

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Το βάρος του σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α, βρέθηκε ίσο με 50 N (Σχήμα 1).

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το Α και ένα ίδιο δυναμόμετρο Β) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2.

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι τιμές των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

**(α)** Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 100 N

**(β)** Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 50 N

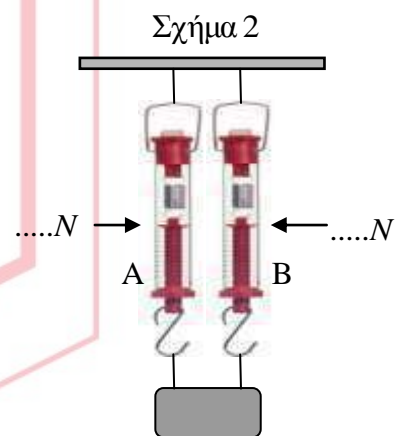
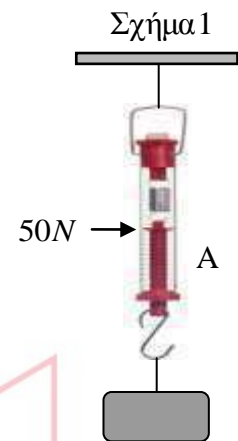
**(γ)** Δυναμόμετρο Α: 25 N, Δυναμόμετρο Β: 25 N

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

Να θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα.



**B2.** Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση  $a$  και αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

**(α)**  $s = \frac{v_0^2}{2a}$       **(β)** —      **(γ)** —

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Μονάδες 4**

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

## 12004-Λύση

### B1. Σωστή η απάντηση (γ)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο Σχήμα 2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και οι δύο τάσεις των νημάτων προς τα πάνω. Οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια. Επομένως:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T - B = 0 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 25 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 25 N.

### B2. Σωστή η απάντηση (β)

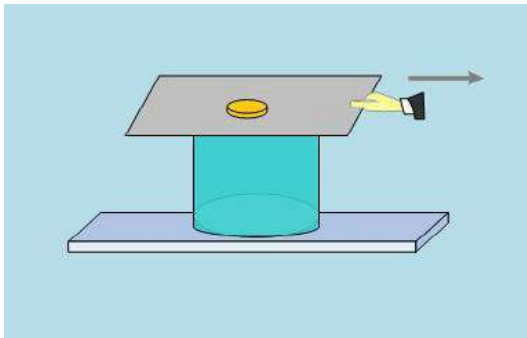
#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, επομένως

$$v = v_0 - at \Rightarrow \frac{v_0}{2} = v_0 - at \Rightarrow t = \frac{v_0}{2a} \quad (1)$$

Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} s = v_0 \left(\frac{v_0}{2a}\right) - \frac{1}{2} a \left(\frac{v_0}{2a}\right)^2 \quad \text{και τελικά } s = \frac{3v_0^2}{8a}$$

**ΘΕΜΑ Β****B1.**

Εικόνα 1



Εικόνα 2

Στο πλαίσιο του μαθήματος της Φυσικής Α Λυκείου, δύο μαθητές ο Α και ο Β εκτελούν τις εξής δραστηριότητες: Ο μαθητής Α τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, που σκεπάζει ένα ποτήρι, επάνω στο οποίο ισορροπεί ένα νόμισμα (Εικόνα 1). Ο μαθητής Β τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, το οποίο βρίσκεται επάνω σ' ένα οριζόντιο δάπεδο και επάνω στο χαρτόνι ισορροπεί ένα νόμισμα (Εικόνα 2). Τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων των δύο μαθητών θα είναι:

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 4**

- α.** Και στις δύο δραστηριότητες το νόμισμα κινείται μαζί με το χαρτόνι.  
**β.** Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα ακολουθεί το χαρτόνι.  
**γ.** Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα παραμένει ακίνητο στην αρχική του θέση και επάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

**Μονάδες 9**

**B2.** Από μικρό ύψος  $h$  από την επιφάνεια της Γης, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g_0$  αφήνουμε να πέσει ένα σφαιρίδιο . Από το ίδιο μικρό ύψος  $h$  από την επιφάνεια ενός άλλου Πλανήτη, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g_0/4$ , αφήνουμε να πέσει επίσης ένα σφαιρίδιο. Και στις δύο περιπτώσεις θεωρούμε, ότι η μοναδική δύναμη, η οποία ασκείται στο κάθε σώμα είναι το βάρος του. Αν  $u_1$  είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια της Γης και  $u_2$  είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια του άλλου Πλανήτη, τότε:

12005

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

*Μονάδες 4*

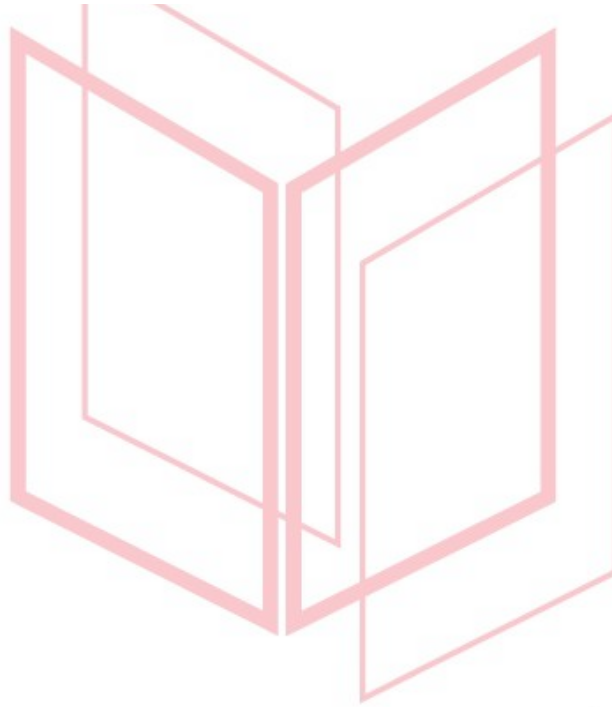
α.  $u_1 = 2 \cdot u_2$

β.  $u_2 = 2 \cdot u_1$

γ.  $u_1 = u_2$

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

*Μονάδες 8*



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 12005-Λύση

B1

- A. Σωστή απάντηση είναι η **γ**. (Μονάδες 4)
- B. Όταν ο μαθητής A (Εικόνα 1) τραβά απότομα το χαρτόνι, το νόμισμα λόγω αδράνειας τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή να παραμείνει ακίνητο, οπότε δεν ακολουθεί το χαρτόνι κατά την κίνησή του (Μονάδες 3). Τελικά λόγω του βάρους του πέφτει μέσα στο ποτήρι (Μονάδες 2).  
Όταν ο μαθητής B (Εικόνα 2) τραβά απότομα το χαρτόνι, το νόμισμα επίσης λόγω αδράνειας τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή να παραμείνει ακίνητο, οπότε δεν ακολουθεί το χαρτόνι κατά την κίνησή του (Μονάδες 3) και παραμένει ακίνητο στην αρχική του θέση επάνω στο οριζόντιο δάπεδο (Μονάδα 1)

B2

- A. Σωστή απάντηση είναι η **α**. (Μονάδες 4)
- B. Και τα δύο σώματα εκτελούν ελεύθερη πτώση. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και με επιτάχυνση αυτή της βαρύτητας. (Μονάδα 1)

Για τη Γη:

$$h = \frac{1}{2} g_0 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g_0}} \quad (1)$$

$$v_1 = g_0 t_1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} v_1 = g_0 \sqrt{\frac{2h}{g_0}} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2g_0 h} \quad (2)$$

(Μονάδες 3)

Για τον άλλον Πλανήτη:

$$h = \frac{1}{2} \frac{g_0}{4} t_2^2 \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{8h}{g_0}} \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{g_0}{4} t_2 \stackrel{(3)}{\Rightarrow} v_2 = \frac{g_0}{4} \sqrt{\frac{8h}{g_0}} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{g_0}{2} h} \quad (4)$$

(Μονάδες 2)

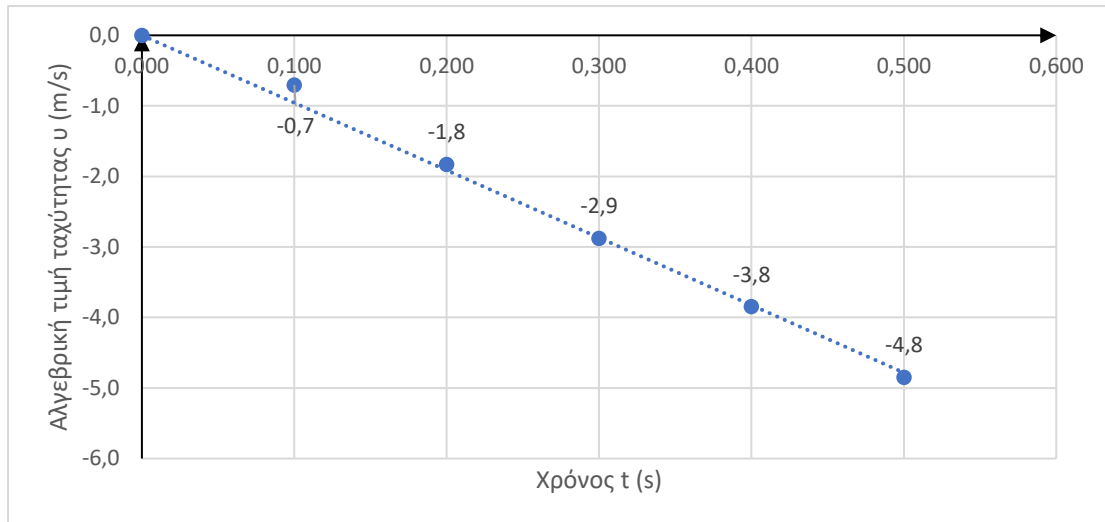
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Από τις (3) και (4) έχουμε:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2g_0 h}}{\sqrt{\frac{g_0}{2} h}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = 2 \Rightarrow v_1 = 2v_2 \quad (Μονάδες 2)$$

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ένα σώμα (αμελητέων διαστάσεων) αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h = 2 \text{ m}$  πάνω από την επιφάνεια της Γης, κάποια χρονική στιγμή ( $t_0 = 0$ ). Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $v$  του σώματος μεταβάλλεται με τον χρόνο  $t$ , όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



**B1.1.** Να χαρακτηρίσετε την πρόταση που ακολουθεί σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).

Η κίνηση του σώματος είναι ελεύθερη πτώση.

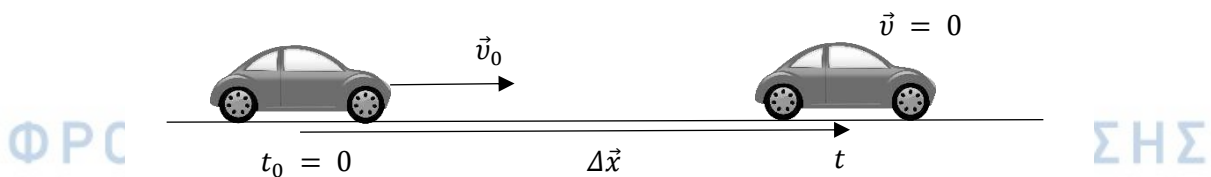
Μονάδες 4

**B1.2.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

Δίνεται το μέτρο της γήινης βαρυτικής επιτάχυνσης  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**B2.** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Κάποια χρονική στιγμή ( $t_0 = 0$ ), ο οδηγός του αυτοκινήτου αντιλαμβάνεται ένα εμπόδιο.



**B2.1.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού (το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο, μέχρι τη χρονική στιγμή που ενεργοποιεί το σύστημα πέδησης του αυτοκινήτου) είναι  $t_{αντ.} = 1 \text{ s}$  και η μέγιστη τιμή του μέτρου της

12016

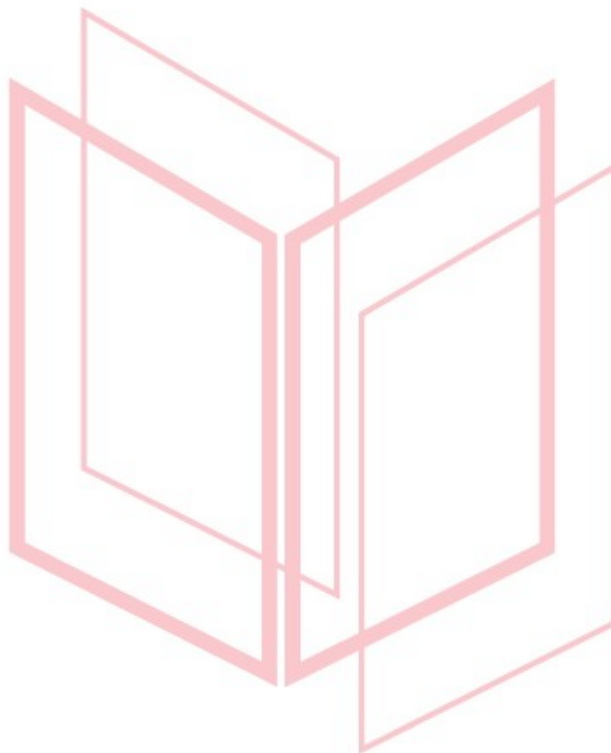
επιβράδυνσης που μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο είναι  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , το μέτρο της ελάχιστης μετατόπισης  $\Delta x$  που απαιτείται για να ακινητοποιηθεί το αυτοκίνητο είναι:

α)  $\Delta x = 60 \text{ m}$ ,    β)  $\Delta x = 100 \text{ m}$     ,    γ)  $\Delta x = 80 \text{ m}$

**Μονάδες 4**

**B2.2.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 12016-Λύση

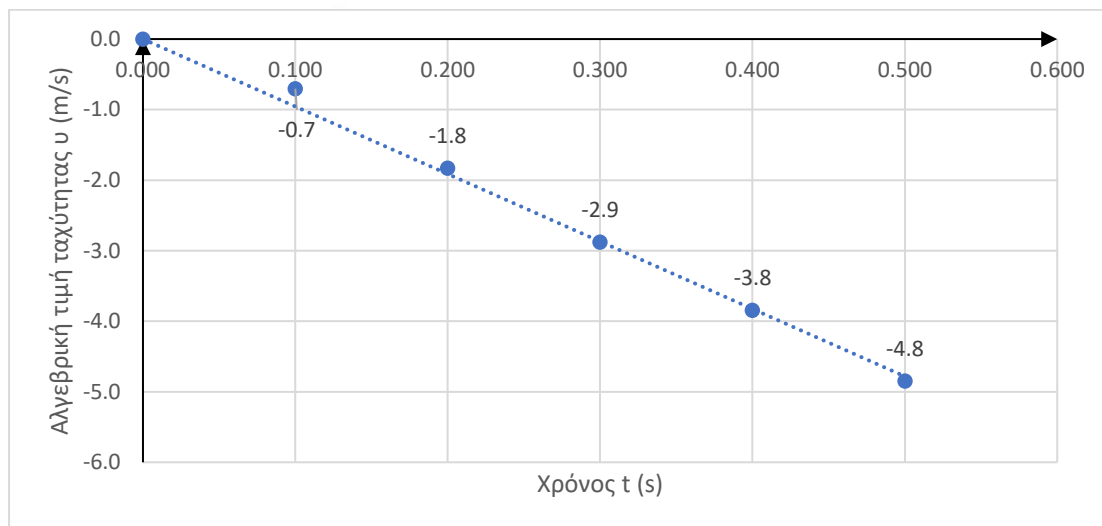
## ΘΕΜΑ Β

### B1.

B1.1. Η πρόταση είναι λανθασμένη (Λ).

Μονάδες 4

B1.2. Αιτιολόγηση.



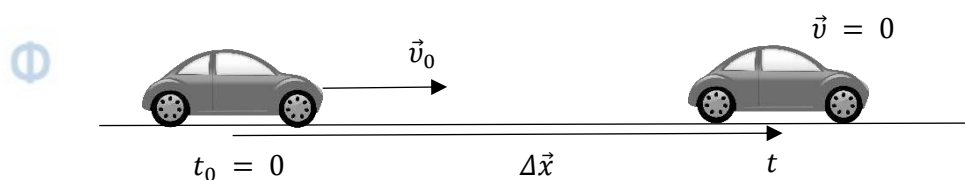
Εφόσον, οι συντεταγμένες όλων των σημείων αναγράφονται στο γράφημα, οποιαδήποτε δύο από αυτά μας εξυπηρετούν. Επιλέγουμε αυθαίρετα το πρώτο (1<sup>ο</sup>) σημείο (0, 0) και το τέταρτο (4<sup>ο</sup>) σημείο (0,3 s, -2,9  $\frac{m}{s}$ ), οπότε ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου

τμήματος του γραφήματος είναι:  $\lambda = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-2,9 \frac{m}{s} - 0}{0,3 s - 0} = -\frac{29}{3} \frac{m}{s}$ . Η απόλυτη τιμή του

συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  ισούται με το μέτρο της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  του σώματος. Έτσι, για το μέτρο  $a$  της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  του σώματος ισχύει:  $a = |\lambda| = \frac{29}{3} \frac{m}{s^2}$ . Επειδή  $a \neq g$ , η κίνηση του σώματος δεν είναι ελεύθερη πτώση.

Μονάδες 8

### B2.



B2.1. α)  $\Delta x = 60 \text{ m}$

Μονάδες 4



## 12016-Λύση

**B2.2.** Ισχύει:  $v_0 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο ( $t_0 = 0$ ) μέχρι τη χρονική στιγμή που ενεργοποιεί το σύστημα πέδησης του αυτοκινήτου) ( $t_{\text{αντ.}} = 1 \text{ s}$ ) το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}_0$  και η μετατόπισή του έχει μέτρο:

$$\Delta x_{\text{αντ.}} = v_0 \cdot t_{\text{αντ.}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1 \text{ s} = 20 \text{ m.}$$

Από τη χρονική στιγμή  $t_{\text{αντ.}} = 1 \text{ s}$  το αυτοκίνητο επιβραδύνεται ομαλά, με αλγεβρική τιμή επιτάχυνσης  $\alpha = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ακινητοποιείται τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Ισχύει:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \alpha = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_{\text{αντ.}}}, v_1 - v_0 = \alpha \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}}), t_1 - t_{\text{αντ.}} = \frac{v_1 - v_0}{\alpha}, t_1 = t_{\text{αντ.}} + \frac{v_1 - v_0}{\alpha},$$

$t_1 = 5 \text{ s}$ . Από τη χρονική στιγμή  $t_{\text{αντ.}} = 1 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  το μέτρο της μετατόπισης του αυτοκινήτου είναι:

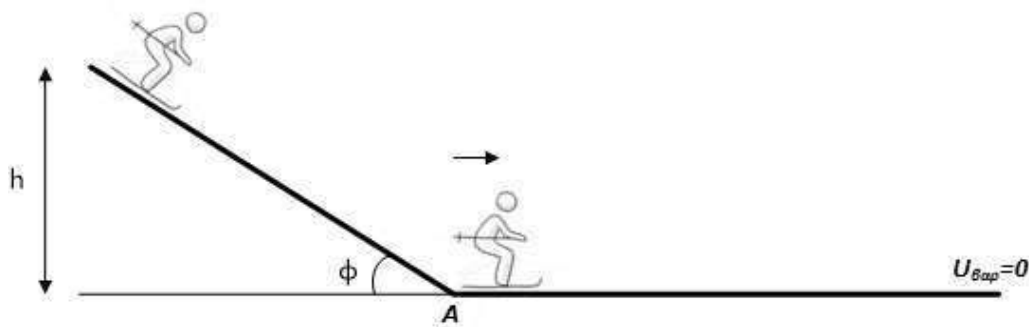
$$\Delta x_{\text{πεδ.}} = v_0 \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}}) + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (t_1 - t_{\text{αντ.}})^2, s_{\text{πεδ.}} = 40 \text{ m.}$$

Έτσι, το μέτρο της συνολικής μετατόπισης του αυτοκινήτου από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι την χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$  είναι:  $\Delta x = \Delta x_{\text{αντ.}} + \Delta x_{\text{πεδ.}}, \Delta x = 60 \text{ m.}$

**Μονάδες 9**

# αξιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ Δ**

Νεαρή σκιέρ που, μαζί με τον εξοπλισμό της, έχει μάζα,  $m = 60$  kg ξεκινά από την ηρεμία από την κορυφή πλαγιάς γωνίας  $\varphi$  με το οριζόντιο επίπεδο και από ύψος  $h = 120$  m από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Φτάνοντας στη βάση της πλαγιάς έχει ταχύτητα  $\vec{v}_A$  και συναντά οριζόντιο έδαφος με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_2 = 0,2$ .

**Δ1)** Αν κατά την κάθοδό της στην πλαγιά (από τη στιγμή που ξεκινά έως τη στιγμή που φτάνει στο σημείο A), έχει χάσει το  $1/3$  της αρχικής μηχανικής της ενέργειας να αποδείξετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με την κεκλιμένη πλαγιά είναι  $\mu_1 = 0,25$  και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{v}_A$ .

**Μονάδες 7**

**Δ2)** Αν θεωρήσουμε ως χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , τη στιγμή που η σκιέρ ξεκινά από την κορυφή της πλαγιάς, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας,  $\vec{v}_A$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3)** Να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης από το σημείο A, έως ότου η σκιέρ να ακινητοποιηθεί.

**Μονάδες 6**

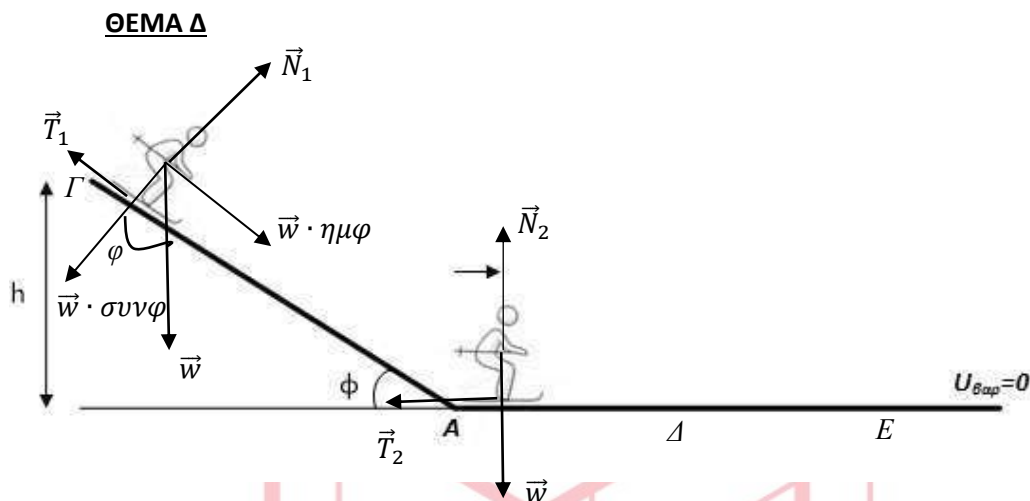
**Δ4)** Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της σκιέρ για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης της.

**Μονάδες 5**

Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο A δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Να θεωρήσετε επίσης ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται,  $\eta\mu\varphi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10\text{m/sec}^2$ .

# 12027-Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τόσο οι δυνάμεις που ασκούνται στην σκιέρ στην πλαγιά όσο και στο οριζόντιο επίπεδο. Στην πρώτη θέση η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες κατά άξονες παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά. Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

Πλαγιά

$$w = m \cdot g = 600 \text{ N},$$

$$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 360 \text{ N}$$

$$w_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 480 \text{ N}$$

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_1 + \vec{w}_y = 0 \Rightarrow N_1 = w_y = 480 \text{ N}$$

Οριζόντιο επίπεδο

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 + \vec{w} = 0 \Rightarrow N_2 = w = 600 \text{ N}$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = 0,2 \cdot 600 \text{ N} = 120 \text{ N}$$

(Σχόλιο: Οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν, ανάλογα με την στρατηγική που θα επιλέξουν, στην παραπάνω ανάλυση σε διάφορα σημεία της λύσης. Για το σωστό σχήμα, την ανάλυση των δυνάμεων και τους σωστούς υπολογισμούς να μοριοδοτηθούν μέχρι και με 5 Μονάδες)

**Δ1)** Υπολογίζουμε τη μηχανική ενέργεια στη θέση εκκίνησης της σκιέρ (σημείο Γ) και στη θέση εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο (σημείο Α):

$$E_\Gamma = K_\Gamma + U_\Gamma = 0 + m \cdot g \cdot h = 72000 \text{ J}$$

$$E_A = \frac{2}{3} \cdot E_\Gamma = 48000 \text{ J}$$

## 12027-Λύση

Η δύναμη της τριβής μέσω του έργου της είναι η αιτία της ελάττωσης της μηχανικής ενέργειας ή οποία μετατρέπεται σε ένα άλλο είδος (θερμική ενέργεια). Συνεπώς ισχύει:

$$W_T = E_A - E_T \Rightarrow -T_1 \cdot (\Gamma A) = E_A - E_T \Rightarrow T_1 = -\frac{E_A - E_T}{(\Gamma A)} \Rightarrow \mu_1 \cdot N_1 = -\frac{E_A - E_T}{(\Gamma A)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \mu_1 = -\frac{E_A - E_T}{(\Gamma A) \cdot N_1}$$

Το μήκος της πλαγιάς ( $\Gamma A$ ) υπολογίζεται με χρήση του ημιτόνου:

$$\eta\mu\phi = \frac{h}{(\Gamma A)} \text{ ή } (\Gamma A) = \frac{120\text{m}}{0,6} = 200\text{ m}$$

Καταλήγουμε λοιπόν:

$$\mu_1 = \frac{24000}{200 \cdot 480} = 0,25$$

(Μονάδες 5)

Εφαρμόζοντας τον ορισμό της μηχανικής ενέργειας στο σημείο A, υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας  $v_A$ :

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 + 0 \Rightarrow v_A^2 = \frac{2E_A}{m} \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2E_A}{m}} \\ \Rightarrow v_A = 40\text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

**Δ2)** Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης στην πλαγιά και λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$w_x - T_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow w_x - \mu_1 \cdot N_1 = m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{w_x - \mu_1 \cdot N_1}{m} \Rightarrow \\ \Rightarrow a_1 = \frac{360 - 0,25 \cdot 480}{60} \text{ m/s}^2 \Rightarrow a_1 = 4 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 2)

Η σκιέρ κινούμενη στην πλαγιά εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο A:

$$v_A = a_1 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_A}{a_1} \Rightarrow t_1 = 10\text{ s}$$

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton στο οριζόντιο επίπεδο, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$T_2 = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = 2 \text{ m/s}^2.$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το A σε ένα σημείο Δ για το οποίο ισχύει  $v_\Delta = \frac{v_A}{2} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ :

## 12027-Λύση

$$v = v_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow v_{\Delta} = v_A - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow 20 = 40 - 2 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10s$$

(Μονάδες 2)

Άρα η χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητά της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας,  $\vec{v}_A$  θα είναι η,

$$t_2 = t_1 + \Delta t = (10 + 10)s = 20 s$$

(Μονάδα 1)

**Δ3)** Έστω ότι η σκιέρ ακινητοποιείται σε σημείο E του οριζοντίου επιπέδου. Από τον ορισμό του έργου δύναμης για την περίπτωση της τριβής θα έχουμε:

$$W_{T_2} = T_2 \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Στο οριζόντιο επίπεδο η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της κίνησης από το A στο σημείο E και στη συνέχεια από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το (AE):

$$v = v_0 - a_2 \cdot \Delta t \Rightarrow v_E = v_A - a_2 \cdot \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{v_A - v_E}{a_2} \Rightarrow \Delta t' = 20s$$

$$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t' - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t'^2 \Rightarrow (AE) = \left( 40 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \right) m = 400 m$$

(Μονάδες 3)

Άρα από την σχέση (1) υπολογίζουμε το έργο της τριβής:

$$W_{T_2} = -\mu_2 \cdot N_2 \cdot (AE) = (-0,2 \cdot 600 \cdot 400) J = -48000 J$$

(Μονάδα 1)

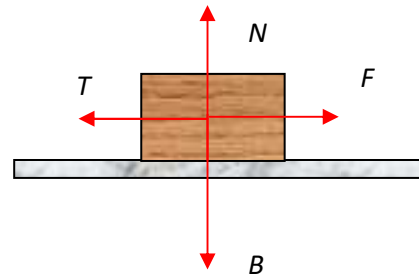
**Δ4)** Για τη μέση ταχύτητα της σκιέρ ισχύει:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{(GA) + (AE)}{t_1 + \Delta t'} = \frac{200 + 400}{10 + 20} m/s = 20 m/s.$$

(Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Ένα σώμα βάρους  $\vec{B}$  κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, υπό την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν  $N$  είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης από το έδαφος και  $T$  το μέτρο της δύναμης της τριβής ολίσθησης,



**B1.1** Ποια από τις παρακάτω σχέσεις των μέτρων των δυνάμεων περιγράφουν το φαινόμενο;

- α.  $F > T$  και  $N = B$
- β.  $F = T$  και  $N = B$
- γ.  $F > T$  και  $N < B$

Μονάδες 4

**B.1.2.** Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

Μονάδες 8

**B2.**

**B.2.1.** Κιβώτιο βάρους  $\vec{B}$ , το οποίο θεωρούμε ως υλικό σημείο, κρέμεται κατακόρυφα με τη βοήθεια νήματος στο άκρο του οποίου ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  με φορά προς τα πάνω. Η σταθερή επιτάχυνση με την οποία το νήμα με το κιβώτιο κινείται προς τα πάνω είναι  $0,2g$  όπου  $g$  το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας



Το μέτρο της  $F$  σε σχέση με το βάρος  $B$  είναι

- α. ίσο με το μέτρο του βάρους ( $F = B$ )
- β. τα 1,2 του μέτρου του βάρους ( $F = 1,2 B$ )
- γ. τα 0,2 του μέτρου του βάρους ( $F = 0,2 B$ )

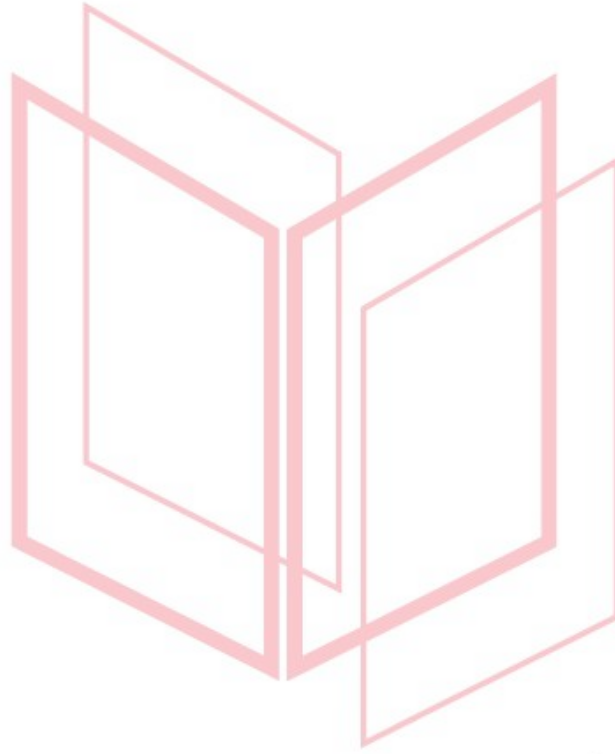
Μονάδες 4

**B.2.2.** Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

Μονάδες 9



12053



# αλημπνίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 12053-Λύση

## ΘΕΜΑ Β

### Ενδεικτικές απαντήσεις

**B1.1** Ορθή απάντηση είναι η β.

### B1.2 Αιτιολόγηση

Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Επομένως σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν. Επομένως τα μέτρα των δυνάμεων είναι  $F = T$  και  $N = B$ .

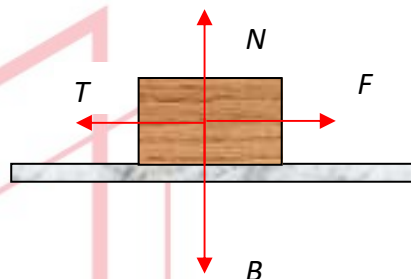
Εναλλακτικά

$\Sigma F_x = 0$  ή  $F - T = 0$ . Άρα για τα μέτρα των δυνάμεων

ισχύει  $F = T$

$\Sigma F_y = 0$  ή  $N - B = 0$ . Άρα για τα μέτρα των δυνάμεων

ισχύει  $N = B$



### Πρόταση βαθμολόγησης

Επιλογή ορθής απάντησης 4 μονάδες

Σύνδεση ευθύγραμμης ομαλής κίνησης με 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα και συνισταμένη δύναμη 3 μονάδες

Επιλογή της σωστής λύσης σε συνδυασμό με τη σύνδεση των μέτρων των δυνάμεων είτε αναφέροντας απευθείας ότι  $F = T$  και  $N = B$  είτε επιλέγοντας την εναλλακτική λύση 5 μονάδες

### B2.1

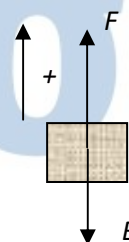
Ορθή απάντηση είναι η β.

### B2.2

### Αιτιολόγηση

Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς τα πάνω. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω. Επομένως σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F_y = ma \quad \text{ή} \quad F - B = ma \quad \text{ή} \quad F - mg = 0,2mg \quad \text{ή} \quad F = 1,2mg = 1,2B$$



### Πρόταση βαθμολόγησης B2

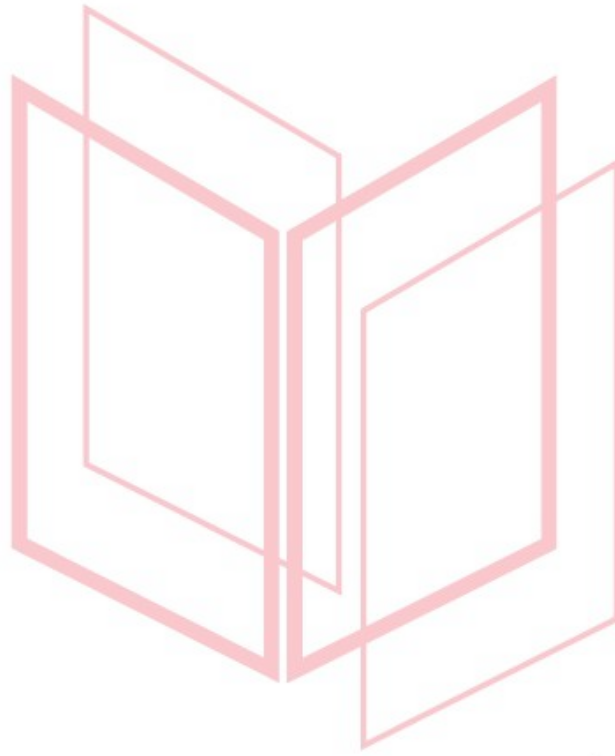
Επιλογή ορθής απάντησης 4 μονάδες

Σύνδεση της κίνησης με 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα και συνισταμένη δύναμη 2 μονάδες

Ορθή εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα 5 μονάδες.

Σωστός υπολογισμός 2 μονάδες

12053-Λύση



# αθημπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας αφήνεται να πέσει μία ξύλινη σφαίρα μάζας  $m$  και ταυτόχρονα αφήνεται να πέσει από το μπαλκόνι του δευτέρου ορόφου της ίδιας πολυκατοικίας μία σιδερένια σφαίρα διπλάσιας μάζας  $2 \cdot m$ . Γνωρίζετε ότι το ύψος πτώσης της ξύλινης σφαίρας είναι διπλάσιο σε σχέση με αυτό της σιδερένιας σφαίρας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και συνεπώς οι δύο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση.

