0 \Rightarrow T = 70\ \mathrm{N}$$

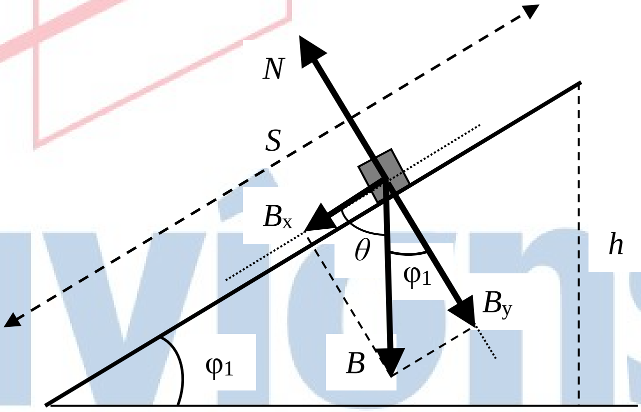
Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 70 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 70 N.

2.2 Σωστή η απάντηση **(α)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Για το κεκλιμένο επίπεδο (Α) το έργο του βάρους του σώματος είναι:

$W_A = B \cdot S \cdot συνθ$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot ημφ_1$ ή

$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S}$ και τελικά

$W_A = B \cdot h$ (1)

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για το κεκλιμένο επίπεδο (Β) καταλήγουμε ότι

$W_B = B \cdot h$ (2)

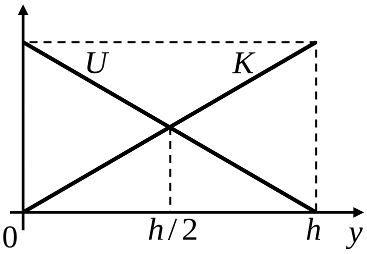
Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά $W_A = W_B$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

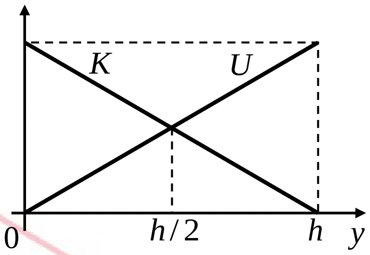
ΘΕΜΑ 2

13551

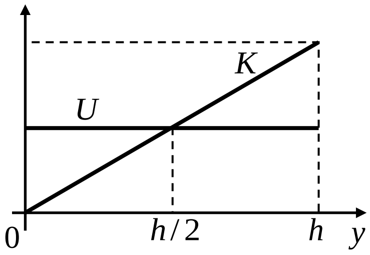
2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος *h* από το έδαφος , εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



(I)



(II)



(III)

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής (*K*) και της δυναμικής ενέργειας (*U*) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (*y*) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

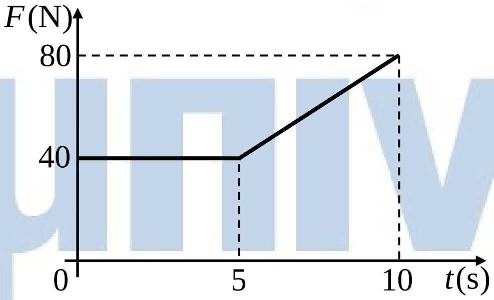
(α) I **(β)** II **(γ)** III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη F, της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα καθ' όλη την διάρκεια των 10 s παραμένει ακίνητο.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι:

(α) Στατική τριβή **(β)** Τριβή ολίσθησης **(γ)** Οριακή τριβή

Μονάδες 4

B) Για το χρονικό διάστημα 0 s - 10 s, να κάνετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες, αιτιολογώντας την μορφή της.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13551-Λύση

2.1 Σωστή η απάντηση **(β)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$U = mgy \quad (1) \text{ και}$$

$$E_{MHX} = K + U \Rightarrow K = E_{MHX} - mgy \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι το σωστό διάγραμμα είναι το II.

2.2 Σωστή η απάντηση **(α)**

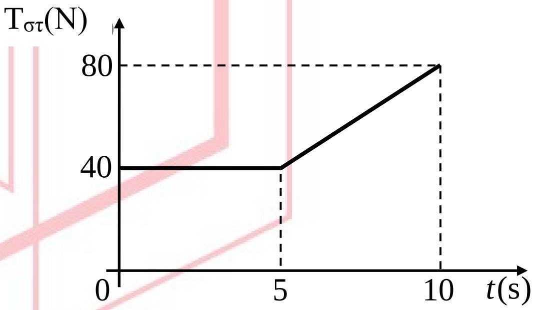
Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα παραμένει ακίνητο επομένως η τριβή είναι στατική.

Από το 1ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = F$$

Από τη παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η $T_{\sigma\tau}$ είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την ασκούμενη δύναμη F, επομένως η γραφική παράσταση του μέτρου της είναι ακριβώς ίδια με αυτή της δοθείσας δύναμης F.

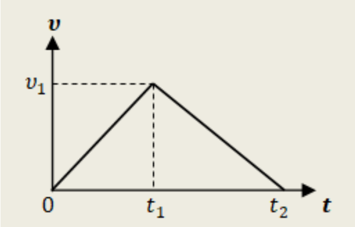


Γνωρίζουμε ότι η τριβή ολίσθησης και η οριακή τριβή έχουν σταθερό μέτρο. Άρα η ασκούμενη τριβή δεν μπορεί παρά να είναι στατική.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13563

ΘΕΜΑ 4



Ένα σώμα μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$ είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ σώματος και δαπέδου δημιουργείται τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και αμέσως αυτό αρχίζει να κινείται, ολισθαίνοντας πάνω στο δάπεδο.

Τη χρονική στιγμή t_1, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται και το σώμα, αφού επιβραδύνεται λόγω τριβής, σταματάει τη στιγμή $t_2 = 6\,\mathrm{s}$, έχοντας ως τότε διανύσει συνολικό διάστημα $S = 18\,\mathrm{m}$.

Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο v_1 της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$.

Μονάδες 6

4.2. Τη χρονική στιγμή t_1

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$

Μονάδες 6

4.4. Την ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο.

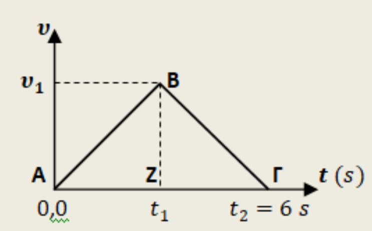
Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ και ότι μπορείτε να αγνοήσετε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13563-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

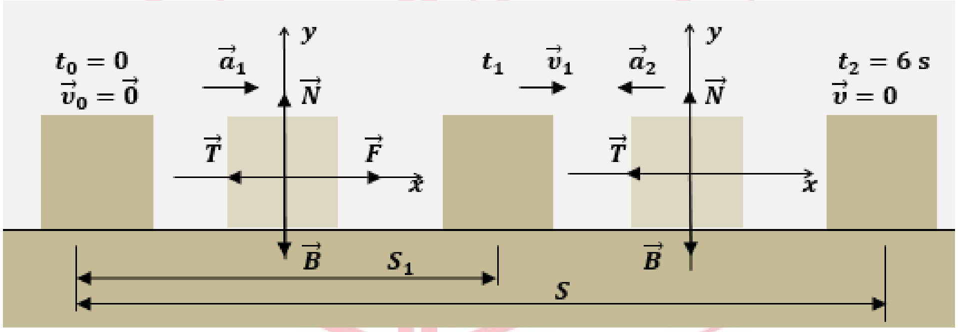


4.1. Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_2 = 6\,s$, είναι $S = 18\,m$ και υπολογίζεται ως «εμβαδόν» του τριγώνου ΑΒΓ στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου που δόθηκε.

Δηλαδή : $s = \frac{(A\Gamma)\cdot(BZ)}{2}$

$18\,m = \frac{(6\,s)\cdot(\upsilon_1)}{2}$ και τελικά $\upsilon_1 = 6\ \frac{m}{s}$.

4.2. Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$, από τη χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή $t_2 = 6\,\mathrm{s}$,το σώμα επιβραδύνεται ομαλά εξαιτίας της τριβής.



Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και στον άξονα y΄y ισχύει:

$\Sigma F_y = 0\,,\quad N - B = 0\,,\quad$ ή $\quad N = B = m\cdot g = 20\,\mathrm{N}$

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης $T = \mu\cdot N = 4\,\mathrm{N}$

Εφαρμόζοντας στον οριζόντιο άξονα x΄x τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση του σώματος, έχουμε:

$\Sigma F_x = m\cdot a_2\quad$ ή $\quad a_2 = \frac{-T}{m} = -2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

Η τιμή αυτή της επιτάχυνσης $\vec{a}_2$, μπορεί να προκύψει και από το διάγραμμα ταχύτητας- χρόνου για την αντίστοιχη χρονική διάρκεια:

$a_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{0-\upsilon_1}{t_2-t_1}\quad$ ή $\quad -2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{-6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{6\,\mathrm{s}-\mathrm{t}_1}\quad$ απ' όπου τελικά προκύπτει $\quad t_1 = 3\,s$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.3. Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 3\,s$:

$$a_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_1-0}{t_1-0} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για αυτή τη χρονική διάρκεια:

$$\Sigma F_x = m\cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F - T = m\cdot a_1$$
$$F = T + m\cdot a_1 = 4\,\mathrm{N} + 4\,\mathrm{N} = 8\,\mathrm{N}$$

13563-Λύση

4.4. Το διάστημα S_1 που διανύει το σώμα μέχρι τη στιγμή t_1- μπορούμε τώρα να το υπολογίσουμε:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 9\ \mathrm{m}$$

Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα είναι ίση με το παραγόμενο έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο διάστημα S_1 :

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot S_1 = 72\ \mathrm{J}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^o

13564

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις Α1-Α3 και δίπλα, <u>χωρίς δικαιολόγηση</u>, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

1.1 Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα:

α) παραμένει πάντα ακίνητο,

β) κινείται ευθύγραμμα και επιβραδύνεται μέχρι να ακινητοποιηθεί,

γ) κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή ηρεμεί,

δ) κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα

Μονάδες 5

1.2 Εξ ορισμού, η αδρανειακή μάζα ενός σώματος μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

α) τοποθετούμε το σώμα σε ένα ζυγό σύγκρισης και συγκρίνουμε τη μάζα του με γνωστές μάζες,

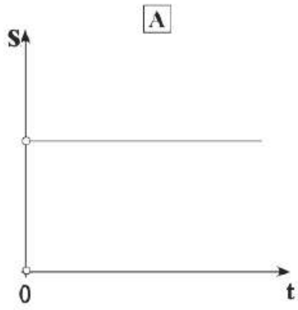
β) χρησιμοποιούμε δυναμόμετρο για να μετρήσουμε το βάρος του και στη συνέχεια την υπολογίζουμε,

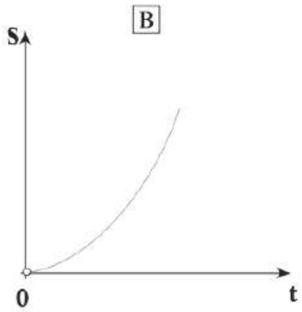
γ) ασκούμε δύναμη στο σώμα και μετράμε την επιτάχυνση που αποκτά,

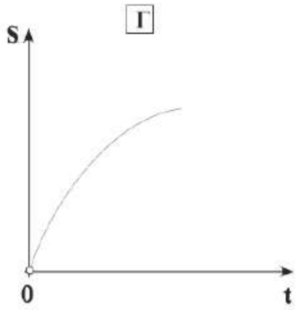
δ) μετράμε τον όγκο του σώματος και μέσω της πυκνότητας του βρίσκουμε τη μάζα.

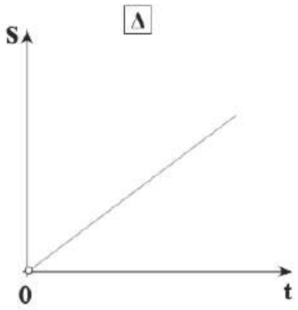
Μονάδες 5

1.3 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα διαστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;









ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 5

1.4 Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα **Σ**, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Οι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης ασκούνται πάντα σε διαφορετικά σώματα.
2. Η άνωση που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο, είναι μια δύναμη από απόσταση.

3. Για ένα κιβώτιο που ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο, η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο πάντα μεγαλύτερο από το μέτρο της οριακής τριβής.
4. Η άνωση είναι μια δύναμη που το έργο της είναι πάντα μηδενικό.
5. Το έργο σταθερής δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος στο οποίο ασκείται.

Μονάδες 5

1.5 Να αντιστοιχίσετε ένα προς ένα τα φυσικά μεγέθη της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη μονάδα μέτρησής τους, από τη δεύτερη στήλη

Φυσικά μεγέθη	**Μονάδες μέτρησης στο S.I.**
1) Άνωση	α) m/s
2) Αδρανειακή μάζα	β) J
3) Μεταβολή κινητικής ενέργειας	γ) W
4) Επιβράδυνση	δ) N
5) Μετατόπιση	ε) m/s^2
	στ) m
	ζ) Kg

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13564-Λύση

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1.1 γ

1.2 γ

1.3 δ

1.4 Σ, Λ, Λ, Λ, Σ

1.5

1 - δ
2 - ζ
3 - β
4 - ε
5 - στ

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2ο

13566

2.1 Ένας ανελκυστήρας μάζας 350 kg μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας 150 kg. Ο ανελκυστήρας ξεκίνησε από την ηρεμία τη χρονική στιγμή μηδέν και άρχισε να ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση. Για το χρονικό διάστημα 0 – 10 s η ταχύτητα του μεταβλήθηκε κατά 2 $\frac{m}{s}$. Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκεί το (αβαρές) συρματόσχοινο στο οποίο είναι προσδεμένος ο ανελκυστήρας. Δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσκοινο.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα η δύναμη που ασκεί το συρματόσχοινο στον ανελκυστήρα έχει μέτρο ίσο με:

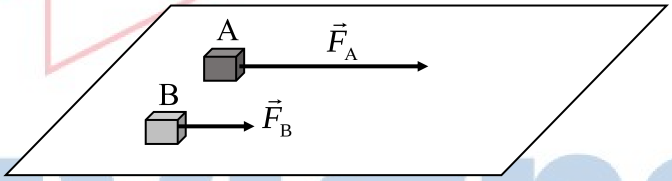
α) 5000 N , β) 5100 N , γ) 5150 N

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = 3 \cdot F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\,s$ η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι υ. Το κιβώτιο Β αποκτά ταχύτητα ίδιου μέτρου (υ) τη χρονική στιγμή $t_2 = 20\,s$.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

α) $m_A = m_B$, β) $m_A = \frac{2}{3}m_B$, γ) $m_B = \frac{2}{3}m_A$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

13566-Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή επιτάχυνση a προς τα πάνω, ξεκινώντας από την ηρεμία, μας βοηθάει να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του.

$$\Delta \upsilon = a \cdot \Delta t$$

ή

$$a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{2}{10}\frac{m}{s^2} = 0{,}2\ \frac{m}{s^2}$$

Σύμφωνα με το 2^o νόμο του Newton:

$$F - m \cdot g = m \cdot a$$

ή

$$F = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g) = 5100\ N$$

Αφού η συνολική μάζα είναι 350 + 150 = 500 kg

2.2) Σωστή απάντηση: (γ)

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με το 2^o νόμο του Newton

$$F_A = m_A a_A \text{ και } F_B = m_B a_B$$

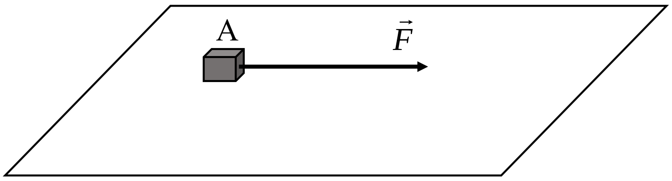
Οπότε η σχέση που δίνεται: $F_A = 3 \cdot F_B$ γίνεται: $m_A a_A = 3 \cdot m_B a_B$ (1)

Τα δύο κιβώτια αποκτούν την ίδια ταχύτητα σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (το κιβώτιο Β σε διπλάσιο χρόνο από το Α). Οπότε $\upsilon = a_A \cdot t = a_B \cdot 2 \cdot t$ ή $a_A = 2 \cdot a_B$ οπότε από την (1) προκύπτει η σχέση: $m_B = \frac{2}{3} m_A$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13567

ΘΕΜΑ 2ο



2.1 Ξύλινος κύβος μάζας 0,5 kg βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ξεκινάει να ασκείται πάνω του οριζόντια σταθερή δύναμη F και ο κύβος ξεκινάει να ολισθαίνει. Δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

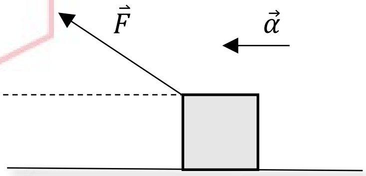
2.1.Α Συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα:

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s				

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 8



2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων μετατοπίζεται κατά Δx πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, λόγω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι:

α) Θετικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\sigma\upsilon\nu\varphi - ma) \cdot \Delta x|$,

β) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\sigma\upsilon\nu\varphi - ma) \cdot \Delta x|$,

γ) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $|(F\eta\mu\varphi - ma) \cdot \Delta x|$.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

13567-Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s	2 m/s^2	1 N	3,2 J	4 m/s

$$\varDelta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \varDelta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \varDelta x}{\varDelta t^2} = \frac{8}{4}\frac{m}{s^2} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

$$F = m \cdot a = 0{,}5\ \cdot 2\,N = 1\,N$$

$$W = F \cdot \varDelta x = 1\ \cdot 4\,J = 4\,J$$

$$\upsilon = \ a \cdot \varDelta t = 4\ \ \frac{m}{s}$$

2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2^o νόμο του Newton

$$F_{o\lambda} = ma \text{ (1)}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{o\lambda\,x} = F_x - T \text{ (2)}$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x την υπολογίζουμε με ανάλυση της F ως:

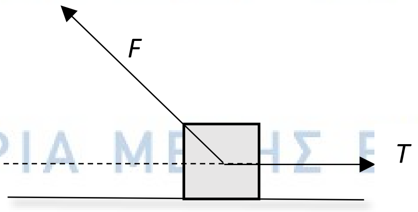
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ (3)}$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



Οπότε το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = T\ \cdot \varDelta x \cdot \sigma\upsilon\nu\ 180^\circ\ \ = \ -(F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma)\ \cdot \varDelta x$$

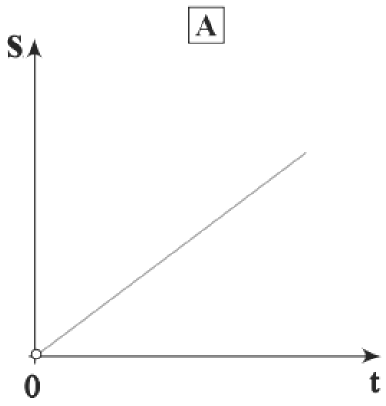
Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

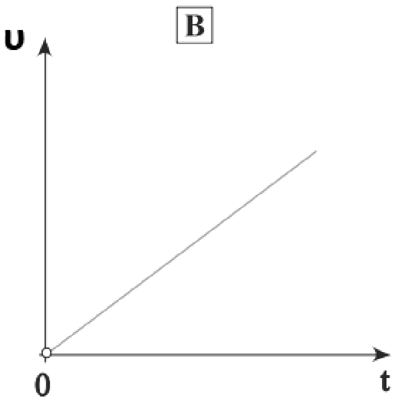
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

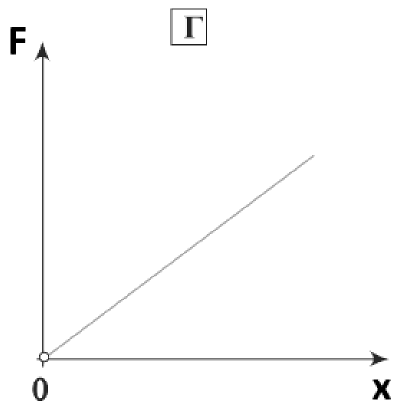
ΘΕΜΑ 2ο

13568

2.1 Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα δεύτερο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του.







2.1.Α Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερεις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:

1) Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας.
2) Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
3) Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
4) Αν είναι δύναμη που επιμηκύνει ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

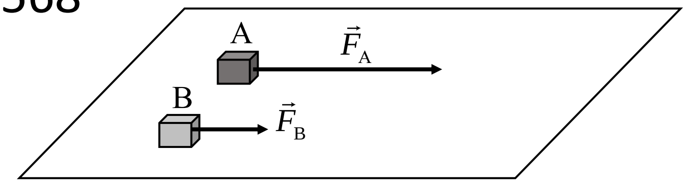
Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
Α	
Β	
Γ	

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 6

2.1.Β Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 6



2.2. Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = 3 \cdot F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\ s$ η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι διπλάσια από την ταχύτητα του κιβωτίου Β.

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

α) $m_A = m_B$, β) $m_A = \frac{2}{3}m_B$, γ) $m_B = \frac{2}{3}m_A$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

13568-Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις:

Α – 1

Β – 2

Γ – 4

Διάγραμμα 1^{ο}

Η κλίση προκύπτει ως το πηλίκο της απόστασης διά του χρόνου (θεωρία).

$$\upsilon = \frac{S}{\Delta t}$$

Διάγραμμα 2^{ο}

Στην γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου είναι ίσο αριθμητικά με τη μετατόπιση (θεωρία).

$$x = \frac{1}{2}\,\upsilon\,\cdot t\; = \frac{1}{2}\,\alpha\,\cdot\,t^2$$

Διάγραμμα 3^{ο}

Η σταθερά ενός ελατηρίου υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας της γραφικής παράστασης της δύναμης που επιμηκύνει το ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση του.

$$k = \frac{F}{\Delta x}$$

2.2) Σωστή απάντηση: (γ)

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση, οπότε, σύμφωνα με το 2^{ο} νόμο του Newton, προκύπτει:

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Άρα η σχέση που δίνεται: $F_A = 3 \cdot F_B$ γίνεται: $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B$ (1)

Και τα δύο κιβώτια στο ίδιο χρονικό διάστημα έχουν αποκτήσει ταχύτητες για τις οποίες ισχύει $\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B$

$$\upsilon_A = 2 \cdot \upsilon_B \text{ ή } a_A \cdot t = 2 \cdot a_B \cdot t$$

$$a_A = 2 \cdot a_B$$

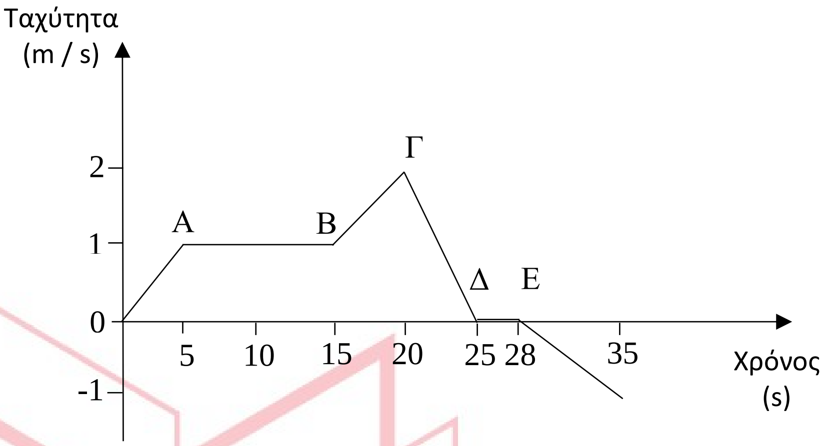
οπότε από την (1) προκύπτει η σχέση: $m_A \cdot 2 \cdot a_B = 3 \cdot m_B \cdot a_B$ ή $m_B = \frac{2}{3} m_A$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13569

ΘΕΜΑ 2ο

2.1 Το διπλανό διάγραμμα περιγράφει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο για σώμα που κινείται ευθύγραμμα.



2.1.Α Επιλέξτε την απάντηση που θεωρείτε σωστή, από τις τρεις πιο κάτω επιλογές. Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι θετικό:

α) το χρονικό διάστημα 0 – 15 s

β) το χρονικό διάστημα 5 s – 15 s

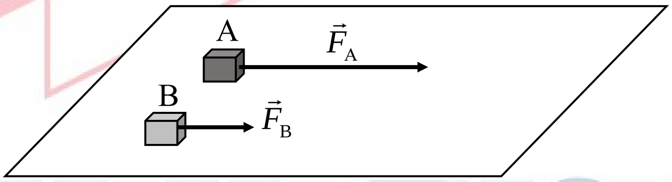
γ) το χρονικό διάστημα 20 s – 25 s

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A = 3 \cdot F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 10\ s$ το κιβώτιο Β έχει διανύσει τριπλάσια απόσταση από το κιβώτιο Α.



2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

α) $m_A = m_B$, β) $m_A = 9\, m_B$, γ) $m_B = \frac{1}{3} m_A$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13569-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (α)

Για κάθε ένα χρονικό διάστημα (από όσα δίνονται ως επιλογές) το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να μας δώσει το πρόσημο του έργου της συνολικής δύναμης.

Αν $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} > 0 \; \tau ό \tau \varepsilon \; \kappa \alpha \iota \; W_{F o\lambda} > 0$

Στο χρονικό διάστημα 0 – 15 s η ταχύτητα τη χρονική στιγμή $t = 15\,s$ είναι μεγαλύτερη από τη ταχύτητα για $t = 0$. Άρα $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} > 0$

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν ισχύει αυτό.

2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με το 2° νόμο του Newton

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Οπότε η σχέση που δίνεται: $F_A = 3 \cdot F_B$ γίνεται: $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B$ (1)

Τα δύο κιβώτια στον ίδιο χρόνο έχουν διανύσει διαφορετικές αποστάσεις για τις οποίες ισχύει:

$S_B = 3 \cdot S_A$, άρα $\frac{1}{2} \cdot \alpha_B \cdot t^2 = \frac{3}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$ και τελικά: $\alpha_B = 3 \cdot \alpha_A$ (2)

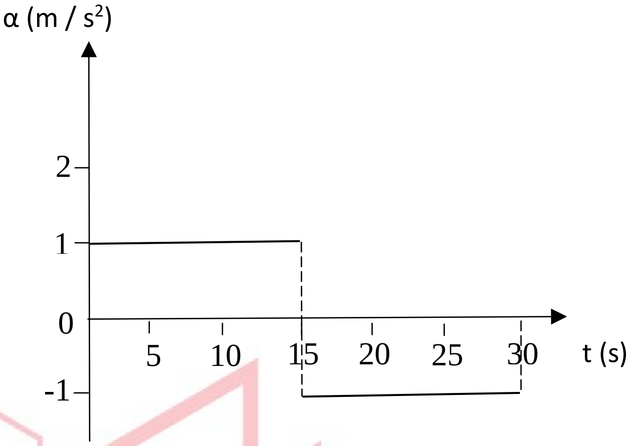
Από (1) και (2) προκύπτει λοιπόν: $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot 3 \cdot \alpha_A => m_A = 9 \cdot m_B$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13570

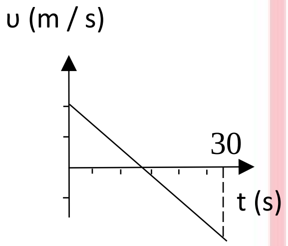
ΘΕΜΑ 2^o

2.1 Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς το χρόνο κίνησης.

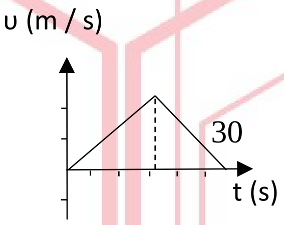


2.1.Α Επιλέξτε ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο:

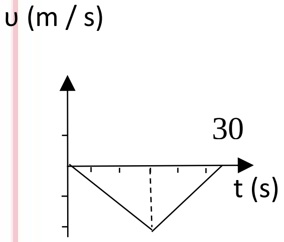
α)



β)



γ)



Μονάδες 4

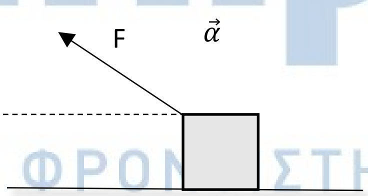
2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

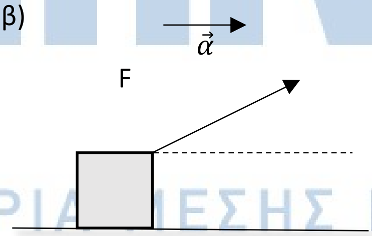
2.2. Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή (θετική σε μέτρο) επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Η κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε στο σώμα σχηματίζει γωνία 30^o με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η δύναμη της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο $F\sigma\upsilon\nu 30° - \mathrm{m}\alpha$.

2.2.Α Επιλέξτε ποιο από τα ακόλουθα σχήματα ανταποκρίνεται στα πιο πάνω δεδομένα:

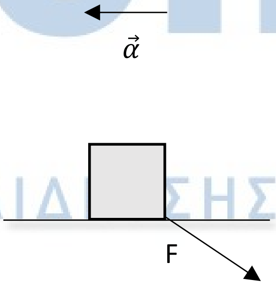
α)



β)



γ)



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

13570-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

Από το εμβαδό του γραφήματος προκύπτει ότι στα πρώτα 15s της κίνησης η μεταβολή της ταχύτητας είναι θετική, δηλ. η τελική ταχύτητα είναι μεγαλύτερη της αρχικής, το οποίο ισχύει μόνο για το διάγραμμα β.

2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή θετική σε μέτρο επιτάχυνση (αρα το διάνυσμα της επιτάχυνσης "δείχνει" τη φορά της κίνησης και θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη F) οπότε, σύμφωνα με τον 2^o νόμο του Newton, ισχύει:

$$F_{ολ} = ma \text{ (1)}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα F_x της δύναμης F και η τριβή T (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος). Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολ\,x} = F_x - T \text{ (2)}$$

Την οριζόντια συνιστώσα F_x την υπολογίζουμε με ανάλυση της F ως:

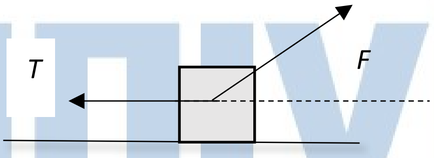
$$F_x = F \cdot συν30° \text{ (3)}$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3), προκύπτει

$$ma = F \cdot συν30° - T$$

$$T = F \cdot συν30° - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής

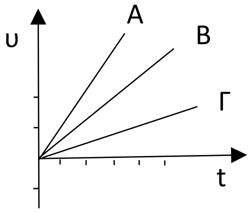


αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2ο

13572

2.1 Τρία ακίνητα σώματα Α, Β και Γ με διαφορετικές μάζες δέχονται την ίδια συνισταμένη δύναμη F και ξεκινούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Το διάγραμμα παρουσιάζει τις μεταβολές των ταχυτήτων τους ως προς το χρόνο για το χρονικό διάστημα που το καθένα δέχεται δύναμη.



2.1.Α Επιλέξτε ποια είναι η σωστή σχέση μαζών των σωμάτων:

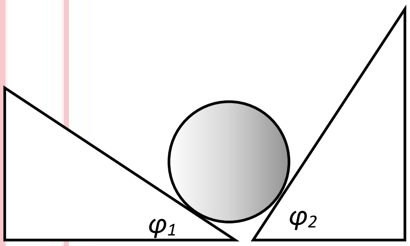
α) $m_A = m_B = m_Γ$, β) $m_A < m_B < m_Γ$, γ) $m_A > m_B > m_Γ$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης φ$_1$=30^o (Σφήνα 1) και φ$_2$=60^o (Σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:



Β2.1 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

α) $m \cdot g \cdot συν30^o,\ m \cdot g \cdot συν60^o$,

β) $m \cdot g \cdot ημ30^o,\ m \cdot g \cdot ημ60^o$,

γ) $m \cdot g \cdot ημ30^o,\ m \cdot g \cdot συν60^o$.

Μονάδες 4

Β2.2 Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13572-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

Από τον $2^{ος}$ νόμο Newton προκύπτει ότι για σταθερή δύναμη η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας:

$$\alpha = \frac{F}{m} \text{ (1)}$$

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η κλίση της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνει την επιτάχυνση.

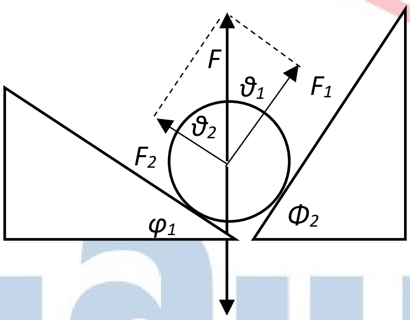
Με βάση το διάγραμμα ταχύτητας ως προς το χρόνο η ευθεία Α έχει μεγαλύτερη κλίση από τις άλλες δύο. Άρα

$$a_A > a_B > a_\Gamma$$

Οπότε, με βάση την (1) , έχουμε:

$$m_A < m_B < m_\Gamma$$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Οι δυνάμεις F_1 και F_2 που ασκούν οι σφήνες στην σφαίρα είναι κάθετες στην επιφάνειες επαφής και σχηματίζουν γωνίες με την κατακόρυφο έστω ϑ_1 και ϑ_2 αντίστοιχα.

Για να ισορροπεί η σφαίρα ($1^{ος}$ Νόμος Newton), η συνισταμένη F των F_1 και F_2 θα πρέπει να έχει μέτρο ίσο με το βάρος $m \cdot g$ της σφαίρας. Δηλ. $F_1 = m \cdot g \cdot συν\theta_1$ και $F_2 = m \cdot g \cdot συν\theta_2$.

Οι ϑ_1 και φ_1, ως οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές είναι ίσες. Το ίδιο ισχύει και για τις ϑ_2 και φ_2.

Άρα οι δύο δυνάμεις έχουν μέτρα: $F_1 = m \cdot g \cdot συν30^o$ και $F_2 = m \cdot g \cdot συν60^o$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13573

ΘΕΜΑ 2°

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος *h*. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της αρχικής του. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.Α Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια από την αρχική κινητική του, όταν απέχει από το έδαφος:

α) *h/3* , β) *h/2* , γ) *h*

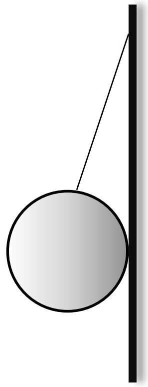
Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο.

2.2.Α Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα :



α) $\frac{m \cdot g}{συνφ} ημφ$, β) $\frac{m \cdot g}{ημφ} συνφ$, γ) $m \cdot g$.

.

Μονάδες 6

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13573-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (γ)

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη (h) και στην κατώτερη θέση (0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

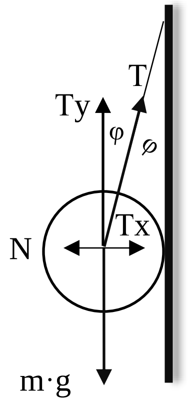
$$E_{MHX\alpha\rho\chi} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = K_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = 4 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

οπότε

$$U = 3 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

Δηλ. σε ύψος σε h – αρχική θέση

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος Τ και η δύναμη από τον τοίχο **N**.

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$$T_y = m \cdot g \text{ ή } T \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \text{ ή } T = \frac{m \cdot g}{\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

Στον οριζόντιο άξονα:

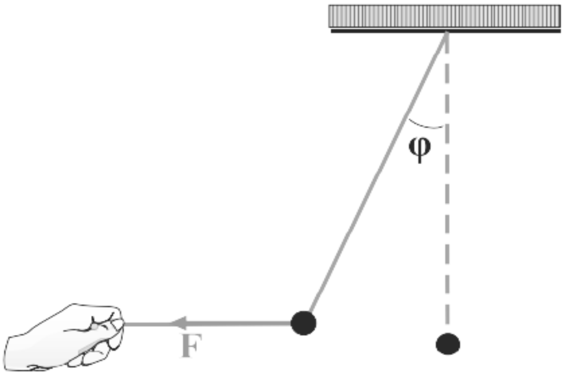
$$T_x = \boldsymbol{N} \text{ ή } T \cdot \eta\mu\varphi = \boldsymbol{N} \text{ ή } \boldsymbol{N} = \frac{m \cdot g}{\sigma\upsilon\nu\varphi}\eta\mu\varphi$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13574

ΘΕΜΑ 2^o

2.1 Σφαίρα μάζας 1 kg ισορροπεί όπως στο σχήμα υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F = 10 N. Δίνεται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.



2.1.A Η γωνία απόκλισης του (αβαρούς) νήματος από την κατακόρυφο στην θέση ισορροπίας της σφαίρας είναι:

α) 30^o , β) 45^o , γ) 60^o.

Δίνονται: συν60° = ημ30° = 0,5, ημ45° = συν45° = $\frac{\sqrt{2}}{2}$

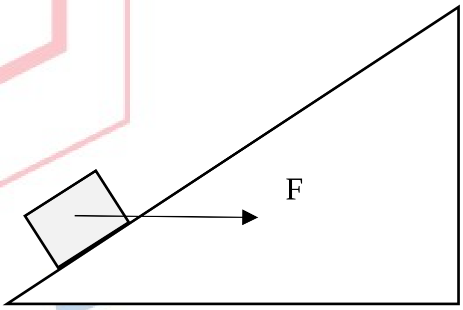
και ημ60° = συν30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Μονάδες 6

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

B2. Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία 30° με τον ορίζοντα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι μ = 0,2 και το σώμα διανύει συνολικό μήκος 10 m. Δίνονται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ημ30° = 0,5 και συν30° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



B2.1 Αν το έργο της τριβής κατά την μετακίνηση του σώματος είναι $-20\sqrt{3}$ J, το μέτρο της δύναμης F ισούται με:

α) $10\sqrt{3}\ N$, β) $5\sqrt{3}\ N$, γ) $\frac{5\sqrt{3}\ N}{3}$.

Μονάδες 6

B2.2 Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

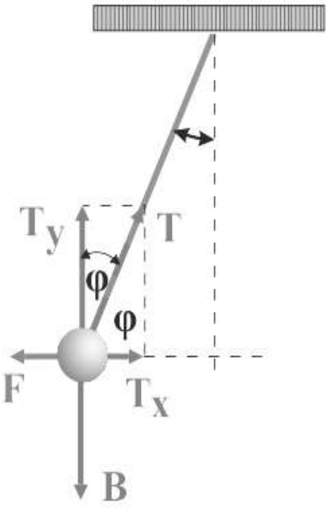
Μονάδες 7

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13574-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)



Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$T_y = m \cdot g$ ή $T \cdot συνφ = m \cdot g$

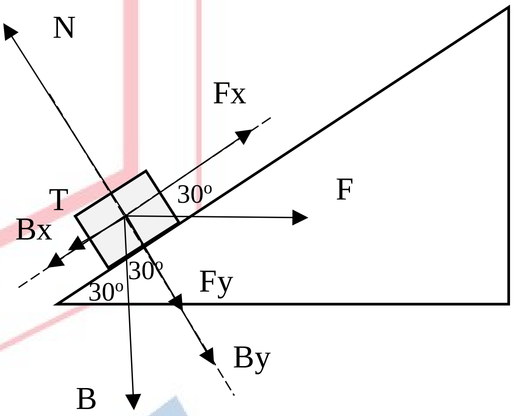
Στον οριζόντιο άξονα:

$T_χ = F$ ή $T \cdot ημφ = F$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη προκύπτει: $\frac{ημφ}{συνφ} = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{10}{10} = 1$

Άρα η γωνία είναι 45°.

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Το έργο της τριβής θα είναι: $W_T = T \cdot Δx \cdot συν180^o$, άρα

$$-20\sqrt{3} = T \cdot 10 \cdot (-1)$$

Άρα $T = 2\sqrt{3}\, N$ και από τον ορισμό της τριβής:

$T = μ \cdot \boldsymbol{N}$ ή $\boldsymbol{N} = 10\sqrt{3}\, N$

Στον κάθετο άξονα:

Με βάση τον 1^o νόμο Newton:

$F_y + B_y = \boldsymbol{N}$ ή $F_y = \boldsymbol{N} - m \cdot g \cdot συν30^o = 5\sqrt{3}\, N$

Και δεδομένου ότι: $F_y = F \cdot ημ30^o$

Προκύπτει ότι: $F = 10\sqrt{3}\, N$

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13575

ΘΕΜΑ 2°

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h_1. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος (οριακά πριν ακουμπήσει στο έδαφος) είναι διπλάσια της αρχικής του. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη αλλά αυτή τη φορά αφήνουμε το σώμα από ύψος h_2 χωρίς αρχική ταχύτητα και καταλήγει να έχει πάλι την ίδια τελική κινητική ενέργεια. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.Α Η σχέση που συνδέει τα ύψη $h_1 \; και \; h_2$ είναι:

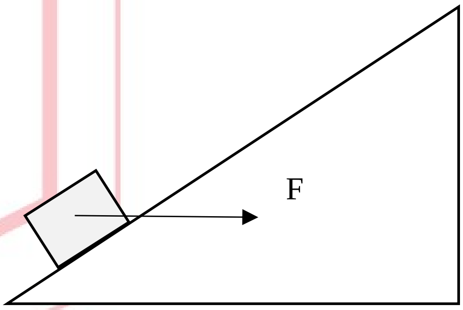
α) $h_1 = 2 \cdot h_2$, β) $2 \cdot h_1 = h_2$, γ) $h_2 = 4 \cdot h_1$.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει με σταθερή ταχύτητα προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο (γωνίας φ) υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F (όπως στο σχήμα). Δίνονται ως δεδομένα: ο συντελεστής τριβής του επιπέδου μ = 0,2 , $g = 10 \; \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



2.2.Α Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα και ισχύει: $ημφ = συνφ$ ποια από τις επόμενες επιλογές είναι σωστή;

α) $F = \frac{3}{2} \cdot B$, β) $\frac{3}{2} \cdot F = B$, γ) $F = B$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

13575-Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

1η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη h_1 θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{MHX\alpha\rho\chi} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = K_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } K_{\alpha\rho\chi} + U = 2 \cdot K_{\alpha\rho\chi}$$

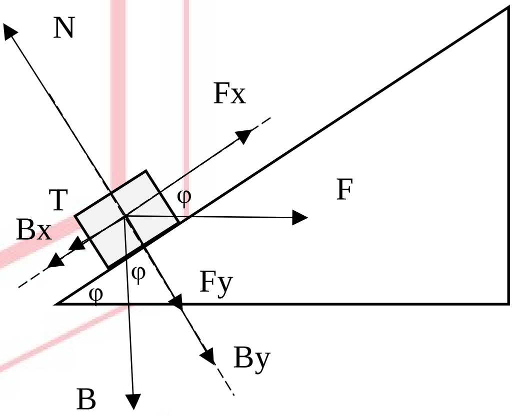
$$\text{Οπότε: } U = K_{\alpha\rho\chi} = K \text{ ή } K = mgh_1$$

2η ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη h_2 θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{MHX\alpha\rho\chi,2} = E_{MHX\tau\varepsilon\lambda,2} \text{ ή } U_2 = K_{\tau\varepsilon\lambda} = 2 \cdot K \text{ ή } mgh_2 = 2 \cdot mgh_1$$

$$\text{Οπότε: } h_2 = 2 \cdot h_1$$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Έστω σύστημα αναφοράς όπως αυτό του σχήματος.

Δεδομένου ότι το σώμα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

<u>Στον κάθετο άξονα:</u>

$B_y + F_y = N$ ή $B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi = N$ (1)

<u>Στον παράλληλο άξονα:</u>

$$F_x = B_x + T \text{ ή } F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + T$$

Δεδομένου ότι $T = \mu \cdot N$ η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot N$$

και, λόγω της (1) και επειδή $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\varphi$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi)$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + 0{,}2 \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

$$0{,}8 \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 1{,}2 \cdot B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$8 \cdot F = 12 \cdot B$$

$$2 \cdot F = 3 \cdot B$$

$$F = \frac{3}{2} \cdot B$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2^o

13576

2.1 Σφαίρα μάζας m = 10 Kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος . Γνωρίζετε ότι: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.Α Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $g/4$	1) 0 N
β) κάτω με επιτάχυνση g	2) 50 N
γ) πάνω με επιβράδυνση $g/2$	3) 100 N
δ) πάνω με σταθερή ταχύτητα	4) 125 N
	5) 200 N

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας συμπαγής ομογενής κύβος μάζας m ολισθαίνει προς την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30^o ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι ο κύβος ξεκινάει με αρχική ταχύτητα υ και διανύει μήκος L μέχρι την κορυφή. Επίσης η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου απέχει ύψος h από τη βάση του. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.2.Α Επιλέξτε ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του κύβου όταν φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου:

α) $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - mgh$, β) $mgL - \frac{1}{2}m\upsilon^2$, γ) $\frac{1}{2}m\upsilon^2 - \ mgL\sigma\upsilon\nu 30^o$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13576-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστές απαντήσεις

α – 4

β – 1

γ – 2

δ – 3

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \ (1)$$

α) κίνηση με επιτάχυνση $a = \frac{g}{4}$

από (1) $T - m \cdot g = m \cdot \frac{g}{4}$ ή $T = 5 \cdot m \cdot \frac{g}{4}$ ή $T = 125\ N$

β) κίνηση με επιτάχυνση $a = g$

από (1) $T - m \cdot g = \ - m \cdot g$ ή $T = m \cdot g - m \cdot g = 0\ N$

γ) κίνηση με επιτάχυνση $a = -\ g/2$ (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της T)

από (1) $T - m \cdot g = - m \cdot \frac{g}{2}$ ή $T = m \cdot \frac{g}{2} = 50\ N$

δ) κίνηση με σταθερή ταχύτητα άρα $a = 0\ \frac{m}{s^2}$

από (1) $T - m \cdot g = 0$ ή $T = 100\ N$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Συμβολίζουμε με K_y την κινητική ενέργεια του κύβου σε ύψος y.

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει:

$$K_y - \ K_{αρχ} = - m \cdot g \cdot y \ \text{ ή } \ K_y \ = K_{αρχ} - \ m \cdot g \cdot y$$

Δηλαδή, η κινητική ενέργεια εξαρτάται από το ύψος y του σώματος και όταν φτάσει σε ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο:

$$K_{τελ} \ = K_{αρχ} - \ m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v^2 - mgh$$

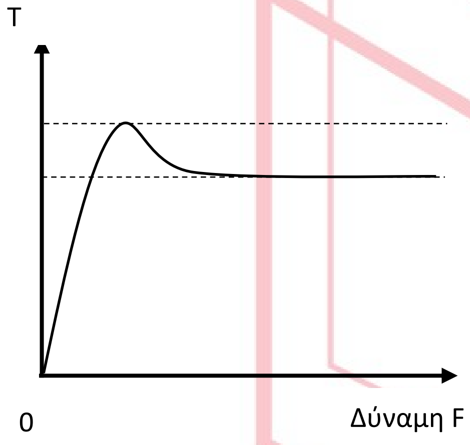
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13577

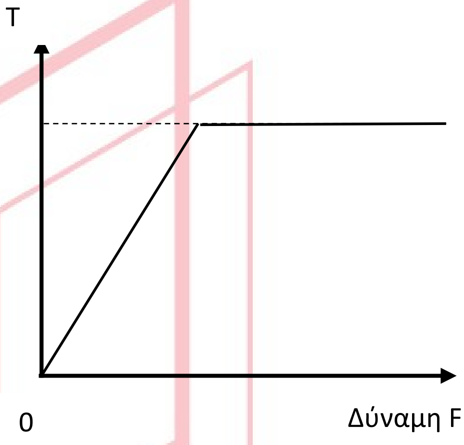
ΘΕΜΑ 2ο

2.1. Σε σώμα μάζας m που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $\vec{F}$, οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμή ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

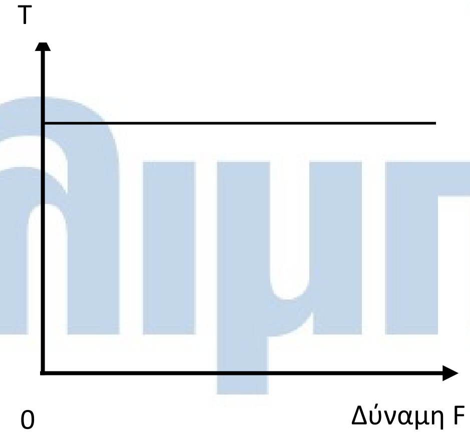
2.1.Α Ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη $\vec{F}$;



(α)



(β)



(γ)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 6

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

2.2 Σφαίρα μάζας m = 2 Kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα με ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Γνωρίζετε ότι: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα F_A μπορεί να θεωρηθεί ως μια σταθερή δύναμη μέτρου 10 N που έχει πάντα αντίθετη φορά από τη φορά κίνησης της σφαίρας.

13577

2.2.Α Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $\frac{3g}{4}$	1) 0 N
β) πάνω με σταθερή ταχύτητα	2) 10 N
γ) κάτω με επιτάχυνση $\frac{g}{2}$	3) 15 N
δ) κάτω με σταθερή ταχύτητα	4) 30 N
	5) 45 N

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13577-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (α)

Αιτιολόγηση

Το σώμα δε θα κινηθεί απευθείας όταν ασκηθεί δύναμη $\vec{F}$, επειδή η στατική τριβή αυξάνεται επίσης προοδευτικά, άρα ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton. Όταν η $\vec{F}$ ξεπεράσει, έστω και κατ΄ ελάχιστο, την οριακή τριβή, η συνισταμένη δύναμη θα είναι πλέον διάφορη του μηδενός, οπότε το σώμα θα αρχίσει να κινείται, υπό την επίδραση της $\vec{F}$ και της τριβής ολίσθησης, που είναι πάντα μικρότερη από την οριακή τριβή. Το μοναδικό γράφημα που συμφωνεί με αυτή την περιγραφή είναι το (α).

2.2) Σωστές απαντήσεις:

α – 5

β – 4

γ – 1

δ – 2

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά κίνησης προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g \; - \; F_A = m \cdot a \; (1)$$

α) κίνηση προς τα πάνω με επιτάχυνση $a = \frac{3g}{4}$

από (1) $T - m \cdot g - \; F_A = m \cdot \frac{3g}{4}$ ή $T = 7 \cdot m \cdot \frac{g}{4} + \; F_A$

συνεπώς $T = (7 \cdot 2 \cdot \frac{10}{4} + \; 10)N = \; 45 \; N$

β) κίνηση προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα, $a = 0 \; \frac{m}{s^2}$

από (1) $T - m \cdot g \; - \; F_A = \; 0$ ή $T = m \cdot g + \; F_A = (20 + 10)N = \; 30 \; N$

γ) κίνηση προς τα κάτω με επιτάχυνση $a = g/2$

από (1) $T - m \cdot g + F_A = - m \cdot \frac{g}{2}$ ή $T = m \cdot \frac{g}{2} - \; F_A = (2 \cdot \frac{10}{2} - \; 10)N = \; 0 \; N$

δ) κίνηση προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα : $a = 0 \; \frac{m}{s^2}$

από (1) $T - m \cdot g + \; F_A = 0$ ή $T = \; m \cdot g - \; F_A = (20 - 10)N = 10 \; N$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2^o

13578

2.1. Ένας ανελκυστήρας μάζας $5 \cdot m$ μεταφέρει δύο άτομα μάζας m το κάθε ένα. Αρχικά ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Μετά από μια στάση σε έναν όροφο και αφότου κατέβει ο ένας επιβάτης ο ανελκυστήρας συνεχίζει να ανεβαίνει διατηρώντας σταθερή την τάση του (αβαρούς και άκαμπτου) συρματόσχοινου καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής. Δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσκοινο.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν ο ανελκυστήρας έχει πλέον έναν επιβάτη κινείται με επιτάχυνση:

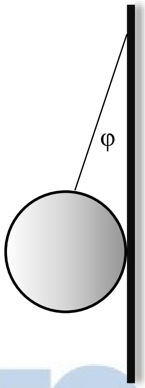
α) $\frac{5}{3}\frac{m}{s^2}$, β) $\frac{8}{3}\frac{m}{s^2}$, γ) $\frac{10}{3}\ \frac{m}{s^2}$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο.



2.2.Α Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα είναι διπλάσιο της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, επιλέξτε ποια σχέση ισχύει για τη γωνία φ:

α) $ημφ = 0{,}5$,

β) $ημφ = 0{,}6$,

γ) $ημφ = συνφ$.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

13578-Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (α)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Newton- σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται στον ανελκυστήρα είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

Συνολική μάζα: $5\cdot m + 2\cdot m = 7\cdot m$

Άρα $T = 7\cdot m\cdot g = 7\cdot m\cdot 10\ N = 70\cdot m\ N$

Όταν κατεβαίνει ο ένας επιβάτης (η μάζα του ανελκυστήρα με τον έναν επιβάτη γίνεται $6\cdot m$ και παραμένει σταθερή τη τάση του συρματόσχοινου τότε το σώμα επιταχύνεται προς τα πάνω:

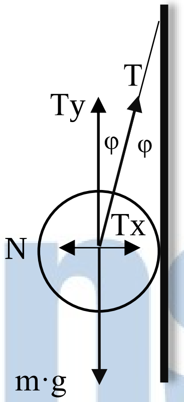
$$T - 6\cdot m\cdot g = 6\cdot m\cdot a$$

$$\frac{T - 6\cdot m\cdot g}{6\cdot m} = a$$

$$\frac{70\cdot m - 60\cdot m}{6\cdot m} = a$$

$$\alpha = \frac{5}{3}\frac{m}{s^2}$$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος T και η δύναμη από τον τοίχο N.

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$$T_y = m\cdot g \text{ ή } T\cdot συνφ = m\cdot g \text{ ή } T = \frac{m\cdot g}{συνφ}\ (1)$$

Στον οριζόντιο άξονα:

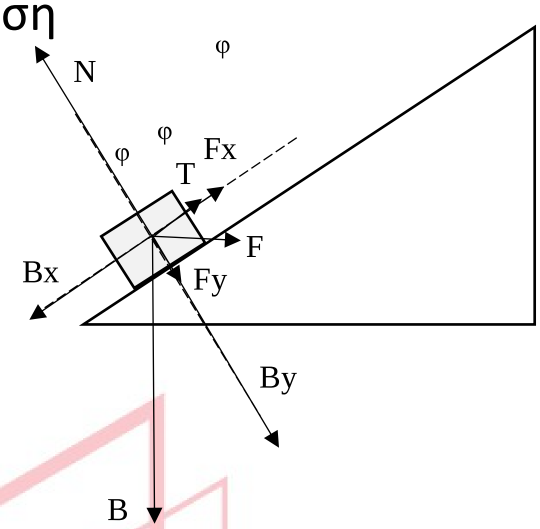
$$T_x = \boldsymbol{N} \text{ ή } T\cdot ημφ = \boldsymbol{N}\ (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση $T = 2\cdot \boldsymbol{N}$ άρα από (1) και (2):

$$\frac{m\cdot g}{συνφ} = 2\cdot\frac{m\cdot g}{συνφ}\cdot ημφ \text{ ή } ημφ = 0{,}5$$

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

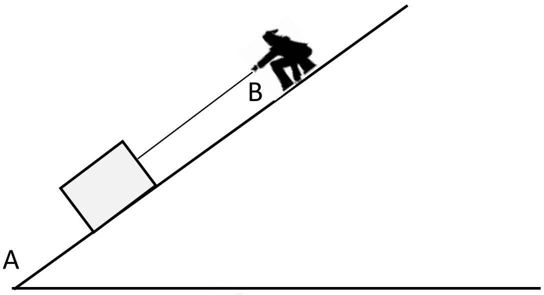
13578-Λύση



αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13579

Θέμα 4ο



Η αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη είναι να τραβάει και να μετακινεί κιβώτια σε κεκλιμένο επίπεδο. Ο Μιχάλης στέκεται ακίνητος στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και μετακινεί ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος στο οποίο κατά την μετακίνηση ασκεί δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου και ίδιας διεύθυνσης με αυτήν του επιπέδου. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι γωνίας φ (δίνεται ότι $\eta\mu\varphi = 0{,}6\ \kappa\alpha\iota\ \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$) και η απόσταση που διανύει το κιβώτιο από τη βάση του επιπέδου (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10 m. Δίνεται ότι το κιβώτιο έχει μάζα 10 kg, η χρονική διάρκεια της μετακίνησης του από το σημείο (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10 s και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m}/s^2$. Αν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρηθεί λείο:

4.1) Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο σε ένα τυχαίο σημείο της διαδρομής (ανάμεσα στα Α, Β)

4.2) Υπολογίστε το έργο του βάρους για τη διαδρομή Α-Β.

4.3) Τι ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο στη θέση Β;

Στην πραγματικότητα όμως το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο, οπότε στο κιβώτιο κατά την κίνηση του ασκείται και η τριβή ολίσθησης.

4.4) Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, για ποια τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου ο Μιχάλης χρειάζεται 50% περισσότερη ενέργεια (από την ενέργεια που χρειάστηκε για να μετακινήσει το ίδιο κιβώτιο σε λείο επίπεδο) για να μετατοπίσει το κιβώτιο στον ίδιο χρόνο από το σημείο Α στο Β;

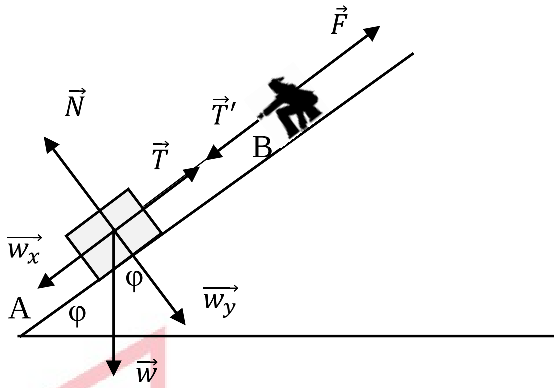
(Μονάδες 7+5+6+7)

αλφηνιόνς
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13579-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Αν το επίπεδο είναι λείο στο κιβώτιο θα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη δύναμη του δαπέδου και η τάση του νήματος. Λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος



$T = T' = F$, όπου η T’ η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο χέρι του Μιχάλη και F η δύναμη που ασκεί ο Μιχάλης στο νήμα. Όπως στο σχήμα:

Με μέτρα: $w = m \cdot g = 100\ N$

$w_x = m\ \cdot g \cdot ημφ = 60\ N$

Για τον άξονα των y: $N =\ w_y = m\ \cdot g \cdot συνφ = 80\ N$

Και για τον άξονα των x: $F -\ w_x = m\ \cdot a$ ή $F = m\ \cdot a +\ w_x$ (1)

Το κιβώτιο ανεβαίνει 10 m σε 10 s οπότε

$Δx = \frac{1}{2} \cdot a \cdot Δt^2$ ή $a = \frac{2 \cdot Δx}{Δt^2} = 0{,}2\ \frac{m}{s^2}$

Άρα από τη σχέση (1) προκύπτει: $F = (2 + 60)N = 62\ N$

(Μονάδες 7)

4.2) Ένας από τους πιθανούς τρόπους να υπολογιστεί το έργο του βάρους είναι

$$W = -\,m \cdot g \cdot ημφ \cdot (AB) =\ -600J \text{ ή } -0{,}6\ kJ$$

(Μονάδες 5)

4.3) Το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το κιβώτιο κατά την μετακίνηση (ΑΒ) είναι:

$$W_{Fολ} = (F - m \cdot g \cdot ημφ) \cdot (AB) =\ 20J \text{ ή } 0{,}02\ kJ$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε.: $K_B -\ K_A = W_{Fολ}$ ή $\frac{1}{2}\ m\,υ^2 =\ W_{Fολ}$ ή $υ^2 = \frac{2 \cdot W_{Fολ}}{m} = 4\left(\frac{m}{s}\right)^2$

Οπότε: $υ = 2\ \frac{m}{s}$

(Μονάδες 6)

4.4) Το έργο της δύναμης F όταν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο είναι:

$$W_F = F \cdot (AB) =\ 620J$$

Άρα, λόγω της τριβής θα απαιτούνται επιπλέον $620J \cdot 50\% = 310J$ κατανάλωση ενέργειας από τον Μιχάλη.

Έργο Τριβής: $W_T = -\ μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ \cdot (AB) =\ -310\ J$

Οπότε:

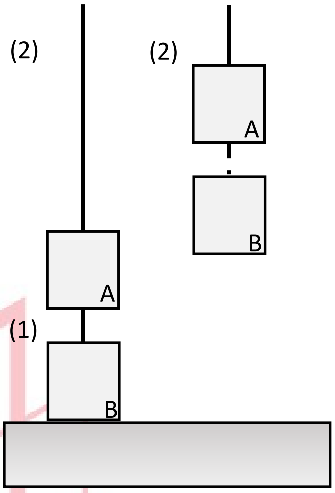
$$μ\ = \frac{310}{10 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot 10} = 0{,}3875\ \cong 0{,}4$$

(Μονάδες 7)

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13580

Θέμα 4ο



Δύο σώματα Α και Β μάζας 3 Kg το κάθε ένα ενωμένα με αβαρές και άκαμπτο νήμα (1) βρίσκονται αρχικά ακίνητα με τη μάζα Β να ακουμπάει στο έδαφος και το νήμα (1) να είναι τεντωμένο (αρχικό ύψος μάζας Α από το έδαφος $h_o = 0{,}5m$). Στην πάνω πλευρά της μάζας Α υπάρχει δεμένο άκαμπτο και αβαρές νήμα (2) το οποίο είναι συνδεδεμένο (στην άλλη του άκρη) με γερανό ανύψωσης. Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκείται στη μάζα Α (μέσω του νήματος) μια κατακόρυφη (προς τα πάνω) σταθερή δύναμη με μέτρο 72 N. Τα σώματα αρχίζουν να ανυψώνονται κινούμενα σε κατακόρυφη διεύθυνση. Τη στιγμή που το σώμα Α έχει διανύσει απόσταση Δx = 16 m, κόβεται το νήμα (1). Η πάνω μάζα παραμένει συνδεδεμένη με το νήμα (2) του γερανού και τη στιγμή που κόβεται το νήμα (1) έχει την ίδια ταχύτητα που είχε και πριν το κόψιμο του νήματος (1). Η μάζα Β πέφτει μετά από λίγο στο έδαφος. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

Να υπολογίσετε:

4.1) Την επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα σώματα πριν κοπεί το νήμα (1) .

4.2) Τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα (1) και την ταχύτητα που θα έχουν τότε οι μάζες..

4.3) Την κινητική ενέργεια της μάζας Α τη χρονική στιγμή t_2 = 5 s.

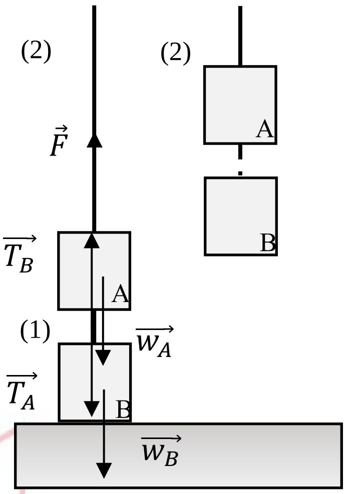
4.4) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργεια της μάζας Α, ως προς το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους, για όλη τη διάρκεια της κίνησης των 5 s .

(Μονάδες 6+5+7+7)

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13580-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Λόγω αβαρούς και άκαμπτου νήματος ισχύει: $T_A = T_B$.

Εφαρμόζουμε το 2° νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα :

$$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}$$

Όπου με θετική φορά προς τα πάνω έχουμε:

$$F + T_B - T_A - (m_A + m_B) \cdot g = (m_A + m_B) \cdot α$$

$$α = \frac{F - (m_A + m_B) \cdot g}{(m_A + m_B)} = \frac{72 - 60}{6} \frac{m}{s^2}$$

$$= 2 \ \frac{m}{s^2}$$

(Μονάδες 6)

4.2) Η μάζα A εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για μετατόπιση Δx = 16 m προς τα πάνω.

$$Δx = \frac{1}{2} \cdot α \cdot Δt^2 \text{ οπότε: } Δt = 4 \ s$$

$$υ_{4s} = α \cdot Δt = 8 \ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 5)

4.3) Το νήμα (1) κόβεται τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \ s$ και η μάζα A συνεχίζει να ανεβαίνει υπό την επίδραση: της σταθερής δύναμης F του γερανού και του βάρους της. Η μάζα A θα αποκτήσει νέα επιτάχυνση αφού η δύναμη F ασκείται πλέον μόνο σε αυτή.

$$F - m_A \cdot g = m_A \cdot α' \text{ ή } α' = \frac{F - m_A \cdot g}{m_A} = \frac{72-30}{3} \frac{m}{s^2} = 14 \ \frac{m}{s^2}$$

Για την κινητική ενέργεια του A τη χρονική στιγμή $t_2 = 5 \ s$ έχουμε:

$$υ_{5s} = υ_{4s} + α' \cdot Δt' = υ_{4s} + α' \cdot (t_2 - t_1) = (8 + 14 \cdot 1) \frac{m}{s} = 22 \ \frac{m}{s}$$

$$K_{5s} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {υ_{5s}}^2 = 726 \ J$$

(Μονάδες 7)

4.4) Η δυναμική ενέργεια τη χρονική στιγμή t = 0 s ($h_o = 0{,}5 m$) είναι $U_o = m_A \cdot g \cdot h_o = 15 \ J$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4 \ s$ η μάζα A βρίσκεται σε ύψος $h_1 = (16 + 0{,}5) m$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια του είναι:

$$U = m_A \cdot g \cdot h_1 = 495 \ J$$

Τη χρονική στιγμή $t_2 = 5 \ s$ η μάζα A θα έχει ανέβει σε ύψος:

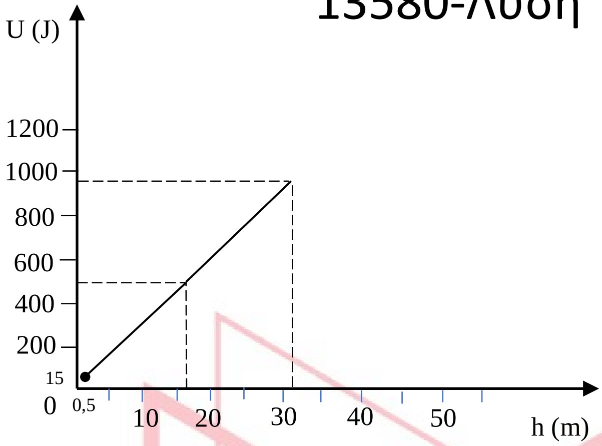
$$H = h_1 + υ_{4s} \cdot Δt' + \frac{1}{2} α' \cdot Δt'^2 = (16{,}5 + 8 + 7) m = 31{,}5 \ m$$

Άρα η δυναμική ενέργεια της μάζας A στην τελική της θέση ($t_2 = 5 \ s$) θα είναι $U_T = m_A \cdot g \cdot H = 945 \ J$

Ακολουθεί το διάγραμμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργεια της μάζας A, ως προς το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13580-Λύση

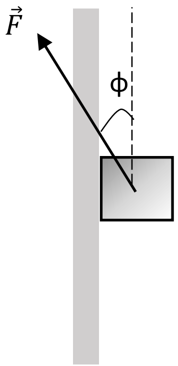


(Μονάδες 7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13582

Θέμα 4ο



Σώμα μάζας $m_A = 3\ Kg$ ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής $\mu = \frac{1}{3}$. Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι : $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$, $\sigma\upsilon\nu(180^o - \varphi) = -0{,}8$.