**B1.1** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $\vec{a}_\xi$  είναι η επιτάχυνση της ξύλινης σφαίρας και  $\vec{a}_\sigma$  είναι η επιτάχυνση της σιδερένιας σφαίρας, για τα μέτρα των επιταχύνσεων θα ισχύει :

$$\alpha) \alpha_\xi = 2 \cdot \alpha_\sigma \quad , \quad \beta) \alpha_\xi = \alpha_\sigma \quad , \quad \gamma) 2 \cdot \alpha_\xi = \alpha_\sigma$$

**Μονάδες 2**

**B1.2** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 4**

**B1.3** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $t_\xi$  είναι ο χρόνος πτώσης της ξύλινης σφαίρας και  $t_\sigma$  είναι ο χρόνος πτώσης της σιδερένιας σφαίρας, θα ισχύει :

$$\alpha) t_\xi = 2 \cdot t_\sigma \quad , \quad \beta) t_\xi = t_\sigma \quad , \quad \gamma) t_\xi = \sqrt{2} \cdot t_\sigma$$

**Μονάδες 2**

**B1.4** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 4**

**B2.** Δύο αθλητές ποδηλασίας προπονούνται στο ποδηλατοδρόμιο κινούμενοι αντίθετα. Στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα της πίστας  $(AB) = d$  του σχήματος τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ο ποδηλάτης (1) διέρχεται από το σημείο A με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v_1$ , ενώ ο ποδηλάτης (2) διέρχεται από το σημείο B με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v_2$ .

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



12317

**B2.1** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

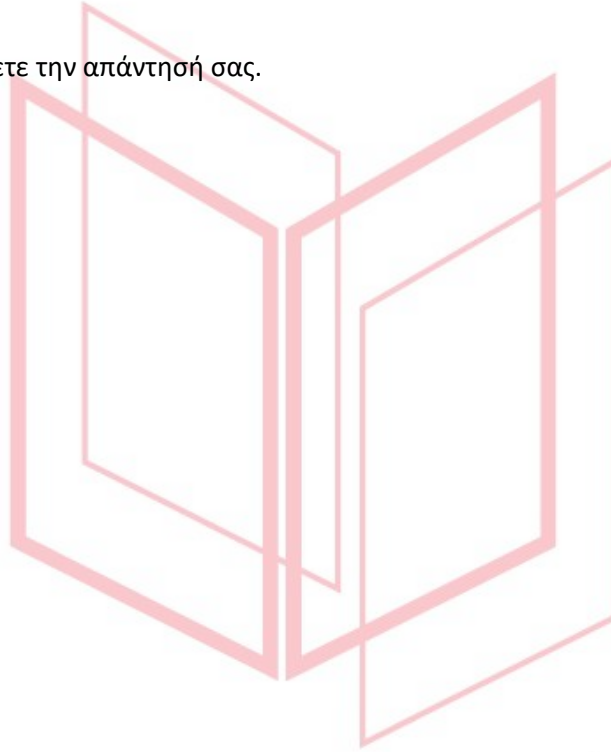
Αν οι δύο ποδηλάτες συναντώνται στο σημείο Γ που απέχει  $d/4$  από το σημείο Α για τα μέτρα των ταχυτήτων τους, τα οποία παραμένουν συνεχώς σταθερά κατά τη διάρκεια της κίνησης, ισχύει:

α)  $v_2 = 4 \cdot v_1$  , β)  $v_2 = 3 \cdot v_1$  , γ)  $v_2 = 2 \cdot v_1$

**Μονάδες 4**

**B2.2** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 12317-Λύση

**B1.**

**B1.1** Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

**B1.2** Αφού οι σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση, κινούνται με την ίδια επιτάχυνση που είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας  $\vec{g}$ , η οποία δεν εξαρτάται από τις μάζες των σωμάτων που πέφτουν. Οπότε κατά την πτώση για τα μέτρα των επιταχύνσεων θα ισχύει:

$$\alpha_{\xi} = \alpha_{\sigma} = g$$

(Μονάδες 4)

**B1.3** Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

**B1.4** Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος  $h$ , ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Γνωρίζοντας ότι το ύψος πτώσης της ξύλινης σφαίρας είναι διπλάσιο σε σχέση με αυτό της σιδερένιας σφαίρας:  $h_{\xi} = 2 \cdot h_{\sigma}$ , εφαρμόζοντας την (1) προκύπτει:

$$t_{\xi} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_{\xi}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot h_{\sigma}}{g}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h_{\sigma}}{g}} = \sqrt{2} \cdot t_{\sigma}$$

(Μονάδες 2)

**B2.**

**B2.1** Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

**B2.2** Έστω ότι οι ποδηλάτες συναντώνται στο σημείο Γ τη χρονική στιγμή  $t_1$ . Ο ποδηλάτης (1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και διανύει διάστημα  $(A\Gamma) = \frac{d}{4}$ , οπότε από την εξίσωση του διαστήματος θα ισχύει:

$$\frac{d}{4} = v_1 \cdot t_1 \quad (1)$$

(Μονάδες 4)

Επίσης ο ποδηλάτης (2) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και διανύει διάστημα  $(B\Gamma) = \frac{3 \cdot d}{4}$ , οπότε από την εξίσωση του διαστήματος θα ισχύει:

$$\frac{3 \cdot d}{4} = v_2 \cdot t_1 \quad (2)$$

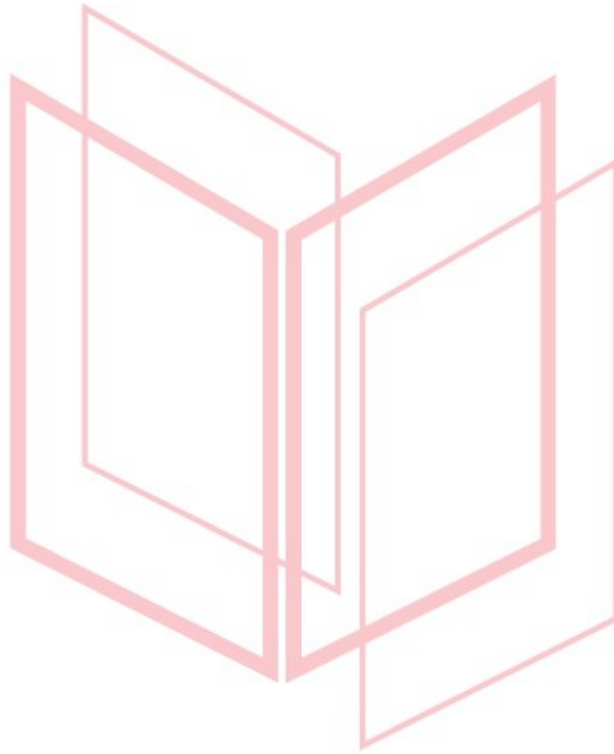
(Μονάδες 2)

## 12317-Λύση

Διαιρώντας τις εξισώσεις (2) και (1) κατά μέλη προκύπτει:

$$3 = \frac{v_2}{v_1} \text{ ή } v_2 = 3 \cdot v_1$$

(Μονάδες 3)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

**2.1** Ένας ανελκυστήρας μάζας  $M$  μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας  $m$ . Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε την τάση του (αβαρούς) συρματόσχοινου το οποίο προσδένεται στον ανελκυστήρα. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη  $G$  και το συρματόσκοινο.

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η τάση του συρματόσχοινου έχει μέτρο που ισούται με:

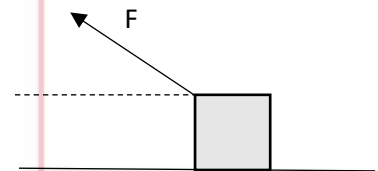
α)  $M \cdot g$  , β)  $(M - m) \cdot g$  , γ)  $(M + m) \cdot g$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται επιταχυνόμενο πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ , μέσω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία  $\phi$  με το δάπεδο. Η κίνηση γίνεται με τόσο μικρή ταχύτητα, ώστε η αντίσταση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.



**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Η τριβή ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα:

- α) έχει μέτρο  $F \cdot \sin\phi - m \cdot a$  και φορά προς τα δεξιά,  
 β) έχει μέτρο  $F \cdot \sin\phi - m \cdot a$  και φορά προς τα αριστερά,  
 γ) έχει μέτρο  $F \cdot \eta\mu\phi - m \cdot a$  και φορά προς τα αριστερά

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



## 12353-Λύση

### Ενδεικτική Λύση

#### 2.1) Σωστή απάντηση: (γ)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton– σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται στον ανελκυστήρα είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

$$\text{Συνολική μάζα} = M + m$$

$$\text{Άρα } T = (M + m) \cdot g$$

#### 2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της ως:

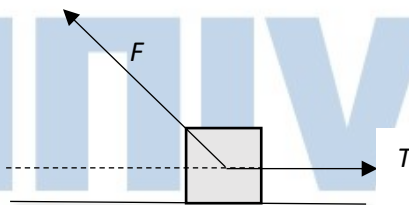
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3)$$

Άρα αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - T$$

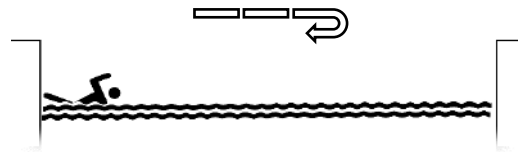
$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής

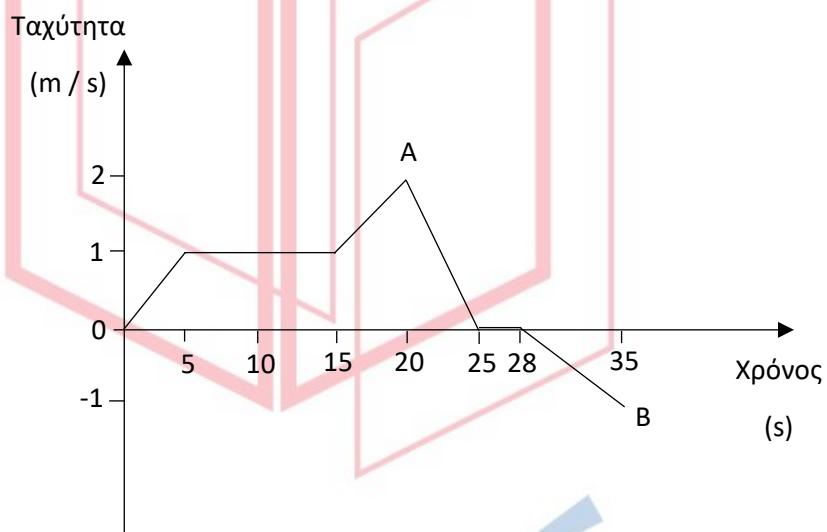


## Θέμα 4°

Ο Αλέξανδρος μετά από πολύ καιρό επιστρέφει στο κολυμβητήριο για προπόνηση. Αρχίζει να κάνει διαδρομές στην μήκους 25



μέτρων πισίνας της ομάδας του. Παράλληλα, ο προπονητής του καταγράφει τη διαδρομή του μέσα από το «έξυπνο» ρολόι που φοράει ο Αλέξανδρος. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, μια εφαρμογή σχεδιάζει το πιο κάτω διάγραμμα που περιγράφει την τιμή της ταχύτητας του κολυμβητή σε συνάρτηση με το χρόνο για το δεδομένο χρονικό διάστημα. Με βάση το διάγραμμα αυτό ο προπονητής προσπαθεί να βγάλει συμπεράσματα για τη φυσική κατάσταση του κολυμβητή. Αν η μάζα του Αλέξανδρου είναι  $m = 70 \text{ kg}$ , να υπολογίσετε:



**4.1)** Το διάστημα που έχει διανύσει ο κολυμβητής από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 20\text{s}$ ) μετά την εκκίνηση του (σημείο A).

**4.2)** Σχεδιάστε το αντίστοιχο διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{s}$ ).

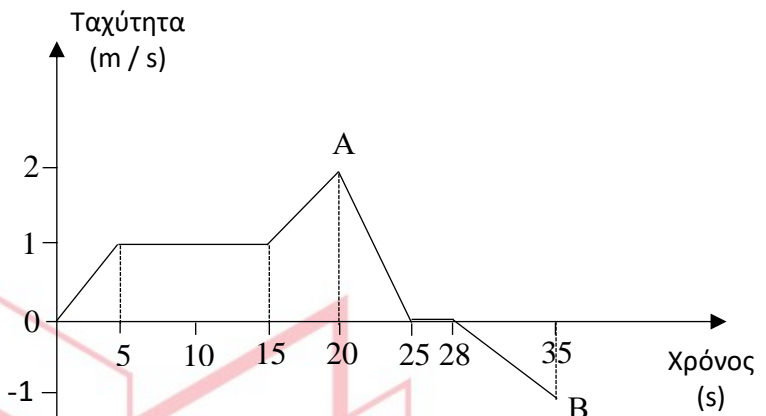
**4.3)** Τη μέση ταχύτητα του κολυμβητή καθώς και τη μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{s}$ ).

**4.4)** Αν, για λόγους απλότητας, η αντίσταση του νερού στο σώμα του κολυμβητή θεωρηθεί διαρκώς σταθερή σε μέτρο και ίση με  $28 \text{ N}$ , να υπολογίσετε το έργο που παράγει ο κολυμβητής σε όλη τη διαδρομή από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{s}$ ).

(Μονάδες 6+6+6+7)

4.1) Το διάγραμμα μας δίνει τις εξής πληροφορίες:

Χρονικό Διάστημα	Είδος κίνησης
0 - 5 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
5 - 15 s	Ευθ. Ομαλή Κίνηση
15 - 20 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη
20 - 25 s	Ευθ. Ομαλά Επιβραδυνόμενη
25 - 28 s	Ακίνησια
28 - 35 s	Ευθ. Ομαλά Επιταχυνόμενη



Άρα για το χρονικό διάστημα 0 – 5 s έχουμε:

$$v_1 = a_1 \cdot \Delta t_1 \text{ ή } a_1 = \frac{v_1}{\Delta t_1} \text{ ή } a_1 = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_1 = 2,5 m$$

Για το χρονικό διάστημα 5 - 15 s :

$$\Delta x_2 = v_1 \cdot \Delta t_2 = 1 \cdot 10 m = 10 m$$

Και για το 15 – 20 s :

$$v_2 = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_3 \text{ ή } a_2 = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t_3} \text{ ή } a_2 = \frac{2 - 1}{5} \frac{m}{s^2} \text{ ή } a_2 = \frac{1}{5} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_3 = v_1 \cdot \Delta t_3 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t_3^2 \text{ ή } \Delta x_3 = 1 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 5^2 m \text{ ή } \Delta x_3 = 7,5 m$$

Άρα συνολικά διάνυσε  $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 20 m$

(Μονάδες 6)

4.2) Για το διάγραμμα της επιτάχυνσης χρειάζεται να υπολογίσουμε τις επιταχύνσεις για το υπόλοιπο της διαδρομής. Ορίζεται θετική φορά η κίνηση προς τα δεξιά.

Για το χρονικό διάστημα 20 - 25 s

$$v_3 = v_2 - a_3 \cdot \Delta t_4$$

$$a_3 = \frac{v_2 - v_3}{\Delta t_4}$$

$$a_3 = \frac{2 - 0}{5} \frac{m}{s^2}$$



Όποτε:  $a_3 = \frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$  με φορά προς την αφετηρία.

Για το χρονικό διάστημα 25 - 28 s : Ο κολυμβητής παραμένει ακίνητος

# 12355-Λύση

Για το χρονικό διάστημα 28 - 35 s :  $u_4 = \alpha_4 \cdot \Delta t_5$  ή  $\alpha_4 = \frac{\Delta t_5}{\Delta t_5}$  ή  $\alpha_4 = \frac{1}{7} \frac{m}{s^2}$ , με φορά προς την αφετηρία.

(Μονάδες 6)

**4.3)** Μέχρι το σημείο Α έχει διανύσει 20 m

Για το χρονικό διάστημα 20 - 25 s

$$\Delta x_4 = v_2 \cdot \Delta t_4 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_3 \cdot \Delta t_4^2 \text{ ή } \Delta x_4 = 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot 5^2 \text{ m ή } \Delta x_4 = 5 \text{ m}$$

Για το χρονικό διάστημα 28 - 35 s

$$|\Delta x_5| = \frac{1}{2} \cdot \alpha_4 \cdot \Delta t_5^2 \text{ ή } |\Delta x_5| = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7} \cdot 7^2 \text{ m ή } |\Delta x_5| = 3,5 \text{ m}$$

Συνολική απόσταση που διάνυσε:  $S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| = 28,5 \text{ m}$  σε χρόνο 35 s.

(Μονάδες 4)

Οπότε:  $v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{28,5 \text{ m}}{35 \text{ s}} = 0,814 \frac{m}{s}$

και απέχει  $25 - 3,5 = 21,5 \text{ m}$  από την αφετηρία.

Οπότε η μετατόπιση  $\Delta x_{0-35} = x_{35} - x_0 = 21,5 - 0 = 21,5 \text{ m}$

(Μονάδες 2)

**4.4)** Όταν ο κολυμβητής κινείται με σταθερή ταχύτητα, εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> Νόμο του Newton, από τον οποίο προκύπτει ότι η δύναμη  $F$  που τον κινεί και η αντίσταση από το νερό  $F_A$ , έχουν ίσα μέτρα.

Όταν όμως κινείται με επιτάχυνση πρέπει να εφαρμόσουμε το 2<sup>ο</sup> Νόμο, δηλ.:  $F - F_A = m \cdot a$

Χρονικό Διάστημα	Δύναμη	Έργο Δύναμης
0 - 5 s	$F_1 - F_A = m \cdot \alpha_1$ ή $F_1 = 70 \cdot \frac{1}{5} + 28 = 42 \text{ N}$	$F_1 \cdot \Delta x_1 = 42 \cdot 2,5 = 105 \text{ J}$
5 - 15 s	$F_2 = F_A = 28 \text{ N}$	$F_2 \cdot \Delta x_2 = 28 \cdot 10 = 280 \text{ J}$
15 - 20 s	$F_3 - F_A = m \cdot \alpha_2$ ή $F_3 = 70 \cdot \frac{1}{5} + 28 = 42 \text{ N}$	$F_3 \cdot \Delta x_3 = 42 \cdot 7,5 = 315 \text{ J}$
20 - 25 s	$m \cdot \alpha_3 = 70 \cdot \frac{2}{5} = 28 \text{ N}$ άρα ο κολυμβητής επιβραδύνεται μόνο υπό της επίδραση της αντίστασης του νερού δεν ασκεί καμία δύναμη	0
25 - 28 s	Ακινησία $F_5 = 0$	0
28 - 35 s	$F_6 - F_A = m \cdot \alpha_4$ ή $F_6 = 70 \cdot \frac{1}{7} + 28 = 38 \text{ N}$	$F_6 \cdot \Delta x_5 = 38 \cdot 3,5 = 133 \text{ J}$
<b>Συνολικό έργο</b>		<b>833 J</b>

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ Δ**

Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής  $\mu_{ορ} = 0,5$  και συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $F = 10 \text{ N}$ .

**Δ1.** Να εξετάσετε αν το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μονάδες 5**

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  και στη συνέχεια καταργείται.

**Δ2.** Να υπολογίσετε:

**Δ.2.1.** τη συνολική μετατόπιση του σώματος.

**Μονάδες 15**

**Δ.2.2.** τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.

**Μονάδες 5**

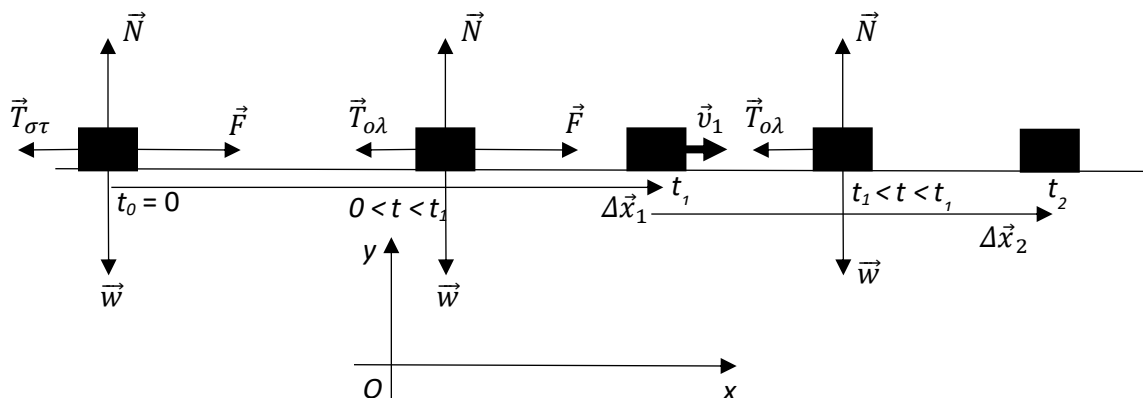
Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 12989-Λύση

## ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.** Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  στο σώμα ασκείται το γήινο βάρος του  $\vec{w}$ , η δύναμη  $\vec{F}$  και η δύναμη από το δάπεδο, η οποία αναλύεται στην  $\vec{N}$  και στην στατική τριβή  $\vec{T}_{στ}$ . Το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αν  $F > T_{op}$ , όπου  $F$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  και  $T_{op}$  το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα είναι ακίνητο, οπότε σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N = w, N = m \cdot g, N = 10 \text{ N}$$

. Από τον νόμο της οριακής τριβής:  $T_{op} = \mu_{op} \cdot N, T_{op} = 5 \text{ N}$ . Επειδή:  $F = 10 \text{ N} > 5 \text{ N} = T_{op}$ , το σώμα θα αρχίσει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

Μονάδες 5

**Δ2.**

**Δ.2.1.** Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N, T_{ολ} = 4 \text{ N}$  (Μονάδες 2) καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης. Στο χρονικό διάστημα  $(0, t_1 = 10 \text{ s})$ , από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, ισχύει:  $\sum \vec{F}_{x,1} = m \cdot \vec{a}_1, F - T_{ολ} = m \cdot a_1, a_1 = \frac{F - T_{ολ}}{m}, a_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . (Μονάδες 4) Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  ισχύουν:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1, v_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 2)} \\ \Delta x_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 300 \text{ m (Μονάδες 2)} \end{array} \right\} \text{ Στο χρονικό διάστημα}$$

$(t_1 = 10 \text{ s}, t_2)$ , από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, ισχύει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{ολ}}, K_2 - K_1 = -T_{ολ} \cdot \Delta x_2, \Delta x_2 = -\frac{K_2 - K_1}{T_{ολ}}, \Delta x_2 = -\frac{0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2}{T_{ολ}},$$



## 12989-Λύση

$$\Delta x_2 = 450 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

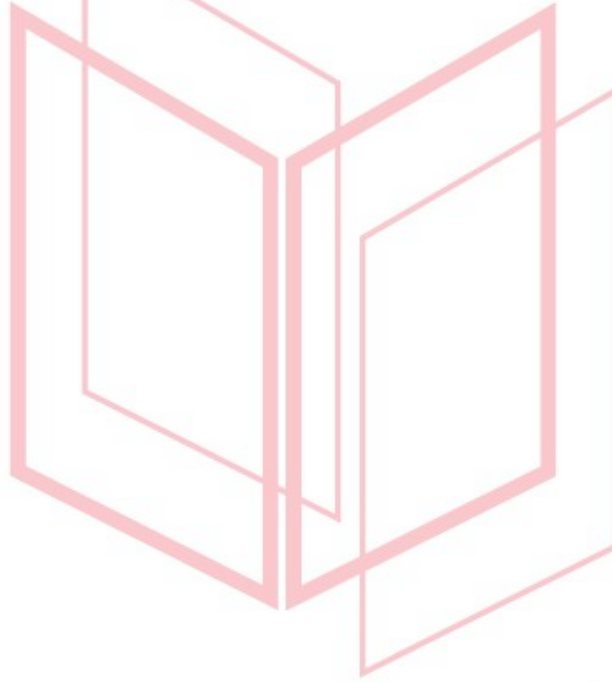
$$\text{Τελικά: } \Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 750 \text{ m (Μονάδα 1).}$$

**Μονάδες 15**

**Δ.2.2.** Για τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον ισχύει:

$$Q = |W_{\vec{T}_{ολ}}| = T_{ολ} \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2), Q = 3000 \text{ J.}$$

**Μονάδες 5**



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ Δ**

Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και κινείται κατά μήκος του. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον οριζοντα είναι  $\varphi = 30^\circ$ . Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής  $\mu_{op} = \frac{\sqrt{3}}{4}$  και συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = \frac{\sqrt{3}}{5}$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι η ακινητοποίηση του σώματος είναι παροδική.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον, λόγω τριβών, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

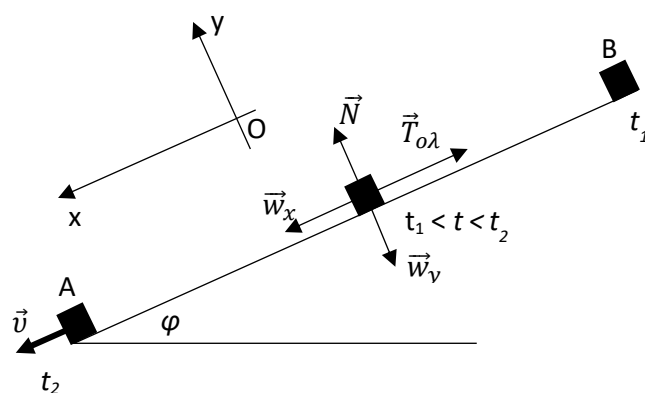
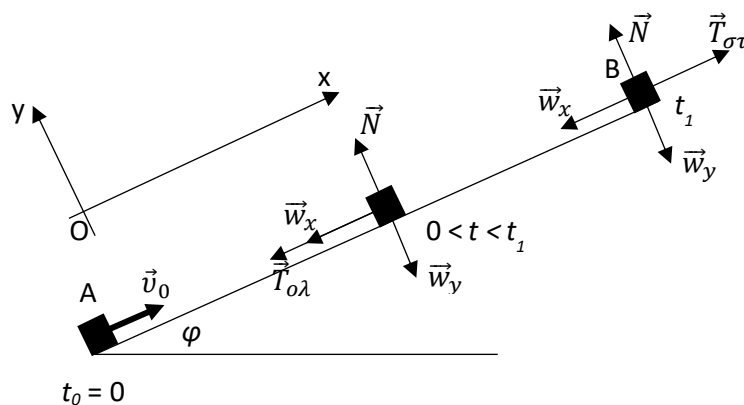
**Μονάδες 7**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Δίνονται:

$$\eta\mu(30^\circ) = \frac{1}{2} \text{ και } \sigma\upsilon\nu(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

# 12990-Λύση

## ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.** Κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο A στο σημείο B, στον άξονα Oy, από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:  $\sum \vec{F}_y = \vec{0}$ ,  $N = w_y$ ,  $N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ ,  $N = 5\sqrt{3} \text{ N}$ . (Μονάδα 1). Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$ ,  $T_{ολ} = 3 \text{ N}$ . (Μονάδες 1). Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K_{AB} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ολ}}, K_B - K_A = -w_x \cdot (AB) - T_{ολ} \cdot (AB),$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -(m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + T_{ολ}) \cdot (AB), (AB) = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2}{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + T_{ολ}},$$

$$(AB) = 6,25 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Για το μέτρο της οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής, ισχύει:  $T_{ορ} = \mu_{ορ} \cdot N$ ,  $T_{ορ} = 3,75 \text{ N}$ . (Μονάδες 3)

## 12990-Λύση

Επειδή:  $w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 5 \text{ N} > 3,75 \text{ N} = T_{ορ}$ , η ακινητοποίηση θα είναι στιγμιαία (Μονάδες 3).

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την κίνηση του σώματος από το Β στο Α ισχύει:

$$\Delta K_{BA} = W_{\vec{w}_x} + W_{\vec{T}_{ολ}}, K_A - K_B = w_x \cdot (AB) - T_{ολ} \cdot (AB),$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = (m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_{ολ}) \cdot (AB) \text{ (Μονάδες 4) και}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_{ολ}) \cdot (AB)}{m}}, v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

**Μονάδες 6**

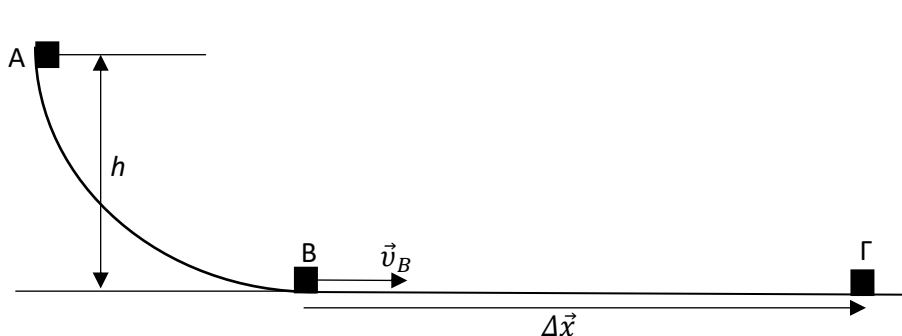
**Δ4.** Ισχύει:  $Q = 2 \cdot |W_{\vec{T}_{ολ}}| = 2 \cdot T_{ολ} \cdot (AB) = 37,5 \text{ J}.$

**Μονάδες 7**

# αθηνάπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Δ



Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του AB είναι λείο, ενώ ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων A και B είναι  $h = 5 \text{ m}$ . Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο A και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,5$ .

**Δ1.** Να υπολογίσετε:

**Δ1.1.** το μέτρο της ταχύτητας  $v_B$  του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο B.

**Μονάδες 6**

**Δ1.2.** το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης  $\Delta x$  του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

**Μονάδες 6**

**Δ1.3.** το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

**Μονάδες 6**

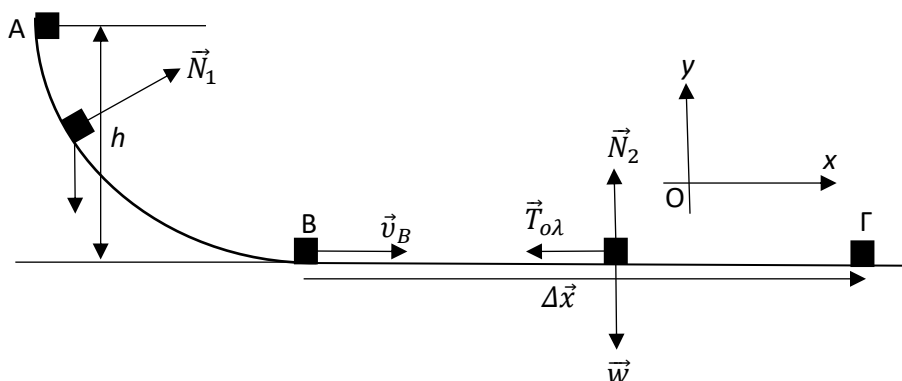
**Δ2.** Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

**Μονάδες 7**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

# 12992-Λύση

## ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.**

**Δ1.1.** Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και το έργο της δύναμης  $\vec{N}_1$  είναι μηδέν το έργο της δύναμης, επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$$E_A = E_B, K_A + U_A = K_B + U_B, m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2, v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

$$v_B = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.2.** Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Oγ, από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:  $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N_2 = w, N_2 = m \cdot g$  [1]. (Μονάδες 1) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N, T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$  [2]. (Μονάδες 1) Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το σημείο B έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{ολ}}, K_{\Gamma} - K_B = -T_{ολ} \cdot \Delta x, -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = -\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x,$$

$$\Delta x = \frac{v_B^2}{2 \cdot \mu_{ολ} \cdot g}, \Delta x = 10 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.3.** Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου:

$$\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\frac{\mu_{ολ} \cdot m \cdot g}{m} = -\mu_{ολ} \cdot g = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 3)}$$

$$\text{ταχύτητας: } v_{\Gamma} = v_B + \alpha \cdot \Delta t, \Delta t = \frac{v_{\Gamma} - v_B}{\alpha}, \Delta t = 2 \text{ s. (Μονάδες 3)}$$

## 12992-Λύση

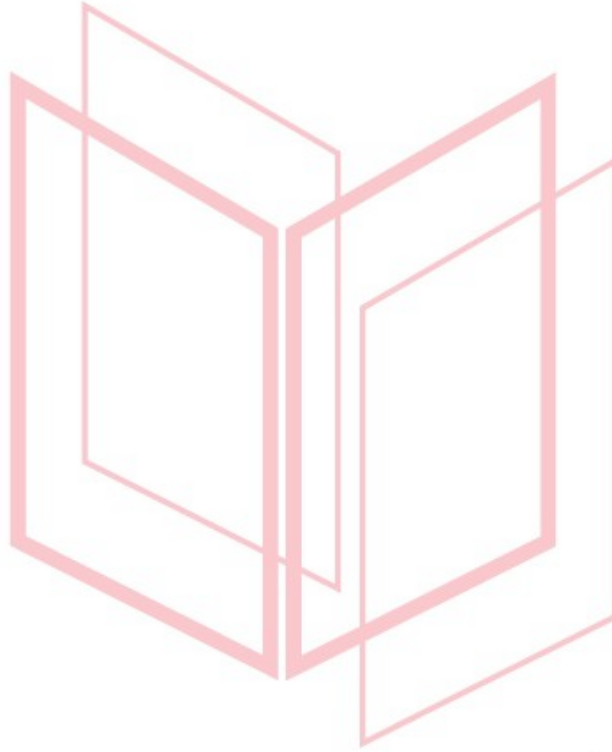
**Μονάδες 6**

**Δ2.** Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta\vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{v}_B$ . (Μονάδες

3) Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_\Gamma - \vec{v}_B = -\vec{v}_B$ . (Μονάδες 3)

Έτσι:  $\Delta\vec{v}_1 = -\Delta\vec{v}_2$ . (Μονάδα 1)

**Μονάδες 7**

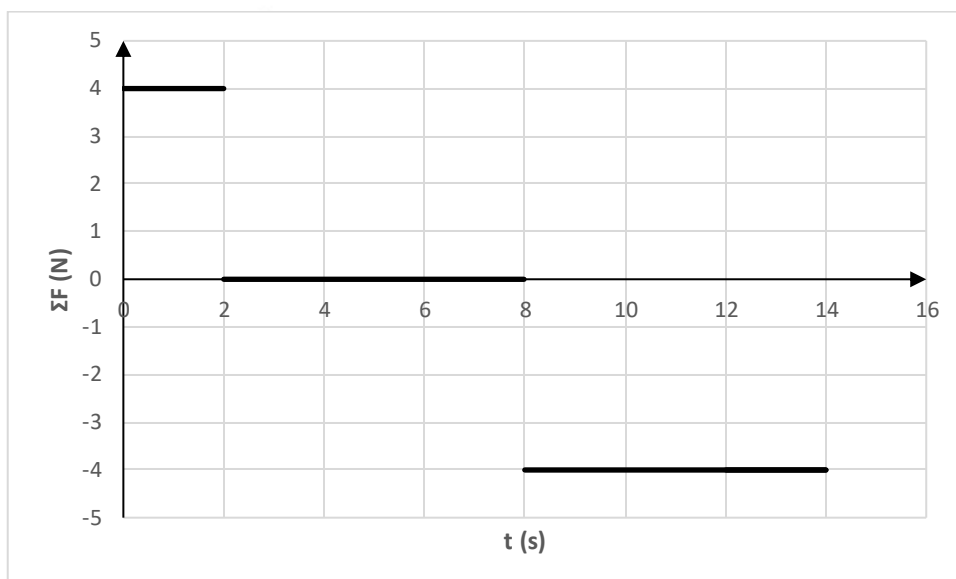


# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Δ

Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση  $x_0 = 0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



**Δ1.** Να υπολογίσετε:

**Δ1.1.** την ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και τη θέση  $\vec{x}_1$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.2.** την ταχύτητα  $\vec{v}_2$  και τη θέση  $\vec{x}_2$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.3.** την ταχύτητα  $\vec{v}_3$  και τη θέση  $\vec{x}_3$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.4.** την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**Δ1.5.** το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Δ2.** Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

**Δ2.1.** ταχύτητας-χρόνου ( $v-t$ ) και

**Μονάδες 4**

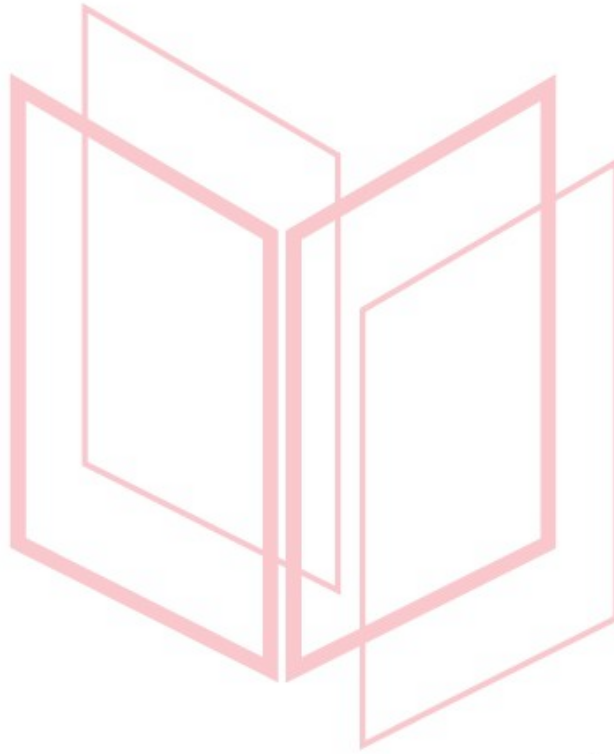
**Δ2.2.** θέσης-χρόνου ( $x-t$ )

**Μονάδες 5**



12993

από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14$  s.

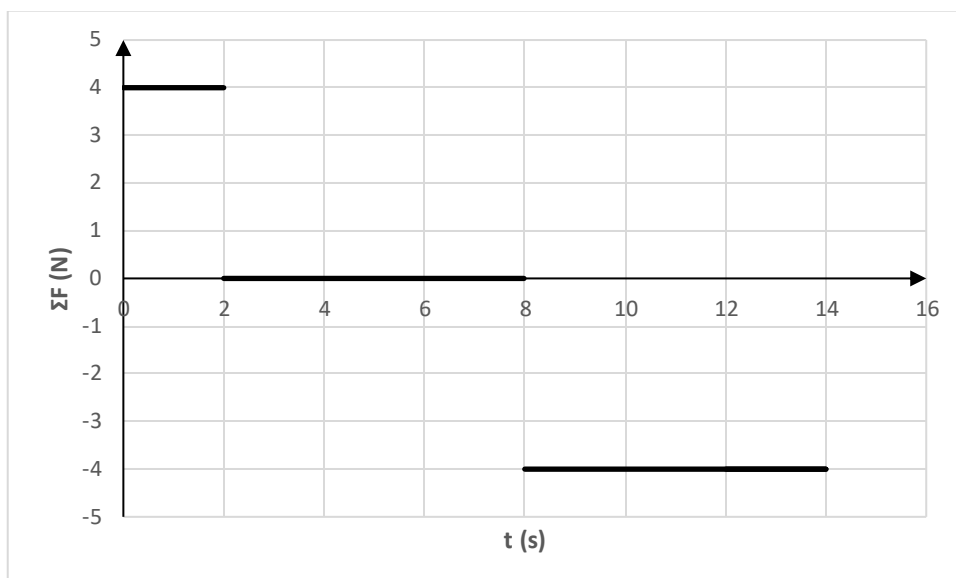


# αθημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 12993-Λύση

## ΘΕΜΑ Δ



**Δ1.**

**Δ1.1.** Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s:

$$\Sigma F_1 = 4 \text{ N}, m \cdot a_1 = 4 \text{ N}, a_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδα 1) Ισχύουν:}$$

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 1,5) και}$$

$$x_1 = x_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, x_1 = 8 \text{ m. (Μονάδες 1,5)}$$

**Μονάδες 4**

**Δ1.2.** Από τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8$  s:  $\Sigma F_2 = 0$ . (Μονάδα 1)

$$\text{Ισχύουν: } v_2 = v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 1,5) και}$$

$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot (t_2 - t_1), x_2 = 56 \text{ m. (Μονάδες 1,5)}$$

**Μονάδες 4**

**Δ1.3.** Από τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8$  s μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14$  s:

$$\Sigma F_1 = -4 \text{ N}, m \cdot a_3 = -4 \text{ N}, a_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδα 1) Ισχύουν:}$$

$$v_3 = v_2 + a_3 \cdot (t_3 - t_2) = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 1,5) και}$$

$$x_3 = x_2 + v_2 \cdot (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3 - t_2)^2, x_3 = 32 \text{ m. (Μονάδες 1,5)}$$

**Μονάδες 4**

$$\mathbf{\Delta 1.4.} \Delta K_{0,3} = K_3 - K_0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2, \Delta K_{0,3} = 128 \text{ J.}$$

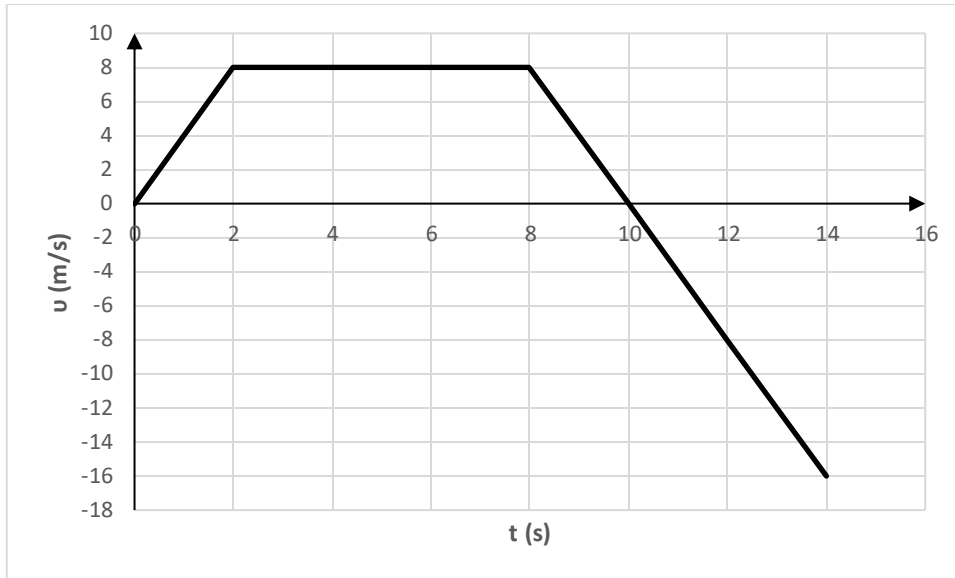
**Μονάδες 4**

$$\mathbf{\Delta 1.5.} \text{ Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας: } \Delta K_{0,3} = W_{\Sigma \vec{F}_{0,3}}, W_{\Sigma \vec{F}_{0,3}} = 128 \text{ J.}$$

**Δ2.**

**Δ2.1.**

# 12993-Λύση



Μονάδες 4

Δ2.2. θέσης- χρόνου ( $x-t$ )



Μονάδες 5

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ο Κώστας και ο Δημήτρης σκέφτηκαν ένα τρόπο για να μετρήσουν τα αντανακλαστικά τους. Ο Κώστας κρατάει, από το πάνω άκρο του ένα χάρακα κατακόρυφο και ο Δημήτρης έχει το χέρι του πιο χαμηλά, κοντά στο χάρακα, χωρίς να τον πιάνει, σε τέτοια θέση ώστε, να τον πιάσει και να τον συγκρατήσει μόλις ο Κώστας τον αφήσει ελεύθερο να πέσει.

Ο Κώστας άφησε το χάρακα και ο Δημήτρης τον έπιασε, αλλά μέτρησαν ότι ώσπου να τον πιάσει, ο χάρακας πρόλαβε να πέσει κατακόρυφα, κατά  $3,2 \text{ cm}$ .

**A)** Να επιλέξετε ποιος από τους παρακάτω χρόνους, είναι ο χρόνος αντίδρασης του Δημήτρη, θεωρώντας ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας στην περιοχή είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και οι αντιστάσεις του αέρα, μπορούν να αγνοηθούν:

i.  $8 \text{ s}$

ii.  $0,8 \text{ s}$

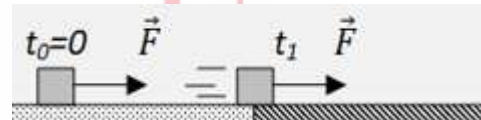
iii.  $0,08 \text{ s}$

Μονάδες 4

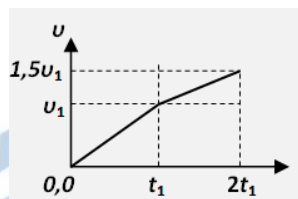
**B)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

**B2.** Ένας κύβος αρχικά ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο. Τη στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στον κύβο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και αρχίζει να κινείται.



Τη στιγμή  $t_1$  ο κύβος περνάει σε τραχύ τμήμα του δαπέδου, με το οποίο εμφανίζει σταθερή δύναμη τριβής, ενώ η δύναμη  $\vec{F}$  εξακολουθεί να ασκείται πάνω του. Το πέρασμα από το λείο στο τραχύ τμήμα του οριζόντιου δαπέδου διαρκεί ασήμαντο χρόνο.



Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του κύβου με το χρόνο που κινείται.

Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για το μέτρο  $T$  της τριβής που δέχεται από το τραχύ δάπεδο και το μέτρο  $F$  της οριζόντιας δύναμης που συνεχώς ασκείται πάνω στον κύβο, ισχύει:

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή σχέση

i.  $F = T$

ii.  $T = 0,5F$

iii.  $T = 0,25F$

Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13097-Λύση

ΘΕΜΑ Β

Ενδεικτικές απαντήσεις

**B1.**

**A)** Σωστό το **iii**

**B)** Αιτιολόγηση

Ο χρόνος αντίδρασης του Δημήτρη είναι ίσος με το χρόνο της ελεύθερης πτώσης του χάρακα μέχρι να τον πιάσει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2}{100 \cdot 10}} \text{ s} = 0,08 \text{ s}$$

**B2.**

**A)** Σωστή είναι η σχέση **ii**

**B)** Αιτιολόγηση

Από το δεδομένο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, μπορούμε να συμπεράνουμε:

Για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{v_1}{t_1} \quad (1)$$

Για το χρονικό διάστημα  $t_1 \rightarrow 2t_1$  :

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1,5v_1 - v_1}{2t_1 - t_1} = 0,5 \cdot \frac{v_1}{t_1} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει

$$a_2 = 0,5 \cdot a_1 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής προκύπτουν:

Για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow t_1$  :

$$\Sigma F = m \cdot a_1, \quad \text{άρα } a_1 = \frac{F}{m} \quad (4)$$

Για το χρονικό διάστημα  $t_1 \rightarrow 2t_1$  :

$$\Sigma F' = m \cdot a_2, \quad \text{άρα } a_2 = \frac{F-T}{m} \quad (5)$$

Από τις σχέσεις (3), (4) και (5) μπορούμε να καταλήξουμε:

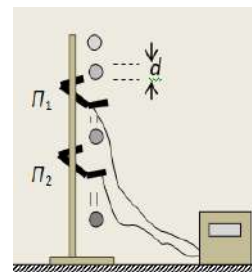
$$\frac{F-T}{m} = 0,5 \cdot \frac{F}{m} \quad \text{οπότε } F - T = 0,5 \cdot F$$

Τελικά  $T = 0,5 \cdot F$

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Οι φωτοπύλες είναι αισθητήρες που μπορούν να δώσουν “σήμα” σε ένα ηλεκτρονικό χρονομετρητή για να καταγράψει τη χρονική διάρκεια μεταβολής της έντασης του φωτός όταν διέρχεται μέσα από αυτές κάποιο αντικείμενο.

Μια ομάδα παιδιών στο εργαστήριο, στερέωσαν σε ένα ορθοστάτη δύο φωτοπύλες και τις συνέδεσαν με τον ηλεκτρονικό χρονομετρητή τους. Άφησαν ελεύθερη μια μικρή μεταλλική σφαίρα να πέσει κατακόρυφα, έτσι ώστε να διαπεράσει τις δύο φωτοπύλες  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ , όπως δείχνει το σχήμα.



Ο χρονομετρητής, έδειξε ότι η χρονική διάρκεια που χρειάστηκε για να διαπεράσει η σφαίρα κάθε φωτοπύλη καθώς έπεφτε ελεύθερα, είναι αντίστοιχα  $\Delta t_1 = 0,014 \text{ s}$  από την  $\Pi_1$  και  $\Delta t_2 = 0,005 \text{ s}$  από την  $\Pi_2$ .

Να υποθέσετε, ότι η διάρκεια της διέλευσης της σφαίρας από κάθε φωτοπύλη είναι η χρονική διάρκεια για να μετατοπιστεί η σφαίρα κατακόρυφα τόσο, όσο η διάμετρος της.

Με βάση τις παραπάνω μετρήσεις:

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των ταχυτήτων  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  που είχε η σφαίρα τις στιγμές που περνούσε από τις φωτοπύλες  $\Pi_1$  και  $\Pi_2$  αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

- i.  $v_1 = v_2$       ii.  $v_2 = 2 \cdot v_1$       iii.  $v_2 = 2,8 \cdot v_1$

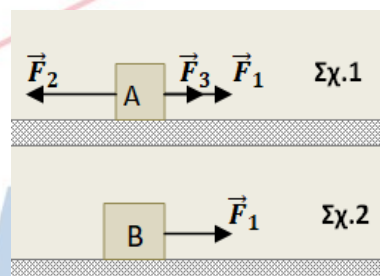
Μονάδες 2

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**B2.** Ένας κύβος Α, μάζας  $m_A = m$  βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο και ακλόνητο δάπεδο. Ασκούμε στον κύβο Α τρεις οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$ .

Οι τρεις αυτές δυνάμεις είναι συγγραμμικές, με τις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_3$  να έχουν ίδια κατεύθυνση, ενώ η  $\vec{F}_2$  αντίθετη κατεύθυνση από αυτές, όπως στο σχήμα. Ο κύβος Α ισορροπεί ακίνητος με την επίδραση αυτών των δυνάμεων. Αν κάποια στιγμή καταργηθεί μόνο η δύναμη  $\vec{F}_1$ , ο κύβος Α αποκτά επιτάχυνση μέτρου  $a_1$ .



Αν ασκήσουμε τη δύναμη  $\vec{F}_1$  σε ένα άλλο κύβο Β μάζας  $m_B = 2 \cdot m$ , ο οποίος βρίσκεται επίσης πάνω σε λείο οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο και είναι ακίνητος αλλά ελεύθερος να κινηθεί (Σχ.2), τότε ο κύβος Β θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου  $a_2$ .

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή σχέση που ισχύει για τα μέτρα των δύο επιταχύνσεων:

- i.  $a_1 = a_2$       ii.  $a_1 = 2a_2$       iii.  $a_2 = 2a_1$

Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13100-Λύση

## ΘΕΜΑ Β (Ενδεικτικές απαντήσεις)

### B1

A) Σωστή απάντηση είναι η iii.

### B) Αιτιολόγηση

Όπως αναφέρεται στην εκφώνηση, η χρονική διάρκεια διέλευσης μιας σφαίρας από τη φωτοπύλη, αντιστοιχεί σε μετατόπισή της κατά μέτρο ίση με την διάμετρό της. Από την παραδοχή αυτή είναι δυνατό να υπολογίσουμε την ταχύτητα της σφαίρας, η οποία μπορεί να θεωρηθεί στιγμιαία ταχύτητα στη θέση κάθε φωτοπύλης.

$$\text{Φωτοπύλη } \Pi_1: v_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t_1} = \frac{d}{\Delta t_1}$$

$$\text{Φωτοπύλη } \Pi_2: v_2 = \frac{\Delta x}{\Delta t_2} = \frac{d}{\Delta t_2}$$

$$\text{Διαιρούμε κατά μέλη: } \frac{v_2}{v_1} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{0,014 \text{ s}}{0,005 \text{ s}} = \frac{14}{5} = 2,8$$

$$\text{ή } v_2 = 2,8 \cdot v_1$$

### B2

A) Η σωστή σχέση είναι η ii.

### B) Αιτιολόγηση

Αρχικά ο κύβος A ισορροπεί ακίνητος πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο, με την επίδραση των δυνάμεων  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  και γι' αυτό, για τα μέτρα των τριών αυτών δυνάμεων ισχύει η σχέση :

$$F_1 + F_3 = F_2 \quad \text{ή} \quad F_1 = F_2 - F_3$$

Όταν καταργηθεί η  $\vec{F}_1$ , ο κύβος A αρχίζει να κινείται στην κατεύθυνση της δύναμης  $\vec{F}_2$ , με επιτάχυνση  $\vec{a}_1$ , μέτρου:

$$a_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_2 - F_3}{m} = \frac{F_1}{m}, \quad (1)$$

Αρχικά ο κύβος B, ισορροπεί ακίνητος πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο. Όταν ασκείται σε αυτόν η δύναμη  $\vec{F}_1$ , ο κύβος B αρχίζει να κινείται στην κατεύθυνση της δύναμης αυτής, με επιτάχυνση  $\vec{a}_2$ , μέτρου:

$$a_2 = \frac{F_1}{2 \cdot m}, \quad (2)$$

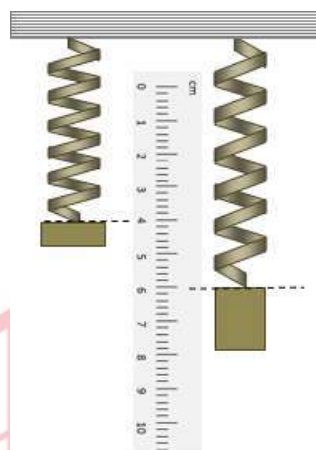
Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει η σχέση:

$$a_1 = 2 \cdot a_2$$



## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Μια ομάδα μαθητών πειραματίζονται στο εργαστήριο προσπαθώντας να επιβεβαιώσουν το νόμο του Hooke. Χρησιμοποίησαν ένα ελατήριο ασήμαντης μάζας (αβαρές), το οποίο κρέμασαν ώστε να είναι κατακόρυφο, στερεώνοντας το πάνω άκρο του σε ακλόνητο σημείο. Δίπλα του στερέωσαν κατακόρυφο ένα υποδεκάμετρο, με τέτοιο τρόπο, ώστε να αυξάνονται οι ενδείξεις του προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Κρέμασαν στο κάτω άκρο του ελατηρίου ένα σώμα μάζας  $m_1$  και τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε  $4\text{ cm}$ .

Αφαίρεσαν αυτό το σώμα και στην θέση του κρέμασαν ένα δεύτερο σώμα διπλάσιας μάζας  $m_2$  ( $m_2 = 2 \cdot m_1$ ).

Τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε  $6\text{ cm}$ .

**A)** Όταν από το κάτω άκρο του ελατηρίου δεν κρέμεται κανένα σώμα, δηλαδή όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος, το κάτω άκρο του θα βρίσκεται σε θέση, στην οποία το υποδεκάμετρο δείχνει:

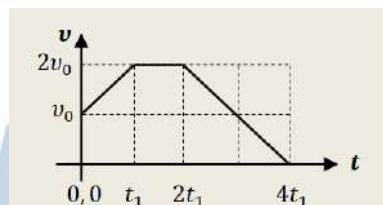
- i.  $0$  , ii.  $2\text{ cm}$  , iii.  $4\text{ cm}$

Μονάδες 4

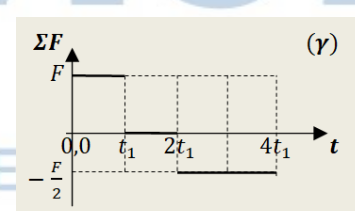
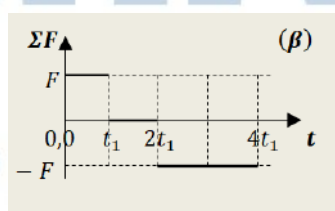
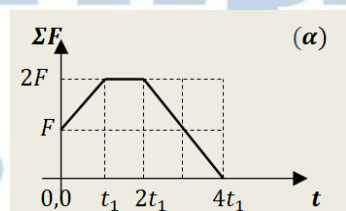
**B)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

**B2.** Μικρό σώμα μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα και το διπλανό διάγραμμα, αποδίδει την τιμή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο της κίνησης.



**A)** Από τα διαγράμματα (α), (β) και (γ), να επιλέξετε εκείνο, το οποίο αποδίδει σωστά την τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα στην κίνηση αυτή, σε συνάρτηση με το χρόνο:



- i. το διάγραμμα (α)  
ii. το διάγραμμα (β)  
iii. το διάγραμμα (γ)

Μονάδες 4

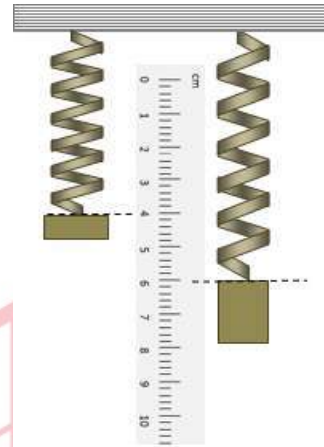
**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13101-Λύση

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Μια ομάδα μαθητών πειραματίζονται στο εργαστήριο προσπαθώντας να επιβεβαιώσουν το νόμο του Hooke. Χρησιμοποίησαν ένα ελατήριο ασήμαντης μάζας (αβαρές), το οποίο κρέμασαν ώστε να είναι κατακόρυφο, στερεώνοντας το πάνω άκρο του σε ακλόνητο σημείο. Δίπλα του στερέωσαν κατακόρυφο ένα υποδεκάμετρο, με τέτοιο τρόπο, ώστε να αυξάνονται οι ενδείξεις του προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Κρέμασαν στο κάτω άκρο του ελατηρίου ένα σώμα μάζας  $m_1$  και τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε  $4\text{ cm}$ .

Αφαίρεσαν αυτό το σώμα και στην θέση του κρέμασαν ένα δεύτερο σώμα διπλάσιας μάζας  $m_2$  ( $m_2 = 2 \cdot m_1$ ).

Τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε  $6\text{ cm}$ .

**A)** Όταν από το κάτω άκρο του ελατηρίου δεν κρέμεται κανένα σώμα, δηλαδή όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος, το κάτω άκρο του θα βρίσκεται σε θέση, στην οποία το υποδεκάμετρο δείχνει:

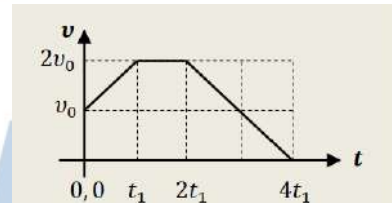
- i.  $0$  , ii.  $2\text{ cm}$  , iii.  $4\text{ cm}$

Μονάδες 4

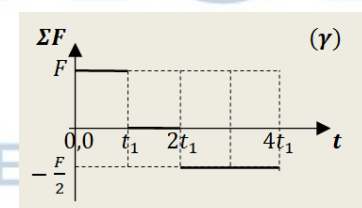
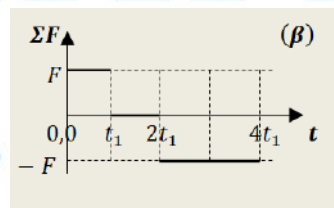
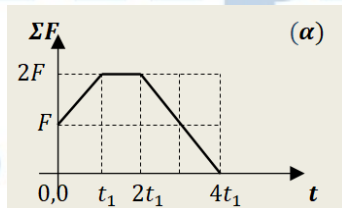
**B)** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

Μονάδες 8

**B2.** Μικρό σώμα μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα και το διπλανό διάγραμμα, αποδίδει την τιμή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο της κίνησης.



**A)** Από τα διαγράμματα (α), (β) και (γ), να επιλέξετε εκείνο, το οποίο αποδίδει σωστά την τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα στην κίνηση αυτή, σε συνάρτηση με το χρόνο:



- i. το διάγραμμα (α)  
ii. το διάγραμμα (β)  
iii. το διάγραμμα (γ)

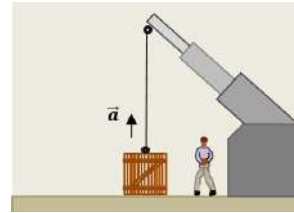
Μονάδες 4

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας  $m$ , είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δένουμε στο κιβώτιο το ένα άκρο ανθεκτικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε γερανό όπως στο σχήμα.



Ο γερανός σηκώνει το κιβώτιο και το ανεβάζει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ , μέτρου  $a = \frac{g}{8}$ , όπου  $g$  το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας. Οι δυνάμεις από τον αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

Η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκείται από το νήμα στο κιβώτιο καθώς το ανεβάζει, έχει μέτρο:

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

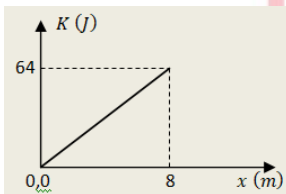
i.  $F = m \cdot g$       ii.  $F = \frac{9}{8} \cdot m \cdot g$       iii.  $F = 2 \cdot m \cdot g$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

**Μονάδες 8**

**B2.** Ένα τηλεκατευθυνόμενο αυτοκίνητο - μοντέλο μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  με εντολή του χειριστή, αρχίζει να κινείται από την ηρεμία, ευθύγραμμα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για τα πρώτα  $8 \text{ m}$  της κίνησής του. Για την διαδρομή του αυτή δίνεται στο διπλανό διάγραμμα η γραφική παράσταση της κινητικής του ενέργειας σε συνάρτηση με την μετατόπισή του από την αρχική θέση.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος και θεωρώντας  $t_0 = 0$  τη χρονική στιγμή έναρξης της κίνησης του αυτοκινήτου:

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση για τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία έχει μετατοπιστεί μέχρι τη θέση  $x_1 = 8 \text{ m}$ :

i.  $t_1 = 8 \text{ s}$       ii.  $t_1 = 2 \text{ s}$       iii.  $t_1 = 4 \text{ s}$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

**Μονάδες 9**

# 13102-Λύση

ΘΕΜΑ Β

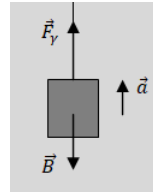
Ενδεικτικές απαντήσεις

## B1

A) Σωστή απάντηση είναι η ii

B) Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο ανεβαίνει με την επίδραση της κατακόρυφης προς τα πάνω δύναμης που δέχεται από τον γερανό και της κατακόρυφης προς τα κάτω δύναμης από την έλξη της Γης, δηλαδή του βάρους του. Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:



$$\Sigma F = m \cdot a, \quad F_\gamma - B = m \cdot a, \quad F_\gamma = m \cdot g + m \cdot \frac{g}{8}$$

Τελικά

$$F_\gamma = \frac{9}{8} \cdot m \cdot g$$

## B2

A) Σωστή απάντηση είναι η ii

B) Αιτιολόγηση

Επειδή η κίνηση του οχήματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, η συνισταμένη δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K = W_F = F \cdot x$$

$$F = \frac{\Delta K}{x} = \frac{64 \text{ J}}{8 \text{ m}} = 8 \text{ N}$$

Η επιτάχυνση του οχήματος υπολογίζεται εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής:

$$a = \frac{F}{m} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Για την μετατόπιση του οχήματος στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνησή του ισχύει:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot x}{a}} = 2 \text{ s}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Μια ομάδα μαθητών στο εργαστήριο του σχολείου στερεώνει το πάνω άκρο ενός δυναμομέτρου, σε ορθοστάτη. Στη συνέχεια πειραματίζονται κρεμώντας από το γάντζο του βαρίδια με διαφορετικές μάζες.

Μετρώντας τις επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμομέτρου, επιβεβαιώνουν ότι υπακούει στο νόμο του Hooke.

Στον πίνακα που ακολουθεί, στην πρώτη οριζόντια γραμμή δίνονται οι μάζες διαφόρων βαριδιών που κρέμασαν και κάτω από αυτές, οι επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμομέτρου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

<b>Μάζα (g)</b>		100	200		300
<b>Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)</b>	4	8		20	



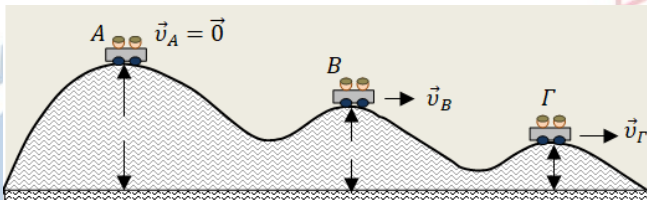
**A)** Να συμπληρώσετε τις τιμές που μας απέκρυψαν από τις μετρήσεις τους οι μαθητές.

**Μονάδες 4**

**B)** Με τη βοήθεια των τιμών του πίνακα να κάνετε ένα διάγραμμα, με βαθμονομημένους άξονες, στο οποίο να δείξετε την γραφική παράσταση της επιμήκυνσης του ελατηρίου (σε cm) από το φυσικό του μήκος, σε συνάρτηση με τη μάζα (σε g), που κρεμούσαν στο άκρο του.

**Μονάδες 8**

**B2.** Ένα βαγονάκι που μεταφέρει παιδιά, κινείται στην σιδηροτροχιά ενός λούνα-παρκ, η οποία έχει το σχήμα που φαίνεται στην εικόνα. Κάποια στιγμή βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο A χωρίς ταχύτητα και εξαιτίας μιας πολύ μικρής κλίσης που έχει η τροχιά στο σημείο αυτό, αρχίζει να κινείται. Έτσι κάποια στιγμή περνάει από την κορυφή B με ταχύτητα  $\vec{v}_B$  και μια επόμενη στιγμή από την κορυφή Γ με ταχύτητα  $\vec{v}_Γ$ .



Οι κορυφές A, B και Γ, βρίσκονται σε ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  και  $h_Γ$  αντίστοιχα, από το οριζόντιο δάπεδο του λούνα-παρκ, για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις  $h_B = \frac{3}{4} \cdot h_A$  και  $h_Γ = \frac{1}{4} \cdot h_A$ .

Θεωρήστε, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις τριβές και την αντίσταση του αέρα. Επίσης θεωρήστε ότι το βαγονάκι δεν φέρει τροχούς και απλά ολισθαίνει στις σιδηροτροχιές.

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή σχέση που ισχύει, για τα μέτρα των ταχυτήτων του βαγονιού στις κορυφές B και Γ:

**Φ** **Ρ** **Ο** **Ν** **Ι**.  $v_Γ = v_B$  **Τ** **Η** **Ρ** **Ι** **Α** **Ι** **Ι**.  $v_Γ = 3 \cdot v_B$  **Μ** **Ε** **Σ** **Η** **Ι**.  $v_Γ = \sqrt{3} \cdot v_B$  **Σ** **Κ** **Π** **Α** **Ι** **Δ** **Ε** **Υ** **Σ** **Η** **Σ**

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



# 13103-Λύση

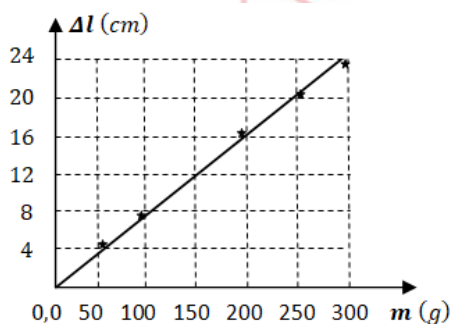
## ΘΕΜΑ Β Ενδεικτικές απαντήσεις

### B1

A)

Μάζα (g)	50	100	200	250	300
Επιμήκυνση ελατηρίου (cm)	4	8	16	20	24

### B)



### B2

A) Σωστή απάντηση είναι η iii

B) Αιτιολόγηση

Επειδή στην κίνηση του βαγονιού με τα παιδιά, η μόνη δύναμη που παράγει έργο είναι το βάρος τους, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Ορίζοντας ως επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια το δάπεδο του λούνα-πάρκ ( $U = 0$ ), έχουμε:

$$E_{μηχ}^A = E_{μηχ}^B = E_{μηχ}^Γ$$

$$U_A = U_B + K_B = U_Γ + K_Γ$$

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_B + K_B, \text{ οπότε } K_B = m \cdot g \cdot (h_A - h_B) = \frac{m \cdot g \cdot h_A}{4}$$

$$m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot h_Γ + K_Γ, \text{ οπότε } K_Γ = m \cdot g \cdot (h_A - h_Γ) = \frac{3 \cdot m \cdot g \cdot h_A}{4}$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις δύο προηγούμενες εξισώσεις:

$$\frac{K_Γ}{K_B} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_Γ^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2} = 3$$

Από τη σχέση αυτή, για τα μέτρα των ταχυτήτων προκύπτει:

$$v_Γ = \sqrt{3} \cdot v_B$$

## ΘΕΜΑ Α

Να επιλέξετε τη φράση που συμπληρώνει σωστά την πρόταση:

**A1.** Η επιτάχυνση ενός κινητού έχει πάντα κατεύθυνση:

- α. ίδια με αυτήν της ταχύτητάς του,
- β. ίδια με αυτήν της κίνησής του,
- γ. ίδια με αυτήν της συνισταμένης των δυνάμεων που του ασκούνται,
- δ. κάθετη προς αυτήν της συνισταμένης των δυνάμεων που του ασκούνται;

**A2.** Η επιτάχυνση ενός κινητού είναι σταθερή:

- α. πάντα,
- β. μόνο όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που αυτό δέχεται είναι σταθερή,
- γ. ποτέ,
- δ. μόνο όταν το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση;

**A3.** Σύμφωνα με το Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής, ένα σώμα που δέχεται μια μόνο σταθερή δύναμη κινείται σε κάθε περίπτωση:

- α. προς την κατεύθυνση της δύναμης αυτής,
- β. με σταθερή ταχύτητα,
- γ. με ταχύτητα της οποίας το μέτρο αυξάνεται με σταθερό ρυθμό,
- δ. με επιτάχυνση το διάνυσμα της οποίας παραμένει σταθερό.

**A4.** Η ελεύθερη πτώση ενός σώματος στη Γη:

- α. είναι πάντα ευθύγραμμη κίνηση,
- β. είναι κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα του σώματος διατηρείται σταθερή,
- γ. είναι κίνηση με επιτάχυνση ίση με τη γήινη βαρυτική,
- δ. τίποτα από τα παραπάνω.



13267

**A5.** Να αντιστοιχίσετε τα μεγέθη της στήλης Α του παρακάτω πίνακα στις μονάδες μέτρησης του S.I. της στήλης Β:

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Μετατόπιση $\Delta x$	α. $1 \frac{m}{s}$
2. Ταχύτητα $v$	β. $1 \frac{m}{s^2}$
3. Επιτάχυνση $a$	γ. $1 N$
4. Δύναμη $F$	δ. $1 J$
5. Ενέργεια $E$	ε. $1 m$

Μονάδες 25

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13267-Λύση

## ΘΕΜΑ Α

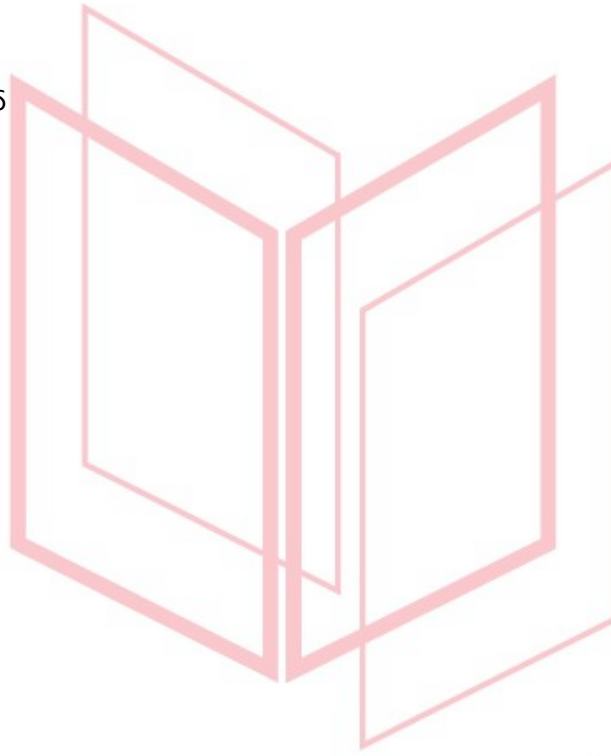
A1. γ.

A2. β.

A3. δ.

A4. γ.

A5. 1ε, 2α, 3β, 4γ, 5δ



Μονάδες 25

# αλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2**

**2.1** Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα και σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα  $\Delta t$  διανύει ίσα διαστήματα  $S$ .