Να υπολογίσετε:

4.1) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.

Μονάδες 6

4.2) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 2 $\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 6

4.3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση 5 m, αν το σώμα κινείται όπως περιγράφει το ερώτημα 4.2.

Μονάδες 7

Αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μηδενιζόταν,

4.4) υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής και της μηχανικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση 10 m.

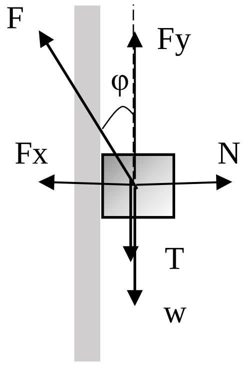
Μονάδες 6

αλιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13582-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$F_y - T - w = 0 \ \ (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

όπου $T = \mu \cdot N = \mu \cdot Fx$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot g = 0$$

$$\left(F \cdot 0{,}8 \ -\frac{1}{3} \cdot F \cdot 0{,}6 \ - 3 \cdot 10\right) N = 0 \, N \ \text{ ή } \ 0{,}6 \cdot F = 30N \ \text{ ή } F = \ 50 \, N$$

Μονάδες 6

4.2) Αν το σώμα κατεβαίνει προς τα κάτω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Στον κατακόρυφο άξονα ας θεωρήσουμε θετική τη φορά της κίνησης του σώματος. Από 1^{o} και 2^{o} νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - \ F'y = m \cdot a \ \ (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } F'x = N$$

Όπου με συμβολίζουμε F' το νέο μέτρο της δύναμης.

Άρα:

$$m \cdot g - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi - F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot \alpha$$

$$3 \cdot 10 \, N - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0{,}6 - F' \cdot 0{,}8 = 3 \cdot 2 \, N \text{ ή } 24 \, N = \ F' \cdot 1 \ \text{ ή } \ F' = \ 24 \, N$$

Μονάδες 6

4.3) Το έργο της δύναμης F' για μετατόπιση 5 m είναι:

$$W_F = F' \ \cdot \Delta x \cdot \ \sigma\upsilon\nu(180^{o} - \varphi) = 24 \cdot 5 \ \cdot (-\, 0{,}8) J = -96J$$

Μονάδες 3

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας για τη μετατόπιση $\Delta x \ = \ 5 \, m$ θα ισούται με το έργο της συνολικής δύναμης στον κατακόρυφο άξονα.

$$\Delta K = \ F_{o\lambda} \cdot \Delta x \ = m \cdot a \ \cdot \Delta x = 3 \cdot 2 \cdot 5 \, J = 30 \, J$$

Μονάδες 4

4.4) Αν το μέτρο της δύναμης F γίνει μηδενικό, το ίδιο θα ισχύει και για τις συνιστώσες της. Άρα το σώμα θα κινείται προς τα κάτω χωρίς τριβή.

Δηλαδή το σώμα θα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους του, οπότε θα έχουμε μια ελεύθερη πτώση.

Για την μετατόπιση $\Delta x' = 10m$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι:

$$\Delta K = \ m \cdot g \cdot \Delta x' = \ 3 \cdot 10 \cdot 10J = 300J$$

Μονάδες 3

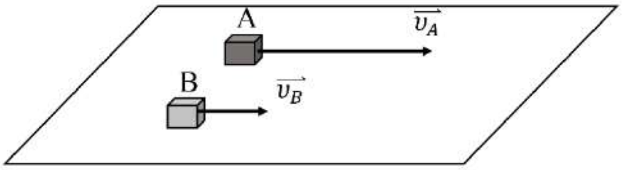
Η μηχανική ενέργεια θα παραμένει σταθερή όσο το σώμα κινείται ελεύθερο χωρίς τριβές, οπότε $\Delta E = 0$.

Μονάδες 3

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13583

Θέμα 4ο



Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες m_A = 2 Kg και m_B = 8 Kg ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω στο ίδιο (απείρου μήκους) επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_o = 0 s (θέση x_o = 0) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο Α έχει ταχύτητα υ_{A0} = 30 m/s και ο Β έχει υ_{B0} = 10 m/s. Ο Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση α_A = 5 m/s^2, που έχει φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του, ενώ ο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και σωμάτων είναι $\mu =\ 0{,}4$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

4.1) Το μέτρο της συνολικής δύναμης που ασκείται σε κάθε σώμα.

4.2) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα ξαναβρεθούν τα σώματα πάλι το ένα δίπλα στο άλλο (θέση x_1);

4.3) Ποιες δύο χρονικές στιγμές t_1 ,t_2 τα σώματα θα έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα;

4.4) Το έργο της τριβής για το κάθε σώμα κατά το χρονικό διάστημα από t_o έως t_2.

(Μονάδες 5+6+7+7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$\vec{F}_A$

Ενδεικτική Λύση

13583-Λύση

4.1) Το σώμα Β που κινείται με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1^o νόμο Newton δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη.

Το σώμα Α δέχεται συνισταμένη δύναμη $F o\lambda = \ m \cdot \alpha_A = 2 \ \cdot 5N = 10\ N$, με φορά ίδια με της επιτάχυνσης, δηλαδή αντίθετη από της ταχύτητας.

(Μονάδες 5)

4.2) Το σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα (αρχικά μικρότερη της ταχύτητας του σώματος Α). Το σώμα Α απομακρύνεται από τη θέση $x_o = 0$ πιο γρήγορα από το Β, με ταχύτητα όμως που διαρκώς μειώνεται αφού επιβραδύνεται. Την στιγμή που η ταχύτητά του θα μηδενιστεί, ακινητοποιείται στιγμιαία και μετά αλλάζει φορά κίνησης.

Για το σώμα Β: $x = \upsilon_{\mathrm{B0}} \cdot t$

Για το σώμα Α: $x = \upsilon_{\mathrm{A0}} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$, από αυτές τις δύο με αντικατάσταση του x:

$$\upsilon_{\mathrm{B0}} \cdot t = \upsilon_{\mathrm{A0}} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$$

Οπότε προκύπτει $t = 0$ ή $t = 8\,s$

Δηλαδή τα σώματα θα ξαναβρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο μετά από 8s.

(Μονάδες 6)

4.3) Αφού το Β έχει σταθερή ταχύτητα, αρκεί να βρούμε πότε η ταχύτητα του Α γίνεται κατά μέτρο ίση με 10m/s:

$$\upsilon_{\mathrm{A1}} = \upsilon_{\mathrm{A0}} - \alpha_A \cdot t_1 \ \text{ ή } \ \alpha_A \cdot t_1 = \upsilon_{\mathrm{A0}} - \upsilon_{\mathrm{A1}} \text{ ή } \ t_1 = \frac{\upsilon_{\mathrm{A0}} - \upsilon_{\mathrm{A1}}}{\alpha_A}$$

Στην μία περίπτωση θα έχουμε $\upsilon_{\mathrm{A1}} = 10m/s$, οπότε η παραπάνω σχέση μας δίνει:

$$t_1 = 4s$$

(Μονάδες 3)

Για $\upsilon_{\mathrm{A2}} = -10m/s$ έχουμε:

$$t_2 = 8\,s$$

(Μονάδες 4)

Δ4) Το έργο της τριβής θα υπολογιστεί για κάθε σώμα:

Σώμα Β:

Η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο 8 s είναι $\Delta x = \upsilon_{\mathrm{B0}} \cdot t_2 = 80\ m$

Και η τριβή $T_B = \mu \cdot N = \mu \cdot m_B \cdot g = 0{,}4 \cdot 8 \cdot 10N = 32\ N$

Άρα έργο τριβής: $W_{TB} = T_B \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -32 \cdot 80J = -2560J$

(Μονάδες 3)

Σώμα Α:

Το σώμα Α αλλάζει φορά κίνησης τη χρονική στιγμή 6s. Συνεπώς το διάστημα που διανύει στην διάρκεια των 8s δε συμπίπτει με την μετατόπισή του. Άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής με τον τρόπο που εφαρμόσαμε στην περίπτωση του Β.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Για 6 s διανύει: $x' = \upsilon_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$ ή $x = \left(30 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36\right) m = 90\ m$

Τα επόμενα 2 s προς την αντίθετη κατεύθυνση $x'' = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot {t'}^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4\ m = 10\ m$

Άρα συνολικά διανύει μήκος διαδρομής 100 m.

Η τριβή σε όλο το χρονικό διάστημα κίνησης έχει κατεύθυνση αντίθετη της φοράς κίνησης και της μετατόπισης. Έχει όμως σταθερό μέτρο:

$$T_A = \mu \cdot N' = \mu \cdot m_A \cdot g = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10N = 8\ N$$

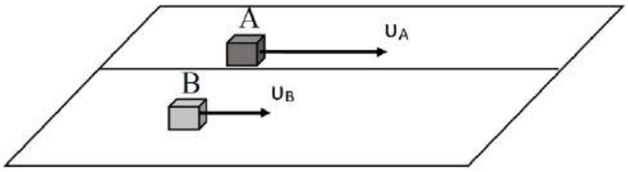
Άρα συνολικό έργο τριβής: $W_{TA} = T_A \cdot (x' + x'') \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -8 \cdot (10 + 90) J = -800J$

(Μονάδες 4)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13584

Θέμα 4ο



Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες m_A = 2 Kg και m_B = 4 Kg ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω σε ένα απείρου μήκους επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_o = 0 s (θέση x_o = 0) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο κύβος Α έχει ταχύτητα $υ_{A0}$ = 20 m/s και ο Β έχει ταχύτητα $υ_{B0}$ = 10 m/s. Και στους δύο ασκούνται κατάλληλες σταθερές δυνάμεις F_1 και F_2 προς τη φορά της κίνησης τους, με αποτέλεσμα και οι δύο να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κύβων είναι $\mu_A = 0{,}4$ και $\mu_B = 0{,}1$ αντίστοιχα, η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

4.1) Τις δυνάμεις F_1 και F_2 που ασκούνται στους δύο κύβους.

Την χρονική στιγμή t_o = 0 s παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2

4.2) Διερευνήστε αν οι δύο κύβοι σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες. Αν ναι σε ποια; αν όχι αιτιολογήστε την απάντηση σας.

4.3) Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο μέχρι τη χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;

Μελετήστε τώρα την περίπτωση όπου τη χρονική στιγμή t_o = 0 s οι κύβοι δέχονται δυνάμεις F_1 = 8 N και F_2 = 4 N που έχουν κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα των κύβων. Οι δυνάμεις αυτές παραμένουν σταθερές για όλο το διάστημα της κίνησης των κύβων.

4.4) Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κύβοι θα ξαναβρεθούν ο ένας δίπλα στον άλλο; Αν ναι ποιες είναι αυτές, αν όχι γιατί;

(Μονάδες 5+7+6+7)

αλφαβητικός
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

13584-Λύση

4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0{,}4 \cdot 2 \cdot 10N = 8\ N$$
$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0{,}1 \cdot 4 \cdot 10N = 4\ N$$

(Μονάδες 5)

4.2) Χωρίς τις δυνάμεις F$_1$ και F$_2$ τα σώματα κάνουν ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Θα κινηθούν μέχρι να ακινητοποιηθούν.

Για τον κύβο Α έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{T_A}{m_A} = 4\ \frac{m}{s^2}$$

Η στιγμή της ακινητοποίησης, έστω t_1, υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$\upsilon_{\rm A} = \upsilon_{\rm A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \ \text{ή}\ 0 = \upsilon_{\rm A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \ \text{ή}\ t_1 = \frac{\upsilon_{\rm A0}}{\alpha_1} \text{ή}\ t_1 = 5s$$

Η μετατόπισή του ως εκείνη την στιγμή είναι:

$$\Delta x = \upsilon_{\rm A0} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot {t_1}^2 = \left(20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2\right) m = 50\ m$$

Αντίστοιχα, για τον κύβο Β:

$$\alpha_2 = \frac{T_B}{m_B} = 1\ \frac{m}{s^2}$$

$$\upsilon_{\rm B} = \upsilon_{\rm B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \ \text{ή}\ 0 = \upsilon_{\rm B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \ \text{ή}\ t_2 = \frac{\upsilon_{\rm B0}}{\alpha_2} \text{ή}\ t_2 = 10s$$

$$\Delta x' = \upsilon_{\rm B0} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot {t_2}^2 = \left(10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2\right) m = 50\ m$$

Έστω t_κ η χρονική στιγμή κατά την οποία οι δύο κύβοι θα έχουν την ίδια ταχύτητα. Ισχύει:

$$\upsilon_{\rm A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \upsilon_{\rm B0} - \alpha_2 \cdot t_\kappa$$
$$t_\kappa = \frac{\upsilon_{\rm A0} - \upsilon_{\rm B0}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{20 - 10}{4 - 1} s = 3{,}33\ s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο θα υπολογιστεί από το Θ.Μ.Κ.Ε.

Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η κοινή ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$\upsilon_\kappa = \upsilon_{\rm A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \left(20 - 4 \cdot \frac{10}{3}\right)\frac{m}{s} = \frac{20}{3}\frac{m}{s} = 6{,}67\ \frac{m}{s}$$

Για το σώμα Α:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Ta}$$
$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {\upsilon_\kappa}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot {\upsilon_{\rm A0}}^2 = W_{Ta}$$
$$\left[\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2\right] J = W_{Ta}$$
$$W_{Ta} = -355.56\ J$$

Για το σώμα Β:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{Tβ}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot υ_κ{}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot υ_{B0}{}^2 = W_{Tβ}$$

$$\left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (\frac{20}{3})^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2\right] J = W_{Ta}$$

$$W_{Ta} = -111.11\, J$$

(Μονάδες 6)

4.4) Αν τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ s οι δυνάμεις $F_1 = 8$ N και $F_2 = 4$ N έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

<u>Για τον κύβο Α:</u>

$$α'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8\, \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $υ_A = υ_{A0} - α'_1 \cdot t'_1$ ή $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$ ή $t'_1 = 2{,}5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy: $Δy = υ_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot α'_1 \cdot t'_1{}^2 = \left[20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (\frac{5}{2})^2\right] m = 25\, m$

<u>Για τον κύβο Β:</u>

$$α'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2\, \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο: $υ_B = υ_{B0} - α'_2 \cdot t'_2$ ή $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$ ή $t'_2 = 5\, s$

και θα μετατοπιστεί κατά Δy': $Δy' = υ_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot α'_2 \cdot t'_2{}^2 = \left[10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2\right] m = 25\, m$

Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση $x_o = 0$. Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

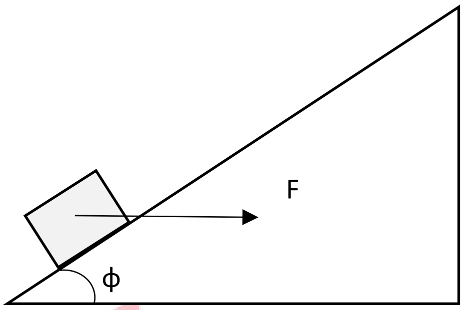
<u>Σημείωση:</u> Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων F_1 και F_2.

(Μονάδες 7)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13585

Θέμα 4ο



Σώμα ολισθαίνει (υπό την επίδραση σταθερής δύναμης μέτρου: $\vec{F}$ = 20 N) από τη βάση προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, που σχηματίζει γωνία κλίσης φ με τον ορίζοντα. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος με το επίπεδο είναι μ =0,25 το κεκλιμένο επίπεδο έχει συνολικό μήκος 40 m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνονται: g = 10 m/s^2 , ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8.

4.1) Αν το σώμα ολισθαίνει σε όλη τη διαδρομή προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα 16 m/s, υπολογίστε τη μάζα του σώματος.

4.2) Ποιο το έργο του βάρους για τη διαδρομή των πρώτων 2m που διανύει το σώμα;

4.3) Όταν το σώμα απέχει 16 m από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Γνωρίζουμε ότι η οριακή στατική τριβή που ασκεί το επίπεδο στο σώμα είναι $\vec{T}_{ορ} = 7\,N$. Να βρείτε πόσο χρονικό διάστημα (από τη στιγμή που παύει να ασκείται η $\vec{F}$) θα χρειαστεί το σώμα για να ξαναφτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

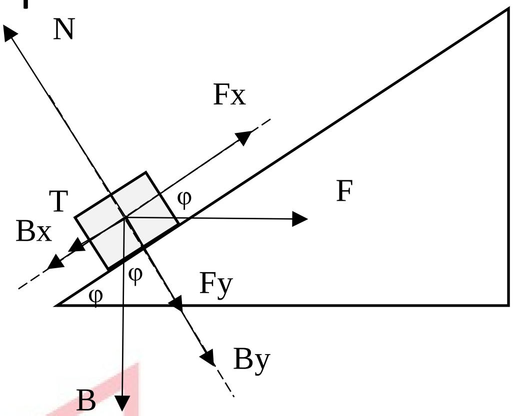
4.4) Ποιο το έργο της τριβής για όλη τη διαδρομή του σώματος από τη βάση του κεκλιμένου επίπεδου μέχρι να επανέλθει στη θέση εκκίνησης.

(Μονάδες 6+5+7+7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13585-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1$^{\text{ο}}$ νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα.

Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω y΄y):

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω x΄x):

$F_x = T + B_x = \mu \cdot N + B_x$ όπου με συνδυασμό αυτών των εξισώσεων προκύπτει:

$$F \cdot συνφ = \mu\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$F \cdot συνφ = \mu \cdot\ F \cdot ημφ + \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$F \cdot συνφ - \mu \cdot\ F \cdot ημφ = \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ + m \cdot g \cdot ημφ$$

$$m = \frac{F \cdot συνφ - \mu \cdot\ F \cdot ημφ}{\mu \cdot g \cdot συνφ + g \cdot ημφ} = \frac{20 \cdot 0{,}8 - \ 0{,}25 \cdot\ 20 \cdot 0{,}6}{0{,}25 \cdot 10 \cdot 0{,}8 + 10 \cdot 0{,}6} = \frac{13}{8}\ kg\ = 1{,}625\,kg$$

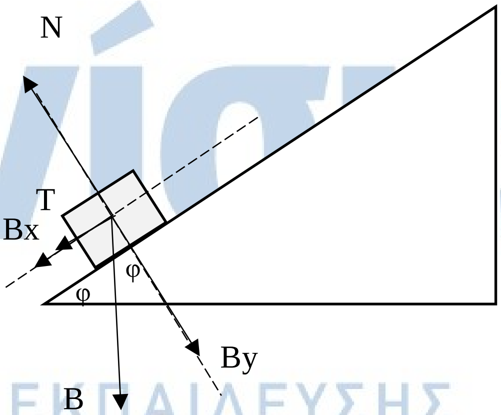
(Μονάδες 6)

4.2) Το έργο του βάρους για μετατόπιση Δx = 2 m στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους

$$h = \Delta x\ \cdot ημφ = 2\ \cdot 0{,}6m = 1{,}2\ m$$

Άρα $W_B\ = \ m \cdot g \cdot h \cdot\ συν180^o\ = 1{,}625 \cdot 10 \cdot 1{,}2 \cdot (-1)J = -19{,}5\,J$ μιας και η δύναμη του βάρους αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος.

(Μονάδες 5)



4.3) Χωρίς τη δύναμη F το σώμα θα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον άξονα x΄x και θα ισορροπεί στον άξονα y΄y.

Στον y΄y:

$B_y = N$ ή $m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον x΄x:

$m \cdot \alpha = T' + \ B_x = \mu \cdot N + \ m \cdot g \cdot ημφ$ ή

$$m \cdot \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ + \ m \cdot g \cdot ημφ$$

$$\alpha = \mu \cdot g \cdot συνφ + \ g \cdot ημφ$$

Άρα $\alpha = (0{,}25 \cdot\ 10 \cdot 0{,}8\ +\ 6\,)\frac{m}{s^2} =\ 8\ \frac{m}{s^2}$, με φορά αντίθετη της φοράς της αρχικής του ταχύτητας.

Το σώμα θα επιβραδυνθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί μετά από χρόνο: $\upsilon = \upsilon_o - \alpha \cdot t_a$ ή $0 = \upsilon_o - \alpha \cdot t_a$ ή $t_a = \frac{\upsilon_o}{\alpha} = \frac{16}{8}s = 2\ s$

έχοντας μετατοπιστεί κατά $\Delta x = \upsilon_o \cdot t_a - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot {t_a}^2 = \left(16\ \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 8\ \cdot 4\right)m =\ 16\,m$

Όταν ακινητοποιηθεί το σώμα θα δέχεται την επίδραση του βάρους με τη συνιστώσα που είναι παράλληλη στον άξονα x΄x $B_x\ =\ \ m \cdot g \cdot ημφ\ = 9{,}75\ N$ να έχει μεγαλύτερο μέτρο από την οριακή στατική τριβή, οπότε

αλιμπινίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει πάλι προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κάνοντας μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

(Από $2^{ο}$ νόμο Newton) $m \cdot \alpha' = B_x - T' = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $\alpha' = g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

Συνεπώς $\alpha' = (6 - 0{,}25 \cdot 8)\frac{m}{s^2} = 4\frac{m}{s^2}$

Το σώμα θα μετατοπιστεί κατά $\Delta x' = (16 + 16)\mathrm{m} = 32\ \mathrm{m}$ ολισθαίνοντας προς τα κάτω με επιτάχυνση $4\frac{m}{s^2}$ σε χρόνο t_κ $από$ $\Delta x' = \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot {t_\kappa}^2$ ή $t_\kappa = 4\ s$

Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα είναι:

$$t_a + t_\kappa = 6\ s$$

(Μονάδες 7)

4.4) Το έργο της τριβής του δαπέδου για την διαδρομή από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και για τα 16 m που ασκείται η F θα είναι: $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o$ αφού αντιτίθεται πάντα στη φορά της κίνησης. Το μέτρο της τριβής για το κομμάτι της διαδρομής που ασκείται η δύναμη *F*:

$$T = \mu \cdot (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) = 0{,}25 \cdot (20 \cdot 0{,}6 + 1{,}625 \cdot 10 \cdot 0{,}8)N = (3 + 3{,}25)N = 6{,}25\ N$$

$$W_T = T \cdot \Delta x_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -6{,}25 \cdot 16\ J = -100\ J$$

Για το υπόλοιπο κομμάτι της διαδρομής (16 m προς τα πάνω και 32 m επιστροφή στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή κατά μέτρο και πάντα αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

$T' = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = (0{,}25 \cdot 1{,}625 \cdot 10 \cdot 0{,}8)N = 3{,}25\ N$

$W_{T'} = T' \cdot \Delta x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -3{,}25 \cdot 48\ J = -156\ J$

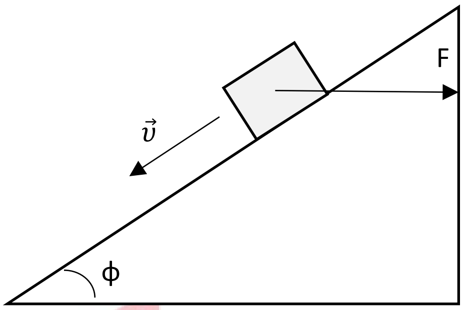
Άρα συνολικό έργο τριβής $-156 + (-100) = -256\ J$

(Μονάδες 7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13586

Θέμα 4ο



Σώμα μάζας m = 10 kg εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα και ολισθαίνει (υπό την επίδραση σταθερής δύναμης $\vec{F}$, μέτρου 20N) από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου προς τη βάση του. Το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ επιπέδου και σώματος είναι μ, η πλάγια επιφάνειά του έχει συνολικό μήκος 30 m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνονται: g = 10 m/s^2, ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8 , $συν(180-φ)^o = -0{,}8$.

4.1) Αν το σώμα γλιστράει προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα 10 m/s, υπολογίστε το συντελεστή τριβής μεταξύ επιπέδου και σώματος με στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο.

4.2) Στη μέση της διαδρομής του σώματος το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ γίνεται 25 N. Υπολογίστε τα χαρακτηριστικά της κίνησης του σώματος από εκείνο το σημείο και μετά.

4.3) Υπολογίστε το έργο του βάρους και της δύναμης $\vec{F}$ για όλο το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

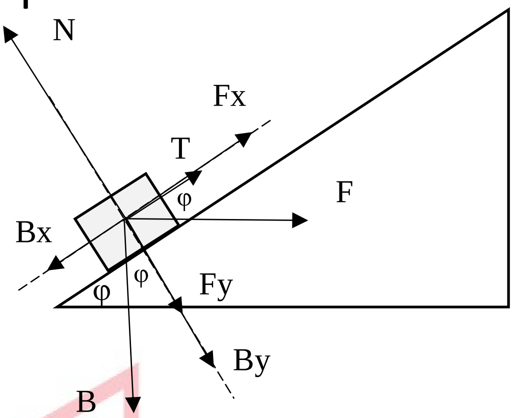
4.4) Ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του σώματος όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

(Μονάδες 6+6+6+7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13586-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα. Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω y΄y):

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω x΄x):

$F_x + T = B_x$ ή $F \cdot συνφ + μ \cdot N = m \cdot g \cdot ημφ$

Οπότε με αντικατάσταση του N στη δεύτερη σχέση

$$F \cdot συνφ + μ\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) = m \cdot g \cdot ημφ$$

$$μ = \frac{m \cdot g \cdot ημφ - F \cdot συνφ}{F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 0{,}6 - 20 \cdot 0{,}8}{20 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8} = \frac{60 - 16}{12 + 80} = \frac{44}{92} = 0{,}48 \cong 0{,}5$$

(Μονάδες 6)

4.2) Αν η δύναμη γίνει 25 N, η συνισταμένη στον άξονα x'x θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας, άρα το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον x΄x, ενώ θα συνεχίσει να ισορροπεί στον y΄y.

Στον y΄y:

$F_y + B_y = N$ ή $F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ = N$

Στον x΄x:

$F_x + T - B_x = m \cdot α$ ή $F \cdot συνφ + μ \cdot N - m \cdot g \cdot ημφ = m \cdot α$

$$F \cdot συνφ + μ\,(F \cdot ημφ + m \cdot g \cdot συνφ) - m \cdot g \cdot ημφ = m \cdot α$$

$$α = \frac{25 \cdot 0{,}8 + 0{,}5(25 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8) - 10 \cdot 10 \cdot 0{,}6}{10} \frac{m}{s^2}$$

$$α = \frac{20+7{,}5+40-60}{10} \frac{m}{s^2} \text{ ή } α = 0{,}75 \frac{m}{s^2}$$

Άρα το σώμα ολισθαίνει προς τα κάτω με ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Δε θα προλάβει να ακινητοποιηθεί μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(Μονάδες 6)

4.3) Η μετατόπιση Δx = 30 m στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους κατά:

$$h = Δx \cdot ημφ = 30 \cdot 0{,}6 m = 18\, m.$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Άρα $W_B = m \cdot g \cdot h = 1800\, J$ θετικό, αφού συνεισφέρει ενεργειακά στη μετακίνησή του σώματος.

Το έργο της δύναμης θα υπολογιστεί τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει στο μέσο της διαδρομής:

$$W_F = F \cdot \frac{Δx}{2} \cdot συν(180 - φ)^o + F' \cdot \frac{Δx}{2} \cdot συν(180 - φ)^o$$

$$W_F = 20 \cdot 15 \cdot (-0{,}8) + 25 \cdot 15 \cdot (-0{,}8) = [-240 + (-300)]J = -540\, J$$

(Μονάδες 6)

4.4) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μπορεί να υπολογιστεί από το έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα για τη μετατόπιση Δx.

Το έργο της τριβής ολίσθησης θα υπολογιστεί επίσης τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει ανάλογα το μέτρο της F:

$$W_T = \mu \cdot [(F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) + (F' \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)] \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o$$

$$W_T = 0{,}5 \cdot [(20 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8) + (25 \cdot 0{,}6 + 10 \cdot 10 \cdot 0{,}8)] \cdot \frac{30}{2} \cdot (-1)\, J$$

$$W_T = -0{,}5 \cdot [(12 + 80) + (15 + 80)] \cdot 15 J = -1402{,}5\, J$$

Άρα από το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K\tau\varepsilon\lambda - K\alpha\rho\chi = W_B + W_F + W_T$$

$$K\tau\varepsilon\lambda = W_B + W_F + W_T + K\alpha\rho\chi$$

$$K\tau\varepsilon\lambda = \left(1800 - 540 - 1402{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 100\right) J$$

$$K\tau\varepsilon\lambda = 357{,}5\, J$$

(Μονάδες 7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13587

Θέμα 4ο

Σώμα μάζας m = 10 kg εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή t = 0 s με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_ο$ = 10 m/s από θέση Ο οριζοντίου δαπέδου. Το σώμα ολισθαίνει, ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F = 50 N με κατεύθυνση ίδια με την αρχική του ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή t_A = 10s το σώμα βρίσκεται στη θέση Α και έχει πλέον αποκτήσει ταχύτητα μέτρου 30 m/s. Δίνεται: g = 10 m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

4.1) Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

4.2) Σε ποια θέση, έστω Β, βρίσκεται το σώμα όταν κινείται με ταχύτητα διπλάσια σε μέτρο από την αρχική;

4.3) Αν, μετά τη χρονική στιγμή t_A = 10 s, το σώμα συνεχίζει την ολίσθηση του σε διαφορετικό δάπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ = 0,6, σε ποια θέση θα ακινητοποιηθεί;

4.4) Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

(Μονάδες 6+6+7+6)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

13587-Λύση

4.1) Σώμα κινείται ευθύγραμμα με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης και με αρχική ταχύτητα. Η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα θα βρεθεί ως εξής:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon - \upsilon_o}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{30-10}{10}\frac{m}{s^2} = 2\frac{m}{s^2}$$

Αν το σώμα κινούνταν μόνο υπό την επίδραση της F από το 2° νόμο Newton θα είχε επιτάχυνση μέτρου $\frac{F}{m} = \frac{50}{10} = 5\frac{m}{s^2}$, άρα δεν ασκείται μόνο η δύναμη F στο σώμα, υπάρχει και τριβή ολίσθησης από το δάπεδο προς το σώμα. Οπότε ο 2^{ος} νόμος Newton θα είναι:

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } F - m \cdot \alpha = T \text{ ή } T = (50-20)\,N = 30\,N$$

(Μονάδες 6)

4.2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$F o\lambda = m \cdot \alpha$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = F_{o\lambda} \cdot \Delta x$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 = \Delta x \cdot m \cdot a$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \upsilon_o^2 - \frac{1}{2} \cdot \upsilon_o^2 = \Delta x \cdot a$$

$$\frac{3 \cdot \upsilon_o^2}{2 \cdot a} = \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 2} m = 75\,m$$

Συνεπώς η θέση που η ταχύτητα του σώματος θα είναι διπλάσια θα είναι x_B = 75 m

(Μονάδες 6)

4.3) Το σώμα μετά τα πρώτα 10 s κινείται σε δάπεδο όπου δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T' = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}6 \cdot 10 \cdot 10 = 60\,N > F$$

οπότε από το 2° νόμο Newton προκύπτει:

$$T' - F = m \cdot \alpha'$$

$$\mu \cdot m \cdot g - F = m \cdot \alpha'$$

$$a' = \frac{\mu \cdot m \cdot g - F}{m} = \frac{60-50}{10}\frac{m}{s^2} = 1\frac{m}{s^2}$$

Το διάστημα που θα διανύσει στο επίπεδο με το νέο συντελεστή τριβής ολίσθησης θα προκύψει από τις εξισώσεις κίνησης της νέας ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

$$\upsilon = \upsilon_A - \alpha' \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x' = \upsilon_A \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

Από (1) προκύπτει $\Delta t = \frac{\upsilon_A}{\alpha'} = \frac{30}{1} s = 30\,s$

Από τη (2) $\Delta x' = (30 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2)m = 450\,m$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13587-Λύση

Για να υπολογίσουμε τη θέση του σώματος πρέπει να βρούμε πόσο διάστημα διένυσε τα πρώτα 10 s της κίνησης του.

Από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$K_A - K_o = F o\lambda \cdot \Delta x''$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_A}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_o}^2 = \Delta x'' \cdot m \cdot a$$

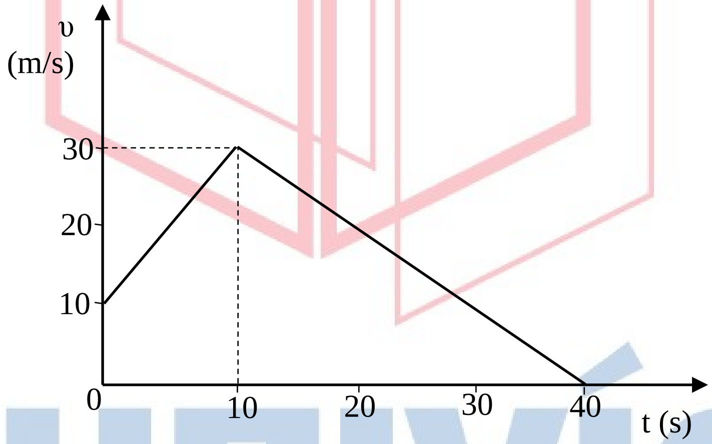
$$\Delta x'' = \frac{900 - 100}{2 \cdot 2} m$$

$$\Delta x'' = \frac{800}{2 \cdot 2} m = 200\, m$$

Συνεπώς το σώμα θα ακινητοποιηθεί στη θέση $x_{\tau\varepsilon\lambda} = (200 + 450)\, m = 650\, m.$

(Μονάδες 7)

4.4) Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα το διάγραμμα θα έχει τη μορφή :

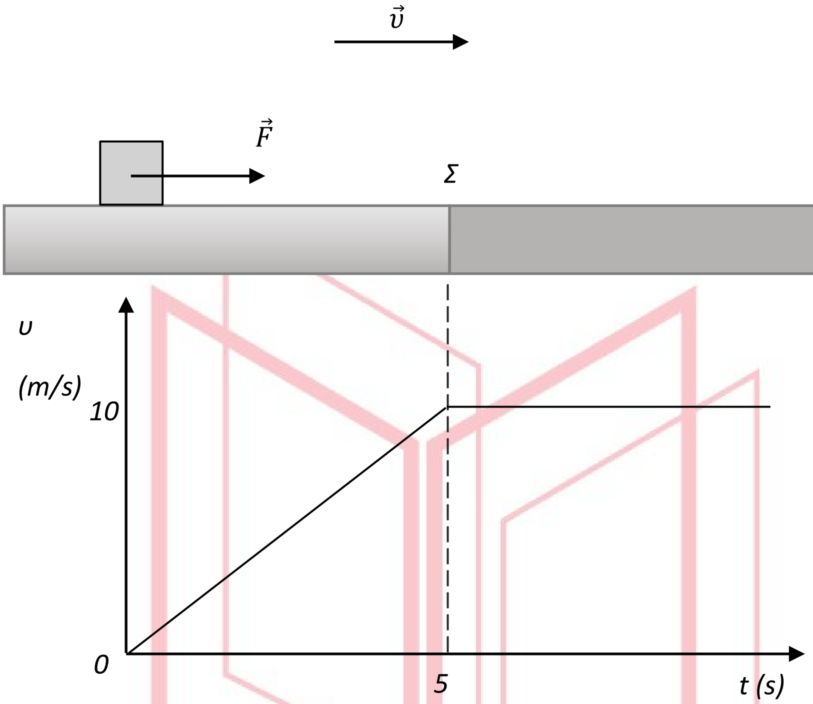


(Μονάδες 6)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13590

Θέμα 4ο



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας m = 2 kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής, οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ = σημείο αλλαγής επιφάνειας). Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκείται στον κύβο σταθερή δύναμη F = 6 N, παράλληλη προς το επίπεδο. Η τιμή της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη F) . Δίνεται : $g = 10\ m/s^2$.

4.1) Με βάση το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο, να διερευνήσετε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για τις διαφορετικές επιφάνειες του επιπέδου. Σε καταφατική περίπτωση, να υπολογίσετε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή t = 5 s).

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.2) Ποια η μετατόπιση του κύβου για το χρονικό διάστημα των πρώτων 10 s;

4.3) Αν τη χρονική στιγμή t′ = 10 s παύει να ασκείται η δύναμη F, ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος;

4.4) Υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται στον κύβο για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης του.

(Μονάδες 6+6+6+7)

13590-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1) Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κάνει ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης που προκύπτει από την κλίση της ευθείας του διαγράμματος της ταχύτητας ως προς το χρόνο.

$$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

Αν ασκούνταν μόνο η δύναμη F στο οριζόντιο επίπεδο (από το 2^{o} νόμο Newton) $F = m \cdot \alpha$ θα προέκυπτε επιτάχυνση $\alpha = \frac{F}{m} = 3\frac{m}{s^2}$. Άρα υπάρχει και τριβή οπότε:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$T = F - m \cdot \alpha = 2\,N$$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για την πρώτη επιφάνεια είναι $\mu_A = \frac{T}{m \cdot g} = 0{,}1$

Μετά τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα (από το 1^{o} νόμο Newton): $F = T' = 6\,N$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για τη δεύτερη επιφάνεια είναι $\mu_B = \frac{T\prime}{m \cdot g} = 0{,}3$

(Μονάδες 6)

4.2) Η μετατόπιση του κύβου (στις δύο επιφάνειες) είναι:

$$\Delta x_A + \Delta x_B = \frac{1}{2}a \cdot {t_A}^2 + \upsilon \cdot t_B = \left(\frac{1}{2}2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5\right)m = 75\,m$$

(Μονάδες 6)

4.3) Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από τον 2^{o} νόμο του Newton έχουμε

$$T' = m \cdot \alpha' \text{ ή } \alpha' = \frac{T'}{m} = 3\frac{m}{s^2}$$

με αρχική ταχύτητα 10 m/s.

$$\upsilon'_B = \upsilon_B - a' \cdot \Delta t_\Gamma$$

$$\frac{\upsilon_B}{a'} = \Delta t_\Gamma$$

$$\Delta t_\Gamma = 3{,}33\ s$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 13,33 s

(Μονάδες 6)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.4) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι η δύναμη $\vec{F}$, η τριβή στην πρώτη και στη δεύτερη επιφάνεια ($\vec{T}$ και $\vec{T}$'), το βάρος $\vec{B}$ (που είναι κάθετο στη μετατόπιση άρα το έργο του είναι μηδενικό) και η κάθετη αντίδραση του δαπέδου $\vec{N}$ (με μηδενικό έργο, όμοια με το βάρος).

Το έργο της δύναμης $\vec{F}$: $W_F = F \cdot (\Delta x_A + \Delta x_B) = 6 \cdot 75\,J = 450\,J$

Τα τελευταία 3,33 s της κίνησης του ο κύβος μετατοπίζεται:

$$\Delta x_\Gamma = \upsilon_B \cdot t_\Gamma - \frac{1}{2}a' \cdot {t_\Gamma}^2 = (33{,}3 - 16{,}6)m = 16{,}7\,m$$

Έργο τριβής: $W_{\tau\rho\iota\beta\eta\varsigma\ 1\eta\ \varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha} = T \cdot \Delta x_A \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -50J$

13590-Λύση

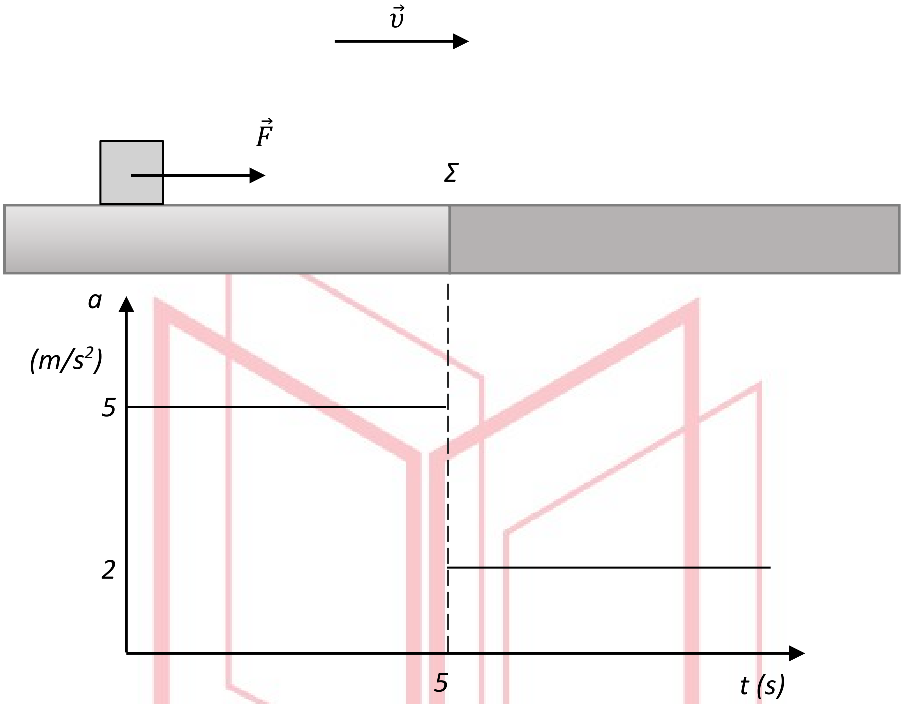
$$W_{\tau\rho\iota\beta\eta\varsigma\ 2\eta\ \varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha} = T' \cdot (\Delta x_{\Gamma} + \Delta x_{B}) \cdot \sigma\upsilon\nu 180^{o} = -400J$$

(Μονάδες 7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13591

Θέμα 4ο



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας m = 2 kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ = σημείο αλλαγής υφής). Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκείται πάνω στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$ παράλληλη προς το επίπεδο. Η μεταβολή του μέτρου της επιτάχυνσης του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη F). Δίνεται : $g = 10\ m/s.^2$

4.1) Με βάση το διάγραμμα διερευνήστε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για την περιοχή που ξεκινάει μετά το σημείο Σ. Σε καταφατική περίπτωση, υπολογίστε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας που τελειώνει στο σημείο Σ είναι μ = 0,2. Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή t = 5 s).

4.2) Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Σ καθώς και μετά από 5s κίνησης στην δεύτερη επιφάνεια.

4.3) Πόση απόσταση διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s;

4.4) Αν τη χρονική στιγμή t’ = 10 s παύει να ασκείται η δύναμη F, ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος και πόσο θα έχει μετατοπιστεί από την αρχική του θέση;

(Μονάδες 6+6+6+7)

αλφαβητικό ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

13591-Λύση

4.1) Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος έχει επιτάχυνση 5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, άρα σύμφωνα με τον 2$^{\text{ο}}$ νόμο Newton:

$$\mathrm{F} - \mathrm{T} = \mathrm{m} \cdot \alpha$$

$$\mathrm{F} - \mu \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} = \mathrm{m} \cdot \alpha$$

$$\mathrm{F} = \mathrm{m} \cdot \alpha + \ \mu \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{g}$$

$$\mathrm{F} = (2 \cdot 5 + 0{,}2 \cdot 2 \cdot 10)\mathrm{N} = 14\ \mathrm{N}$$

Μετά το σημείο Σ ο κύβος έχει επιτάχυνση 2 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, άρα σύμφωνα με τον 2$^{\text{ο}}$ νόμο Newton:

$$\mathrm{F} - \mathrm{T}' = \mathrm{m} \cdot \alpha'$$

$$\mathrm{T}' = \mathrm{F} - \mathrm{m} \cdot \alpha'$$

$$\mathrm{T}' = (14 - 2 \cdot 2)\mathrm{N} = 10\ \mathrm{N}$$

Από το νόμο της τριβής:

$$\mathrm{T}' = \mu' \cdot \mathrm{m} \cdot g$$

$$\mu' = \frac{\mathrm{T}'}{\mathrm{m} \cdot g} = 0{,}5$$

(Μονάδες 6)

4.2) Ο χρόνος που χρειάζεται ο κύβος για να φτάσει στο σημείο Σ (στο τέλος της πρώτης επιφάνειας) είναι 5 s. Η ταχύτητα του τότε θα είναι:

$$\upsilon_5 = \alpha \cdot \mathrm{t}_5 = 25 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Η ταχύτητα του 5s πιο μετά θα είναι:

$$\upsilon_{10} = \upsilon_5 + \alpha' \cdot \mathrm{t}_{5-10}$$

$$\upsilon_{10} = (25 + 2 \cdot 5)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 35\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(Μονάδες 6)

4.3) Η απόσταση που διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s (για τις δύο επιφάνειες) είναι:

$$\mathrm{S_A} + \mathrm{S_B} = \frac{1}{2}\alpha \cdot {\mathrm{t}_{0-5}}^2 + \upsilon_5 \cdot \mathrm{t}_{5-10} + \frac{1}{2}\alpha' \cdot {\mathrm{t}_{5-10}}^2 = \left(\frac{1}{2}5 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + \frac{1}{2}2 \cdot 5^2\right)\mathrm{m} = 212{,}5\ \mathrm{m}$$

(Μονάδες 6)

4.4) Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$\mathrm{T}' = \mathrm{m} \cdot \alpha''$ ή $\alpha'' = \frac{\mathrm{T}'}{\mathrm{m}} = 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, με αρχική ταχύτητα 35 m/s.

$$\upsilon'_{\Gamma} = \upsilon_{10} - \mathrm{a}'' \cdot \Delta\mathrm{t}_{\Gamma}$$

$$\frac{\upsilon_{10}}{\mathrm{a}''} = \Delta\mathrm{t}_{\Gamma}$$

$$\Delta\mathrm{t}_{\Gamma} = \ 7\ \mathrm{s}$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 17 s.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μετά τη χρονική στιγμή 10 s θα διανύσει απόσταση:

$$S_\Gamma = \upsilon_{10} \cdot \Delta t_\Gamma - \frac{1}{2} \cdot a'' \cdot \Delta {t_\Gamma}^2$$

$$S_\Gamma = \left(35 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7^2\right) \mathrm{m} = 122{,}5 \ \mathrm{m}$$

Συνεπώς και με βάση το ερώτημα 4.3 ο κύβος θα μετατοπιστεί συνολικά κατά:

$$(212{,}5 + 122{,}5\,)\mathrm{m} \ = \ 335 \ \mathrm{m}$$

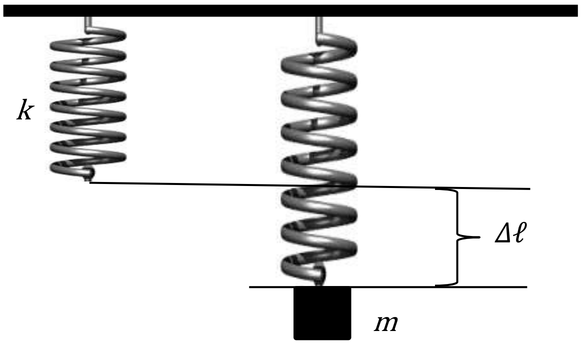
(Μονάδες 7)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13614

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k, έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Δένουμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σώμα μάζας m και το σύστημα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$.



Α. Αν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου συνδέσουμε σώμα μάζας $2 \cdot m$, το σύστημα θα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο θα έχει επιμήκυνση:

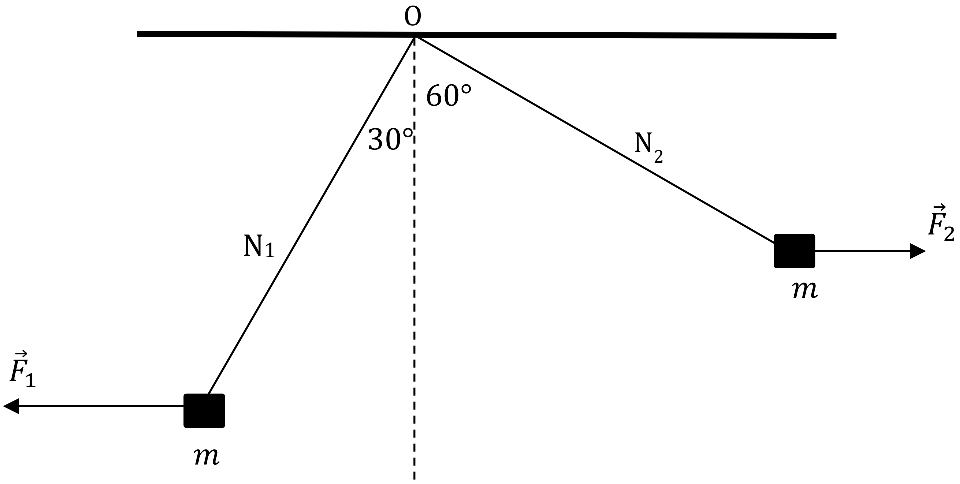
α) $\Delta\ell$, β) $2 \cdot \Delta\ell$, γ) $\frac{\Delta\ell}{2}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Δύο σώματα ίσων μαζών m ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N$_1$ και N$_2$ (τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα ακλόνητα σε σημείο Ο), με την επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Το νήμα N₁ σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $30°$ και το νήμα N₂ $60°$.

Α. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει

α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$ β) $\frac{F_1}{F_2} = 3$ γ) $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{3}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

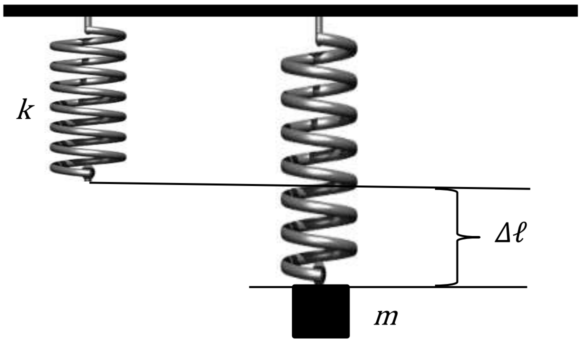
Δίνονται: $εφ30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ και $εφ60° = \sqrt{3}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13614-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Α. β)

Μονάδες 4

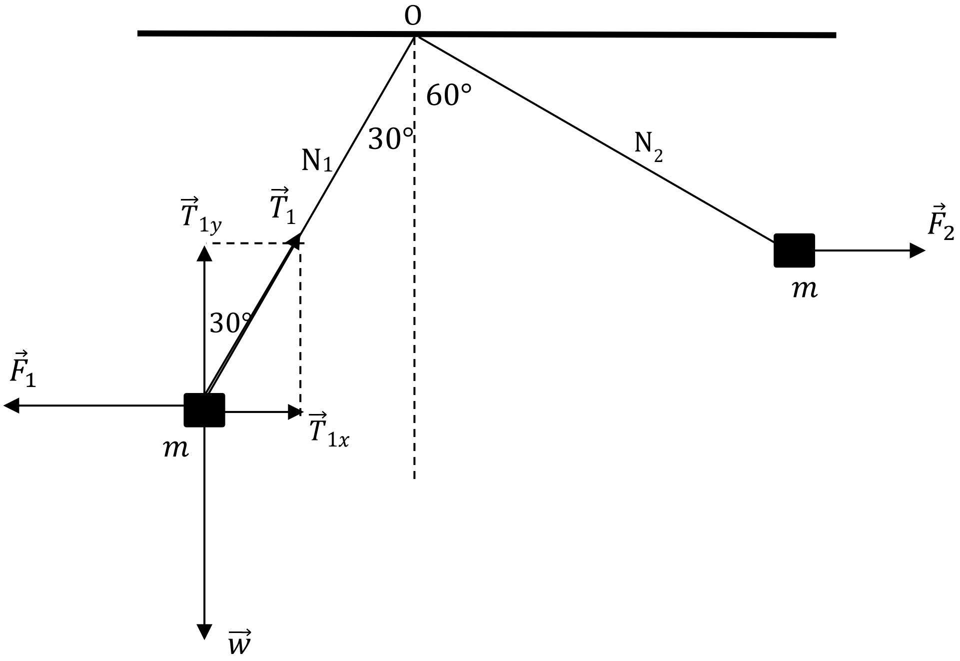
Β. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας m ισχύει: $\sum F = 0$, $F_{\varepsilon\lambda} = w$, $k \cdot \Delta\ell = m \cdot g$, $\Delta\ell = \frac{m \cdot g}{k}$ [1]

Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας $2 \cdot m$ ισχύει: $\sum F = 0$, $F'_{\varepsilon\lambda} = w$, $k \cdot \Delta\ell' = 2 \cdot m \cdot g$, $\Delta\ell' = \frac{2 \cdot m \cdot g}{k}$ [2]

Από τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $\Delta\ell' = 2 \cdot \Delta\ell$

Μονάδες 8

2.2.



Α. β)

Μονάδες 4

13614-Λύση

Β. Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N_1 ισχύει:

$$\sum F = 0\,,\ \left\{\begin{matrix}\sum F_x = 0\\ \sum F_y = 0\end{matrix}\right\},\ \left\{\begin{matrix}T_{1x} = F_1\\ T_{1y} = w\end{matrix}\right\},\ \left\{\begin{matrix}T_1 \cdot \text{συν}30° = F_1\\ T_1 \cdot \text{ημ}30° = m \cdot g\end{matrix}\right\},$$

$$\text{εφ}30° = \frac{m \cdot g}{F_1}\,,\ F_1 = \frac{m \cdot g}{\frac{1}{\sqrt{3}}}\,,\ F_1 = \sqrt{3} \cdot m \cdot g\ [1]$$

Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N_2 ισχύει αντίστοιχα:

$$\sum F = 0\,,\ \left\{\begin{matrix}\sum F_x = 0\\ \sum F_y = 0\end{matrix}\right\},\ \left\{\begin{matrix}T_{2x} = F_2\\ T_{2y} = w\end{matrix}\right\},\ \left\{\begin{matrix}T_2 \cdot \text{συν}60° = F_2\\ T_2 \cdot \text{ημ}60° = m \cdot g\end{matrix}\right\},$$

$$\text{εφ}60° = \frac{m \cdot g}{F_2}\,,\ F_2 = \frac{m \cdot g}{\sqrt{3}}\ [2]$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $\frac{F_1}{F_2} = 3$

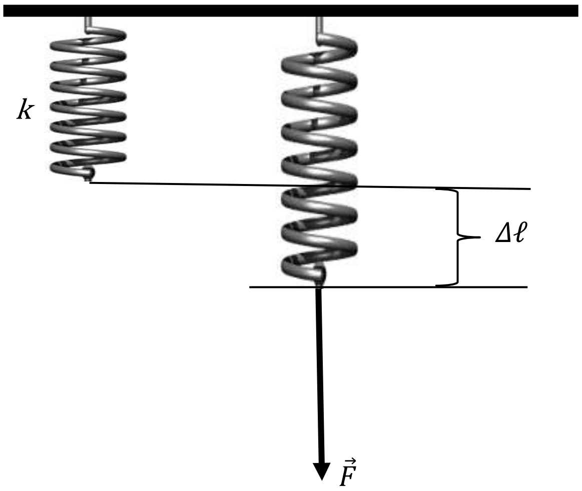
Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13615

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k, έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Ασκώντας στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $\varDelta\ell$, φροντίζοντας το κάτω άκρο να κινείται διαρκώς με σταθερή και πολύ μικρή ταχύτητα.



Α. Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με:

α) $k \cdot (\varDelta\ell)^2$

β) $k \cdot \varDelta\ell$

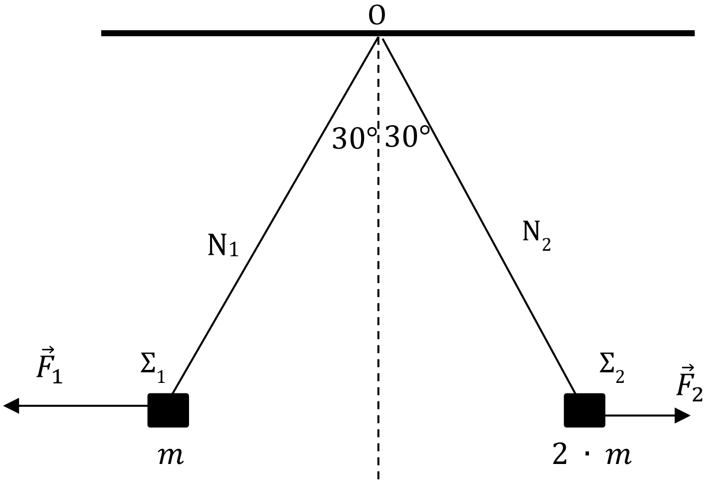
γ) $\frac{1}{2} \cdot k \cdot (\varDelta\ell)^2$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα Σ₁ και Σ₂, με μάζες $m = 1\,\text{Kg}$ και $2 \cdot m$ αντίστοιχα ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων Ν₁ και Ν₂, τα άλλα άκρα των οποίων είναι δεμένα ακλόνητα σε σημείο Ο, με την επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Τα νήματα Ν₁ και Ν₂ σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνία 30°.



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Α. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει

α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$, β) $\frac{F_1}{F_2} = 2$, γ) $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{2}$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

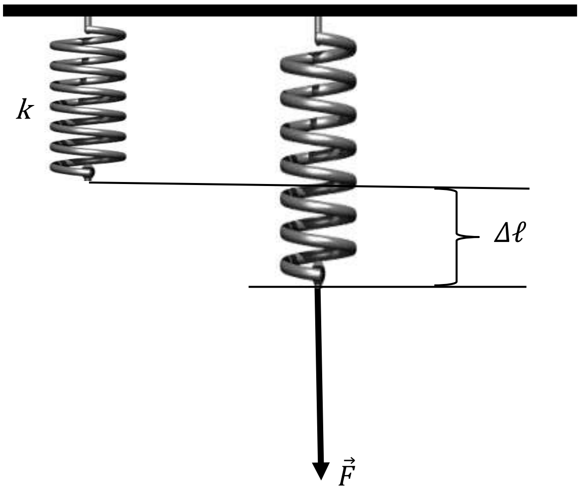
Μονάδες 9

Δίνεται: εφ$30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

13615-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.



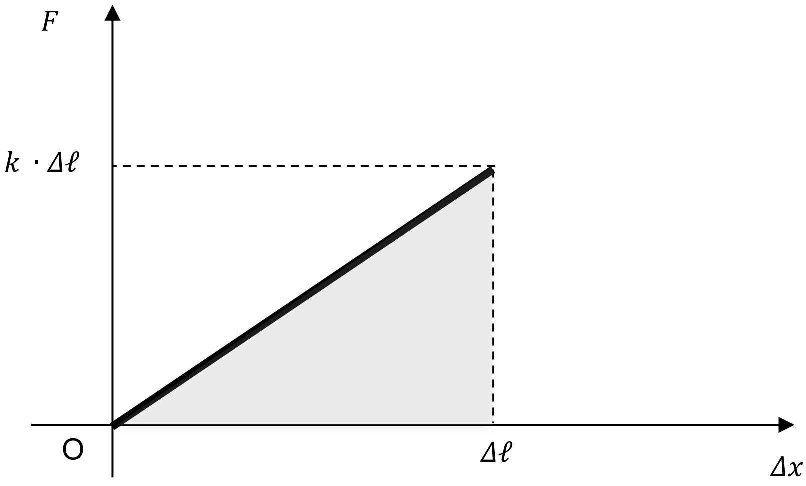
Α. γ)

Μονάδες 4

Β. Αφού το άκρο του ελατηρίου κινείται με σταθερή ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ισχύει ο $1^{ος}$ Νόμος του Newton:

$$\Sigma F = 0 \quad ή \quad F - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \quad ή \quad F = F_{\varepsilon\lambda} \quad ή \quad F = k \cdot \Delta x$$

Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την μετατόπιση, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της αλγεβρικά. Μπορούμε όμως να το υπολογίσουμε γραφικά, με βάση την γραφική παράσταση που ακολουθεί, αφού ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό:

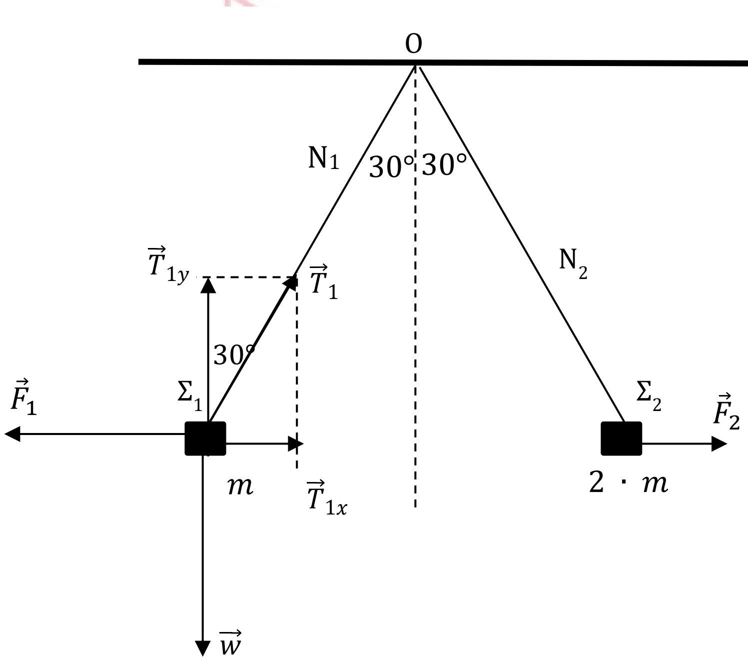


13615-Λύση

$$W_F = \frac{1}{2} \cdot \Delta\ell \cdot (k \cdot \Delta\ell) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (\Delta\ell)^2$$

Μονάδες 8

2.2.



Α. α)

Μονάδες 4

Β. Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N₁ ισχύει:

$$\sum F = 0, \begin{Bmatrix} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} T_{1x} = F_1 \\ T_{1y} = w_1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} T_1 \cdot \text{συν}30° = F_1 \\ T_1 \cdot \text{ημ}30° = m \cdot g \end{Bmatrix},$$

$$\text{εφ}30° = \frac{m \cdot g}{F_1}, F_1 = \frac{m \cdot g}{\frac{1}{\sqrt{3}}}, F_1 = \sqrt{3} \cdot m \cdot g \ [1]$$

Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα N₂ ισχύει αντίστοιχα:

$$\sum F = 0, \begin{Bmatrix} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} T_{2x} = F_2 \\ T_{2y} = w_2 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} T_2 \cdot \text{συν}30° = F_2 \\ T_2 \cdot \text{ημ}30° = 2 \cdot m \cdot g \end{Bmatrix},$$

$$\text{εφ}30° = \frac{2 \cdot m \cdot g}{F_2}, F_2 = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot m \cdot g \ [2]$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει: $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{2}$

Μονάδες 9

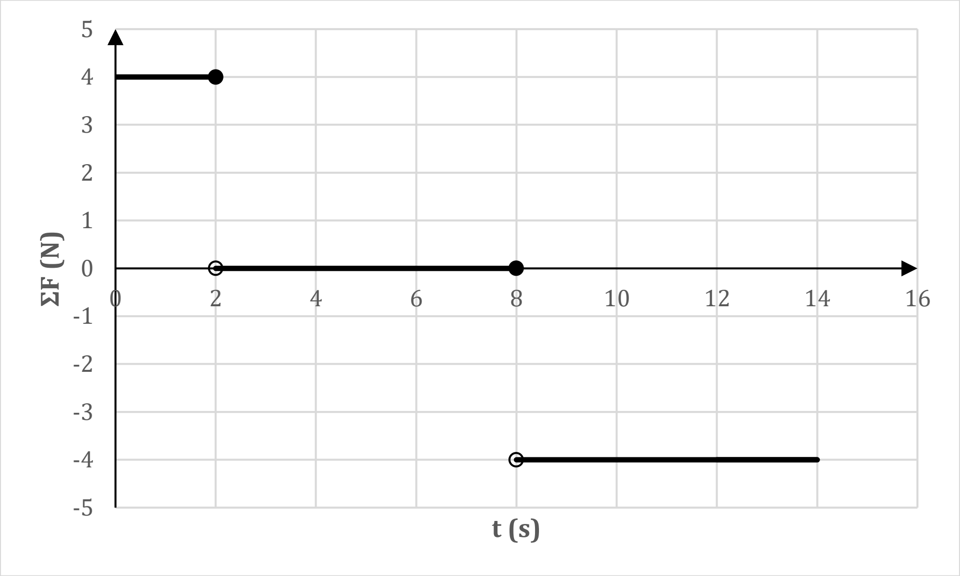
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13617

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Σημειακό αντικείμενο μάζας m $= 1\ \mathrm{kg}$ κινείται ευθύγραμμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Α. Αν τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η ταχύτητά του είναι: $\upsilon_0 = 0$, να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$t\ (\mathrm{s})$	2	4	6	8	10	12	14
$\upsilon\ \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$							

Μονάδες 7

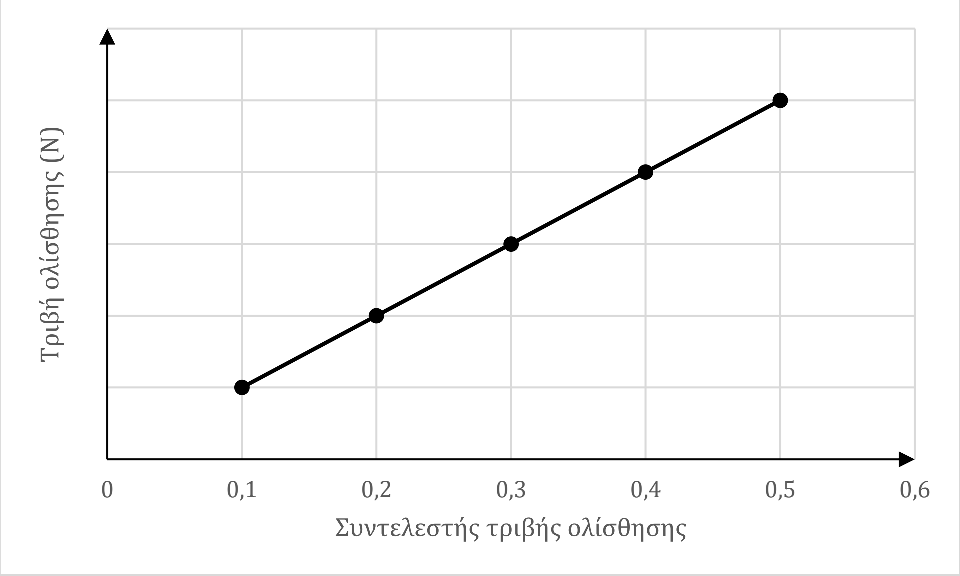
Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας για τη χρονική στιγμή $t_5 = 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 5

2.2. Σημειακό αντικείμενο μάζας m εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, που παρουσιάζει το σημειακό αντικείμενο με το δάπεδο, μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα (0,1 , 0,5), οπότε μεταβάλλεται και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο, όπως στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος είναι $10\ \mathrm{N}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13617



Α. Αν $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, η μάζα του σώματος είναι:

α) $m = 1$ Kg, β) $m = 2$ Kg, γ) $m = 0{,}5$ Kg

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13617-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Α.

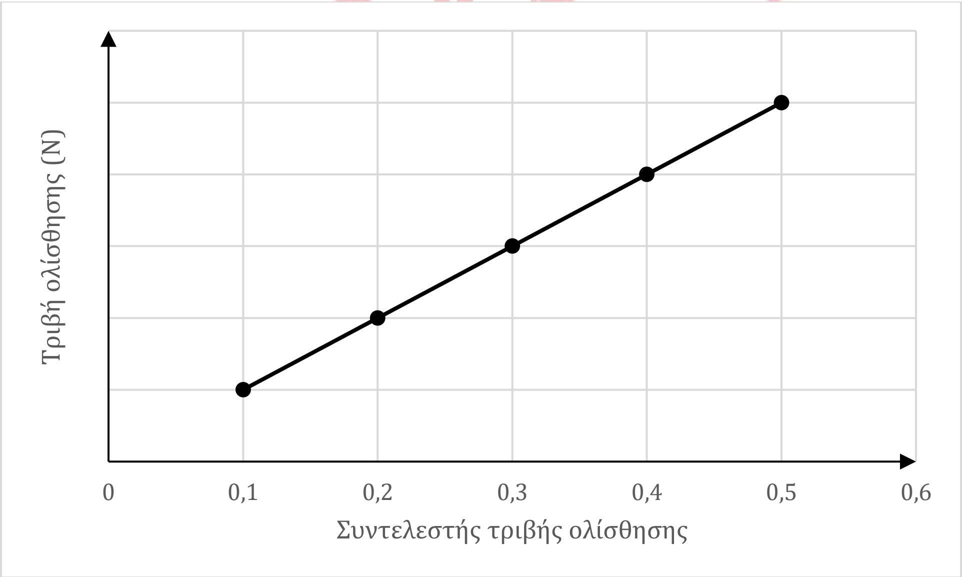
$t\,(\mathrm{s})$	2	4	6	8	10	12	14
$\upsilon\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$	8	8	8	8	0	-8	-16

Μονάδες 7

Β. Η χρονική στιγμή $t_5 = 10\ \mathrm{s}$ ανήκει στο χρονικό διάστημα $(8\ \mathrm{s}\,,\ 14\ \mathrm{s})$, κατά τη διάρκεια του οποίου, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = \frac{\sum F}{m} = \frac{-4\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{kg}} = -4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Τη χρονική στιγμή $t_4 = 8\ \mathrm{s}$ το σημειακό κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon_4 = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Έτσι, $\upsilon_5 = \upsilon_4 + \alpha \cdot (t_5 - t_4) = 0$.

Μονάδες 5

2.2.



Α. α)

Μονάδες 4

Β. $\mathrm{T}_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N\,,\ T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot w$, συνεπώς ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος ισούται με το μέτρο του βάρους του w. Έτσι: $w = 10\ \mathrm{N}$. $m = \frac{w}{g} = 1\ \mathrm{kg}$.

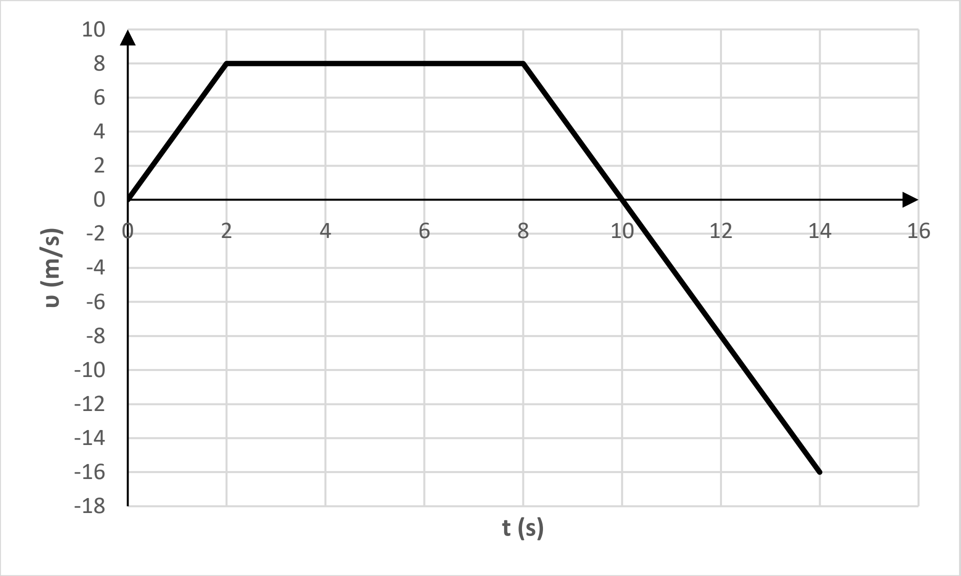
Μονάδες 9

13618

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Σημειακό αντικείμενο μάζας $m = 1\,\mathrm{kg}$ κινείται ευθύγραμμα. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Α. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$\boldsymbol{t}\ (\mathbf{s})$	2	4	6	10	12	14
$\sum \boldsymbol{F}\ (\mathbf{N})$						

Μονάδες 6

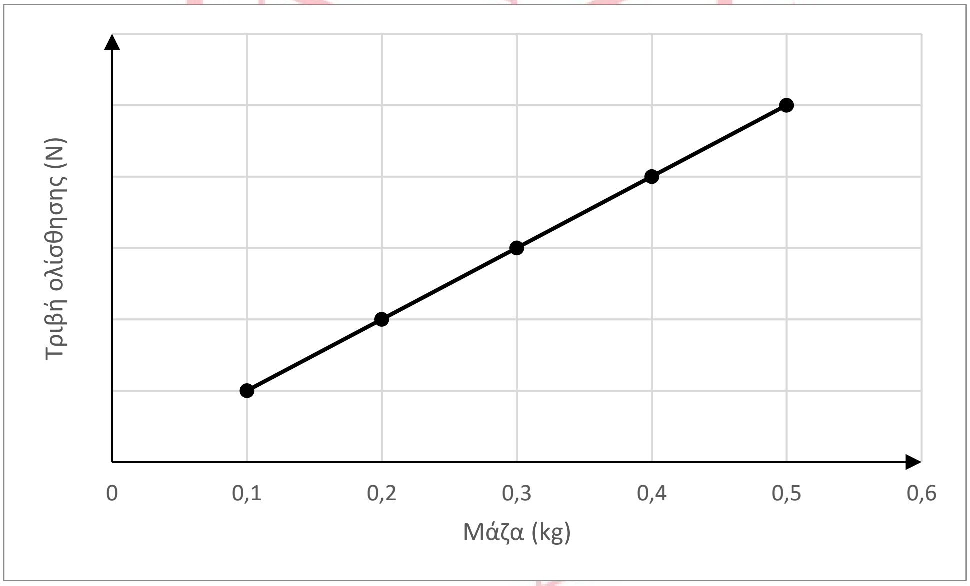
Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας για τη χρονική στιγμή $t_5 = 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 6

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13618

2.2. Σημειακό αντικείμενο έχει μάζα που μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα (0,1 kg , 0,5 kg) και εκτοξεύεται, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda}$. Επειδή η μάζα του μπορεί να μεταβάλλεται, αλλάζει και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος, του διαγράμματος είναι $10\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$.



Α. Αν $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σημειακού αντικειμένου με το δάπεδο είναι:

α) $\mu_{o\lambda} = 1$, β) $\mu_{o\lambda} = 2$ γ) $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$

Μονάδες 4

Β. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλμπινιόσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13618-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Α. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

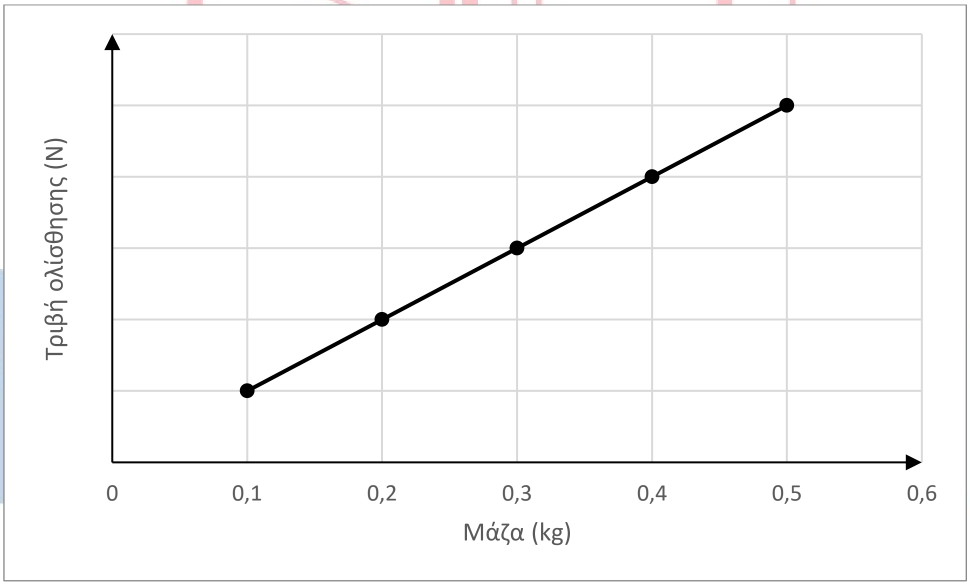
$t\ (\mathrm{s})$	2	4	6	10	12	14
$\sum F\ (\mathrm{N})$	4	0	0	-4	-4	-4

Μονάδες 6

Β. Η χρονική στιγμή $t_5 = 10\ \mathrm{s}$ ανήκει στο χρονικό διάστημα $(8\ \mathrm{s}\,,\ 14\ \mathrm{s})$, κατά τη διάρκεια του οποίου, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{-8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\ \mathrm{s}} = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.\ \sum F = m \cdot \alpha = -4\ \mathrm{N}.$

Μονάδες 6

2.2.



Α. α)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 4

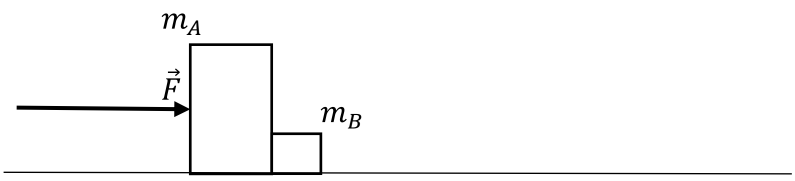
Β. $\mathrm{T}_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N\,,\ T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot w\,,\ T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot m \cdot g,$ συνεπώς ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος ισούται με το γινόμενο $\mu_{o\lambda} \cdot g$. Έτσι: $\mu_{o\lambda} \cdot g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\,,\ \mu_{o\lambda} = 1$

Μονάδες 9

13632

ΘΕΜΑ 4

Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, είναι σε επαφή μεταξύ τους και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$ ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F \ = \ 20 \ \mathrm{N}$. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι: $\mu_{o\rho} \ = \ 0{,}25$, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι: $\mu_{o\lambda} \ = \ 0{,}2$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g \ = \ 10 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Μονάδες 10

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 4

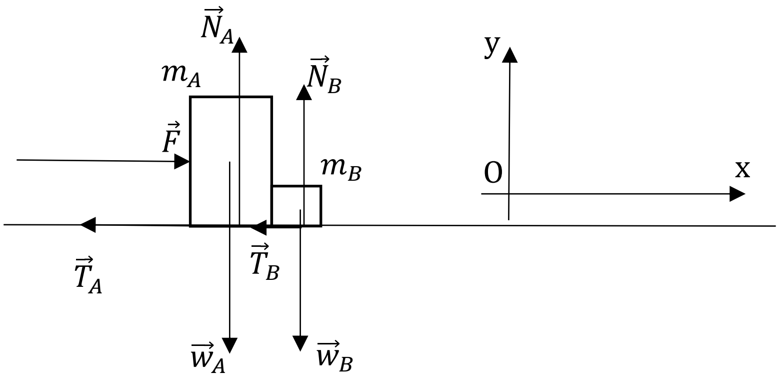
4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13632-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1^{ο} νόμο του Newton:

$$\left\{\begin{array}{l} Σώμα\ A: \sum F_y = 0\,,\ N_A = w_A\,,\ N_A = m_A \cdot g\,,\ N_A = 40\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: \sum F_y = 0\,,\ N_B = w_B\,,\ N_B = m_B \cdot g\,,\ N_B = 10\ \mathrm{N} \end{array}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{\begin{array}{l} Σώμα\ A: T_{ορA} = μ_{ορ} \cdot N_A = 10\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ορB} = μ_{ορ} \cdot N_B = 2{,}5\ N \end{array}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα Α τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή: $20\ \mathrm{N} = F > T_{ορA} + T_{ορB} = 12{,}5\ \mathrm{N}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: $\left\{\begin{array}{l} Σώμα\ A: T_{ολA} = μ_{ολ} \cdot N_A = 8\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ολB} = μ_{ολ} \cdot N_B = 2\ N \end{array}\right\}$. (Μονάδες 2)

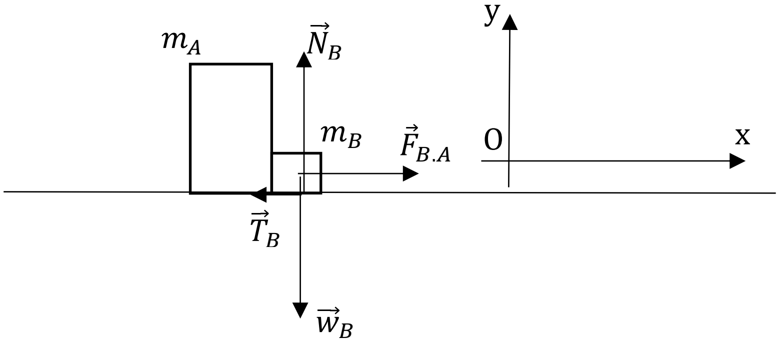
Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a\,,\ a = \frac{F - T_{ολA} - T_{ολB}}{m_A + m_B}\,,\ a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $α_B = α = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 2)

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13632-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{F}_{B,A}$ είναι η δύναμη επαφής που ασκείται στο σώμα Β από το σώμα Α. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $F_{B,A} - T_{\text{ο}\lambda B} = m_B \cdot a$, $F_{B,A} = T_{\text{ο}\lambda B} + m_B \cdot a$, $F_{B,A} =$ 4 N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 10

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $P_1 = F \cdot \upsilon_1 = 400$ W. (Μονάδες 2)

Μονάδες 4

4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $\Delta x_1 = 100$ m. (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000$ J. (Μονάδες 3)

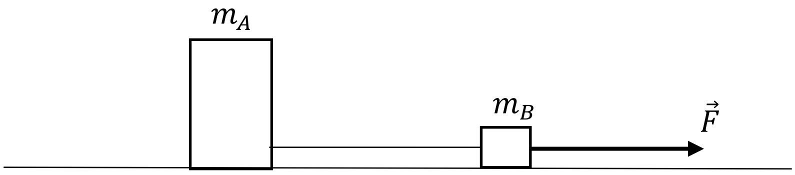
Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13633

ΘΕΜΑ 4

Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, συνδέονται με τεντωμένο ιδανικό νήμα και είναι ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα Τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$ ασκείται στο σώμα Β σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F \ = \ 20$ N. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι: $\mu_{o\rho} \ = \ 0{,}25$, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι: $\mu_{o\lambda} \ = \ 0{,}2$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g \ = \ 10 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της τάσης του νήματος κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Μονάδες 10

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 4

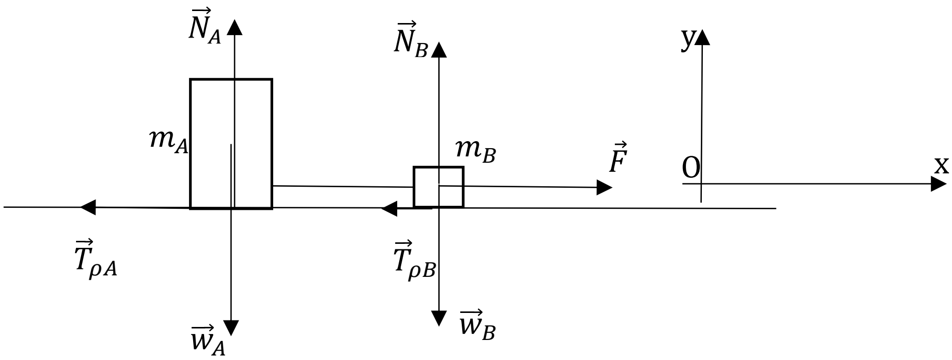
4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 \ = \ 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13633-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β και το ιδανικό, τεντωμένο, νήμα που τα συνδέει ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1^{ο} νόμο του Newton:

$$\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: \sum F_y = 0\ ,\ N_A = w_A\ ,\ N_A = m_A \cdot g\ ,\ N_A = 40\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: \sum F_y = 0\ ,\ N_B = w_B\ ,\ N_B = m_B \cdot g\ ,\ N_B = 10\ \mathrm{N} \end{matrix}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: T_{ολ,A} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ολ,B} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2{,}5\ N \end{matrix}\right\}.$$ (Μονάδες 2)

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται στο σώμα Α τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή: $20\ \mathrm{N} = F > T_{ολ,A} + T_{ολ,B} = 12{,}5\ \mathrm{N}$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει: $\left\{\begin{matrix} Σώμα\ A: T_{ολ,A} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8\ \mathrm{N} \\ Σώμα\ B: T_{ολ,B} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2\ N \end{matrix}\right\}$. (Μονάδες 2)

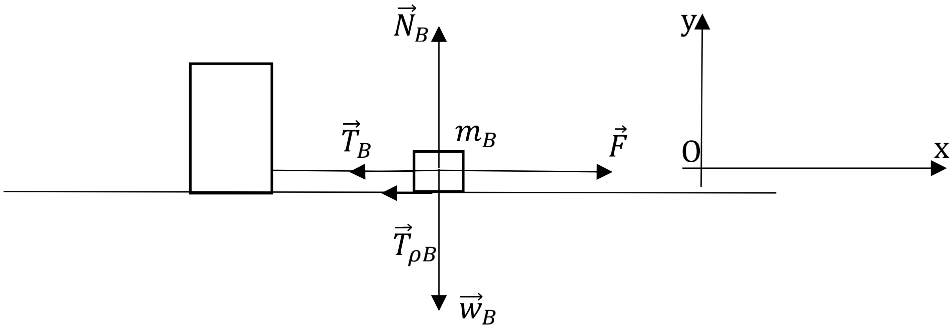
Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a\ ,\ a = \frac{F - T_{ολ,A} - T_{ολ,B}}{m_A + m_B}\ ,\ a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)

Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $\alpha_B = \alpha = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 2)

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13633-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{T}_B$ είναι η δύναμη που δέχεται το σώμα Β από το νήμα (τάση του νήματος). Επειδή το νήμα είναι ιδανικό, ίσου μέτρου, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης δύναμη δέχεται και το σώμα Α από το νήμα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $F - T_{ολ,B} - T_B = m_B \cdot a$, $T_B =$ $F - T_{ολ,B} - m_B \cdot a = 16$ N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 10

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $P_1 = F \cdot \upsilon_1 = 400$ W. (Μονάδες 2)

Μονάδες 4

4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$, $\Delta x_1 = 100$ m. (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000$ J. (Μονάδες 3)

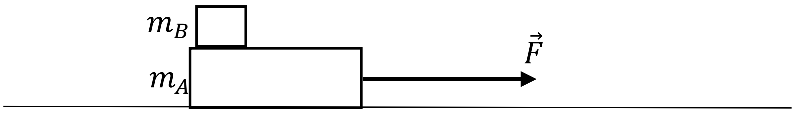
αλμπινιώσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 5

13634

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα είναι ακίνητα, με το σώμα Β να βρίσκεται πάνω στο σώμα Α. Το σώμα Α βρίσκεται πάνω σε λείο, ακλόνητο, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 20$ N και το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται, με το σώμα Β να μην ολισθαίνει πάνω στο Α εξαιτίας της μεταξύ τους τριβής. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα Β.

Μονάδες 6

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 6

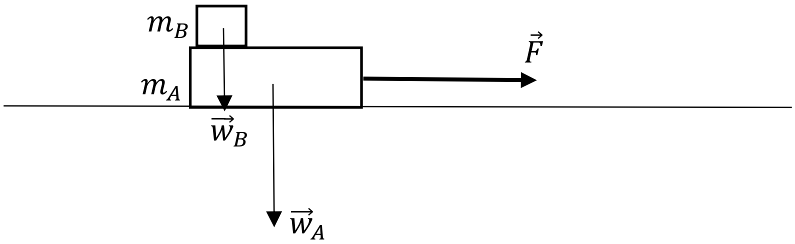
4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων Α και Β μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s.

Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13634-Λύση

ΘΕΜΑ 4

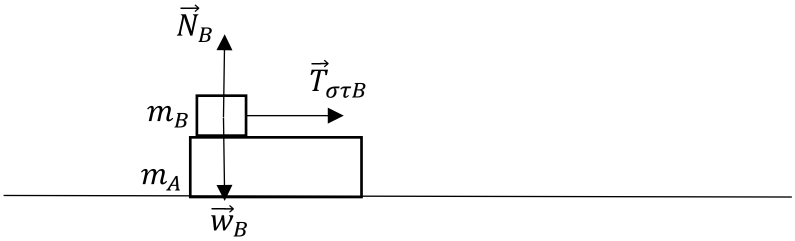


4.1. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a$, $a = \frac{F}{m_A + m_B}$, $a = 4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος: $\alpha_B = \alpha = 4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. (Μονάδες 3)



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες. $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$ είναι η στατική τριβή που δέχεται το σώμα Β. Η κατεύθυνσή της είναι η εικονιζόμενη, αφού το σώμα Β επιταχύνεται προς τα δεξιά. Η $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$ είναι η μοναδική οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα Β και σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, η επιτάχυνση και η συνισταμένη δύναμη είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B$, $T_{\sigma\tau,B} = m_B \cdot a$, $T_{\sigma\tau,B} = 4$ N. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

13634-Λύση

4.3. Τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα: $\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 40\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. (Μονάδες 3) Η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $P_1 = F \cdot \upsilon_1 = 800\ \mathrm{W}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

4.4. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2$, $\Delta x_1 = 200\ \mathrm{m}$. (Μονάδες 3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 10 s είναι: $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 4000\ \mathrm{J}$. (Μονάδες 4)

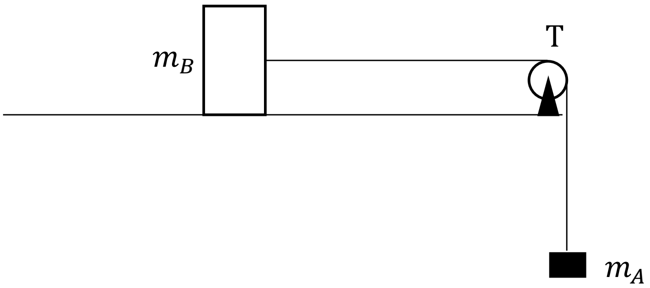
Μονάδες 7

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13635

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_A = 4 kg και m_B = 1 kg αντίστοιχα συνδέονται με ιδανικό νήμα, το οποίο περνάει από το αυλάκι τροχαλίας Τ, αμελητέας μάζας, όπως στο σχήμα. Το σώμα Α κρέμεται, ενώ το σώμα Β βρίσκεται πάνω σε ακλόνητο, οριζόντιο, τραχύ δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}5$. Το σύστημα σώμα Α – ιδανικό νήμα – σώμα Β συγκρατείται ακίνητο και ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής σώματος Β – οριζόντιου δαπέδου είναι: $\mu_{ορ} = 0{,}5$.



αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.1. Να αποδείξετε ότι η κίνηση του συστήματος ξεκινά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$;

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σύστημα.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας και της μετατόπισης των σωμάτων Α και Β τη χρονική στιγμή t_1 = 0,1 s.

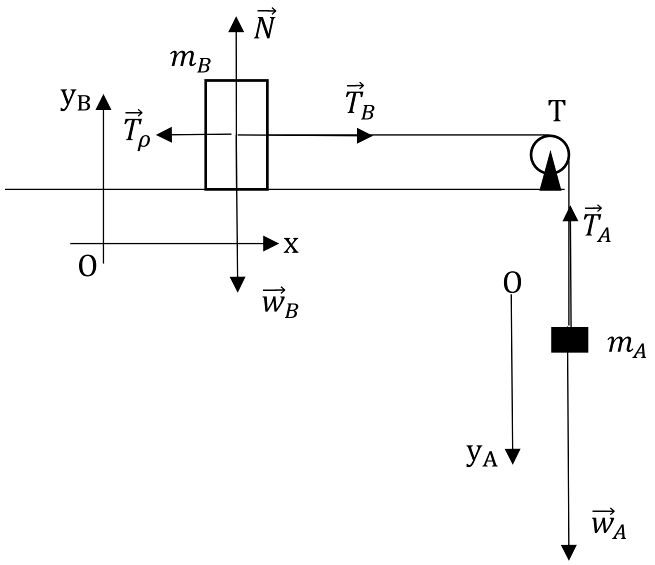
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 0,1 s.

Μονάδες 7

13635-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα σώμα Α – σώμα Β – ιδανικό νήμα – τροχαλία αμελητέας μάζας, είναι τα βάρη των σωμάτων Α και Β, $\vec{w}_A$ και $\vec{w}_B$ αντίστοιχα και οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα Β από το οριζόντιο δάπεδο, δηλαδή η κάθετη στο δάπεδο αντίδραση $\vec{N}$ και η τριβή $\vec{T}_\rho$. Το σώμα Β δεν κινείται στον άξονα Oy_B του σχήματος. Συνεπώς, από τον 1^{ο} νόμο του Newton:

$\sum F_{yB} = 0\,, N = w_B\,, N = m_B \cdot g\,, N = 10\text{ N}$. (Μονάδες 2)

Η μέγιστη στατική (οριακή) τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ του σώματος Β και του οριζόντιου δαπέδου έχει μέτρο: $T_{\rho,o\rho} = \mu_{o\rho} \cdot N\,, T_{\rho,o\rho} = 5\text{ N}$. (Μονάδες 2)

Επειδή, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ισχύει: $40\text{ N} = w_A > T_{\rho,o\rho} = 5\text{ N}$, η κίνηση του συστήματος θα ξεκινήσει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. (Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{o\lambda}$ είναι ίσο με το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\vec{T}_{o\rho}$, αφού: $\mu_{o\lambda} = \mu_{o\rho} = 0{,}5$. (Μονάδες 2) Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα έχουμε:

$\sum F_{\varepsilon\xi} = (m_A + m_B) \cdot a\,, a = \frac{w_A - T_{o\lambda}}{m_A + m_B}\,, a = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. (Μονάδες 4)

Μονάδες 6

4.3. Ισχύουν: $\upsilon_1 = a \cdot t_1 = 0{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Μονάδες 3) και $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 0{,}035\text{ m}$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 6

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13635-Λύση

4.4. Η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος σώμα Α – ιδανικό νήμα – σώμα Β μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 = 0,1 s ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης:

$Q = \left|W_{T_{ολ}}\right| = T_{ολ} \cdot Δx_1 = 0{,}175 \text{ J}.$

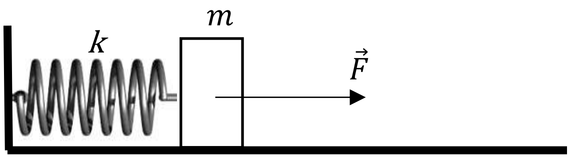
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13636

ΘΕΜΑ 4

Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, έχει το ένα άκρο του δεμένο ακλόνητα, ενώ στο άλλο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$. Το σύστημα ελατήριο – σώμα ισορροπεί με το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Το σώμα βρίσκεται σε επαφή με οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}5$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου $F = 10\ \mathrm{N}$, με διεύθυνση που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου, όπως στο σχήμα. Την ίδια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να κινείται. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου όταν το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

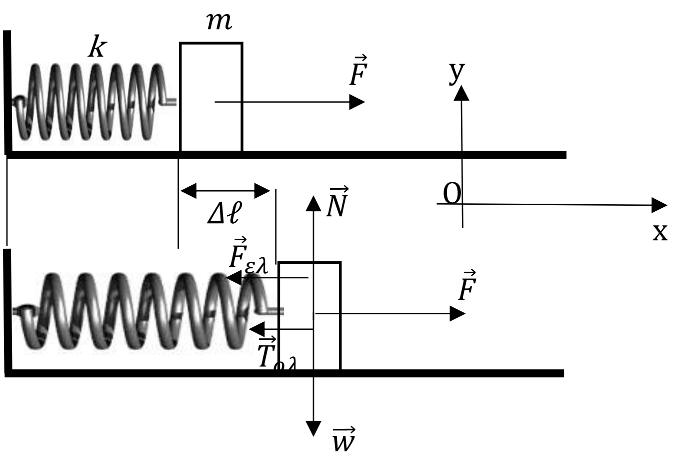
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13636

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13636-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, οπότε, σύμφωνα με τον 1^o νόμο του Newton: $\sum F_y = 0$, $N = w$, $N = m \cdot g$, $N = 10$ N.

(Μονάδες 2)

Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N$, $T_{o\lambda} = 5$ N.

(Μονάδες 2)

Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή τη θέση στην οποία $\sum F_x = 0$. Αυτό συμβαίνει γιατί, ενώ οι δυνάμεις $\vec{F}$ και $\vec{T}_{o\lambda}$ είναι σταθερές, η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από το παραμορφωμένο, ιδανικό ελατήριο έχει μέτρο ανάλογο της παραμόρφωσής του, σύμφωνα με το νόμο του Hooke:

$$F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell$$

Έτσι, όσο: $F > T_{o\lambda} + F_{\varepsilon\lambda}$ το σώμα επιταχύνεται, ενώ το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται όταν $F < T_{o\lambda} + F_{\varepsilon\lambda}$. Συνεπώς, το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, δηλαδή τη θέση στην οποία:

$$\sum F_x = 0\,,\ F = F_{\varepsilon\lambda} + T_{o\lambda}\,,\ F = k \cdot \Delta\ell + T_{o\lambda}\,,\ \Delta\ell = \frac{F - T_{o\lambda}}{k}\,,\ \Delta\ell = 0{,}05\ \text{m}$$

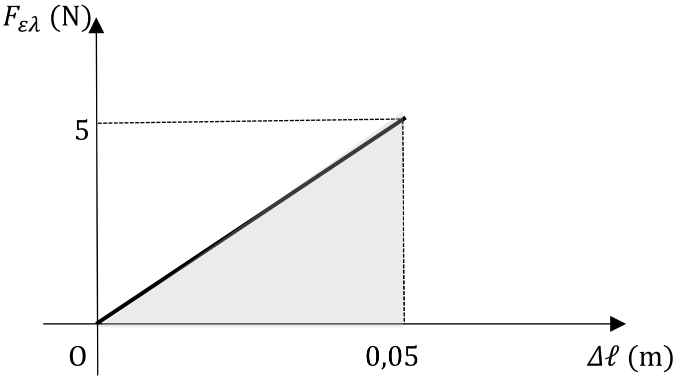
(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ένα παραμορφωμένο ιδανικό ελατήριο είναι ανάλογο της παραμόρφωσης του ελατηρίου (νόμος Hooke): $F_{\varepsilon\lambda} = k \cdot \Delta\ell$. Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη

13636-Λύση

μέγιστη ταχύτητά του η $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση από τη μετατόπιση (αρνητικό έργο) και μέτρο που αυξάνεται με την αύξηση της μετατόπισης όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό εκφράζει την απόλυτη τιμή του έργου της $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$. Έτσι:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \mathrm{m} \cdot 5\ \mathrm{N} = -0{,}125\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.3. Ισχύει: $W_F = F \cdot \Delta\ell = 0{,}5\ \mathrm{J}$.

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $Q = |W_{T_{o\lambda}}| = T_{o\lambda} \cdot \Delta\ell = 0{,}25\ \mathrm{J}$.

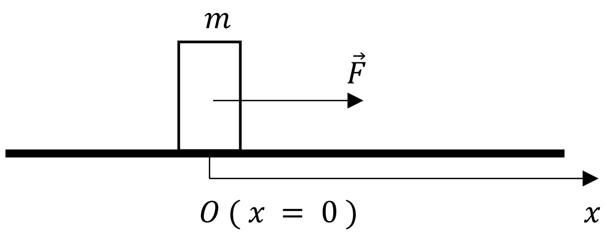
Μονάδες 6

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13638

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση $x = 0$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{o\rho} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\ (S\,.\,I)$, όπου x η θετική θέση του σώματος. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Οι δυνάμεις που ασκούνται από τον ατμοσφαιρικό αέρα να αμεληθούν.



4.1. Να αποδείξετε ότι το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +\ 1{,}2\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{o\lambda}$ από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +\ 1{,}2\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 6

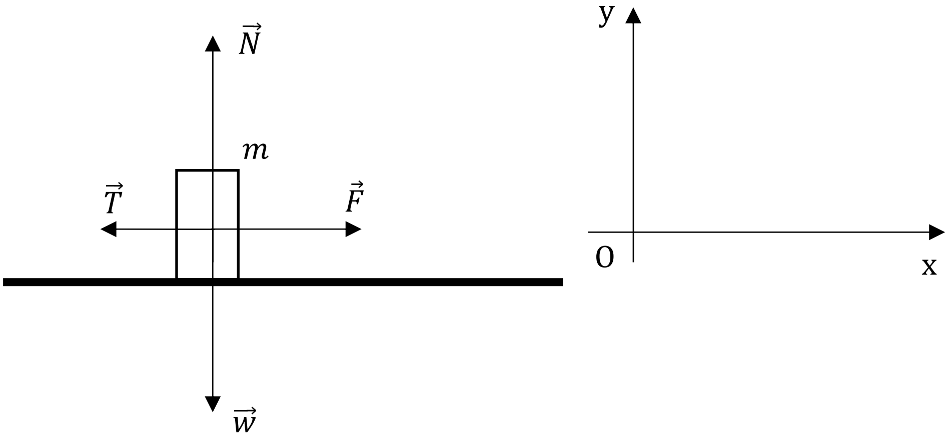
4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη θέση $x_0 = 0$ μέχρι τη θέση $x = +\ 1{,}2\ \mathrm{m}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 7

13638-Λύση

ΘΕΜΑ 4



αλμυνίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.1. Για κάθε χρονική στιγμή t ισχύει:

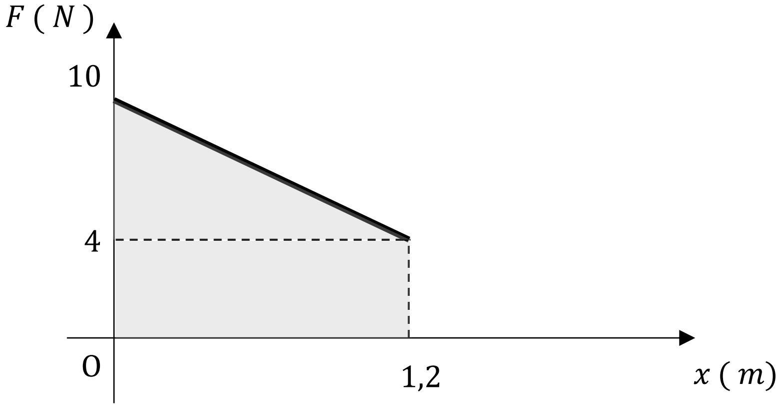
$$\sum F_y = 0\,,\ N = w\,,\ N = m \cdot g\,,\ N = 10\ \mathrm{N}\ \text{(2 μονάδες)}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0$ και συνεπώς η τριβή που δέχεται από το δάπεδο είναι στατική. Για το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής ισχύει: $T_{op} = \mu_{op} \cdot N\,,\ T_{op} = 5\ \mathrm{N}$. (2 μονάδες) Στη θέση $x_0 = 0$ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι $F = 10\ \mathrm{N} > 5\ \mathrm{N} = T_{op}$, συνεπώς το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον καλούμαστε να υπολογίσουμε έργο δύναμης μεταβλητού μέτρου, θα κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση $F - x$ και θα υπολογίσουμε την απόλυτη τιμή του ζητούμενου έργου εμβαδομετρώντας. Η δύναμη $\vec{F}$ είναι ομόρροπη της μετατόπισης και συνεπώς το έργο της είναι θετικό (παραγόμενο).

13638-Λύση



(4 μονάδες)

$W_{\vec{F}} = \frac{10\ \mathrm{N} + 4\ \mathrm{N}}{2} \cdot 1{,}2\ m = 8{,}4\ \mathrm{J}$ (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.3. Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = 4\ \mathrm{N}$ (3 μονάδες) και κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της κίνησης. Ως σταθερή δύναμη, έχει έργο:

$W_{\vec{T}_{ολ}} = -\ T_{ολ} \cdot \Delta x = -\ 4{,}8\ \mathrm{J}$ (3 μονάδες)

Μονάδες 6

4.4. Η εκλυόμενη θερμότητα ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης: $Q = \left|W_{\vec{T}_{ολ}}\right| = 4{,}8\ \mathrm{J}$

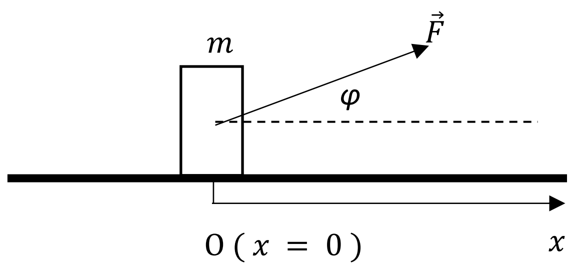
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13639

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$ είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση $x = 0$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{o\rho} = 0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα δέχεται την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 \cdot \sqrt{2} - 5 \cdot \sqrt{2} \cdot x\ (S.I)$, όπου x η θέση του σώματος και κατεύθυνση που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi = 45°$, όπως στο σχήμα. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1. Να διερευνήσετε αν το σώμα θα κινηθεί. Αν ναι, ποια χρονική στιγμή θα ξεκινήσει, αν όχι, να εξηγήσετε γιατί.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε τη θέση του σώματος, όταν αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Μονάδες 7

4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

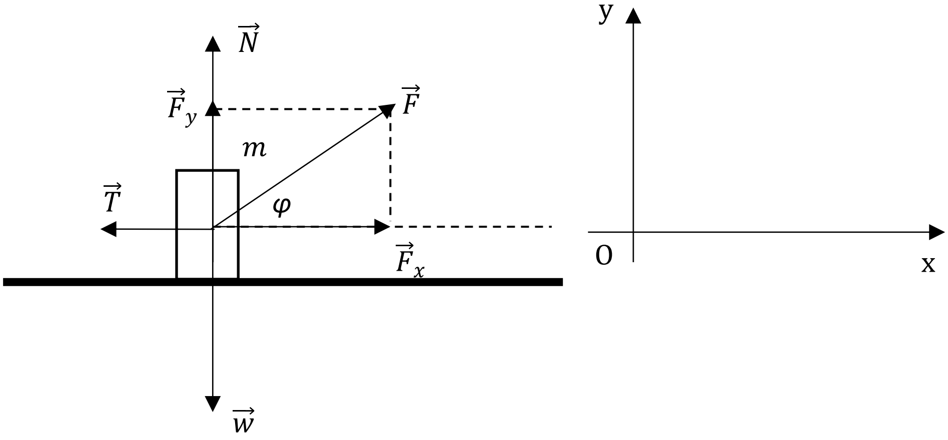
Μονάδες 6

Δίνονται: ημ$45° =$ συν$45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13639-Λύση

ΘΕΜΑ 4



4.1. Ισχύουν: $\left\{\begin{matrix} F_x = F \cdot συνφ = 10 - 5 \cdot x\,(S.I.) \\ F_y = F \cdot ημφ = 10 - 5 \cdot x\,(S.I.) \end{matrix}\right\}$. Για κάθε χρονική στιγμή t ισχύει: $\sum F_y = 0$, $N + F_y = w$, $N = m \cdot g - F \cdot ημφ$, $N = 5 \cdot x\,(S.I.)$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα είναι ακίνητο και συνεπώς η τριβή που δέχεται από το δάπεδο είναι στατική. Για το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, στη θέση $x = 0$, ισχύει: $T_{ορ} = \mu_{ορ} \cdot N$, $T_{ορ} = 0$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_x$ είναι $F_x = 10\,\mathrm{N} > 0 = T_{ορ}$, συνεπώς το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

Μονάδες 6

4.2. Το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του στη θέση ισορροπίας του:

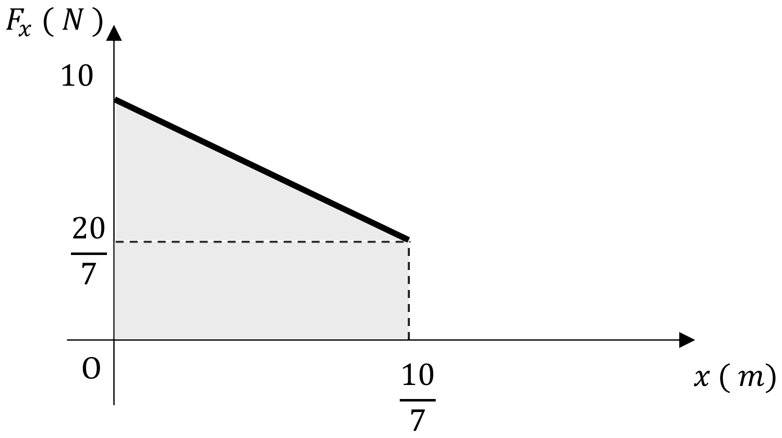
$\sum F_x = 0$, $F_x - T_{ολ} = 0$, $F_x = \mu_{ολ} \cdot N$, $10 - 5 \cdot x = 2 \cdot x$, $x = \frac{10}{7}\,\mathrm{m}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $W_{\vec{F}} = W_{\vec{F}_x} + W_{\vec{F}_y} = W_{\vec{F}_x} + 0 = W_{\vec{F}_x}$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13639-Λύση

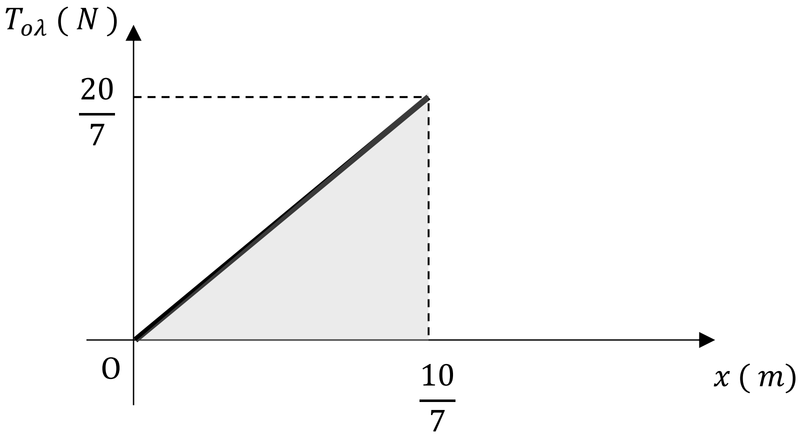


$$W_{\vec{F}_x} = \frac{10\ \mathrm{N} + \frac{20}{7}\ \mathrm{N}}{2} \cdot \frac{10}{7}\ \mathrm{m} = \frac{450}{49}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 7

4.4. Η εκλυόμενη θερμότητα Q ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης.

Ισχύει: : $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = 2 \cdot x\,(S.I.)$, $Q = \left|W_{\vec{T}_{ολ}}\right|$.



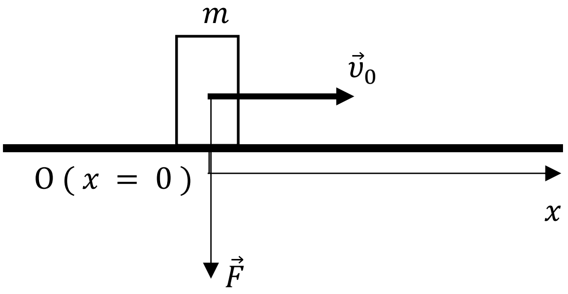
$$Q = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{7}\ \mathrm{m} \cdot \frac{20}{7}\ \mathrm{N} = \frac{100}{49}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

13640

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1\,\mathrm{kg}$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά μήκος οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του Ο ($x = 0$), με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 4 \cdot \sqrt{2}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα κάτω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\ (S.I)$, όπου x η θέση του σώματος Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = 0{,}4$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση *x*.

Μονάδες 9

4.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$.

Μονάδες 9

4.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ’ όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

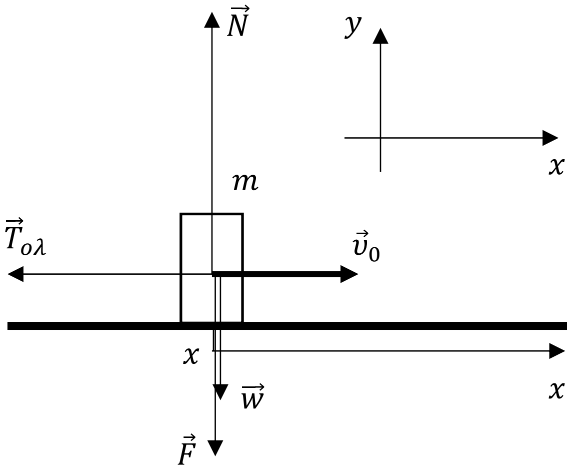
Μονάδες 7

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

αλμπινιόns ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13640-Λύση

ΘΕΜΑ 4



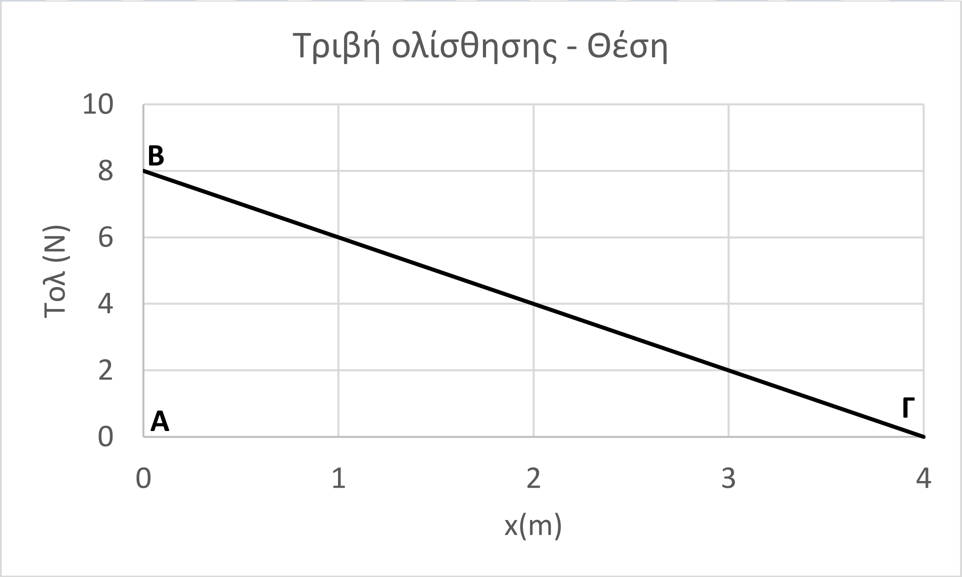
4.1. Στην τυχαία θέση *x*, το σημειακό αντικείμενο δέχεται τις δυνάμεις του παραπάνω σχήματος. Το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται στον κατακόρυφο άξονα, οπότε, σύμφωνα με τον 1^{o} νόμο του Newton:

$\sum F_y = 0 , N = w + F , N = m \cdot g + F , N = 20 - 5 \cdot x \, (S.I.)$.

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{o\lambda} = \mu_{o\lambda} \cdot N = 8 - 2 \cdot x \, (S.I.)$.

Μονάδες 9

4.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται με τη θέση του σημειακού κινητού, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



13640-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ είναι αρνητικό (η κατεύθυνση της τριβής ολίσθησης είναι αντίθετη από την φορά της κίνησης) και η απόλυτη τιμή του είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ του γραφήματος. Έτσι, $W_{T_{ολ}} = -\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\mathrm{J} = -16\mathrm{J}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ έχουμε:

$\varDelta K = W_{T_{ολ}}$, $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = W_{T_{ολ}}$, $\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2 \cdot W_{T_{ολ}}}{m}} = 0$.

Μονάδες 9

4.3 Ισχύει: $Q = \left|W_{\vec{T}_{ολ}}\right| = 16\mathrm{J}$.

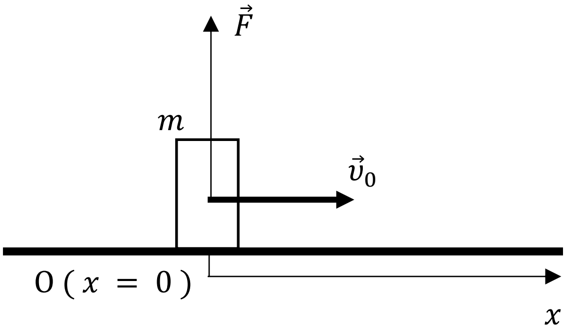
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13641

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό αντικείμενο, μάζας $m = 1\ \mathrm{kg}$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κατά μήκος οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του Ο (*x* = 0), με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, μέτρου $\upsilon_0 = 4 \cdot \sqrt{2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα πάνω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F = 10 - 5 \cdot x\,(S.I)$, όπου *x* η θέση του σώματος Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda} = 0{,}4$. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση *x*.

Μονάδες 9

4.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x = +4\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 9

4.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

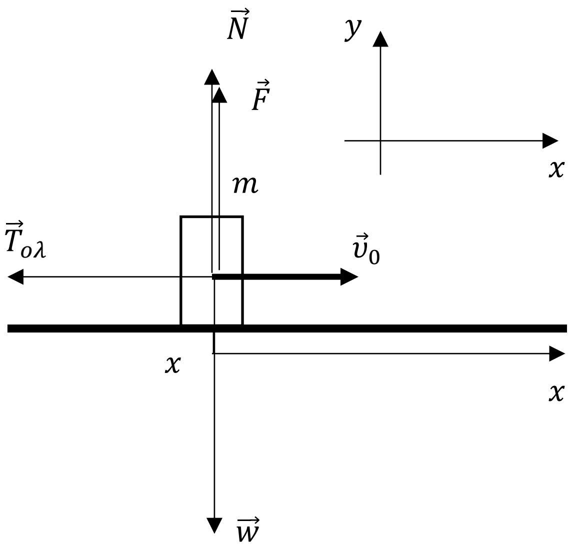
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

13641-Λύση

ΘΕΜΑ 4



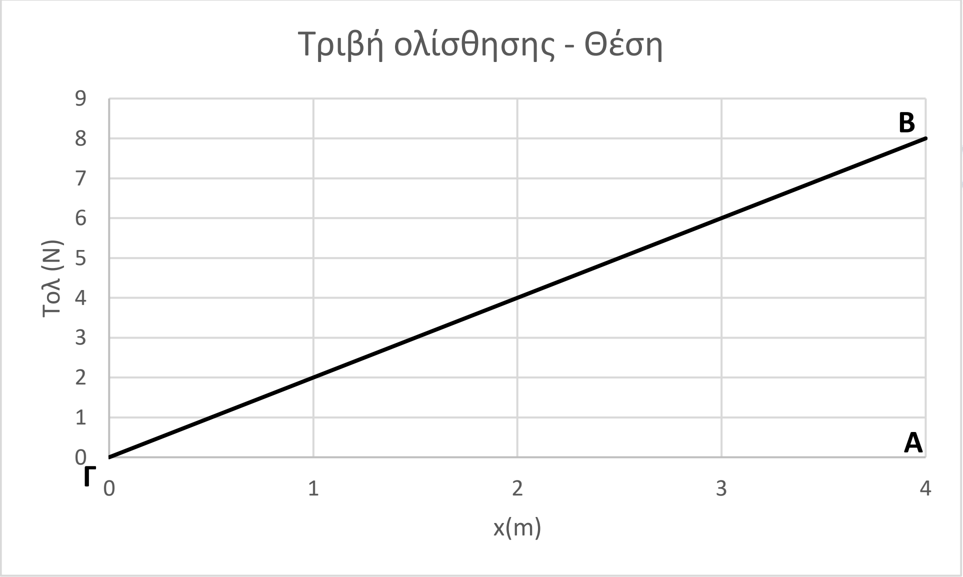
4.1. Στην τυχαία θέση *x*, το σημειακό αντικείμενο δέχεται τις δυνάμεις του παραπάνω σχήματος. Το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται στον κατακόρυφο άξονα, οπότε, σύμφωνα με τον 1^o νόμο του Newton:

$\sum F_y = 0\,,\, N + F = w\,,\, N = m \cdot g - F\,,\, N = 5 \cdot x\,(S.I.).$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = 2 \cdot x\,(S.I.).$

Μονάδες 9

4.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται με τη θέση του σημειακού κινητού, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



13641-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ είναι αρνητικό (η κατεύθυνση της τριβής ολίσθησης είναι αντίθετη από την φορά της κίνησης) και η απόλυτη τιμή του είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ του γραφήματος. Έτσι, $W_{\vec{T}_{o\lambda}} = -\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 8\mathrm{J} = -16\mathrm{J}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου από τη θέση $x = 0$ μέχρι τη θέση $x = +4\,\mathrm{m}$ έχουμε:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{o\lambda}},\ \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_0^2 = W_{\vec{T}_{o\lambda}},\ \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{2\cdot W_{\vec{T}_{o\lambda}}}{m}} = 0.$$

Μονάδες 9

4.3 Ισχύει: $Q = \left|W_{\vec{T}_{o\lambda}}\right| = 16\mathrm{J}$.

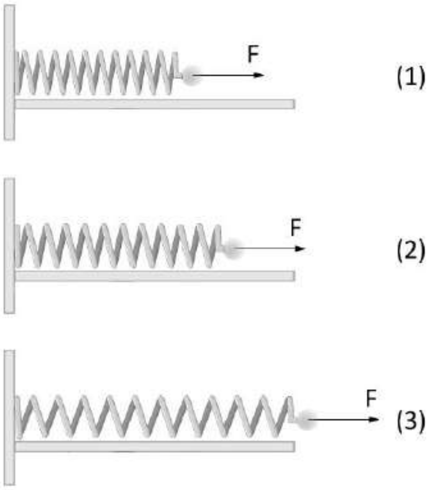
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13657

ΘΕΜΑ 2ο

2.1. Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα ελατήριο που στην ελεύθερη άκρη του υπάρχει σώμα μικρής μάζας m. Το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως σε λείο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή (1) απεικονίζεται το ελατήριο συσπειρωμένο, στη (2) βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και στην (3) είναι επιμηκυμένο. Και στα τρία πιθανά στιγμιότυπα, στην άκρη του, έχει σχεδιαστεί μόνο η πιθανή δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.



2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η δύναμη από το ελατήριο έχει σχεδιαστεί σωστά στο:

- α) Στιγμιότυπο 1,
- β) Στιγμιότυπο 2,
- γ) Στιγμιότυπο 3

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας τσιμεντένιος κύβος μάζας m ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ. Αντιστοιχίστε τις δυνάμεις τις αριστερής στήλης με μια από τις πιθανές απαντήσεις στη δεξιά στήλη.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση για τα μέτρα των παρακάτω δυνάμεων.

α) Η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο	i) $m \cdot g$
β) Στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου	ii) $m \cdot g \ \cdot \eta\mu\varphi$
γ) Η δύναμη που ασκεί το επίπεδο στον κύβο	iii) $m \cdot g \ \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$

Μονάδες 6

2.2.Β Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 7

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13657-Λύση

Ενδεικτική Λύση

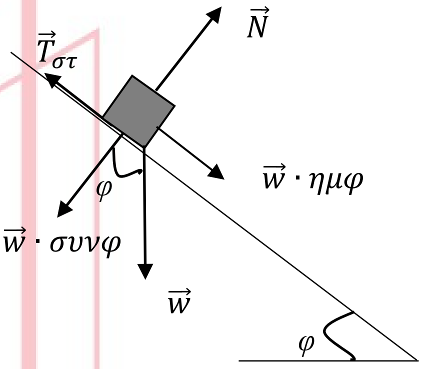
2.1) Σωστή απάντηση: (α).

Όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (δηλαδή όταν δεν έχει υποστεί καμία παραμόρφωση), δεν ασκεί δύναμη, συνεπώς η επιλογή (β) απορρίπτεται.

Σε κάθε άλλη περίπτωση, η δύναμη του ελατηρίου τείνει να το επαναφέρει στο φυσικό του μήκος. Στην περίπτωση (γ), θα έπρεπε λοιπόν να έχει φορά προς τα αριστερά. Η μόνη ορθή επιλογή είναι τελικά η (α).

2.2) Σωστές απαντήσεις: (α – iii), (β – ii), (γ – i)

Ο κύβος ισορροπεί οπότε σύμφωνα με τον 1° νόμο του Newton η συνολική δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν. Αν αναλύσουμε τη δύναμη του βάρους, η παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο συνιστώσα του θα είναι αντίθετη της (στατικής) τριβής, ενώ η κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο θα είναι αντίθετη της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$ που ασκεί το επίπεδο στον κύβο.



Συνεπώς, η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο είναι ίση με $m\cdot g\ \cdot\sigma\upsilon\nu\varphi$.

Η στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου είναι ίση με $m\cdot g\ \cdot\eta\mu\varphi$.

Η συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων (αφού ο κύβος ισορροπεί) θα έχει το ίδιο μέτρο με το βάρος, δηλ. $m\cdot g$, αλλά αντίθετη φορά.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13658

ΘΕΜΑ 4

Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 20\ \mathrm{Kg}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ ένας μαθητής αρχίζει να τραβά το κιβώτιο, ασκώντας σε αυτό σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $100\ \mathrm{N}$, η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία 60^0 με το οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με $\upsilon_1 = 2\ \mathrm{m/s}$ και ο μαθητής σταματά να τραβά το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη επάνω στο δάπεδο και τέλος ακινητοποιείται. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου κατά το χρονικό διάστημα που ο μαθητής ασκούσε δύναμη σ' αυτό.

Μονάδες 2

β. Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος να εξηγήσετε γιατί υπάρχει τριβή μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 4

4.2 Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο για τα χρονικά διαστήματα 0 s $\rightarrow$ 4 s και 4 s $\rightarrow$ t_2 (όπου t_2 η χρονική στιγμή κατά την οποία το κιβώτιο ακινητοποιείται).

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.3 α. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Μονάδες 5

β. Την ενέργεια που προσφέρθηκε από τον μαθητή στο κιβώτιο.

Μονάδες 2

4.4 Το συνολικό διάστημα που διανύθηκε από το κιβώτιο επάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, μέχρις αυτό να σταματήσει.

Μονάδες 5

Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} \cong 1{,}7$

αλφινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13658-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1.α

$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 \Rightarrow 2\,{}^{m}/_{s} = \alpha \cdot 4s \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 0,5\ {}^{m}/_{s^2}}$ ***(Μονάδες 2)***

4.1.β

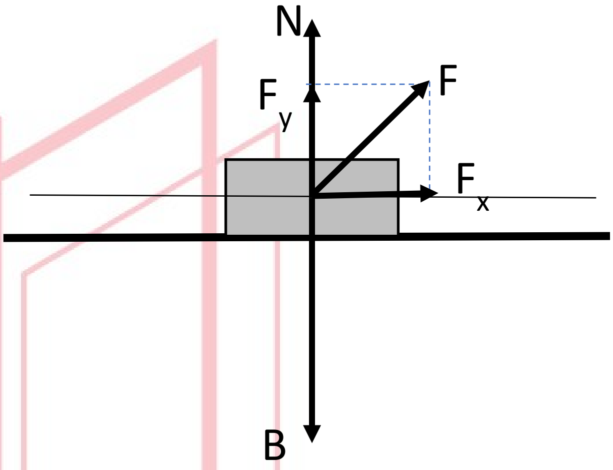
Αν δεν υπήρχε τριβή:

$F_x = m \cdot \alpha' \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 = m \cdot \alpha'$

(Μονάδα 1)

$\Rightarrow 100N \cdot \dfrac{1}{2} = 20kg \cdot \alpha' \Rightarrow \boldsymbol{\alpha' = 2,5\ {}^{m}/_{s^2}}$

(Μονάδες 2)



Επομένως

$\alpha < \alpha'$ άρα υπάρχει τριβή ***(Μονάδα 1)***

4.2

Από 0 s – 4 s

Από 4 s - t₂

(Μονάδες 7)

4.3.α

Έχουμε

$T = \mu \cdot N\ (1)$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta\mu 60^0$

13658-Λύση

$$\Rightarrow N = 20\ \mathrm{Kg} \cdot \frac{10\ \mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} - 100\ \mathrm{N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N \cong 115\ \mathrm{N}}\ (2)$$

(Μονάδες 2)

$$\Sigma F_x = m \cdot \alpha \Rightarrow F_x - T_{o\lambda} = m \cdot \alpha \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 - T_{o\lambda} = m \cdot \alpha \Rightarrow$$

$$T_{o\lambda} = 100\ \mathrm{N} \cdot \tfrac{1}{2} - 20\ \mathrm{Kg} \cdot 0{,}5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\lambda} = 40\ \mathrm{N}}\ \mathit{(3)}$$

(Μονάδες 2)

Η (1) λόγω των (2) και (3) γίνεται: $40N = \mu \cdot 115N \Rightarrow \mu = \frac{40}{115} \Rightarrow \boldsymbol{\mu \simeq 0,35}$ ***(Μονάδα 1)***

4.3.β

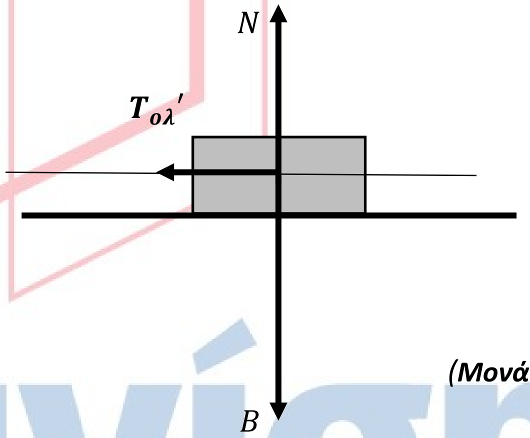
$$W = F \cdot s \cdot\ \sigma\upsilon\nu 60^0\ \ (1)$$

$$s = \tfrac{1}{2}\alpha \cdot t_1^2 \Rightarrow s = \tfrac{1}{2}0.5\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}\,(4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{s = 4\ m}$$ ***(Μονάδα 1)***

Από την (1) με αντικατάσταση προκύπτει: $W = 100\ \mathrm{N} \cdot 4\ \mathrm{m} \cdot\ 0{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{W = 200\ \mathrm{J}}$ ***(Μονάδα 1)***

4.4.

Μετά την χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s έχουμε:



Η νέα $T'_{o\lambda} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$

$$\Rightarrow T'_{o\lambda} = 0{,}35 \cdot 20\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T'_{o\lambda} = 70\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

Από Θ.Μ.Κ.Ε., για το χρονικό διάστημα 4 s ⟶ t_2, έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m \cdot \upsilon^2 = -T'_{o\lambda} \cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2}20\ \mathrm{kg} \cdot (2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = 70\ \mathrm{N} \cdot s_1 \Rightarrow \boldsymbol{s_1 = \frac{4}{7}\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 2)

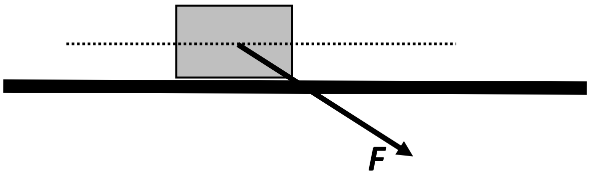
$$s_{o\lambda} = s + s_1 \Rightarrow \boldsymbol{s_{o\lambda} = \frac{32}{7}\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδα 1)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13659



Το σώμα του σχήματος έχει μάζα $m = 2\ \text{Kg}$ και αρχικά ηρεμεί στο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης μέτρου $F = 20\ \text{N}$**,** που φαίνεται στο σχήμα, της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία 45^0 με την οριζόντια διεύθυνση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$ και $g = 10\ \text{m/s}^2$.

4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης.

Μονάδες 5

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της Τριβής Ολίσθησης.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος για χρονικό διάστημα 5s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη**.**

Μονάδες 8

4.4 Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και μετατόπισης-χρόνου, σε βαθμολογημένους άξονες, για το χρονικό διάστημα των 5 s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη.