**A.** Το παραπάνω δεδομένο μπορεί να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η κίνηση του σημειακού αντικειμένου είναι ευθύγραμμη ομαλή;

α) ΝΑΙ      β) ΟΧΙ

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Σημειακό αντικείμενο αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$  πάνω από την επιφάνεια της Γης, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**A.** Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σημειακό αντικείμενο δέχεται από τον ατμοσφαιρικό αέρα και αν θεωρήσουμε τη βαρυτική επιτάχυνση  $\vec{g}$  σταθερή, τότε, την τυχαία χρονική στιγμή  $t$ , η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργεια του κινητού υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\alpha) U = m \cdot g \cdot h$$

$$\beta) U = m \cdot g \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right)$$

$$\gamma) U = m \cdot g \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right)$$

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# 13269-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1

A. β)

**Μονάδες 4**

B. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σημειακό κινητό σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα  $\Delta t$  μετατοπίζεται εξίσου κατά  $\Delta x$  (η φορά της κίνησης του κινητού δεν μεταβάλλεται). Τα ίσα διαστήματα  $S$  μπορούν να διανύονται με αντίθετες φορές κίνησης και σ' αυτήν την περίπτωση η κίνηση ΔΕΝ είναι ευθύγραμμη ομαλή.

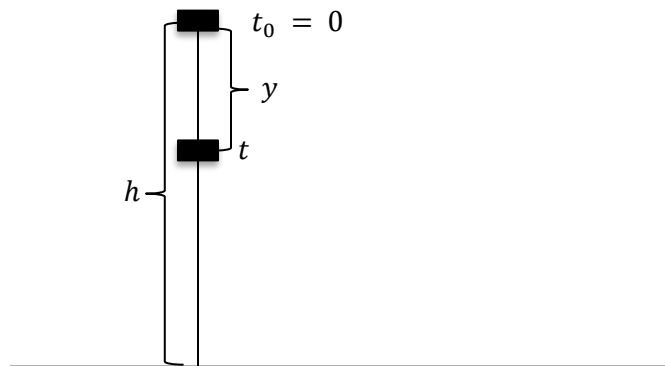
**Μονάδες 8**

### 2.2

A. γ)

**Μονάδες 4**

B.

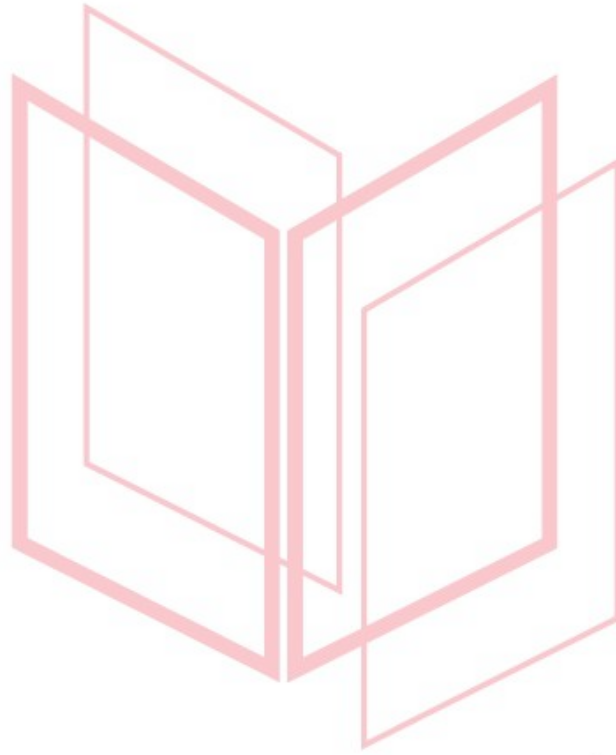


Το σημειακό αντικείμενο εκτελεί ελεύθερη πτώση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι, τη χρονική στιγμή  $t$  το σημειακό αντικείμενο έχει μετατοπιστεί κατά  $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ , οπότε η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργειά του είναι:

$$U = m \cdot g \cdot (h - y) = m \cdot g \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right)$$

**Μονάδες 9**

13269-Λύση

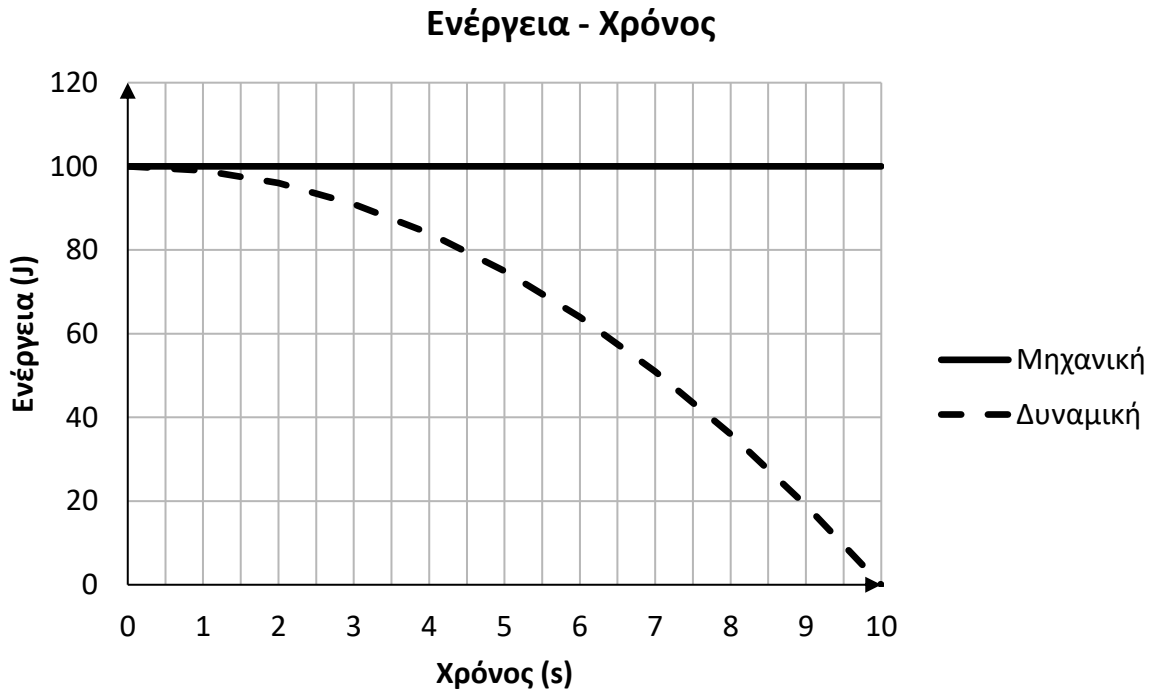


# αθημπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m$ , αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ . Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



**A.** Το ύψος  $h$  είναι:

α) 100 m , β) 500 m , γ) 1000 m

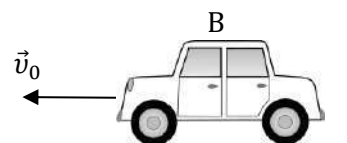
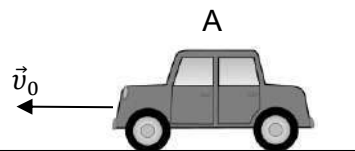
Μονάδες 4

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

**B2.**

Φ



Σ

## 13270

Τα αυτοκίνητα Α και Β της εικόνας έχουν ίσες μάζες και κινούνται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0$ .

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ακινητοποίηση των αυτοκινήτων Α και Β είναι  $t_A$  και  $t_B$  αντίστοιχα, με  $t_A = 2 \cdot t_B$ , τότε για τη μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβραδύνουσας δύναμης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης των αυτοκινήτων Α και Β ( $F_A$  και  $F_B$  αντίστοιχα) ισχύει:

$$\alpha) F_B = 4 \cdot F_A \quad , \quad \beta) F_B = 2 \cdot F_A \quad , \quad \gamma) F_B = \frac{F_A}{4}$$

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 13270-Λύση

## ΘΕΜΑ Β

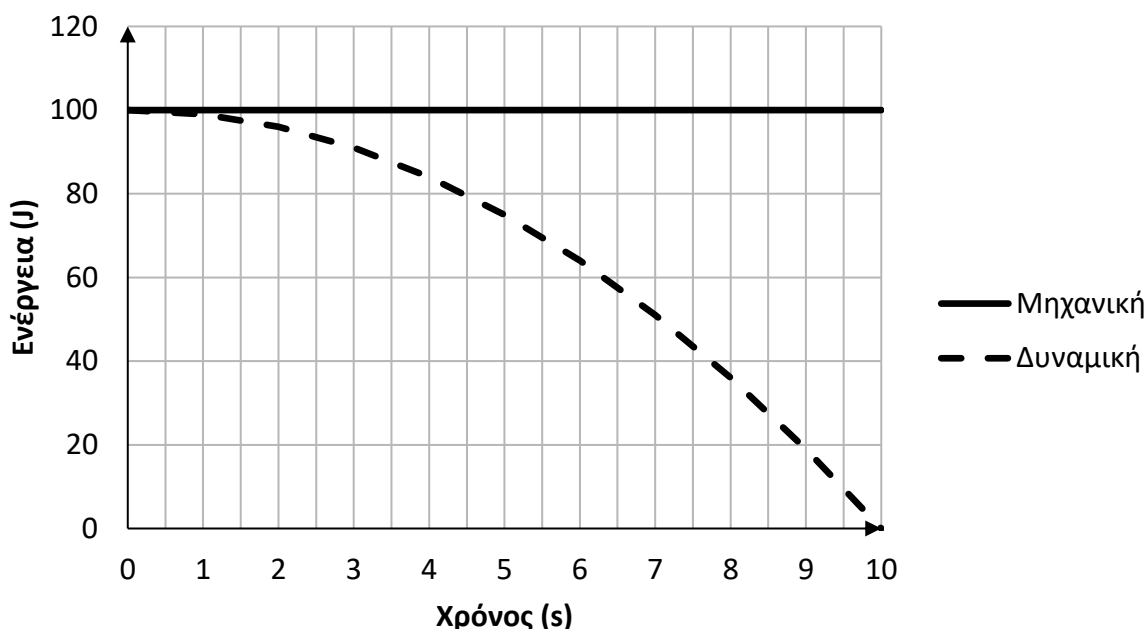
B1.

A. β)

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

### Ενέργεια - Χρόνος



Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημειακό αντικείμενο χρειάζεται χρονικό διάστημα  $\Delta t = 10$  s για να προσεδαφιστεί. Έτσι, το σημειακό αντικείμενο ελευθερώνεται από ύψος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 500 \text{ m.}$$

Μονάδες 8

B2.

A. β)

Μονάδες 4

## ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα  $t_{ολ}$  που απαιτείται για την ακινητοποίηση ενός αυτοκινήτου κινούμενου με ταχύτητα  $v_0$  είναι:  $t_{ολ} = \frac{v_0}{\alpha}$ , όπου  $\alpha$  το μέτρο της μέγιστης επιβράδυνσης, που μπορεί

να αναπτύξει το σύστημα πέδησης. Για το αυτοκίνητο Α ισχύει:  $2 \cdot t_B = \frac{v_0}{\alpha_A}$  [1], ενώ για το

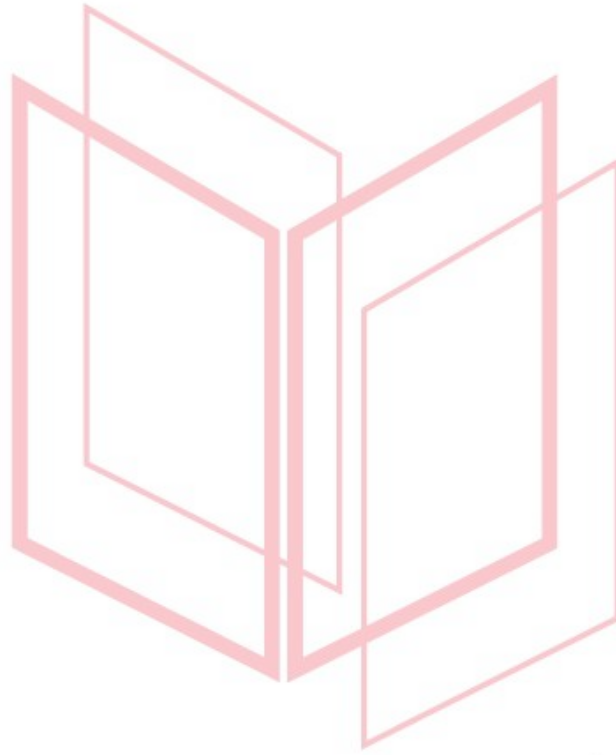
αυτοκίνητο Β ισχύει:  $t_B = \frac{v_0}{\alpha_B}$  [2]. Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει:

$$2 = \frac{\alpha_B}{\alpha_A}, \alpha_B = 2 \cdot \alpha_A. \text{ Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:}$$

$$F_B = m \cdot a_B = m \cdot 2 \cdot a_A = 2 \cdot F_A.$$

13270-Λύση

Μονάδες 9

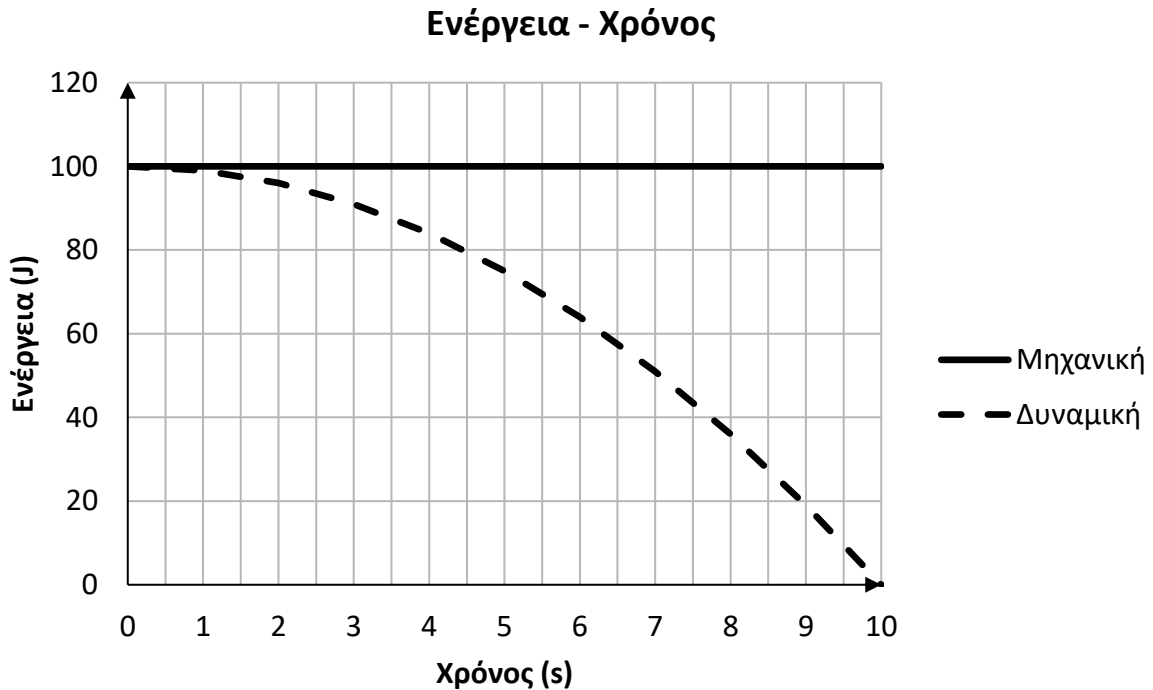


# αθιμπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m$ , αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ . Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



**A.** Η μάζα  $m$  του σημειακού αντικειμένου είναι:

- α) 0,2 Kg , β) 2 Kg , γ) 0,02 Kg

Μονάδες 4

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

**B2.** Σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση τριών ομοεπίπεδων δυνάμεων, ίσου μέτρου  $F$ , οι φορείς των οποίων σχηματίζουν, ανά δύο, γωνία  $\varphi = 120^\circ$ .

**A.** Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

- α) 0 , β)  $F$  , γ)  $2 \cdot F$

Μονάδες 4

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

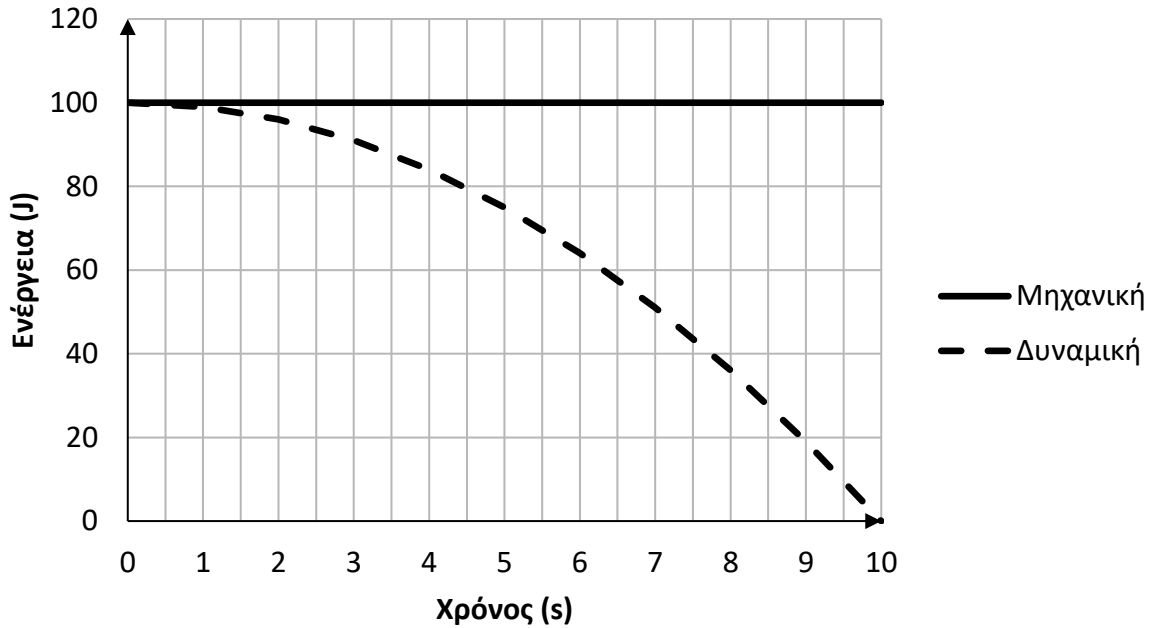
Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$  και  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

# 13271-Λύση

## ΘΕΜΑ Β

### Β1.

#### Ενέργεια - Χρόνος



A. γ)

Μονάδες 4

Β. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι το σημειακό αντικείμενο χρειάζεται χρονικό διάστημα  $\Delta t = 10$  s για να προσεδαφιστεί. Έτσι, το σημειακό αντικείμενο ελευθερώνεται από ύψος:

$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 500$  m. Η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου, τη χρονική στιγμή που ελευθερώνεται, όπως προκύπτει από το διάγραμμα, είναι:  $U_0 = 100$  J.

Ισχύει:  $U_0 = m \cdot g \cdot h$ ,  $m = \frac{U_0}{g \cdot h}$ ,  $m = 0,02$  Kg.

Μονάδες 8

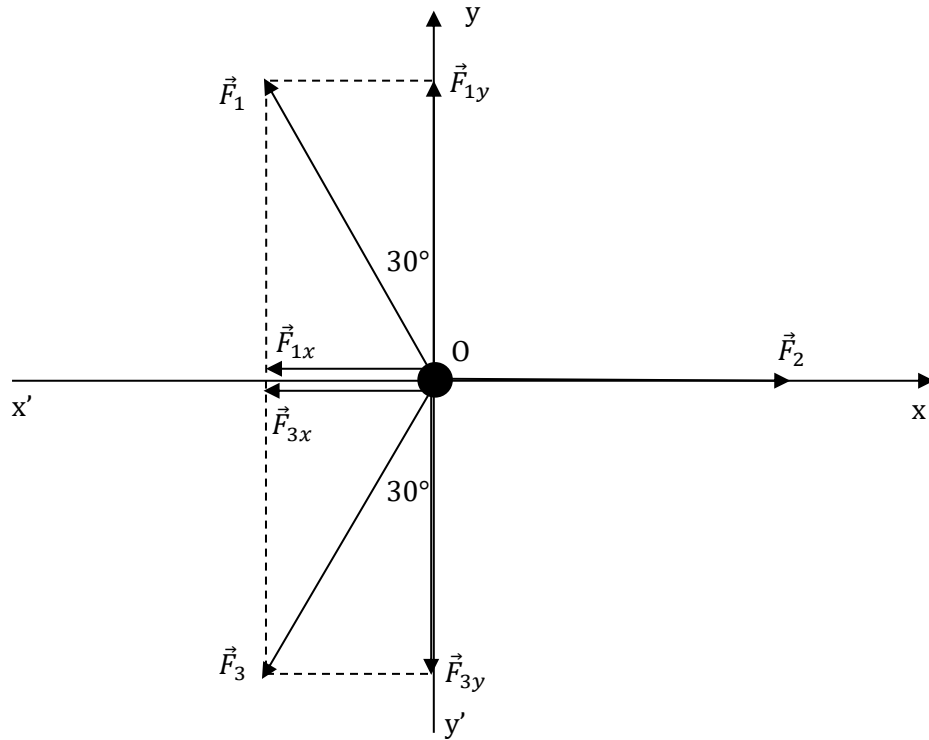
Β2.

A. α)

Μονάδες 4

# 13271-Λύση

B.



Για τα μέτρα  $F_1$ ,  $F_2$  και  $F_3$  των δυνάμεων  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$  αντίστοιχα, ισχύει:  $F_1 = F_2 = F_3 = F$ .  
 Με κέντρο το σημειακό αντικείμενο, θεωρούμε ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $xOy$  και αναλύουμε τις δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_3$  σε συνιστώσες. Για τα μέτρα των συνιστωσών ισχύουν:

$$F_{1x} = F_1 \cdot \eta\mu 30^\circ = \frac{F}{2}, \quad F_{1y} = F_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}, \quad F_{3x} = F_3 \cdot \eta\mu 30^\circ = \frac{F}{2} \text{ και}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{F \cdot \sqrt{3}}{2}. \text{ Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα } x'Ox \text{ ισχύει:}$$

$$\Sigma F_x = F_2 - (F_{1x} + F_{3x}) = 0. \text{ Για την συνισταμένη δύναμη στον άξονα } y'Oy \text{ ισχύει:}$$

$$\Sigma F_y = F_{1y} - F_{3y} = 0. \text{ Έτσι, η συνισταμένη των δυνάμεων } \vec{F}_1, \vec{F}_2 \text{ και } \vec{F}_3 \text{ είναι μηδέν.}$$

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m$ , αφήνεται ελεύθερο, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , από ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στον ακόλουθο πίνακα:

<b>t(s)</b>	<b>U(J)</b>	<b>K(J)</b>
0	100	
4	84	
6		36
10		100

**A.** Να συμπληρώσετε τα κενά κελιά του πίνακα.

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**B2.**

Σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m$ , κινείται ευθύγραμμα και δέχεται την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ .

**A.** Η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας ( $\Delta v$ ) του κινητού σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha) \Delta v = \frac{\Sigma F}{m} \cdot \Delta t \quad , \quad \beta) \Delta v = \frac{\Sigma F}{m \cdot \Delta t} \quad , \quad \gamma) \Delta v = \Sigma F \cdot m \cdot \Delta t$$

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ** **Μονάδες 9**

# 13272-Λύση

## ΘΕΜΑ Β

**B1.**

**A.**

t(s)	U(J)	K(J)
0	100	0
4	84	16
6	64	36
10	0	100

**Μονάδες 4**

**B.** Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , η κινητική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου είναι μηδενική, αφού αφήνεται ελεύθερο. Η μηχανική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι:  $E = K + U = 100 \text{ J}$  και διατηρείται σταθερή, σημειακό αντικείμενο δέχεται μόνο την επίδραση του βάρους του.

Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ , η κινητική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής:  $E = K + U$ ,  $K = E - U = 16 \text{ J}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$ , η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής:  $E = K + U$ ,  $U = E - K = 64 \text{ J}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_3 = 10 \text{ s}$ , η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου υπολογίζεται ως εξής:  $E = K + U$ ,  $U = E - K = 0$ .

**Μονάδες 8**

**B2.**

**A. α)**

**Μονάδες 4**

**B.** Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:  $\sum F = m \cdot a$ ,  $\sum F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ,  $\Delta v = \frac{\sum F}{m} \cdot \Delta t$

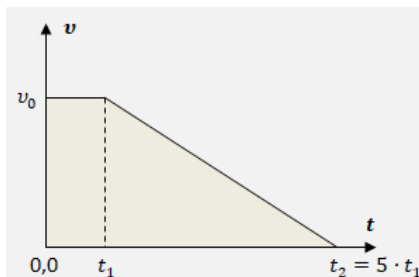
$\Delta t$

**Μονάδες 9**



## ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0$  σε περιοχή με κακή ορατότητα λόγω ομίχλης. Βγαίνοντας από την ομίχλη, ο οδηγός αντιλαμβάνεται ξαφνικά μπροστά του ακίνητο εμπόδιο και φυσικά αποφασίζει να φρενάρει. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι  $t_1$ . Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο ( $t_0 = 0$ ), μέχρι να σταματήσει ( $t_2 = 5 \cdot t_1$ ). Το μέτρο  $v_\mu$  της μέσης ταχύτητας του οχήματος, για το χρονικό διάστημα  $[0, t_2]$  είναι:



A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i.  $v_\mu = \frac{1}{2} \cdot v_0$  , ii.  $v_\mu = \frac{1}{5} \cdot v_0$  , iii.  $v_\mu = \frac{3}{5} \cdot v_0$

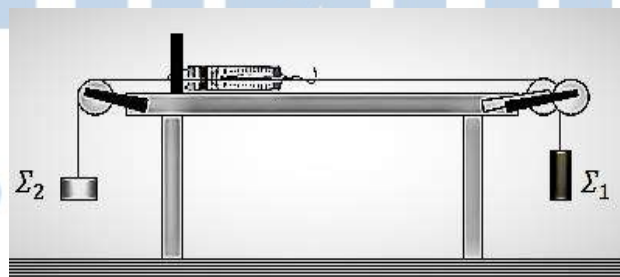
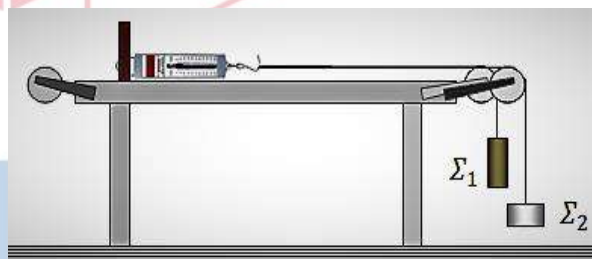
Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Μαθητές προσπαθούν να επιβεβαιώσουν πειραματικά, όσα έμαθαν για τη σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων. Στερέωσαν το ένα άκρο ενός δυναμόμετρου σε ακλόνητο σημείο πάνω σε οριζόντιο πάγκο και στα άκρα του πάγκου στερέωσαν τροχαλίες σε κατάλληλες θέσεις. Στον γάντζο του δυναμόμετρου έδεσαν τα άκρα δύο αβαρών και ανελαστικών νημάτων, στα άλλα άκρα των οποίων στερέωσαν δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ . Τα βάρη των δύο σωμάτων είναι  $\vec{B}_1$  και  $\vec{B}_2$  αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει  $B_1 > B_2$ .

Όταν πέρασαν τα δύο νήματα οριζόντια και παράλληλα, στα αυλάκια δύο ιδανικών τροχαλιών, ώστε τα σώματα να τραβούν το δυναμόμετρο προς την ίδια κατεύθυνση, όπως στο διπλανό σχήμα, τότε τα σώματα ισορρόπησαν και το δυναμόμετρο έδειχνε 16 N με το ελατήριό του σε επιμήκυνση.



Όταν πέρασαν τα δύο νήματα οριζόντια και παράλληλα, στα αυλάκια δύο ιδανικών τροχαλιών, ώστε τα δύο σώματα να τραβούν το δυναμόμετρο προς αντίθετες κατευθύνσεις, όπως στο διπλανό σχήμα, τότε τα σώματα ισορρόπησαν και το δυναμόμετρο έδειχνε 4 N, με το ελατήριό του σε

μικρότερη επιμήκυνση.

Τα μέτρα των βαρών των δύο σωμάτων είναι:

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

i.  $B_1 = 10 \text{ N}, B_2 = 6 \text{ N}$  , ii.  $B_1 = 16 \text{ N}, B_2 = 4 \text{ N}$  , iii.  $B_1 = 20 \text{ N}, B_2 = 4 \text{ N}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13347-Λύση

## ΘΕΜΑ 2 Ενδεικτικές απαντήσεις

### 2.1

A) Σωστή η απάντηση iii.

B) Αιτιολόγηση

Μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του οχήματος από τη στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο, μέχρι να σταματήσει, ως εμβαδό του σχήματος που δημιουργείται από τη γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνου στο διάγραμμα (εμβαδό τραπεζίου):

$$\Delta x = \frac{(t_1 + t_2) \cdot v_0}{2} = \frac{6 \cdot t_1 \cdot v_0}{2} = 3 \cdot t_1 \cdot v_0$$

Το μέτρο της μέσης ταχύτητας του οχήματος στην κίνηση αυτή υπολογίζεται:

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 \cdot t_1 \cdot v_0}{5 \cdot t_1} = \frac{3}{5} \cdot v_0$$

### 2.2

A) Σωστή η απάντηση i.

B) Αιτιολόγηση

Καθώς τα σώματα ισορροπούν κρεμασμένα στα κατακόρυφα τμήματα των νημάτων, στον γάντζο του δυναμόμετρου μεταφέρονται δυνάμεις κατά μέτρο ίσες με τα βάρη των σωμάτων, επειδή τα νήματα θεωρούνται αβαρή και οι τροχαλίες ιδανικές.

Η ένδειξη του δυναμόμετρου  $F_{\Delta}$  σε κάθε περίπτωση είναι ίση με την συνισταμένη των δυνάμεων αυτών.

#### 1<sup>η</sup> περίπτωση

Οι δυνάμεις στον γάντζο του δυναμόμετρου, είναι συγγραμμικές και ομόρροπες.

Για την ένδειξη του δυναμόμετρου ισχύει:

$$F_{\Delta} = F_1 + F_2 = B_1 + B_2$$

$$B_1 + B_2 = 16 \text{ N} \quad (1)$$

#### 2<sup>η</sup> περίπτωση

Οι δυνάμεις στον γάντζο του δυναμόμετρου, είναι συγγραμμικές και αντίρροπες.

Για την ένδειξη του δυναμόμετρου ισχύει:

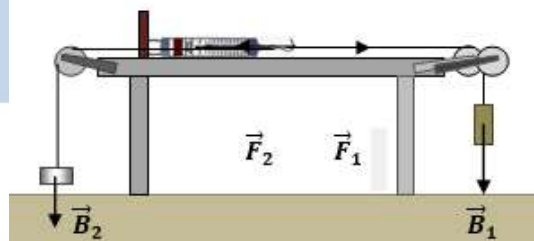
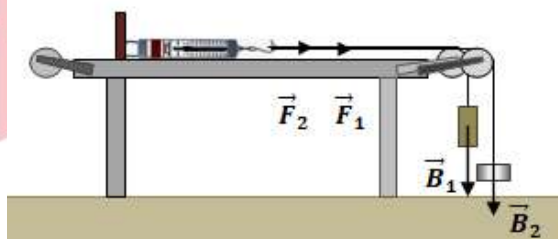
$$F_{\Delta} = F_1 - F_2 = B_1 - B_2$$

$$B_1 - B_2 = 4 \text{ N} \quad (2)$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$2 \cdot B_1 = 20 \text{ N}, \quad \text{ή} \quad B_1 = 10 \text{ N}$$

Οπότε από τη σχέση (1) προκύπτει  $B_2 = 6 \text{ N}$



## ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις 1 έως 4 να απαντήσετε μεταφέροντας στο φύλλο απαντήσεων τον αριθμό της ερώτησης και το γράμμα της φράσης που συμπληρώνει σωστά την πρόταση.

**A1.** Σε μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση υλικού σημείου το διάνυσμα  $\vec{a}$  της επιτάχυνσής του, έχει οπωσδήποτε την ίδια κατεύθυνση με το διάνυσμα:

- α. της τελικής του ταχύτητας ( $\vec{v}_{\text{τελ.}}$ )
- β. της αρχικής του ταχύτητας ( $\vec{v}_{\text{αρχ.}}$ )
- γ. της μεταβολής ταχύτητας ( $\Delta\vec{v}$ )
- δ. της μετατόπισης ( $\Delta\vec{x}$ ).

Μονάδες 5

**A2.** Σώμα μάζας  $m$  ήταν αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα ασκήθηκε οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και του δημιούργησε επιτάχυνση  $\vec{a}$ , μέτρου  $a = 2 \frac{m}{s^2}$ . Αν το σώμα είχε διπλάσια μάζα  $m' = 2 \cdot m$ , η ίδια δύναμη θα του δημιουργούσε επιτάχυνση  $\vec{a}'$ , με μέτρο :

- α.  $4 \frac{m}{s^2}$
- β.  $8 \frac{m}{s^2}$
- γ.  $1 \frac{m}{s^2}$
- δ.  $0,5 \frac{m}{s^2}$

Μονάδες 5

**A3.** Ένα σώμα ολισθαίνει ανεβαίνοντας σε κεκλιμένο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα. Από αυτό συμπεραίνουμε ότι σε μια μετατόπιση του σώματος πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο:

- α. το έργο του βάρους του είναι μηδέν
- β. το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται, είναι μηδέν
- γ. η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν
- δ. η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του σώματος είναι μηδέν

Μονάδες 5

**A4.** Η τριβή είναι δύναμη που δημιουργείται στην επιφάνεια επαφής ενός σώματος με άλλο σώμα, όταν το ένα ολισθαίνει, ή τείνει να ολισθήσει πάνω στο άλλο. Η κατεύθυνση της τριβής που δέχεται το σώμα είναι τέτοια, ώστε πάντα:

- α. να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος
- β. να αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος
- γ. να αντιτίθεται στην κίνηση και στην ολίσθηση του σώματος
- δ. να βοηθά την κίνηση του σώματος.

Μονάδες 5

**A5.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν, με το γράμμα (Σ) αν την θεωρείτε σωστή και με το γράμμα (Λ), αν την θεωρείτε λανθασμένη.

- α. Κάποια χρονική στιγμή κατά την οποία, η ταχύτητα ενός σώματος είναι μηδέν, είναι δυνατόν το σώμα να έχει επιτάχυνση.
- β. Αν  $v$  και  $a$ , είναι οι αλγεβρικές τιμές ταχύτητας και επιτάχυνσης αντίστοιχα σε κάποια χρονική στιγμή κατά την ευθύγραμμη κίνηση υλικού σημείου και ισχύει  $v < 0$  και  $a > 0$ , η κίνηση του υλικού σημείου, εκείνη τη στιγμή είναι επιβραδυνόμενη.
- γ. Το έργο δύναμης, είναι διανυσματικό μέγεθος.
- δ. Αν ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, η μηχανική του ενέργεια διατηρείται σταθερή.
- ε. Αν ένα υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και περνάει από θέσεις στα αρνητικά ενός άξονα  $x'Ox$  που ορίσαμε πάνω στη διεύθυνση κίνησης, η μετατόπισή του είναι οπωσδήποτε αρνητική.