Μονάδες 4

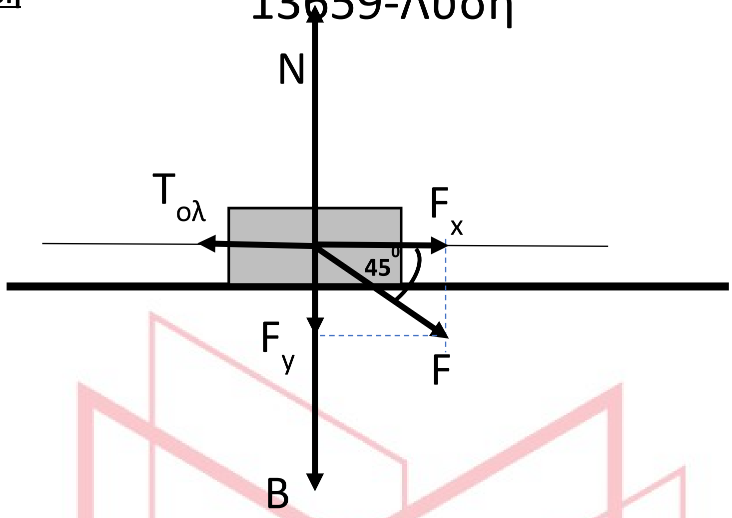
Δίνονται $\eta\mu 45^0 = \sigma\upsilon\nu 45^0 = 0{,}7$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13659-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1



(Μονάδες 5)

4.2

$T_{ολ} = \mu \cdot N$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - F_y - B = 0 \Rightarrow N = F \cdot ημ45^0 + m \cdot g \Rightarrow$

$N = 20\ \mathrm{N} \cdot 0{,}7 + 2\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$

$\boldsymbol{N = 34\ \mathrm{N}\ (1)}$

(Μονάδες 5)

$T_{ολ} = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow}\ T_{ολ} = 0{,}2 \cdot 34N \Rightarrow\ \boldsymbol{T_{ολ} = 6{,}8\ \mathrm{N}}$

(Μονάδες 3)

4.3

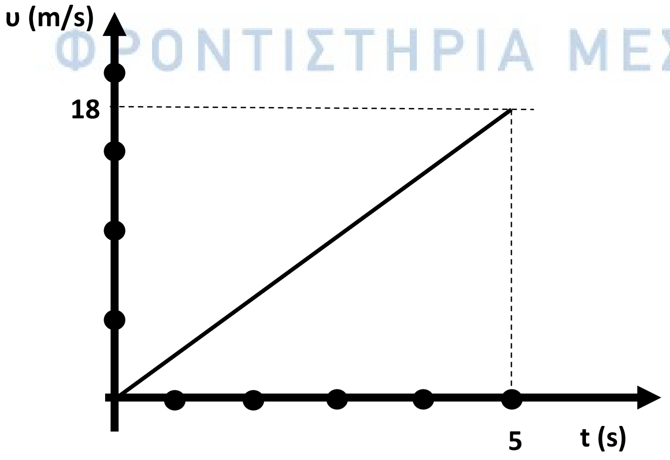
$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F_x - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow F \cdot συν45^0 - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow$

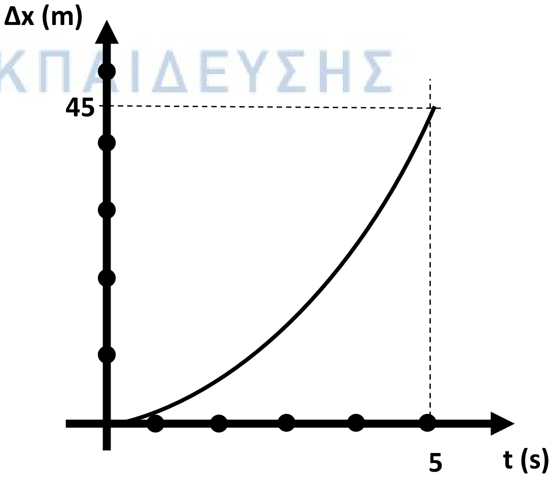
$20N \cdot 0{,}7 - 6{,}8N = 2Kg \cdot a \Rightarrow \boldsymbol{a = 3{,}6\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$ *(Μονάδες 3)*

$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow \upsilon = 3{,}6\,{}^{m}/_{s^2} \cdot 5s \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 18\ \mathrm{m/s}}$ *(Μονάδες 2)*

$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}\ 3{,}6\,{}^{m}/_{s^2} \cdot (5s)^2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x = 45\ \mathrm{m}}$ *(Μονάδες 3)*

4.4





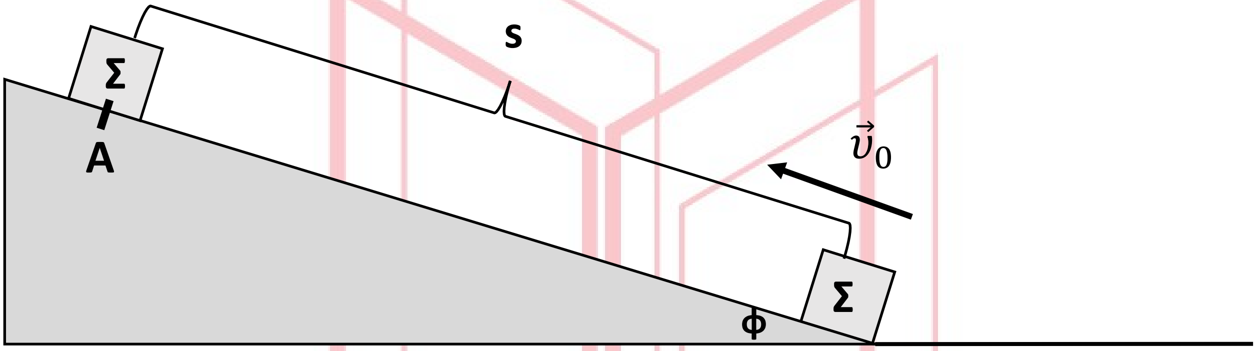
(Μονάδες 4)

αληπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13660

Σώμα μάζας $m = 5\ \mathrm{Kg}$, όπως φαίνεται στο σχήμα, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από την βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το σώμα, αφού διανύσει διάστημα $s = 8\ \mathrm{m}$ επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει τριβή, επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου υ στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε. Το σώμα, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ, σε οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο και σταματά αφού διανύσει διάστημα s_1 επάνω σε αυτό. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία κινείται, είναι ο ίδιος και για τα δύο επίπεδα. Δίνεται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο και κατά την κάθοδό του σε αυτό και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης. Επίσης να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της Τριβής Ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και τον συντελεστή Τριβής Ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία αυτό κινείται

Μονάδες 7

4.3 Να εξηγήσετε γιατί το σώμα επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 3

4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία το σώμα επιστρέφει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και το διάστημα s_1 που το σώμα διανύει στο οριζόντιο επίπεδο.

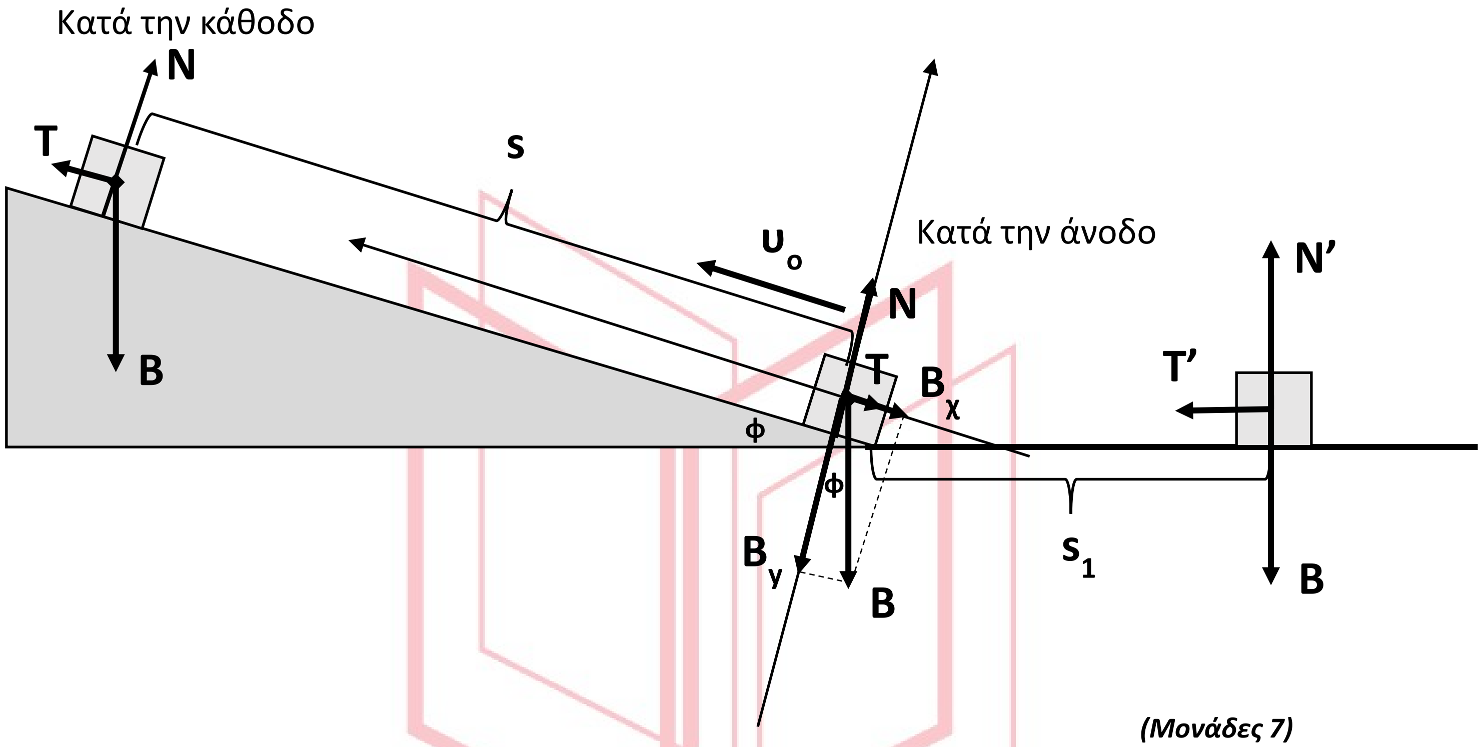
Μονάδες 8

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ και $\frac{50\sqrt{3}}{12} \cong 7$

Ενδεικτική λύση

13660-Λύση

4.1



(Μονάδες 7)

4.2

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. κατά την άνοδο του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$K_{τελ} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = -mgημ30^0 s - Ts$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2}\cdot 5\,\mathrm{Kg}\cdot\left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = -5\,\mathrm{Kg}\cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 8\,\mathrm{m} - T\cdot 8\,\mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{T} = \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{4}}\,\mathbf{N} = \mathbf{6,25\,N}$$

(Μονάδες 4)

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow N - mgσυν30^0 = 0 \Rightarrow N = 5\,\mathrm{kg}\cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N} = \mathbf{25\sqrt{3}\,N}$$

$$T = μ\cdot N \Rightarrow \frac{25}{4}\,\mathrm{N} = μ\cdot 25\sqrt{3}\,\mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{μ} = \frac{\sqrt{3}}{\mathbf{12}}$$

(Μονάδες 2+1=3)

4.3

Για να επιστρέψει το σώμα στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα πρέπει: $\boldsymbol{B_x} > \boldsymbol{T}$

$$B_x = mgημ30^0 = 5\,\mathrm{Kg}\cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{B_x} = \mathbf{25\,N} > \mathbf{T}$$

(Μονάδες 1+2=3)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.4

13660-Λύση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την συνολική διαδρομή του κιβωτίου επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Το έργο του βάρους του σώματος είναι μηδέν καθώς το βάρος είναι συντηρητική δύναμη και το σώμα, επιστρέφοντας στη θέση από την οποία ξεκίνησε, διαγράφει κλειστή διαδρομή επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = W_{βαρ} - 2Ts$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 5\ \mathrm{Kg}\cdot υ^2 - \frac{1}{2}\cdot 5\ \mathrm{Kg}\cdot \left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 0 - \frac{25}{4}\ \mathrm{N}\cdot 16\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{υ} = \mathbf{2\sqrt{15}\ \frac{m}{s}}$$

(Μονάδες 1+3=4)

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για την διαδρομή του κιβωτίου επάνω στο οριζόντιο επίπεδο.

$$T' = μ\cdot N' = μ\cdot m\cdot g \Rightarrow T' = \frac{\sqrt{3}}{12}50\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T'} \cong \mathbf{7\ N}\ \ (1)$$

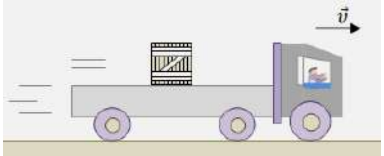
$$K_{τελ} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \overset{(1)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2}mυ^2 = -T's_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} \boldsymbol{s_1} \cong \mathbf{21,4\ m}$$

(Μονάδες 2+2=4)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

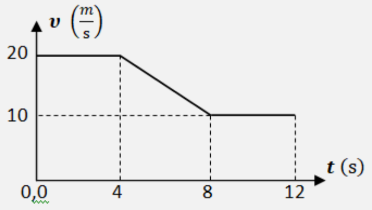
13664

ΘΕΜΑ 4



Στην καρότσα ενός φορτηγού, το οποίο κινείται σε οριζόντιο δρόμο, βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας $m = 200\ \text{kg}$, χωρίς να είναι δεμένο ή στερεωμένο με οποιοδήποτε τρόπο πάνω σε αυτή. Η μάζα του φορτηγού, χωρίς το κιβώτιο είναι $M = 2800\ \text{kg}$.

Το φορτηγό αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, αλλά ο οδηγός του αναγκάστηκε να φρενάρει, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του διαγράμματος, ενώ κινείται πάντα ευθύγραμμα.



Στη διάρκεια του φρεναρίσματος, το κιβώτιο δεν ολίσθησε πάνω στην καρότσα, εξαιτίας της τριβής που δημιουργήθηκε μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της μετατόπισης του φορτηγού από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t = 12\ \text{s}$,

Μονάδες 6

4.2 το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, η οποία επιβραδύνει το όχημα, στη διάρκεια του φρεναρίσματος,

Μονάδες 6

4.3 τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της καρότσας, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του κιβωτίου πάνω σε αυτή, κατά το φρενάρισμα,

Μονάδες 7

4.4 το έργο της τριβής που ασκήθηκε στο κιβώτιο από την καρότσα του φορτηγού, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

Μονάδες 6

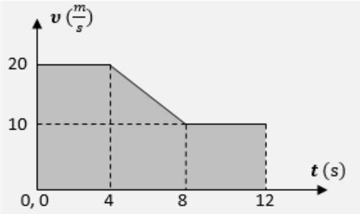
Δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα, μπορούν να αγνοηθούν και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας να θεωρηθεί $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13664-Λύση

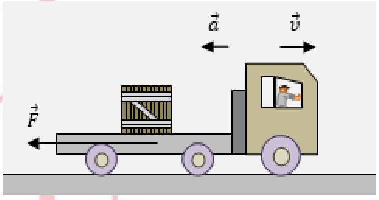
ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος υπολογίζεται ως εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που οριοθετείται από την γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνων από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή $t_3 = 12\,\text{s}$. Το σχήμα μπορεί να αναλυθεί σε δύο παραλληλόγραμμα και ένα τραπέζιο. Έτσι:



$$\Delta x = E_1 + E_2 + E_3 = \left[20 \cdot 4 + \frac{(20+10)\cdot 4}{2} + 10 \cdot 4\right]\,\text{m} = \mathbf{180\ m}$$

4.2 Η επιβράδυνση του οχήματος συμβαίνει από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\text{s}$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 8\,\text{s}$. Με την βοήθεια του δεδομένου διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης στην διάρκεια του φρεναρίσματος:



$$a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{(10-20)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{(8-4)\,\text{s}} = -2{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Έτσι η συνισταμένη δύναμη η οποία επιβραδύνει το όχημα υπολογίζεται με την βοήθεια του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

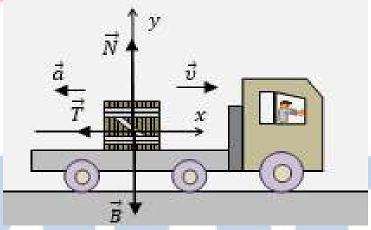
$$F = (m+M)\cdot a = 3000 \cdot (-2{,}5)\,\text{N} = -7500\,\text{N}$$

Άρα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιβραδύνει το όχημα είναι:

$$|\boldsymbol{F}| = \mathbf{7500\ N}$$

4.3 Κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος του φορτηγού, το κιβώτιο τείνει να ολισθήσει προς τα εμπρός πάνω στην καρότσα. Δημιουργείται τριβή που εμποδίζει την ολίσθηση, δηλαδή στατική τριβή, όπως στο σχήμα.

Κατακόρυφα στο κιβώτιο, έχουμε ισορροπία δυνάμεων:



$$\Sigma F_y = N - B = 0$$

ή $\quad N = B = m \cdot g = 2000\,\text{N}$

Έστω T το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το κιβώτιο από την καρότσα. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής οριζόντια για το κιβώτιο:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

ή $\quad -T = m \cdot a\,,\quad$ οπότε $\quad T = 500\,\text{N}$

Επειδή πρόκειται για στατική τριβή, για το μέτρο της πρέπει να ισχύει η σχέση:

$T \le \mu_{op.} \cdot N$, όπου $\mu_{op.}$ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής.

Έτσι καταλήγουμε στην σχέση:

$$\mu_{op.} \ge \frac{T}{N}\ \text{, ή}\ \ \mu_{op.} \ge 0{,}25$$

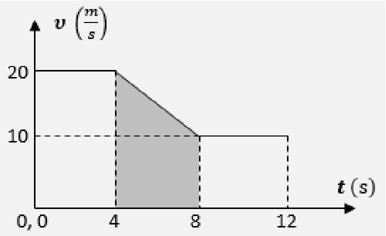
Τελικά δηλαδή συμπεραίνουμε ότι πρέπει: $\quad \boldsymbol{\mu_{op.}^{min} = 0{,}25}$

4.4 Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος αλλά και του κιβωτίου κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος, ως εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος (τραπεζίου) στο δεδομένο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το οποίο δημιουργείται από την γραφική παράσταση και τον άξονα χρόνων, από τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\text{s}$, μέχρι τη στιγμή $t_2 = 8\,\text{s}$:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13664-Λύση

$$\Delta x' = \frac{(20+10)\cdot 4}{2}\, m = 60\, m$$



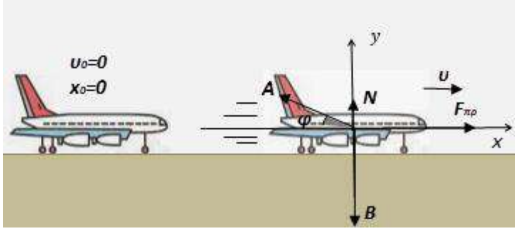
Το έργο της στατικής τριβής στο κιβώτιο στη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι:

$$W_T = -T \cdot \Delta x' = \ -30000\ \mathrm{J}$$

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13665

ΘΕΜΑ 4



Η απογείωση των αεροσκαφών στηρίζεται στη δημιουργία μιας πλάγιας προς τα πάνω δύναμης από τον αέρα στο σκάφος, κυρίως εξαιτίας της κλίσης και του σχήματος των πτερυγίων του. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνεται, καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αεροσκάφους, μέχρι που τελικά, η κατακόρυφη συνιστώσα της, καταφέρνει να το απογειώσει.

Στην εικόνα φαίνεται ένα αεροσκάφος συνολικής μάζας $m = 3 \cdot 10^4$ kg μαζί με τους επιβάτες και το φορτίο του, σε διαδικασία απογείωσης. Αρχικά βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ ακίνητο ($\upsilon_0 = 0$).

Στο αεροσκάφος ασκείται από τον προωθητικό μηχανισμό του σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_{\pi\rho.}$, μέτρου $F_{\pi\rho.} = 5 \cdot 10^5$ N και αμέσως αρχίζει να τροχοδρομεί κινούμενο ευθύγραμμα στον οριζόντιο διάδρομο απογείωσης.

Έτσι δημιουργείται μια πλάγια και προς τα πάνω δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ όπως στο σχήμα από τον αέρα στο σκάφος, με σταθερή διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0{,}8$. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνεται με την απόσταση x από την αρχική θέση του αεροσκάφους, σύμφωνα με τη σχέση $A = 1000 \cdot x,\ (S.I)$.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$ του αεροσκάφους από το έδαφος, όταν απέχει $x = 200$ m από την αρχική θέση εκκίνησης,

Μονάδες 6

4.2 σε πόση απόσταση από την αρχική θέση εκκίνησης του αεροσκάφους, αυτό απογειώνεται,

Μονάδες 6

4.3 το μέτρο της επιτάχυνσης του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης.

Μονάδες 6

Αν δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης είναι $\upsilon = 100\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, να υπολογίσετε:

4.4 το έργο της δύναμης αντίστασης $\vec{A}$, από τη στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη στιγμή της απογείωσης του αεροσκάφους.

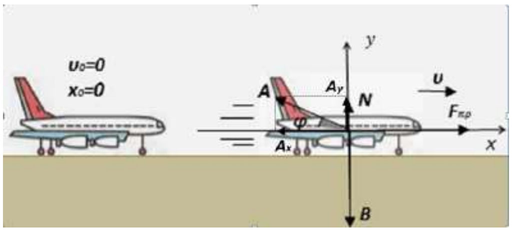
Μονάδες 7

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13665-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



Αναλύουμε την αντίσταση $\vec{A}$ σε μια κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{A}_y$, μέτρου

$A_y = A \cdot ημφ = 1000 \cdot 0{,}6 \cdot x = 600 \cdot x$, (S.I)

και σε μια οριζόντια συνιστώσα $\vec{A}_x$, μέτρου

$A_x = A \cdot συνφ = 1000 \cdot 0{,}8 \cdot x = 800 \cdot x$, (S.I)

4.1 Μέχρι την απογείωσή του, το αεροσκάφος κινείται οριζόντια, οπότε οι δυνάμεις στην κατακόρυφη διεύθυνση ισορροπούν:

$$\Sigma F_y = A_y + N - B = 0$$

$$\text{ή } \; N = B - A_y = m \cdot g - A_y = 3 \cdot 10^5 - 600 \cdot x, (\mathrm{S.I})$$

Έτσι για $x = 200\ \mathrm{m}$, προκύπτει $N = (3 \cdot 10^5 - 1{,}2 \cdot 10^5) = 1{,}8 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$

4.2 Το αεροσκάφος φτάνει σε κατάσταση απογείωσης, όταν η κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{A}_y$ εξουδετερώνει το βάρος του $\vec{B}$, με αποτέλεσμα να μην δέχεται κατακόρυφη δύναμη στήριξης από το δάπεδο ($\vec{N} = \vec{0}$) . Δηλαδή όταν:

$$A_y = B = m \cdot g = 3 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$$

ή $\quad 600 \cdot x = 3 \cdot 10^5, (S.I)$, δηλαδή στη θέση $x = \frac{300000}{600}\ \mathrm{m} = \mathbf{500\ m}$ από την αρχική θέση έναρξης της τροχοδρόμησης του αεροσκάφους.

4.3 Η κίνηση του αεροσκάφους μέχρι την απογείωσή του είναι ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση εξαιτίας της οριζόντιας συνισταμένης δύναμης:

$$\Sigma F_x = F_{πρ.} - A_x = 5 \cdot 10^5 - 800 \cdot x\,, (S.I) \qquad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στην οριζόντια διεύθυνση κίνησης του αεροσκάφους:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

Οπότε με την βοήθεια και της σχέσης (1) προκύπτει για $x = 500\ \mathrm{m}$:

$$a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{10^5}{3 \cdot 10^4} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{3}} \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$$

4.4 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας στην κίνηση του αεροσκάφους, από τη θέση εκκίνησης μέχρι τη θέση απογείωσης:

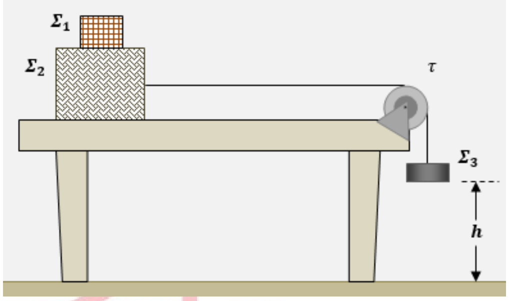
$$\Delta K = W_{ολ.}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - 0 = W_{F_{πρ.}} + W_A$$

$$W_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - F_{πρ.} \cdot \Delta x = \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^4 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^5 \cdot 500\right) \mathrm{J} = -10^8\ \mathrm{J}$$

13666

ΘΕΜΑ 4



Ένα κιβώτιο (σώμα Σ_2), σχήματος κύβου, μάζας $m_2 = 4\,\text{kg}$, με βάση από ομογενές υλικό, βρίσκεται πάνω σε έναν οριζόντιο πάγκο, επίσης από ομογενές υλικό.

Πάνω στο σώμα Σ_2, είναι τοποθετημένο ένα άλλο σώμα Σ_1, μάζας $m_1 = 8\,\text{kg}$.

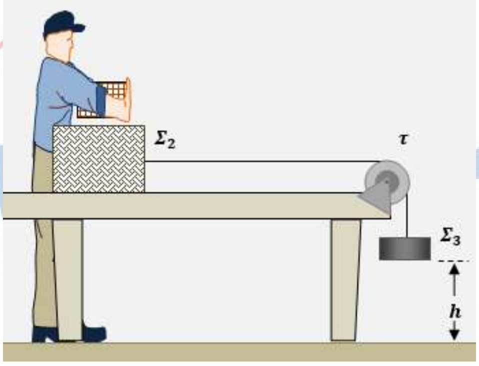
Το σώμα Σ_2 είναι δεμένο στο ύψος του κέντρου του στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο, περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας, στερεωμένης στο άκρο του πάγκου και το άλλο του άκρο δένεται στο πάνω μέρος σώματος Σ_3, μάζας $m_3 = 2\,\text{kg}$, όπως στο σχήμα.

Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, μεταξύ της βάσης του κιβωτίου και της επιφάνειας του πάγκου είναι $\mu_{ορ.} = 0{,}25$, και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τους είναι $\mu_{ολ} = 0{,}2$. Μεταξύ του νήματος και του υλικού της τροχαλίας, δεν αναπτύσσεται τριβή, με αποτέλεσμα το τεντωμένο νήμα να μεταδίδει στα άκρα του δυνάμεις ίσου μέτρου.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί ελεύθερο και ακίνητο με το σώμα Σ_3 να βρίσκεται σε ύψος $h = 1\,\text{m}$ από οριζόντιο δάπεδο.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δημιουργείται μεταξύ κιβωτίου και πάγκου και να εξηγήσετε γιατί το σύστημα δεν κινείται.

Μονάδες 6



4.2 Κάποια στιγμή κάποιος απομάκρυνε το σώμα Σ_1, σηκώνοντάς το κατακόρυφα. Να δείξετε ότι το υπόλοιπο σύστημα δεν μπορεί πλέον να παραμείνει ακίνητο και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια κίνησης του συστήματος, από τη χρονική στιγμή που απομακρύνθηκε το σώμα Σ_1, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Σ_3 κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβών, από τη στιγμή που το σύστημα άρχισε να κινείται, μέχρι τη στιγμή που το σώμα Σ_3 κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

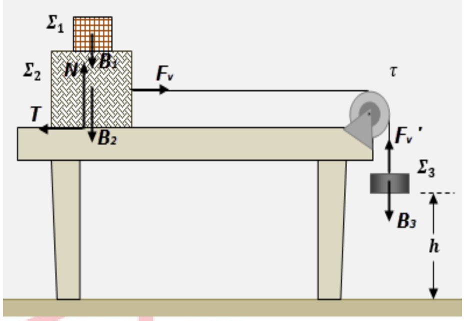
Μονάδες 5

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13666-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Από την ισορροπία του σώματος Σ_3 μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τεντωμένο νήμα στα σώματα:

$$F_\nu = F_\nu{}' = B_3 = m_3 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$$

Η δύναμη που εμποδίζει την ολίσθηση του συστήματος των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι η τριβή του Σ_2 με τον πάγκο. Άρα:

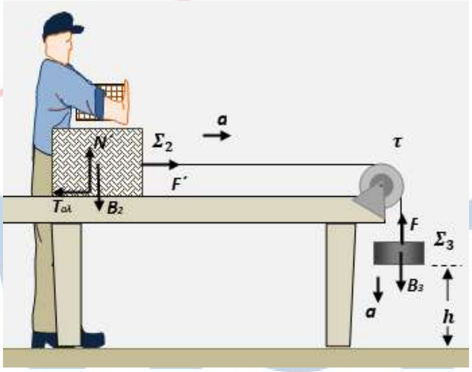
$$T = F_\nu = 20\ \mathrm{N}$$

Από την κατακόρυφη ισορροπία των δυνάμεων που δέχεται το σύστημα των σωμάτων Σ_1, Σ_2, έχουμε $N = B_1 + B_2 = (m_1 + m_2) \cdot g = 120\ \mathrm{N}$

Έτσι η μέγιστη στατική (οριακή) τριβή μεταξύ του Σ_2 και του πάγκου είναι:

$$T_{o\rho.} = \mu_{o\rho.} \cdot N = 30\ \mathrm{N}$$

Διαπιστώνουμε ότι η στατική τριβή που δημιουργείται μεταξύ του σώματος Σ_2 και του πάγκου είναι μικρότερη από την οριακή στατική τριβή. Γι' αυτό το σύστημα δεν κινείται.



4.2 Μόλις αφαιρεθεί το σώμα Σ_1 από την κατακόρυφη ισορροπία δυνάμεων στο σώμα του Σ_2 προκύπτει $N' = B_2 = m_2 \cdot g = 40\ \mathrm{N}$

Έτσι η οριακή στατική τριβή για να ισορροπεί το του Σ_2 προκύπτει τώρα

$$T_{o\rho.}{}' = \mu_{o\rho.} \cdot N' = 10\ \mathrm{N}$$

Τώρα το σύστημα αρχίζει να ολισθαίνει αφού η δύναμη που το τραβάει είναι το βάρος του σώματος Σ_3 : $B_3 = m_3 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$ και είναι $B_3 > T_{o\rho.}{}'$

Η τριβή μεταξύ του Σ_2 και του πάγκου γίνεται τριβή ολίσθησης και είναι

$$T_{o\lambda.} = \mu_{o\lambda.} \cdot N' = 8\ \mathrm{N}$$

Η επιτάχυνση των σωμάτων του συστήματος έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Sigma F}{m_3 + m_2} = \frac{B_3 - T_{o\lambda.}}{m_3 + m_2} = \frac{12}{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.3 Το σώμα Σ_3 κινείται κατακόρυφα με την επιτάχυνση που υπολογίσαμε και ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

οπότε προκύπτει: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = 1 \text{ s}$

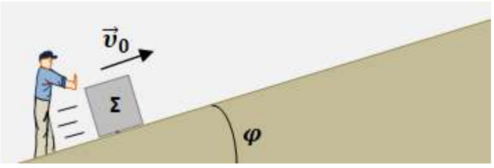
4.4 Στον ίδιο χρόνο η μετατόπιση του σώματος Σ_2 είναι $\Delta x = h = 1 \text{ m}$ και η παραγόμενη θερμότητα ίση κατά μέτρο με το έργο της τριβής ολίσθησης:

$$Q = |W_T| = T \cdot \Delta x = 8 \text{ J}$$

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13667

ΘΕΜΑ 4



Ένα μικρό κιβώτιο σχήματος κύβου (σώμα Σ), με βάση από ομογενές υλικό, συγκρατείται αρχικά ακίνητο πάνω σε πλάγιο ομογενές δάπεδο μεγάλου μήκους, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}25$. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου δαπέδου είναι φ, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$.

Κάποια στιγμή το κιβώτιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ παράλληλη με το κεκλιμένο δάπεδο, με φορά προς τα πάνω και μέτρο $\upsilon_0 = 8\ \frac{m}{s}$, όπως στο σχήμα.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο δάπεδο.

Μονάδες 7

4.2 Σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα φτάσει το σώμα Σ, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

Μονάδες 6

4.3 Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, είναι ίσοι, να δείξετε ότι το σώμα Σ, μετά τον στιγμιαίο μηδενισμό της ταχύτητάς του, επιστρέφει προς την βάση του κεκλιμένου.

Μονάδες 6

4.4 Αν δίνεται ότι η μάζα του σώματος Σ είναι $m = 2\,\mathrm{kg}$, να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών, από την στιγμή της εκτόξευσης του σώματος προς τα πάνω στο κεκλιμένο, μέχρι να περάσει και πάλι από την αρχική του θέση καθώς κατεβαίνει επιστρέφοντας προς αυτήν.

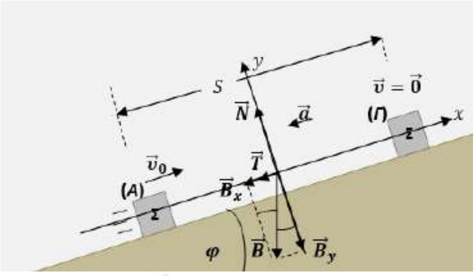
Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, οι αντιστάσεις αέρα θεωρούνται αμελητέες.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13667-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Κατά την άνοδο του σώματος Σ από το σημείο εκτόξευσης (Α), μέχρι το σημείο μηδενισμού της ταχύτητάς του (Γ), οι δυνάμεις που δέχεται είναι το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και η τριβή $\vec{T}$ από το κεκλιμένο δάπεδο. Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων μεταφέροντας όλες τι δυνάμεις στο κέντρο του σώματος και ένα σύστημα κάθετων αξόνων x΄x και y΄y, με τον x΄x άξονα παράλληλο στο κεκλιμένο δάπεδο και αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$ και $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς.

Στον άξονα y΄y οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0\,,$$

$$\text{Δηλαδή} \quad N - B_y = 0$$

$$\text{ή} \;\; N = B_y = m \cdot g \cdot συνφ = 0{,}8 \cdot m \cdot g$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης, σύμφωνα με τον νόμο της τριβής είναι:

$$T = \mu \cdot N = 0{,}25 \cdot 0{,}8 \cdot m \cdot g = 0{,}2 \cdot m \cdot g$$

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα x΄x:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

$$\text{ή} \quad -T - B_x = m \cdot a$$

$$\text{οπότε} \;\; a = -\frac{(T + m \cdot g \cdot ημφ)}{m} = -\frac{(0{,}2 \cdot m \cdot g + 0{,}6 \cdot m \cdot g)}{m} = -0{,}8 \cdot g = -8\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

Άρα το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος είναι

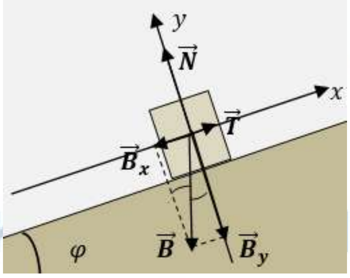
$$|a| = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4.2 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το (Α), ως το (Γ):

$$\Delta K = W_{B_x} + W_T$$

$$\text{ή} \;\; 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -B_x \cdot S - T \cdot S$$

$$\text{ή} \;\; S = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot (B_x + T)} = \frac{m \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot (m \cdot g \cdot ημφ + \mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ)} = \frac{\upsilon_0^2}{2 \cdot g \cdot (ημφ + \mu \cdot συνφ)} = \frac{64}{2 \cdot 10 \cdot 0{,}8}\,\mathrm{m} = 4\ \mathrm{m}$$



4.3 Όταν το σώμα φτάσει στο ανώτατο σημείο πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο, μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του και εξαιτίας του βάρους του τείνει να κινηθεί προς τα κάτω. Η τριβή που δέχεται από το δάπεδο αντιστρέφεται, έχει φορά προς τα πάνω ώστε να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος. Για να αποφασίσουμε αν θα κινηθεί προς τα κάτω, πρέπει να συγκρίνουμε το μέτρο της συνιστώσας $\vec{B}_x$, με το μέτρο της οριακής τριβής, για την οποία δόθηκε ότι είναι ίσο με το μέτρο της τριβής ολίσθησης:

$$\frac{B_x}{T} = \frac{m \cdot g \cdot ημφ}{\mu \cdot m \cdot g \cdot συνφ} = \frac{ημφ}{\mu \cdot συνφ} = \frac{0{,}6}{0{,}25 \cdot 0{,}8} = 3$$

$$\text{Έτσι προκύπτει} \qquad B_x > T$$

Άρα το σώμα επιστρέφει προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου.

4.4 Η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης, μέχρι να περάσει και πάλι από αυτό επιστρέφοντας, είναι σε απόλυτη τιμή ίση με το έργο της τριβής σε αυτή την διαδρομή:

13667-Λύση

$$Q = \left|W_{T_{ολ}}\right| = |-T \cdot S - T \cdot S| = 2 \cdot T \cdot S = 2 \cdot μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ \cdot S$$

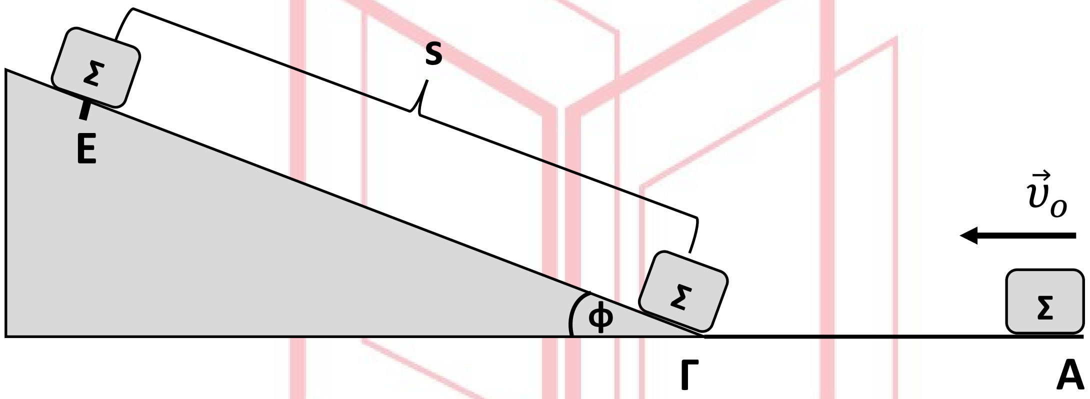
Τελικά $Q = 2 \cdot 0{,}25 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \cdot 4\ \mathrm{J} = 32\ \mathrm{J}$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13669

Το σώμα του σχήματος, μάζας $m = 1\ \text{Kg}$, διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \text{s}$ από τη θέση Α του λείου οριζοντίου επιπέδου ΑΓ (μήκους $ΑΓ = \ 20\ \text{m}$) με ταχύτητα μέτρου υ_0. Την χρονική στιγμή $t_1 = 2\ \text{s}$ το σώμα έχει φτάσει στη θέση Γ και, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, ολισθαίνοντας στο κεκλιμένο επίπεδο ΓΕ (μεγάλου μήκους), γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται στο επίπεδο ΑΓ και να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια στη θέση Γ.

Μονάδες 5

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια θέση μεταξύ Γ και Ε, καθώς αυτό ανεβαίνει και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας κίνησης.

αλιμπινίσης

Μονάδες 5

4.3 Να υπολογίσετε το διάστημα s που θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Μονάδες 8

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.4 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση Ε, αφού έχει μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να διερευνήσετε αν θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Να δεχθείτε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

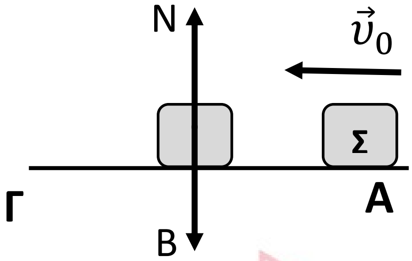
Μονάδες 7

Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Ενδεικτική λύση

13669-Λύση

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων: ***(Μονάδες 2)***

Το οριζόντιο επίπεδο ΑΓ είναι λείο, άρα δεν ασκείται δύναμη τριβής κατά μήκος του οριζόντιου άξονα x’x. Επίσης δεν ασκείται άλλη οριζόντια δύναμη στο σώμα, οπότε $\Sigma F_x = 0$.

Επίσης $\Sigma F_y = 0$.

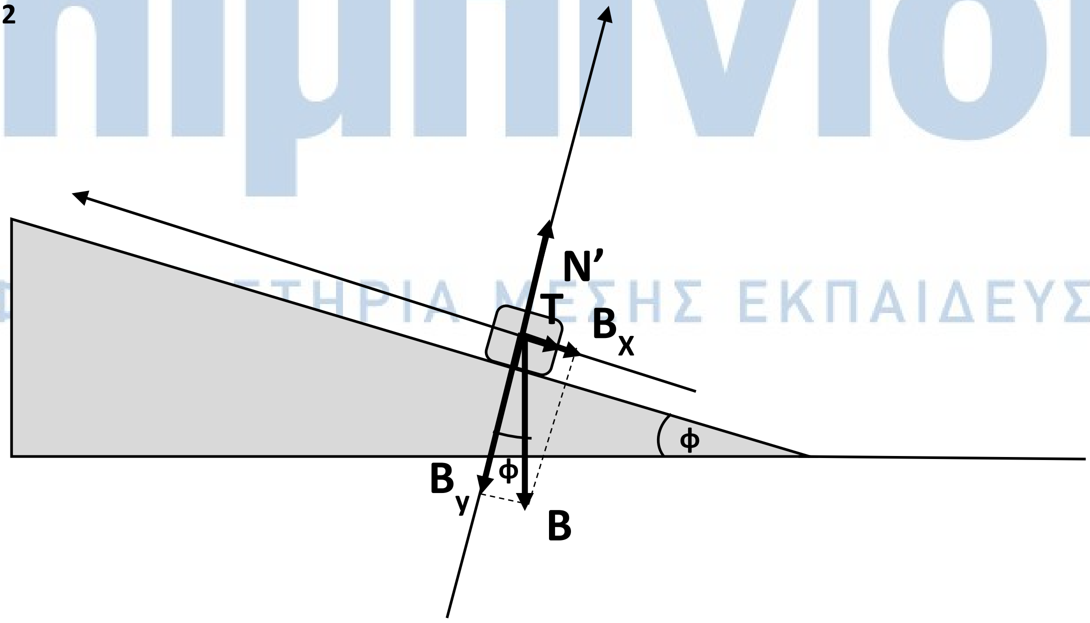
Άρα το σώμα Σ εκτελεί στο επίπεδο αυτό Ευθύγραμμη Ομαλή Κίνηση: $\upsilon_\Gamma = \upsilon_A = \upsilon_{0,}$

$$A\Gamma = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{A\Gamma}{t} = \frac{20m}{2s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_0 = 10\ \frac{m}{s}}$$

Η Κινητική Ενέργεια του σώματος στο Γ είναι : $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Gamma^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\ \mathrm{Kg} \cdot \left(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \Rightarrow \boldsymbol{K = 50\ \mathrm{J}}$

(Μονάδες 3)

4.2



αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Σχεδίαση δυνάμεων κατά την άνοδο του σώματος-Ανάλυση σε άξονες: ***(Μονάδες 5)***

4.3

13669-Λύση

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου έως την θέση όπου μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_{Tολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot υ_Γ^2 = -m \cdot g \cdot ημ30^0 \cdot s \ - T_{ολ} \cdot s \ (1)$$ ***(Μονάδες 3)***

$$ΣF_y = 0 \Rightarrow N' - m \cdot g \cdot συν30^0 = 0 \Rightarrow N' = m \cdot g \cdot συν30^0 \ (2)$$ ***(Μονάδα 1)***

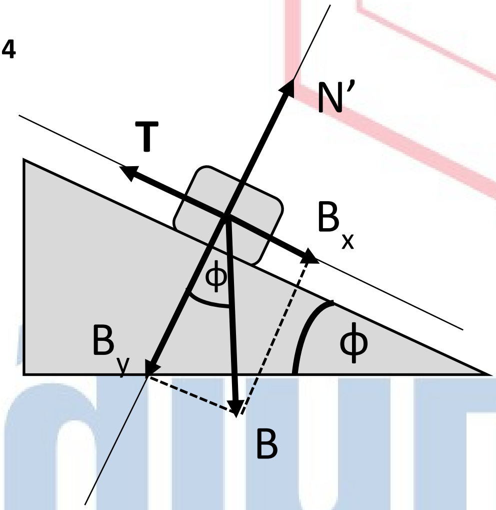
$$T_{ολ} = μ \cdot N' \overset{(2)}{\Rightarrow} T_{ολ} = μ \cdot m \cdot g \cdot συν30^0 \ (3)$$ ***(Μονάδα 1)***

$$(1) \overset{(3)}{\Rightarrow} 0 - \frac{1}{2} m \cdot υ_Γ^2 = \ -m \cdot g \cdot ημ30^0 \cdot s - μ \cdot m \cdot g \cdot συν30^0 \cdot s$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 = -(10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2}) \cdot s - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \cdot s \Rightarrow \boldsymbol{s} = \mathbf{5\ m}$$

(Μονάδες 3)

4.4



αλημινίσης

Σχεδιασμός δυνάμεων και ειδικότερα της Τριβής στην ανώτερη θέση, όταν έχει μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος, καθώς το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα κάτω.

(Μονάδα 1)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Για να κινηθεί το σώμα προς τα κάτω θα πρέπει $B_x > T_{ορ} = T_{ολ}$ ***(Μονάδα 1)***

$$B_x = \ m \cdot g \cdot ημ30^0 = 1Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boldsymbol{B_x} = \mathbf{5\ N}$$

$$T_{ορ} = T_{ολ} = \ μ \cdot m \cdot g \cdot συν30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \left(10 \frac{m}{s^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \boldsymbol{T_{ορ}} = \boldsymbol{T_{ολ}} = \mathbf{5\ N}$$

(Μονάδες 2Χ2=4)

$\boldsymbol{B_x} = \boldsymbol{T_{ορ}} = \boldsymbol{T_{ολ}}$ άρα το σώμα **δεν** επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. ***(Μονάδα 1)***

13693

ΘΕΜΑ 1

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1.1-1.4 και δίπλα, χωρίς δικαιολόγηση, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

1.1 Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από το μπαλκόνι του τρίτου ορόφου μιας πολυκατοικίας. Το σώμα έχει αρκετά μικρή επιφάνεια ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Τότε η επιτάχυνση του σώματος:

α) Είναι μηδέν τη στιγμή που αφήνεται.

β) Αυξάνεται καθώς το σώμα κατέρχεται.

γ) Είναι μέγιστη μόλις φτάνει στο έδαφος.

δ) Είναι ίδια σε όλη τη διαδρομή.

Μονάδες 5

1.2 Ένα σώμα ανεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης 30° (ημ30°=0,5), με σταθερή ταχύτητα. Στη χρονική διάρκεια που το σώμα ανέβηκε κατά ύψος *h* το έργο του βάρους του είναι:

α) $-m \cdot g \cdot h$ β) 0 γ)$+0{,}5 \cdot m \cdot g \cdot h$ δ) $-0{,}5 \cdot m \cdot g \cdot h$

Μονάδες 5

1.3 Βαρυτική δυναμική ενέργεια περικλείει ένα σώμα που βρίσκεται σε ύψος *h* από την επιφάνεια της Γης, ως προς αυτήν:

α) μόνο όταν κινείται,

β) λόγω της θέσης του,

γ) μόνο αν η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν,

δ) μόνο αν του ασκήσουμε κάποια εξωτερική δύναμη.

Μονάδες 5

1.4 Ένα σώμα κινείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του. Η κάθετη δύναμη που ασκείται από το επίπεδο στο σώμα είναι:

α) Πάντα ίση με το βάρος.

β) Ίση με το βάρος μόνο όταν το σώμα παραμένει ακίνητο.

γ) Πάντα μεγαλύτερη από το βάρος.

δ) Πάντα μικρότερη από το βάρος.

Μονάδες 5

1.5 Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα **Σ**, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Για ένα σώμα που κινείται σε οριζόντιο και τραχύ επίπεδο, το έργο της τριβής ολίσθησης είναι αρνητικό.

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2. Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα στο οποίο ασκείται.
3. Η δύναμη του βάρους, ανήκει στις δυνάμεις επαφής.
4. Μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση όπου η τιμή της ταχύτητας και η τιμή της επιτάχυνσης έχουν αντίθετα πρόσημα, χαρακτηρίζεται ως επιβραδυνόμενη.
5. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι μηδέν.

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13693-Λύση

1.1 δ

1.2 α

1.3 β

1.4 δ

1.5 Σ, Λ, Λ, Σ, Σ

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13696

Θέμα 4

Ένα ορεινό χωριό της Θεσσαλίας είναι αποκλεισμένο και χρειάζεται άμεσα βοήθεια με τρόφιμα και φάρμακα. Η τροφοδοσία του χωριού πραγματοποιείται με ένα ελικόπτερο. Κατά την παράδοση των εφοδίων, ο χειριστής διατηρεί το ελικόπτερο ακίνητο σε ύψος H = 40 m από το έδαφος καθώς ο συγκυβερνήτης αφήνει διαδοχικά ελεύθερα όμοια δέματα , καθένα μάζας m = 20 kg. Για την ασφαλή προσεδάφισή του, κάθε δέμα φέρει αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας. Η πτώση του δέματος είναι συνεχώς κατακόρυφη, η δύναμη αντίστασης στο δέμα, θεωρείται, για λόγους απλότητας, σταθερή, ενώ το μέτρο της λαμβάνεται ίσο με *100N*.

4.1) Να χαρακτηρίσετε την κίνηση του δέματος και να γράψετε τις αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας *υ(t)* και της μετατόπισης *Δy(t)*.

4.2) Να υπολογίσετε το χρόνο πτώσης καθώς και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το δέμα φτάνει στο έδαφος.

4.3) Θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό του εδάφους, να υπολογίσετε την ταχύτητα του δέματος στο σημείο όπου η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με το 1/4 της αρχικής.

4.4) Νομίζοντας ότι έχει ολοκληρωθεί η παράδοση των εφοδίων, ο κυβερνήτης θέτει το ελικόπτερο σε κατακόρυφη ανοδική πορεία με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_{\varepsilon\lambda\iota\kappa} = 10m/s$ την στιγμή που ο συγκυβερνήτης αφήνει ελεύθερο το τελευταίο δέμα. Εξ αιτίας του λάθους αυτού, το αλεξίπτωτο του τελευταίου δέματος δεν ανοίγει. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος.

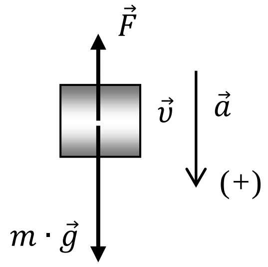
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

(Μονάδες 6+6+7+6)

αλιμινιόσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13696-Λύση

Ενδεικτική Επίλυση Θέμα 4



4.1) Το βάρος έχει την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$w = m \cdot g = 200\ N,$$

Επειδή $w > F$, το δέμα θα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του, υπολογίζεται από το 2ο νόμο του Newton:

$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{200 - 100}{20} m/s^2 = 5m/s^2$$

(Μονάδες 4)

Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας *υ(t)* και της μετατόπισης *Δy(t)* θα είναι:

$$\upsilon(t) = a \cdot t = 5 \cdot t\ (S.I)\ (1)$$

$$\Delta y(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2{,}5 \cdot t^2\ (S.I)\ (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2) Από την εξίσωση (2) θέτοντας $\Delta y = H = 40\ m$, υπολογίζουμε το χρόνο πτώσης:

$$40 = 2{,}5 \cdot t^2 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4\ s$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1) υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία προσγειώνεται το δέμα στο έδαφος:

$$\upsilon = 20m/s.$$

(Μονάδες 6)

4.3) Υπολογίζουμε τη δυναμική ενέργεια στην αρχική θέση U_1 καθώς και το ύψος από το έδαφος για το οποίο ισχύει $U_2 = \frac{1}{4} \cdot U_1$:

$$U_1 = m \cdot g \cdot H = 8000\ J \text{ και}$$

$$U_2 = m \cdot g \cdot h \text{ ή } \frac{U_1}{4} = m \cdot g \cdot h \text{ ή } m \cdot g \cdot h = 2000 \text{ ή } h = 10m$$

(Μονάδες 3)

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση $\Delta h = H - h = 30\ m$ μεταξύ των παραπάνω θέσεων:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_F \text{ ή } \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - 0 = +m \cdot g \cdot \Delta h - F \cdot \Delta h \text{ ή } 10 \cdot \upsilon^2 = 3000,$$

$$\text{Άρα } \upsilon = 10 \cdot \sqrt{3}\ m/s$$

(Μονάδες 4)

4.4) Τη στιγμή που το δέμα αφήνεται ελεύθερο κινείται με την ταχύτητα του ελικοπτέρου, άρα θα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10m/s$ και φορά προς τα πάνω. Το δέμα θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

(Μονάδες 2)

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13696-Λύση

Αναλυτικότερα, κατά την άνοδο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{g}$ και από τις εξισώσεις κίνησης υπολογίζουμε την μετατόπιση του δέματος:

$$\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_{\alpha\nu} \text{ ή } t_{\alpha\nu} = 1s\text{, και}$$

$$\Delta y_1 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_{\alpha\nu}}^2 = 10 - 5 = 5m$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο, η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και η μετατόπιση του δέματος θα είναι:

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + H = 45\ m$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος είναι:

$$S = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 50\ m$$

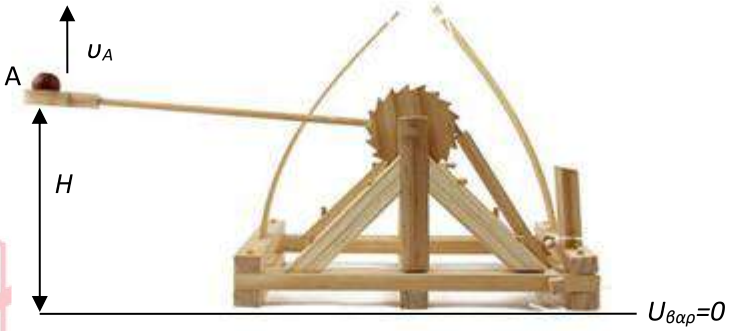
(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13698

ΘΕΜΑ 4

Ιθαγενείς που κατοικούν σε μακρινό νησί της Καραϊβικής έχουν κατασκευάσει καταπέλτες που έχουν τη δυνατότητα να εκτοξεύουν καρύδες σε μεγάλες αποστάσεις από το σημείο εκτόξευσης. Στόχος των ρίψεων είναι να τροφοδοτήσουν με φαγητό Ευρωπαίους τουρίστες που αντιμετωπίζουν προβλήματα σίτισης. Σε μία από τις δοκιμαστικές βολές μία καρύδα μάζας 0,1 kg, τοποθετείται στον βραχίονα του καταπέλτη, ο οποίος απελευθερώνεται. Στην πορεία του συναντά ένα κλαδί δέντρου, που εμποδίζει την ολοκλήρωση της κίνησής του, με αποτέλεσμα η καρύδα να εκτοξευτεί κατακόρυφα προς τα πάνω από το σημείο (Α), που βρίσκεται σε ύψος H = 15 m πάνω την επιφάνεια του εδάφους, την χρονική στιγμή έστω $t_0 = 0$, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_A = 10 m/s, ενώ ο αυτόματος μηχανισμός του καταπέλτη, επαναφέρει τον βραχίονα στο έδαφος. Να υπολογίσετε:



4.1) Τη μηχανική ενέργεια της καρύδας τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης.

4.2) Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η καρύδα από την επιφάνεια του εδάφους καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος U_{max}.

4.3) Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο η κινητική ενέργεια της καρύδας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια.

4.4) Τη χρονική στιγμή που η καρύδα φτάνει στο έδαφος.

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια λόγω βαρύτητας, την επιφάνεια του εδάφους και την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $\vec{g}$ ίση με $10 m/s^2$. Οι τριβές με τον αέρα κατά την κίνηση της καρύδας θεωρούνται αμελητέες.

Μονάδες 25 (6+6+7+6)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13698-Λύση

Ενδεικτική επίλυση Θέματος 4 :

Η καρύδα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή προς τα πάνω) στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Εφαρμόζοντας τον 2^o νόμο του Newton κατά την κίνηση και λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους, αποδεικνύουμε ότι η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι ίση με εκείνη της βαρύτητας:

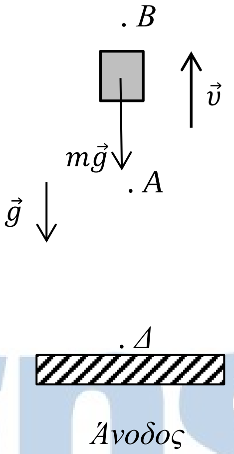
$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g = m \cdot a \text{ ή } \alpha = g$$

Κατά την κίνηση της καρύδας, αφού σε αυτήν ασκείται μόνο το βάρος της, η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

4.1) Η μηχανική ενέργεια, τη στιγμή της εκτόξευσης υπολογίζεται από το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ως προς το έδαφος στη θέση (Α):

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_A^2 + m \cdot g \cdot H = 5 + 15 = 20\,J$$

(Μονάδες 6)



4.2) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το Α στο Β, θεωρώντας *(ΑΒ) =* h_1 *και* $\vec{\upsilon_B} = 0$:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 = -mgh_1 \text{ ή } h_1 = 5m$$

(Μονάδες 3)

Άρα το σημείο Β (μέγιστο ύψος) απέχει από το έδαφος (σημείο Δ) :

$$(B\Delta) = H + h_1 = 20\,m,$$

(Μονάδα 1)

και η δυναμική ενέργεια ως προς το έδαφος είναι ίση με:

$$U_B = U_{max} = m \cdot g \cdot (B\Delta) = 20J.$$

(Μονάδες 2)

Σχόλιο: Αν κάποιος μαθητής απαντήσει κάνοντας χρήση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας θα αξιολογηθεί αντίστοιχα.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

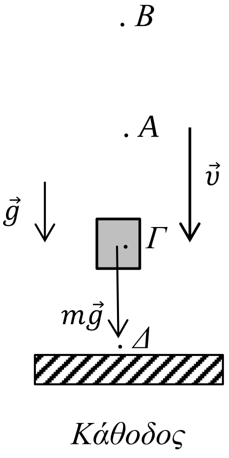
13698-Λύση

4.3) Έστω θέση Γ στην οποία η κινητική ενέργεια της καρύδας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια, δηλαδή: $U_Γ = K_Γ$. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Α και Γ:

$$E_A = E_Γ \text{ ή } 20 = K_Γ + U_Γ = 2 \cdot U_Γ \text{ ή } U_Γ = 10\,J \text{ ή } m \cdot g \cdot (ΓΔ) = 10 \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{(ΓΔ) = 10\,m}$$

(Μονάδες 7)



Κάθοδος

4.4) **Άνοδος:** Η καρύδα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\overrightarrow{υ_A}$. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 που η καρύδα φτάνει στο μέγιστο ύψος (θέση Β):

$$υ_B = υ_A - g \cdot t_1 \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_1 \text{ ή } t_1 = 1s.$$

(Μονάδες 3)

Κάθοδος: Η καρύδα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν $Δt$ η χρονική διάρκεια της πτώσης χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης για να την υπολογίσουμε:

$$(ΒΔ) = \frac{1}{2} g Δt^2 \text{ή } Δt = 2s.$$

(Μονάδες 2)

Άρα η χρονική στιγμή t_2 που η καρύδα φτάνει στο έδαφος είναι:

$$t_2 = t_1 + Δt = 3s.$$

(Μονάδα 1)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13700

ΘΕΜΑ 4

Μία ομάδα μαθητών αναλαμβάνει να κατασκευάσει και να εκτοξεύσει ένα μικρό σώμα που είναι εφοδιασμένο με κατάλληλους αισθητήρες θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας κ.ά., έτσι ώστε να συλλέξει μετεωρολογικά δεδομένα. Στο σώμα είναι ενσωματωμένο μικρό αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας το οποίο είναι προγραμματισμένο να ανοίξει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του. Στην πρώτη τους δοκιμή, αν και κατάφεραν να εκτοξεύσουν το σώμα κατακόρυφα, το αλεξίπτωτο δεν άνοιξε λόγω κάποιου προβλήματος στην κατασκευή. Αν γνωρίζετε ότι η συνολική μάζα του σώματος είναι $m = 0{,}5\ kg$ και ότι το σώμα έφτασε σε μέγιστο ύψος $H = 45\ m$, να υπολογιστούν,

4.1) η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος, θεωρώντας την αντίσταση του αέρα καθώς και οποιαδήποτε άλλη τριβή αμελητέα,

Μονάδες 6

4.2) το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που βρίσκεται το σώμα, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τετραπλάσια της δυναμικής,

Μονάδες 6

4.3) η μέση ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησής του.

Μονάδες 6

Σε μία δεύτερη απόλυτα επιτυχημένη δοκιμή όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος *H* το αλεξίπτωτο ανοίγει. Για λόγους απλότητας θεωρείστε ότι η δύναμη που ασκείται από το αλεξίπτωτο στο σώμα, έχει σταθερό μέτρο, $F = 4{,}55\ N$.

4.4) Να υπολογιστεί ο χρόνος πτώσης του σώματος.

Μονάδες 7

Θεωρείστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την επιφάνεια του εδάφους και την επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$. Είναι γνωστό ότι και οι δύο εκτοξεύσεις γίνονται από μηχανισμό στην επιφάνεια του εδάφους.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13700-Λύση

Ενδεικτική επίλυση Θέματος 4 :

4.1) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή προς τα πάνω) στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Εφαρμόζοντας τον 2^{o} νόμο του Newton κατά την κίνηση, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους αποδεικνύουμε ότι η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας:

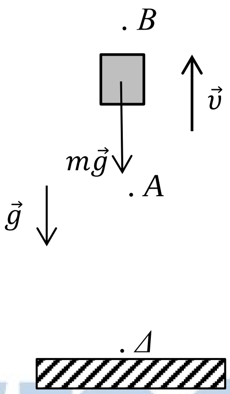
$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g = m \cdot a \text{ ή } \alpha = g$$

Κατά την κίνηση του σώματος (ανιχνευτής-καταγραφέας μετεωρολογικών δεδομένων), αφού σε αυτό ασκείται μόνο το βάρος του, η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και στο μέγιστος ύψος *H* (θέση Β):

$$E_\Delta = E_B \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_B + U_B \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Delta^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot H$$

$$\text{ή } \upsilon_\Delta = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \text{ ή } \upsilon_\Delta = 30\, m/s$$

Μονάδες 6



Άνοδος

4.2) Έστω Α το σημείο της τροχιάς στο οποίο η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της δυναμικής και h_A το αντίστοιχο ύψος. Ισχύει:

$$K_A = 4 \cdot U_A$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και σε ύψος h_A από το έδαφος (θέση Α):

$$E_\Delta = E_A \text{ ή } K_\Delta + U_\Delta = K_A + U_A \text{ ή } K_\Delta + 0 = 4 \cdot U_A + U_A$$

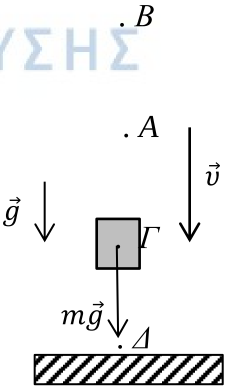
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\Delta^2 = 5 \cdot m \cdot g \cdot h_A \text{ ή } h_A = \frac{\upsilon_\Delta^2}{10 \cdot g} \text{ ή } h_A = 9\, m$$

Μονάδες 6

4.3) Άνοδος: Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της ανόδου (από τη θέση Δ στη θέση Β):

$$\upsilon_B = \upsilon_\Delta - g \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 30 - 10 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 3\, s.$$

Μονάδες 2



Κάθοδος

αληθινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13700-Λύση

Κάθοδος: Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος $H = 45\ m$. Αν $\Delta t'$ η χρονική διάρκεια της πτώσης χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης για να την υπολογίσουμε:

$$H = \frac{1}{2} g {\Delta t'}^2 \text{ή } \Delta t' = 3\ s,$$

Μονάδες 2

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι:

$$\Delta t_{ο\lambda} = \Delta t + \Delta t^{'} = 6s$$

Και η μέση ταχύτητα θα είναι ίση με:

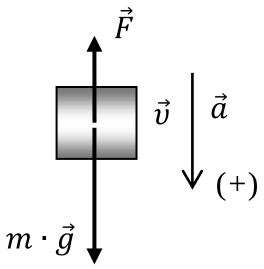
$$\upsilon_\mu = \frac{S_{ο\lambda}}{\Delta t_{ο\lambda}} = \frac{H+H}{\Delta t_{ο\lambda}} = \frac{90}{6} = 15m/s.$$

Μονάδες 2

4.4) Κατά την κάθοδο του σώματος, στην επιτυχημένη δοκιμή των μαθητών η δύναμη *F* και το βάρος έχουν τη φορά του σχήματος. Το βάρος έχει μέτρο:

$$w = m \cdot g = 5\ N,$$

Επειδή $w > F$, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του υπολογίζεται από το 2^{ο} νόμο του Newton:



$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{5 - 4{,}55}{0{,}5} m/s^2 = 0{,}9\ m/s^2$$

Μονάδες 5

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση της κίνησης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της πτώσης:

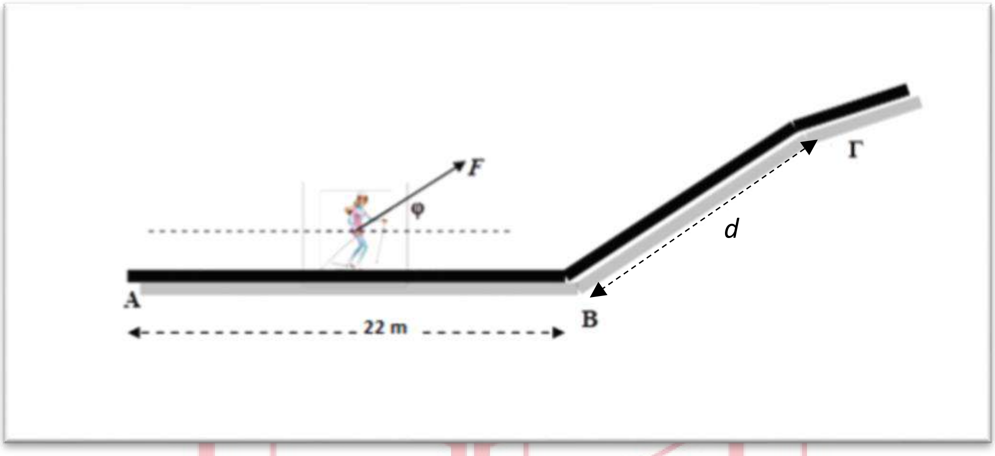
$$H = \frac{1}{2} \alpha \cdot {\Delta t_{\pi\tau}}^2 \text{ή } \Delta t_{\pi\tau} = 100\ s,$$

Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13701

ΘΕΜΑ 4



Νεαρή σκιέρ που μαζί με τον εξοπλισμό της έχει μάζα, $m = 50\,kg$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ διέρχεται από το σημείο Α οριζόντιας χιονισμένης πίστας με ταχύτητα μέτρου *11 m/s*. Το οριζόντιο τμήμα της πίστας στο τέλος του οποίου βρίσκεται ο τερματισμός (σημείο Β) έχει μήκος *22 m* και κατά μήκος του η αθλήτρια χρησιμοποιεί συνέχεια τα μπαστούνια στήριξης με αποτέλεσμα να της ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου *F = 250 N* η οποία σχηματίζει γωνία *φ* με την οριζόντια πίστα. Αφού η αθλήτρια τερματίσει παύει να χρησιμοποιεί τα μπαστούνια, οπότε η $\vec{F}$ καταργείται και ταυτόχρονα εισέρχεται σε πλαγιά γωνία κλίσης επίσης φ με αποτέλεσμα να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει (σημείο Γ). Δεδομένου ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τα πέδιλα της σκιέρ με το χιόνι παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$,

4.1) να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$, στην οριζόντια πίστα,

Μονάδες 6

4.2) να αποδείξετε ότι στην οριζόντια πίστα (ΑΒ), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Μονάδες 6

4.3) να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου η αθλήτρια ακινητοποιείται στην πλαγιά καθώς και το μήκος της διαδρομής που διάνυσε από το σημείο Α έως το σημείο Γ.

Μονάδες 8

4.4) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν.