Μονάδες 5

# 13349-Λύση

## ΘΕΜΑ Α

### Απαντήσεις

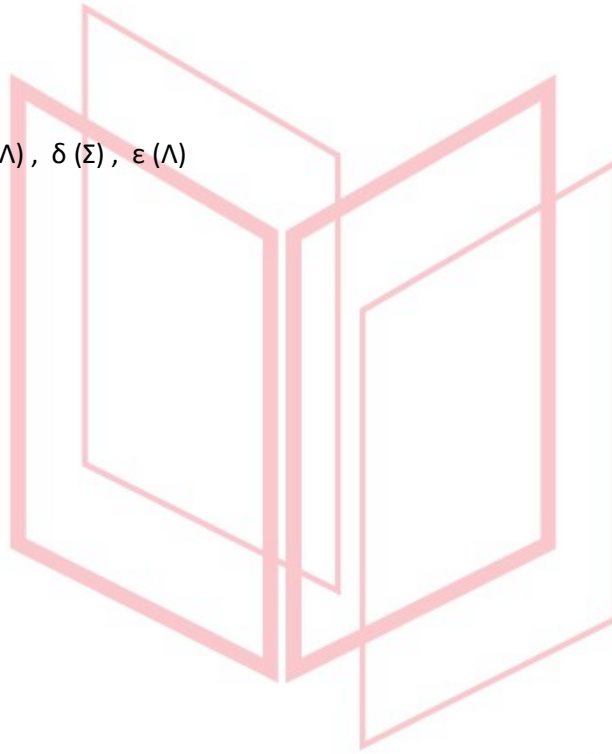
A1 γ

A2 γ

A3 β

A4 α

A5 α (Σ), β (Σ), γ (Λ), δ (Σ), ε (Λ)



# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ Γ

Από την ταράτσα ψηλού κτιρίου και από ύψος  $H = 45 \text{ m}$ , μια μικρή μεταλλική σφαίρα αφήνεται τη στιγμή  $t_0 = 0$  να πέσει ελεύθερα χωρίς αρχική ταχύτητα.

Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται κατά την πτώση της σφαίρας και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Να υπολογίσετε:

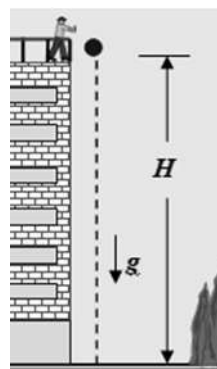
**Γ1.** Το χρόνο πτώσης της σφαίρας από τη στιγμή που την αφήσαμε ελεύθερη μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

**Γ3.** Πόσο απέχει από το έδαφος η σφαίρα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Γ4.** Την κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας κατά τη διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της ελεύθερης πτώσης της.



**Μονάδες 6**

**Μονάδες 7**

**Μονάδες 6**

# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 13350-Λύση

ΘΕΜΑ Γ

Ενδεικτικές απαντήσεις

Γ1. Για την ελεύθερη πτώση της σφαίρας από την ταράτσα του κτιρίου μέχρι το έδαφος ισχύει:

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$
$$\text{ή } t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = 3 \text{ s}$$

Γ2. Στο έδαφος φτάνει με ταχύτητα μέτρου:

$$v = g \cdot t = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Γ3. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ , η σφαίρα έχει πέσει κατά ύψος:

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = 20 \text{ m}$$

Άρα την στιγμή εκείνη απέχει από το έδαφος:

$$h_1 = H - y_1 = 25 \text{ m}$$

Γ4. Το δεύτερο δευτερόλεπτο της κίνησης έχει χρονική διάρκεια  $\Delta t = 1 \text{ s}$  και διαρκεί από την χρονική στιγμή  $t' = 1 \text{ s}$ , μέχρι την χρονική στιγμή  $t'' = 2 \text{ s}$ .

Την χρονική στιγμή  $t' = 1 \text{ s}$  η σφαίρα έχει πέσει κατακόρυφα κατά

$$y' = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t'^2 = 5 \text{ m}$$

Την χρονική στιγμή  $t'' = 2 \text{ s}$  η σφαίρα έχει πέσει κατακόρυφα κατά

$$y'' = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t''^2 = 20 \text{ m}$$

Έτσι το μέτρο της μετατόπισης της σφαίρας στη διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της πτώσης της είναι:

$$\Delta y = y'' - y' = 15 \text{ m}$$

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 2**

**B1.** Σώμα με βάρος μέτρου  $B = 100 \text{ N}$  αφήνεται ελεύθερο από μικρό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης ( $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ). Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία πέφτει το σώμα είναι  $a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τον αέρα είναι:

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. 60 N,

β. 40 N,

γ. 140 N

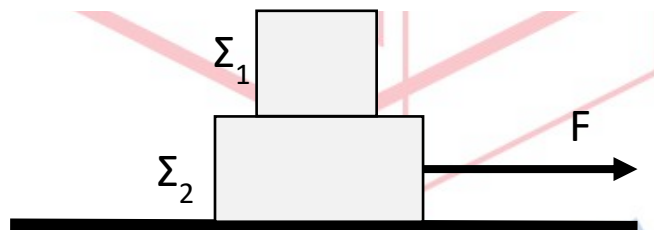
**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**B2.**

Τα κιβώτια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ Kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ Kg}$  αντίστοιχα. Ένας μαθητής τραβά απότομα το κιβώτιο  $\Sigma_2$  ασκώντας του σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 80 \text{ N}$ . Το δάπεδο επάνω στο οποίο κινείται το κιβώτιο  $\Sigma_2$  είναι ακλόνητο και λείο. Τα κιβώτια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  κινούνται μαζί ως ένα σώμα. Το κιβώτιο  $\Sigma_1$  δέχεται κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής του με το  $\Sigma_2$ :



**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου  $T = 30 \text{ N}$  με φορά προς τα δεξιά.

β. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου  $T = 30 \text{ N}$  με φορά προς τα αριστερά.

γ. μηδενική δύναμη.

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

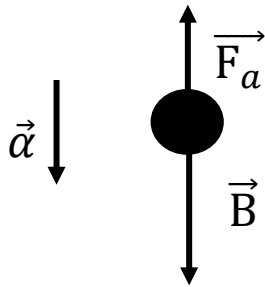


B1

## 13464-Λύση

A. Σωστή η απάντηση (α) (Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Υπολογίζουμε την μάζα του σώματος:

$$B = m \cdot g \Rightarrow m = \frac{B}{g} \Rightarrow m = \frac{100N}{10 \text{ m/s}^2} \\ \Rightarrow m = 10Kg$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow B - F_a = m \cdot a$$

$$\Rightarrow 100N - F_a = 10kg \cdot 4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_a = 60N$$

(Μονάδες 3)

Σχήμα- Δυνάμεις-Διάνυσμα επιτάχυνσης

(Μονάδες 3)

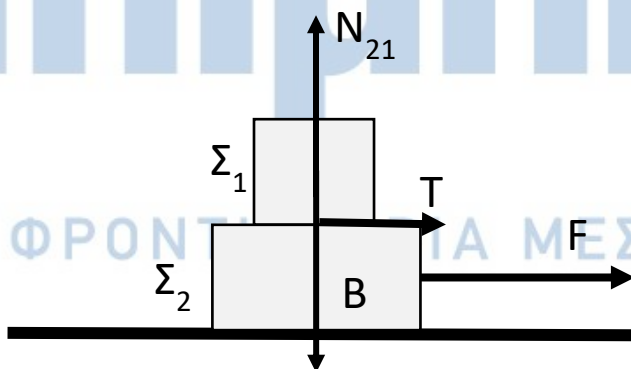
B2

A. Σωστή η απάντηση (α) (Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Καθώς ο μαθητής τραβά απότομα προς τα δεξιά το κιβώτιο  $\Sigma_2$  επάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο, το κιβώτιο  $\Sigma_1$  λόγω αδράνειας (Μον. 1) τείνει να διατηρήσει την αρχική κινητική του κατάσταση, δηλ. να παραμείνει ακίνητο. Άρα τείνει να κινηθεί προς τα αριστερά σε σχέση με το  $\Sigma_2$ . Για να κινηθούν και τα δύο κιβώτια μαζί ως ένα σώμα θα πρέπει το κιβώτιο  $\Sigma_1$  να δεχθεί από το  $\Sigma_2$  δύναμη **στατικής τριβής** (Μον. 1) κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής και με **φορά προς τα δεξιά** (Μον. 1).

Άρα οι δυνάμεις που δέχεται το  $\Sigma_1$  θα είναι:



(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο κιβωτίων κατά τον άξονα της κίνησης:

$$\Sigma F = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow 80N = (3Kg + 5Kg) \cdot a \Rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 2)

Για το κιβώτιο  $\Sigma_1$  κατά τον άξονα της κίνησης:

$$\Sigma F_1 = m_1 \cdot a \Rightarrow T = 3Kg \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T = 30N$$

(Μονάδα 2)

**ΘΕΜΑ 2****B1.**

Ένας μαθητής εκτοξεύει από την ταράτσα κτιρίου, που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από το έδαφος, τρεις μπάλες με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες  $v_0$ . Εκτοξεύει την πρώτη μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω, την δεύτερη οριζόντια και την τρίτη κατακόρυφα προς τα κάτω. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Αν  $v_1, v_2, v_3$  αντίστοιχα τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες οι μπάλες φθάνουν στο έδαφος, τότε:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α.  $v_1 < v_2 < v_3$

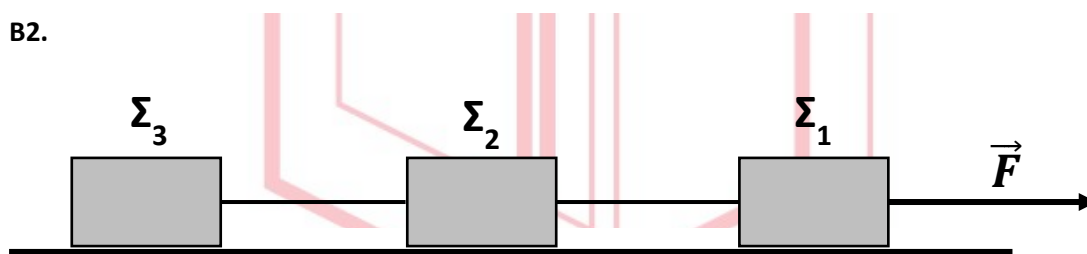
β.  $v_1 = v_2 < v_3$

γ.  $v_1 = v_2 = v_3$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**B2.**

Τα κιβώτια  $\Sigma_1, \Sigma_2$  και  $\Sigma_3$  του σχήματος έχουν ίσες μάζες και συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή νήματα, τα οποία έχουν όριο θραύσης  $T_{\theta\rho} = 180\text{N}$ . Ένας μαθητής ασκεί στο κιβώτιο  $\Sigma_1$  σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 300\text{N}$ , με αποτέλεσμα το σύστημα των τριών κιβωτίων να ξεκινά να κινείται επάνω στο οριζόντιο, λείο, ακλόνητο δάπεδο. Τα νήματα που συνδέουν τα κιβώτια παραμένουν οριζόντια:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .

β. Θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

γ. Δεν θα κοπεί κάποιο από τα νήματα.

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

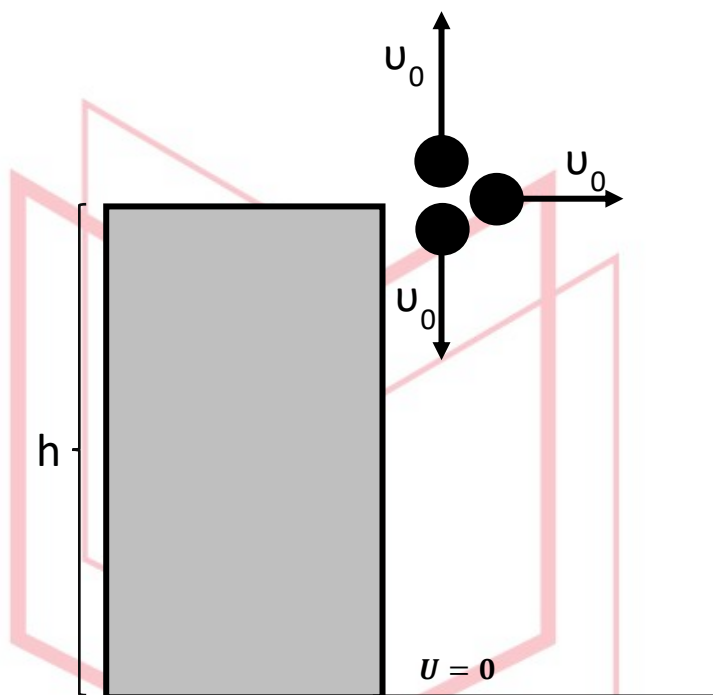
Μονάδες 9

# 13466-Λύση

**B1.**

**A.** Σωστή η απάντηση ( $\gamma$ ) (Μονάδες 4)

**B.** Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Εφόσον αγνοείται η αντίσταση του αέρα, η μοναδική δύναμη, που δέχεται κάθε σφαίρα είναι το βάρος της, που είναι συντηρητική δύναμη, άρα η Μηχανική Ενέργεια κάθε σφαίρας διατηρείται. (Μονάδες 2)

Λαμβάνουμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Για κάθε μία από τις τρεις μπάλες ισχύει:

$$E_{\text{ΜΗΧ αρχ}} = E_{\text{ΜΗΧ τελ}} \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

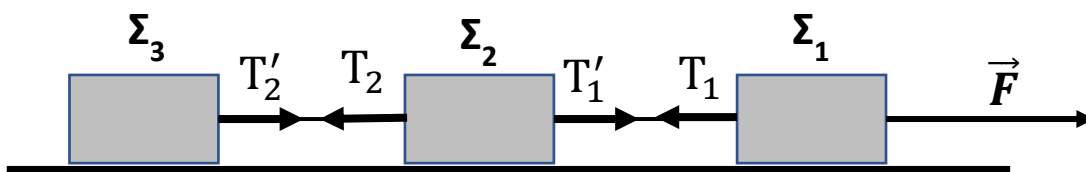
Όπου  $v$  το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κάθε μπάλα φθάνει στο έδαφος.

Άρα  $v_1 = v_2 = v_3 = v$ . (Μονάδες 6)

**B2.**

**A.** Σωστή η απάντηση ( $\beta$ ) (Μονάδες 4)

**B.** Ενδεικτική Δικαιολόγηση



## 13466-Λύση

Σχεδίαση δυνάμεων στον άξονα  $x x'$  **(Μονάδες 2)**.

Για το σύστημα των τριών σωμάτων έχουμε:

$$F = 3ma \Rightarrow ma = \frac{F}{3} \quad (1) \quad \textbf{(Μονάδες 2)}$$

Για το σώμα  $\Sigma_1$  έχουμε:

$$F - T_1 = ma \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T_1 = F - \frac{F}{3} \Rightarrow T_1 = \frac{2F}{3} = 200N > 180N \quad (2) \quad \textbf{(Μονάδες 3)}$$

Άρα κόβεται το νήμα μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ .

Για το σώμα  $\Sigma_2$  έχουμε:

$$T'_1 = T_1 \text{ και}$$

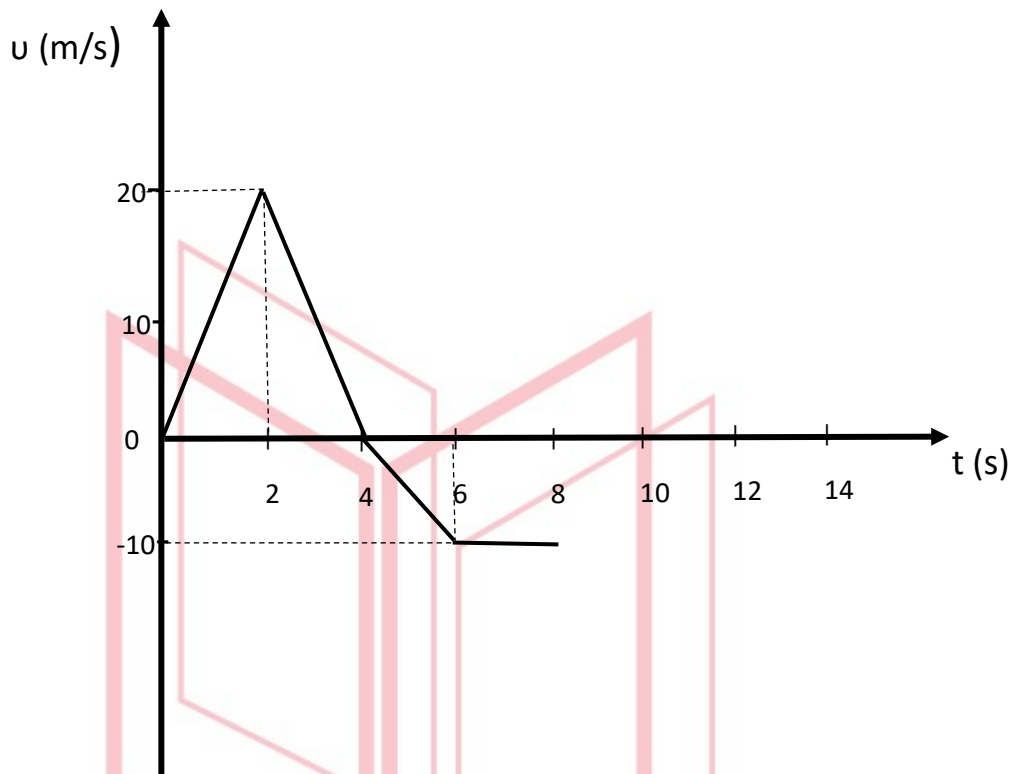
$$T'_1 - T_2 = ma \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} \frac{2F}{3} - T_2 = \frac{F}{3} \Rightarrow T_2 = \frac{F}{3} = 100N = T'_2 < 180N$$

Άρα δεν κόβεται το νήμα μεταξύ των σωμάτων  $\Sigma_2$  και  $\Sigma_3$ .

**(Μονάδες 2)**

# αθημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****B1.**

Το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή  $t = 0$  s κατά την θετική φορά του άξονα  $x'$ . Την χρονική στιγμή  $t = 8$  s :

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. **(Μονάδες 4)**

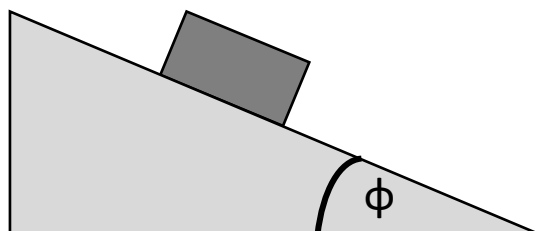
**α.** Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι  $s = 70m$  και η τιμή της μετατόπισής του  $\Delta x = +70m$

**β.** Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι  $s = 70m$  και η τιμή της μετατόπισής του  $\Delta x = +10m$

**γ.** Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι  $s = 10m$  και η τιμή της μετατόπισής του  $\Delta x = +70m$ .

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **(Μονάδες 8)**

B2.



Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , σώμα μάζας  $m$  ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 4**

- α. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.
- β. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί.
- γ. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου, αλλά τα δεδομένα δεν επαρκούν ώστε να υπολογίσουμε η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης.
- B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

**Μονάδες 9**

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sqrt{3} \cong 1,7$

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

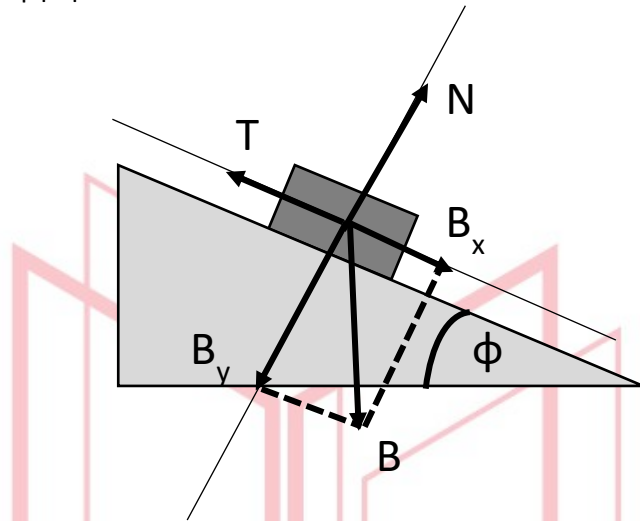




# 13469-Λύση

A. Σωστή η απάντηση (β) **Μονάδες 4**

B. Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Σχεδίαση δυνάμεων-Ανάλυση σε άξονες **(Μονάδες 4)**

Το κεκλιμένο επίπεδο δεν μπορεί να είναι λείο γιατί στην περίπτωση αυτή  $T_{ολ} = 0$  και το σώμα θα κατέβαινε επιταχυνόμενο λόγω της  $B_x$ . **(Μονάδα 1)**

Εφόσον το σώμα κατεβαίνει, ολισθαίνοντας επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με σταθερή ταχύτητα θα πρέπει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B_x = T_{ολ} \Rightarrow mg\mu\mu 30^\circ = T_{ολ} \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow B_y = N \Rightarrow mg\sigma\sigma\mu 30^\circ = N \quad (2)$$

**(Μονάδες 2)**

$$T_{ολ} = \mu_o N \xrightarrow{(1),(2)} mg\mu\mu 30^\circ = \mu_o mg\sigma\sigma\mu 30^\circ \Rightarrow \mu_o = \varepsilon\phi 30^\circ \quad \textbf{(Μονάδες 2)}$$

**ΘΕΜΑ 2****B1.**

Ένα σφαιρίδιο Α εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα, με ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Το σφαιρίδιο φθάνει σε μέγιστο ύψος  $h$  από την επιφάνεια της Γης σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$ . Από το μέγιστο ύψος  $h$  στο οποίο φθάνει το σφαιρίδιο, αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί άλλο σφαιρίδιο Β, το οποίο φθάνει στην επιφάνεια της Γης σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$ . Και στις δύο περιπτώσεις αγνοείται η αντίσταση του αέρα.

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**α.**  $\Delta t_1 < \Delta t_2$ ,

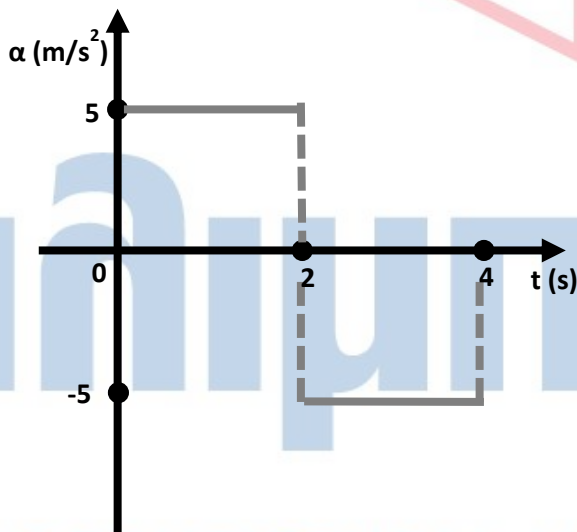
**β.**  $\Delta t_1 > \Delta t_2$ ,

**γ.**  $\Delta t_1 = \Delta t_2$

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**B2.**

Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρονικό διάστημα  $\Delta t = 4\text{s}$ . Η επιτάχυνσή του σε σχέση με τον χρόνο μεταβάλλεται σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Την χρονική στιγμή  $t_1 = 4\text{s}$ , οι τιμές της μετατόπισης και της ταχύτητας του κινητού θα είναι αντίστοιχα:

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 4**

**α.**  $\Delta x = 20\text{ m}, v = 0\text{ m/s}$

**β.**  $\Delta x = 0\text{ m}, v = 0\text{ m/s}$

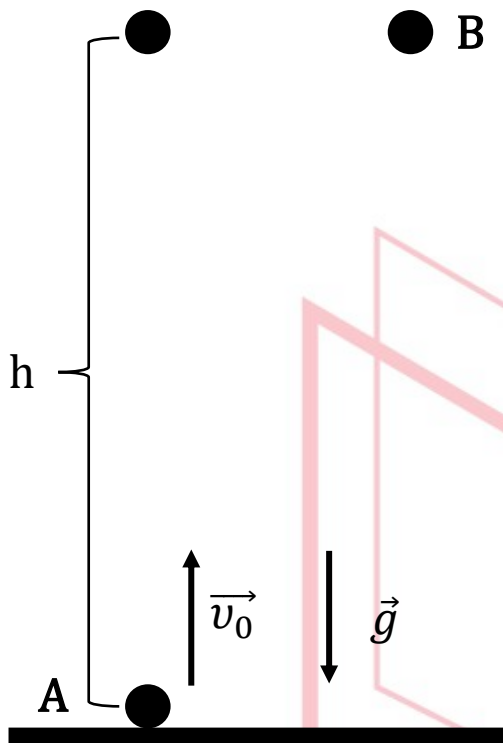
**γ.**  $\Delta x = 20\text{ m}, v = 20\text{ m/s}$

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

B1

A. Σωστή απάντηση είναι η (γ). (Μονάδες 4)



B. Το σφαιρίδιο A κινούμενο κατακόρυφα προς τα επάνω, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. (Μονάδα 1)

$$v = v_0 - g \cdot \Delta t \stackrel{v=0}{\Rightarrow} 0 = v_0 - g \cdot \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{v_0}{g} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Για τον υπολογισμό του μέγιστου ύψους στο οποίο φθάνει το σφαιρίδιο A εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. :

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -m \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \quad (2) \quad (Μονάδες 2)$$

Το σφαιρίδιο B εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h.

$$h = \frac{1}{2} g \cdot (\Delta t_2)^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{v_0^2}{2 \cdot g} = \frac{1}{2} g \cdot (\Delta t_2)^2$$

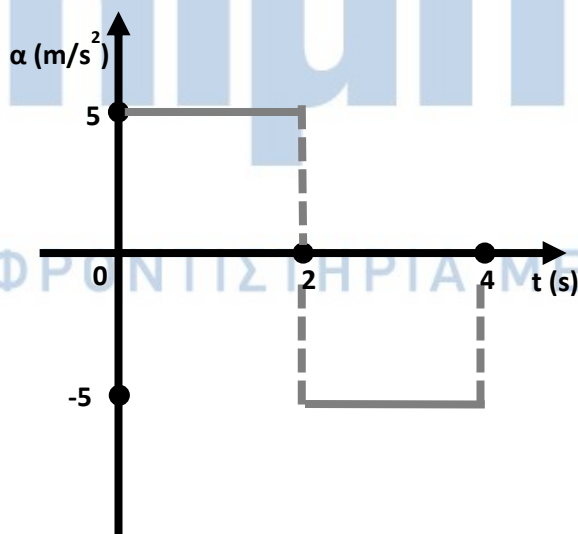
$$\Rightarrow (\Delta t_2)^2 = \frac{v_0^2}{g^2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{v_0}{g} \quad (3) \quad (Μονάδες 3)$$

Από τις (1) και (3) προκύπτει ότι  $\Delta t_1 = \Delta t_2$

B2

A. Σωστή απάντηση είναι η (α). (Μονάδες 4)

Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Σύμφωνα με το διάγραμμα, το κινητό εκτελεί:

- Από 0 s-2 s, Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση με  $\alpha = 5 \text{ m/s}^2$

Η τιμή της μετατόπισης είναι

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} 5 \text{ m/s}^2 \cdot (2\text{s})^2 \Rightarrow \Delta x = +10 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Η τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή 2s είναι:

$$v = \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}^2 \cdot 2\text{s} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

- Από 2 s-4 s, Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση με  $\alpha = -5 \text{ m/s}^2$  και αρχική ταχύτητα  $v=10 \text{ m/s}$   
Οπότε την χρονική στιγμή  $t_1=4\text{s}$

$$\Delta x' = v \cdot \Delta t - \frac{1}{2} |a| \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x' = 20m - \frac{1}{2} 5 \text{ m/s}^2 \cdot (2s)^2 \Rightarrow \Delta x' = +10m$$

(Μονάδες 2)

$$v' = v - |a| \cdot \Delta t \Rightarrow v' = 10 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}^2 \cdot 2s \Rightarrow v' = 0 \text{ m/s}$$

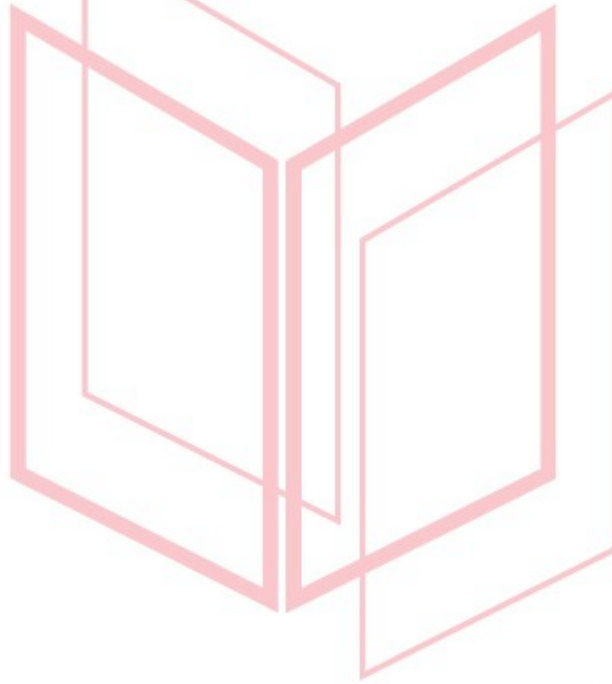
(Μονάδες 2)

Άρα η τιμή της συνολικής μετατόπισης είναι  $\Delta x + \Delta x' = +20 \text{ m}$   
και της ταχύτητας είναι  $v' = 0 \text{ m/s}$

(Μονάδα 1)

Εναλλακτικά, το εμβαδό που περικλείεται από το διάγραμμα ισούται με την μεταβολή της ταχύτητας. Το εμβαδό αυτό ισούται με 0, άρα  $\Delta v = 0$  και  $v' = v = 0$ .

(Μονάδες 2)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας  $m = 50 \text{ kg}$ , είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , δύο παιδιά ο Πάνος και ο Μάριος, αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Τα δύο παιδιά ασκούν στο κιβώτιο σταθερές, οριζόντιες και ομόρροπες δυνάμεις που συμβολίζονται ως  $\vec{F}_\Pi$  και  $\vec{F}_M$  αντίστοιχα.



Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο  $F_\Pi = 200 \text{ N}$  και η δύναμη που ασκεί ο Μάριος έχει μέτρο  $F_M = 50 \text{ N}$ .

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι σταθερός και δίνεται  $\mu = 0,4$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $2 \text{ m}$  από την αρχική του θέση πάνω στο δάπεδο, ο Μάριος σταματά να σπρώχνει, ενώ ο Πάνος συνεχίζει.

**4.1.** Να κάνετε ένα απλό σκίτσο για να δείξετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, εφαρμόζοντάς τες στο κέντρο του. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

**Μονάδες 6 (2+4)**

**4.2.** Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν το σπρώχνουν και τα δύο παιδιά μαζί και να βρείτε ποια είναι η στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ο Μάριος σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο.

**Μονάδες 7 (3+4)**

**4.3.** Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 4 \text{ s}$ , θεωρώντας ότι ο Πάνος εξακολουθεί να ασκεί τη σταθερή δύναμη  $\vec{F}_\Pi$  ως τότε.

**Μονάδες 6**

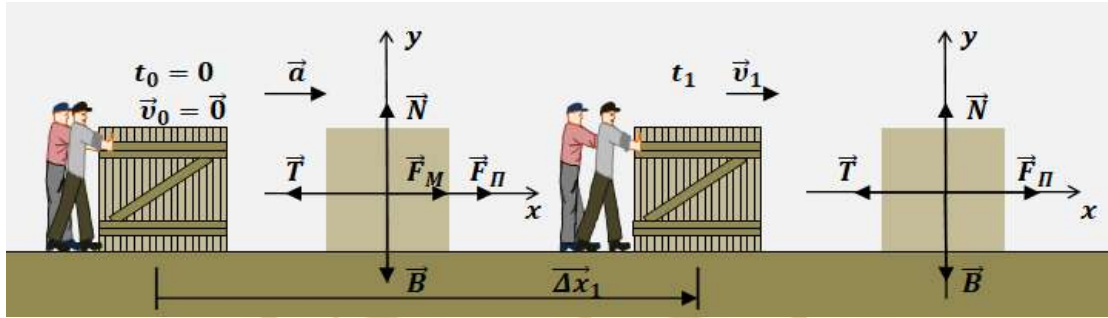
**4.4.** Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο.

**Μονάδες 6**

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

# 13481-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)



**4.1.** Δημιουργούμε έναν οριζόντιο άξονα  $x'x$ , με θετικά στην κατεύθυνση της κίνησης του κιβωτίου και ένα κατακόρυφο άξονα  $y'y$ , με θετικά προς τα πάνω. Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \text{ δηλαδή } N - B = 0, \text{ άρα } N = B = m \cdot g = 500 \text{ N}$$

Η τριβή ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο έχει μέτρο

$$T = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 500 \text{ N} = 200 \text{ N}$$

**4.2.** Οριζόντια το κιβώτιο κινείται, ισχύει ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής και για το χρονικό διάστημα από τη στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1$ , έχουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a, \text{ δηλαδή } F_{\Pi} + F_M - T = m \cdot a \text{ και προκύπτει:}$$

$$a = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} = \frac{50 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Στη χρονική διάρκεια  $\Delta t = t_1 - 0 = t_1$ , το κιβώτιο μετατοπίστηκε κατά  $\Delta x_1$ , με ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Ισχύει:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \text{ και έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή } t_1:$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta x_1}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{1}} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

**4.3.** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ , το κιβώτιο έχει αποκτήσει ταχύτητα  $\vec{v}_1$ , μέτρου:

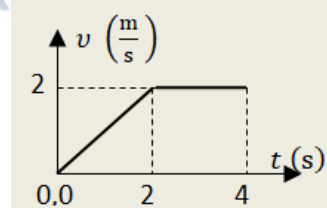
$$v_1 = a \cdot t_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μετά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ , καταργείται η δύναμη του Μάριου και για την κίνηση του σώματος ισχύει:

$$\Sigma F_x' = F_{\Pi} - T = 0$$

Έτσι το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Η γραφική παράσταση που αποδίδει το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 4 \text{ s}$  αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα βαθμολογημένων αξόνων:



**4.4.** Η ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο, είναι ίση με το έργο της δύναμης που ασκούσε σε αυτό:

$$E_M = W_{F_M} = F_M \cdot \Delta x_1 = 50 \cdot 2 \text{ J} = 100 \text{ J}$$



**ΘΕΜΑ 2**

2.1

13509

Σώμα μάζας  $m$  δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης μέτρου  $F$ . Κόβουμε το σώμα σε δύο κομμάτια ίσων μαζών  $m/2$  και στο ένα απ' αυτά ασκούμε δύναμη μέτρου  $2F$ . Η επιτάχυνση  $a'$  του κομματιού μάζας  $m/2$  σε σχέση με την επιτάχυνση  $a$  του αρχικού σώματος μάζας  $m$  είναι:

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

α. Αυξημένη κατά 100%

β. Μειωμένη κατά 300%

γ. Αυξημένη κατά 300%

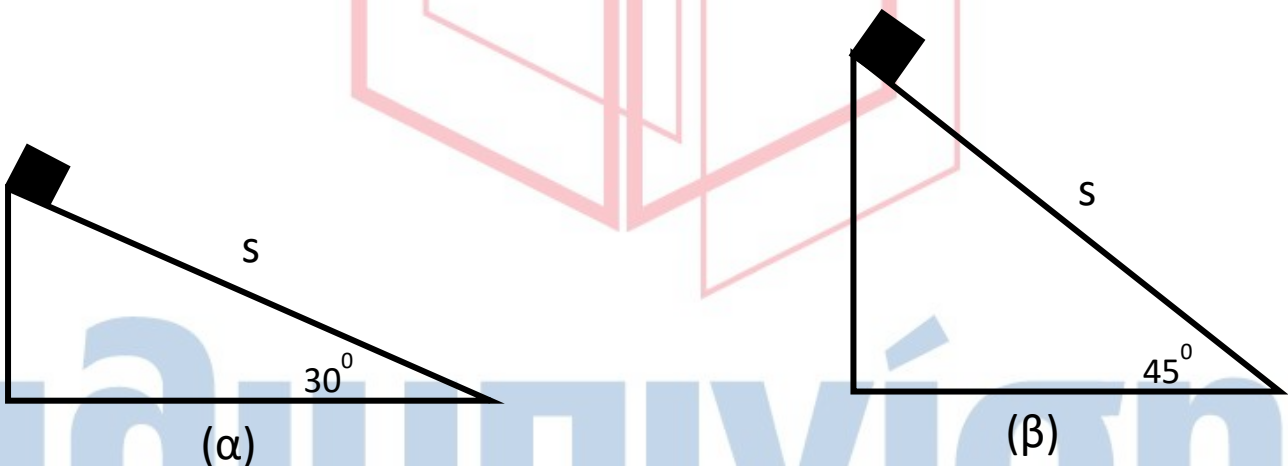
Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2

Το κιβώτιο μάζας  $m$  ολισθαίνει κατά μήκος των κεκλιμένων επιπέδων (α) και (β), διανύοντας σε καθένα από αυτά μήκος  $S$ . Το κιβώτιο παρουσιάζει με τα δύο κεκλιμένα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .



A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις απόλυτες τιμές των έργων της τριβής ολίσθησης στις περιπτώσεις (α) και (β) ισχύει:

α.  $|W_{T(\alpha)}| > |W_{T(\beta)}|$

β.  $|W_{T(\alpha)}| = |W_{T(\beta)}|$

γ.  $|W_{T(\alpha)}| < |W_{T(\beta)}|$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



2.1

A. Σωστή η απάντηση (γ). (Μονάδες 4) **13509-Λύση**

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το σώμα μάζας  $m$  έχουμε:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το κομμάτι μάζας  $m/2$  έχουμε:

$$2F = \frac{m}{2} \cdot a' \Rightarrow a' = 4 \frac{F}{m} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει  $a' = 4a$

(Μονάδα 1)

$$\text{Άρα: } \pi = \frac{a' - a}{a} 100\% \Rightarrow \pi = \frac{4a - a}{a} 100\% = \frac{3a}{a} 100\% \Rightarrow \pi = 300\% \text{ (αύξηση κατά 300\%).}$$

(Μονάδες 3)

2.2

A. Σωστή η απάντηση (α) (Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση

Και για τις 2 περιπτώσεις (α) και (β):

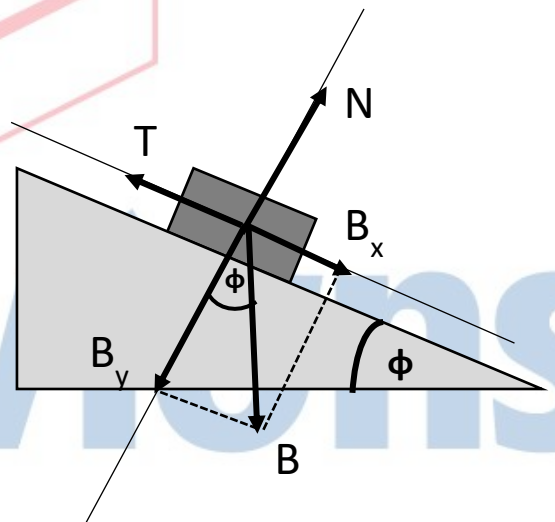
Σχεδίαση δυνάμεων – Ανάλυση σε άξονες

(Μονάδες 3)

Για κάθε τιμή της γωνίας  $\phi$ , στον άξονα γγ' έχουμε  $\Sigma F_y = 0$

$$\Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = mg \sin \phi \xrightarrow{T = \mu \cdot N} T = \mu mg \sin \phi$$

(Μονάδα 1)



Το έργο της τριβής δίνεται (κατ' απόλυτη τιμή) από την σχέση:

$$|W_T| = \mu mg \sin \phi \cdot s \quad (1)$$

(Μονάδα 1)

Άρα:

$$|W_{T(\alpha)}| = \mu mg \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot s \quad (2)$$

και

$$|W_{T(\beta)}| = \mu mg \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot s \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) προκύπτει:  $|W_{T(\alpha)}| > |W_{T(\beta)}|$

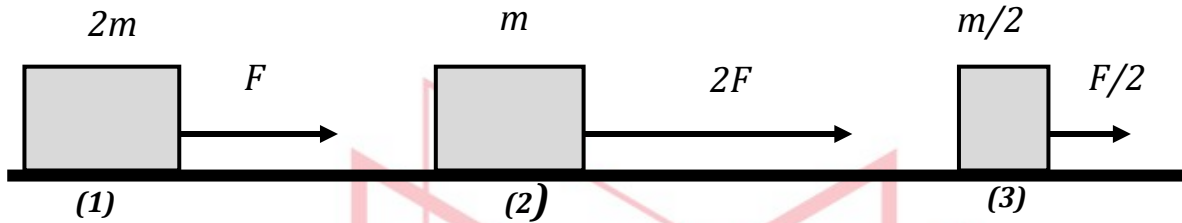
(Μονάδες 4)

**ΘΕΜΑ 2**

13511

**2.1**

Τα σώματα (1), (2) και (3) αποκτούν επιταχύνσεις μέτρων  $\alpha_1, \alpha_2$  και  $\alpha_3$  αντίστοιχα. Για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει:



**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

**α.**  $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$

**β.**  $\alpha_2 > \alpha_1 > \alpha_3$

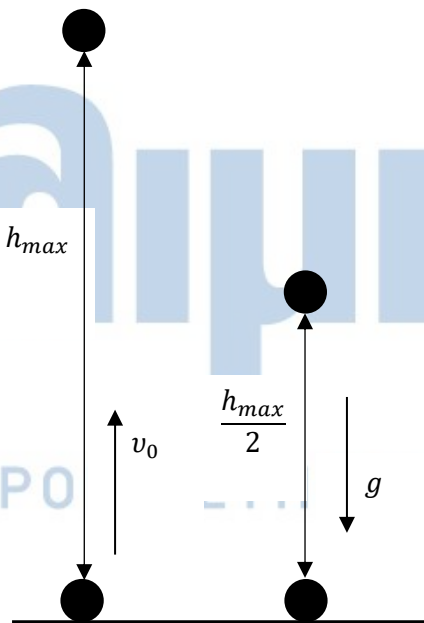
**γ.**  $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**



Σώμα μάζας  $m$  εκτοξεύεται από το έδαφος με αρχική ταχύτητα  $v_0$  όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα φθάνει σε μέγιστο ύψος  $h_{max}$ . Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε ύψος  $\frac{h_{max}}{2}$  είναι:

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

**α.**  $v = \frac{v_0}{2}$

**β.**  $v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$

**γ.**  $v = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}$

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

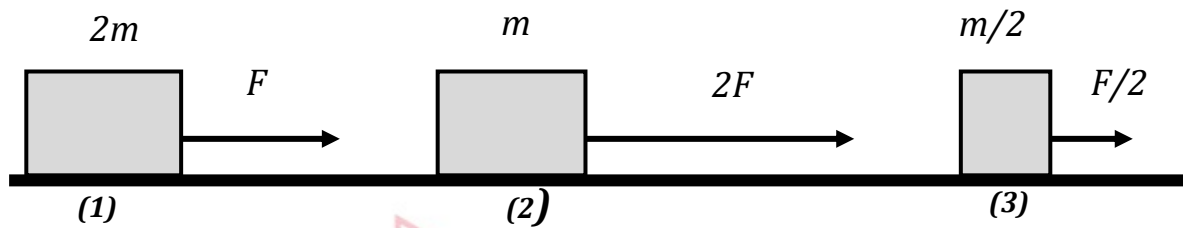
**Μονάδες 9**

2.1

A. Σωστή η απάντηση (α) (Μονάδες 4)

13511-Λύση

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (1) μάζας  $2m$  έχουμε:

$$F = 2m \cdot a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (2) μάζας  $m$  έχουμε:

$$2F = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{m} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το σώμα (3) μάζας  $m/2$  έχουμε:

$$\frac{F}{2} = \frac{m}{2} \cdot a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{F}{m} \quad (3)$$

(Μονάδες 2)

Από τις (1), (2) και (3) προκύπτει:  $a_3 = 2a_1$ ,  $a_2 = 2a_3 = 4a_1$

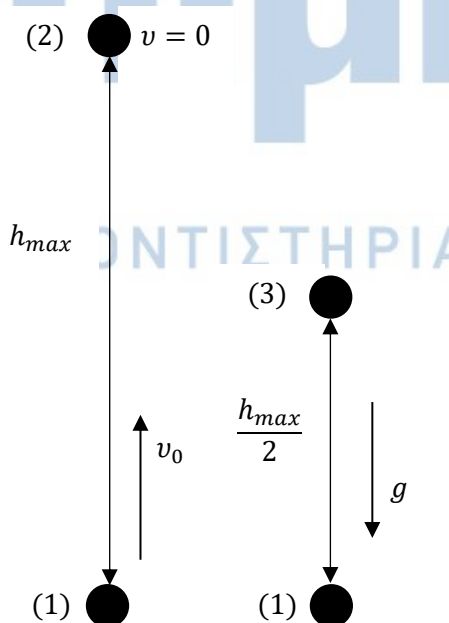
Άρα:  $a_2 > a_3 > a_1$

(Μονάδες 2)

2.2

A. Σωστή η απάντηση (β) (Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική Δικαιολόγηση



Εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση (1) έως την θέση (2):

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh_{max}$$

$$\Rightarrow h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \quad (1)$$

(Μονάδες 4)

Εφαρμόζουμε το θεώρημα Έργου-Ενέργειας από την θέση (1) έως την θέση (3):

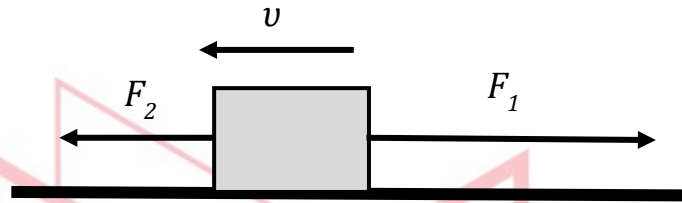
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg \frac{h_{max}}{2}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} v^2 = v_0^2 - 2g \frac{v_0^2}{4g} \Rightarrow v^2 = v_0^2 - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow v^2 = \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow v = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

(Μονάδες 5)

**ΘΕΜΑ 2****13512****2.1**

Το σώμα του παρακάτω σχήματος κινείται προς τα αριστερά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  ( $F_1 > F_2$ ).



Κάποια χρονική στιγμή ( $t > t_0$ ) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη  $F_2$ .

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

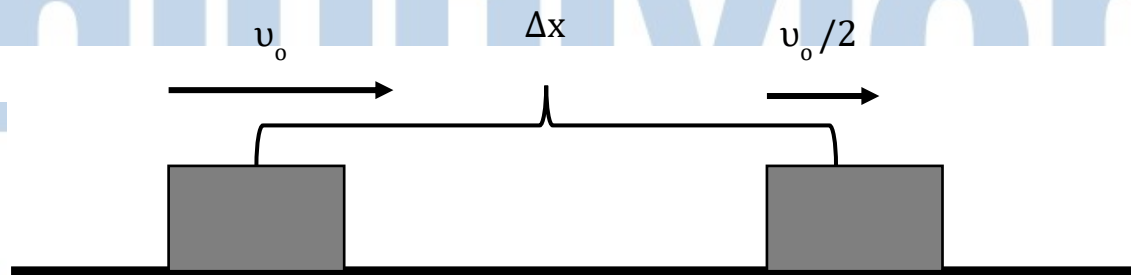
- α.** Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.
- β.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.
- γ.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .

**Μονάδες 8****2.2**

Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s το κιβώτιο του σχήματος, μάζας  $m = 10$  Kg, έχει ταχύτητα  $v_0 = 2$  m/s. Το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου μειώνεται στο μισό, αφού αυτό μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 0,1$  m.



Η μείωση της ταχύτητας του κιβωτίου για την συγκεκριμένη μετατόπιση  $\Delta x$ , οφείλεται στο γεγονός, ότι στο κιβώτιο ασκείται:

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α.** Δύναμη μέτρου  $F = 75$  N αντίρροπη της ταχύτητας.
- β.** Τριβή ολίσθησης μέτρου  $T_{ολ} = 150$  N και δύναμη μέτρου  $F = 75$  N ομόρροπη της ταχύτητας.
- γ.** Δύναμη μέτρου  $F = 75$  N αντίρροπη της ταχύτητας και τριβή ολίσθησης μέτρου  $T_{ολ} = 75$  N.

**Μονάδες 4**

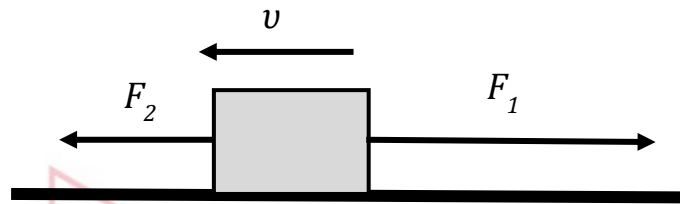
**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

## 2.1

A. Σωστή απάντηση είναι η (β). (Μονάδες 4) -Λύση

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση:



Επειδή  $F_1 > F_2$  η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα θα έχει την φορά της δύναμης μεγαλύτερου μέτρου, δηλ. φορά προς τα δεξιά. Άρα η συνισταμένη δύναμη θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται.

Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα, με θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε:

$$F_1 - F_2 = m \cdot a_1 \quad (1) \quad \text{(Μονάδες 4)}$$

Όταν καταργηθεί η  $F_2$  και πάλι το μέτρο της ταχύτητας θα μειώνεται, καθώς η φορά της  $F_1$  είναι αντίθετη της ταχύτητας του σώματος.

Εφαρμόζοντας και πάλι τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:  $F_1 = m \cdot a_2$  (2)

Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι  $a_1 < a_2$  άρα ο ρυθμός μείωσης του μέτρου της ταχύτητας αυξάνεται. (Μονάδες 4)

## 2.2

A. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

(Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση:

Αν στο σώμα ασκείται δύναμη  $F = 75 \text{ N}$  αντίρροπη της ταχύτητας, τότε εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου-ενέργειας υπολογίζουμε:

$$\frac{1}{2} m \cdot \frac{v_0^2}{4} - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -F \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} 10 \text{Kg} \cdot \frac{(2 \text{ m/s})^2}{4} - \frac{1}{2} 10 \text{Kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = -75 \text{N} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = 0,2 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

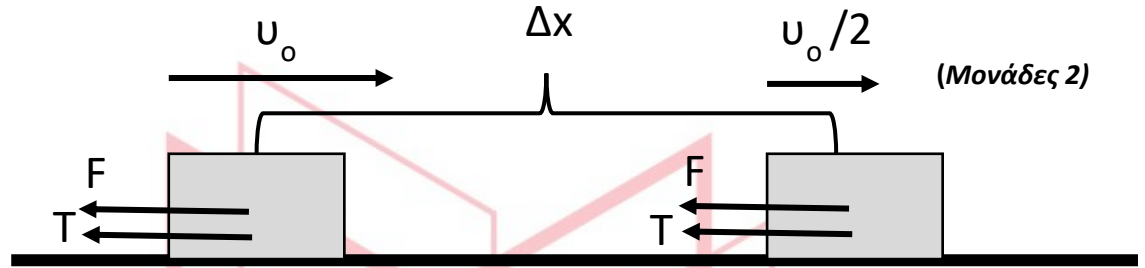
Το ίδιο αποτέλεσμα προκύπτει με την εφαρμογή του θεωρήματος έργου- ενέργειας και στη περίπτωση όπου ασκούνται στο σώμα δύναμη Τριβής ολίσθησης  $T = 150 \text{ N}$  και  $F = 75 \text{ N}$

ομόρροπη της ταχύτητας. Τότε  $\Sigma F = F - T = 75 \text{ N} - 150 \text{ N} = -75 \text{ N}$  (αντίρροπη της ταχύτητας).

## 13512-Λύση

(Μονάδα 1)

Το σώμα όμως σταματά αφού μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 0,1 \text{ m}$ . Άρα δέχεται δύναμη  $F = 75 \text{ N}$  αντίρροπη της ταχύτητας και  $T = 75 \text{ N}$  οπότε:



$$\frac{1}{2} m \cdot \frac{v_0^2}{4} - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -F \cdot \Delta x - T \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} 10 \text{ Kg} \cdot \frac{(2 \text{ m/s})^2}{4} - \frac{1}{2} 10 \text{ Kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = -75 \text{ N} \cdot \Delta x - 75 \text{ N} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 5 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 - 20 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = -150 \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = 0,1 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

2.1

13514

Δύο σώματα Α και Β με μάζες  $m_A = 2m$  και  $m_B = m$  εκτοξεύονται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητες  $v_A = 2v$  και  $v_B = v$  αντίστοιχα. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Τα μέγιστα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  από το έδαφος, στα οποία φθάνουν τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:

α.  $\frac{h_A}{h_B} = 4$

β.  $\frac{h_A}{h_B} = \frac{1}{4}$

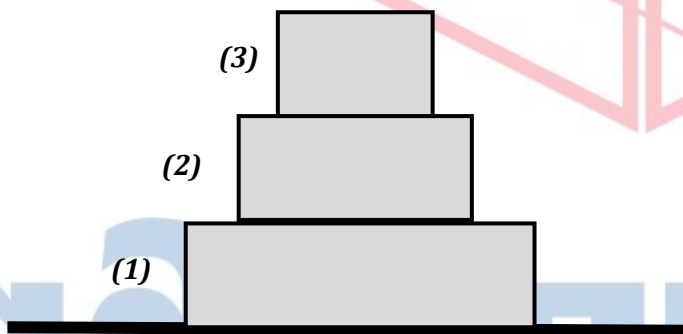
γ.  $\frac{h_A}{h_B} = 1$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2



Τα κιβώτια (1), (2) και (3) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των τριών κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα:

$$B_1 = 60 \text{ N}, \quad B_2 = 50 \text{ N}, \quad B_3 = 40 \text{ N}.$$

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Το κιβώτιο (2):

α. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου  $F_{12} = 50 \text{ N}$  με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι  $F_{\sigma\lambda} = 20 \text{ N}$ .

β. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη  $F_{12} = 90 \text{ N}$  με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι  $F_{\sigma\lambda} = 0 \text{ N}$ .

γ. Ασκεί στο το κιβώτιο (3) δύναμη  $F_{23} = 50 \text{ N}$  με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι  $F_{\sigma\lambda} = 0 \text{ N}$ .

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας:

Μονάδες 9



2.1

A. Σωστή είναι η απάντηση (α). (Μονάδες 4) 13514-Λύση

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Α από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_A \cdot v_A^2 = -m_A \cdot g \cdot h_A \Rightarrow h_A = \frac{v_A^2}{2 \cdot g} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για το σώμα Β από το έδαφος μέχρι την θέση μέγιστου ύψους:

$$K_{τελ.} - K_{αρχ.} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_B \cdot v_B^2 = -m_B \cdot g \cdot h_B \Rightarrow h_B = \frac{v_B^2}{2 \cdot g} \quad (2)$$

(Μονάδες 2Χ3=6)

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη και λαμβάνοντας υπόψιν ότι  $v_A = 2v_B$  προκύπτει  $\frac{h_A}{h_B} = 4$

(Μονάδες 2)

2.2

A. Σωστή είναι η απάντηση (β). (Μονάδες 4)

B. Ενδεικτική δικαιολόγηση.

Όλα τα σώματα ισορροπούν άρα σε κάθε σώμα

$$F_{ολ} = 0 \text{ N.}$$

(Μονάδα 1)

Το κιβώτιο (3) δέχεται το βάρος του  $B_3$  και την δύναμη  $F_{23}$  από το κιβώτιο (2).

Επειδή ισορροπεί  $B_3 = F_{23} = 40 \text{ N}$

(Μονάδες 2)

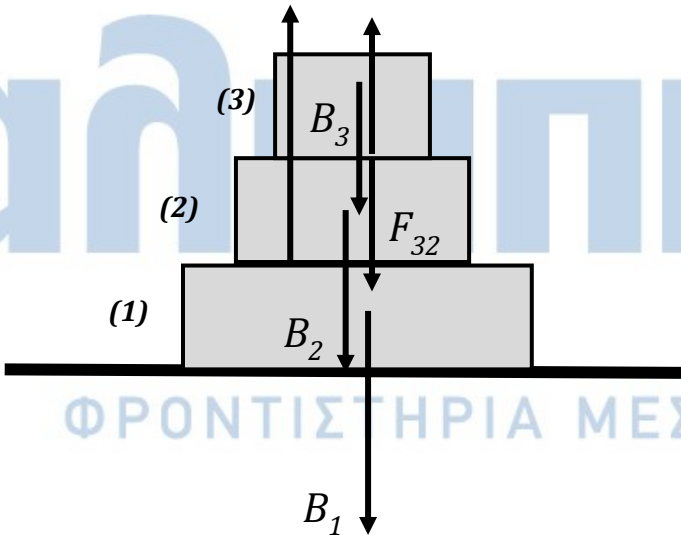
Το κιβώτιο (2) δέχεται:

- από το κιβώτιο (3) δύναμη  $F_{32} = F_{23} = 40 \text{ N}$  (δράση-αντίδραση),
- το βάρος του  $B_2 = 50 \text{ N}$ ,
- από το κιβώτιο (1) δύναμη  $F_{12}$ .

Επειδή ισορροπεί

$$B_2 + F_{32} = F_{12} \Rightarrow F_{12} = 90 \text{ N}$$

(Μονάδες 6)



**ΘΕΜΑ 2**

**13543**

**2.1** Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a$  και αρχική ταχύτητα  $v_0 = 0$ . Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα ( $\Delta t$ ) θα έχει διανύσει διάστημα  $s$  και η ταχύτητά του θα είναι ίση με  $v$ .

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα  $s$  και η ταχύτητα  $v$  συνδέονται με τη σχέση:

**(α)**  $s = \frac{2v^2}{a}$

**(β)**  $s = \frac{v^2}{a}$

**(γ)**  $s = \frac{v^2}{2a}$

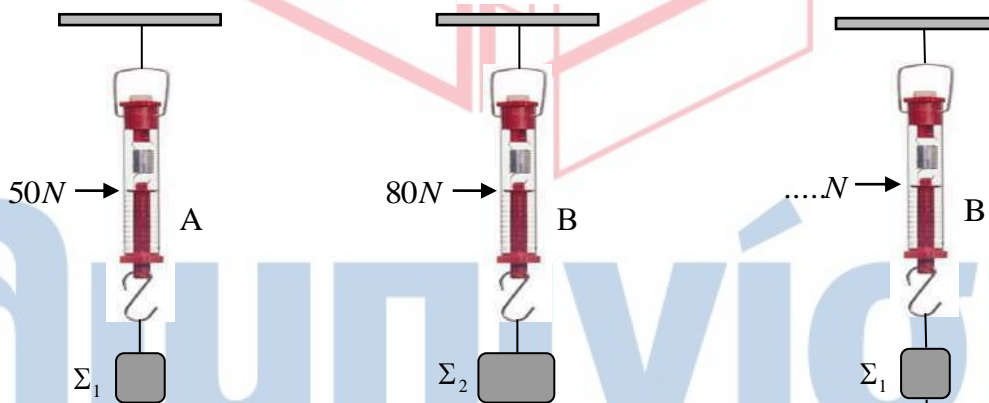
**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Τα βάρη των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B, βρέθηκαν ίσα με  $50\text{ N}$  και  $80\text{ N}$  αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B είναι:

**(α)** Δυναμόμετρο A:  $80\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $130\text{ N}$

**(β)** Δυναμόμετρο A:  $50\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $80\text{ N}$

**(γ)** Δυναμόμετρο A:  $50\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $130\text{ N}$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# 13543-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως

$$v = \alpha \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v}{\alpha} \quad (1)$$

Το διάστημα δίνεται από τη σχέση

$$s = \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} s = \frac{1}{2} \alpha \left(\frac{v}{\alpha}\right)^2$$

και τελικά

$$s = \frac{v^2}{2\alpha}$$

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  $\Sigma_2$  είναι το βάρος του προς τα κάτω και η τάση του νήματος προς τα πάνω. Το σώμα  $\Sigma_2$  ισορροπεί, επομένως:

$$\Sigma F_2 = 0 \Rightarrow T_2 - B_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 80 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα  $\Sigma_2$  θα ασκεί στο νήμα αντίθετη δύναμη.

Το νήμα είναι τεντωμένο, ακίνητο και αβαρές, επομένως η δύναμη που δέχεται το νήμα από το δυναμόμετρο A είναι επίσης 80 N.

Τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, το νήμα ασκεί στο δυναμόμετρο A δύναμη 80 N που είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου A.

Αφού τα βάρη δυναμόμετρων και νημάτων είναι αμελητέα, το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στο νήμα που είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο του δυναμόμετρου B είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή 130 N.

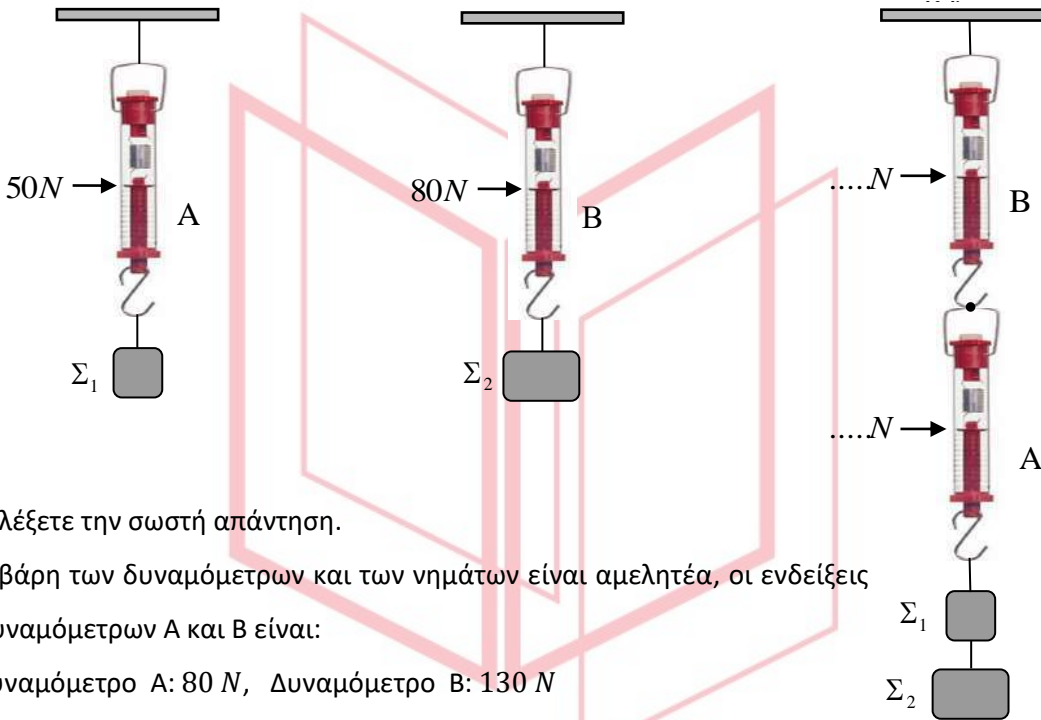
Με ανάλογους συλλογισμούς προκύπτει ότι η ένδειξη του δυναμόμετρου B είναι 130 N.

ΘΕΜΑ 2

13544

2.1 Τα βάρη των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B, βρέθηκαν ίσα με  $50\text{ N}$  και  $80\text{ N}$  αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B είναι:

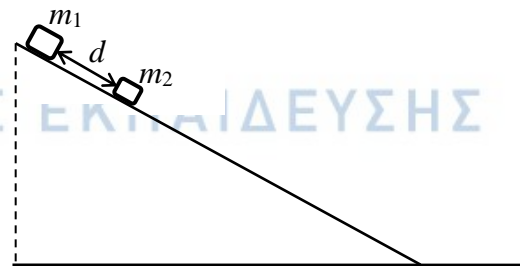
- (α) Δυναμόμετρο A:  $80\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $130\text{ N}$
- (β) Δυναμόμετρο A:  $50\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $130\text{ N}$
- (γ) Δυναμόμετρο A:  $130\text{ N}$ , Δυναμόμετρο B:  $130\text{ N}$

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Μονάδες 8

2.2 Δύο σώματα  $m_1$  και  $m_2$  ( $m_1 > m_2$ ) αφήνονται ταυτόχρονα να ολισθήσουν κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου. Τη χρονική στιγμή ( $t_0=0\text{ s}$ ) που αφέθηκαν, η απόσταση μεταξύ τους ήταν  $d$ .



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Τη χρονική στιγμή που το σώμα  $m_2$  θα φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων  $d'$  θα είναι:

- (α)  $d' > d$  , (β)  $d' = d$  , (γ)  $d' < d$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13544-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος των σωμάτων που είναι κρεμασμένα στο νήμα που είναι συνδεδεμένο στο κάτω άκρο του δυναμόμετρου A είναι  $B_{12} = 130 \text{ N}$ .

Έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow T_{12} - B_{12} = 0 \Rightarrow T_{12} = 130 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα  $\Sigma_1$  θα ασκεί στο νήμα αντίθετη δύναμη. Το νήμα είναι τεντωμένο, ακίνητο και αβαρές, επομένως η δύναμη που δέχεται το νήμα από το δυναμόμετρο A είναι  $130 \text{ N}$ .

Τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, το νήμα ασκεί στο δυναμόμετρο A δύναμη  $130 \text{ N}$ , που είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου A.

Αφού τα βάρη δυναμομέτρων και νημάτων είναι αμελητέα, το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στο δυναμόμετρο B είναι  $130 \text{ N}$ , που, με ανάλογους συλλογισμούς είναι και η ένδειξη του δυναμόμετρου B.

## 2.2 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για το σώμα  $m_2$ , μετά την ανάλυση των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό, έχουμε:

$$\Sigma F_{2x} = m_2 a_2 \Rightarrow B_2 \eta \mu \varphi = m_2 a_2 \Rightarrow$$

$$m_2 g \eta \mu \varphi = m_2 a_2$$

και τελικά

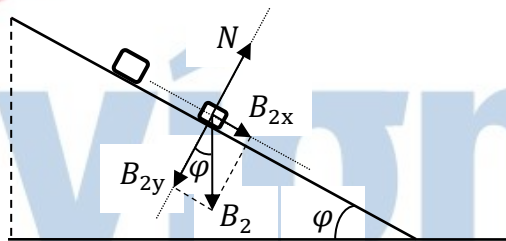
$$a_2 = g \eta \mu \varphi$$

Με όμοιο τρόπο για το σώμα  $m_1$  έχουμε:

$$a_1 = g \eta \mu \varphi$$

Τα σώματα ξεκινούν ταυτόχρονα την κίνησή τους, έχουν την ίδια επιτάχυνση ( $a_1 = a_2 = a$ ) και στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  που χρειάζεται το σώμα  $m_2$  για να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα έχουν διανύσει το ίδιο διάστημα  $S$  [ $S = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$ ].

Επομένως η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων θα παραμείνει η ίδια.

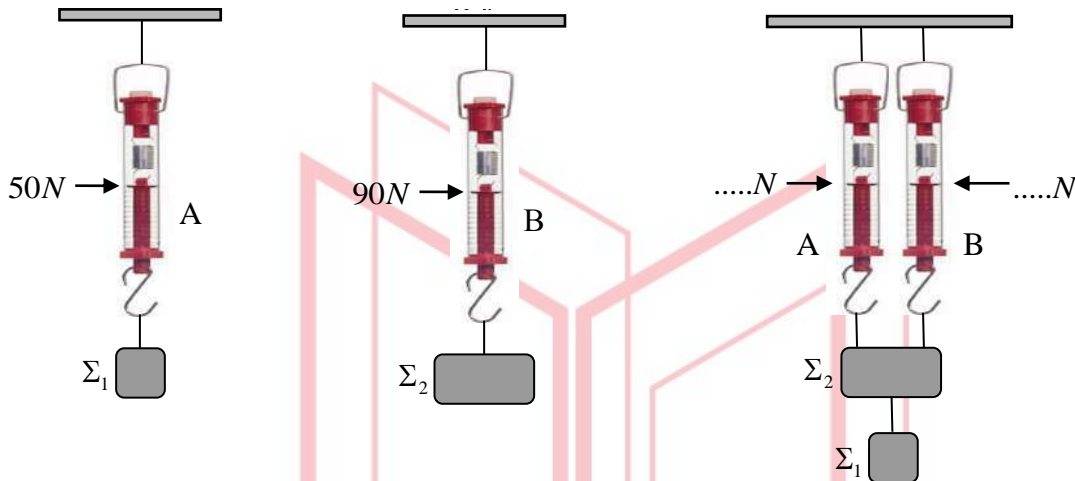


ΘΕΜΑ 2

13545

2.1 Τα βάρη των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων A και B, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 90 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα A και B κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων A και B είναι:

(α) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 90 N

(β) Δυναμόμετρο A: 70 N, Δυναμόμετρο B: 70 N

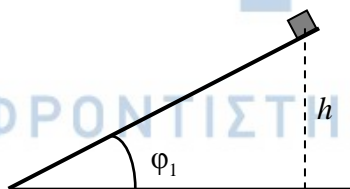
(γ) Δυναμόμετρο A: 90 N, Δυναμόμετρο B: 50 N

Μονάδες 4

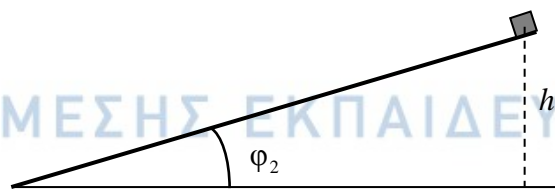
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης ( $\phi_1=2\phi_2$ ), αλλά από το ίδιο ύψος  $h$ .



(A)



(B)

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $W_A$  και  $W_B$  τα έργα του βάρους στις δύο περιπτώσεις, τότε:

(α)  $W_A=W_B$

(β)  $W_A=2W_B$

(γ)  $W_B=2W_A$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



# 13545-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στα νήματα, στο τρίτο σχήμα, είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή  $B_{12} = 140 \text{ N}$ .

Θεωρώντας τα δύο σώματα ως ένα (συσσωμάτωμα) και δεδομένου ότι οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow 2T - B_{12} = 0 \Rightarrow T = 70 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 70 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 70 N.

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για το κεκλιμένο επίπεδο (A) το έργο του βάρους του σώματος είναι:

$$W_A = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \text{ ή}$$

$$W_A = B \cdot S \cdot \eta\mu\varphi_1 \text{ ή}$$

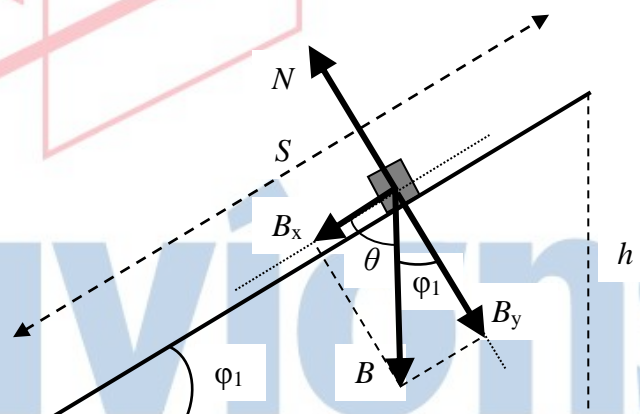
$$W_A = B \cdot S \cdot \frac{h}{S} \text{ και τελικά}$$

$$W_A = B \cdot h \text{ (1)}$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία και για το κεκλιμένο επίπεδο (B) καταλήγουμε ότι

$$W_B = B \cdot h \text{ (2)}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε τελικά  $W_A = W_B$ .





## ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $u_0$ . Μετά από χρονικό διάστημα  $\Delta t$  έχει διανύσει διάστημα  $S$  και η ταχύτητά του είναι ίση με  $u_1$ .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Το διάστημα  $S$  δίδεται από τη σχέση:

$$(\alpha) S = \frac{v_1 + v_0}{4} \Delta t$$

$$(\beta) S = \frac{v_1 + v_0}{2} \Delta t$$

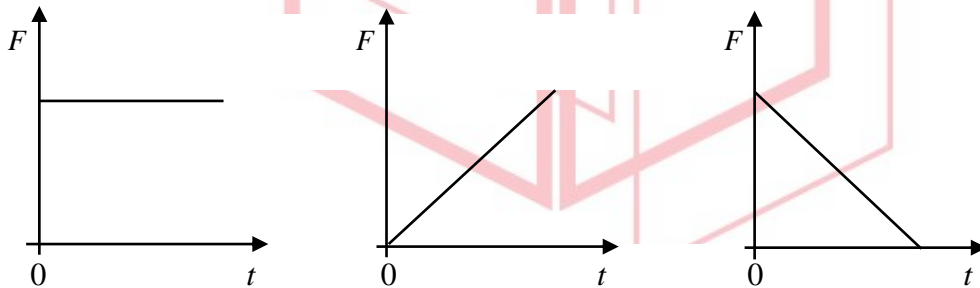
$$(\gamma) S = \frac{v_1 - v_0}{4} \Delta t$$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$  και το σώμα αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο κίνησης του σώματος.