Μονάδες 5

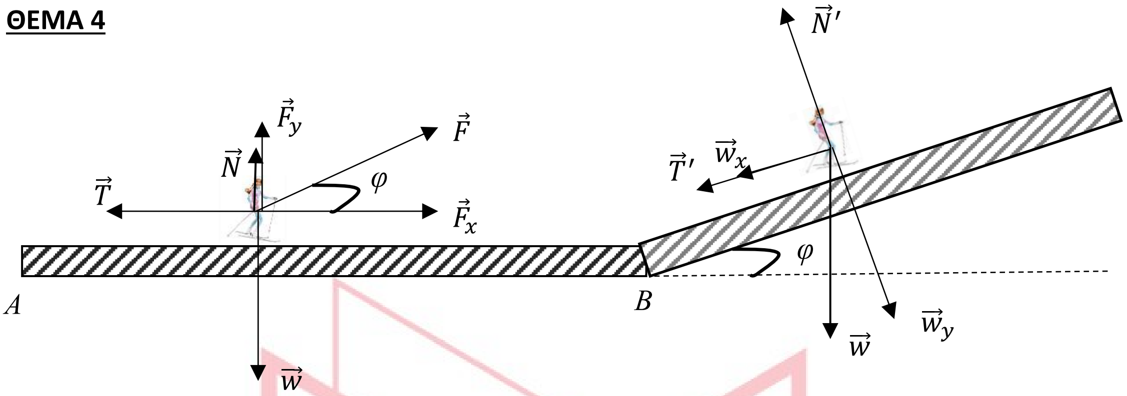
Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Β δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση.

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}8$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10 m/s^2$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13701-Λύση

ΘΕΜΑ 4



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τόσο οι δυνάμεις που ασκούνται στην σκιέρ στο οριζόντιο επίπεδο όσο και στην πλαγιά. Στο οριζόντιο τμήμα της διαδρομής η δύναμη $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο οριζόντιο επίπεδο αντίστοιχα, ενώ στην πλαγιά η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί και η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά.

4.1) Οριζόντιο επίπεδο

Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 150\ N$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 200\ N$$

$$w = m \cdot g = 500\ N$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w - F_y = 300\ N$$

Μονάδες 6

4.2) Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην οριζόντια πίστα:

$$T = \mu \cdot N = 0{,}5 \cdot 300N = 150\ N$$

Μονάδες 3

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της κίνησης:

$$\sum F_x = F_x - T = (150 - 150)N = 0$$

Άρα στην οριζόντια πίστα (ΑΒ), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Μονάδες 3

4.3) Από την εξίσωση κίνησης στην οριζόντια πίστα (ΑΒ) υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που η αθλήτρια τερματίζει (σημείο Β):

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \text{ ή } 22 = 11 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } t_1 = \frac{22}{11} s = 2\ s$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13701-Λύση

Πλαγιά

Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\varphi = 400\ N$$
$$w_y = w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 300\ N$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}' + \vec{w}_y = 0 \text{ ή } N' = w_y = 300\ N$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην πλαγιά:

$$T' = \mu \cdot N' = 0{,}5 \cdot 300N = 150\ N$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε το 2^{ο} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \text{ή } -T' - w_x = m \cdot a \qquad , \qquad -550 = 50\ \alpha \text{ ή}$$
$$\alpha = -11 m/s^2$$

Μονάδες 2

Η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και τελικά ακινητοποιείται. Από την εξίσωση ταχύτητας σε αυτήν την κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή της ακινητοποίησης:

$$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 11 - 11 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 1s$$
$$\text{ή } (t_2 - t_1) = 1s \text{ ή } t_2 = 3s,$$

και από την εξίσωση κίνησης το μήκος *d*:

$$d = \upsilon_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \Delta t^2 = (11 - 5{,}5)\ m = 5{,}5\ m$$

Άρα το συνολικό μήκος της διαδρομής θα είναι:

$$(\text{AB}) + (\text{BΓ}) = (22 + 5{,}5)m = 27{,}5\ m$$

Μονάδες 2

4.4) Η δύναμη που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν, είναι η συνισταμένη της τριβής T' και της κάθετης δύναμης επαφής N' και έχει μέτρο:

$$A = \sqrt{T'^2 + N'^2} = 150 \cdot \sqrt{5}\ N$$

Μονάδες 5

(Σχόλιο: Οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν, ανάλογα με την στρατηγική που θα επιλέξουν, στην ανάλυση δυνάμεων και στον υπολογισμό των αντίστοιχων μέτρων σε

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

διάφορα σημεία της λύσης. Για το σωστό σχήμα, την ανάλυση των δυνάμεων και τους σωστούς υπολογισμούς να βαθμολογηθούν μέχρι και με 5 Μονάδες)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13703

ΘΕΜΑ 4

Αυτοκίνητο ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με σταθερή επιτάχυνση σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 8\,s$ ο οδηγός του αυτοκινήτου, αντιλαμβάνεται ότι μπροστά του ο δρόμος είναι κλειστός λόγω έργων· εφαρμόζει απότομα τα φρένα με αποτέλεσμα οι τροχοί του αυτοκινήτου να μπλοκάρουν. Το αυτοκίνητο κινείται για διάστημα ίσο με $16\,m$ με μπλοκαρισμένους τροχούς και τελικά ακινητοποιείται, αφήνοντας στο δρόμο χαρακτηριστική μαύρη γραμμή από τα λιωμένα ελαστικά του (*η Τροχαία την αποκαλεί γραμμή φρεναρίσματος*). Το ευχάριστο είναι ότι δεν προκλήθηκε ατύχημα και ο οδηγός είναι ασφαλής. Αξιοποιώντας τα παρακάτω δεδομένα:

- Η συνολική μάζα αυτοκινήτου και οδηγού είναι 1250 kg.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των ελαστικών του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος είναι ίσος με $0{,}8$.
- Το όριο ταχύτητας στο σημείο που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα είναι $72\ km/h$.
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $10 m/s^2$.
- Οι αντιστάσεις του αέρα να μην ληφθούν υπόψη,

4.1) να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος,

Μονάδες 5

4.2) να ελέγξετε αν τη χρονική στιγμή t_1 που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα, έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας,

Μονάδες 7

4.3) να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου καθώς και το διάστημα που διάνυσε στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1,

Μονάδες 6

4.4) να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης *F* που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1.

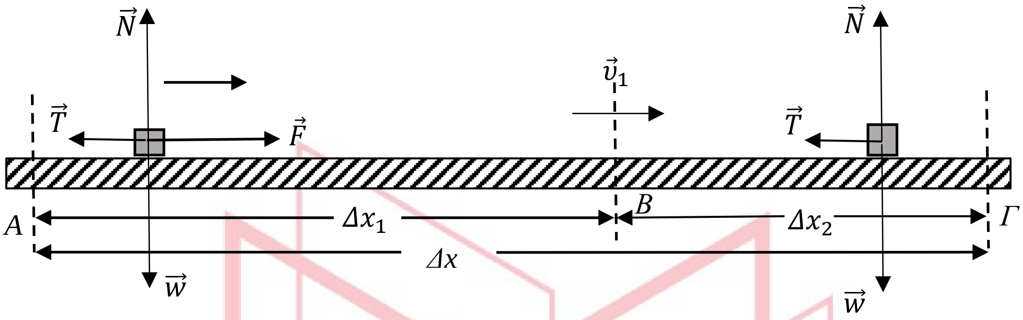
Μονάδες 7

αλφαβητικό λογότυπο
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13703-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται τόσο η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (ΑΒ), όσο και η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (ΒΓ) μέχρι να ακινητοποιηθεί (σημείο Γ). Έχουν σχεδιαστεί επίσης οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε κίνηση.

4.1) Στον άξονα που είναι κάθετος στο οριζόντιο επίπεδο ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 12500\, N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T = \mu \cdot N = 0{,}8 \cdot 12500\, N = 10000\, N$$

Οπότε το έργο της για τη διαδρομή (ΒΓ) θα είναι:

$$W_T = |\vec{T}| \cdot |\Delta\vec{x}_2| \cdot συν180^o = -(10000 \cdot 16)J = -160000J$$

Μονάδες 5

4.2) Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το Β στο Γ:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B + W_N + W_T \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} m υ_1^2 = 0 + 0 + W_T$$

$$\text{ή } -\frac{1}{2} \cdot 1250kg \cdot υ_1^2 = -160000J \text{ ή } υ_1 = 16m/s \text{ ή } υ_1 = 57{,}6km/h$$

Άρα ο οδηγός την χρονική στιγμή t_1, δεν είχε παραβιάσει το όριο ταχύτητας.

Μονάδες 7

4.3) Στη διαδρομή (ΑΒ) το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε την επιτάχυνση του:

αλφαβητική ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13703-Λύση

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 \text{ ή } \alpha = \frac{\upsilon_1}{t_1} \text{ ή } \alpha = \frac{16m/s}{8s} = 2m/s^2$$

Μονάδες 3

Για να υπολογίσουμε το μήκος της διαδρομής (ΑΒ) χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης:

$$(AB) = \frac{1}{2}\alpha \cdot {t_1}^2 \text{ή } (AB) = 64m$$

Μονάδες 3

4.4) Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης F που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από 0 → t_1 εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης, :

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } F - 10000N = (1250 \cdot 2)N \text{ ή } F = 12500N$$

Μονάδες 7

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13705

ΘΕΜΑ 4

Στις καλοκαιρινές διακοπές το αυτοκίνητό σας (Α1), που μαζί με τους επιβάτες έχει μάζα $2000kg$, ακινητοποιείται από κάποια βλάβη. Ευτυχώς για εσάς, μετά από λίγο περνάει μια φιλική οικογένεια, με το αυτοκίνητό της (Α2), που έχει μάζα μαζί με τους επιβάτες του $3000kg$, και προσφέρεται να σας ρυμουλκήσει στο πιο κοντινό συνεργείο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείτε ένα σχοινί, το οποίο να θεωρήσετε μη ελαστικό και με αμελητέα μάζα. Γνωρίζετε ότι το αυτοκίνητό σας και το αυτοκίνητο των φίλων σας εμφανίζουν συντελεστές τριβής ολίσθησης με τον οριζόντιο δρόμο ίσους με 0,3 και 0,4 αντιστοίχως, ενώ η δύναμη που επιταχύνει το αμάξι των φίλων σας έχει μέτρο ίσο με $F = 33000N$.

4.1) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο, και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δέχεται το καθένα.

Μονάδες 7

4.2) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση την οποία αποκτούν τα δύο αυτοκίνητα.

Μονάδες 6

4.3) Να υπολογίσετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκίνητό σας, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά 6 m.

Μονάδες 7

4.4) Τη χρονική στιγμή που το σύστημα των δύο αυτοκινήτων έχει μετατοπιστεί κατά 6 m χαλάει και το αυτοκίνητο των φίλων σας, οπότε η δύναμη *F* παύει να δρα. Να ελέγξετε αν το σχοινί που συνδέει τα δύο αυτοκίνητα θα χαλαρώσει οπότε υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης.

<u>ΥΠΟΔΕΙΞΗ (για το 4.4):</u> Θεωρήστε ότι το νήμα δεν χαλαρώνει και υπολογίστε την τιμή της δύναμης που ασκεί. Ελέγξτε αν η τιμή που προσδιορίσατε είναι λογική για σχοινί.

Μονάδες 5

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

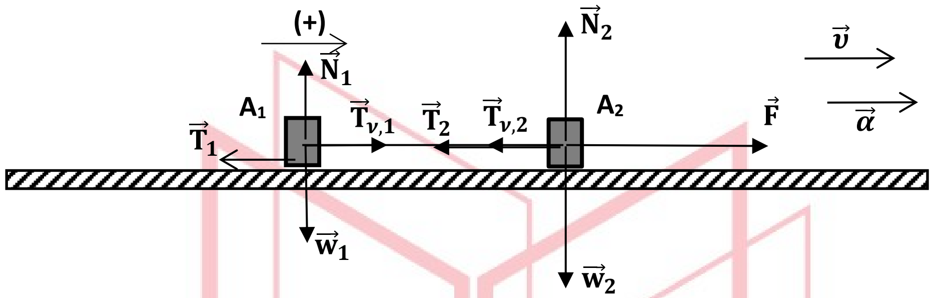
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13705-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση

4.1)



Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο.

Μονάδες 3

Στον άξονα που είναι κάθετος στον οριζόντιο δρόμο ισχύει ο 1ος νόμος του Newton για το κάθε αυτοκίνητο, οπότε:

A1: $\sum \vec{F}_y = 0$ ή $\vec{N}_1 + \vec{w}_1 = 0$ ή $N_1 = w_1 = m_1 \cdot g = 20000\ N$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_1 = \mu_1 \cdot N_1 = (0{,}3 \cdot 20000)N = 6000\ N$$

Μονάδες 2

Ομοίως για το αυτοκίνητο 2, υπολογίζουμε:

A2: $\sum \vec{F}_y = 0$ ή $\vec{N}_2 + \vec{w}_2 = 0$ ή $N_2 = w_2 = m_2 \cdot g = 30000\ N$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = (0{,}4 \cdot 30000)N = 12000\ N$$

Μονάδες 2

4.2) Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{\nu,1} = T_{\nu,2} = T_\nu$$

Μονάδες 1

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$\sum \vec{F} = m_{o\lambda} \cdot \vec{\alpha}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$F + T_{\nu,1} - T_{\nu,2} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_1) \cdot \alpha$, ή

$F - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot \alpha$ ή $(33000 - 18000)N = 5000kg \cdot \alpha$, ή

$$\alpha = 3m/s^2$$

Μονάδες 5

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13705-Λύση

4.3) Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton για το Α1 στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{\nu,1} - T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_{\nu,1} - 6000N = (2000 \cdot 3)N \text{ ή } T_{\nu,1} = 12000N$$

Μονάδες 3

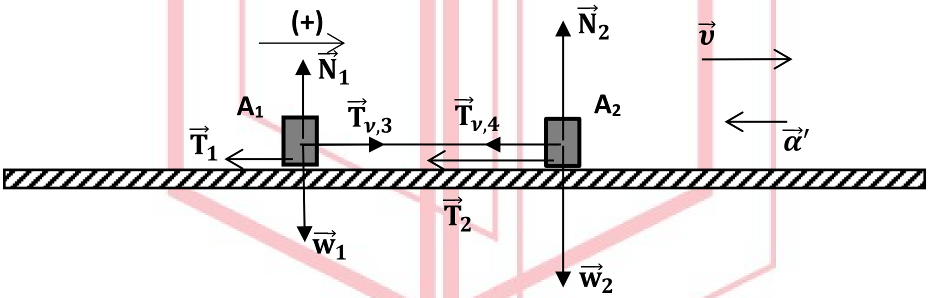
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του Α1 κατά $\Delta x = 6m$:

$$\Delta K = W_{w_1} + W_{N_1} + W_{T_1} + W_{T_{\nu,1}} \text{ ή } \Delta K = 0 + 0 + T_{\nu,1} \cdot \Delta x - T_1 \cdot \Delta x$$

$$\text{ή } \Delta K = \big((12000 - 6000) \cdot 6\big)J \text{ή } \Delta K = 36000J$$

Μονάδες 4

4.4)



Στο παραπάνω σχήμα, φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα αυτοκίνητα μετά την κατάργηση της $\vec{F}$. Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{\nu,3} = T_{\nu,4} = T_\nu{}'$$

Έστω ότι το σκοινί παραμένει τεντωμένο, οπότε θα ισχύει:

$$T_{\nu,3} > 0 \ (1)$$

Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$$\sum \vec{F} = m_{o\lambda} \cdot \vec{a}', \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{\nu,3} - T_{\nu,4} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_1) \cdot a' \text{ , ή}$$

$$-T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a' \text{ ή } -18000N = 5000kg \cdot a' \text{ , ή}$$

$$a' = -3{,}6 \, m/s^2$$

Η φορά της επιτάχυνσης είναι αντίρροπη της ταχύτητας οπότε η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το 2^o νόμο του Newton για το Α1 στον άξονα της κίνησης :

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13705-Λύση

$\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}'$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$$+T_{\nu,3} - T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_{\nu,3} - 6000N = -(2000 \cdot 3{,}6)N \text{ ή } T_{\nu,3} = -1200N$$

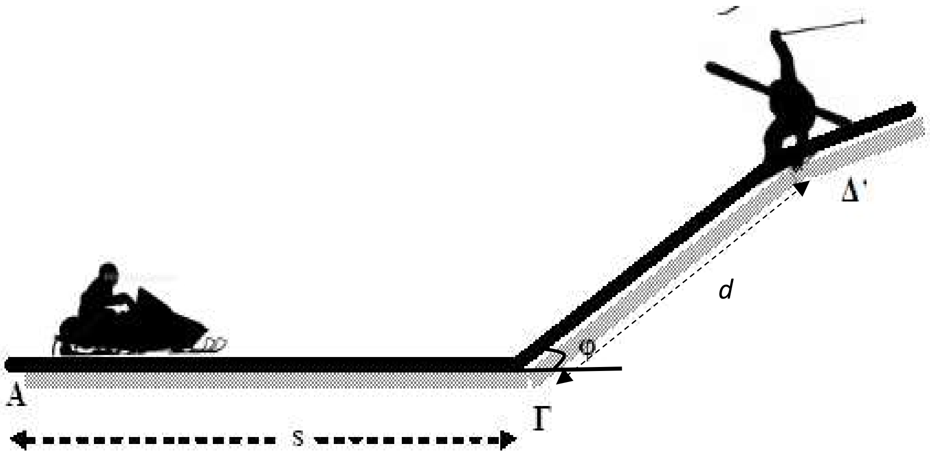
Το αποτέλεσμα παραβιάζει την υπόθεση που κάναμε και περιγράφεται στην (1), άρα το σκοινί μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ παύει να είναι τεντωμένο με συνέπεια να υπάρχει πιθανότητα σύγκρουσης των αυτοκινήτων.

Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13706

ΘΕΜΑ 4



Σε ένα χιονοδρομικό κέντρο, ένα παιδί κάνει snowmobile. Η συνολική μάζα του παιδιού και του snowmobile είναι $m = 100kg$. Το snowmobile ξεκινά να κινείται σε οριζόντια επιφάνεια με την οποία έχει συντελεστή τριβής $\mu_1 = 0{,}2$, με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 300N$. Αφού διανύσει διάστημα $s = 50m$ στην οριζόντια επιφάνεια το όχημα συναντά ανηφορική χιονισμένη πλαγιά γωνίας κλίσης φ και ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη *F* (σβήνει η μηχανή του).

Να υπολογίσετε :

4.1) Το μέτρο της επιτάχυνσης του οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο.

Μονάδες 6

4.2) Τη χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι τη βάση της χιονισμένης πλαγιάς καθώς και το μέτρο της ταχύτητας του εκεί (Σημείο Γ).

Μονάδες 6

4.3) Το μέτρο της επιβράδυνσης του οχήματος στο κεκλιμένο επίπεδο (χιονισμένη πλαγιά) αν γνωρίζετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης οχήματος-πλαγιάς είναι $\mu_2 = 0{,}5$.

Μονάδες 7

4.4) Αν σε απόσταση $d = 10m$ από τη βάση της πλαγιάς, βρίσκεται τραυματισμένος ένας σκιέρ, να ελέγξετε αν το παιδί θα καταφέρει να αποφύγει τη σύγκρουση με τον σκιέρ, λαμβάνοντας υπόψη ότι η πορεία του θα παραμείνει ευθύγραμμη.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ότι το παιδί και το snowmobile έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα του οχήματος στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Γ δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση.

Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

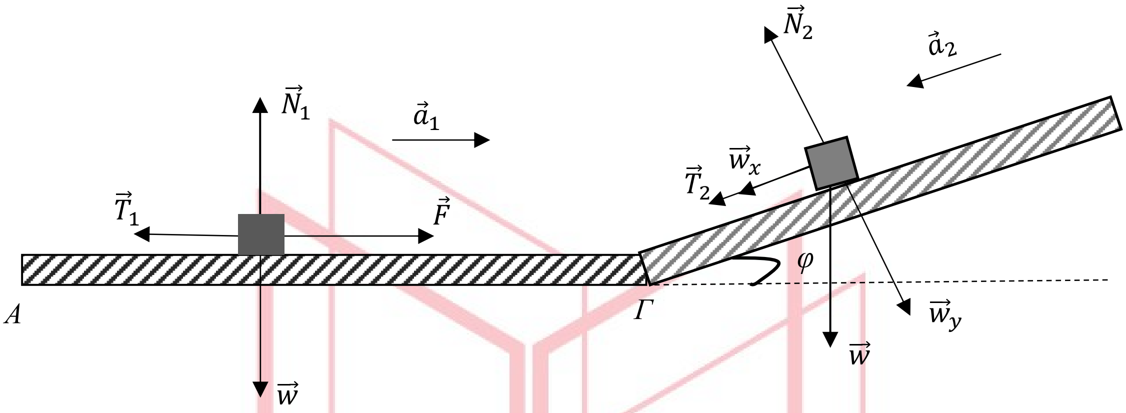
13706

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13706-Λύση

ΘΕΜΑ 4

Ενδεικτική Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο snowmobile και στο παιδί τόσο στο οριζόντιο επίπεδο όσο και στην πλαγιά. Στην πλαγιά η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί και η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά.

4.1) Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_1 = w = 1000\ N$$

Μονάδα 1

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην οριζόντια διαδρομή:

$$T_1 = \mu_1 \cdot N_1 = 0{,}2 \cdot 1000N = 200\ N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της κίνησης:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \text{ή } F - T_1 = m \cdot a_1, \text{ή } 300 - 200 = 100 \cdot \alpha_1 \text{ή}$$

$$\alpha_1 = 1m/s^2$$

Μονάδες 3

4.2) Το snowmobile και το παιδί στην οριζόντια διαδρομή εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση κίνησης υπολογίζεται η χρονική διάρκεια Δt_1 αυτής της κίνησης:

$$s = \frac{1}{2}\alpha_1 \cdot \Delta {t_1}^2 \text{ή } \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a_1}} \text{ ή } \Delta t_1 = 10s$$

Μονάδες 3

Και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε την ταχύτητα (υ_1) στο σημείο Γ:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 \cdot \Delta t_1 = 10m/s$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13706-Λύση

Μονάδες 3

4.3) Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί στην χιονισμένη πλαγιά υπολογίζουμε:

$$w = m \cdot g = 1000\,N,$$

$$w_x = m \cdot g \cdot ημφ = 600\,N$$

$$w_y = m \cdot g \cdot συνφ = 800\,N$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w}_y = 0 \text{ ή } N_2 = w_y = 800\,N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = 0{,}5 \cdot 800N = 400\,N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης στην χιονισμένη πλαγιά :

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιβράδυνσης,

$$w_x + T_2 = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{w_x + T_2}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{1000N}{100kg} \text{ ή } a_2 = 10m/s^2$$

Μονάδες 3

4.4) Το όχημα και το παιδί εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στην χιονισμένη πλαγιά. Από την εξίσωση της ταχύτητας, υπολογίζεται η χρονική διάρκεια Δt_2 αυτής της κίνησης:

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \upsilon_\Delta = \upsilon_\Gamma - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = 1s$$

Μονάδες 3

Και από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε το διάστημα που θα διανύσει το όχημα και το παιδί, στη χιονισμένη πλαγιά μέχρι να ακινητοποιηθεί:

$$(\Gamma\Delta) = \upsilon_o \cdot \Delta t_2 - \tfrac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_2{}^2 \text{ ή } (\Gamma\Delta) = \left(10 \cdot 1 - \tfrac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\right) m$$

$$\text{ή } (\Gamma\Delta) = 5\,m.$$

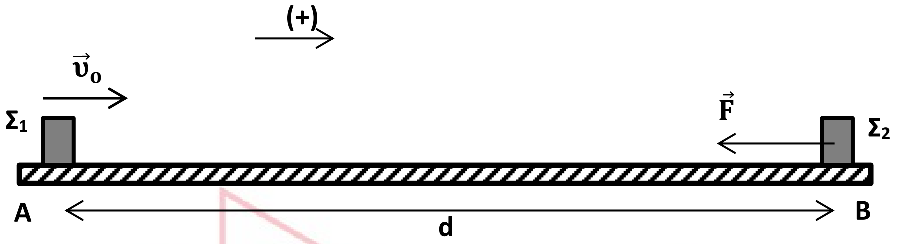
Εφόσον $(\Gamma\Delta) < d$, η σύγκρουση με τον σκιέρ αποφεύγεται.

Μονάδες 3

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13707

Θέμα 4



Οι δύο μικροί μεταλλικοί κύβοι Σ$_1$ και Σ$_2$ του σχήματος, με μάζες m_1 = 2 Kg και m_2 = 4 Kg αντίστοιχα, μπορούν να κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε παράλληλες ράγες. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ο κύβος Σ$_1$ διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5m/s$, ενώ στον ακίνητο κύβο Σ$_2$ ξεκινά να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη με μέτρο $F = 8N$ και φορά που φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ότι τα σημεία Α, Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 150\ m$ και ότι ως θετική λαμβάνεται η φορά της ταχύτητας του Σ$_1$. Αν οι κύβοι συναντώνται τη χρονική στιγμή t_1, να υπολογίσετε:

4.1) την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύβος Σ$_2$,

Μονάδες 5

4.2) τη χρονική στιγμή t_1 που οι κύβοι θα συναντηθούν καθώς και σε ποια απόσταση από το σημείο Α θα συμβεί η συνάντηση,

Μονάδες 8

4.3) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα 0 → t_1.

Μονάδες 5

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας κάθε κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα 0 → t_1 .

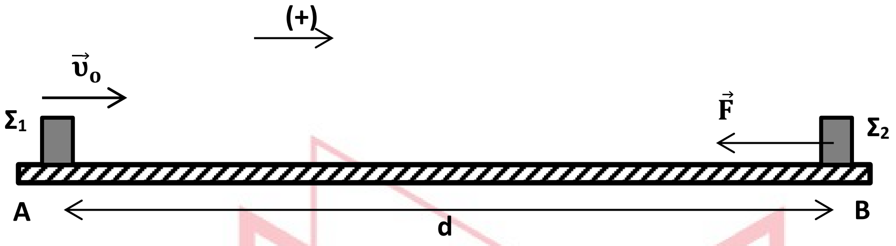
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13707-Λύση

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση



4.1) Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του Σ₂ εφαρμόζουμε τον 2ᵒ νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$-F = m_2 \cdot a \text{ ή } -8N = (4kg) \cdot a \text{ ή } a = -2m/s^2$$

Άρα η επιτάχυνση του Σ₂ έχει μέτρο $2m/s^2$, οριζόντια διεύθυνση και αρνητική φορά.

Μονάδες 5

4.2)

Θεωρούμε προσανατολισμένο άξονα θέσεων με οριζόντια διεύθυνση, θετική φορά προς τα δεξιά και αρχή ($x = 0$) το σημείο Α. Το Σ₁ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με εξίσωση θέσης:

$$x_1 = +\upsilon_0 \cdot t \text{ ή } x_1 = 5 \cdot t \ (S.I)$$

Το Σ₂ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, με εξίσωση θέσης:

$$x_2 = x_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ ή } x_2 = 150 - t^2 \ (S.I)$$

Μονάδες 2

Τη χρονική στιγμή t_1 που οι κύβοι θα συναντηθούν (σημείο Γ) θα ισχύει:

$$x_1 = x_2 \text{ ή } 5 \cdot t_1 = 150 - {t_1}^2 \text{ ή } {t_1}^2 + 5 \cdot t_1 - 150 = 0 \ (1)$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot (-150) = 625$$

Και οι λύσεις της (1) είναι:

$$t_1 = \frac{-5 + \sqrt{625}}{2} = 10s \ (\delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta}) \text{ ή}$$

$$t_1 = \frac{-5 - \sqrt{625}}{2} = -15s \ (\alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota)$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13707-Λύση

Μονάδες 4

Η συνάντηση συμβαίνει στο σημείο Γ, η θέση του οποίου είναι:

$$x_{\Gamma} = 5 \cdot t_1 = 50m$$

Άρα η συνάντηση συμβαίνει σε απόσταση 50m από το σημείο Α.

Μονάδες 2

4.3) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στη μετατόπιση του Σ_2 από το Β στο Γ που πραγματοποιείται στο χρονικό διάστημα 0 → t_1 υπολογίζεται ως εξής:

$$W_F = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{x}_{B\Gamma}| \cdot \sigma\upsilon\nu 0^o = 8 \cdot 100 \cdot (+1)\, J = +800\, J$$

Μονάδες ***5***

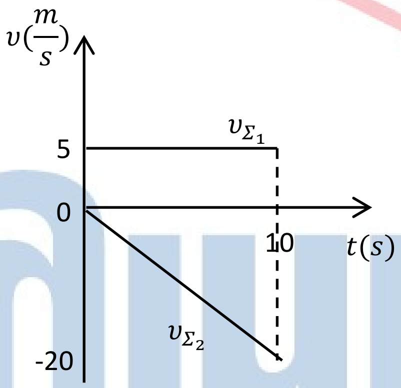
4.4) Η εξίσωση της ταχύτητας για το Σ_1 είναι:

$$\upsilon_1 = +5m/s = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$$

Ενώ για το Σ_2 αντίστοιχα έχουμε:

$$\upsilon_2 = \alpha \cdot t = -2 \cdot t\ (S.I)$$

Και στη συνέχεια απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα για $0 \leq t \leq 10s$

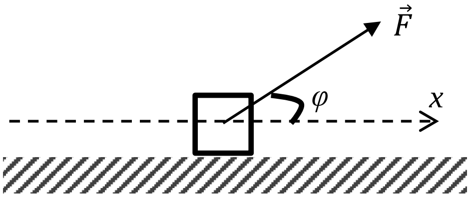


Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13708

ΘΕΜΑ 4



Ένας κύβος μάζας $4\ kg$ ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_0 = 2\ m/s$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο $(x_O = 0)$ του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά αρχίζει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $10N$ και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α $(x_A = 3\ m)$ η δύναμη $\overrightarrow{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι $4s$. Να υπολογίσετε:

4.1) το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στη θέση Β $(x_B = 1\ m)$,

Μονάδες 5

4.2) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση Α,

Μονάδες 7

4.3) τη θέση στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί,

Μονάδες 6

4.4) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου-δαπέδου στο τραχύ δάπεδο.

Μονάδες 7

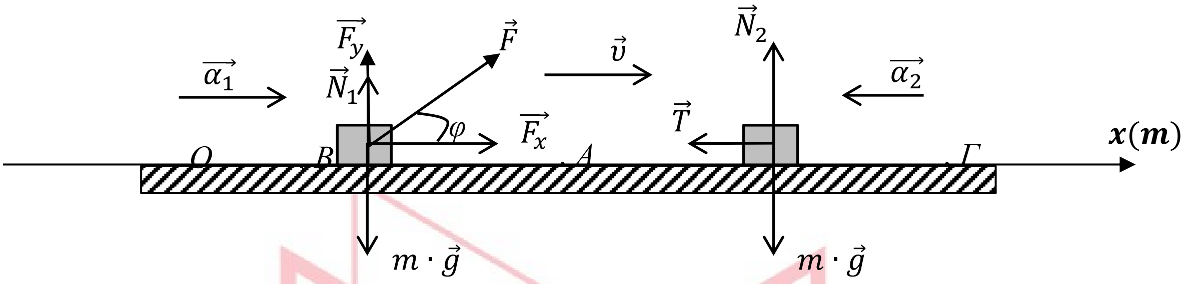
Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13708-Λύση

Ενδεικτική Λύση



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο λείο τμήμα της διαδρομής (ΟΑ) όσο και στο τραχύ (ΑΓ). Η $\vec{F}$ (που ασκείται μόνο στο λείο τμήμα) έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 6\,N$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 8\,N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2$^{\text{ο}}$ νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F_x} = m \cdot \vec{a}_1$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x}{m} \text{ ή } a_1 = \frac{8\,N}{4\,kg} \text{ ή } a_1 = 2\,m/s^2$$

Ο κύβος στη διαδρομή (ΟΑ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση δηλαδή σε κάθε θέση της διαδρομής, οπότε και στη θέση Β $(x_B = 1\,m)$, η επιτάχυνση έχει μέτρο $2\,m/s^2$ και είναι ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 3

4.2) Στη διαδρομή (ΟΑ) η μετατόπιση του κύβου είναι:

$$\Delta x_1 = x_A - x_O = (3-0)m = 3m$$

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για την μετατόπιση Δx_1:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F_x} + W_{F_y} + W_N + W_w \text{ ή } \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_A^2 - \frac{1}{2}m \cdot \upsilon_0^2 = +F_x \cdot \Delta x_1 + 0 + 0 + 0$$

$$\text{ή } 2 \cdot \upsilon_A^2 - \ 2kg \cdot 2^2 \frac{m^2}{s^2} = 8N \cdot 3m \text{ ή } \upsilon_A^2 = \frac{24+8}{2}\frac{m^2}{s^2} \text{ ή } \upsilon_A = 4m/s$$

Μονάδες 7

4.3) Ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε το μέτρο της επιβράδυνσης $\vec{\alpha}_2$ (η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα):

$$\upsilon = \upsilon_0 - a_2 \cdot \Delta t \text{ ή } \upsilon_\Gamma = \upsilon_A - a_2 \cdot \Delta t \ \text{ ή } 0 = 4m/s - \alpha_2 \cdot 4s \text{ ή } a_2 = 1m/s^2$$

Μονάδες 2

Ενώ η μετατόπιση για την διαδρομή (ΑΓ) θα είναι:

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\Delta x_2 = \upsilon_o \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 8\, m.$$

Μονάδες 3

Όμως,

$$\Delta x_2 = x_\Gamma - x_A \text{ ή } 8m = x_\Gamma - 3m \text{ ή } x_\Gamma = +11m$$

Μονάδες 1

4.4) Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα για τη διαδρομή (ΑΓ):

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιβράδυνσης $\vec{\alpha}_2$,

$$T = m \cdot a_2 \text{ ή } T = 4N$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_2 = w = 40\, N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης κύβου δαπέδου:

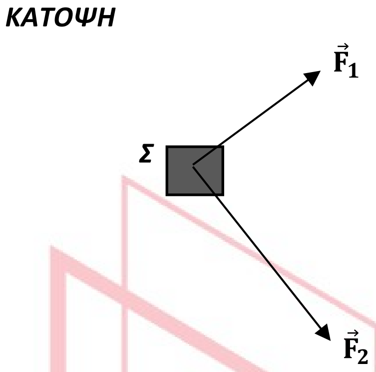
$$T = \mu \cdot N_2 \text{ ή } \mu = \frac{T}{N_2} = \frac{4}{40} = 0{,}1$$

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13709

Θέμα 4



Το σώμα Σ με μάζα $m = 1kg$ ισορροπεί ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, ασκούνται σε αυτό δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα 6N και 8N αντίστοιχα που είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο σχήμα απεικονίζεται η κάτοψη του οριζοντίου επιπέδου στην οποία δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ. Το σώμα μετά την t_o κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1 = 2m/s^2$.

4.1) Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σε μέτρο και κατεύθυνση.

Μονάδες 5

4.2) Να αιτιολογήσετε γιατί στο σώμα ασκείται τριβή και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται.

4.3) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα ακινητοποιηθεί καθώς και το συνολικό διάστημα που θα διανύσει από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

4.4) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ.

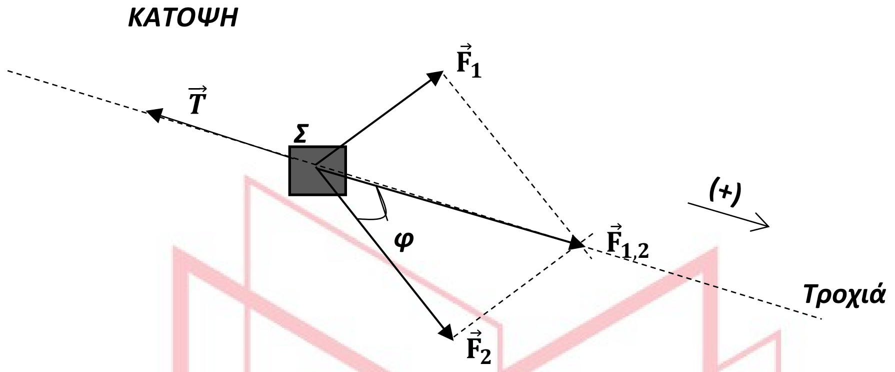
Μονάδες 7

αλφαβητικό watermark: αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13709-Λύση

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση



4.1) Για να συνθέσουμε τις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και η διαγώνιος του, που έχει κοινή αρχή με τα διανύσματα των δυνάμεων που συνθέτουμε έχει μέτρο:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \text{ ή } F_{1,2} = 10N$$

$$\text{Και } εφφ = \frac{F_1}{F_2} = \frac{3}{4} \text{ (κατεύθυνση)}$$

Μονάδες 5

4.2) Θεωρώντας ότι στο σώμα δεν ασκείται τριβή, εφαρμόζουμε τον 2° νόμο του Newton στη διεύθυνση της συνιστάμενης των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$F_{1,2} = m \cdot a \text{ ή } \alpha = 10m/s^2$$

Αυτό είναι άτοπο σύμφωνα με την εκφώνηση καθώς δίνεται ότι το σώμα μετά την t_o κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1 = 2m/s^2$. Οπότε στο Σ ασκείται τριβή στη διεύθυνση της τροχιάς, αντίρροπη της $\vec{F}_{1,2}$ και μέτρου που υπολογίζεται από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Newton με σεβασμό στη θετική φορά που έχει τεθεί:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1 \text{ ή } F_{1,2} - T = m \cdot a_1 \text{ ή } T = F_{1,2} - m \cdot a_1 \text{ ή } T = 8N$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 6

4.3) Μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4s$ το Σ εκτελεί ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχοντας διανύσει διάστημα:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot {t_1}^2 = 16m$$

και έχοντας αποκτήσει ταχύτητα μέτρου:

$$\upsilon_1 = \alpha_1 \cdot t_1 = 8m/s$$

Μονάδες 2

13709-Λύση

Εφόσον οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται, το Σ δέχεται πλέον μόνο την τριβή. Για να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του Σ, σε αυτό το τμήμα της διαδρομής του, εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή σύμφωνα με τη θετική φορά,}$$

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } -8N = (1kg) \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = -8m/s^2$$

Άρα η επιτάχυνση του Σ έχει μέτρο $8m/s^2$ και αρνητική φορά. Εφόσον τα διανύσματα της επιτάχυνσης και της ταχύτητας είναι αντίρροπα η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Μονάδες 2

Από την εξίσωση της ταχύτητας, υπολογίζεται η χρονική διάρκεια Δt αυτής της κίνησης:

$$\upsilon = \upsilon_0 + a_2 \cdot \Delta t \text{ ή ή } 0 = 8 - 8 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 1s$$

Και στη συνέχεια η χρονική στιγμή της ακινητοποίησης:

$$\Delta t = 1s \text{ ή } (t_2 - t_1) = 1s \text{ ή } t_2 = 5s$$

Το Σ κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση διανύει διάστημα:

$$S_2 = \upsilon_o \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } (\Gamma\Delta) = \left(8 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1^2\right) m$$

$$\text{ή } S_2 = 4\,m.$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διάνυσε το Σ από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται είναι:

$$S_{o\lambda} = S_1 + S_2 = 16m + 4m = 20m$$

Μονάδες 3

4.4) Το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ, υπολογίζεται σύμφωνα με τον ορισμό ως εξής:

$$W_{F_2} = |\vec{F}_2| \cdot |\Delta \vec{x}_1| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \ (1)$$

Μονάδες 3

$$\text{Όμως } |\Delta \vec{x}_1| = S_1 = 16\,m \; \kappa\alpha\iota \; \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{8}{10} = 0{,}8$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 3

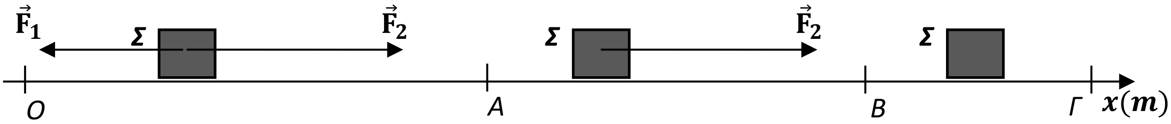
Άρα η (1) γίνεται:

$$W_{F_2} = |\vec{F}_2| \cdot |\Delta \vec{x}_1| \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = (8 \cdot 16 \cdot 0{,}8)J = 102{,}4J$$

Μονάδα 1

13710

Θέμα 4



Το σώμα Σ με μάζα $m = 2kg$ κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο η διεύθυνση του οποίου ταυτίζεται με ευθεία $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, το σώμα διέρχεται από το σημείο 0 ($x_O = 0$) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5m/s$, ενώ δέχεται δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα 6N και 8N αντίστοιχα, που είναι αντίρροπες μεταξύ τους. Στο σχήμα <u>δεν</u> έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ. Το σώμα μετά την t_o κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μέχρι τη θέση Α ($x_A = 16m$). Στη θέση Α η $\vec{F}_1$ καταργείται, ενώ, όταν το Σ διέρχεται από τη θέση Β ($x_B = 32m$), καταργείται και η $\vec{F}_2$ με αποτέλεσμα το Σ να ακινητοποιηθεί στη θέση Γ. Να υπολογίσετε:

4.1) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου.

Μονάδες 6

4.2) Τη χρονική στιγμή όπου το σώμα διέρχεται από τη θέση Β.

Μονάδες 7

4.3) Τη θέση του σημείου Γ.

Μονάδες 7

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 5

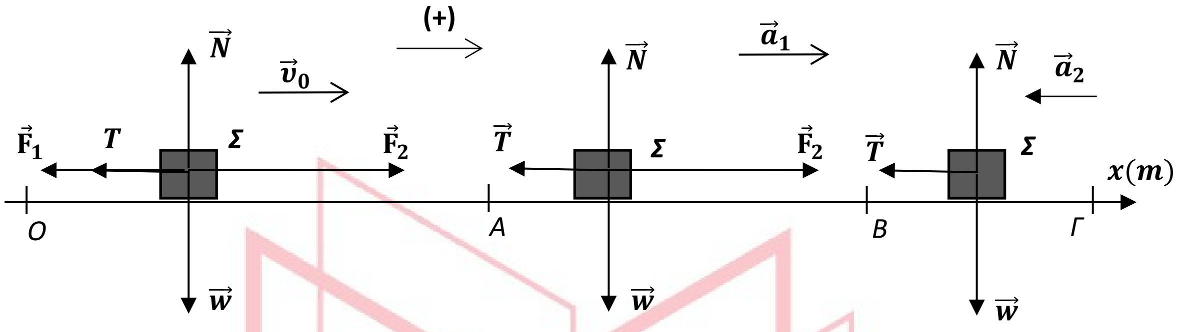
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13710-Λύση

Θέμα 4

Ενδεικτική Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις τρεις διαδοχικές κινήσεις που εκτελεί, ενώ έχει ληφθεί ως θετική η φορά της ταχύτητας.

4.1) Στη διαδρομή (ΟΑ) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 1^{o} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } F_2 - F_1 - T = 0 \text{ ή } T = 2N$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 20\, N$$

Μονάδες 4

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T_1 = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{2}{20} = 0{,}1$$

Μονάδες 2

4.2) Στη διαδρομή (ΑΒ) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Εφαρμόζουμε τον 2^{o} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_1$, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1, \text{ ή}$$

$$F_2 - T = m \cdot a_1 \text{ ή } \alpha_1 = \frac{F_2 - T}{m} = \frac{(8-2)N}{2kg} = 3m/s^2$$

Η μετατόπιση το Σ από τη θέση Α στη θέση Β είναι ίση με:

$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A = (32-16)m = 16m$$

Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13710-Λύση

Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική της διάρκεια Δt_1:

$$\Delta x_{AB} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot {\Delta t_1}^2 \text{ ή } 16 = 5 \cdot \Delta t_1 + 1{,}5 \cdot {\Delta t_1}^2 \ (S.I)$$

$$\text{ή } \ 1{,}5 \cdot {\Delta t_1}^2 + 5 \cdot \Delta t_1 - 16 = 0 \ (S.I)(1)$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = (+5)^2 - 4 \cdot 1{,}5 \cdot (-16) = 121$$

Οι λύσεις της (1) είναι:

$$\Delta t_1 = \frac{-5 + \sqrt{121}}{2 \cdot 1{,}5} = 2s \ (\delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta}) \text{ ή}$$

$$\Delta t_1 = \frac{-5 - \sqrt{121}}{2 \cdot 1{,}5} = -\frac{16}{3} s \ (\alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota)$$

Μονάδες 3

Η μετατόπιση του Σ από τη θέση Ο στη θέση Α είναι ίση με:

$$\Delta x_{OA} = x_A - x_O = (16 - 0)m = 16m$$

Οπότε η χρονική στιγμή t_1 που το σώμα διέρχεται από το Α θα είναι:

$$\upsilon_o = \frac{\Delta x_{OA}}{\Delta t} \text{ ή } 5m/s = \frac{16m}{t_1 - 0} \text{ ή } t_1 = 3{,}2s$$

Ενώ η χρονική στιγμή t_2 που το σώμα διέρχεται από το Β θα είναι:

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 \text{ ή } t_2 = \Delta t_1 + t_1 = 5{,}2s$$

Μονάδες 2

4.3) Την χρονική στιγμή t_2 που το σώμα διέρχεται από το Β η ταχύτητα του θα είναι:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha_1 \cdot \Delta t_1 = (5 + 3 \cdot 2)m/s = 11m/s$$

Στη διαδρομή (ΒΓ) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$. Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιβράδυνσης $\overrightarrow{\alpha}_2$, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή}$$

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } \alpha_2 = \frac{-T}{m} = \frac{(-2)N}{2kg} = -1m/s^2$$

Μονάδες 3

Από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική της διάρκεια Δt_2:

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t_2 \text{ή } 0 = \frac{11m}{s} - \left(\frac{1m}{s^2}\right) \cdot \Delta t_2 \text{ή } \Delta t_2 = 11s$$

αλυμηνίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13710-Λύση

Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη μετατόπιση $\Delta\vec{x}_{B\Gamma}$ και στην συνέχεια τη θέση και τη χρονική στιγμή t_3 της ακινητοποίησης του Σ:

$$\Delta x_{B\Gamma} = \upsilon_1 \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot {\Delta t_2}^2 \text{ ή } \Delta x_{B\Gamma} = (11 \cdot 11 - 0{,}5 \cdot 11^2)m \text{ ή } \Delta x_{B\Gamma} = 60{,}5m$$

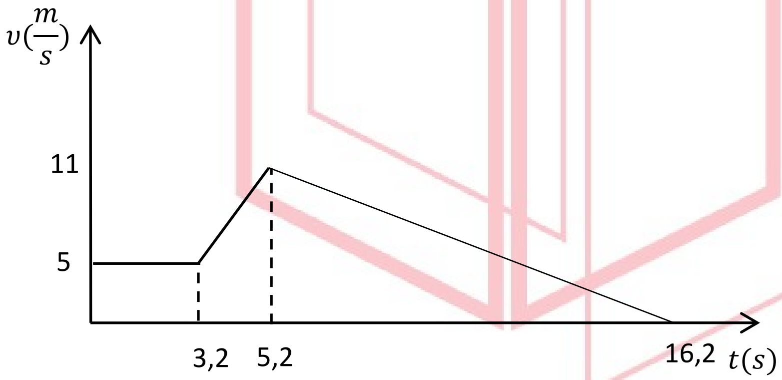
Όπου,

$$\Delta x_{B\Gamma} = x_\Gamma - x_B \text{ ή } 60{,}5m = x_\Gamma - 32m \text{ ή } x_\Gamma = 92{,}5\, m$$

$$\text{Και } \Delta t_2 = t_3 - t_2 \text{ ή } 11s = t_3 - 5{,}2s \text{ ή } t_3 = 16{,}2s$$

Μονάδες 4

4.4) Αξιοποιώντας αποτελέσματα που υπολογίστηκαν στα προηγούμενα ερωτήματα, κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που το σώμα ακινητοποιείται.

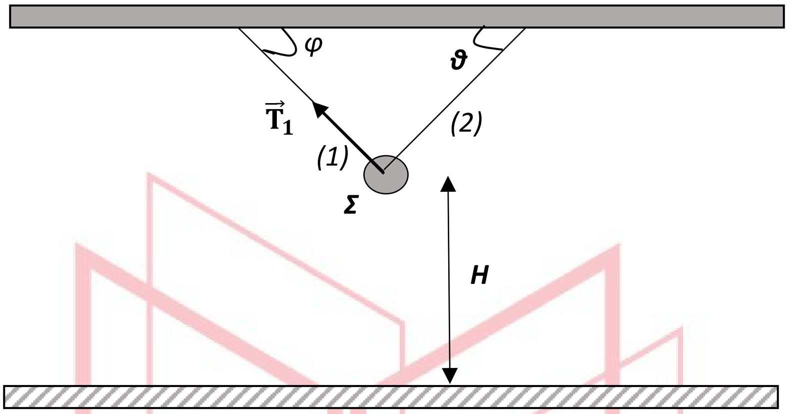


Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13711

Θέμα 4



Η σφαίρα Σ με μάζα m ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη Σ και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η Σ απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση $H = 5m$. Το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_1$) που ασκεί το νήμα (1) στη σφαίρα είναι 60 N.

4.1) Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_2$) που ασκεί το νήμα (2) στη Σ.

Μονάδες 6

4.2) Να υπολογίσετε τη μάζα της Σ.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$, τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα Σ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

4.3) Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική της ενέργεια είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια.

Μονάδες 7

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της Σ κατά την πτώση της σε συνάρτηση με την απόσταση της y από τη θέση όπου κόβονται τα νήματα, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 6

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, $ημφ = συνθ = 0{,}6$ και ότι $συνφ = ημθ = 0{,}8$. Επίσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η σφαίρα Σ έχει μικρές διαστάσεις έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ως υλικό σημείο.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

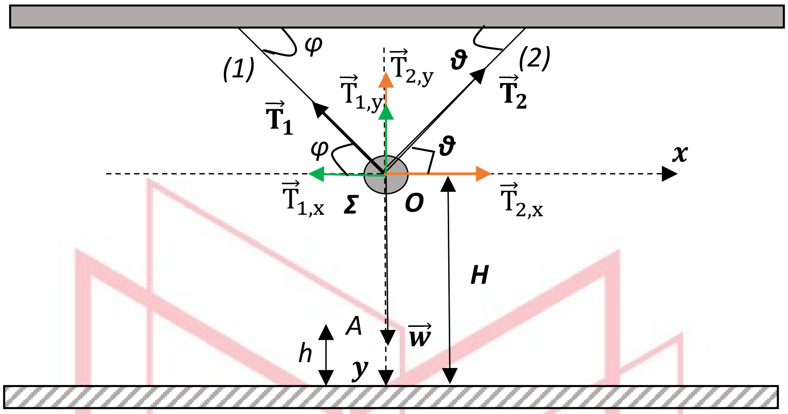
13711

αλιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13711-Λύση

Θέμα 4



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφαίρα κατά την ισορροπία της. Επίσης θεωρήθηκε ορθογώνιο σύστημα αξόνων xOy, όπου η αρχή O ταυτίζεται με τη θέση της σφαίρας Σ. Στη συνέχεια οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ έχουν αναλυθεί σε συνιστώσες στο επιλεγμένο σύστημα αξόνων. Οι γωνίες με το όνομα φ είναι μεταξύ τους ίσες ως εντός εναλλάξ και το ίδιο ισχύει για τις γωνίες με το όνομα ϑ. Στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{1,x} + \vec{T}_{2,x} = 0 \text{ ή } T_{2,x} - T_{1,x} = 0 \text{ ή}$$

$$T_2 \cdot συνθ = T_1 \cdot συνφ \text{ ή } T_2 = \frac{T_1 \cdot συνφ}{συνθ} \text{ ή } T_2 = \frac{60 \cdot 0{,}8}{0{,}6} N = 80N$$

Μονάδες 6

4.2) Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w} + \vec{T}_{1,y} + \vec{T}_{2,y} = 0 \text{ ή } w - T_{2,y} - T_{1,y} = 0 \text{ ή}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$m \cdot g = T_2 \cdot ημθ + T_1 \cdot ημφ \text{ ή } m = \frac{T_2 \cdot ημθ + T_1 \cdot ημφ}{g} \text{ ή } m = \frac{80 \cdot 0{,}8 + 60 \cdot 0{,}6}{10} kg$$

$$\text{ή } m = 10\ kg$$

Μονάδες 6

4.3) Έστω η θέση A που απέχει απόσταση *h* από το οριζόντιο δάπεδο, στην οποία η κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια, δηλαδή:

$$4 \cdot U_A = K_A$$

13711-Λύση

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Ο και Α:

$$E_O = E_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = K_A + U_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = 5 \cdot U_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = 5 \cdot m \cdot g \cdot h$$

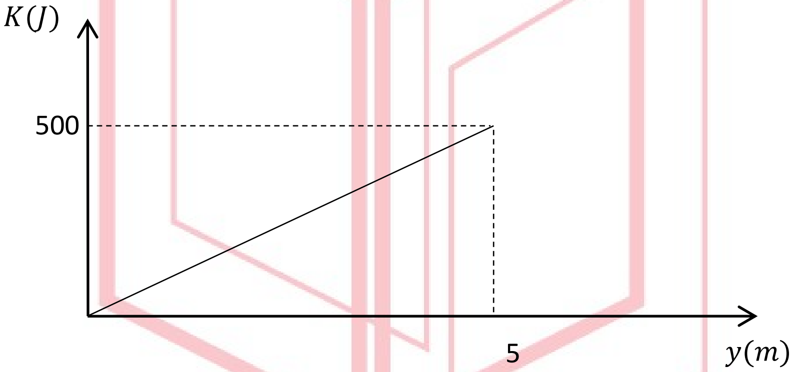
$$\text{ή } h = \frac{H}{5} = 1m$$

Μονάδες 7

4.4) Κατά την πτώση ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot (H - y) = 100y, \gamma\iota\alpha\ 0 \leq y \leq 5\, m$$

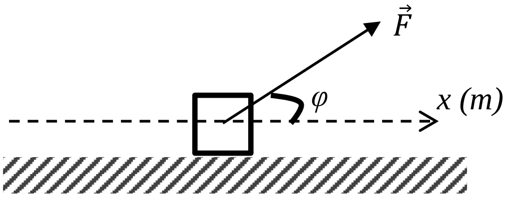
Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση *K* = *f* (*y*):



αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13712



Ένας κύβος μάζας $1\ kg$ ολισθαίνει πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα $x'x$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο $(x = 0)$ του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά έχει ταχύτητα μέτρου, $\upsilon_0 = 1\ m/s$.

Στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $10N$ και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$, που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α $(\vec{x}_A)$, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Να υπολογίσετε:

4.1) το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου κατά την κίνηση του από τη θέση Ο στη θέση Α

Μονάδες 6

4.2) τη χρονική στιγμή στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Μονάδες 7

4.3) το έργο της τριβής από τη χρονική $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται.

Μονάδες 7

4.4) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Μονάδες 5

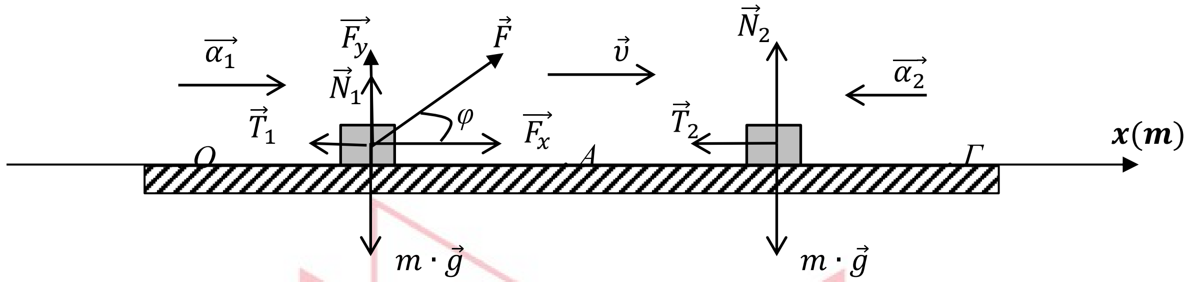
Δίνονται, $\eta\mu\varphi = 0{,}6$, $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13712-Λύση

Ενδεικτική λύση



4.1) Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο τόσο στο τμήμα της διαδρομής (ΟΑ) όπου ασκείται η $\vec{F}$ όσο και στη διαδρομή (ΑΓ) όπου η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί.

Διαδρομή (ΟΑ)

Η $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και τα μέτρα τους υπολογίζονται ως εξής:

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 10 \cdot 0{,}6\,N = 6\,N$$

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot 0{,}8\,N = 8N$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F_y} = 0 \text{ ή } \vec{N_1} + \vec{w} + \vec{F_y} = 0 \text{ ή } N_1 + F_y = w$$

$$\text{ή } N_1 = m \cdot g - F_y \text{ ή } N_1 = (10 - 6)N = 4N$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_1 = \mu \cdot N_1 \text{ ή } T_1 = 0{,}5 \cdot 4N = 2N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον $2^{ο}$ νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$\sum \vec{F_x} = m \cdot \vec{a}_1$, ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,

$$F_x - T_1 = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_x - T_1}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{8\,N - 2N}{1\,kg} \text{ ή } a_1 = 6\,m/s^2$$

Άρα ο κύβος στη διαδρομή (ΟΑ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 6 m/s^2 και κατεύθυνση ομόρροπη της ταχύτητας.

Μονάδες 2

4.2) Αρχικά εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΟΑ) υπολογίζουμε την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή t_1, όπου η $\vec{F}$ καταργείται:

$$\upsilon_1 = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \upsilon_1 = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } \upsilon_1 = \big((1 + 6 \cdot (2 - 0)\big)m/s$$

$$\upsilon_1 = 13m/s$$

Μονάδες 2

αλιμνίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13712-Λύση

Διαδρομή (ΑΓ)

Η $\vec{F}$ έχει καταργηθεί και στον οριζόντιο άξονα ασκείται μόνο η τριβή η οποία όμως έχει αλλάξει μέτρο, καθώς έχει αλλάξει το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής. Συγκεκριμένα στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_2 = w$$

$$\text{ή } N_2 = m \cdot g \text{ ή } N_2 = 10N$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της σε αυτήν τη διαδρομή:

$$T_2 = \mu \cdot N_2 \text{ ή } T_1 = 0{,}5 \cdot 10N = 5N$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον οριζόντιο άξονα:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_1, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας,}$$

$$-T_2 = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-T_2}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{-5N}{1\,kg} \text{ ή } a_2 = -5\,m/s^2$$

Άρα, ο κύβος στη διαδρομή (ΑΓ) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που έχει μέτρο 5 m/s^2 και κατεύθυνση αντίρροπη της ταχύτητας. Τελικά εφαρμόζοντας την εξίσωση της ταχύτητας στην διαδρομή (ΑΓ) υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης και τη χρονική στιγμή t_2 που ο κύβος ακινητοποιείται:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_2 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \upsilon_\Gamma = \upsilon_1 + \alpha_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = \frac{13m}{s} - 5 \cdot \Delta t_2$$

$$\Delta t_2 = 2{,}6\,s \text{ ή } \Delta t_2 = t_2 - t_1 \text{ ή } t_2 = 4{,}6\,s$$

Μονάδες 3

4.3) Το έργο της τριβής από τη χρονική $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται υπολογίζεται με τη βοήθεια του ορισμού του έργου σταθερής δύναμης:

$$W_T = |\vec{T}_1| \cdot |\Delta\vec{x}_{OA}| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o + |\vec{T}_2| \cdot |\Delta\vec{x}_{A\Gamma}| \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o = -T_1 \cdot \Delta x_1 - T_2 \cdot \Delta x_2 \;(1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (ΟΑ) υπολογίζουμε:

$$\Delta x_1 = \upsilon_o \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \left(1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2^2\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_1 = 14\,m.$$

Μονάδες 2

Αντίστοιχα, εφαρμόζοντας την εξίσωση της μετατόπισης στη διαδρομή (ΑΓ), υπολογίζουμε:

$$\Delta x_2 = \upsilon_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot \Delta t_2{}^2 \text{ ή } \Delta x_2 = \left(13 \cdot 2{,}6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2{,}6^{\,2}\right) m$$

$$\text{ή } \Delta x_2 = 16{,}9\,m.$$

Μονάδες 2

Τέλος, αντικαθιστώντας τις μετατοπίσεις στην (1), υπολογίζουμε:

$$W_T = -(2 \cdot 14 + 5 \cdot 16{,}9)J = -112{,}5J$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13712-Λύση

Μονάδα 1

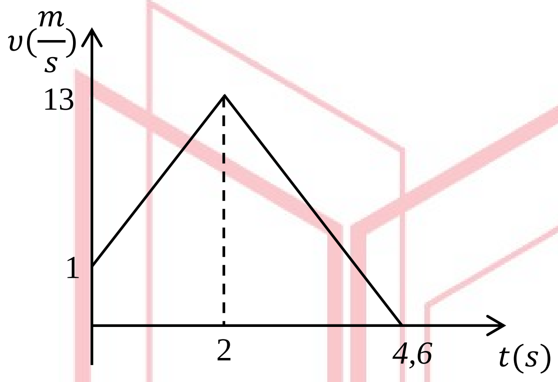
4.4) Η εξίσωση της ταχύτητας για τη διαδρομή (ΟΑ) είναι:

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_1 \cdot t \text{ ή } \upsilon = 1 + 6 \cdot t \ (S.I), \gamma\iota\alpha\ 0 \leq t \leq 2s$$

Και αντίστοιχα για τη διαδρομή (ΑΓ):

$$\upsilon = \upsilon_o + \alpha_2 \cdot (t-2) \text{ ή } \upsilon = 13 - 5 \cdot (t-2) (S.I), \gamma\iota\alpha\ 2s \leq t \leq 4{,}6s$$

Και στη συνέχεια απεικονίζεται το ζητούμενο διάγραμμα για $0 \leq t \leq 4{,}6\ s$:



Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

13714

Κιβώτιο μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$ αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

4.1 Να εξηγήσετε γιατί το κιβώτιο δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό και να τις αναλύσετε σε δυο κάθετους μεταξύ τους άξονες από τους οποίους ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 8

4.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους του κιβωτίου, όταν αυτό θα έχει διανύσει $4\ \mathrm{m}$ κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από το σημείο που ξεκίνησε. Πόση είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου; Να συγκρίνετε το έργο του βάρους με την αντίστοιχη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και να διατυπώσετε το συμπέρασμά σας.

Μονάδες 5

4.4 Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, όταν αυτό έχει διανύσει το παραπάνω διάστημα των $4\ \mathrm{m}$ κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

Μονάδες 4

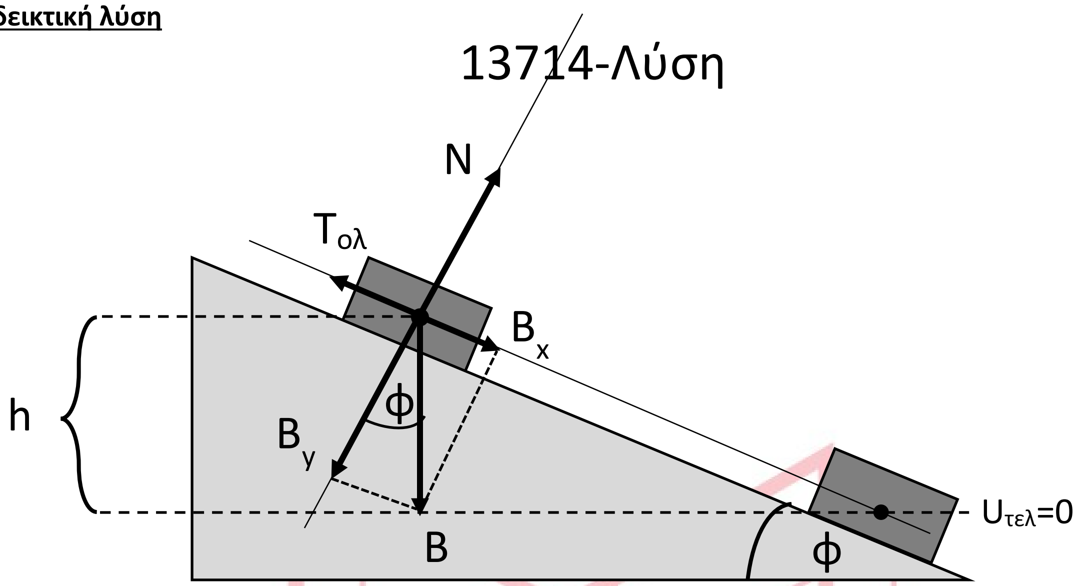
Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2},\ g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

4.1

13714-Λύση



Σχεδιασμός δυνάμεων ανάλυση σε άξονες: (***Μονάδες 4***)

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση με την οποία το κιβώτιο θα κατέβαινε κινούμενο κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου **αν δεν υπήρχε** δύναμη τριβής ολίσθησης.

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 = m \cdot a_1 \Rightarrow \boldsymbol{a_1} = \mathbf{5\ \frac{m}{s^2}}$$

Σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος, το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση $\boldsymbol{a} = \mathbf{2\ \frac{m}{s^2}} < \boldsymbol{a_1}$**, άρα** δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης.

(***Μονάδες 4***)

4.2

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 - T_{ολ} = m \cdot \alpha \Rightarrow T_{ολ} = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 - m \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow T_{ολ} = 1\,\mathrm{kg} \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - 1\,kg \cdot\ 2 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \boldsymbol{T_{ολ}} = \mathbf{3\ N}$$

(***Μονάδες 4***)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^0 = 0 \Rightarrow N = 1\,\mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{N} = \mathbf{5\sqrt{3}\ N\ (1)}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow} \mu = \frac{T}{N} \Rightarrow \boldsymbol{\mu} = \frac{\sqrt{\mathbf{3}}}{\mathbf{5}}$$ ***(Μονάδες 2)***

4.3

Για το έργο του Βάρους: $W_B = W_{Bx} = m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot x \Rightarrow W_B = 1\,\mathrm{kg} \cdot 10 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\,\mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{W_B} = \mathbf{20\ J}$

(Μονάδες 2)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Για τη μεταβολή της Δυναμικής Ενέργειας:

$\varDelta U = U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} = 0 - m \cdot g \cdot h = -m \cdot g \cdot x \cdot \ \eta\mu 30^0 \Rightarrow \boldsymbol{\varDelta U} = -\mathbf{20\ J}$ ***(Μονάδες 2)***

Από τα παραπάνω αποτελέσματα προκύπτει : $\boldsymbol{W_B} = -\ \boldsymbol{\varDelta U}$ αναμενόμενο, καθώς για το έργο κάθε **συντηρητικής δύναμης**, όπως το βάρος ισχύει: $\boldsymbol{W_{\sigma\upsilon\nu\tau}} = U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = -\ \boldsymbol{\varDelta U}$ ***(Μονάδα 1)***

4.4

Από την εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετατόπιση των $4m$ κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου προκύπτει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_{T o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - 0 = W_B - T_{o\lambda} \cdot x \Rightarrow \frac{1}{2} 1\ \mathrm{Kg} \cdot \upsilon^2 = 20\ \mathrm{J} - 3\ \mathrm{N} \cdot 4\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon} = \mathbf{4}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

(Μονάδες 4)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13770

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ο αστροναύτης Dave Scott στη αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο… όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι αφήνετε να πέσει ελεύθερα και εσείς ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό που άφησε ο Scott στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα στη Γη θεωρείται αμελητέα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη $\vec{g}_Γ$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη $\vec{g}_Σ$ συνδέονται με τη σχέση $\vec{g}_Γ = 6 \cdot \vec{g}_Σ$.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν εσείς αφήνατε το σφυρί να πέσει στη Γη από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους, τότε το ύψος h_2 από την επιφάνεια της Σελήνης από το οποίο θα έπρεπε να αφήσει ο αστροναύτης το σφυρί έτσι ώστε οι χρόνοι πτώσης στη Γη και στην Σελήνη να είναι ίδιοι, θα ήταν :

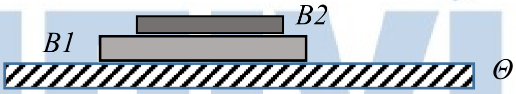
α) $h_1 = \sqrt{6} \cdot h_2$, **β)** $h_1 = 6 \cdot h_2$, **γ)** $h_1 = h_2$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Στο παραπάνω σχήμα (Ι) απεικονίζονται δύο βιβλία Β1 και Β2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2 \cdot m_2$. Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ.