I

II

III

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης ( $F$ ) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο ( $t$ ) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

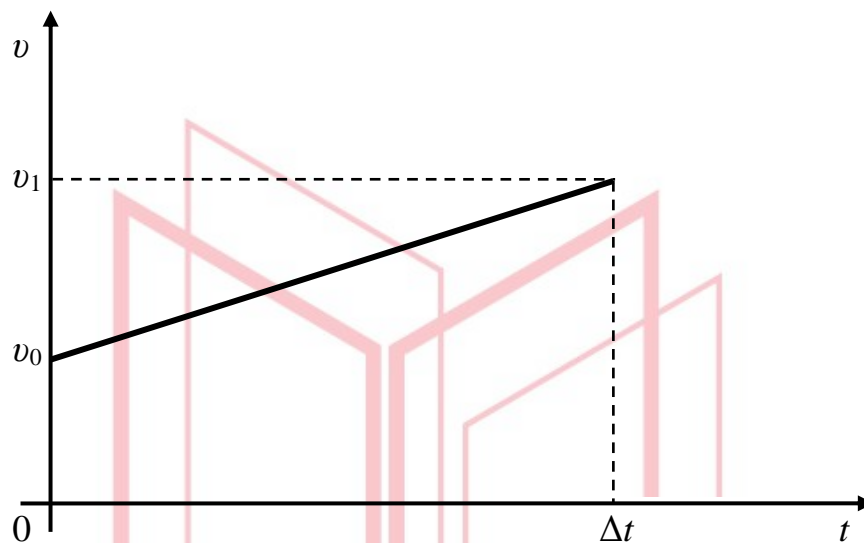
B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13546-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση



Το εμβαδόν του τραapeζιού που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων  $v$ ,  $t$  είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος. Επομένως:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_0}{2} \Delta t, \text{ όπου } \Delta t \text{ η χρονική διάρκεια της κίνησης.}$$

αλλά  $S = |\Delta x|$

και τελικά  $S = \frac{v_1 + v_0}{2} \Delta t$

## 2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι της μορφής:

$$a = -K \cdot t \quad (1), \text{ όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

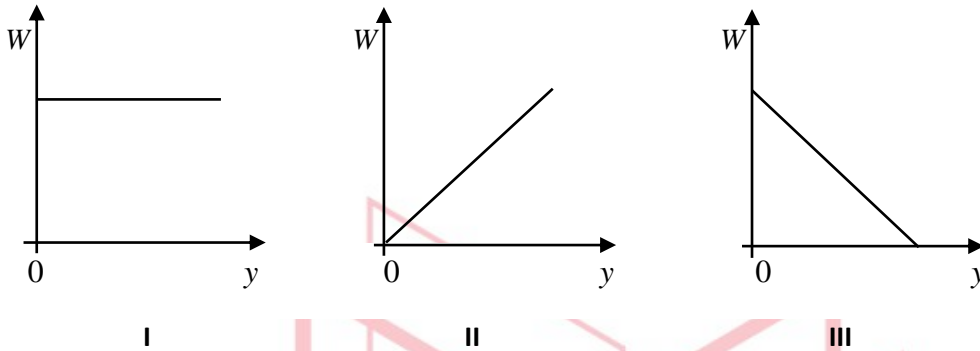
Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης  $F$  έχουμε

$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = -m \cdot K \cdot t \text{ δηλ. η δύναμη μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.}$$

ΘΕΜΑ 2

13547

2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος ( $H$ ) από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του έργου του βάρους της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος ( $y$ ) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Δύο ίδιες σφαίρες A και B αφήνονται την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος  $h/2$  και  $h$ , αντίστοιχα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Εάν  $t_A$  και  $t_B$  οι χρονικές στιγμές που φτάνουν στο έδαφος οι σφαίρες A και B αντίστοιχα, τότε η σχέση μεταξύ τους είναι:

(α)  $t_A = t_B$

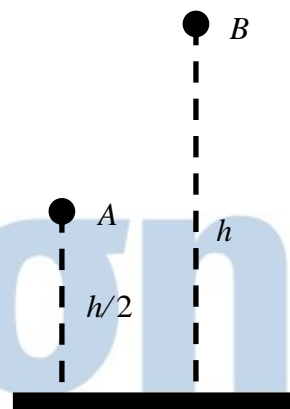
(β)  $t_A = \sqrt{2}t_B$

(γ)  $t_A = 2t_B$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



## 13547-Λύση

### 2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

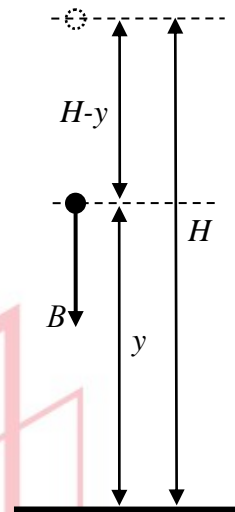
Το έργο του βάρους του σώματος καθώς το σώμα πέφτει προς το έδαφος (με τη βοήθεια του σχήματος) είναι:

$$W = B \cdot (H - y) \quad \text{ή}$$

$$W = B \cdot H - B \cdot y \quad (1)$$

Από τη σχέση (1), το έργο του βάρους μειώνεται γραμμικά με το ύψος σύμφωνα με την γενική σχέση

$$W = \alpha \cdot y + \beta, \quad \text{όπου } \alpha = -B \text{ και } \beta = B \cdot H$$



### 2.2 Σωστή η απάντηση (β)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Για τις σφαίρες Α και Β ισχύουν αντίστοιχα:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2} g t_A^2 \quad (1)$$

και

$$h = \frac{1}{2} g t_B^2 \quad (2)$$

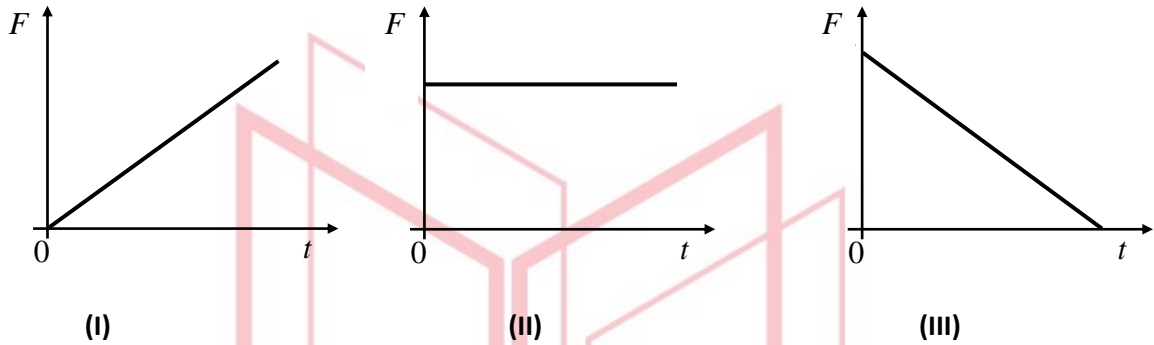
Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε  $t_B = \sqrt{2} t_A$

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

2.1 Σε κιβώτιο που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  οριζόντια δύναμη  $F$ . Η ταχύτητα του κιβωτίου αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης ( $F$ ) που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο ( $t$ ) δίδεται από το διάγραμμα:

(α) I

(β) II

(γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Μικρό σφαιρίδιο μάζας  $m$  αφήνεται από ύψος  $h$  να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω  $t_{oλ}$  ο συνολικός χρόνος για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και  $t_0$  ο χρόνος που πέρασε μέχρι η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Ο λόγος  $\frac{t_{oλ}}{t_0}$  ισούται με:

(α)  $\sqrt{2}$ (β)  $3/2$ 

(γ) 2

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13548-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, αφού η ταχύτητα του αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο ( $\Delta v = at$ ).

Επομένως η επιτάχυνση του κιβωτίου είναι σταθερή, και από το 2ο Νόμο του Νεύτωνα ( $F = ma$ ) και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο είναι σταθερή.

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \stackrel{K=U}{\implies} E_{MHX} = 2U \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια σε ύψος  $\frac{h}{2}$ .

Για τα ύψη  $\frac{h}{2}$  και  $h$  ισχύουν αντίστοιχα:

$$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt_0^2 \quad (3) \text{ και}$$

$$h = \frac{1}{2}gt_{o\lambda}^2 \quad (4)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε  $t_{o\lambda} = \sqrt{2}t_0$

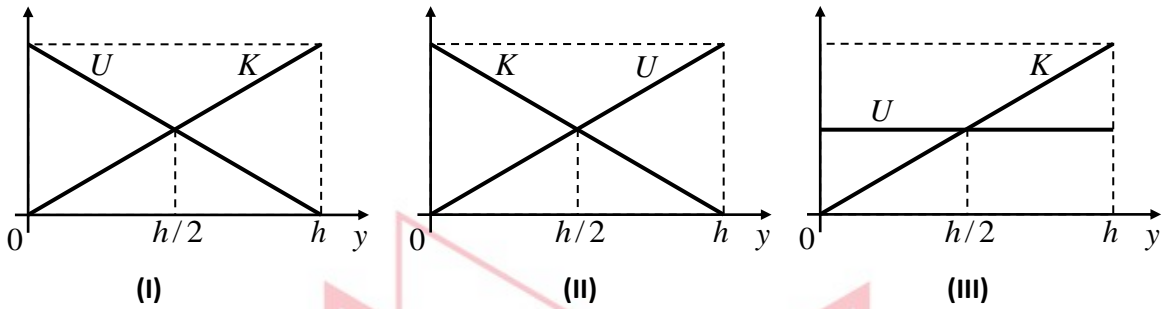
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ 2

13551

2.1 Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος  $h$  από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ( $K$ ) και της δυναμικής ενέργειας ( $U$ ) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος ( $y$ ) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:

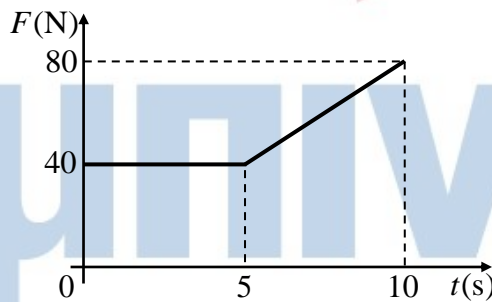
- (α) I                      (β) II                      (γ) III

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $F$ , της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα καθ' όλη την διάρκεια των 10 s παραμένει ακίνητο.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι:

- (α) Στατική τριβή      (β) Τριβή ολίσθησης      (γ) Οριακή τριβή

Μονάδες 4

B) Για το χρονικό διάστημα 0 s - 10 s, να κάνετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες, αιτιολογώντας την μορφή της.

Μονάδες 9



# 13551-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$U = mgy \quad (1) \text{ και}$$

$$E_{MHX} = K + U \Rightarrow K = E_{MHX} - mgy \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι το σωστό διάγραμμα είναι το II.

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα παραμένει ακίνητο επομένως η τριβή είναι στατική.

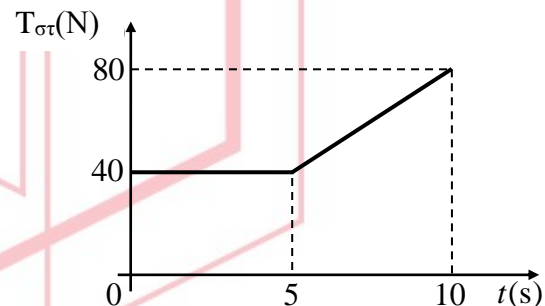
Από το 1ο Νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - T_{στ} = 0 \Rightarrow T_{στ} = F$$

Από τη παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η  $T_{στ}$  είναι κάθε χρονική στιγμή ίση με την ασκούμενη δύναμη  $F$ , επομένως η γραφική παράσταση του μέτρου της είναι ακριβώς ίδια με αυτή της δοθείσας δύναμης  $F$ .

Γνωρίζουμε ότι η τριβή ολίσθησης και η

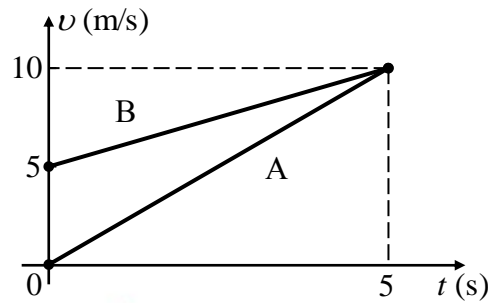
οριακή τριβή έχουν σταθερό μέτρο. Άρα η ασκούμενη τριβή δεν μπορεί παρά να είναι στατική.



ΘΕΜΑ 2

13552

2.1 Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις ταχύτητες των δύο σωμάτων ισχύουν

(α)  $v_A = 5$  και  $v_B = 5 + 5t$  ( $v$  σε  $\frac{m}{s}$ ,  $t$  σε  $s$ )

(β)  $v_A = 5t$  και  $v_B = 5 + t$  ( $v$  σε  $\frac{m}{s}$ ,  $t$  σε  $s$ )

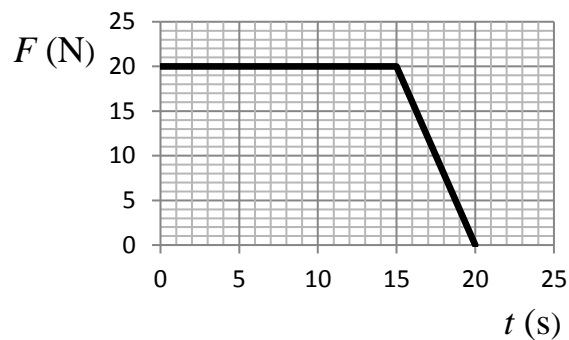
(γ)  $v_A = 2t$  και  $v_B = 5 + t$  ( $v$  σε  $\frac{m}{s}$ ,  $t$  σε  $s$ )

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα, ενώ η διεύθυνσή της παραμένει σταθερή.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(α) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση.

(β) Το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, ενώ το χρονικό διάστημα από 15 s έως 20 s το σώμα επιβραδύνεται.

(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13552-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_{0A} = 0 \text{ m/s}$  και επιτάχυνση που δίνεται από τη κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας,

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_A = \frac{+10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad a_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ομοίως για το σώμα Β έχουμε  $v_{0B} = 5 \text{ m/s}$  και  $a_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι στη γενική της μορφή  $v = v_0 + at$

και λαμβάνοντας υπόψη τα ανωτέρω καταλήγουμε στην απάντηση (γ).

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα έχουμε:

(α) Η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s. Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα συμπεραίνουμε ότι το ίδιο ισχύει και για την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης. Δηλ. η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται διαρκώς.

και

(β) το μέτρο της δύναμης για το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s δεν είναι σταθερό. Το ίδιο ισχύει και για το μέτρο της επιτάχυνσης. Άρα η ταχύτητα του σώματος δεν αυξάνεται ομαλά.

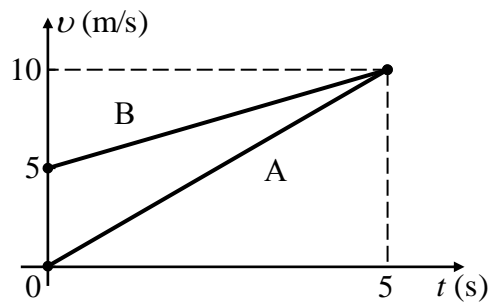
(γ) Γνωρίζουμε ότι η διεύθυνση της δύναμης δεν μεταβάλλεται. Άρα το σώμα κινείται ευθύγραμμα.

Επομένως για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s, με βάση τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα, ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ) το σώμα επιταχύνεται με επιτάχυνση, της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται, αλλά η διεύθυνση της παραμένει σταθερή.

**ΘΕΜΑ 2**

13553

**2.1** Στο σχήμα δίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται παράλληλα και ευθύγραμμα.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων ισχύουν:

**(α)**  $\alpha_A = 5 \frac{m}{s^2}$  και  $\alpha_B = 1 \frac{m}{s^2}$

**(β)**  $\alpha_A = 2 \frac{m}{s^2}$  και  $\alpha_B = 1 \frac{m}{s^2}$

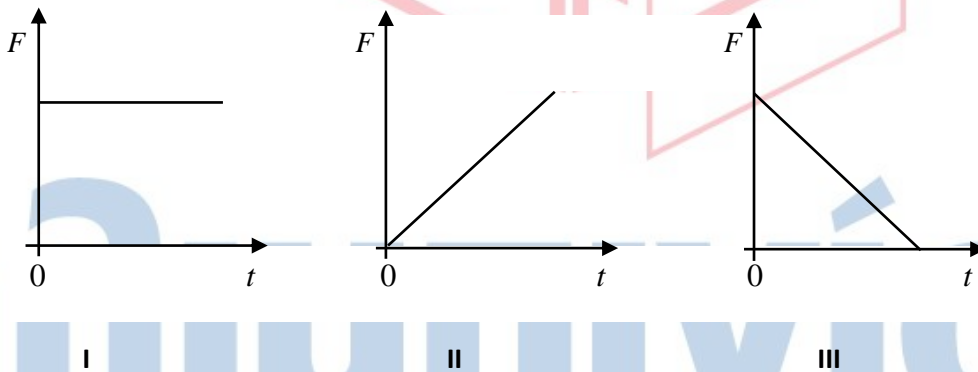
**(γ)**  $\alpha_A = 2 \frac{m}{s^2}$  και  $\alpha_B = 2 \frac{m}{s^2}$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη  $F$ , οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο της επιβράδυνσης αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο κίνησης του σώματος.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης ( $F$ ) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο ( $t$ ) δίνεται από το διάγραμμα:

**(α) I**      **(β) II**      **(γ) III**

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

## 13553-Λύση

### 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση που δίνεται από τη κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας,

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad a_A = \frac{+10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \quad \text{και τελικά} \quad a_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ομοίως για το σώμα Β έχουμε και  $a_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

### 2.2 Σωστή η απάντηση (β)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση με το μέτρο της επιβράδυνσής του να είναι της μορφής:

$$a = K \cdot t \quad (1), \quad \text{όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης  $F$  έχουμε

$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = m \cdot K \cdot t \quad \text{δηλ. η δύναμη είναι ανάλογη του χρόνου κίνησης του σώματος.}$$

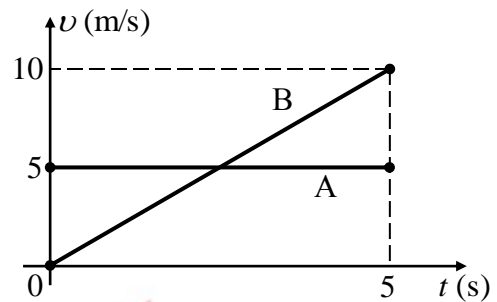
# αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2**

**13554**

**2.1** Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα A και B που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα.



**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις μετατοπίσεις των δύο σωμάτων ισχύουν :

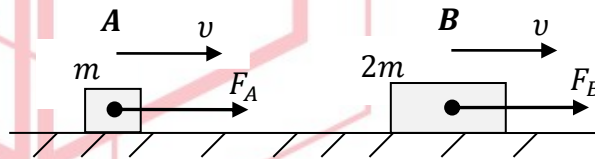
- (α)  $\Delta x_A = 5\Delta t$  και  $\Delta x_B = \Delta t^2$
- (β)  $\Delta x_A = 5\Delta t$  και  $\Delta x_B = 2\Delta t^2$
- (γ)  $\Delta x_A = 2\Delta t$  και  $\Delta x_B = 5\Delta t + 2\Delta t^2$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Στο σχήμα φαίνονται δύο κιβώτια, το A με μάζα  $m$  και το B με μάζα  $2m$ . Τα κιβώτια κινούνται ευθύγραμμα ομαλά, με ταχύτητες ίδιου μέτρου, πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση των δυνάμεων  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  αντίστοιχα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δαπέδου και των κιβωτίων είναι  $\mu$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ .

**A)** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Για τα μέτρα των δυνάμεων  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  ισχύει:

- α.  $F_A = 2F_B$
- β.  $F_B = 2F_A$
- γ.  $F_B = F_A$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# 13554-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Η εξίσωση κίνησης του είναι:

$$x_A = x_0 + v_0 \Delta t \quad \text{ή} \quad \Delta x_A = v_0 \Delta t \quad \text{και} \quad \text{τελικά} \quad \Delta x_A = 5 \Delta t$$

Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η εξίσωση κίνησης του είναι:

$$x_B = x_0 + v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_B = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$\text{Αλλά } v_0 = 0 \frac{m}{s} \quad \text{και} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Επομένως } \Delta x_B = \Delta t^2$$

## 2.2 Σωστή η απάντηση (β)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, επομένως:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_A - B_A = 0 \Rightarrow N_A = mg \quad (1)$$

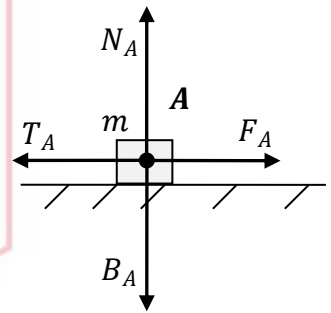
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_A - T_A = 0 \Rightarrow F_A = T_A \Rightarrow F_A = \mu N_A$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} F_A = \mu mg \quad (2)$$

Ομοίως για το κιβώτιο Β έχουμε:

$$F_B = 2\mu mg \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε τελικά  $F_B = 2F_A$

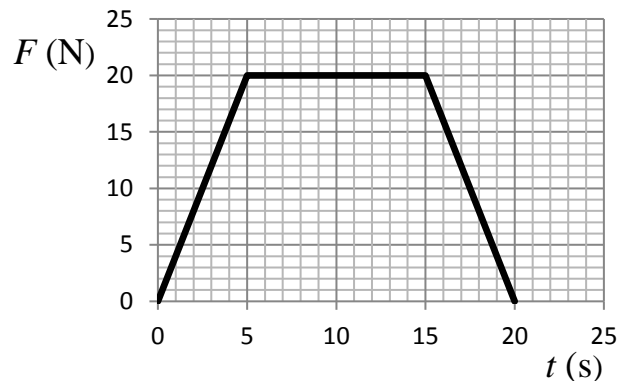




ΘΕΜΑ 2

13555

2.1 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

(α) Στο χρονικό διάστημα από 15 s έως 20 s το σώμα επιβραδύνεται γιατί η δύναμη που του ασκείται είναι μικρότερη από τη δύναμη το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s.

(β) Το χρονικό διάστημα από 5 s έως 15 s το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.

(γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνει.

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.2 Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου  $a$  και αρχική ταχύτητα  $v_0$ .

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

(α)  $S = \frac{3v_0^2}{8a}$

(β)  $S = \frac{3v_0^2}{4a}$

(γ)  $S = \frac{2v_0^2}{3a}$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

# 13555-Λύση

## 2.1 Σωστή η απάντηση (γ)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα έχουμε ότι η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 20 s, επομένως από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα ( $F = ma$ ) το σώμα συνεχώς επιταχύνεται με αποτέλεσμα η ταχύτητα του σώματος συνεχώς να αυξάνεται.

## 2.2 Σωστή η απάντηση (α)

### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$x = x_0 + v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad x - x_0 = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$\text{Ή} \quad S = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad (1)$$

και

$$v = v_0 - a \Delta t \quad (2)$$

$$\text{Από τη σχέση (2) έχουμε} \quad \frac{v_0}{2} = v_0 - a \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_0}{2a} \quad (3)$$

$$\text{Από τη σχέση (1) έχουμε} \quad S = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad (4)$$

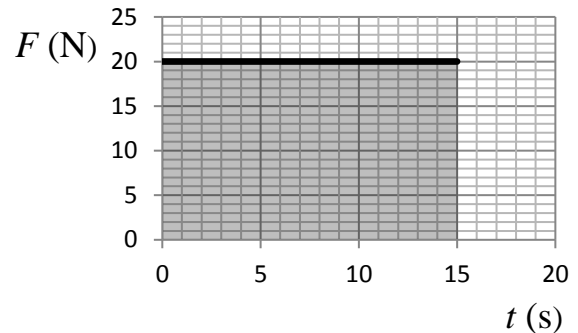
Με απαλοιφή του χρονικού διαστήματος  $\Delta t$  μεταξύ των σχέσεων (3) και (4) έχουμε τελικά

$$S = \frac{3v_0^2}{8a}$$

# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

2.1 Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή  $t=0\text{ s}$  ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη, σταθερής κατεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- (α) Το έργο της δύναμης  $F$  είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου παραλληλογράμμου, δηλαδή 300 Joule.
- (β) Το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι σταθερός.
- (γ) Για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα A και B, ίσων μαζών, που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα.

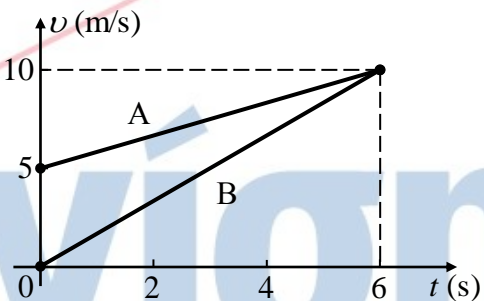
A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $W_A$  και  $W_B$  τα έργα των συνισταμένων δυνάμεων που είναι υπεύθυνες για τη κίνηση των σωμάτων στο χρονικό διάστημα από 0 s έως 6 s, ισχύει:

(α)  $W_A = W_B$

(β)  $W_A > W_B$

(γ)  $W_A < W_B$



Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

## 13556-Λύση

### 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Από το διάγραμμα έχουμε ότι η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική και σταθερή για όλο το χρονικό διάστημα από 0 s έως 15 s. Επομένως από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα ( $F = ma$ ) το σώμα επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση.

(Η επιτάχυνση εξ ορισμού είναι ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας)

### 2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τα δύο σώματα έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} K_{τελ(A)} - K_{αρχ(A)} = W_A \\ K_{τελ(B)} - K_{αρχ(B)} = W_B \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} m \cdot 10^2 - \frac{1}{2} m \cdot 5^2 = W_A \\ \frac{1}{2} m \cdot 10^2 - 0 = W_B \end{array} \right\} \Rightarrow W_A < W_B$$

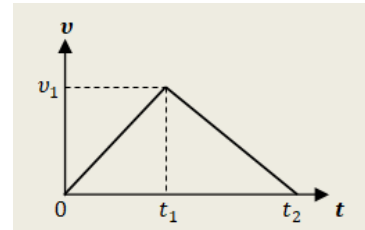
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ σώματος και δαπέδου δημιουργείται τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και αμέσως αυτό αρχίζει να κινείται, ολισθαίνοντας πάνω στο δάπεδο.



Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται και το σώμα, αφού επιβραδύνεται λόγω τριβής, σταματάει τη στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$ , έχοντας ως τότε διανύσει συνολικό διάστημα  $S = 18 \text{ m}$ .

Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει.

Να υπολογίσετε:

**4.1.** Το μέτρο  $v_1$  της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή  $t_1$  κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

**4.2.** Τη χρονική στιγμή  $t_1$

**Μονάδες 7**

**4.3.** Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$

**Μονάδες 6**

**4.4.** Την ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο.

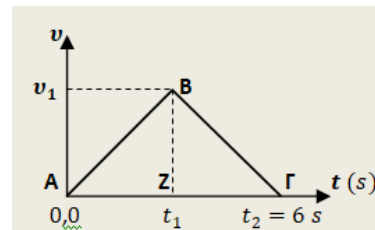
**Μονάδες 6**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι μπορείτε να αγνοήσετε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

# 13563-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1. Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$ , είναι  $S = 18 \text{ m}$  και υπολογίζεται ως «εμβαδόν» του τριγώνου ABΓ στο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου που δόθηκε.

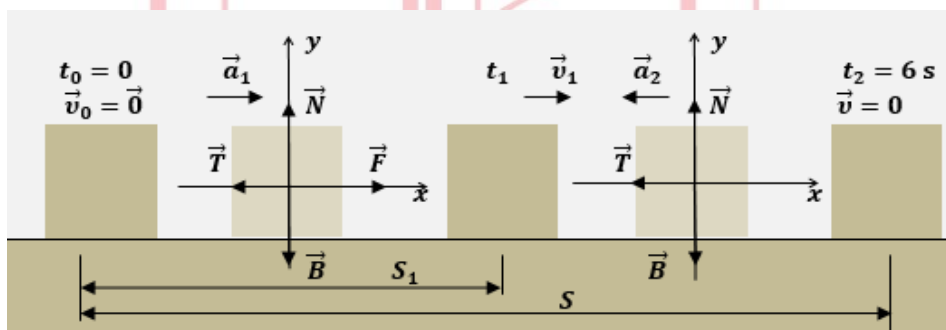


Δηλαδή :

$$s = \frac{(AG) \cdot (BZ)}{2}$$

$$18 \text{ m} = \frac{(6 \text{ s}) \cdot (v_1)}{2} \quad \text{και τελικά} \quad v_1 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2. Μετά την κατάργηση της δύναμης  $\vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t_1$  μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$ , το σώμα επιβραδύνεται ομαλά εξαιτίας της τριβής.



Δημιουργούμε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Κατακόρυφα οι δυνάμεις ισορροπούν και στον άξονα γ'γ ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0, \quad N - B = 0, \quad \text{ή} \quad N = B = m \cdot g = 20 \text{ N}$$

Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης  $T = \mu \cdot N = 4 \text{ N}$

Εφαρμόζοντας στον οριζόντιο άξονα  $x'x$  τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση του σώματος, έχουμε:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_2 \quad \text{ή} \quad a_2 = \frac{-T}{m} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Η τιμή αυτή της επιτάχυνσης  $\vec{a}_2$ , μπορεί να προκύψει και από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για την αντίστοιχη χρονική διάρκεια:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{t_2 - t_1} \quad \text{ή} \quad -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{-6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{6 \text{ s} - t_1} \quad \text{απ' όπου τελικά προκύπτει} \quad t_1 = 3 \text{ s}$$

4.3. Από το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος από τη στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 3 \text{ s}$ :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για αυτή τη χρονική διάρκεια:

$$\Sigma F_x = m \cdot a_1 \quad \text{ή} \quad F - T = m \cdot a_1$$

$$F = T + m \cdot a_1 = 4 \text{ N} + 4 \text{ N} = 8 \text{ N}$$

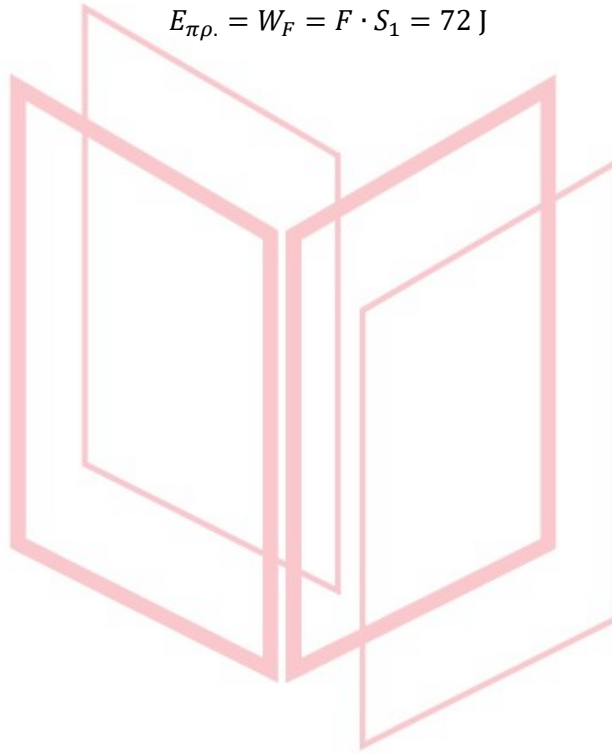
## 13563-Λύση

4.4. Το διάστημα  $S_1$  που διανύει το σώμα μέχρι τη στιγμή  $t_1$  μπορούμε τώρα να το υπολογίσουμε:

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 9 \text{ m}$$

Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο σώμα είναι ίση με το παραγόμενο έργο της δύναμης  $\vec{F}$  στο διάστημα  $S_1$  :

$$E_{\text{πρ.}} = W_F = F \cdot S_1 = 72 \text{ J}$$



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



## ΘΕΜΑ 1°

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις Α1-Α3 και δίπλα, χωρίς δικαιολόγηση, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

1.1 Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα:

- α) παραμένει πάντα ακίνητο,
- β) κινείται ευθύγραμμα και επιβραδύνεται μέχρι να ακινητοποιηθεί,
- γ) κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ή ηρεμεί,
- δ) κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα

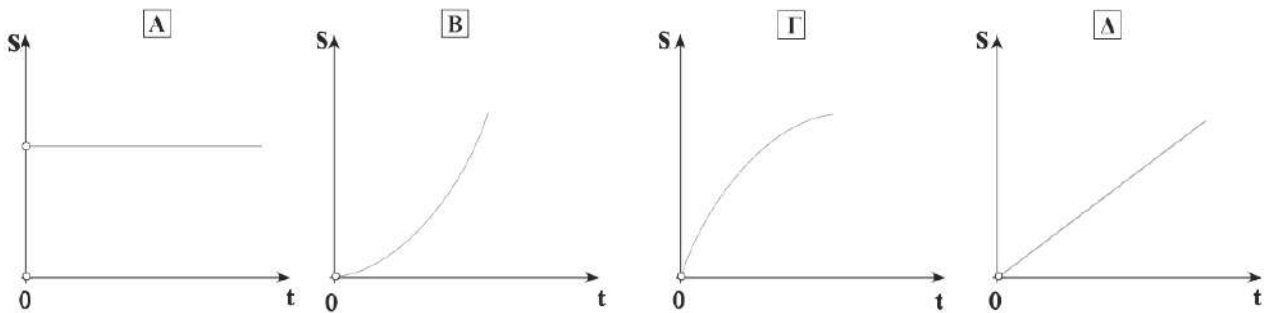
Μονάδες 5

1.2 Εξ ορισμού, η αδρανειακή μάζα ενός σώματος μπορεί να υπολογιστεί ως εξής:

- α) τοποθετούμε το σώμα σε ένα ζυγό σύγκρισης και συγκρίνουμε τη μάζα του με γνωστές μάζες,
- β) χρησιμοποιούμε δυναμόμετρο για να μετρήσουμε το βάρος του και στη συνέχεια την υπολογίζουμε,
- γ) ασκούμε δύναμη στο σώμα και μετράμε την επιτάχυνση που αποκτά,
- δ) μετράμε τον όγκο του σώματος και μέσω της πυκνότητας του βρίσκουμε τη μάζα.

Μονάδες 5

1.3 Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα διαστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;



Μονάδες 5

1.4 Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Οι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης ασκούνται πάντα σε διαφορετικά σώματα.
2. Η άνωση που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο, είναι μια δύναμη από απόσταση.

3. Για ένα κιβώτιο που ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο, η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο πάντα μεγαλύτερο από το μέτρο της οριακής τριβής.
4. Η άνωση είναι μια δύναμη που το έργο της είναι πάντα μηδενικό.
5. Το έργο σταθερής δύναμης είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση του σώματος στο οποίο ασκείται.