2.2.Α Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (Β1) στο βιβλίο (Β2) έχει μέτρο F, τότε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (Β1) είναι:

α) F , **β)** $2 \cdot F$, **γ)** $3 \cdot F$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλφα μνήμης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13770-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (β).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

2.1.Β Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος *h*, ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \ (1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζοντας κατάλληλα την εξίσωση (1) για το σφυρί, για την περίπτωση που αυτό πέφτει ελεύθερα στη Γη από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους και για την περίπτωση του αστροναύτη που άφησε το σφυρί από ύψος h_2 από την επιφάνεια της Σελήνης, απαιτώντας οι χρόνοι πτώσης να είναι ίδιοι υπολογίζουμε:

$$t_1 = t_2 \text{ ή } \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g_\Gamma}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g_\Sigma}} \text{ ή } \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{6 \cdot g_\Sigma}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g_\Sigma}} \text{ ή } \frac{h_1}{6 \cdot g_\Sigma} = \frac{h_2}{g_\Sigma} \text{ ή } h_1 = 6 \cdot h_2,$$

όπου t_1 και t_2 οι χρόνοι πτώσης στη Γη και στη Σελήνη αντίστοιχα.

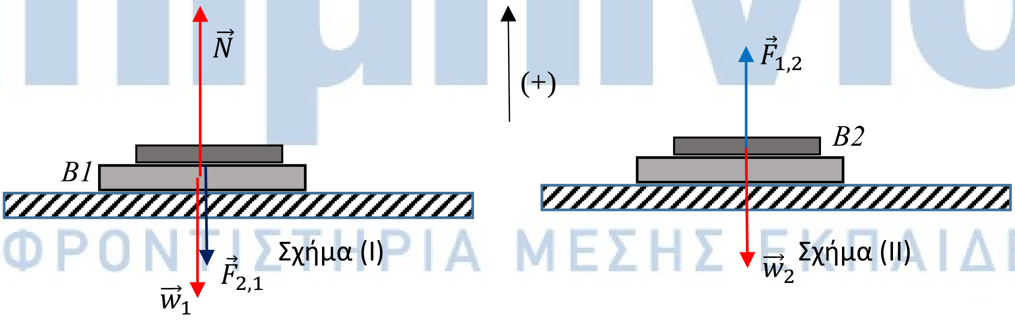
Μονάδες 6

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (γ).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

2.2.Β



αλιμπινίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Στο 1° βιβλίο (Β1) ασκούνται το βάρος από τη Γη $\vec{w}_1$, η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ από το θρανίο και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{F}_{2,1}$ από το 2° βιβλίο (Β2).

Μονάδα 1

Στο 2° βιβλίο (Β2) ασκούνται το βάρος από τη Γη $\vec{w}_2$ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{F}_{1,2}$ από το 1° βιβλίο (Β1).

Μονάδα 1

13770-Λύση

Οι δυνάμεις $\vec{F}_{2,1}$ και $\vec{F}_{1,2}$ ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και ικανοποιούν τον 3$^{\text{ο}}$ νόμο του Newton, καθώς:

$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ και για τα μέτρα τους ισχύει:

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F \ (1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε τον 1$^{\text{ο}}$ νόμο του Newton για κάθε βιβλίο:

1$^{\text{ο}}$ Βιβλίο (Β1): $\sum \vec{F} = 0$ ή $\vec{w}_1 + \vec{N} + \vec{F}_{2,1} = 0$ ή $N = w_1 + F \ (2)$

Μονάδες 2

2$^{\text{ο}}$ Βιβλίο (Β2): $\sum \vec{F} = 0$ ή $\vec{w}_2 + \vec{F}_{1,2} = 0$ ή $F - w_2 = 0$ ή $F = w_2 (3)$

Μονάδες 2

Όμως $m_1 = 2 \cdot m_2$ ή $m_1 \cdot g = 2 \cdot m_2 \cdot g$ ή $w_1 = 2 \cdot w_2 \ (4)$

Άρα η εξίσωση (2) τροποποιείται με κατάλληλη χρήση των εξισώσεων (3) και (4) σε:

$$N = w_1 + F \text{ ή } N = 2 \cdot w_2 + F \text{ ή } N = 2 \cdot F + F \text{ ή } N = 3 \cdot F$$

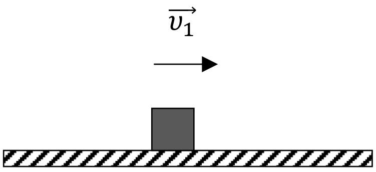
Μονάδα 1

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

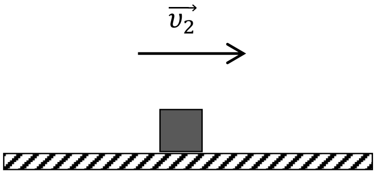
13773

ΘΕΜΑ 2

2.1



1η Δοκιμή



2η Δοκιμή

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην πρώτη ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_1 και στη δεύτερη με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_2.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα και για τις ταχύτητες που κινείται ο κύβος ισχύει η σχέση $\vec{\upsilon}_1 < \vec{\upsilon}_2$ τότε :

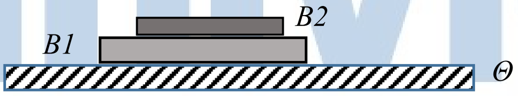
α) $T_1 = T_2$, **β)** $T_1 > T_2$, **γ)** $T_1 < T_2$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Στο παραπάνω σχήμα (Ι) απεικονίζονται δύο βιβλία Β1 και Β2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ.

2.2.Α Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (Β1) στο βιβλίο (Β2) έχει μέτρο F, και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (Β1) είναι $3 \cdot F$ για το λόγο των μαζών m_1 και m_2 , ισχύει:

α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$, **β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$, **γ)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13773

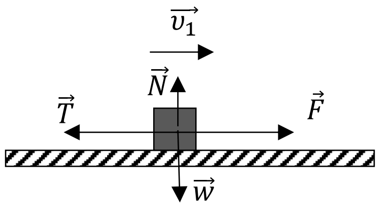
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13773-Λύση

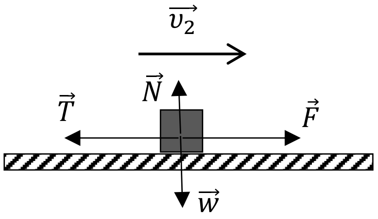
2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (α).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>



$1^η$ Δοκιμή



$2^η$ Δοκιμή

Εφόσον για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιείται ο ίδιος ομογενής κύβος και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από την ταχύτητα κίνησης της μίας πάνω στην άλλη.

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F_y} = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

Και από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \ (1)$$

Μονάδες 4

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης παραμένει σταθερό καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ δεν αλλάζουν.

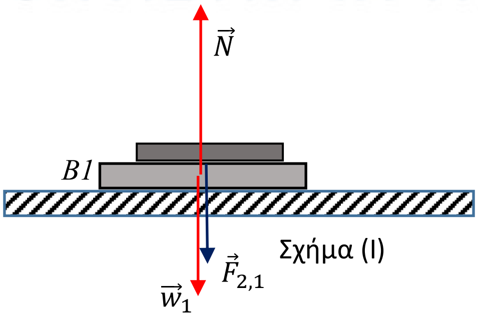
Μονάδες 2

2.2

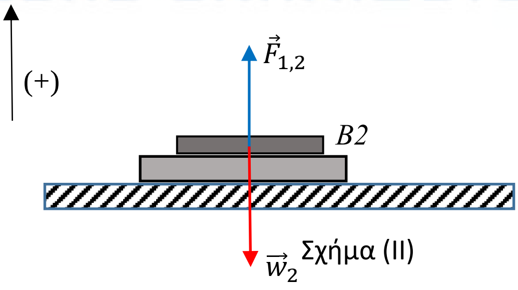
2.2.Α Σωστή η απάντηση (β).

2.2.Β <u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



Σχήμα (I)



Σχήμα (ΙΙ)

13773-Λύση

Στο $1^{ο}$ βιβλίο (Β1) ασκούνται το βάρος από τη Γη $\vec{w}_1$, η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ από το θρανίο και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{F}_{2,1}$ από το $2^{ο}$ βιβλίο (Β2).

Μονάδα 1

Στο $2^{ο}$ βιβλίο (Β2) ασκούνται το βάρος από τη Γη $\vec{w}_2$ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{F}_{1,2}$ από το $1^{ο}$ βιβλίο (Β1).

Μονάδα 1

Οι δυνάμεις $\vec{F}_{2,1}$ και $\vec{F}_{1,2}$ ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και ικανοποιούν τον $3^{ο}$ νόμο του Newton, καθώς:

$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ και για τα μέτρα τους ισχύει:

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F \ (1)$$

και $N = 3 \cdot F$ (2)

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε τον $1^{ο}$ νόμο του Newton για κάθε βιβλίο:

$1^{ο}$ Βιβλίο (Β1): $\sum \vec{F} = 0$ ή $\vec{w}_1 + \vec{N} + \vec{F}_{2,1} = 0$ ή $N = w_1 + F$ ή $3 \cdot F = w_1 + F$

ή $w_1 = 2 \cdot F$ (3)

Μονάδες 2

$2^{ο}$ Βιβλίο (Β2): $\sum \vec{F} = 0$ ή $\vec{w}_2 + \vec{F}_{1,2} = 0$ ή $F - w_2 = 0$ ή $F = w_2 (4)$

Από (3) και (4) $w_1 = 2 \cdot w_2 \ (5)$

Μονάδες 2

Οπότε,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$$

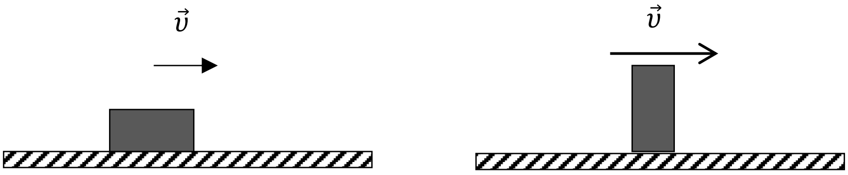
Μονάδα 1

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13774

ΘΕΜΑ 2

2.1



1η Δοκιμή *2η Δοκιμή*

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1η δοκιμή επιλέγεται από τους μαθητές, η μεγαλύτερη επιφάνεια εμβαδού A_1 του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής με τον εργαστηριακό πάγκο ενώ στην 2η επιλέγεται η μικρότερη επιφάνεια εμβαδού $A_2 = \frac{A_1}{3}$ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα τότε :

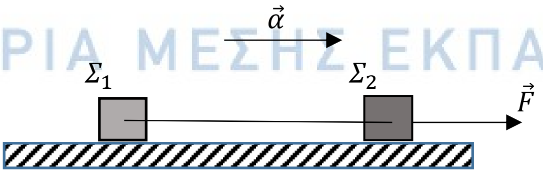
α) $T_1 = 3 \cdot T_2$, **β)** $T_1 = T_2$, **γ)** $T_1 = \frac{1}{3} \cdot T_2$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο . Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο Σ_2 ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13774

2.2.Α Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης $\vec{F}$ και της τάσης που ασκεί το νήμα στο Σ₁, $\vec{T}_1$ είναι:

α) $F = 2 \cdot T_1$, **β)** $F = 1{,}5 \cdot T_1$, **γ)** $F = T_1$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

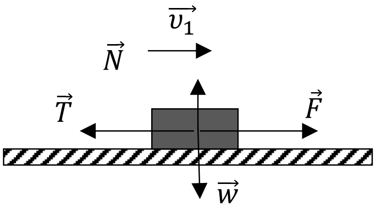
13774-Λύση

2.1

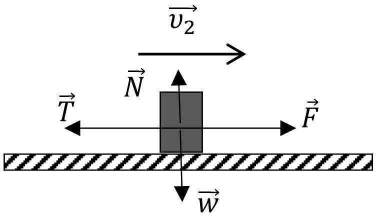
2.1.Α Σωστή η απάντηση (β).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>

2.1.Β



1η Δοκιμή



2η Δοκιμή

Εφόσον σε όλες τις δοκιμές της άσκησης χρησιμοποιείται ο ίδιος κύβος, που είναι ομογενής, δηλ. όλες οι επιφάνειές του είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από τα εμβαδά των επιφανειών που έρχονται σε μακροσκοπική επαφή.

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο 1ος νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό του σώματος.

Και από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \; (1)$$

Μονάδες 4

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ και η κάθετη δύναμη επαφής $\vec{N}$ δεν αλλάζουν.

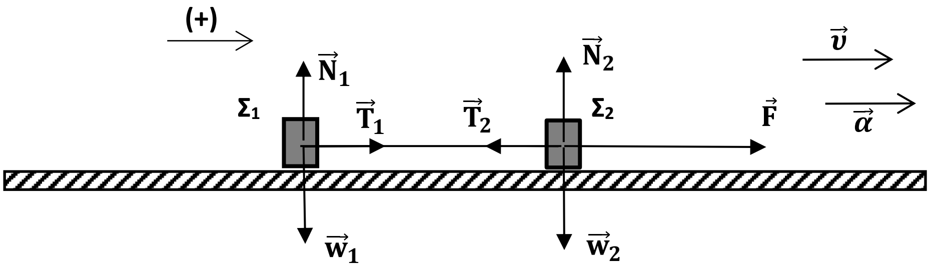
Μονάδες 2

2.2

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2.Α Σωστή η απάντηση (α).

<u>Ενδεικτική αιτιολόγηση</u>



13774-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα. Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες θέτουμε:

$$m_1 = m_2 = m$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος ισχύει:

$$T_1 = T_2 = T$$

Μονάδα 1

Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα:

$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$F + T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$, ή $F = 2 \cdot m \cdot a$ ή $\alpha = \frac{F}{2 \cdot m}$

Μονάδες 4

Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το $Σ_1$,

$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$T_1 = m_1 \cdot a$ ή $T_1 = m \cdot \frac{F}{2 \cdot m}$ ή $F = 2 \cdot T_1$

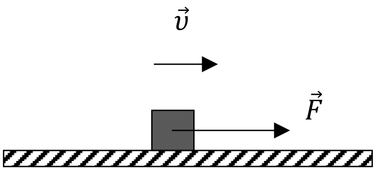
Μονάδες 4

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

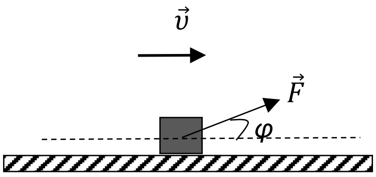
13776

ΘΕΜΑ 2

2.1



1η Δοκιμή



2η Δοκιμή

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη σταθερή δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1η δοκιμή η δύναμη $\vec{F}$ είναι οριζόντια, ενώ στην 2η δοκιμή έχει διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια, για την οποία ισχύει, $\eta\mu\varphi = 0{,}8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ είναι οι δυνάμεις της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα τότε για τον λόγο των μέτρων τους ισχύει:

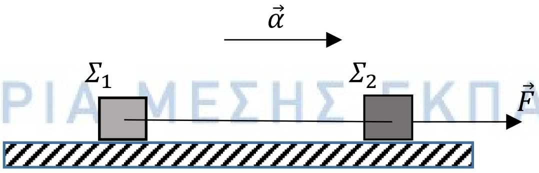
α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1}$, **β)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$, **γ)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{3}$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1 = 3 \cdot m_2$. Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο Σ₂ ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13776

2.2.Α Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης $\vec{F}$ και της τάσης που ασκεί το νήμα στο Σ$_1$, $\vec{T}_1$ είναι:

α) $F = 3 \cdot T_1$, **β)** $F = 2 \cdot T_1$, **γ)** $F = \frac{4}{3} \cdot T_1$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

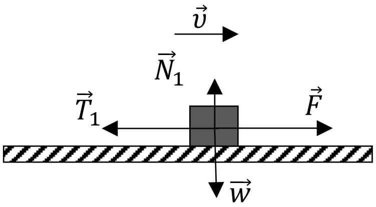
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13776-Λύση

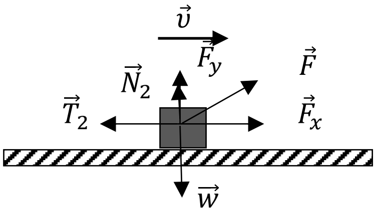
2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).

2.1.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση



$1^η$ Δοκιμή



$2^η$ Δοκιμή

Στο παραπάνω σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο στις δύο πειραματικές δοκιμές των μαθητών. Στην $2^η$ δοκιμή η δύναμη $\vec{F}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα αντίστοιχα, οι οποίες έχουν μέτρα:

$$F_x = F\cdot συνφ = 0{,}6\cdot F, \text{ και}$$

$$F_y = F\cdot ημφ = 0{,}8\cdot F,$$

Μονάδες 2

Στον οριζόντιο άξονα, ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$1^η$ Δοκιμή

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T}_1 = 0 \text{ ή } F = T_1 \ (1)$$

Μονάδες 2

$2^η$ Δοκιμή

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_x + \vec{T}_2 = 0 \text{ ή } F_x = T_2 = 0{,}6\cdot F \ (2)$$

Μονάδες 2

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{F}{0{,}6\cdot F} = \frac{5}{3}$$

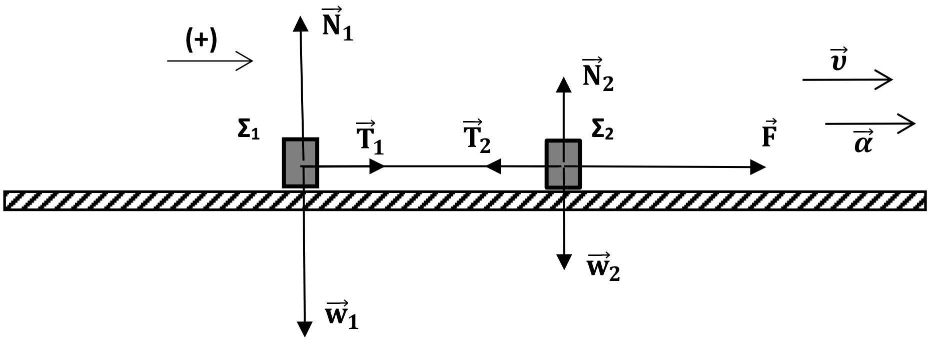
Μονάδες 2

αλμπινίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (γ).

2.2.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση



13776-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος ισχύει:

$$T_1 = T_2 = T$$

Μονάδα 1

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα:

$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$F + T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a$, ή $F = 4 \cdot m_2 \cdot a$ ή $α = \frac{F}{4 \cdot m_2}$

Μονάδες 4

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το $Σ_1$,

$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}$, ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$T_1 = m_1 \cdot a$ ή $T_1 = 3 \cdot m_2 \cdot \frac{F}{4 \cdot m_2}$ ή $F = \frac{4}{3} \cdot T_1$

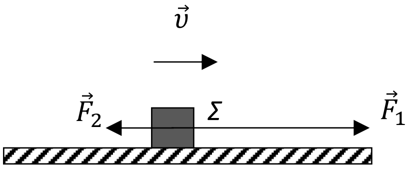
Μονάδες 4

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13777

ΘΕΜΑ 2

2.1



Το σώμα Σ με βάρος $\vec{w}$ κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το Σ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα μέτρου υ. Γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ισχύει $F_1 = 3 \cdot F_2$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν ή δύναμη $\vec{F}_1$ είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος $\vec{w}$ του σώματος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:

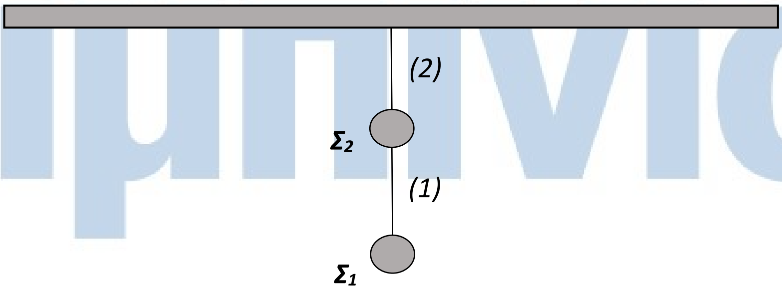
α) $\mu = \frac{1}{3}$, **β)** $\mu = \frac{2}{3}$, **γ)** $\mu = \frac{1}{2}$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες που ισορροπούν με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ_2 και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή.

2.2.Α Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα (1) στο Σ_1, και της τάσης $\vec{T}_2$ που ασκεί το νήμα (2) στο Σ_2 είναι:

α) $T_2 = 2 \cdot T_1$, **β)** $T_2 = T_1$, **γ)** $T_1 = 2 \cdot T_2$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

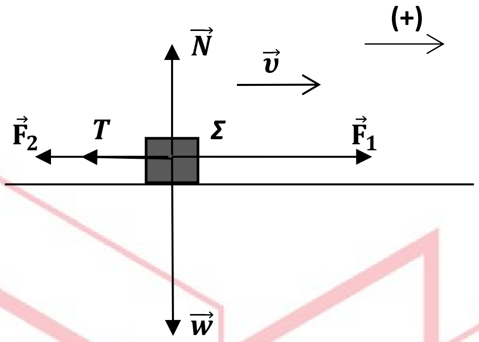
Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13777-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 1^{ο} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης, της οποίας η κατεύθυνση έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } F_1 - F_2 - T = 0 \text{ ή } -F_2 + 3 \cdot F_2 - T = 0 \text{ ή } T = 2 \cdot F_2 \text{ (1)}$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g \text{ (2)}$$

Μονάδες 4

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{2 \cdot F_2}{w} \text{ (3),}$$

Όμως, $F_1 = w$ και $F_1 = 3 \cdot F_2$ οπότε, $w = 3 \cdot F_2$ ή $F_2 = \frac{w}{3}$ (4)

Τέλος, η (3), λόγω της (4), γίνεται:

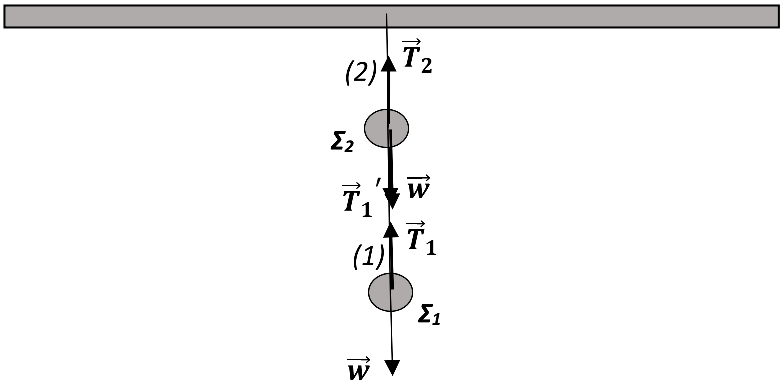
$$\mu = \frac{2 \cdot \frac{w}{3}}{w} = \frac{2}{3}$$

Μονάδες 4

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (α).

2.2.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13777-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Μονάδες 3

Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες, ισχύει:

$$w_1 = w_2 = w \ (1)$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος για το νήμα (1) ισχύει:

$$T_1 = T_1{}'(2)$$

Εφαρμόζουμε τον 1^{ο} νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το Σ$_1$:

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w - T_1 = 0 \text{ ή } T_1 = w \ (3)$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε τον 1^{ο} νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το Σ$_2$:

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w + T_1{}' - T_2 = 0 \text{ , ή } w + T_1 = T_2 \text{ ή } T_2 = 2 \cdot w \ (4)$$

Άρα από τις (3) και (4) προκύπτει: $T_2 = 2 \cdot T_1$

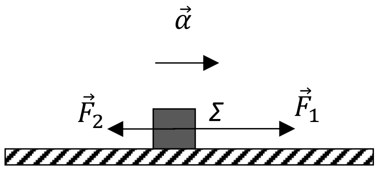
Μονάδες 3

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13778

ΘΕΜΑ 2

2.1



Το σώμα Σ με βάρος $\vec{w}$ κινείται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το Σ κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση μέτρου $\vec{\alpha} = \frac{\vec{g}}{5}$, όπου $\vec{g}$ η επιτάχυνση της βαρύτητας. Επίσης γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ισχύει $F_1 = 2 \cdot F_2$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η δύναμη $\vec{F}_1$ είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος $\vec{w}$ του σώματος, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:

α) $\mu = 0{,}1$, **β)** $\mu = 0{,}2$, **γ)** $\mu = 0{,}3$

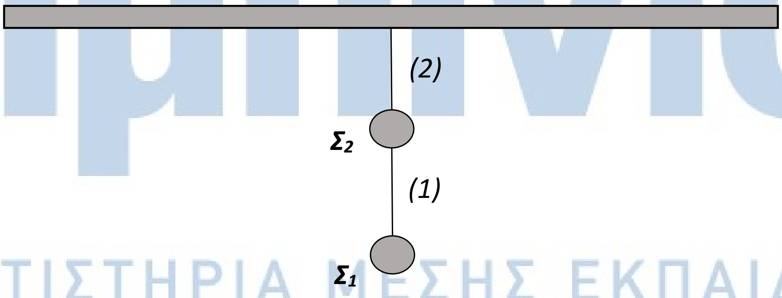
Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2 \cdot m_2$. Τα σώματα ισορροπούν ακίνητα με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ₂ και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή.

13778

2.2.Α Ο λόγος των μέτρων της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα (1) στο $Σ_1$, και της τάσης $\vec{T}_2$ που ασκεί το νήμα (2) στο $Σ_2$ είναι:

α) $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2}$, **β)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$, **γ)** $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

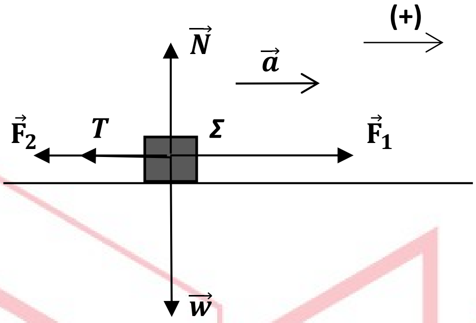
Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13778-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης, της οποίας η κατεύθυνση έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ ή } F_1 - F_2 - T = m \cdot a \text{ ή } -F_2 + 2 \cdot F_2 - T = m \cdot \frac{g}{5}$$

$$\text{ή } T = F_2 - \frac{w}{5} \, (1)$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g \; (2)$$

Μονάδες 4

Όμως, $F_1 = w$ και $F_1 = 2 \cdot F_2$ οπότε, $w = 2 \cdot F_2$ ή $F_2 = \frac{w}{2}$ (3)

Οπότε, η (1), λόγω των (2) και (3), γίνεται:

$$T = \frac{w}{2} - \frac{w}{5} \text{ ή } T = \frac{3 \cdot w}{10} \, (4)$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

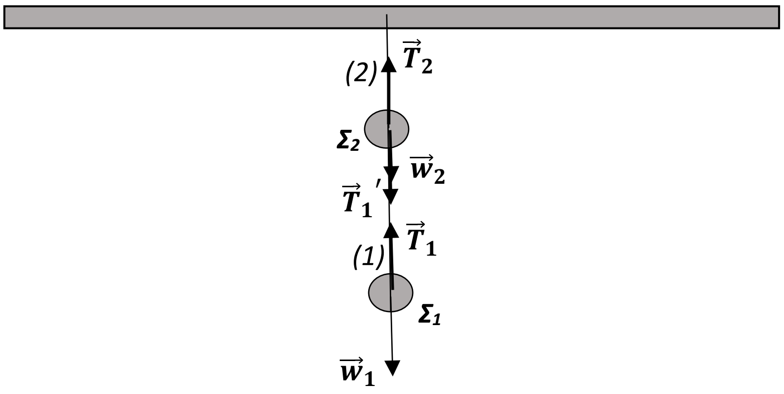
$$T = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{\frac{3 \cdot w}{10}}{w} = 0{,}3$$

Μονάδες 4

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (γ).

2.2.Β Ενδεικτική αιτιολόγηση



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13778-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Μονάδες 3

Επειδή τα σώματα έχουν μάζες με $m_1 = 2 \cdot m_2$, ισχύει:

$$w_1 = 2 \cdot w_2 \text{ (1)}$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος για το νήμα (1) ισχύει:

$$T_1 = T_1{}' \text{(2)}$$

Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το Σ_1:

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w_1 - T_1 = 0 \text{ ή } T_1 = w_1 \text{ (3)}$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το Σ_2,

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w_2 + T_1{}' - T_2 = 0 \text{, ή } w_2 + T_1 = T_2 \text{ ή } T_2 = w_1 + w_2 \text{ ή } T_2 = 3 \cdot \frac{w_1}{2} \text{ (4)}$$

Άρα από τις (1), (3) και (4) προκύπτει: $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$

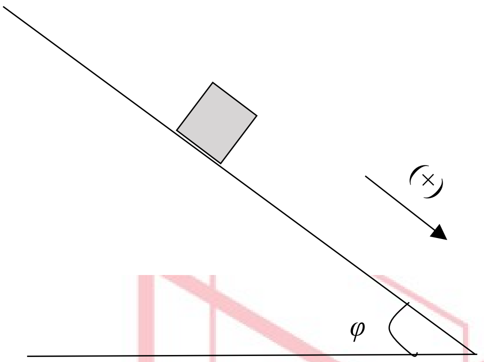
Μονάδες 3

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13780

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, για την τιμή της στατικής τριβής $\vec{T}_{\sigma\tau}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:

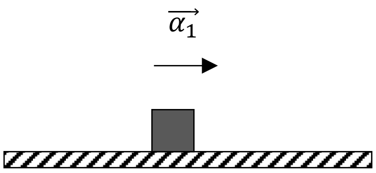
α) $T_{\sigma\tau} = -\,m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$, **β)** $T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$, **γ)** $T_{\sigma\tau} = -\,m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$

Μονάδες 4

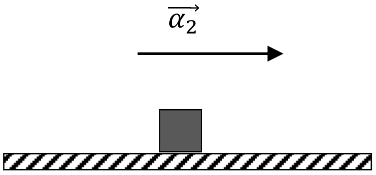
2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



1^{η} Δοκιμή



2^{η} Δοκιμή

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση. Οι μαθητές διαθέτουν όργανο μέτρησης επιτάχυνσης (επιταχυνσιόμετρο) και θέλουν να υπολογίσουν κινητική ενέργεια μία δεδομένη χρονική στιγμή. Για τις ανάγκες τις άσκησης χρησιμοποιούν τον ίδιο κύβο, που στην αρχή κάθε δοκιμής ηρεμεί στον οριζόντιο πάγκο εργασίας. Χρησιμοποιώντας το επιταχυνσιόμετρο, διαπίστωσαν ότι ο κύβος στην 1^{η} δοκιμή κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$, ενώ στην 2^{η} κινείται επίσης με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2 = 2 \cdot \vec{\alpha}_1$.

13780

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κύβου στην 1^η και 2^η δοκιμή αντίστοιχα, για την ίδια ακριβώς χρονική διάρκεια κίνησης, τότε :

α) $K_2 = K_1$, **β)** $K_2 = 4 \cdot K_1$, **γ)** $K_2 = 2 \cdot K_1$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

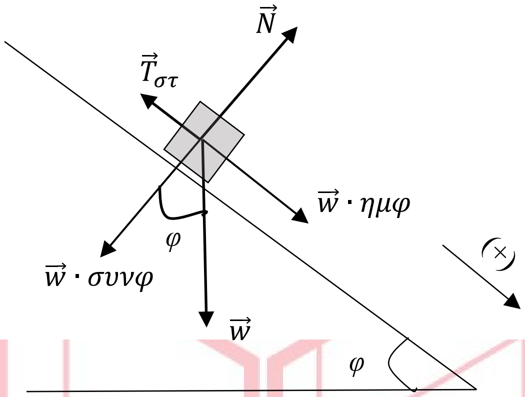
Μονάδες 9

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13780-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 3

Η συνιστώσα του βάρους στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο:

$$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

Μονάδες 2

Αφού το σώμα ισορροπεί, στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{\sigma\tau} + \vec{w}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{\sigma\tau} = -\vec{w}_x$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος:

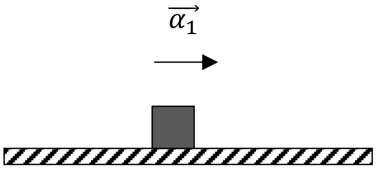
$$T_{\sigma\tau} = -(+w_x) = -m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

Μονάδες 3

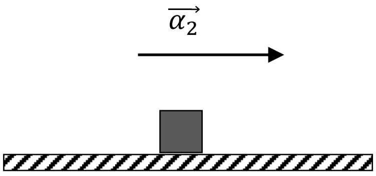
2.2

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.2.Α Σωστή η απάντηση (β).



$1^η$ Δοκιμή



$2^η$ Δοκιμή

13780-Λύση

2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Ο κύβος και στις δύο δοκιμές εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Από την εξίσωση της ταχύτητας έχουμε:

$$\upsilon = \alpha \cdot \Delta t \ (1)$$

Μονάδες 3

Η χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι το σημείο που απαιτείται να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια είναι ίδια και στις δύο δοκιμές, οπότε:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$$

Με τη βοήθεια της (1) το μέτρο της ταχύτητας του κύβου υ_1 μετά από χρόνο Δt στην 1^{η} δοκιμή και το μέτρο της ταχύτητας του κύβου υ_2 μετά από χρόνο επίσης Δt στην 2^{η} δοκιμή, θα συνδέονται με τη σχέση:

$$\upsilon_2 = \alpha_2 \cdot \Delta t = 2 \cdot \alpha_1 \cdot \Delta t = 2 \cdot \upsilon_1$$

Μονάδες 4

Άρα για τη σχέση των κινητικών ενεργειών θα ισχύει:

$$K_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot \upsilon_1)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = 4 \cdot K_1$$

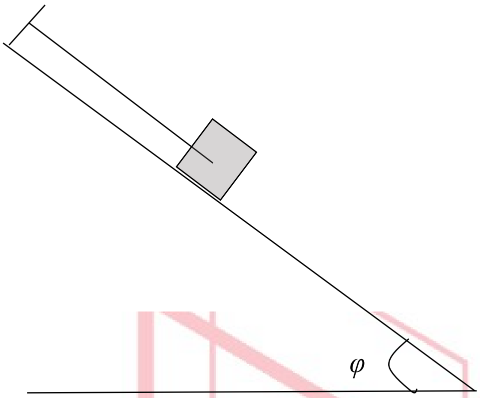
Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13782

ΘΕΜΑ 2

2.1



Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος το ένα άκρο του οποίου δένεται στο κιβώτιο ενώ το άλλο του άκρο είναι προσδεμένο σε ακλόνητο σημείο. Δίνεται $ημφ = 0{,}6$ και $συνφ = 0{,}8$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η τάση του νήματος $\vec{T}$ που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο που συνδέεται με το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ με τη σχέση $w = 2 \cdot T$, για την στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:

α) Έχει μέτρο $T_{στ} = 0{,}2 \cdot m \cdot g$ και είναι ομόρροπη της $\vec{T}$,

β) Έχει μέτρο $T_{στ} = 0{,}1 \cdot m \cdot g$ και είναι αντίρροπη της $\vec{T}$,

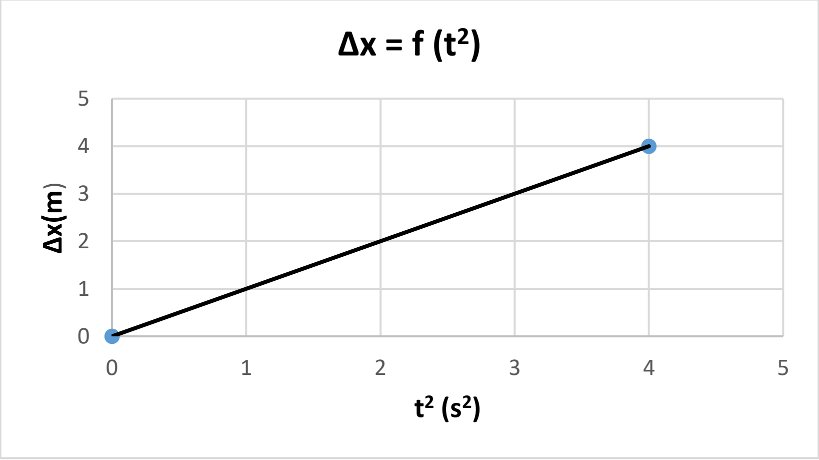
γ) Έχει μέτρο $T_{στ} = 0{,}1 \cdot m \cdot g$ και είναι ομόρροπη της $\vec{T}$.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



13782

Έστω σώμα μικρών διαστάσεων που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση του παραπάνω σχήματος αναπαριστά τη μεταβολή της τιμής της μετατόπισής του σε συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου στον οποίο συμβαίνει.

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι:

α) $+2\ m/s^2$, **β)** $+1\ m/s^2$, **γ)** $+\ 4\ m/s^2$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

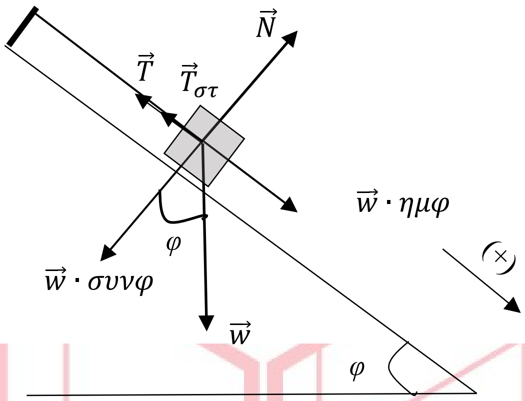
Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13782-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που ισορροπεί στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 3

Η συνιστώσα του βάρους στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο:

$$w_x = m\cdot g\cdot ημφ = 0{,}6\cdot m\cdot g$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{στ} + \vec{w}_x + \vec{T} = 0 \text{ ή } \vec{T}_{στ} = -\vec{T} - \vec{w}_x$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος και ότι $T = \frac{w}{2}$ προκύπτει:

$$T_{στ} = -(\frac{-w}{2}) - (+w_x) = -(-0{,}5\cdot m\cdot g) - (+0{,}6\ \cdot m\cdot g) = -0{,}1\cdot m\cdot g$$

Άρα, η στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο έχει μέτρο $T_{στ} =\ 0{,}1\cdot m\cdot g$ και είναι ομόρροπη της $\vec{T}$.

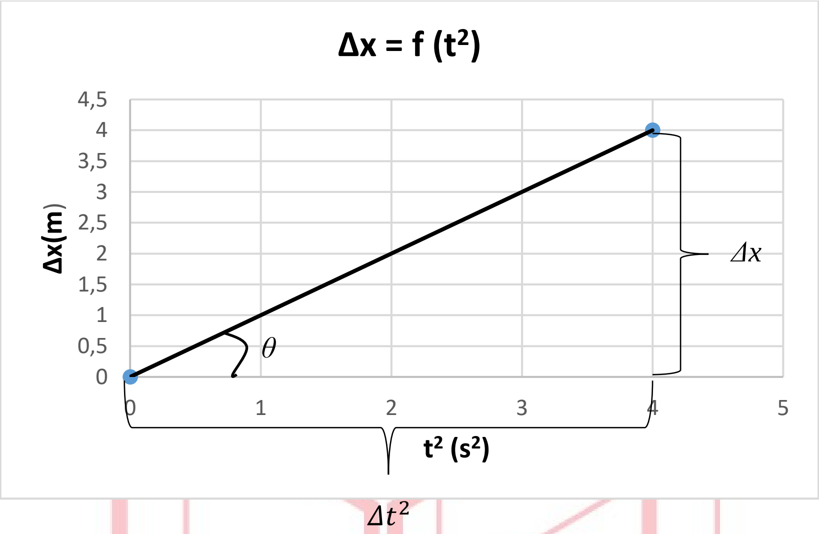
Μονάδες 3

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (α).

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13782-Λύση



2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα η εξίσωση της μετατόπισης είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ (1)}$$

Μονάδες 2

Η κλίση ***Κ*** της καμπύλης στη γραφική παράσταση $\Delta x = f(t^2)$:

$$K = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{4}{4} m/s^2 = 1\, m/s^2 \text{ (2)}$$

Μονάδες 4

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$K = \frac{1}{2} \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = 2 \cdot K \text{ ή } \alpha = 2\, m/s^2$$

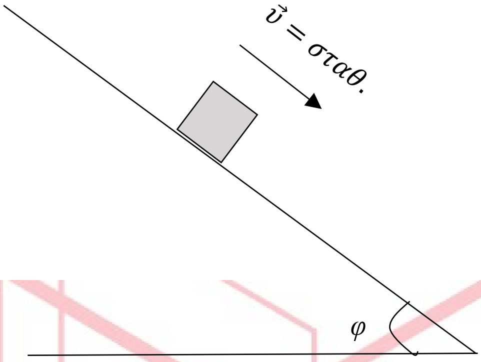
Μονάδες 3

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13784

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Ένα κιβώτιο με μάζα m ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει:

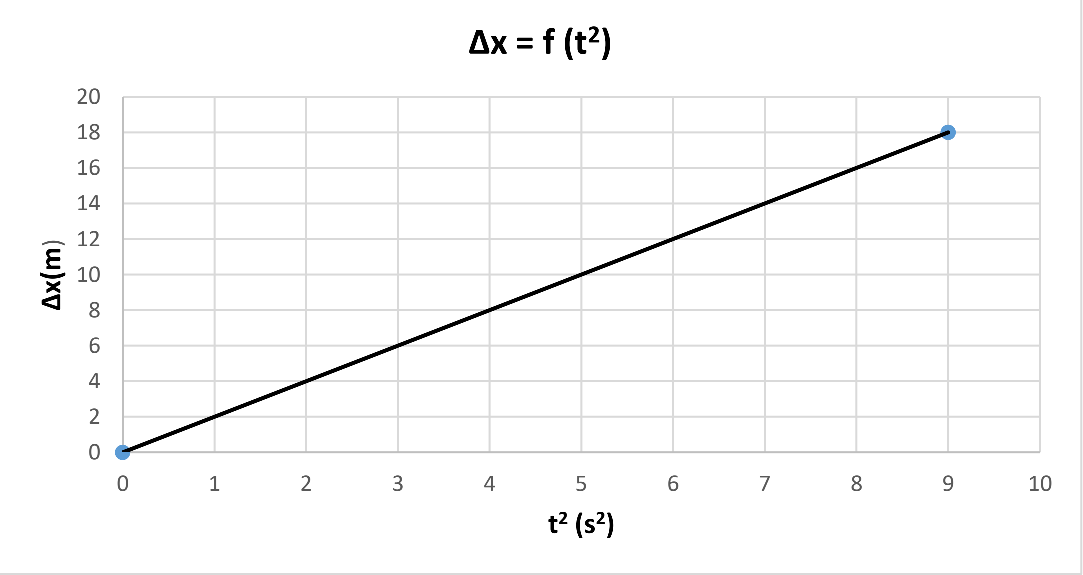
α) $\mu = \varepsilon\varphi\varphi$, **β)** $\mu = \frac{1}{\varepsilon\varphi\varphi}$, **γ)** ότι δεν εξαρτάται από τη γωνία φ.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



13784

Έστω σώμα μικρών διαστάσεων που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση του παραπάνω σχήματος αναπαριστά τη μεταβολή της τιμής της μετατόπισής του σε συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου στον οποίο συμβαίνει.

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι:

α) $+2\ m/s^2$, **β)** $+1\ m/s^2$, **γ)** $+\ 4\ m/s^2$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

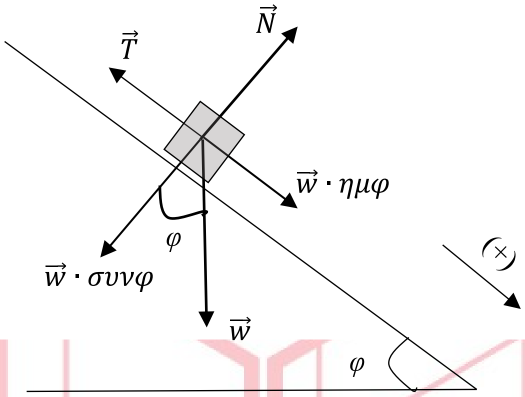
Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13784-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (α).



2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο με μέτρα:

$$w = m\cdot g,$$

$$w_x = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi,$$

$$w_y = m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum\vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{w}_x + \vec{T} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος προκύπτει:

$$w_x - T = 0 \text{ ή } w_x = T \text{ ή } T = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi \text{ (1)}$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που έχει διεύθυνση κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο ισχύει επίσης ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum\vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w}_y + \vec{N} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της $\vec{w}_y$:

$$w_y - N = 0 \text{ ή } w_y = N \text{ ή } N = m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \text{ (2)}$$

Μονάδες 2

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2), υπολογίζουμε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ:

$$T = \mu\cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} \text{ ή } \mu = \frac{m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi}{m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} \text{ ή } \mu = \varepsilon\varphi\varphi$$

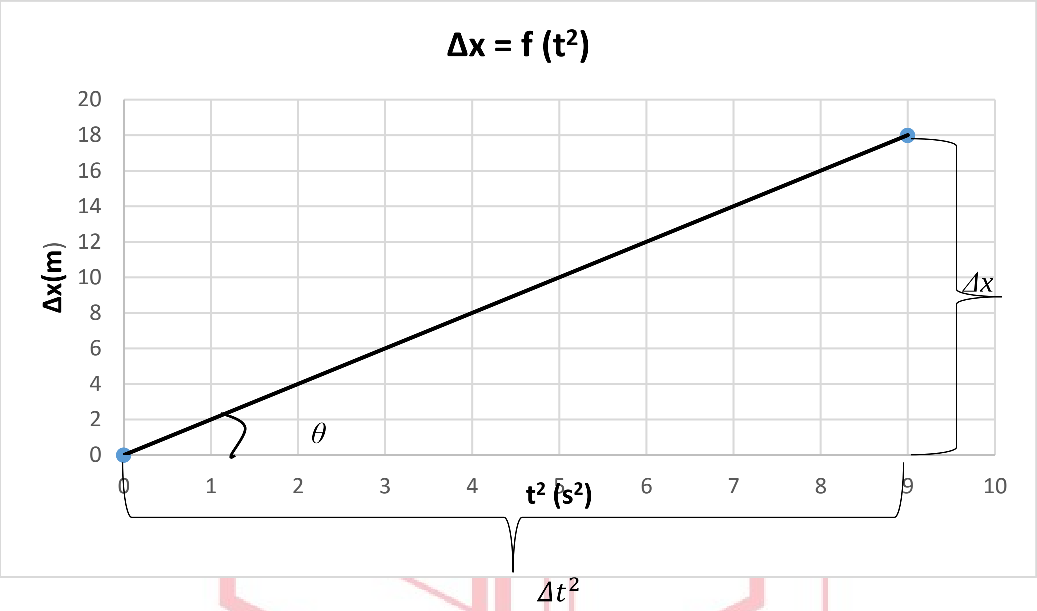
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13784-Λύση

Μονάδες 2

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (γ).



2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα η εξίσωση της μετατόπισης είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \ (1)$$

Μονάδες 2

Η κλίση ***Κ*** της καμπύλης στη γραφική παράσταση $\Delta x = f(t^2)$:

$$K = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t^2} = \frac{18}{9}\, m/s^2 = 2\, m/s^2 \ (2)$$

Μονάδες 4

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

$$K = \frac{1}{2} \cdot \alpha \text{ ή } \alpha = 2 \cdot K \text{ ή } \alpha = 4\, m/s^2$$

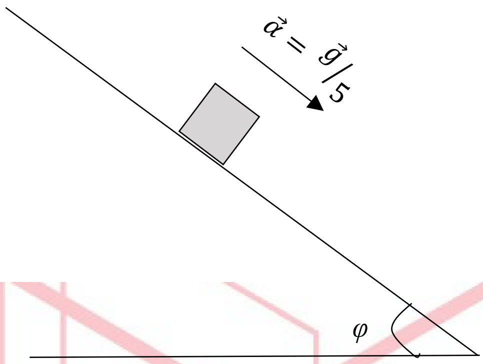
Μονάδες 3

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13785

ΘΕΜΑ 2

2.1



Ένα κιβώτιο με μάζα m κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\frac{\vec{g}}{5}$ (όπου $\vec{g}$ η επιτάχυνση της βαρύτητας) σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Δίνεται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει :

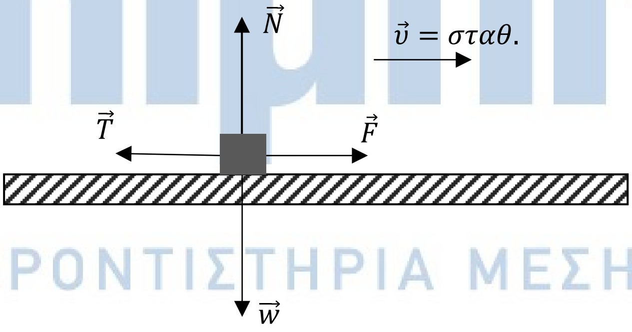
α) $\mu = \frac{3}{4}$, **β)** $\mu = \frac{1}{2}$, **γ)** $\mu = \frac{1}{3}$

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2



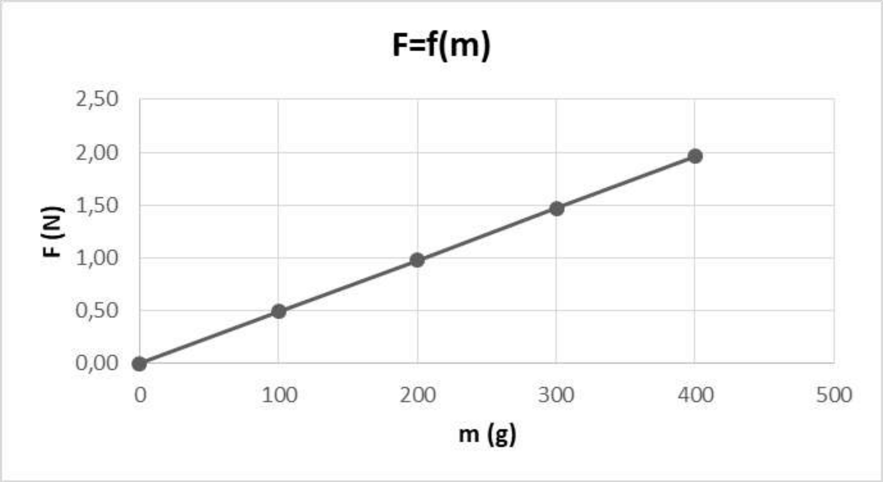
Πειραματική διάταξη

m(g)	F(N)
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96

Πίνακας Τιμών

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13785



Γραφική Παράσταση

Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}$ ως συνάρτηση της μάζας του Σ.

2.2.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ Σ και πάγκου εργασίας είναι $\mu = 0{,}5$, η πειραματική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι ίση με:

α) $g = 9{,}8\ m/s^2$, **β)** $g = 9{,}6\ m/s^2$, **γ)** $g = 9{,}5\ m/s^2$

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

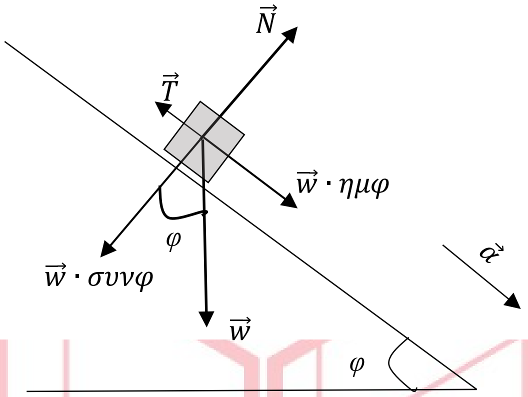
13785

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13785-Λύση

2.1

2.1.Α Σωστή η απάντηση (β).



2.1.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στο σχήμα φαίνονται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο. Η δύναμη του βάρους $\vec{w}$ έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο με μέτρα:

$$w = m\cdot g,$$

$$w_x = m\cdot g\cdot \eta\mu\varphi = 0{,}6\cdot m\cdot g,$$

$$w_y = m\cdot g\cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8\cdot m\cdot g$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που έχει την ίδια διεύθυνση με το κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο $2^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = m\cdot\vec{a} \text{ ή } \vec{w}_x + \vec{T} = m\cdot\vec{a}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης προκύπτει:

$$w_x - T = m\cdot a \text{ ή } T = 0{,}6\cdot m\cdot g - \frac{m\cdot g}{5} \text{ ή } T = 0{,}4\cdot m\cdot g \text{ (1)}$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που έχει διεύθυνση κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w}_y + \vec{N} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της $\vec{w}_y$:

$$w_y - N = 0 \text{ ή } w_y = N \text{ ή } N = 0{,}8\cdot m\cdot g \text{ (2)}$$

Μονάδες 2

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2), υπολογίζουμε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ:

αλφαβητικόν
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

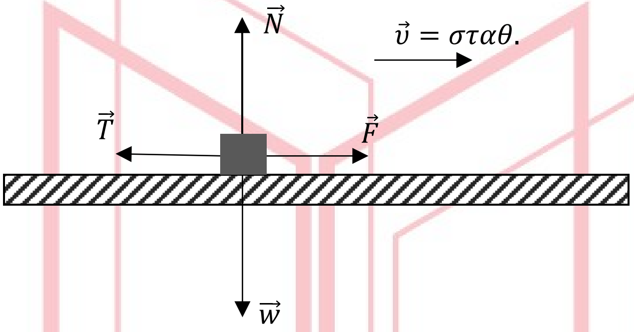
13785-Λύση

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} \text{ ή } \mu = \frac{0{,}4 \cdot m \cdot g}{0{,}8 \cdot m \cdot g} \text{ ή } \mu = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 2

2.2

2.2.Α Σωστή η απάντηση (α).



2.2.Β Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Λόγω της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$F - T = 0 \text{ ή } F = T \text{ ή } \ (1)$$

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1^{ος} νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

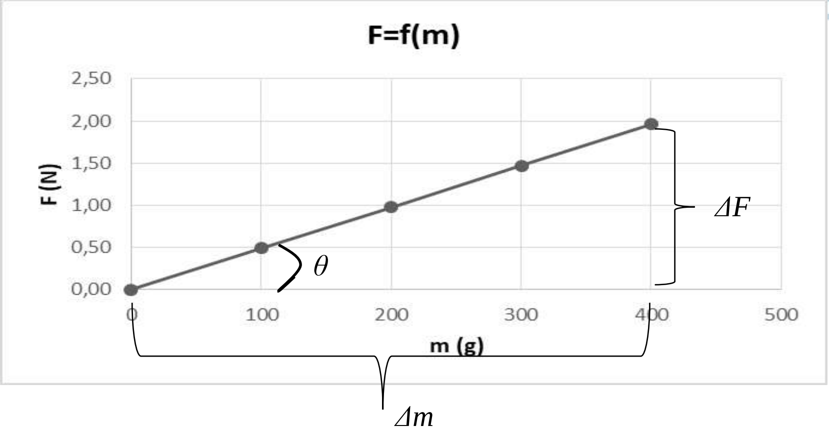
$$w - N = 0 \text{ ή } w = N = m \cdot g \quad (2)$$

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } F = \mu \cdot m \cdot g \ (3)$$

Μονάδες 3

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



13785-Λύση

Η κλίση ***Κ*** της καμπύλης στη γραφική παράσταση $F = f(m)$:

$$K = \varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta F}{\Delta m} = \frac{1{,}96}{400} N/g = \frac{1{,}96}{0{,}4} N/kg = 4{,}9\ m/s^2 \text{ (4)}$$

Μονάδες 2

Από τις (3) και (4) προκύπτει:

$$K = \mu \cdot g \text{ ή } g = \frac{K}{\mu} \text{ ή } g = \frac{4{,}9}{0{,}5}\ m/s^2 = 9{,}8 m/s^2$$

Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

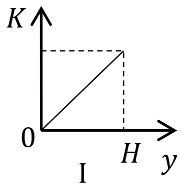
13790

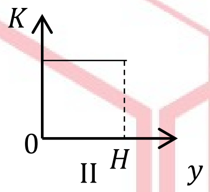
ΘΕΜΑ 2

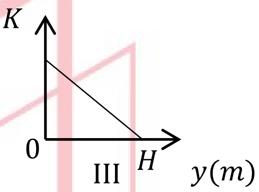
2.1 Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι *H*.

2.1.Α Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:







α) I , **β)** II , **γ)** III

Μονάδες 4

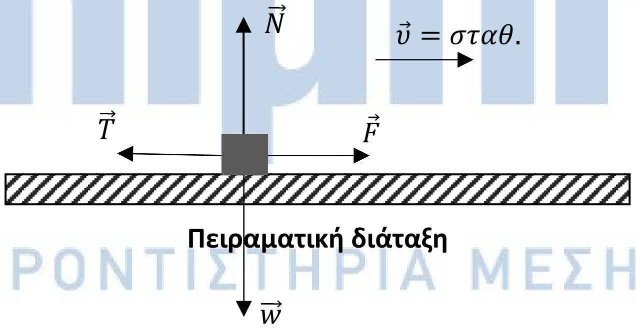
2.1.Β Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2

m(g)	F(N)
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96

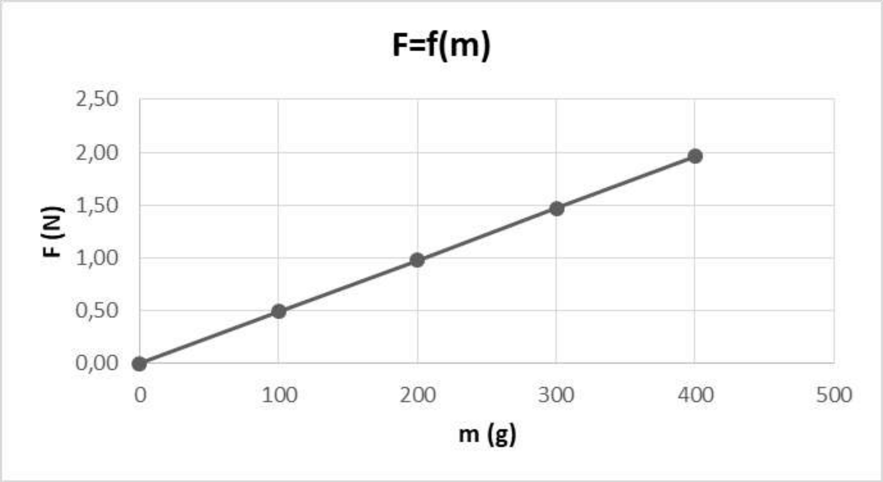
Πίνακας Τιμών



Πειραματική διάταξη

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13790



Γραφική Παράσταση

Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}$ ως συνάρτηση της μάζας του Σ. Δίνεται η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας ίση με $g = 9{,}8\, m/s^2$.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ Σ και πάγκου εργασίας είναι ίδιος, η τιμή του είναι ίση με :

α) 0,5 , **β)** 0,05 , **γ)** Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να την υπολογίσουμε.

Μονάδες 4

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13790-Λύση

2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

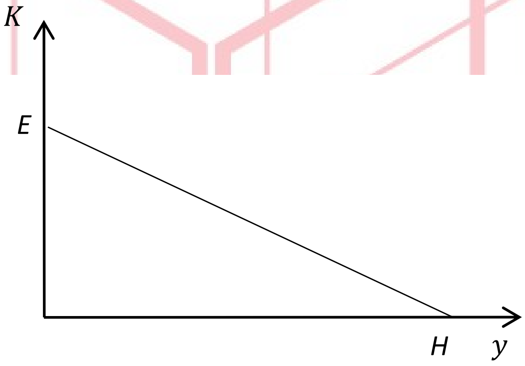
2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την κίνηση της πέτρας ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot y, \gamma\iota\alpha\ 0 \leq y \leq H$$

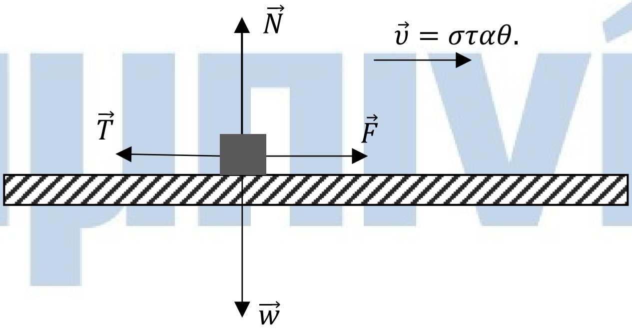
όπου *H* το μέγιστο ύψος που φτάνει ή πέτρα.

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση *K* = *f* (*y*):



2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).



2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Λόγω της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$F - T = 0 \text{ ή } F = T \text{ ή } \ (1)$$

Μονάδες 2

13790-Λύση

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο $1^{ος}$ νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0$$

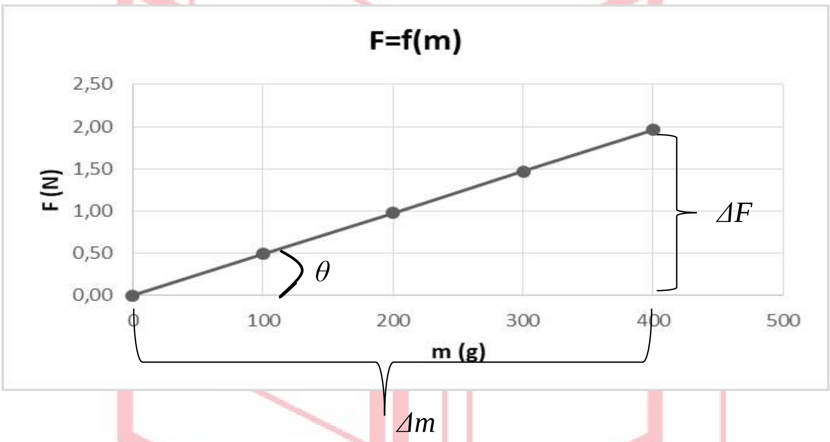
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - N = 0 \text{ ή } w = N = m \cdot g \quad (2)$$

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } F = \mu \cdot m \cdot g \; (3)$$

Μονάδες 3



Η κλίση ***Κ*** της καμπύλης στη γραφική παράσταση $F = f(m)$:

$$K = εφθ = \frac{ΔF}{Δm} = \frac{1{,}96}{400} N/g = \frac{1{,}96}{0{,}4} N/kg = 4{,}9\; m/s^2 \; (4)$$

Μονάδες 2

Από τις (3) και (4) προκύπτει:

$$K = \mu \cdot g \text{ ή } \mu = \frac{K}{g} \text{ ή } \mu = \frac{4{,}9}{9{,}8} = 0{,}5$$

Μονάδες 2

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

Μια σκιέρ ξεκινάει από την ηρεμία, από την κορυφή επίπεδης κεκλιμένης και χιονισμένης πλαγιάς. Η πλαγιά σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$. Κατά την κίνησή της αποκτά αμέσως σταθερή επιτάχυνση και διανύει $18\ \mathrm{m}$ στα πρώτα $3\ \mathrm{s}$ της κίνησής της.

4.1 Μετά πόσο χρόνο από την εκκίνησή της έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $24\ \frac{m}{s}$;

Μονάδες 6

4.2 Πόσο διάστημα διανύει στην διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της κίνησής της;

Μονάδες 6

4.3 Να δείξετε ότι μεταξύ των πέδιλων που φοράει η σκιέρ και της χιονισμένης πλαγιάς, δημιουργείται τριβή και, αν οι επιφάνειες θεωρηθούν ομογενείς, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ τους.

Μονάδες 7

4.4 Αν δίνεται ότι η μάζα της σκιέρ είναι $m = 60\ \mathrm{kg}$, να υπολογίσετε την ελάττωση της βαρυτικής δυναμικής της ενέργειας μετά από χρόνο $10\ \mathrm{s}$ από την εκκίνησή της.

Μονάδες 6

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ότι οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν για τους χρόνους που αναφέρονται και το μήκος της πλαγιάς είναι αρκετά μεγάλο.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14211-Λύση

ΘΕΜΑ Δ (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Επειδή η κίνηση της σκιέρ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την μετατόπισή της στα πρώτα $3\ s$, αν υποθέσουμε ότι άρχισε να κινείται τη στιγμή $t_0 = 0$, ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2\ ,$$

όπου a το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσής της.

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε:

$$a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} = \frac{2 \cdot 18}{9}\ \frac{\mathrm{m}}{s^2} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

Η ταχύτητα της σκιέρ έχει μέτρο $24\ \frac{m}{\mathrm{s}}$ μετά από χρόνο t' από την εκκίνησή της και ισχύει:

$$\upsilon = a \cdot t', \text{ οπότε } t' = \frac{\upsilon}{a} = \frac{24}{4}\ \mathrm{s} = 6\ \mathrm{s}$$

4.2 Το δεύτερο δευτερόλεπτο της κίνησης της σκιέρ, έχει χρονική διάρκεια ένα δευτερόλεπτο και διαρκεί από τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\ \mathrm{s}$, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2\ \mathrm{s}$. Αν μέχρι τη στιγμή t_1, έχει διανύσει διάστημα S_1, ενώ μέχρι τη στιγμή t_2, διάστημα S_2, ισχύουν:

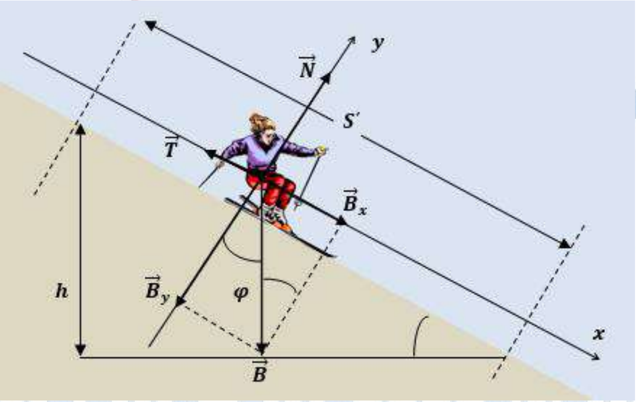
$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 2\ \mathrm{m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 = 8\ \mathrm{m}$$

Έτσι στη διάρκεια του δεύτερου δευτερόλεπτου, διανύει:

$$S = S_2 - S_1 = 6\ \mathrm{m}$$

4.3 Δημιουργούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, έναν άξονα x΄x στην διεύθυνση κίνησης της σκιέρ με θετικά στην φορά κίνησης και έναν άξονα y΄y κάθετα στη διεύθυνση κίνησης, με θετικά προς την κατεύθυνση απομάκρυνσης από το κεκλιμένο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Αναλύουμε το βάρος $\vec{B}$ της σκιέρ σε δύο συνιστώσες $\vec{B}_x$, $\vec{B}_y$ στους άξονες αυτούς, για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:



$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi \text{ και } B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Αν δεν υπήρχε τριβή, η δύναμη που θα προκαλούσε την επιτάχυνση της σκιέρ θα ήταν η $\vec{B}_x$ και με την βοήθεια του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής, η επιτάχυνσή της θα είχε μέτρο:

$$a = \frac{B_x}{m} = \frac{B \cdot \eta\mu\varphi}{m} = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{m} = g \cdot \eta\mu\varphi = 6\ \frac{\mathrm{m}}{s^2}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14211-Λύση

Από τα δεδομένα διαπιστώσαμε όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ είναι $4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, άρα υπάρχει δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση και επειδή αγνοούνται οι αντιστάσεις του αέρα, συμπεραίνουμε ότι υπάρχει τριβή.

Οι δυνάμεις στον άξονα y΄y ισορροπούν. Άρα:

$$\Sigma F_y = 0, \text{ άρα } N - B_y = 0, \text{ άρα } N = B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβή, για το μέτρο της προκύπτει:

$$T = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στην κατεύθυνση κίνησης της σκιέρ:

$$\Sigma F_x = m \cdot a, \text{ δηλαδή } B_x - T = m \cdot a$$

$$\text{ή } m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot a$$

$$\text{ή } \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot a$$

$$\text{ή } \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = g \cdot \eta\mu\varphi - a$$

$$\text{ή } \mu = \frac{g \cdot \eta\mu\varphi - a}{g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{6-4}{8} = 0{,}25$$

4.4 Το διάστημα που διανύει η σκιέρ στην πλαγιά, κινούμενη ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση a, για χρόνο $t' = 10\ s$, είναι:

$$s' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 100\ \mathrm{m} = 200\ \mathrm{m}$$

Σε αυτό το χρονικό διάστημα έχει κατέβει κατακόρυφα, κατά ύψος:

$$h = S' \cdot \eta\mu\varphi = 200 \cdot 0{,}6\ \mathrm{m} = 120\ \mathrm{m}$$

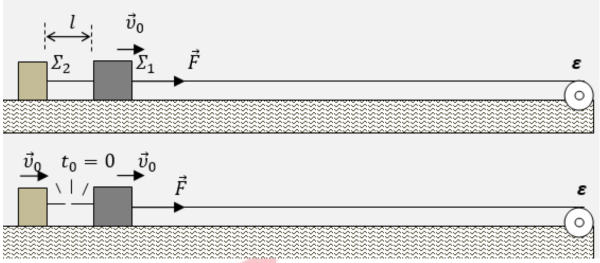
Έτσι η δυναμική της ενέργεια έχει ελαττωθεί σε σχέση με το σημείο εκκίνησης κατά:

$$|\Delta U| = m \cdot g \cdot h = 60 \cdot 10 \cdot 120\ \mathrm{J} = 72.000\ \mathrm{J}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14217

ΘΕΜΑ 4



Ένας μηχανισμός $\boldsymbol{\varepsilon}$ (εργάτης), είναι στερεωμένος στο άκρο μιας οριζόντιας ράμπας μεγάλου μήκους και σέρνει ένα σύστημα δύο κιβωτίων, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος.

Τα δύο κιβώτια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 1\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα και είναι μεταξύ τους δεμένα με οριζόντιο και τεντωμένο νήμα, αβαρές και μη ελαστικό, μήκους $l = 12{,}5\ \mathrm{cm}$, όπως στην εικόνα. Τα δύο κιβώτια εμφανίζουν τριβή με το επίπεδο της ράμπας, με ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}25$.

Το νήμα του μηχανισμού είναι δεμένο στο κιβώτιο Σ_1, ασκεί σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το αποτέλεσμα είναι το σύστημα των δύο κιβωτίων, να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_0$, μέτρου $v_0 = 2{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα που συνδέει τα δύο κιβώτια κόβεται, ενώ η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός διατηρείται σταθερή.

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 και το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ_2, μετά το κόψιμο του νήματος.

Μονάδες 6

4.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο σώματα, τη στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιείται το σώμα Σ_2;

Μονάδες 7

4.4 Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_1 από τον μηχανισμό, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι τη στιγμή κατά την οποία έχει διανύσει 3 m;

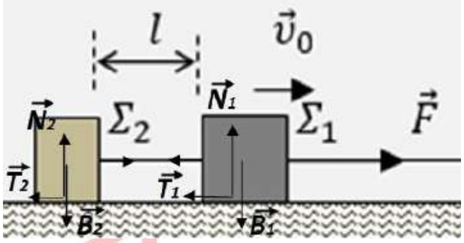
Μονάδες 6

αλημινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και ότι οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

14217-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Στην κατακόρυφη διεύθυνση (διεύθυνση y) οι δυνάμεις ισορροπούν σε κάθε σώμα. Άρα ισχύουν:

$\boldsymbol{\Sigma_1}$: $\Sigma F_y = N_1 - B_1 = 0$

Άρα $N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 20\ \mathrm{N}$

$\boldsymbol{\Sigma_2}$: $\Sigma F_y = N_2 - B_2 = 0$

Άρα $N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 10\ \mathrm{N}$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής, υπολογίζουμε τα μέτρα των τριβών στα δύο σώματα:

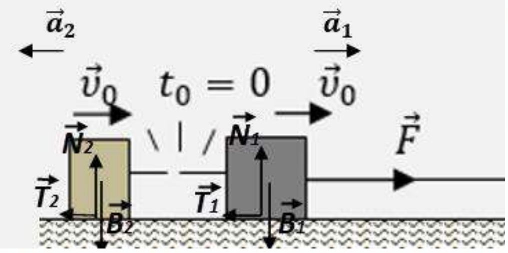
$$T_1 = \mu \cdot N_1 = 0{,}25 \cdot 20\ \mathrm{N} = 5\ \mathrm{N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0{,}25 \cdot 10\ \mathrm{N} = 2{,}5\ \mathrm{N}$$

Επειδή στην οριζόντια διεύθυνση τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στη διεύθυνση αυτή (διεύθυνση x). Εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F_x = F - T_1 - T_2 = 0$$

$$\text{Άρα}\quad F = T_1 + T_2 = 7{,}5\ \mathrm{N}$$



4.2 Από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κατά την οποία κόπηκε το νήμα που συνέδεε τα δύο σώματα, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που κινούσε το σύστημα, ασκείται μόνο στο σώμα Σ_1.

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για το σώμα αυτό:

$\boldsymbol{\Sigma_1}$: $\Sigma F_x = F - T_1 = m_1 \cdot a_1$, άρα $\boldsymbol{a_1} = \frac{F - T_1}{m_1} = \frac{7{,}5 - 5}{2}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \mathbf{1{,}25}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$

Το σώμα Σ_2 στην οριζόντια διεύθυνση δέχεται μόνο την τριβή T_2, η οποία το επιβραδύνει. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα αυτό:

$\boldsymbol{\Sigma_2}$: $\Sigma F_x{}' = -T_2 = m_2 \cdot a_2$, άρα $\boldsymbol{a_2} = \frac{-T_2}{m_2} = -\frac{2{,}5}{1} = \mathbf{-2{,}5}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2}$

το μέτρο της επιβράδυνσης του Σ_2, είναι $|a_2| = 2{,}5\ \frac{m}{s^2}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14217-Λύση

4.3 Το σώμα Σ_2 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιείται. Ισχύει:

$$\upsilon = \upsilon_0 - |a_2| \cdot t_1 = 0 \ , \quad \text{άρα} \quad t_1 = \frac{\upsilon_0}{|a_2|} = \frac{2{,}5}{2{,}5}\ \mathrm{s} = 1\ \mathrm{s}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα Σ_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μέχρι την στιγμή t_1 διανύει διάστημα S_1, για το οποίο ισχύει:

$$S_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = \left(2{,}5 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1{,}25 \cdot 1\right)\ \mathrm{m} = 3{,}125\ \mathrm{m}$$

Επειδή τη στιγμή $t_0 = 0$ κατά την οποία κόπηκε το νήμα που τα συνέδεε, τα σώματα είχαν μεταξύ τους απόσταση l ίση με το μήκος του νήματος αυτού, τη στιγμή t_1, κατά την οποία ακινητοποιείται το Σ_2, η μεταξύ τους απόσταση είναι:

$$\boldsymbol{d} = l + S_1 = (0{,}125 + 3{,}125)\ \mathrm{m} = \mathbf{3{,}25\ m}$$

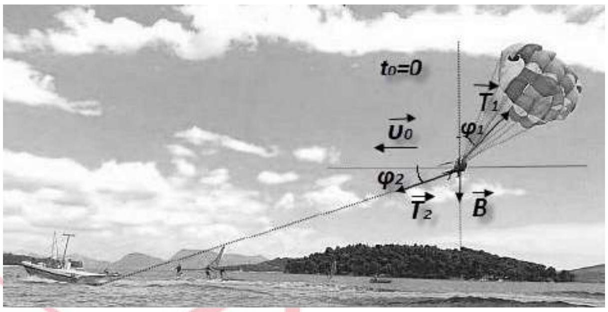
4.4 Από τη στιγμή $t_0 = 0$ που κόπηκε το νήμα, μέχρι το σώμα Σ_1 να διανύσει διάστημα $S = 3\ \mathrm{m}$, του έχει προσφερθεί ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ η οποία το τραβάει:

$$E_{\pi\rho.} = W_F = F \cdot S = 7{,}5 \cdot 3\ \mathrm{J} = 22{,}5\ \mathrm{J}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14218

ΘΕΜΑ 4



Το θαλάσσιο αλεξίπτωτο, είναι σπόρ κατά το οποίο άνθρωπος κάθεται σε ειδικό κάθισμα που με σχοινί το τραβάει ένα ταχύπλοο σκάφος, ενώ ταυτόχρονα με άλλο σχοινί το κάθισμα είναι δεμένο σε αλεξίπτωτο. Η αντίσταση του αέρα στο αλεξίπτωτο, δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_1$, η κίνηση του ταχύπλοου δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_2$ στο κάθισμα, οι οποίες μαζί με το βάρος ανθρώπου-καθίσματος, διατηρούν τον άνθρωπο στον αέρα, ώστε να απολαμβάνει τη βόλτα του αιωρούμενος πάνω από τη θάλασσα.

Μια χρονική στιγμή $t_0 = 0$, η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ του ανθρώπου είναι οριζόντια με μέτρο $\upsilon_0 = 20\ \frac{m}{s}$ και μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2\ \mathrm{s}$ ο άνθρωπος κινείται συνεχώς στην ίδια οριζόντια ευθεία με σταθερή κατεύθυνση.

Οι δυνάμεις $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ είναι σταθερές σε αυτό το χρονικό διάστημα, με την $\vec{T}_1$ να σχηματίζει γωνία φ_1 με την κατακόρυφη και την $\vec{T}_2$ να σχηματίζει γωνία φ_2 με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα.

Για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς αυτών των δύο γωνιών δίνονται:

$$συνφ_2 = ημφ_1 = 0{,}6 \text{ και } συνφ_1 = ημφ_2 = 0{,}8.$$

Να υπολογίσετε:

4.1 την επιτάχυνση του ανθρώπου στο παραπάνω χρονικό διάστημα

Μονάδες 7

4.2 το μέτρο της μετατόπισης του ανθρώπου σε αυτό το χρονικό διάστημα

Μονάδες 6

Αν δίνεται ότι η μάζα ανθρώπου-καθίσματος είναι $m = 80\ \mathrm{kg}$ και ότι για τα μέτρα των τάσεων των δύο σχοινιών μέχρι τη στιγμή t_1 ισχύει η σχέση $T_1 = 1{,}5 \cdot T_2$, να υπολογίσετε:

4.3 τα μέτρα T_1, T_2 των τάσεων των δύο σχοινιών σε αυτή τη χρονική διάρκεια

Μονάδες 6

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

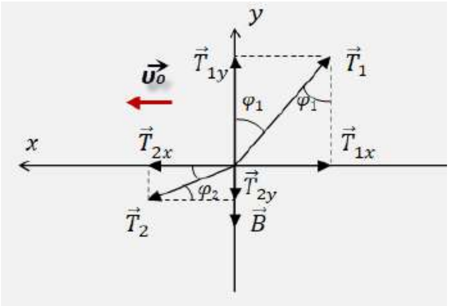
4.4 το έργο της τάσης $\vec{T}_2$ μέχρι τη στιγμή t_1.

Μονάδες 6

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

14218-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, έναν οριζόντιο x΄x και έναν κατακόρυφο y΄y και αναλύουμε τις τάσεις των δύο σχοινιών στους άξονες αυτούς.

Επειδή το σύστημα άνθρωπος-κάθισμα κινείται οριζόντια, στην κατακόρυφη διεύθυνση οι δυνάμεις ισορροπούν:

$$\Sigma F_y = T_{1y} - T_{2y} - B = 0\,, \text{ άρα } T_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_1 - T_2 \cdot \eta\mu\varphi_2 = m \cdot g$$

$$\text{ή } 0{,}8 \cdot T_1 - 0{,}8 \cdot T_2 = m \cdot g$$

$$\text{οπότε } T_1 - T_2 = \frac{m \cdot g}{0{,}8} \qquad (1)$$

Στην οριζόντια διεύθυνση, με θετική τη φορά της κίνησης του συστήματος, εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$\Sigma F_x = T_{2x} - T_{1x} = m \cdot a \;\text{ δηλαδή }\; T_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_2 - T_1 \cdot \eta\mu\varphi_1 = m \cdot a$$

$$\text{ή } 0{,}6 \cdot T_2 - 0{,}6 \cdot T_1 = m \cdot a$$

$$\text{οπότε } T_2 - T_1 = \frac{m \cdot a}{0{,}6} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{m \cdot a}{0{,}6} = -\frac{m \cdot g}{0{,}8}\,, \text{ άρα } \boldsymbol{a} = -\frac{6}{8} \cdot g = \mathbf{-7{,}5\ \frac{m}{s^2}}$$

4.2 Η κίνηση του ανθρώπου από $t_0 = 0$ μέχρι $t_1 = 2$ s είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη στην οριζόντια διεύθυνση. Άρα:

$$\boldsymbol{\Delta x} = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \left(20 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 4\right)\mathrm{m} = \mathbf{25\ m}$$

4.3 Αντικαθιστώντας $m = 80$ kg και $T_1 = 1{,}5 \cdot T_2$ στη σχέση (1), έχουμε:

$$1{,}5 \cdot T_2 - T_2 = \frac{80 \cdot 10}{0{,}8}\ \mathrm{N} \text{ και τελικά } \boldsymbol{T_2} = \mathbf{2000\ N}\text{, οπότε } \boldsymbol{T_1} = \mathbf{3000\ N}$$

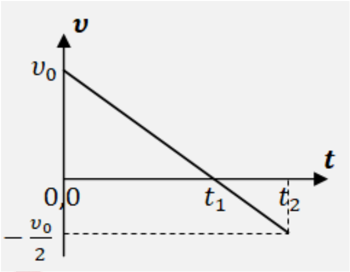
4.4 Το έργο της τάσης $\vec{T}_2$ κατά την κίνηση του συστήματος από τη στιγμή από $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s, είναι:

$$\boldsymbol{W_{T_2}} = T_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_2 = 2000 \cdot 25 \cdot 0{,}6\ \mathrm{J} = \mathbf{30.000\ J}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14223

ΘΕΜΑ 2



2.1 Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και τη στιγμή $t_0 = 0$, έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται σε συνάρτηση με το χρόνο η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του στον άξονα x΄x, τον οποίο ορίσαμε στην ευθεία της κίνησής του.
Αν για τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 που φαίνονται στο διάγραμμα ισχύει η σχέση $t_2 = 1{,}5 \cdot t_1$, τότε για το διάστημα S που διανύει το αντικείμενο από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_2, ισχύει η σχέση:

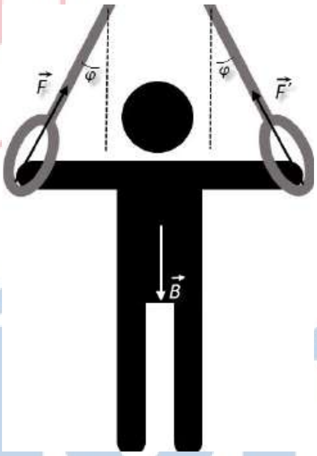
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $S = \frac{3}{2} \cdot \upsilon_0 \cdot t_1$ ii. $S = \frac{3}{8} \cdot \upsilon_0 \cdot t_1$ iii. $S = \frac{5}{8} \cdot \upsilon_0 \cdot t_1$

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8



2.2 Αθλητής βάρους $\vec{B}$, της ενόργανης γυμναστικής στο αγώνισμα των κρίκων, στέκεται στον αέρα εντελώς ακίνητος. Τα χέρια του πιάνουν τους δύο κρίκους ασήμαντου βάρους και είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία.
Τα νήματα των δύο κρίκων σχηματίζουν με την κατακόρυφη διεύθυνση την ίδια γωνία φ, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα και ασκούν στα χέρια του, δυνάμεις $\vec{F}$ και $\vec{F}'$, ίσου μέτρου ($F = F'$).
Για τη γωνία φ δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\eta\mu\varphi = 0{,}6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}8$.
Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_a$, την οποία ασκεί το κάθε χέρι του αθλητή στον αντίστοιχο κρίκο είναι:

Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i. $F_a = B$ ii. $F_a = \frac{5 \cdot B}{6}$ iii. $F_a = \frac{B}{2}$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 4

Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

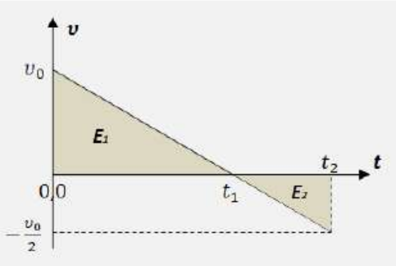
Μονάδες 9

14223-Λύση

ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

2.1

Α. Σωστή απάντηση η iii.



Β. Το μήκος της ευθύγραμμης διαδρομής του αντικειμένου από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή t_1 υπολογίζεται ως εμβαδόν (E_1), του τριγώνου που δημιουργείται ανάμεσα στην γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα των χρόνων σε αυτή την χρονική διάρκεια. Το μήκος της ευθύγραμμης διαδρομής του από τη στιγμή t_1 μέχρι τη στιγμή t_2 υπολογίζεται επίσης ως ένα αντίστοιχο εμβαδόν (E_2), στο ίδιο διάγραμμα.

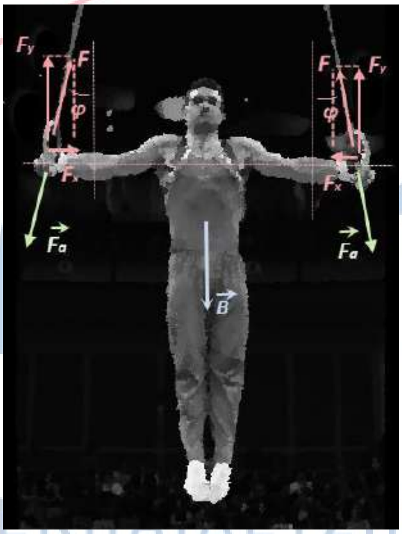
Τη στιγμή t_1 η ταχύτητα του αντικειμένου μηδενίζεται και στη συνέχεια η τιμή της γίνεται αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι αντιστρέφεται η κατεύθυνση της κίνησης του αντικειμένου μετά τη στιγμή t_1.

Για να υπολογίσουμε το διάστημα S που έχει διανύσει το αντικείμενο μέχρι τη στιγμή $t_2 = 1{,}5 \cdot t_1$, το οποίο είναι το συνολικό μήκος της διαδρομής του, προσθέτουμε τα δύο μήκη:

$$S = \frac{\upsilon_0 \cdot t_1}{2} + \frac{\frac{\upsilon_0}{2} \cdot (t_2 - t_1)}{2} = \frac{\upsilon_0 \cdot t_1}{2} + \frac{\upsilon_0 \cdot 0{,}5 \cdot t_1}{4} = \frac{5 \cdot \upsilon_0 \cdot t_1}{8}$$

2.2

Α. Σωστή η απάντηση ii.



Β. Από την κατακόρυφη ισορροπία των δυνάμεων που ασκούνται στον αθλητή έχουμε:

$$\Sigma F_y = 2 \cdot F_y - B = 0$$

Άρα $F \cdot συνφ = \frac{B}{2}$, ή $F = \frac{B}{2 \cdot 0{,}6} = \frac{B}{1{,}2}$

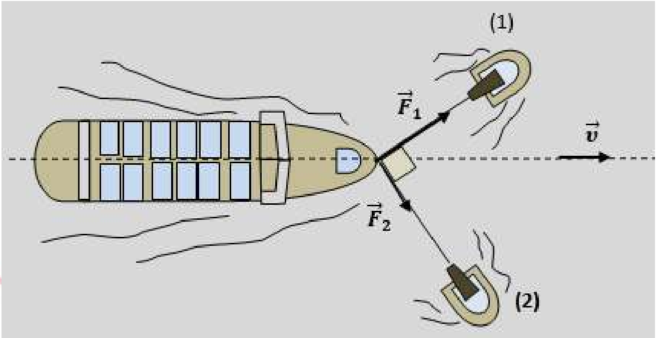
Σε κάθε κρίκο ο αθλητής με τη δύναμη $\vec{F_a}$ που ασκεί καταφέρνει να τον διατηρεί σε ισορροπία. Άρα ασκεί δύναμη αντίθετη από αυτή που δέχεται ο κρίκος από το νήμα. Το μέτρο της δύναμης αυτής είναι:

$$\boldsymbol{F_a} = F = \frac{B}{1{,}2} = \frac{10 \cdot B}{12} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} \cdot \boldsymbol{B}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14254

ΘΕΜΑ 4



Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με σχοινιά, που μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.

Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν το πλοίο, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου $F_1 = 8 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρου $F_2 = 6 \cdot 10^4\ \mathrm{N}$ και το πλοίο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέτρου $\upsilon = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

4.1 το μέτρο της οριζόντιας δύναμης – αντίστασης $\vec{A}$ που δέχεται το πλοίο από το νερό,

Μονάδες 8

4.2 τη μετατόπιση του πλοίου σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 2\ \mathrm{min}$,

Μονάδες 5

4.3 την ενέργεια που προσφέρθηκε συνολικά στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια.

Μονάδες 6

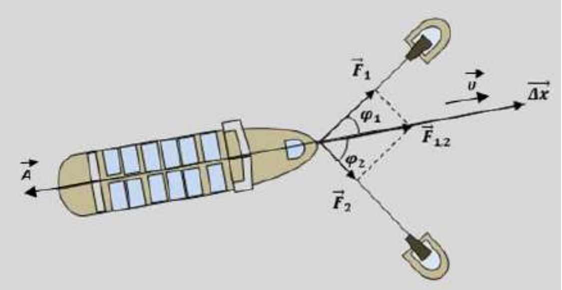
4.4 την ενέργεια που προσέφερε κάθε ρυμουλκό στο πλοίο, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια,

Μονάδες 6

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14254-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



4.1 Η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου είναι αυτή της συνισταμένης των δύο δυνάμεων που δέχεται από τα ρυμουλκά, οι οποίες έχουν την κατεύθυνση των σχοινιών, άρα είναι οριζόντιες. Στην ίδια διεύθυνση, με αντίθετη φορά, δημιουργείται και η οριζόντια δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ από το νερό.

Οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ οι οποίες ασκούνται στο πλοίο από τα σχοινιά, με τα οποία το τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετες μεταξύ τους και υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης τους $\vec{F}_{1,2}$ με την βοήθεια του πυθαγόρειου θεωρήματος:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10 \cdot 10^4 \text{ N} = 10^5 \text{ N}$$

Το πλοίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε στην κατεύθυνση κίνησης x΄x, ισχύει:

$$\Sigma F_x = F_{1,2} - A = 0 \text{ , άρα } \; A = F_{1,2} = 10^5 \text{ N}$$

4.2 Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του πλοίου, ισχύει:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t = 5 \cdot 2 \cdot 60 \text{ m} = 600 \text{ m}$$

4.3 Η συνολική ενέργεια που προσφέρεται στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, υπολογίζεται με το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκούν στο πλοίο σε αυτή την μετατόπιση:

$$E_{\pi\rho.} = W_{F_{1,2}} = F_{1,2} \cdot \Delta x = 6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

4.4 Το κάθε ρυμουλκό, προσφέρει στο πλοίο ενέργεια ίση με το έργο της δύναμης που ασκεί σε αυτό κατά την παραπάνω μετατόπιση:

$$E_1 = W_{F_1} = F_1 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_1}{F_{1,2}} = \frac{F_1^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{64 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J}$$
$$= 384 \cdot 10^5 \text{ J}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

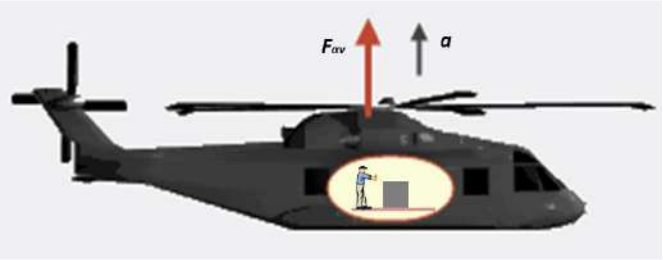
$$E_2 = W_{F_2} = F_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{F_2^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{36 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J}$$
$$= 216 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Εναλλακτικός υπολογισμός E_2:

$$E_2 = E_{\pi\rho.} - E_1 = 600 \cdot 10^5 \text{ J} - 384 \cdot 10^5 \text{ J} = 216 \cdot 10^5 \text{ J}$$

14255

ΘΕΜΑ 4



Ένα ελικόπτερο αρχικά αιωρείται ακίνητο, με τη βοήθεια κατακόρυφης ανυψωτικής δύναμης $\vec{F}_{\alpha\nu}$, η οποία δημιουργείται από την αλληλεπίδραση των πτερυγίων της έλικας που περιστρέφεται οριζόντια και του αέρα.

Με κατάλληλους χειρισμούς του πιλότου, αυξάνεται το μέτρο της ανυψωτικής δύναμης και το ελικόπτερο αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{a}$, μέτρου $a = 2\ \frac{m}{s^2}$.

Η συνολική μάζα του ελικοπτέρου, μαζί με τους επιβαίνοντες και τα φορτία που μεταφέρει είναι $M = 5 \cdot 10^3$ kg. Στην διάρκεια αυτής της κατακόρυφης κίνησης του ελικοπτέρου, το δάπεδό του είναι οριζόντιο και πάνω σε αυτό βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας $m_\kappa = 20$ kg. Το κιβώτιο εμφανίζει με το δάπεδο τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}4$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{\alpha\nu}$, η οποία αρχικά καταφέρνει να διατηρεί ακίνητο, αιωρούμενο στον αέρα το ελικόπτερο, αλλά και το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\overrightarrow{F'}_{\alpha\nu}$, η οποία καταφέρνει να ανεβάζει το ελικόπτερο με επιτάχυνση $\vec{a}$.

Μονάδες 6 (3+3)

4.2 Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση του ελικοπτέρου, σε χρονική διάρκεια $\Delta t = 20$ s, από την έναρξη της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Μονάδες 5

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{N}$, την οποία δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο του ελικοπτέρου, στη διάρκεια αυτής της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Μονάδες 6

4.4 Καθώς διαρκεί αυτή η ομαλά επιταχυνόμενη κατακόρυφη κίνηση του ελικοπτέρου, κάποιος από το πλήρωμα, ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα, οπότε το μετατοπίζει κατά $\Delta x_\kappa = 60$ cm.

Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο του πληρώματος στο κιβώτιο σε αυτή την οριζόντια μετατόπιση που του προκάλεσε;

Μονάδες 8

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14255-Λύση

ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Αρχικά το ελικόπτερο διατηρείται ακίνητο στον αέρα, με την επίδραση της ανυψωτικής δύναμης που δέχεται από την έλικα $\vec{F}_{αν.}$ και του (συνολικού) βάρους του $\vec{B}$. Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$ΣF = F_{αν.} - B = 0 \quad \text{ή} \quad F_{αν.} = B = M \cdot g = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Η ανυψωτική δύναμη αυξάνεται και ανεβάζει κατακόρυφα το ελικόπτερο με σταθερή επιτάχυνση. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

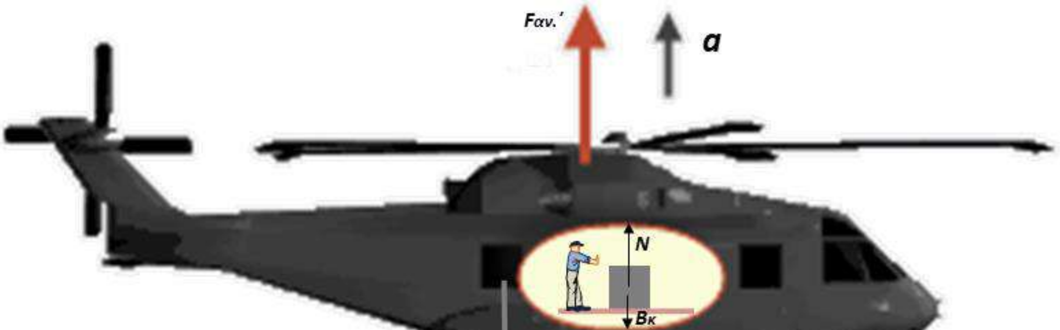
$$ΣF = F'_{αν.} - B = M \cdot α$$

$$\text{ή} \quad F'_{αν.} = B + M \cdot a = M \cdot g + M \cdot a = M \cdot (g + a) = 5 \cdot 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

4.2 Κατακόρυφα το ελικόπτερο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Σε χρονική διάρκεια $Δt$ από την έναρξη της κίνησης αυτής, η μετατόπισή του είναι:

$$Δx_{ελ.} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot Δt^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

4.3 Το κιβώτιο ανεβαίνει προς τα πάνω με την επιτάχυνση του ελικόπτερου, υπό την επίδραση της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$, (την οποία δέχεται από το οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου) και του βάρους του $\vec{B}_κ$.



Εφαρμόζοντας στο κιβώτιο τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

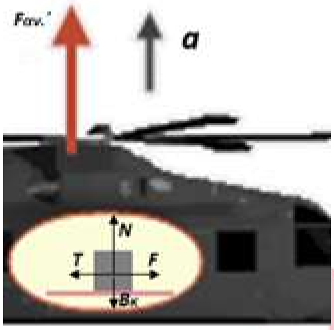
$$ΣF_{κιβ.} = N - B_κ = m_κ \cdot a$$

$$\text{ή} \quad N = B_κ + m_κ \cdot a = m_κ \cdot g + m_κ \cdot a = m_κ \cdot (g + a) = 20 \cdot 12 \text{ N} = 240 \text{ N}$$

4.4 Καθώς ο άνθρωπος μετατοπίζει ευθύγραμμα το κιβώτιο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου, δημιουργείται τριβή ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου, το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τον νόμο της τριβής:

$$T = μ \cdot N = 0{,}4 \cdot 240 \text{ N} = 96 \text{ N}$$

14255-Λύση



Η ενέργεια που προσέφερε ο άνθρωπος στο κιβώτιο σε αυτή την μετατόπιση που του προκάλεσε, είναι ίση με το έργο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί σε αυτό. Επειδή το κιβώτιο μετατοπίζεται οριζόντια με σταθερή και ασήμαντη ταχύτητα, η δύναμη αυτή είναι κατά μέτρο ίση με την τριβή ολίσθησης. Άρα:

$$F = T = 96\ \mathrm{N}\ \text{ και }\ W_F = F \cdot \Delta x_\kappa = 96 \cdot 0{,}6\ \mathrm{J} = 57{,}6\ \mathrm{J}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14263

ΘΕΜΑ 1

Στις ερωτήσεις 1-3 να γράψετε στη κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.

1. Σώμα κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν B το βάρος του σώματος, N η δύναμη που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο, το μέτρο της τριβής ολίσθησης (T_{ol}) δίδεται από τη σχέση:

(α) $T_{ol} = \mu \cdot B$ (β) $T_{ol} = \mu \cdot (B + N)$ (γ) $T_{ol} = \mu \cdot (B - N)$ (δ) $T_{ol} = B$

Μονάδες 5

2. Ακίνητο σώμα σε ύψος h από το έδαφος έχει δυναμική ενέργεια $U = 100\ \mathrm{J}$. Αφήνουμε το σώμα να πέσει προς τα κάτω. Σε ύψος $h/4$ από το έδαφος η κινητική ενέργεια (K) του σώματος είναι ίση με:

(α) $K = 100\ \mathrm{J}$ (β) $K = 25\ \mathrm{J}$ (γ) $K = 50\ \mathrm{J}$ (δ) $K = 75\ \mathrm{J}$

Μονάδες 5

3. Ένα αυτοκίνητο, αρχικά ακίνητο, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a = 4\ \mathrm{m/s^2}$. Η εξίσωση της κίνησής του είναι:

(α) $x = 4 \cdot t$ (β) $x = 4 \cdot t^2$ (γ) $x = 2 \cdot t^2$ (δ) $x = 8 \cdot t$

Μονάδες 5

4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

Α. Όταν ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή.

Β. Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε σώμα ασκούνται δύο αντίθετες δυνάμεις.

Γ. Το έργο είναι διανυσματικό μέγεθος για αυτό μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές.

Δ. Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος.

Ε. Αν μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος τότε το έργο της είναι μηδέν.

Μονάδες 5

5. *Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της στήλης* Α *με τις μονάδες της στήλης* Β, *γράφοντας στην κόλα σας τους αριθμούς της στήλης* Α *με τα αντίστοιχα γράμματα της στήλης* Β.

Α	Β
1. Διάστημα	α) J(Joule)
2. Επιτάχυνση	β) m/s
3. Ενέργεια	γ) N(Newton)
4. Τριβή	δ) W(Watt)
5. Ταχύτητα	ε) $\mathrm{m/s^2}$
	στ) m

Μονάδες 5

14263-Λύση

Απαντήσεις

1. α

2. δ

3. γ

4.

  - **Α. *Σωστό***
  - **Β. *Λάθος***
  - **Γ. *Λάθος***
  - **Δ. *Σωστό***
  - **Ε. *Σωστό***

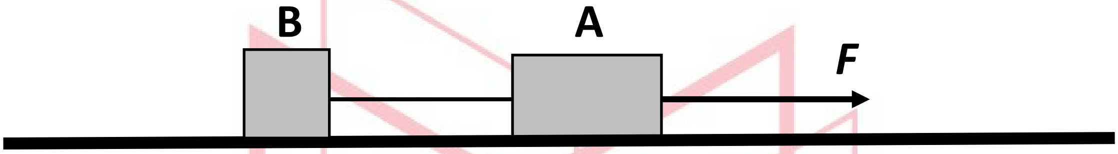
5. 1-στ, 2-ε, 3-α, 4-γ, 5-β

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14388

Στο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες $M = 3\ \mathrm{kg}$ και $m = 1\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα, τα οποία είναι δεμένα μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος. Ένα παιδί, κάποια στιγμή που θεωρούμε $t = 0\ \mathrm{s}$, τραβάει το σώμα Α, ασκώντας του οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 28\ \mathrm{N}$, όπως στο σχήμα. Τα σώματα ολισθαίνουν στο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κάθε σώματος με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\mu = 0{,}5$.



4.1 Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας και να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα.

Μονάδες 8

Να υπολογίσετε:

4.2 Την επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα.

Μονάδες 5

4.3 Την τάση του νήματος που ασκείται σε κάθε σώμα.

Μονάδες 3

4.4 Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ το νήμα που ενώνει τα δύο σώματα κόβεται, ενώ η δύναμη μέτρου $F = 28\ \mathrm{N}$ συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α.

α. Ποιο είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί το κάθε σώμα, αφού κοπεί το νήμα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Β την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 1{,}6\ \mathrm{s}$.

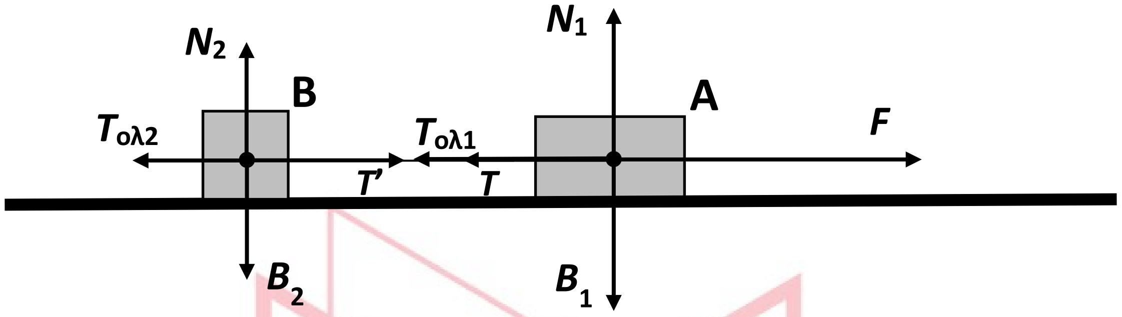
Μονάδες 3

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

14388-Λύση

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 σώματα.

(Μονάδες 8Χ1=8)

4.2

$\Sigma F_y = 0$ για κάθε σώμα. Άρα

$$N_1 = B_1 = M \cdot g \ (1) \ \text{και}$$

$$N_2 = B_2 = m \cdot g \ (2)$$

(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο σωμάτων και για τον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = (M+m) \cdot a \Rightarrow F - T_{ο\lambda 1} - T_{ο\lambda 2} = (M+m) \cdot a \Rightarrow$$

$$F - \mu \cdot N_1 - \mu \cdot N_2 = (M+m) \cdot a \overset{(1),(2)}{\Longrightarrow}$$

$$F - \mu \cdot M \cdot g \ - \mu \cdot m \cdot g = (M+m) \cdot a \Rightarrow$$

$$28 \text{ N} - 0{,}5(3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot 10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot a \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a = 2 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

(Μονάδες 3)

4.3

Το νήμα είναι αβαρές, άρα ισχύει: $T = T' \ \ (3)$

(Μονάδα 1)

Από την εφαρμογή του $2^{ου}$ νόμου του Νεύτωνα για το σώμα Β προκύπτει:

$$\Sigma F_B = m \cdot a \Rightarrow T' - T_{ο\lambda 2} = m \cdot a \Rightarrow T' - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow$$

$$T' = 0{,}5 \cdot 1\text{Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 1\text{Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$\boldsymbol{T' = T = 7 \text{ N}}$$

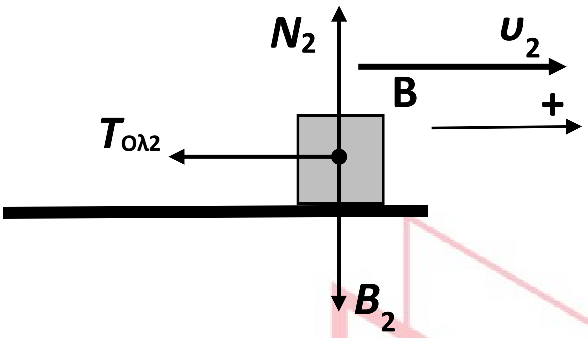
(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14388-Λύση

4.4

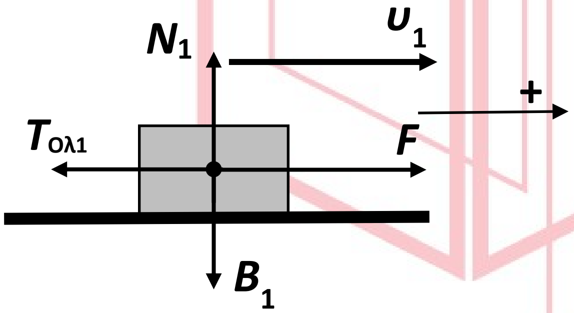
α. Για το σώμα Β:



Στο σώμα Β κατά την διεύθυνση της κίνησης ασκείται η σταθερή δύναμη της τριβής ολίσθησης με φορά αντίθετη αυτής της ταχύτητας. Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

(Μονάδες 3)

Για το σώμα Α:



Στον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = F - T_{ολ1} = F - \mu \cdot M \cdot g = 28\,\mathrm{N} - 0{,}5 \cdot 3\,\mathrm{Kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow \Sigma F = 13\,\mathrm{N} > 0$$

Επειδή $F > T_{ολ1}$ η ΣF έχει την φορά της δύναμης μεγαλύτερου μέτρου, άρα είναι ομόρροπη της ταχύτητας, οπότε το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (λόγω του ότι στο σώμα ασκούνται σταθερές δυνάμεις, το σώμα αποκτά και σταθερή επιτάχυνση).

(Μονάδες 3)

β. Το σύστημα των δύο σωμάτων, άρα και κάθε σώμα του συστήματος, τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\mathrm{s}$ που κόβεται το νήμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\,\mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1} = \mathbf{8}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F = m \cdot a_2 \Rightarrow -T = m \cdot a_2 \Rightarrow -\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_2 \Rightarrow \boldsymbol{a_2} = \mathbf{-5}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}$$

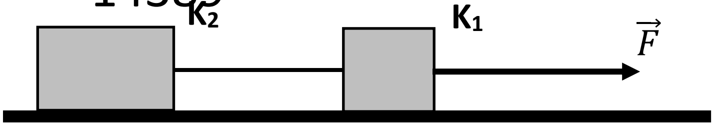
Άρα τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 1{,}6\,\mathrm{s}$

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 + a_2 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow \upsilon_2 = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1{,}6\,\mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2} = \mathbf{0}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$$

(Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4

14389



Τα κιβώτια K₁ και K₂ του διπλανού σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 3\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 5\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$. Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή $t = 0\ \mathrm{s}$ ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο K₁ οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 1\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 12

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο.

Μονάδες 3

4.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο K₁, από τη χρονική στιγμή $t = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι τη χρονική $t_1 = 4\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε, πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, παραμένει ως κινητική στο κιβώτιο K₁.

Μονάδες 6

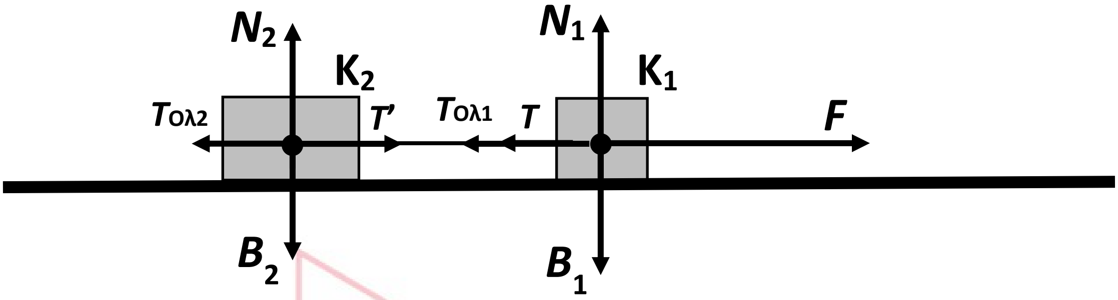
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

4.1

14389-Λύση



Σχεδίαση όλων των δυνάμεων και με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 κιβώτια.

(Μονάδες 8X1=8)

$\Sigma F_y = 0$ για κάθε κιβώτιο. Άρα

$$N_1 = B_1 = m_1 \cdot g\ (1) \text{ και } N_2 = B_2 = m_2 \cdot g\ (2)$$

$$T_{o\lambda 1} = \mu \cdot N_1 \overset{(1)}{\Rightarrow} T_{o\lambda 1} = \mu \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow T_{o\lambda 1} = 0{,}5 \cdot 3\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda 1} = 15\ \mathrm{N}}$$

$$T_{o\lambda 2} = \mu \cdot N_2 \overset{(2)}{\Rightarrow} T_{o\lambda 2} = \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow T_{o\lambda 2} = 0{,}5 \cdot 5\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda 2} = 25\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2X2=4)

4.2

Το νήμα είναι αβαρές, άρα ισχύει: $T = T'(3)$ ***(Μονάδα 1)***

Από την εφαρμογή του 2^{ου} νόμου του Νεύτωνα για το κιβώτιο Κ$_2$ προκύπτει:

$$\Sigma F_{\mathrm{K}2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - T_{o\lambda 2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow$$

$$T' = 0{,}5 \cdot 5\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 5\ \mathrm{Kg} \cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \overset{(3)}{\Rightarrow}$$

$$\boldsymbol{T' = T = 30\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

4.3

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Από τη χρονική στιγμή $t = 0$ s μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s, η μετατόπιση των κιβωτίων είναι:

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\Delta x = \frac{1}{2}\cdot \alpha \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}\cdot 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \Delta x = 8\ \mathrm{m}$$

$$W_T = -T\cdot \Delta x = -30\ \mathrm{N}\cdot 8\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_T = -240\ \mathrm{J}}$$

(Μονάδες 2+2=4)

4.4

Έχουμε

$$a = \frac{W_{\Sigma F(K1)}}{W_F}100\% = \frac{(F - T\ - T_{o\lambda 1})\cdot \cancel{\Delta x}}{F\cdot \cancel{\Delta x}}100\%\ \ (4)$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της $\vec{F}$.

$$F - T_{o\lambda 1} - T_{o\lambda 2} = (m_1 + m_2)\cdot a \Rightarrow F = 15\ \mathrm{N} + 25\ \mathrm{N} + 8\ \mathrm{Kg}\cdot 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 48\ \mathrm{N}}\ (5)$$

Και από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε τελικά

$$(4) \overset{(5)}{\Rightarrow} a = \frac{48\ \mathrm{N} - 30\ \mathrm{N} - 15\ \mathrm{N}}{48N}100\% \Rightarrow$$

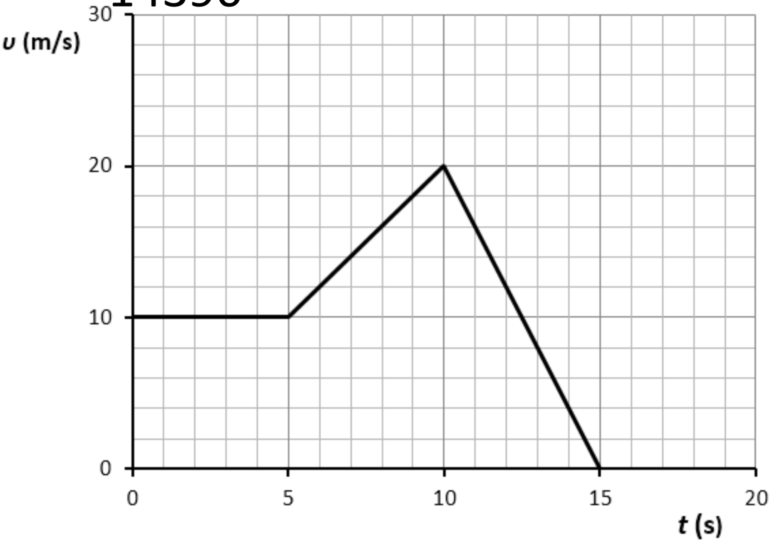
$$\boldsymbol{a = 6,25\%}$$

(Μονάδες 2+3+1=6)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14390



Ένα σώμα με μάζα $m = 120\ \mathrm{kg}$ ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα x΄x. Στο σώμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή $t_o\ =\ 0\ \mathrm{s}$, διέρχεται από τη θέση $x_0\ = -\ 25\ \mathrm{m}$, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι $\mu\ =\ 0{,}2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g\ =\ 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Ποιο είναι το είδος της κίνησης του σώματος για καθένα από τα χρονικά διαστήματα:

$0\ \mathrm{s} - 5\ \mathrm{s},\ 5\ \mathrm{s} - 10\ \mathrm{s},\ 10\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}.$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα.

Μονάδες 10

4.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο σώμα, στο χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 5\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 7

4.3 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2\ =\ 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$, στη διάρκεια του $4ου$ δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

Μονάδες 4

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

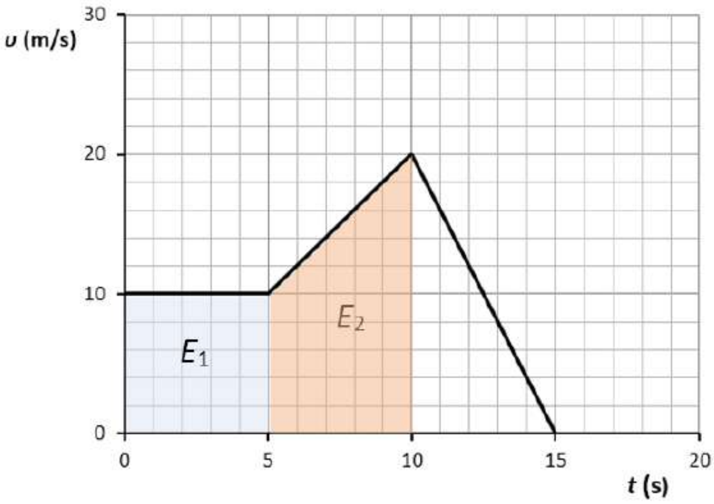
14390-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1

Το κινητό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο, άρα η κίνησή του σε όλα τα χρονικά διαστήματα είναι **ευθύγραμμη.**

(Μονάδα 1)



Σύμφωνα με το διάγραμμα:

Από $0\,\mathrm{s}-5\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό. Άρα:

$$\boldsymbol{\alpha_1 = 0\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 3)

Από $5\,\mathrm{s}-10\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{5\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = 2\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

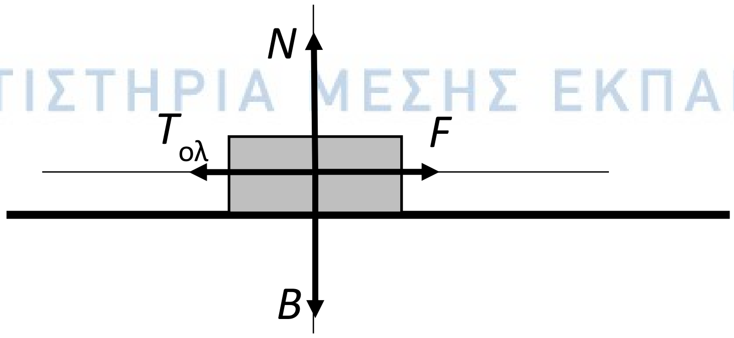
(Μονάδες 3)

Από $10\,\mathrm{s}-15\,\mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}-\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{0\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 20\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{5\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = -4\ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 3)

4.2



(Μονάδες 4)

Από $0\ \mathrm{s}-5\ \mathrm{s}$ το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση,** άρα:

$$\Sigma F = 0 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B = m\cdot g \Rightarrow N = 120\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s^2}} \Rightarrow \boldsymbol{N = 1200\ \mathrm{N}} \\ T_{o\lambda} = \mu\cdot N = 0{,}2\cdot 1200\ \mathrm{N} \Rightarrow \boldsymbol{T_{o\lambda} = 240\ \mathrm{N}} \\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{o\lambda} = F \Rightarrow \boldsymbol{F = 240\ \mathrm{N}} \end{cases}$$

(Μονάδες 3)

αλμπινιώσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.3

Από $0\ \text{s} - 10\ \text{s}$ η τιμή της μετατόπισης Δx του κινητού υπολογίζεται από το άθροισμα των εμβαδών E_1και E_2.

$$\Delta x = E_1 + E_2 \Rightarrow \Delta x = 10\ ^{\text{m}}/_{\text{s}} \cdot 5\ \text{s} + \left(\frac{10\ ^{\text{m}}/_{\text{s}} + 20\ ^{\text{m}}/_{\text{s}}}{2}\right) \cdot 5\ \text{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x = +125\ \text{m}}$$

Άρα το κινητό τη χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \text{s}$ βρίσκεται την στη θέση :

$$x = x_0 + \Delta x = -25\ \text{m} + 125\ \text{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x = +100\ \text{m}}$$

(Μονάδες 3+1=4)

4.4

Έχουμε:

$$\Delta x_{3-4} = \upsilon \cdot \Delta t_{3-4} = 10\ ^{\text{m}}/_{\text{s}} \cdot 1\ \text{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x_{3-4} = +10\ \text{m}}\ (1)$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_{3-4} \overset{(1)}{\Rightarrow} W_F = 240\ \text{N} \cdot 10\ \text{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_F = +2400\ \text{J}}$$

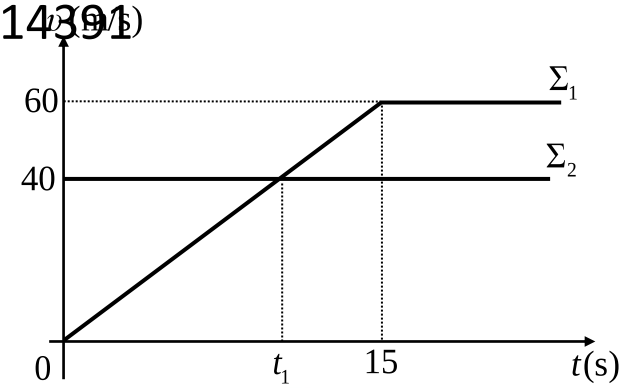
(Μονάδες 2+2=4)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 40\ \mathrm{Kg}$, βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Ο οριζόντιος δρόμος συμπίπτει με τον οριζόντιο άξονα x’x. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ το Σ₁ ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα Σ₂ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με $40\ \mathrm{m/s}$, στην ίδια κατεύθυνση με το Σ₁. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.

14391



4.1 Στο γραπτό σας να σχεδιάσετε τα σώματα και τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα.

Μονάδες 8

4.2 Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα κατά την διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x’x (α) για το χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}$ και (β) μετά τη χρονική στιγμή $t = 15\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 8

4.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σώματα τη χρονική στιγμή t_1;

Μονάδες 5

4.4 Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά.

Μονάδες 4

Δίνεται: $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$

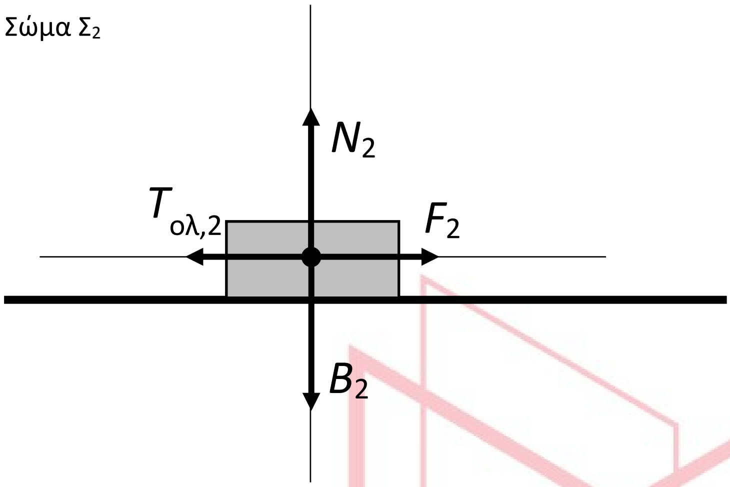
αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

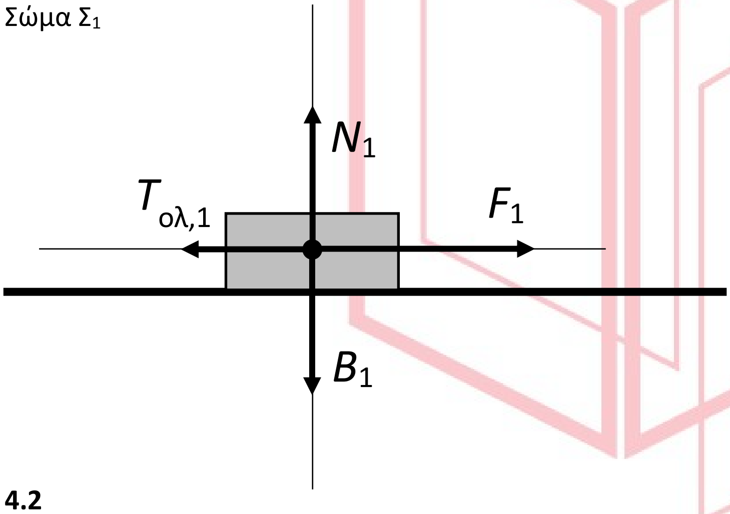
14391-Λύση

4.1

Σώμα Σ_2



Σώμα Σ_1



(Μονάδες 2Χ4=8)

4.2

Το σώμα $\mathbf{\Sigma_2}$ εκτελεί Ε.Ο.Κ. σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του άρα $\Sigma F = 0\ (\Sigma F_y = 0,\ \Sigma F_x = 0)$.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = B_2 \Rightarrow N_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow N_2 = 40\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N_2} = \mathbf{400\ N}\ \ (1)$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{0\lambda,2} = F_2 \Rightarrow F_2 = \mu \cdot N_2 \overset{(1)}{\Rightarrow} F_2 = 0{,}2 \cdot 400\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_2} = \mathbf{80\ N}\ \text{ και }\ \boldsymbol{T_{0\lambda,2}} = \mathbf{80\ N}\ \ (2)$$

(Μονάδα 1)

Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες έχουμε

$$B_1 = B_2 \Rightarrow N_1 = N_2 \Rightarrow T_{0\lambda,1} = T_{0\lambda,2} \overset{(2)}{\Rightarrow} \boldsymbol{T_{0\lambda,1}} = \mathbf{80\ N}\ \ (3)$$

(Μονάδα 1)

Το σώμα $\mathbf{\Sigma_1}$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στο χρονικό διάστημα $0\ \mathrm{s} - 15\ \mathrm{s}$ και Ε.Ο.Κ. μετά τα $15\ \mathrm{s}$. Άρα:

$$\alpha = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{60\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} - 0\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}{15\ \mathrm{s}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{4}\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}\ \ (4)$$

(Μονάδες 2)

αλιμνίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\Sigma F_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 - T_{0\lambda,1} = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 = T_{0\lambda,1} + m_1 \cdot a \xRightarrow{(3),(4)} F_1 = 80\ \text{N} + 40\ \text{Kg} \cdot\ 4\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_1 = 240\ \text{N}}$$

(Μονάδες 2)

Μετά τη χρονική στιγμή $t = 15\ \text{s}$:

$$\Sigma F'_x = 0 \Rightarrow T_{0\lambda,1} = F'_1 \overset{(2)}{\Rightarrow} \boldsymbol{F'_1 = 80\ \text{N}}$$

(Μονάδα 1)

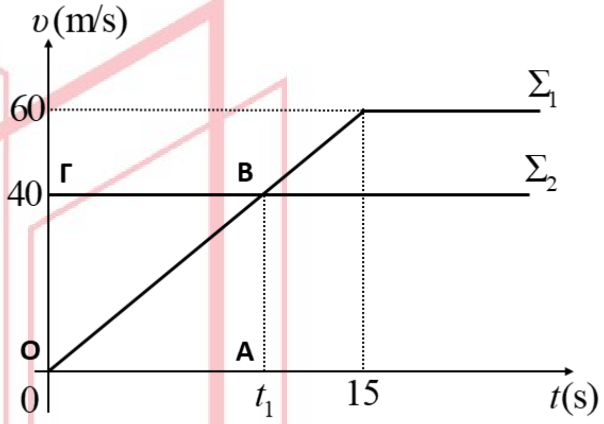
4.3

Τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή t_1 έχουν αποκτήσει ταχύτητες ίσων μέτρων .

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 = 40\,{}^{\text{m}}/_{\text{s}} \Rightarrow a \cdot t_1 = 40\,{}^{\text{m}}/_{\text{s}} \Rightarrow$$

$$4\,{}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \cdot t_1 = 40\,{}^{\text{m}}/_{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 10\ \text{s}}$$

(Μονάδες 2)



Το Σ₁ έχει διανύσει διάστημα:

$$s_1 = (OAB) = \frac{10\ \text{s} \cdot 40\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{2} \Rightarrow \boldsymbol{s_1 = 200\ \text{m}}$$

Το Σ₂ έχει διανύσει διάστημα:

$$s_2 = (OAB\Gamma) = 10\ \text{s} \cdot 40\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{s_2 = 400\ \text{m}}$$

Άρα, τη χρονική στιγμή t_1, τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους:

$$\boldsymbol{\Delta s = s_2 - s_1 = 200\ \text{m}}$$

(Μονάδες 3)

4.4

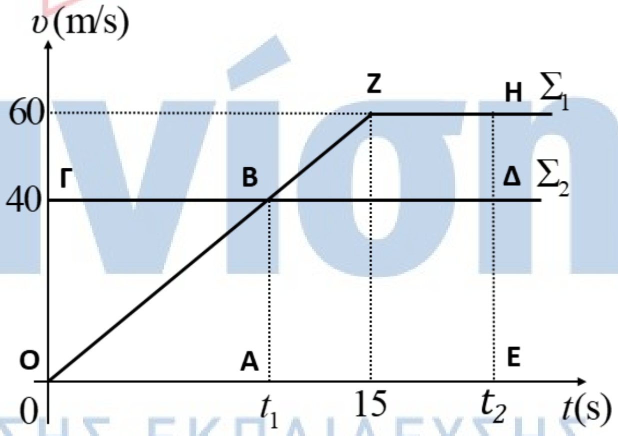
Έστω ότι τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά τη χρονική στιγμή t_2 μετά τη χρονική στιγμή $t_0\ =\ 0\ \text{s}$ Τότε:

$$s'_1 = s'_2\ \Rightarrow (OEHZ) = (OE\Delta\Gamma)$$

$$\Rightarrow \frac{t_2 + (t_2 - 15\ \text{s})}{2} \cdot 60\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} = t_2 \cdot 40\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 22,5\ \text{s}}$$

(Μονάδες 4)

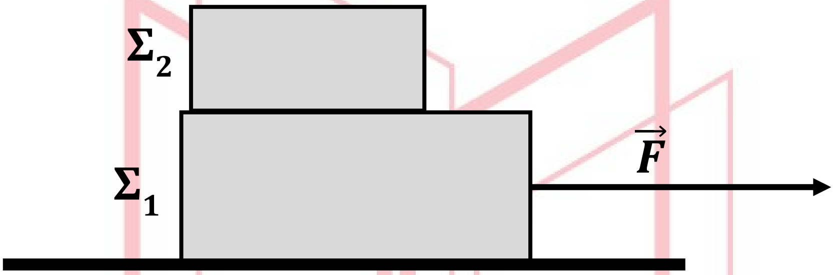


αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14392

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σώματα Σ₁ και Σ₂ με μάζες $m_1 = 6\ \mathrm{kg}$ και $m_2 = 4\ \mathrm{kg}$ αντίστοιχα, με το Σ₂ τοποθετημένο πάνω στο Σ₁. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ ασκούμε στο Σ₁ οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σώματα, εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους, κινούνται μαζί σαν ένα σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 2\ \mathrm{m}/_{\mathrm{s}^2}$, επάνω στο οριζόντιο ακίνητο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος Σ₁ και του δαπέδου είναι ίσο με $T_{o\lambda} = 30\ \mathrm{N}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 3

4.2 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 9\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 4

4.3 Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ₁ και του οριζόντιου δαπέδου.

Μονάδες 10

4.4 Τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του συστήματος είναι ίση με $\upsilon_1 = 10\ \mathrm{m/s}$, απομακρύνουμε ακαριαία το σώμα Σ₂, χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$.

Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ₁, τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 3\ \mathrm{s}$.

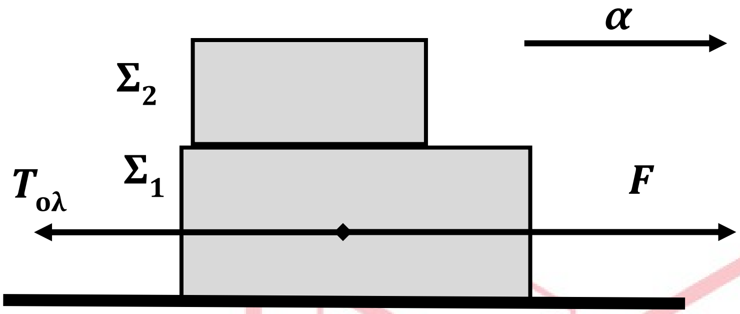
Μονάδες 8

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

14392-Λύση

4.1



Εφαρμόζοντας τον 2^ο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 30 \text{ N} + (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot 2 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 50 \text{ N}}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα των δύο σωμάτων:

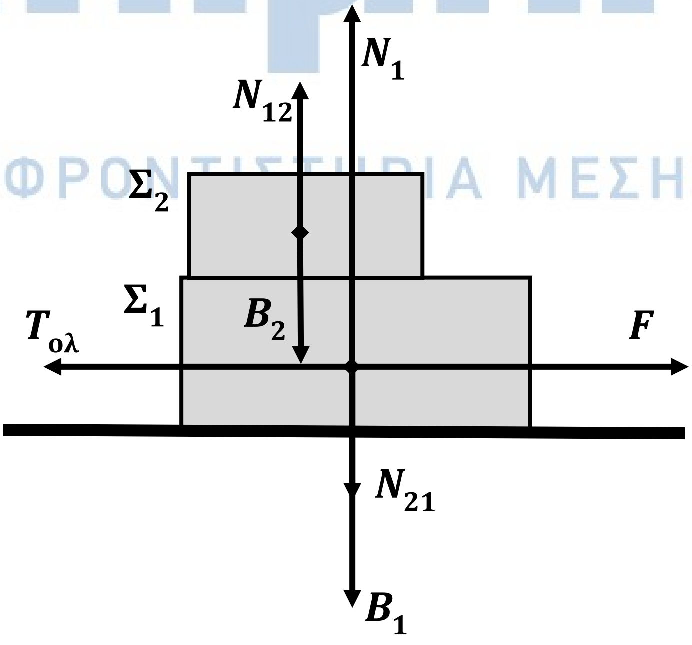
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot \upsilon^2 - 0 = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot \upsilon^2 = 50 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 6 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

(Μονάδες 4)

4.3



Σχεδιασμός δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα y'y.

(Μονάδες 5)

Στον κατακόρυφο άξονα y'y ισχύει $\Sigma F_y = 0$ για κάθε σώμα.

Για το Σ₂: $N_{12} = B_2 = m_2 \cdot g$

$$N_{12} = 4 \text{ Kg}.10 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{N_{12} = 40 \text{ N}}$$

(Μονάδα 1)

Από τον 3^ο Νόμο του Νεύτωνα:

$$\boldsymbol{N_{12} = N_{21} = 40 \text{ N}}$$

(Μονάδα 1)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14392-Λύση

Για το $Σ_1$:

$$N_1 = B_1 + N_{21} = m_1 \cdot g + N_{21} =$$

$$6\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} + 40\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N_1 = 100\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N_1 \Rightarrow 30\ \mathrm{N} = \mu \cdot 100\ \mathrm{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = 0,3}$$

(Μονάδα 1)

4.4

Υπολογίζουμε την νέα τιμή $T'_{ολ}$ της τριβής ολίσθησης:

$$T'_{ολ} = \mu \cdot N'_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0{,}3 \cdot 6\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T'_{ολ} = 18\ \mathrm{N}}$$

(Μονάδες 2)

Η νέα επιτάχυνση του σώματος $Σ_1$ είναι

$$ΣF_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F - T'_{ολ} = m_1 \cdot a \Rightarrow 50\ \mathrm{N} - 18\ \mathrm{N} = 6\ \mathrm{Kg} \cdot a' \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a' = \frac{16}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}$$

(Μονάδες 3)

και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή t_2

$$υ_2 = υ_1 + α' \cdot Δt \Rightarrow υ_2 = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} + \frac{16}{3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 3\ \mathrm{s}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{υ_2 = 26\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 3)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14393

Σε σώμα μάζας $m = 4\ \mathrm{Kg}$, το οποίο είναι ακίνητο στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$, επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο, ασκείται την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 20\ \mathrm{N}$. Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του $6^{ου}$ μέτρου της μετατόπισής του είναι $\Delta K = 12\ \mathrm{J}$.

Δίνεται: $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Να υπολογίσετε:

4.1 Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης (μ) μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου.

Μονάδες 5

4.2 Την χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση $x_1 = 6\ \mathrm{m}$ και το μέτρο υ_1 της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει.

Μονάδες 6

Μετά την χρονική στιγμή t_1 καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

4.3 Σε ποια θέση x_2 και σε ποια χρονική στιγμή t_2 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

Μονάδες 9

4.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το παραπάνω σώμα από την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι την χρονική στιγμή t_2.

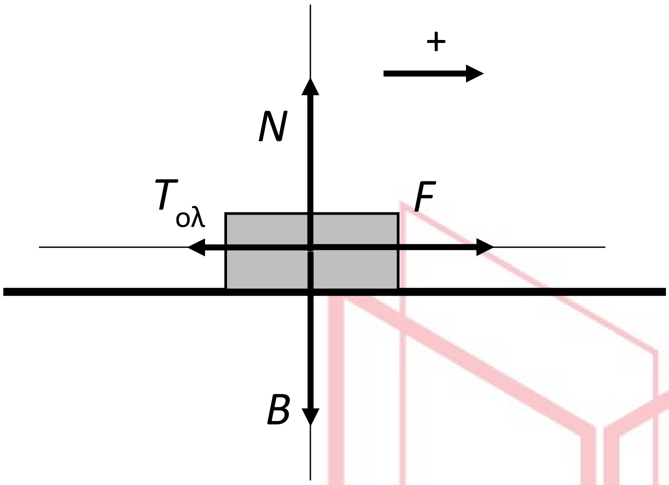
Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

14393-Λύση

4.1



Κατά τη διάρκεια του $6^{ου}$ μέτρου της μετατόπισης του σώματος, δηλαδή από την θέση $x_5 = 5\ \mathrm{m}$ μέχρι τη θέση $x_6 = 6\ \mathrm{m}$ το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta x = 1\ \mathrm{m}$.

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την παραπάνω μετατόπιση:

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow \Delta K = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 12\ \mathrm{J} = 20\ \mathrm{N} \cdot 1\ \mathrm{m} - T_{ολ} \cdot 1\ \mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_{ολ} = 8\ \mathrm{N}}$$

$$T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{T_{ολ}}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{8\ \mathrm{N}}{4\ \mathrm{Kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Rightarrow \boldsymbol{\mu = 0,2}$$

(Μονάδες 1+2+2=5)

4.2

Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως

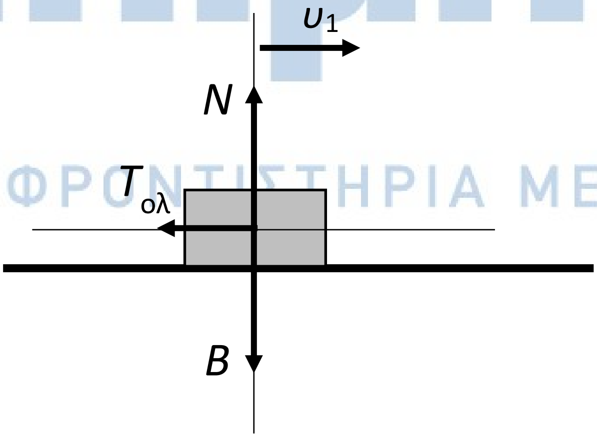
$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 20\ \mathrm{N} - 8\ \mathrm{N} = 4\ \mathrm{Kg} \cdot a \Rightarrow \boldsymbol{a = 3\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 6\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot 3\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot t_1^2 \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 2\ \mathrm{s}}$$

$$\upsilon_1 = a \cdot t_1 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 6\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

(Μονάδες 2+2+2=6)

4.3



Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής ολισθήσης.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = -T_{ολ} \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = -T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 4\ \mathrm{Kg} \cdot (6\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -8\ \mathrm{N} \cdot \Delta x \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x = 9\ \mathrm{m}}$$

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_2 = x_1 + \Delta x \Rightarrow x_2 = 6\ \mathrm{m} + 9\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{x_2 = 15\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 4)

$$T_{ολ} = m \cdot a' \Rightarrow -8\ \mathrm{N} = 4\ \mathrm{Kg} \cdot a' \quad \Rightarrow \boldsymbol{a' = -2\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

(Μονάδες 2)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_1 + \alpha' \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 6\ {}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}} - 2\ {}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}^2} \cdot \Delta t \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t = 3\ s}$$

(Μονάδες 2)

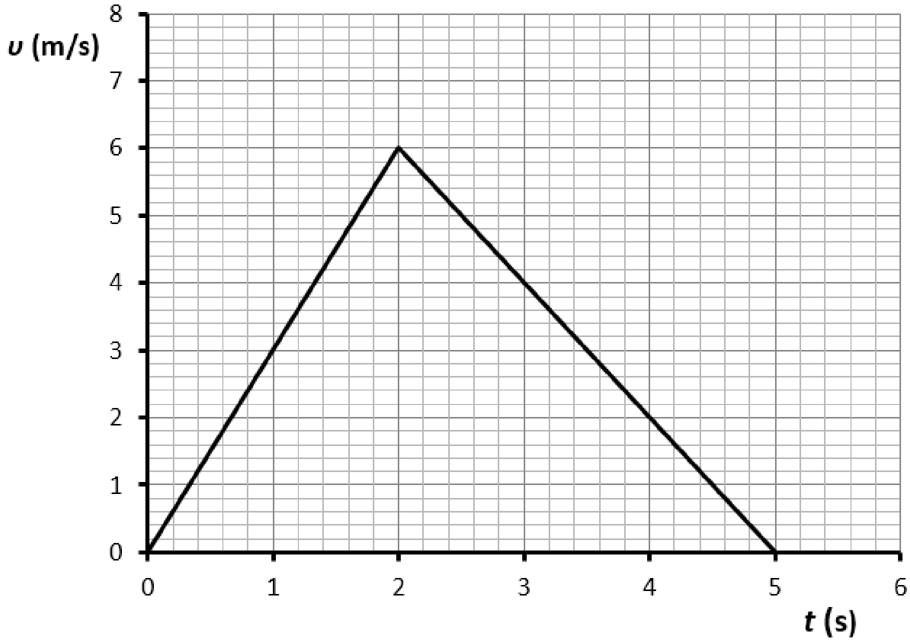
Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη χρονική στιγμή:

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 2\ \mathrm{s} + 3\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{t_2 = 5\ s}$$

(Μονάδα 1)

4.4

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι



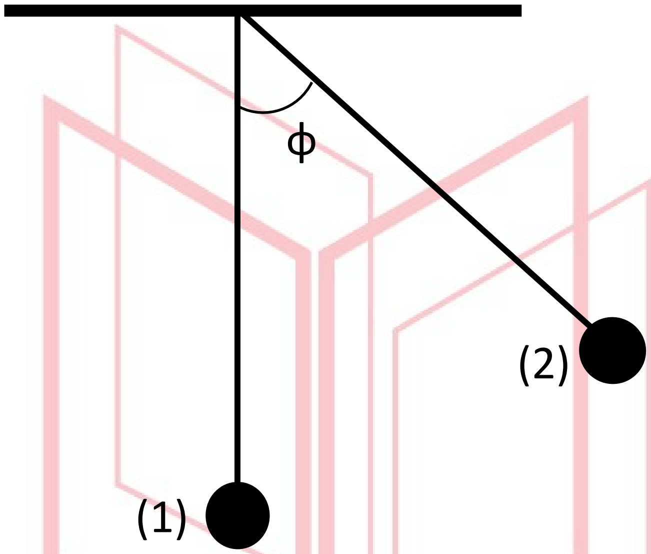
(Μονάδες 5)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14394

Σώμα μάζας $m = 10\ \mathrm{Kg}$ είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους $l = 1\ \mathrm{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο της οροφής. Το σώμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση (1). Ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, εκτρέπουμε το σώμα από την αρχική του θέση έτσι ώστε το νήμα στη νέα θέση (2) να σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^0$ με την κατακόρυφο. Το σώμα ισορροπεί στη νέα θέση.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν αυτό ισορροπεί στις θέσεις (1) και (2) και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες στη θέση (2), με τον άξονα x'x να είναι οριζόντιος.

Μονάδες 7

Να υπολογίσετε:

4.2 Την τάση του νήματος στις θέσεις (1) και (2).

Μονάδες 7

4.3 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Μονάδες 4

4.4 Αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2), να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αυτό θα έχει όταν διέρχεται από την θέση (1).

Μονάδες 7

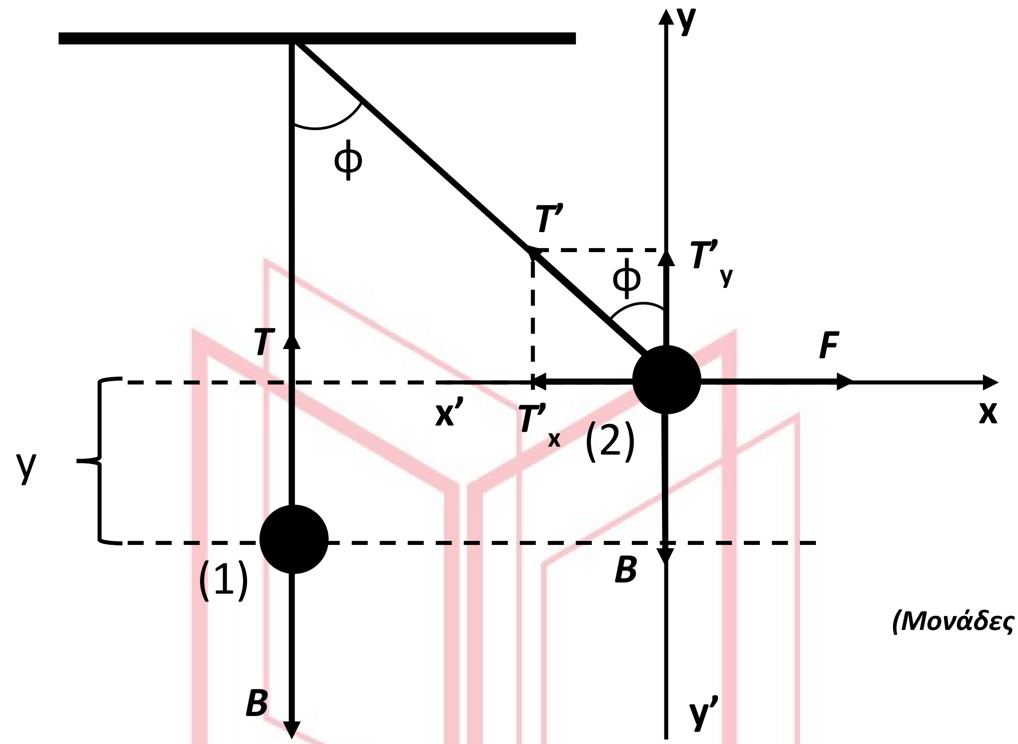
Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

αλιμινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική λύση</u>

14394-Λύση

4.1



(Μονάδες 7)

4.2

Στη θέση (1):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \Rightarrow T = m \cdot g = 10\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T = 100\ \text{N}}$$

Στη θέση (2):

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T'_y = B \Rightarrow T' \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 = m \cdot g \Rightarrow T' = \frac{10\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}{{}^{1}/_{2}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T' = 200\ \text{N}}$$

(Μονάδες 3+4=7)

4.3

Στη θέση (2):

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T'_x = F \Rightarrow T' \cdot \eta\mu 60^0 = F \Rightarrow F = 200\ \text{N} \cdot {}^{\sqrt{3}}/_{2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F = 100\sqrt{3}\ \text{N}}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Όταν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2) να κινηθεί προς τη θέση (1), στο σώμα ασκούνται το βάρος του και η τάση του νήματος. Το έργο της τάσης του νήματος είναι μηδέν καθώς η διεύθυνσή της είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση του σώματος και το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, άρα η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή.

(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Επομένως:

$$E_{MHX(2)} = E_{MHX(1)} \Rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \Rightarrow 0 + m \cdot g \cdot y = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 + 0 \ (1)$$

$$y = l - l \cdot \sigma\upsilon\nu 60^0 \Rightarrow y = 1\ m - 1\ \mathrm{m} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow y = 0{,}5\ \mathrm{m}\ (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{s^2} \cdot 0{,}5\ \mathrm{m} = \frac{1}{2} \cdot \upsilon^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{10}\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

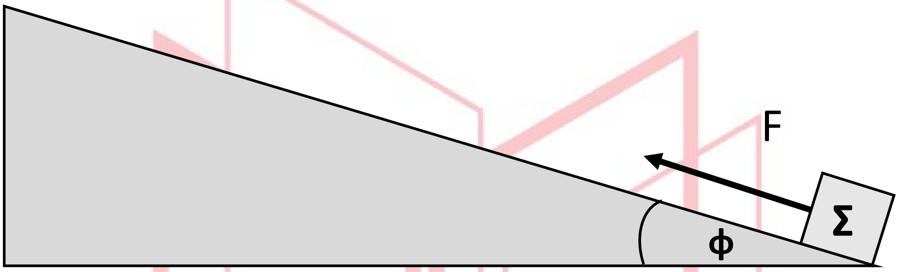
(Μονάδες 5)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14395

Σε σώμα Σ μάζας $m = 10$ Kg, το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση $x_0 = 0$ m) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^0$, αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s, σταθερή δύναμη μέτρου $F = 120$ N, με διεύθυνση παράλληλη του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνοντας με σταθερή επιτάχυνση και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του $4ου$ δευτερολέπτου της κίνησής του, είναι $\Delta x = 7$ m.



4.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, για το χρονικό διάστημα $t_0 = 0$ s έως $t_4 = 4$ s και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης. ***Μονάδες 5***

Να υπολογίσετε:

4.2 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος για το παραπάνω χρονικό διάστημα 0 s $- 4$ s.

Μονάδες 4

4.3 Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης (μ) μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 7

Μετά την χρονική στιγμή $t_4 = 4$ s και ενώ το σώμα βρίσκεται στη θέση x_4 επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

4.4 Σε ποια θέση (x_5) θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

Μονάδες 9

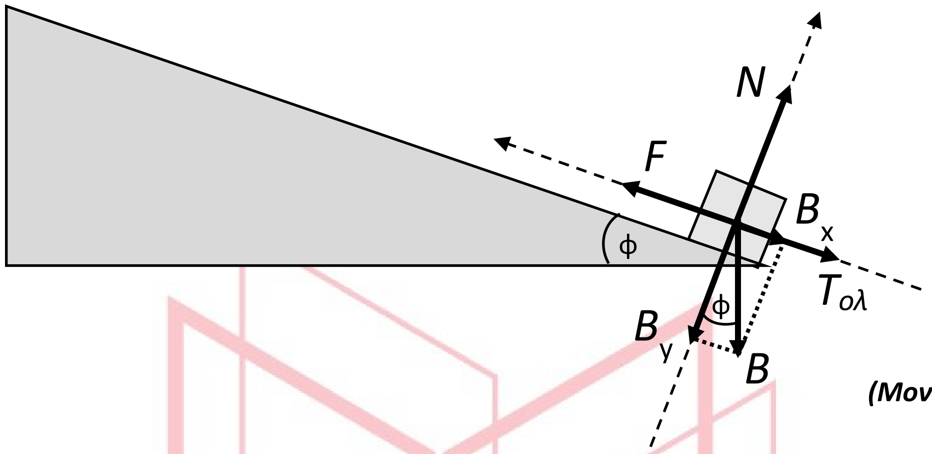
Δίνονται: $\eta\mu 30^0 = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\frac{m}{s^2}$

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14395-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1



(Μονάδες 5)

4.2

Η μετατόπιση Δx του σώματος κατά τη διάρκεια του $4^{ου}$ δευτερολέπτου της κίνησής του προκύπτει από την διαφορά:

$$\Delta x = x_4 - x_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}\cdot a \cdot t_4^2 - \frac{1}{2}\cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow \ 7\ \mathrm{m} = \frac{1}{2}\cdot a \cdot (16-9)\ \mathrm{s}^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a = 2\ {}^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 4)

4.3

Έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = m\cdot g\cdot συν30^0 \Rightarrow N = 10\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N = 50\cdot\sqrt{3}\ \mathbf{N}}\ (1)$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = \mu\cdot N$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = m\cdot a \Rightarrow F - B_x - T_{ολ} = m\cdot a \Rightarrow F - \ m\cdot g\cdot ημ30^0 - \mu\cdot N = m\cdot a \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$120\ \mathrm{N} - 10\ \mathrm{Kg}\cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot\frac{1}{2} - \mu\cdot 50\cdot\sqrt{3} = 10\ \mathrm{Kg}\cdot 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το σώμα τη χρονική στιγμή $t_4 = 4s$ θα είναι:

$$\upsilon = \alpha\cdot t_4 \Rightarrow \upsilon = \ 2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}\cdot 4\ \mathrm{s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = 8\ {}^{m}/_{s}}$$

(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Το σώμα θα βρίσκεται στη θέση:

$$x_4 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_4^2 \Rightarrow x_4 = \frac{1}{2} \cdot 2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_4 = 16\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 2)

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση x_4 μέχρι τη θέση x_5, που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος προκύπτει:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B + W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 = -\, m \cdot g \cdot \eta\mu 30^0 \cdot \Delta x -\ \mu \cdot N \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \mathrm{Kg} \cdot (8\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 = -10 Kg \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 50 \cdot \sqrt{3}\,\mathrm{N}\ \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta x = 3,2\ \mathrm{m}}$$

(Μονάδες 4)

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_5 = x_4 + \Delta x \Rightarrow x_5 = 16\ \mathrm{m} + 3{,}2\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_5 = 19,2\ \mathrm{m}}$$

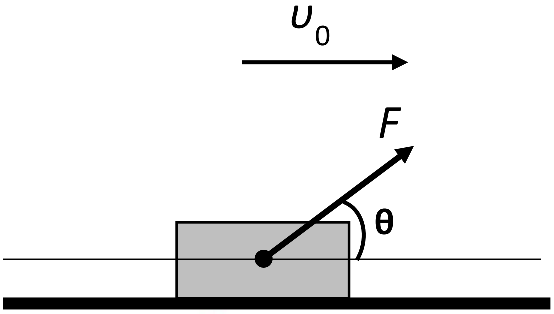
(Μονάδα 1)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14396

Το κιβώτιο του σχήματος που έχει μάζα $m = 16\ \mathrm{Kg}$ διέρχεται από τη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ του οριζόντιου δαπέδου, την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\ \mathrm{m}/\mathrm{s}$. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο κιβώτιο είναι $F = 100\ \mathrm{N}$. Η διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ σχηματίζει γωνία 60^0 με την οριζόντια διεύθυνση.



4.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, να αποδείξετε ότι το δάπεδο, στο οποίο κινείται το σώμα, δεν μπορεί να είναι λείο και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Μονάδες 7

4.2 Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης (μ).

Μονάδες 6

Την χρονική στιγμή $t_1 = 4\ \mathrm{s}$ η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται.

4.3 Να υπολογίσετε το μέτρο υ_2 της ταχύτητας του κιβωτίου την χρονική στιγμή $t_2 = 6\ \mathrm{s}$

Μονάδες 6

4.4 Σε ποια θέση (x_3) η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται;

Μονάδες 6

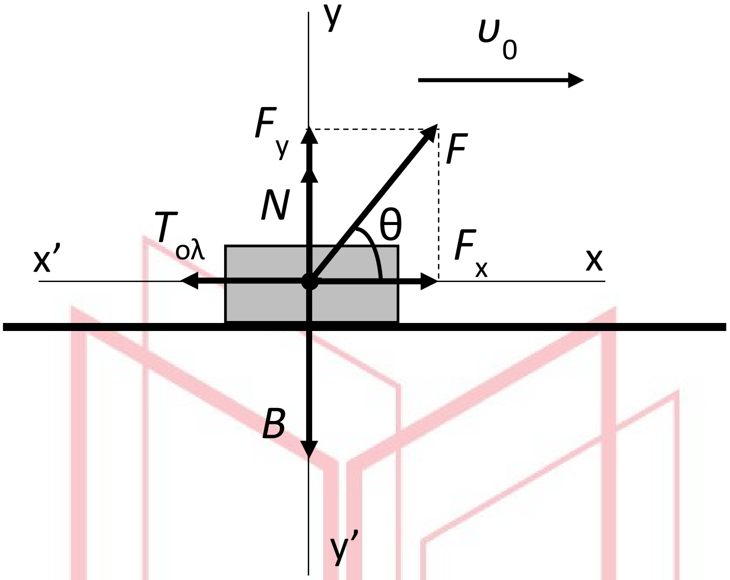
Δίνονται: $\eta\mu 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 60^0 = \frac{1}{2}$, $\sqrt{3} = 1{,}7$ $\ g = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

14396-Λύση

4.1



(Μονάδες 5)

Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα άρα θα πρέπει και στον άξονα κίνησης $\Sigma F_x = 0$, δηλ. θα πρέπει να υπάρχει στον άξονα αυτόν μια δύναμη αντίθετη της $\vec{F}_x$ και αυτή είναι η τριβή ολίσθησης, επομένως

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ}$$

(Μονάδες 2)

4.2

Από τον 1^o νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot ημ60^0 \Rightarrow N = 16\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} - 100\ \text{N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

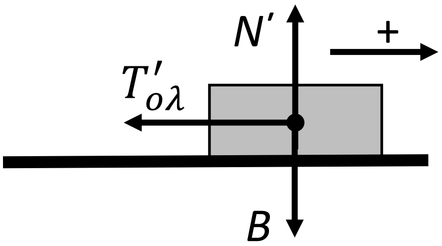
$$\boldsymbol{N = 75\ \text{N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ} \Rightarrow\ F \cdot συν60^0 = \mu \cdot N \Rightarrow 100\ \text{N} \cdot \frac{1}{2} = \mu \cdot 75\ \text{N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = \frac{2}{3}}$$

(Μονάδες 2X3=6)

4.3



Όταν καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, προκύπτει νέα τιμή για την τριβή ολίσθησης δεδομένου ότι:

$$F_y = 0 \Rightarrow N' = B \Rightarrow N' = m \cdot g = 16\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{N' = 160\ \text{N}}$$

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$T'_{ολ} = μ \cdot N' \Rightarrow T'_{ολ} = \frac{2}{3} \cdot 160 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T'_{ολ} = \frac{320}{3} \text{ N}}$$

Από τον 2° νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$ΣF_x = m \cdot a' \Rightarrow -T'_{ολ} = m \cdot a' \Rightarrow -\frac{320}{3} \text{ N} = 16 \text{ Kg} \cdot a'$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{a' = -\frac{20}{3} \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}$$

και τελικά

$$υ_2 = υ_0 + α' \cdot Δt \Rightarrow υ_2 = 20 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} - \frac{20}{3} \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \cdot 2 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{υ_2 = \frac{20}{3} \ {}^{m}/_{s}}$$

(Μονάδες 1+1+2+2=6)

4.4

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$ μέχρι την θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα του κιβωτίου.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot υ_0^2 = -T'_{ολ} \cdot Δx \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 16 \text{ Kg} \cdot (20 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 = -\frac{320}{3} \text{ N} \cdot Δx \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{Δx = 30 \text{ m}}$$

Το κιβώτιο τη χρονική στιγμή $t_1 = 4$ s βρίσκεται στη θέση

$$x_1 = 20 \ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_1 = 80 \text{ m}}$$

Άρα η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται στη θέση

$$x_3 = x_1 + Δx \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{x_3 = 110 \text{ m}}$$

(Μονάδες 4+1+1=6)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14397

Σώμα μάζας $m = 20\ \mathrm{Kg}$ είναι ακίνητο επάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, στη θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 80\ \mathrm{N}$ και αυτό αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$ φθάνει στη θέση $x_1 = 45\ \mathrm{m}$.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται $g = 10\ ^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Να δικαιολογήσετε, ότι μεταξύ του δαπέδου και του σώματος ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή (μ).

Μονάδες 10

Μετά την χρονική στιγμή $t_1 = 6\ \mathrm{s}$ το σώμα συνεχίζει την κίνησή του επάνω στο οριζόντιο δάπεδο, ενώ εξακολουθεί να ασκείται σ' αυτό η δύναμη $\vec{F}$ και την χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$ φθάνει στη θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$.

4.3 Υπάρχει δύναμη τριβής ολίσθησης από τη θέση x_1 μέχρι τη θέση x_2;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.4 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση $x_0 = 0\ \mathrm{m}$ μέχρι την θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$ και να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από την χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ μέχρι την χρονική στιγμή $t_2 = 10\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 5

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική λύση

14397-Λύση

4.1

Από τις εξισώσεις θέσης και ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_1^2 \Rightarrow 45 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (6 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha = 2,5 \ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

(Μονάδες 3)

$$\upsilon_1 = \alpha \cdot t_1 = \ 2{,}5 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \cdot 6 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 15 \ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s}}}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Αν δεν ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δαπέδου τότε:

$$\Sigma F = F = m \cdot \alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{F}{m} \Rightarrow \alpha' = \frac{80 \text{ N}}{20 \text{ Kg}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha' = 4 \, ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}}}$$

Η επιτάχυνση του σώματος, που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα 4.1, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος είναι

$$\boldsymbol{\alpha = 2,5 \ ^{\mathbf{m}}/_{\mathbf{s^2}} < \alpha'}$$

(Μονάδες 3)

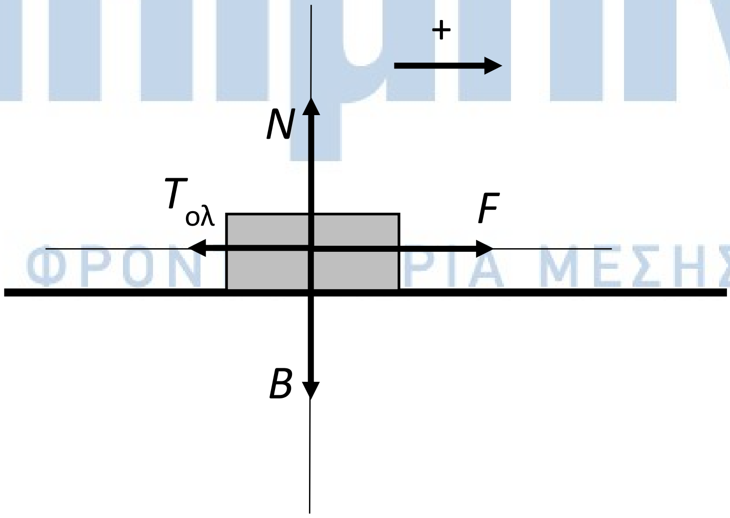
Άρα το σώμα δέχεται δύναμη τριβή ολίσθησης, επομένως:

$$\Sigma F = F - T_{o\lambda} = m \cdot \alpha \Rightarrow 80 \text{ N} - T_{o\lambda} = 20 \text{ Kg} \cdot \ 2{,}5 \ ^{\text{m}}/_{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{T_{o\lambda} = 30 \text{ N}}$$

(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



(Μονάδες 3)

$$T_{o\lambda} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{30 \text{ N}}{20 \text{ Kg} \cdot 10 \ ^{m}/_{s^2}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\mu = 0,15}$$

(Μονάδες 2)

4.3

Από τη θέση $x_1 = 45\ \mathrm{m}$ μέχρι τη θέση $x_2 = 137\ \mathrm{m}$ η τιμή της μετατόπισης του σώματος είναι

$$\Delta x = 92\ \mathrm{m}$$

και η χρονική διάρκεια της κίνησης

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10\ \mathrm{s} - 6\ \mathrm{s} \Rightarrow \Delta t = 4\ \mathrm{s}$$

επομένως:

$$\Delta x = \upsilon_1 \cdot\ \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 92\ \mathrm{m} = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 4\ \mathrm{s} + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (4\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{a_1 = 4\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2}}$$

Με το δεδομένο ότι δεν έχει καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$ και συγκρίνοντας την τιμή της επιτάχυνσης a_1 με την a' (απάντηση ερωτήματος 4.2) συμπεραίνουμε ότι αυτό το τμήμα του δαπέδου είναι λείο.

(Μονάδες 4)

4.4

Τα ζητούμενα έργα είναι

$$W_F = F \cdot (x_2 - x_0) \Rightarrow W_F = 80\ \mathrm{N} \cdot 137\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

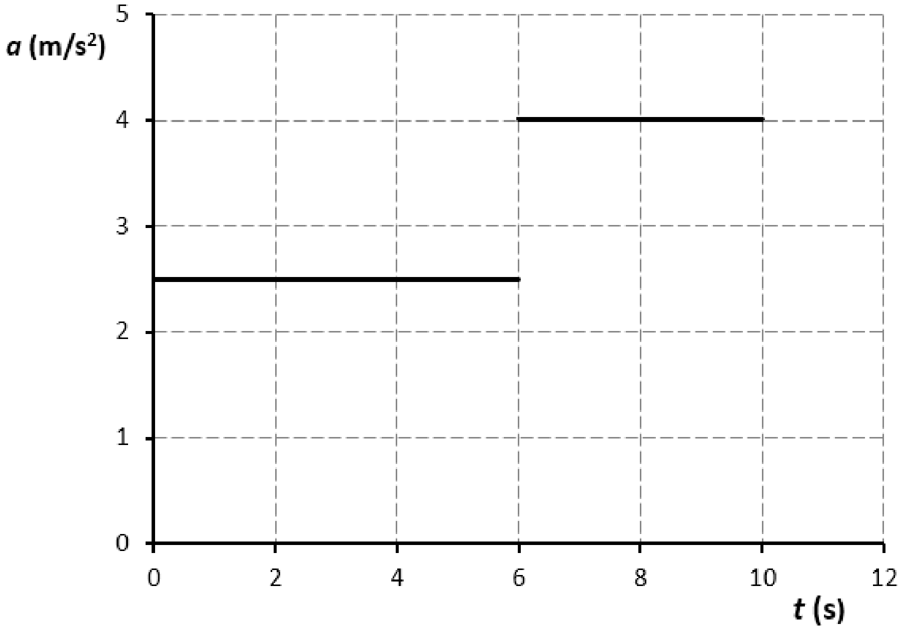
$$\boldsymbol{W_F = 10960\ \mathrm{J}}$$

$$W_{T\text{ολ}} = -T_{\text{ολ}} \cdot (x_1 - x_0) \Rightarrow W_{T\text{ολ}} = -30\ \mathrm{N} \cdot 45\ \mathrm{m} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{W_{T\text{ολ}} = -1350\ \mathrm{J}}$$

$$\boldsymbol{W_B = W_N = 0\ \mathrm{J}}$$

(Μονάδες 3)



(Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4

14529

Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας $m = 10\ \mathrm{Kg}$, βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη $F = 60\ \mathrm{N}$ για χρονικό διάστημα Δt και το μετατοπίζει κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}4$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα Δt.

Μονάδες 7

4.3 Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

Μονάδες 5

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας $m_1 = 40\ \mathrm{Kg}$ και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

4.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα Δt να το μετατοπίσει κατά $\Delta x = 25\ \mathrm{m}$.

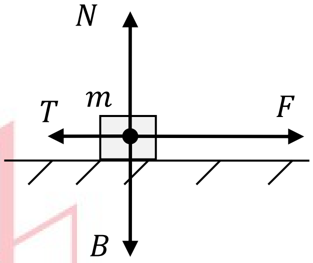
Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14529-Λύση

Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα yy' και τον 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα στον άξονα χχ' προκύπτει:



$$\left.\begin{array}{r} T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma \end{array}\right\} a = 2\ \mathrm{m/s^2}\ \ (1)$$

(Μονάδες 4)

Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta t = 5\ \mathrm{s}\ (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 0^o \quad ή \quad W_F = 1.500\ \mathrm{J}\ \ (3)$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 90^o \quad ή \quad W_B = 0\ \mathrm{J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 270^o \quad ή \quad W_N = 0\ \mathrm{J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left.\begin{array}{r} W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o \\ T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \end{array}\right\} W_T = -1.000\ \mathrm{J}\ (4)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = W_F + W_T \xrightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 500\ \mathrm{J}$$

και τελικά

$$\upsilon = 10\ \mathrm{m/s}$$

(Μονάδες 5)

4.4 Η συνολική μάζα του γεμάτου κιβωτίου είναι $m_{o\lambda} = 50\ \mathrm{Kg}$.

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B_{o\lambda} \ \ ή \ \ N' = 500\ \mathrm{N} \ \ και$$

$$T' = \mu \cdot N' \ \ ή \ \ T' = 200\ \mathrm{N}$$

Σε ίσα χρονικά διαστήματα, τα δύο κιβώτια διανύουν ίσες αποστάσεις. Άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση, δηλ.:

αλμινίσης ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14529-Λύση

$$a' = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

Στο αποτέλεσμα αυτό θα καταλήγαμε και από τη σχέση:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha'\Delta t^2 \text{ ή } a' = 2\ \mathrm{m/s^2}$$

(Μονάδες 4)

Από τον 2^{ο} Νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m_{ολ}a' \Rightarrow F' - T' = m_{ολ}a'$$

και τελικά

$$F' = 300\ \mathrm{N}$$

(Μονάδες 3)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14530

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα, μάζας $m = 1\ \mathrm{Kg}$, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\ \mathrm{m/s}$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος (h) που θα φτάσει η σφαίρα και το χρονικό διάστημα $(\Delta t_{\alpha\nu})$ μέχρι να φτάσει στο ύψος αυτό (χρονικό διάστημα ανόδου).

Μονάδες 6

Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Γης.

4.2 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $(\Delta t_{\kappa\alpha\theta})$ μέχρις ότου η σφαίρα επιστρέψει στην επιφάνεια της Γης (χρονικό διάστημα καθόδου), καθώς και την ταχύτητα (υ_0') με την οποία αυτή επιστρέφει.

Μονάδες 6

4.3 Να συγκρίνετε:

(α) το μέτρο της αρχικής ταχύτητας (υ_0) εκτόξευσης της σφαίρας με το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης (υ_0').

(β) το χρονικό διάστημα ανόδου $(\Delta t_{\alpha\nu})$ με αυτό της καθόδου της σφαίρας $(\Delta t_{\kappa\alpha\theta})$.

(γ) Αν η μάζα της σφαίρας ήταν τετραπλάσια της αρχικής τα συμπεράσματα των δυο προηγούμενων ερωτημάτων θα ήταν τα ίδια ή διαφορετικά και γιατί;

Μονάδες 6

4.4 Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της σφαίρας:

(α) κατά την άνοδο της σφαίρας και (β) κατά την κάθοδο της σφαίρας.

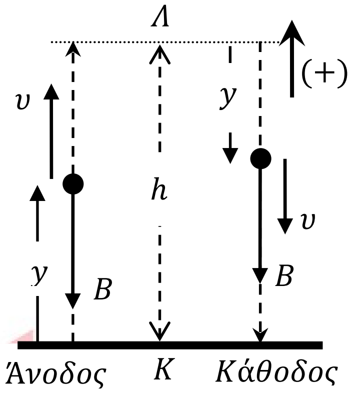
Τι συμπεραίνετε;

Μονάδες 7

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

<u>Ενδεικτική Λύση</u>

14530-Λύση



4.1 Κατά την άνοδο της σφαίρας η μόνη δύναμη που αυτή δέχεται είναι το βάρος της,

$$\Sigma F_y = ma \;\text{ ή }\; -mg = ma \;\text{ ή }\; a = -g$$

(Μονάδες 2)

Επομένως η σφαίρα, κατά την άνοδό της, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Άρα έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} y = \upsilon_0\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2 \\ \upsilon = \upsilon_0 - g\Delta t \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\gamma\iota\alpha\ y=h} \left\{\begin{matrix} h = \upsilon_0\Delta t_{\alpha\nu} - \frac{1}{2}g\Delta t_{\alpha\nu}^{\;2} \\ 0 = \upsilon_0 - g\Delta t_{\alpha\nu} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\left\{\begin{matrix} h = \dfrac{\upsilon_0^{\;2}}{2g} \\ \Delta t_{\alpha\nu} = \dfrac{\upsilon_0}{g} \end{matrix}\right\}$$

και τελικά

$$h = 20\ \text{m}\ \ (1)$$
$$\Delta t_{\alpha\nu} = 2\ \text{s}\ \ (2)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Στη συνέχεια η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left.\begin{matrix} y = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \\ \upsilon = g\Delta t \end{matrix}\right\} \xRightarrow{\gamma\iota\alpha\ y=h} \left\{\begin{matrix} h = \frac{1}{2}g\Delta t_{\kappa\alpha\theta}^{\;2} \\ \upsilon_0' = g\Delta t_{\kappa\alpha\theta} \end{matrix}\right\}$$

και τελικά

$$\upsilon_0' = 20\ \text{m/s}\ \ (3)$$
$$\Delta t_{\kappa\alpha\theta} = 2\ \text{s}\ \ (4)$$

(Μονάδες 6)

4.3

(α) Από την σχέση (3) έχουμε $\upsilon_0' = \upsilon_0$

(Μονάδες 1)

(β) Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε $\Delta t_{\alpha\nu} = \Delta t_{\kappa\alpha\theta}$

(Μονάδες 1)

(γ) Παρατηρούμε ότι οι τελικές σχέσεις που μας δίδουν τα μεγέθη υ_0', $\Delta t_{\alpha\nu}$ και $\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$ είναι ανεξάρτητες της μάζας της σφαίρας, επομένως τα αποτελέσματα θα παραμείνουν τα ίδια.

(Μονάδες 4)

4.4

Κατά την άνοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot \sigma\upsilon\nu 180^o \;\text{ ή }\; W_B = -200\ \text{J}$$

(Μονάδες 2)

αλμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Κατά την κάθοδο:

14530-Λύση

$$W_B = B \cdot h \cdot συν0^o \text{ ή } W_B = 200\text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό έργο του βάρους κατά τη κλειστή διαδρομή $K \rightarrow Λ \rightarrow K$ είναι μηδέν.

(Μονάδες 3)

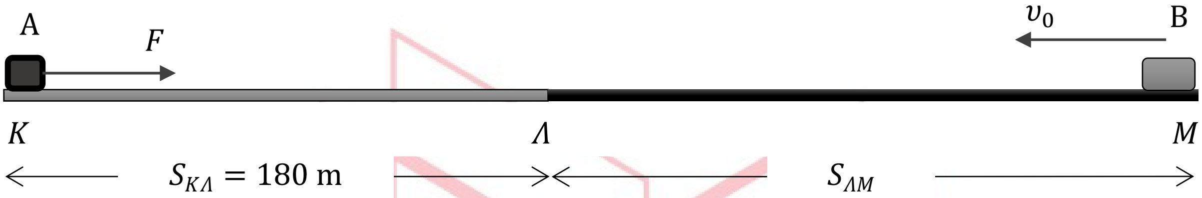
(Το ανωτέρω συμπέρασμα προκύπτει και από το γεγονός ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος της, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, επομένως $W_{B(K \rightarrow Λ \rightarrow K)} = 0\text{ J}$)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 4

14532

Στο αρχικά ακίνητο σώμα Α, μάζας $m_A = 2\ \mathrm{Kg}$, ασκείται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\ \mathrm{s}$, οριζόντια δύναμη $F = 20\ \mathrm{N}$. Το σώμα Α κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο $ΚΛ$, μήκους $S_{ΚΛ} = 180\ \mathrm{m}$. Ένα δεύτερο σώμα Β, διπλάσιας μάζας ($m_B = 2m_A$), διέρχεται, τη χρονική στιγμή t_0, από το σημείο M του μη λείου οριζοντίου επιπέδου $ΛΜ$ με ταχύτητα $\upsilon_0 = 42\ \mathrm{m/s}$, κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Β και του επιπέδου $ΛΜ$ είναι $\mu = 0{,}2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

4.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_A μέχρι το σώμα Α να φτάσει στο σημείο $Λ$, καθώς και τη ταχύτητα υ_A με την οποία φτάνει σε αυτό.

Μονάδες 6

4.2 Να υπολογίσετε το μήκος $S_{ΛΜ}$, αν γνωρίζετε ότι το σώμα Β φτάνει στο σημείο $Λ$ ταυτόχρονα με το σώμα Α.

Μονάδες 6

4.3 Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο $Λ$, ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

Μονάδες 7

4.4 Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{K_B}{K_A}$, όπου K_A η κινητική ενέργεια του σώματος Α, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $S_{ΚΛ}/2$ και K_B η κινητική ενέργεια του σώματος Β, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $S_{ΛΜ}/2$.

Μονάδες 6

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενδεικτική Λύση

14532-Λύση

4.1 Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με

$$\alpha_A = \frac{F}{m_A}$$

ή

$$\alpha_A = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\ (1)$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$$\left.\begin{aligned} S_{K\Lambda} &= \frac{1}{2}\alpha_A \Delta t_A^2 \\ \upsilon_A &= \alpha_A \Delta t_A \end{aligned}\right\}$$

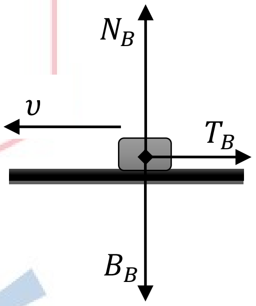
και τελικά

$$\Delta t_A = 6\ \mathrm{s} \quad (2)$$

$$\upsilon_A = 60\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β φαίνονται στο διπλανό σχήμα.



$$\left.\begin{aligned} T_B &= \mu \cdot N_B \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow N_B = B_B \\ \Sigma F_x = m_B a_B &\Rightarrow T_B = m_B a_B \end{aligned}\right\} a_B = 2\ \mathrm{m/s^2}\ (4)$$

(Μονάδες 4)

Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, δεδομένου ότι η δύναμη T_B είναι αντίρροπη της ταχύτητας, επομένως

$$S_{\Lambda M} = \upsilon_0 \Delta t_B - \frac{1}{2}\alpha_B \Delta t_B^2 \xRightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} S_{\Lambda M} = 216\ \mathrm{m}\ (5)$$

(Μονάδες 2)

4.3 Η κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K_{A\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_A \upsilon_A^2 \text{ ή } K_{A\tau\varepsilon\lambda} = 3.600\ \mathrm{J} \quad (6)$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

(Μονάδες 2)

Η ταχύτητα του σώματος Β όταν αυτό φτάνει στο σημείο Λ είναι:

$$\upsilon_B = \upsilon_0 - \alpha_B\ \Delta t_B \xRightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} \upsilon_B = 30\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ (7)$$

και η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K_{B\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m_B \upsilon_B^2 \text{ ή } K_{B\tau\varepsilon\lambda} = 1.800\ \mathrm{J}\ (8)$$

(Μονάδες 2)

Η ολική μηχανική ενέργεια είναι:

$$E_{ολ} = K_{Ατελ} + K_{Βτελ} \xrightarrow{(6),(8)} E_{ολ} = 5.400\ \mathrm{J}$$

(Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο κίνησης των δύο σωμάτων).

Δεδομένου ότι τα δύο σώματα ακινητοποιήθηκαν, όλη η μηχανική ενέργειά τους, δηλ. $5.400\ \mathrm{J}$, μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας.

(Μονάδες 3)

4.4 Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τα δύο σώματα έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} K_A - 0 &= W_{ΣF_A} \\ K_B - K_{Bαρχ} &= W_{ΣF_B} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 2)

$$\left.\begin{aligned} K_A - 0 &= F \cdot \frac{S_{ΚΛ}}{2} \\ K_B - \frac{1}{2} m_B υ_0^2 &= -T_B \cdot \frac{S_{ΛΜ}}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 2)

$$\left.\begin{aligned} K_A &= 1.800\ \mathrm{J} \\ K_B &= 2.664\ \mathrm{J} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{2.664\ \mathrm{J}}{1.800\ \mathrm{J}} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 1{,}48$$

(Μονάδες 2)

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14834

ΘΕΜΑ 2

2.1 Αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει ελικόπτερο που βρίσκεται ακίνητο σε ύψος $1Km$ από την επιφάνεια του εδάφους. Αρχικά ο αλεξιπτωτιστής έχει κλειστό το αλεξίπτωτο, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία έχει αποκτήσει ταχύτητα $10\frac{m}{s}$, ανοίγει το αλεξίπτωτο. Στη συνέχεια κινείται με τη παραπάνω σταθερή ταχύτητα μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$ τότε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ο αλεξιπτωτιστής εγκατέλειψε το ελικόπτερο μέχρι που έφτασε στο έδαφος είναι:

(α) $100{,}0\ s$

(β) $101{,}0\ s$

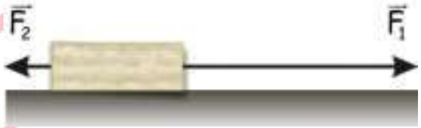
(γ) $100{,}5\ s$

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

2.2 Κιβώτιο μάζας $10Kg$ βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται σε αυτό δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα $F_1 = 25N$ και $F_2 = 5N$.



2.2Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και $g = 10\frac{m}{s^2}$ τότε ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι:

(α) $\mu = 0{,}1$

(β) $\mu = 0{,}2$

(γ) $\mu = 0{,}3$

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

14834-Λύση

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η κίνηση του αλεξιπτωτιστή διακρίνεται σε δυο στάδιο:

<u>1° στάδιο:</u> ελεύθερη πτώση για χρονικό διάστημα t_1 και τελική ταχύτητα $\upsilon_1 = g \cdot t_1$ ή $\upsilon_1 = 10\frac{m}{s}$ και με επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$

Από τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει ότι $t_1 = 1s$, συνεπώς κατά την ελεύθερη πτώση ο αλεξιπτωτιστής διανύει διάστημα που δίδεται από τη σχέση $s_1 = \frac{1}{2}g \cdot t_1^2$ ή $s_1 = 5\text{ m}$ (1)

<u>2° στάδιο:</u> Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $\upsilon_1 = 10\frac{m}{s}$ για διάστημα $s_2 = 1000\,m - 5\,m$

ή $s_2 = 995\,m$, συνεπώς κινείται για $t_2 = 99{,}5\,s$.

Ο χρόνος κίνησης του αλεξιπτωτιστή από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ελικόπτερο μέχρι που φτάνει στο έδαφος είναι: $t = t_1 + t_2$ ή $t = 1s + 99{,}5$ ή $t = 100{,}5\,s$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 8

2.2

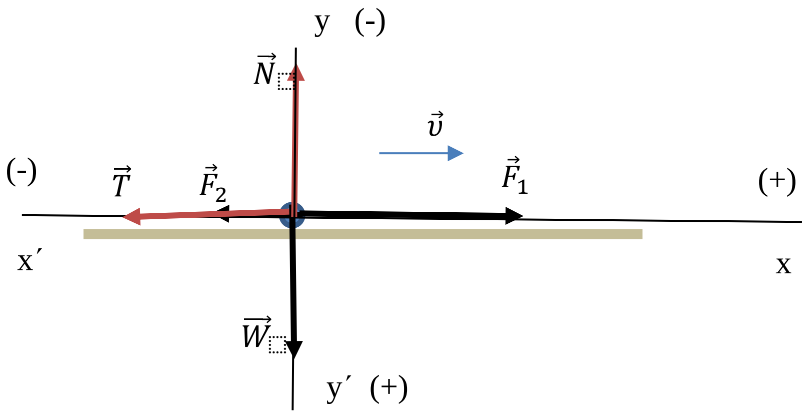
2.2Α Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Σχεδιάζω τις δυνάμεις στον άξονα της κίνησης (xx') και στον κάθετο άξονα (yy').



Υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1° νόμο του Νεύτωνα σε κάθε άξονα.

$$\Sigma F_x = F_1 - F_2 - T \quad ή \quad 0 = 25N - 5N - T \quad ή \quad T = 20N \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = W - N \quad ή \quad 0 = W - N \quad ή\ N = W \quad ή \quad N = m \cdot g \quad ή\ N = 100N \quad (2)$$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης ($T = \mu \cdot N$), υπολογίζω το μ

$\mu = \frac{T}{N}$ ή από τις (1) και (2) $\mu = \frac{20N}{100N}$ ή $\mu =$ 0,2. Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14842

ΘΕΜΑ 2

2.1 Σε μια μικρή σφαίρα ασκούνται δυο δυνάμεις με μέτρα $80\mathrm{N}$ και $60\mathrm{N}$.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων έχει μέτρο $100N$ τότε τα διανύσματα των δυνάμεων σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία

(α) 0^0

(β) 90^0

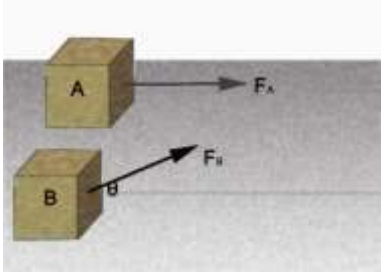
(γ) 180^0

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δυο κιβώτια Α και Β με ίδιες μάζες βρίσκονται δίπλα-δίπλα ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0\mathrm{s}$ ασκούνται στα κιβώτια δυο σταθερές δυνάμεις $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}}$ και $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}}$ ίσων μέτρων. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων βρίσκονται σε παράλληλα κατακόρυφα επίπεδα, έτσι ώστε η $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{A}}$ να έχει οριζόντια διεύθυνση και η $\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{B}}$ να σχηματίζει γωνία 60° με την οριζόντια, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο επίπεδο. Δίδεται ότι η επίδραση το αέρα είναι αμελητέα.



2.2Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν. μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους. τα κιβώτια έχουν ταχύτητες υ_{A} και υ_{B} αντίστοιχα τότε ισχύει:

(α) $\upsilon_{\mathrm{A}} = \upsilon_{\mathrm{B}}$

(β) $\upsilon_{\mathrm{A}} = 2 \cdot \upsilon_{\mathrm{B}}$

(γ) $\upsilon_{\mathrm{A}} = \sqrt{2} \cdot \upsilon_{\mathrm{B}}$

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Δίδονται: $\sigma\upsilon\nu 60^o = \frac{1}{2}, \ \eta\mu 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14842-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

(α) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 0° δηλαδή είναι συγγραμικές και ομόρροπες ισχύει: $\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ} = F_1 + F_2$ ή $F_{ολ} = 80N + 60N$ ή $F_{ολ} = 140N$ ή $F_{ολ} \neq 100N$

(β) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 90° δηλαδή είναι κάθετες μεταξύ τους ισχύει: $\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2$ ή $F_{ολ} = \sqrt{(80N)^2 + (60N)^2}$ ή $F_{ολ} = 100N$

(γ) Στην περίπτωση που οι δυο δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 180° δηλαδή είναι συγγραμικές και αντίρροπες ισχύει:

$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ή $F_{ολ} = |F_1 - F_2|$ ή $F_{ολ} = 80N - 60N$ ή $F_{ολ} = 20N$ ή $F_{ολ} \neq 100N$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 8

2.2

2.2Α Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Έστω F το μέτρο των δυνάμεων.

Με εφαρμογή του Θεωρήματος Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας λαμβάνουμε:

Για το Α: $\frac{1}{2} m \cdot \upsilon_A^2 = F_A \cdot \Delta x$ (1)

Για το Β: $\frac{1}{2} m \cdot \upsilon_B^2 = F_B \cdot \Delta x \cdot συν60^0 = F_B \cdot \Delta x \cdot \frac{1}{2}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει: $\frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$ ή $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B} = \sqrt{2}$ (3)

Από τη σχέση (3) λαμβάνουμε: $\upsilon_A = \sqrt{2} \cdot \upsilon_B$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

14843

2.1 Κιβώτιο μάζας $10Kg$ βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται στο κιβώτιο δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα $\mathrm{F_1} = 25\mathrm{N}$ και $\mathrm{F_2} = 5\mathrm{N}$.

2.1A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τότε η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο είναι:

(α) $20\mathrm{N}$

(β) $30\mathrm{N}$

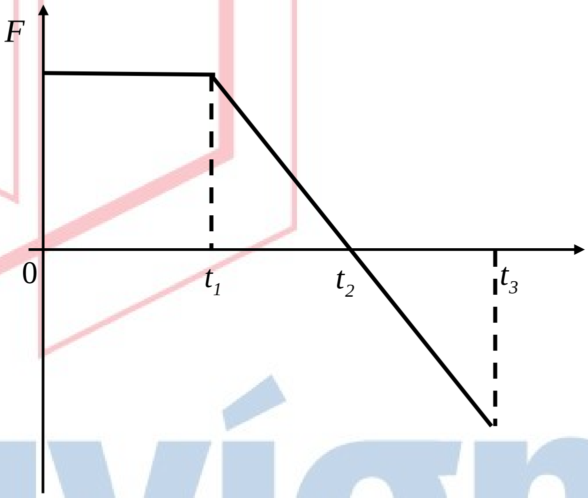
(γ) $40\mathrm{N}$

Μονάδες 4

2.1B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα της διπλανής εικόνας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



2.2A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή

(α) $\mathrm{t_1}$

(β) $\mathrm{t_2}$

(γ) $\mathrm{t_3}$

Μονάδες 4

2.2B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14843-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

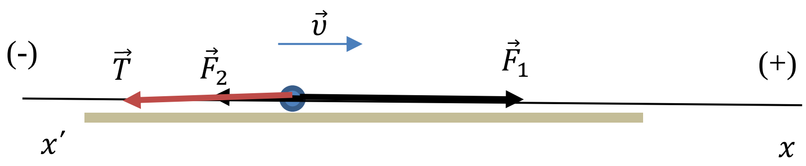
2.1Α Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Σχεδιάζω τις δυνάμεις στον άξονα της κίνησης (xx'), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1^o νόμο του Νεύτωνα.



$$\Sigma \mathrm{F_x} = \mathrm{F_1} - \mathrm{F_2} - T \quad \text{ή} \quad 0 = 25\mathrm{N} - 5\mathrm{N} - T \quad \text{ή} \quad T = 20\mathrm{N}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 8

2.2

2.2Α Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Εφαρμόζω τον 2^o νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του κιβωτίου.

Η κίνηση του σώματος διακρίνεται σε 3 στάδια:

1^o στάδιο: Από $0s - t_1$, συνισταμένη δύναμη σταθερή και θετικής φοράς, αρχική ταχύτητα μηδέν. Συνεπώς κίνηση Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου αυξάνεται.

2^o στάδιο: Από $t_1 - t_2$, η συνισταμένη δύναμη έχει θετική φορά και το μέτρο της μειώνεται. Συνεπώς η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση ομόρροπη της ταχύτητας δηλαδή επιταχυνόμενη. Συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου αυξάνεται.

3^o στάδιο: Από $t_2 - t_3$ το μέτρο της δύναμης αυξάνεται αλλά η φορά της είναι προς τα αρνητικά, συνεπώς η επιτάχυνση του κιβωτίου έχει αρνητική φορά δηλαδή αντίθετη της ταχύτητας. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μειώνεται.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Συνεπώς, το κιβώτιο αποκτά την μέγιστη κινητική ενέργεια τη στιγμή που η κίνηση από επιταχυνόμενη γίνεται επιβραδυνόμενη, δηλ. τη χρονική στιγμή t_2, όπου μηδενίζεται η συνισταμένη δύναμη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

14845

2.1 Ένα φορτηγό και ένα επιβατηγό ΙΧ αυτοκίνητο συγκρούονται μετωπικά.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο ΙΧ αυτοκίνητο συγκριτικά με αυτό της δύναμης που ασκείται στο φορτηγό είναι:

(α) ίδιο

(β) μικρότερο

(γ) μεγαλύτερο

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας αλεξιπτωτιστής μάζας m πέφτει κατακόρυφα προς το έδαφος, έχοντας, λόγω της αντίστασης του αέρα, σταθερή ταχύτητα μέτρου υ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή θεωρείται σταθερή και ίση με g.

2.2Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με:

(α) $\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\upsilon$

(β) $\mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\upsilon^2$

(γ) $\frac{1}{2}\mathrm{m}\cdot\upsilon^2$

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14845-Λύση

ΘΕΜΑ 2

2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Από τον 3^{ο} νόμο του Νεύτωνα οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 8

2.2

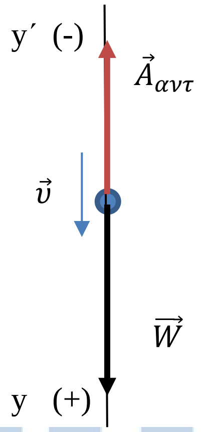
2.2Α Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2Β

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΉ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με τη θερμική ενέργεια που προέρχεται από τον μετασχηματισμό της μηχανικής ενέργειας του αλεξιπτωτιστή (μέσω του έργου της αντίστασης του αέρα) σε κάθε δευτερόλεπτο. Δηλαδή ισούται με την απόλυτη τιμή της ισχύος της αντίστασης του αέρα P_A.



Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται ως ακολούθως:

Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στον αλεξιπτωτιστή στον άξονα της κίνησης (yy'), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1^{ο} νόμο του Νεύτωνα.

Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\Sigma F_y = W - A_{αντ} \quad ή \quad 0 = W - A_{αντ} \quad ή \quad W = A_{αντ}$$

Δηλαδή η αντίσταση του αέρα είναι ίση με το βάρος του αλεξιπτωτιστή επομένως:

$$P_A = W \cdot υ \quad ή \quad P_A = m \cdot g \cdot υ$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

α..μπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

14847

2.1 Σε μια σφαίρα μάζας m, που βρίσκεται σε ορισμένο ύψος από το έδαφος, ασκούνται μόνο το βάρος της και μια οριζόντια δύναμη με μέτρο ίσο με το μέτρο του βάρους της.

2.1Α Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας τότε η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση μέτρου:

(α) $\sqrt{2} \cdot g$

(β) g

(γ) $2 \cdot g$

Μονάδες 4

2.1Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα αυτοκίνητο αρχικά είναι ακίνητο μπροστά σε ένα φωτεινό σηματοδότη κόκκινου χρώματος. Τη χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0s$ ο φωτεινός σηματοδότης γίνεται πράσινος και το αυτοκίνητο αρχίζει να κινείται για χρονικό διάστημα $5s$ με σταθερή επιτάχυνση οπότε αποκτά ταχύτητα $20\frac{m}{s}$. Στη συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρονικό διάστημα 5s. Τότε ο οδηγός αντιλαμβάνεται έναν άλλο φωτεινό σηματοδότη να αποκτά πορτοκαλί χρώμα, οπότε πατάει το φρένο και το αυτοκίνητο αρχίζει να επιβραδύνεται για τα επόμενα $6s$, στο τέλος των οποίων ακινητοποιείται. Αν η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη και η απόσταση μεταξύ των δυο φωτεινών σηματοδοτών είναι $200m$ τότε το αυτοκίνητο σταματά:

(α) πριν από τον σηματοδότη.

(β) ακριβώς δίπλα στον σηματοδότη.

(γ) μετά τον σηματοδότη.

2.2Α Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

αλφαπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14847-Λύση

ΘΕΜΑ 2

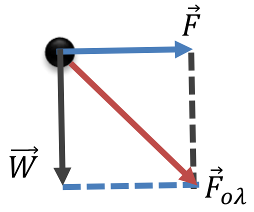
2.1

2.1Α Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

2.1Β

i. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι η δύναμη $(\vec{F})$ και το βάρος $(\vec{W})$



ii. Η συνισταμένη των δυο δυνάμεων παριστάνεται στο διπλανό σχήμα και το μέτρο της υπολογίζεται από τη σχέση:

$$F_{o\lambda} = \sqrt{F^2 + W^2} \quad ή \quad F_{o\lambda} = \sqrt{W^2 + W^2} \quad ή \quad F_{o\lambda} = W\sqrt{2}$$
$$ή \quad F_{o\lambda} = \sqrt{2}\, m \cdot g \qquad (1)$$

iii. Εφαρμόζω τον 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα:

$$F_{o\lambda} = m \cdot \alpha \quad ή \quad \alpha = \frac{F_{o\lambda}}{m} \quad ή \quad \alpha = \frac{\sqrt{2} \cdot m \cdot g}{m} \quad ή \quad \alpha = \sqrt{2} \cdot g$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 8

2.2

2.2Α Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2Β

<u>α΄ τρόπος</u>

Η κίνηση του αυτοκινήτου χωρίζεται στα παρακάτω στάδια:

<u>1^{ο} στάδιο:</u> Κίνηση ΕΟΜ χωρίς αρχική ταχύτητα για χρονικό διάστημα $t_1 = 5s$ και τελική ταχύτητα $\upsilon_1 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

$$s_1 = \frac{0 + \upsilon_1}{2} \cdot t_1 \quad ή \quad s_1 = \frac{0 + 20}{2} 5 \quad (\mathrm{SI}) \quad ή \quad s_1 = 50\mathrm{m} \quad (1)$$

<u>2^{ο} στάδιο:</u> Κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 20\frac{m}{s}$ για $t_2 = 5s$

Συνεπώς ισχύει:

$$s_2 = \upsilon_1 \cdot t_2 \quad ή \; s_2 = 20\frac{m}{s} \cdot 5s \quad ή \quad s_2 = 100m \quad (2)$$

<u>3^{ο} στάδιο:</u> Κίνηση ΕΟΜ επιβραδυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_1 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ για χρονικό διάστημα $t_3 = 6s$ και τελική ταχύτητα μηδέν.

$$s_3 = \frac{\upsilon_1 + 0}{2} \cdot t_3 \quad ή \quad s_3 = \frac{20 + 0}{2} 6 \quad (SI) \quad ή \quad s_3 = 60m \quad (3)$$

Η απόσταση από τον πρώτο σηματοδότη στην οποία σταματά το αυτοκίνητο είναι:

$$s_{o\lambda} = s_1 + s_2 + s_3 \quad ή \text{ από } (1), (2), (3) \quad s_{o\lambda} = 50\mathrm{m} + 100\mathrm{m} + 60\mathrm{m} \qquad s_{o\lambda} = 210\mathrm{m} \;\; (6)$$

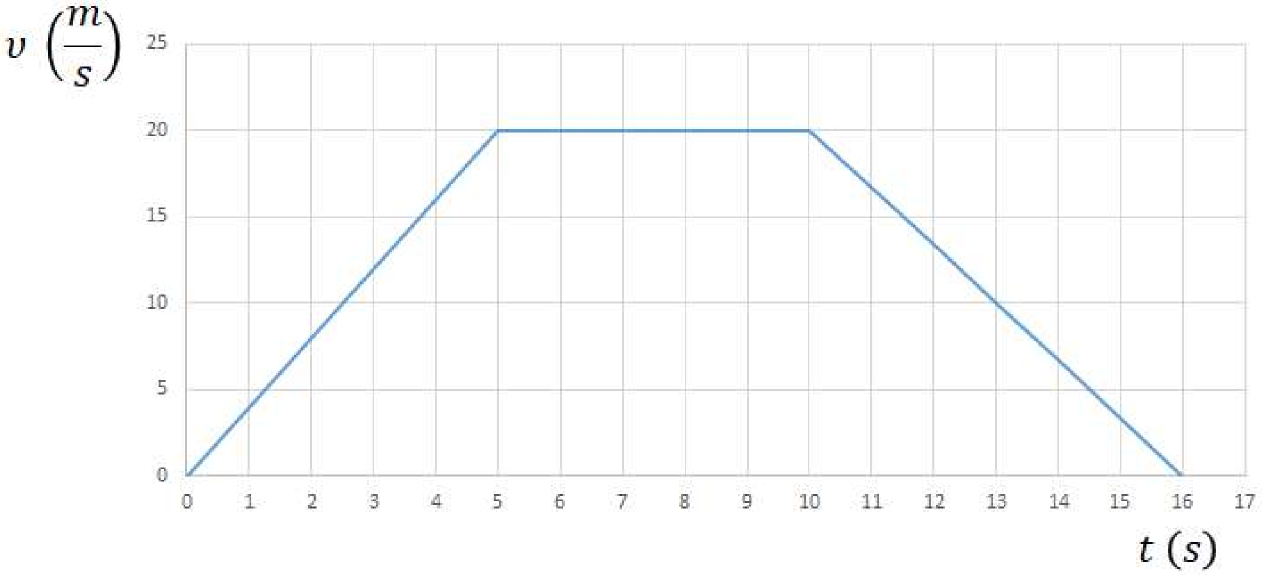
Αυτή είναι μεγαλύτερη από την απόσταση των δυο σηματοδοτών, επομένως το αυτοκίνητο σταματά μετά τον σηματοδότη. Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ).

<u>β΄ τρόπος</u>

Με βάση τα δεδομένα της άσκησης σχεδιάζουμε την γραφική παράσταση της ταχύτητας ως προς τον χρόνο:

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14847-Λύση



Η συνολική μετατόπιση ισούται με το εμβαδό του τραπεζίου:

$$s_{ολ}=\frac{B+\beta}{2}\upsilon \text{ ή } s_{ολ}=\frac{16+5}{2}20m \text{ ή } s_{ολ}=(16+5)\cdot 10m$$

$$\text{ή } s_{ολ}=210m$$

Αυτή είναι μεγαλύτερη από την απόσταση των δυο σηματοδοτών, επομένως το αυτοκίνητο σταματά μετά τον σηματοδότη. Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 9

αλιμπινίσης
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