**Μονάδες 5**

1.5 Να αντιστοιχίσετε ένα προς ένα τα φυσικά μεγέθη της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη μονάδα μέτρησής τους, από τη δεύτερη στήλη

Φυσικά μεγέθη	Μονάδες μέτρησης στο S.I.
1) Άνωση	α) m/s
2) Αδρανειακή μάζα	β) J
3) Μεταβολή κινητικής ενέργειας	γ) W
4) Επιβράδυνση	δ) N
5) Μετατόπιση	ε) m/s <sup>2</sup>
	στ) m
	ζ) Kg

**Μονάδες 5**

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 13564-Λύση

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1.1 γ

1.2 γ

1.3 δ

1.4 Σ, Λ, Λ, Λ, Σ

1.5

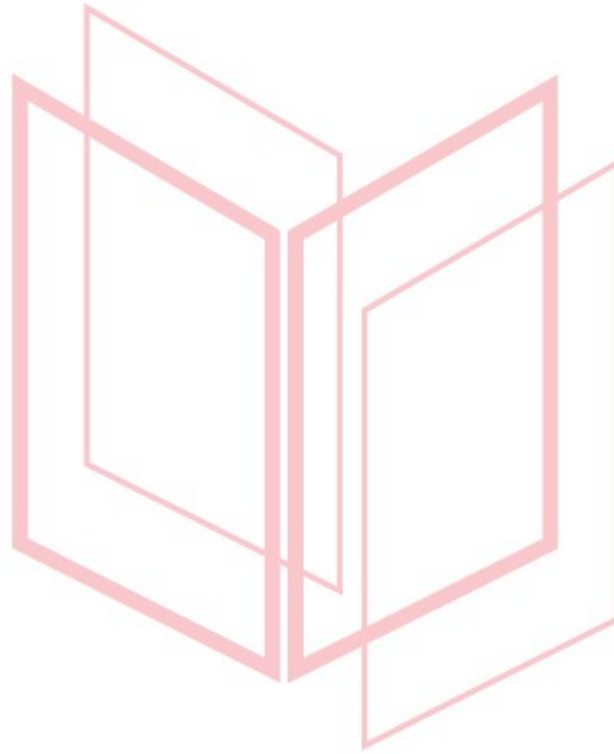
1 - δ

2 - ζ

3 - β

4 - ε

5 - στ



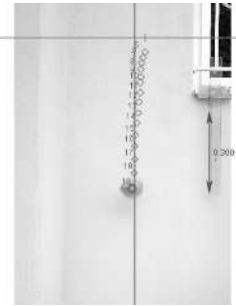
# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13565

## Θέμα 3°

Μια ομάδα μαθητών αποφασίζει να χρησιμοποιήσει ένα λογισμικό ανάλυσης video της κίνησης (tracker) προκειμένου να πραγματοποιήσει το εξής πείραμα: Μια μπάλα μικρών διαστάσεων μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$  αφήνεται να πέσει από ύψος  $h$  και το λογισμικό μέσω μιας video camera καταγράφει καρέ καρέ την κίνηση της. Όπως φαίνεται και στη φωτογραφία η μπάλα δεν έπεσε ακριβώς κατακόρυφα, αλλά οι μαθητές αποφάσισαν να αγνοήσουν την οριζόντια μετακίνηση της μπάλας και να εστιάσουν μόνο στην κατακόρυφη. Μέσα από το λογισμικό προέκυψαν: α) ένας πίνακας τιμών της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας της μπάλας και του χρόνου πτώσης, και β) το παρακάτω διάγραμμα που προκύπτει από τον πίνακα τιμών. Με βάση τις μετρήσεις, το λογισμικό χάραξε τη βέλτιστη ευθεία ( $y=9,8842x+0,0223$ ), εκείνη δηλαδή που κατανέμει τα πειραματικά σημεία ισόρροπα από τη μια και από την άλλη πλευρά της. Ο καθηγητής τους είπε στους μαθητές ότι μπορούν να θεωρήσουν την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας στον τόπο διεξαγωγής του πειράματος ίση προς  $9,81 \frac{m}{s^2}$  και ότι μια απόκλιση της τάξης του 1% από την τιμή αυτή θεωρείται αμελητέα.



Χρόνος t (s)	Ταχύτητα u (m/s)
0,000	0,000
0,017	0,162
0,033	0,366
0,050	0,535
0,067	0,668
0,083	0,793
0,100	1,002
0,117	1,145
0,133	1,354
0,150	1,494
0,167	1,658
0,184	1,885
0,200	2,084
0,217	2,211
0,234	2,362
0,250	2,511
0,267	2,619
0,284	2,829
0,300	3,066
0,317	3,186
0,334	3,246
0,350	3,457
0,367	3,617
0,384	3,867
0,400	3,997
0,417	4,092
0,434	4,308
0,450	4,441

**3.1.** Με βάση τα δεδομένα που συνέλεξαν οι μαθητές με τη βοήθεια του λογισμικού, να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινείται η μπάλα.

**3.2.** Η μπάλα δέχεται αντίσταση από τον αέρα κατά τη διάρκεια της κίνησης της;

**3.3.** Ποιο ήταν το αρχικό ύψος από το έδαφος, από το οποίο αφέθηκε η μπάλα;

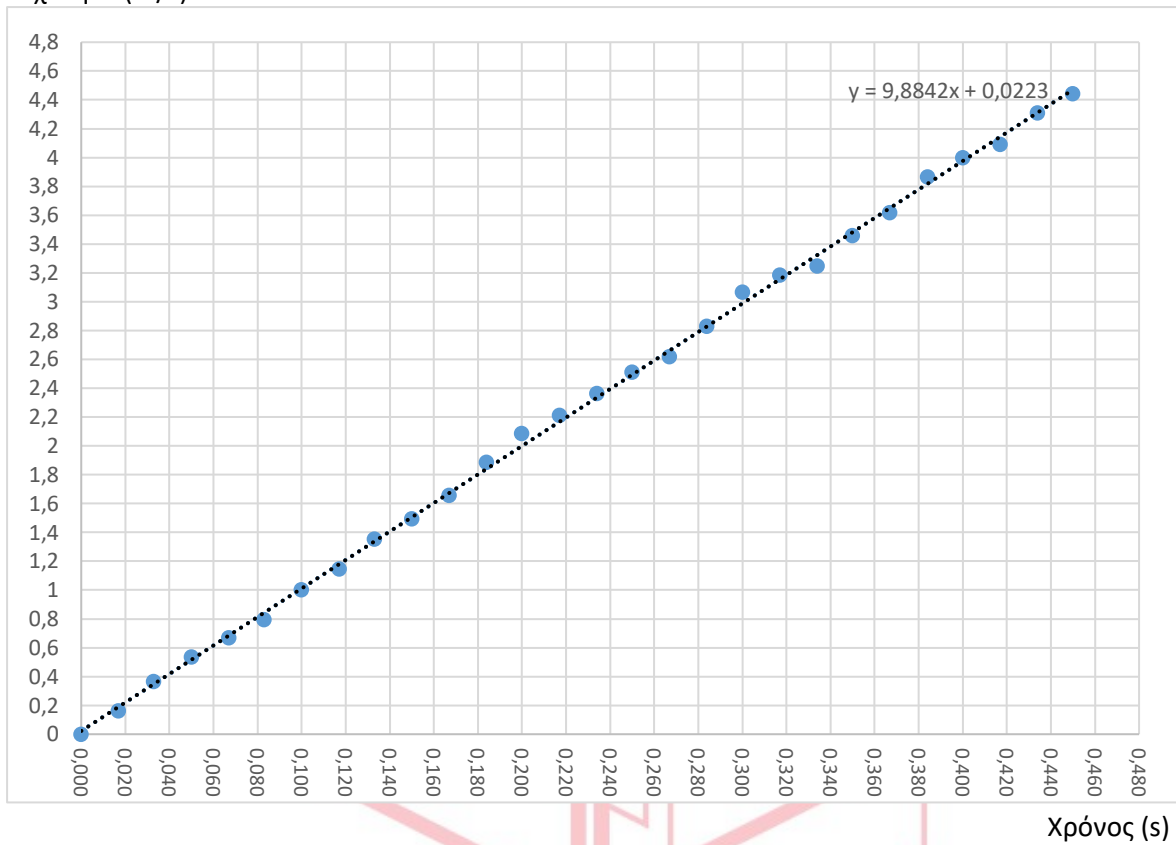
**3.4.** Υπολογίστε τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας της μπάλας ανάμεσα σε αρχική και τελική θέση (με βάση τα δεδομένα του πειράματος και δεχόμενοι ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην κατώτερη θέση της).

(Μονάδες 6+6+6+7)

(ακολουθεί το διάγραμμα στη δεύτερη σελίδα)

13565

Ταχύτητα (m/s)



# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**3.1.** Η κλίση της ευθείας θα μπορούσε να υπολογιστεί από το διάγραμμα της ταχύτητας ως προς το χρόνο αν διαλέγαμε από το διάγραμμα δύο σημεία (που βρίσκονται πάνω στη βέλτιστη ευθεία) και υπολογίζαμε την επιτάχυνση ως:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ . Το συγκεκριμένο διάγραμμα όμως αναφέρει την εξίσωση της βέλτιστης ευθείας  $y = 9,8842x + 0,0223$ , όπου στον άξονα  $y$  είναι η ταχύτητα και στον άξονα του  $x$  ο χρόνος. Συνεπώς ο συντελεστής της μεταβλητής  $x$  είναι η κλίση της ευθείας και συνεπώς η πειραματικά μετρημένη επιτάχυνση της βαρύτητας. Άρα  $g = 9,8842 \frac{m}{s^2} \cong 9,88 \frac{m}{s^2}$ .

(Μονάδες 6)

**3.2.** Η τιμή που υπολογίσαμε διαφέρει από την αναμενόμενη. Αυτό όμως δεν αρκεί για να συμπεράνουμε αν αυτή η διαφορά σημαίνει ότι η μπάλα δέχεται αντίσταση από τον αέρα. Θα χρειαστεί να υπολογίσουμε την διαφορά σε μορφή ποσοστού. Η διαφορά αυτή είναι:

$$\frac{9,88-9,81}{9,88} 100\% = 0,71\%$$

Καταλήγουμε λοιπόν ότι η απόκλιση είναι μικρότερη από 1%, οπότε η μπάλα κινείται υπό την επίδραση της βαρύτητας, ενώ η αντίσταση του αέρα είναι μηδενική ή, έστω, τόσο μικρή ώστε να βρίσκεται μέσα στα όρια του σφάλματος των μετρήσεών μας.

(Μονάδες 6)

**3.3.** Το εμβαδό που σχηματίζεται από την ευθεία και τον άξονα του χρόνου ισούται με την κατακόρυφη απόσταση που διάνυσε η μπάλα, από το οποίο προκύπτει και το αρχικό ύψος από το οποίο ξεκίνησε να πέφτει. Τη χρονική στιγμή μηδέν που ξεκινάει την ελεύθερη πτώση, η κατακόρυφη απόσταση είναι μηδέν. Μπορούμε κατά προσέγγιση να θεωρήσουμε ότι το σχήμα που περικλείεται από την ευθεία και τους δύο άξονες είναι ένα τρίγωνο, συνεπώς θα υπολογίσουμε το εμβαδό του τριγώνου.

$$h = (\text{εμβαδό τριγώνου}) = \frac{1}{2} \Delta v \Delta t = \frac{1}{2} (4,441) \cdot 0,45 \text{ m} = 1 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

**3.4.**

$$E_{μηχ(αρχ)} = m \cdot g \cdot h = 0,1 \cdot 9,88 \cdot 1 \text{ J} \cong 0,988 \text{ J}$$

$$E_{μηχ(τελ)} = \frac{1}{2} m v^2 = 0,5 \cdot 0,1 \cdot 4,441^2 \text{ J} \cong 0,986 \text{ J}$$

Παρατηρούμε ότι η μηχανική ενέργεια παραμένει περίπου σταθερή.

(Μονάδες 7)

**Σημείωση:** Η πτώση της μπάλας δεν ήταν αμιγώς ευθύγραμμη κίνηση, λόγω των συνθηκών του πειράματος. Πραγματοποιήθηκε σε εξωτερικό χώρο και το χέρι του μαθητή / της μαθήτριας που άφησε τη μπάλα δεν ήταν απόλυτα ακίνητο στον οριζόντιο άξονα, κάτι που είχε σαν αποτέλεσμα η μπάλα να κάνει μια οριζόντια βολή με μικρό βεληνεκές. Αυτό δε μας εμποδίζει να μελετήσουμε την κατακόρυφη πορεία της μπάλας ανεξάρτητα από την οριζόντια κίνησή της.



**ΘΕΜΑ 2°****13566**

**2.1** Ένας ανελκυστήρας μάζας 350 kg μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας 150 kg. Ο ανελκυστήρας ξεκίνησε από την ηρεμία τη χρονική στιγμή μηδέν και άρχισε να ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση. Για το χρονικό διάστημα  $0 - 10$  s η ταχύτητα του μεταβλήθηκε κατά  $2 \frac{m}{s}$ . Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκεί το (αβαρές) συρματόσχοινο στο οποίο είναι προσδεμένος ο ανελκυστήρας. Δίνεται  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσχοινο.

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα η δύναμη που ασκεί το συρματόσχοινο στον ανελκυστήρα έχει μέτρο ίσο με:

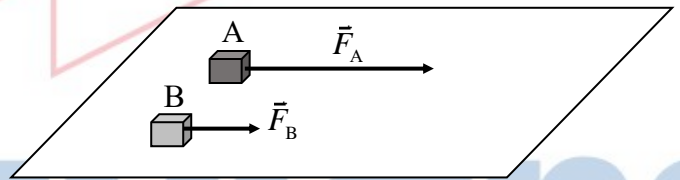
α) 5000 N , β) 5100 N , γ) 5150 N

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Δυο κιβώτια A και B βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  με μέτρα  $F_A = 3 \cdot F_B$ ,



όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10$  s η ταχύτητα του κιβωτίου A είναι  $v$ . Το κιβώτιο B αποκτά ταχύτητα ίδιου μέτρου ( $v$ ) τη χρονική στιγμή  $t_2 = 20$  s.

**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

α)  $m_A = m_B$  , β)  $m_A = \frac{2}{3} m_B$  , γ)  $m_B = \frac{2}{3} m_A$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



**2.1) Σωστή απάντηση: (β)**

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a$  προς τα πάνω, ξεκινώντας από την ηρεμία, μας βοηθάει να υπολογίσουμε την επιτάχυνση του.

$$\Delta v = a \cdot \Delta t$$

ή

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m}}{10 \text{ s}^2} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$F - m \cdot g = m \cdot a$$

ή

$$F = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g) = 5100 \text{ N}$$

Αφού η συνολική μάζα είναι  $350 + 150 = 500 \text{ kg}$

**2.2) Σωστή απάντηση: (γ)**

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_A = m_A a_A \text{ και } F_B = m_B a_B$$

Οπότε η σχέση που δίνεται:  $F_A = 3 \cdot F_B$  γίνεται:  $m_A a_A = 3 \cdot m_B a_B$  (1)

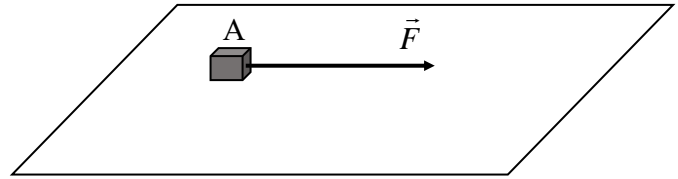
Τα δύο κιβώτια αποκτούν την ίδια ταχύτητα σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα (το κιβώτιο B σε διπλάσιο χρόνο από το A). Οπότε  $v = a_A \cdot t = a_B \cdot 2 \cdot t$  ή  $a_A = 2 \cdot a_B$  οπότε από την (1) προκύπτει η σχέση:

$$m_B = \frac{2}{3} m_A$$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

13567

2.1 Ξύλινος κύβος μάζας 0,5 kg βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ξεκινάει να ασκείται πάνω του οριζόντια σταθερή δύναμη  $F$  και ο κύβος



ξεκινάει να ολισθαίνει. Δίνεται  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

2.1.A Συμπληρώστε τον πιο κάτω πίνακα:

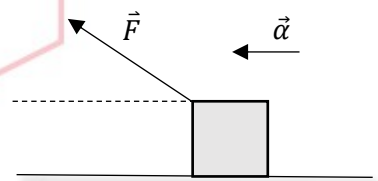
Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s				

**Μονάδες 4**

2.1.B Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Μονάδες 8**

2.2 Σώμα αμελητέων διαστάσεων μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$  πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ , λόγω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία  $\phi$  με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης.

Το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι:

- α) Θετικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι  $|(F \sin \phi - ma) \cdot \Delta x|$ ,
- β) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι  $|(F \sin \phi - ma) \cdot \Delta x|$ ,
- γ) Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι  $|(F \eta \mu \phi - ma) \cdot \Delta x|$ .

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

## 2.1) Σωστές απαντήσεις

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4 m	2 s	2 m/s <sup>2</sup>	1 N	3,2 J	4 m/s

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = \frac{8 \text{ m}}{4 \text{ s}^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = m \cdot a = 0,5 \cdot 2 \text{ N} = 1 \text{ N}$$

$$W = F \cdot \Delta x = 1 \cdot 4 \text{ J} = 4 \text{ J}$$

$$v = a \cdot \Delta t = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της  $F$  ως:

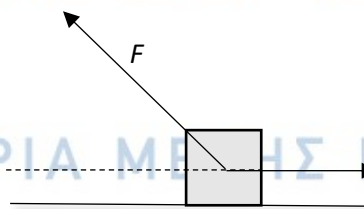
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



Οπότε το έργο της τριβής είναι:

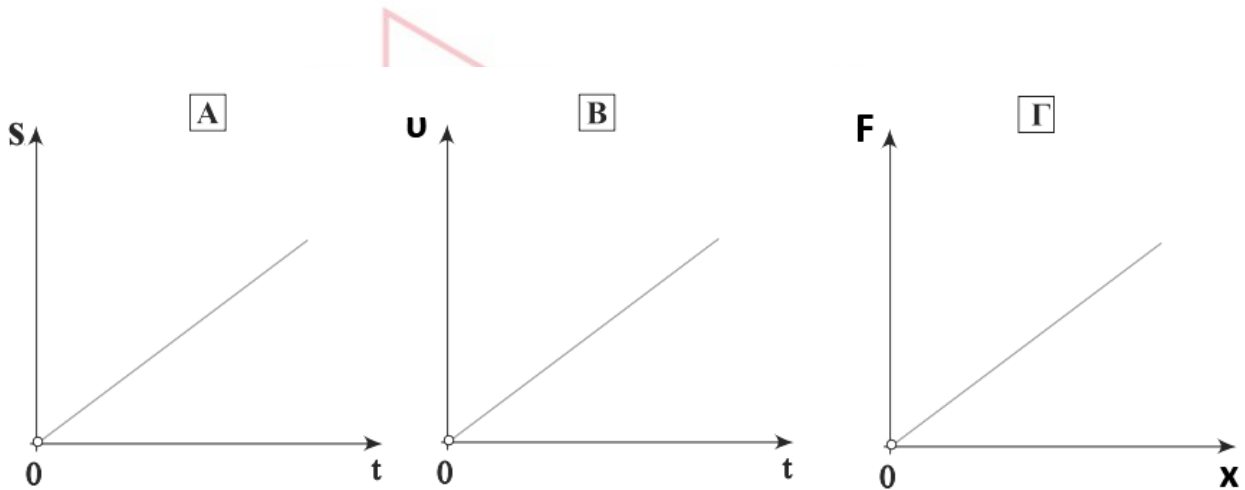
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -(F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma) \cdot \Delta x$$

Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία 180° με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

**ΘΕΜΑ 2°**

**13568**

**2.1** Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα δεύτερο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του.



**2.1.A** Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:

- 1) Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας.
- 2) Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 3) Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 4) Αν είναι δύναμη που επιμηκύνει ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
A	
B	
Γ	

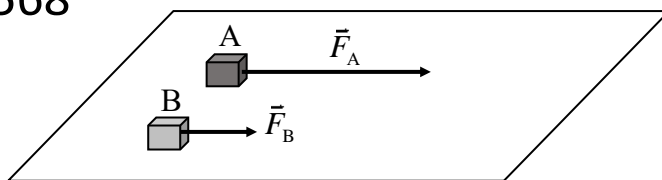
**Μονάδες 6**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

**Μονάδες 6**

13568

2.2. Δυο κιβώτια A και B βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  με μέτρα  $F_A = 3 \cdot F_B$ ,



όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  η ταχύτητα του κιβωτίου A είναι διπλάσια από την ταχύτητα του κιβωτίου B.

2.2.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

$$\alpha) m_A = m_B \quad , \quad \beta) m_A = \frac{2}{3} m_B \quad , \quad \gamma) m_B = \frac{2}{3} m_A$$

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**2.1) Σωστές απαντήσεις:**

Α – 1

Β – 2

Γ – 4

**Διάγραμμα 1°**

Η κλίση προκύπτει ως το ηλίκο της απόστασης διά του χρόνου (θεωρία).

$$v = \frac{S}{\Delta t}$$

**Διάγραμμα 2°**

Στην γραφική παράσταση της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου είναι ίσο αριθμητικά με τη μετατόπιση (θεωρία).

$$x = \frac{1}{2} v \cdot t = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

**Διάγραμμα 3°**

Η σταθερά ενός ελατηρίου υπολογίζεται από την κλίση της ευθείας της γραφικής παράστασης της δύναμης που επιμηκύνει το ελατήριο σε συνάρτηση με την επιμήκυνση του.

$$k = \frac{F}{\Delta x}$$

**2.2) Σωστή απάντηση: (γ)**

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση, οπότε, σύμφωνα με το 2° νόμο του Newton, προκύπτει:

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Άρα η σχέση που δίνεται:  $F_A = 3 \cdot F_B$  γίνεται:  $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B$  (1)

Και τα δύο κιβώτια στο ίδιο χρονικό διάστημα έχουν αποκτήσει ταχύτητες για τις οποίες ισχύει  $v_A = 2 \cdot v_B$

$$v_A = 2 \cdot v_B \text{ ή } a_A \cdot t = 2 \cdot a_B \cdot t$$

$$a_A = 2 \cdot a_B$$

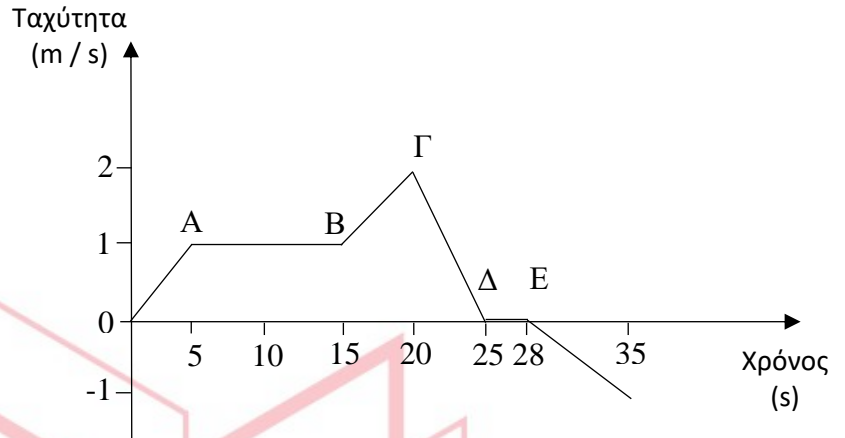
οπότε από την (1) προκύπτει η σχέση:  $m_A \cdot 2 \cdot a_B = 3 \cdot m_B \cdot a_B$  ή  $m_B = \frac{2}{3} m_A$



**ΘΕΜΑ 2°**

13569

**2.1** Το διπλανό διάγραμμα περιγράφει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο για σώμα που κινείται ευθύγραμμα.



**2.1.A** Επιλέξτε την απάντηση που θεωρείτε σωστή, από τις τρεις πιο κάτω επιλογές. Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι θετικό:

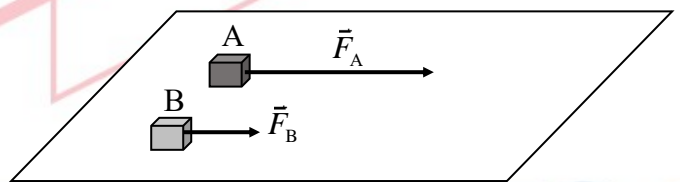
- α) το χρονικό διάστημα 0 – 15 s
- β) το χρονικό διάστημα 5 s – 15 s
- γ) το χρονικό διάστημα 20 s – 25 s

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Δυο κιβώτια A και B βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_A$  και  $\vec{F}_B$  με μέτρα  $F_A = 3 \cdot F_B$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το κιβώτιο B έχει διανύσει τριπλάσια απόσταση από το κιβώτιο A.



**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

- α)  $m_A = m_B$  , β)  $m_A = 9 m_B$  , γ)  $m_B = \frac{1}{3} m_A$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



**2.1) Σωστή απάντηση: (α)**

Για κάθε ένα χρονικό διάστημα (από όσα δίνονται ως επιλογές) το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορεί να μας δώσει το πρόσημο του έργου της συνολικής δύναμης.

Αν  $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0$  τότε και  $W_{Fολ} > 0$

Στο χρονικό διάστημα  $0 - 15$  s η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = 15$  s είναι μεγαλύτερη από τη ταχύτητα για  $t = 0$ . Άρα  $K_{τελ} - K_{αρχ} > 0$

Στις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν ισχύει αυτό.

**2.2) Σωστή απάντηση: (β)**

Τα κιβώτια κινούνται οριζόντια με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_A = m_A \cdot a_A \text{ και } F_B = m_B \cdot a_B$$

Οπότε η σχέση που δίνεται:  $F_A = 3 \cdot F_B$  γίνεται:  $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot a_B$  (1)

Τα δύο κιβώτια στον ίδιο χρόνο έχουν διανύσει διαφορετικές αποστάσεις για τις οποίες ισχύει:

$$S_B = 3 \cdot S_A, \text{ άρα } \frac{1}{2} \cdot a_B \cdot t^2 = \frac{3}{2} \cdot a_A \cdot t^2 \text{ και τελικά: } a_B = 3 \cdot a_A \text{ (2)}$$

Από (1) και (2) προκύπτει λοιπόν:  $m_A \cdot a_A = 3 \cdot m_B \cdot 3 \cdot a_A \Rightarrow m_A = 9 \cdot m_B$ .

αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

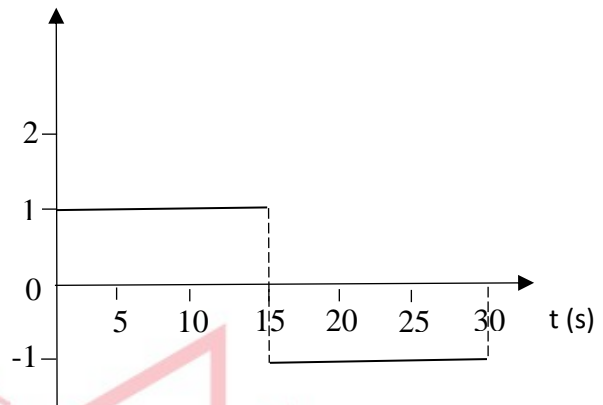
**ΘΕΜΑ 2°**

**2.1** Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς το χρόνο κίνησης.

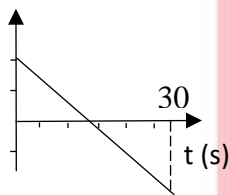
**2.1.A** Επιλέξτε ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο:

13570

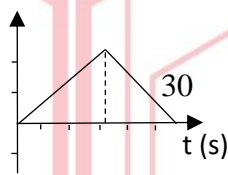
$\alpha$  (m/s<sup>2</sup>)



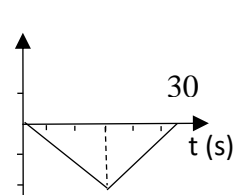
α)  $u$  (m/s)



β)  $u$  (m/s)



γ)  $u$  (m/s)



**Μονάδες 4**

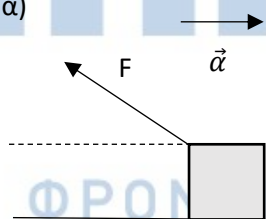
**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

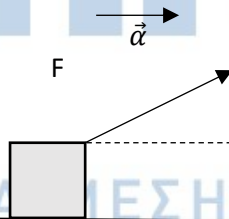
**2.2.** Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή (θετική σε μέτρο) επιτάχυνση  $\vec{\alpha}$ . Η κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε στο σώμα σχηματίζει γωνία 30° με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η δύναμη της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο  $F \sin 30^\circ - ma$ .

**2.2.A** Επιλέξτε ποιο από τα ακόλουθα σχήματα ανταποκρίνεται στα πιο πάνω δεδομένα:

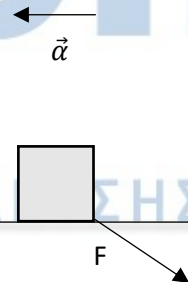
α)



β)



γ)



**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

**2.1) Σωστή απάντηση: (β)**

Από το εμβαδό του γραφήματος προκύπτει ότι στα πρώτα 15s της κίνησης η μεταβολή της ταχύτητας είναι θετική, δηλ. η τελική ταχύτητα είναι μεγαλύτερη της αρχικής, το οποίο ισχύει μόνο για το διάγραμμα β.

**2.2) Σωστή απάντηση: (β)**

Το σώμα κινείται οριζόντια με σταθερή θετική σε μέτρο επιτάχυνση (αρα το διάνυσμα της επιτάχυνσης “δείχνει” τη φορά της κίνησης και θα πρέπει να έχει την ίδια φορά με τη δύναμη F) οπότε, σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος). Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της  $F$  ως:

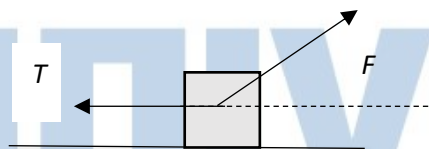
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3), προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ - T$$

$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**13571**

**2.1** Σφαίρα μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$  κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι:  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**2.1.A** Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $g/2$	1) 0 N
β) κάτω με επιτάχυνση $g$	2) 50 N
γ) πάνω με επιβράδυνση $g/2$	3) 100 N
δ) πάνω με σταθερή ταχύτητα	4) 150 N
	5) 200 N

**Μονάδες 4**

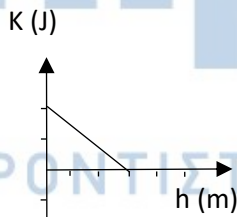
**2.1.B** Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

**Μονάδες 8**

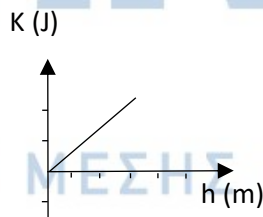
**2.2** Ένας συμπαγής ομογενής κύβος αφήνεται να ολισθήσει προς τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\phi$  ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι η συνολική διαδρομή που κάνει ο κύβος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο είναι  $L$  (από το σημείο που αφήνεται ως τη βάση του) καθώς και ότι το σημείο εκκίνησης απέχει ύψος  $h$  από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Επίσης η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**2.2.A** Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα περιγράφει τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κύβου ως προς το ύψος του από το οριζόντιο δάπεδο.

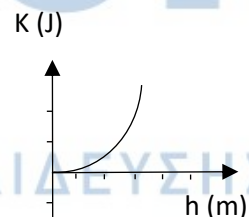
α)



β)



γ)



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .

**Μονάδες 9**

**2.1) Σωστές απαντήσεις**

α - 4

β - 1

γ - 2

δ - 3

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \quad (1)$$

α) κίνηση με επιτάχυνση  $a = g/2$

από (1)  $T - m \cdot g = m \cdot g/2$  ή  $T = \frac{3}{2} \cdot m \cdot g$  ή  $T = 150 \text{ N}$

β) κίνηση με επιτάχυνση  $a = -g$  (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της T).

από (1)  $T - m \cdot g = -m \cdot g$  ή  $T = 0 \text{ N}$

γ) κίνηση με επιτάχυνση  $a = -g/2$  (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της T).

από (1)  $T - m \cdot g = -m \cdot g/2$  ή  $T = 50 \text{ N}$

γ) κίνηση προς τα πάνω με  $a = 0 \frac{m}{s^2}$

από (1)  $T - m \cdot g = 0$  ή  $T = 100 \text{ N}$

**2.2) Σωστή απάντηση: (α)**

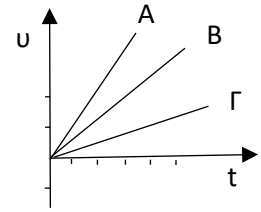
Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} = m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } 0 \leq y \leq h$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους. Συνεπώς στο διάγραμμα (α) φαίνεται ότι ο κύβος έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια όταν είναι σε ύψος (0 m) και στο μέγιστο ύψος (h) έχει μηδενική κινητική ενέργεια (ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα).

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

2.1 Τρία ακίνητα σώματα Α, Β και Γ με διαφορετικές μάζες δέχονται την ίδια συνισταμένη δύναμη F και ξεκινούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Το διάγραμμα παρουσιάζει τις μεταβολές των ταχυτήτων τους ως προς το χρόνο για το χρονικό διάστημα που το καθένα δέχεται δύναμη.



2.1.A Επιλέξτε ποια είναι η σωστή σχέση μαζών των σωμάτων:

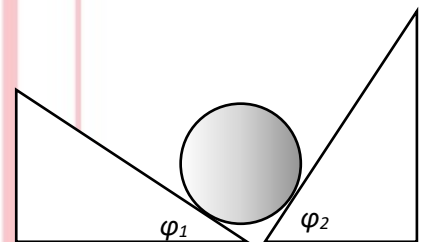
α)  $m_A = m_B = m_\Gamma$  ,    β)  $m_A < m_B < m_\Gamma$  ,    γ)  $m_A > m_B > m_\Gamma$

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης  $\phi_1=30^\circ$  (Σφήνα 1) και  $\phi_2=60^\circ$  (Σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:



B2.1 Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- α)  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ$ ,  
 β)  $m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \eta\mu 60^\circ$ ,  
 γ)  $m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ$ ,  $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ$ .

Μονάδες 4

B2.2 Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



# 13572-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

### 2.1) Σωστή απάντηση: (β)

Από τον 2<sup>ος</sup> νόμο Newton προκύπτει ότι για σταθερή δύναμη η επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας:

$$a = \frac{F}{m} \quad (1)$$

Στην ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση η κλίση της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνει την επιτάχυνση.

Με βάση το διάγραμμα ταχύτητας ως προς το χρόνο η ευθεία Α έχει μεγαλύτερη κλίση από τις άλλες δύο.

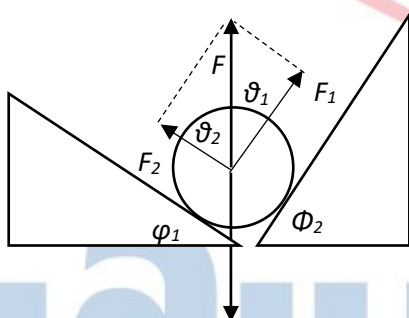
Άρα

$$a_A > a_B > a_\Gamma$$

Οπότε, με βάση την (1), έχουμε:

$$m_A < m_B < m_\Gamma$$

### 2.2) Σωστή απάντηση: (α)



Οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που ασκούν οι σφήνες στην σφαίρα είναι κάθετες στην επιφάνειες επαφής και σχηματίζουν γωνίες με την κατακόρυφο έστω  $\theta_1$  και  $\theta_2$  αντίστοιχα.

Για να ισορροπεί η σφαίρα (1<sup>ος</sup> Νόμος Newton), η συνισταμένη  $F$  των  $F_1$  και  $F_2$  θα πρέπει να έχει μέτρο ίσο με το βάρος  $m \cdot g$  της σφαίρας. Δηλ.  $F_1 = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_1$  και  $F_2 = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta_2$ .

Οι  $\theta_1$  και  $\varphi_1$ , ως οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές είναι ίσες. Το ίδιο ισχύει και για τις  $\theta_2$  και  $\varphi_2$ .

Άρα οι δύο δυνάμεις έχουν μέτρα:  $F_1 = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$  και  $F_2 = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ$



ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

13573

2.1 Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας  $m$  βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος  $h$ . Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της αρχικής του. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

2.1.A Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια από την αρχική κινητική του, όταν απέχει από το έδαφος:

α)  $h/3$  ,      β)  $h/2$  ,      γ)  $h$

Μονάδες 4

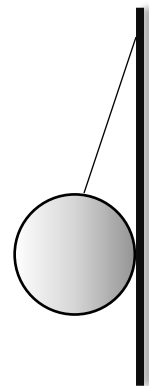
2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Λεία σφαίρα μάζας  $m$  ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τον κατακόρυφο τοίχο.

2.2.A Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα :

α)  $\frac{m \cdot g}{\sin \phi} \eta \mu \phi$  ,      β)  $\frac{m \cdot g}{\eta \mu \phi} \sigma \nu \nu \phi$  ,      γ)  $m \cdot g$ .



Μονάδες 6

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

αδιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 13573-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (γ)

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη ( $h$ ) και στην κατώτερη θέση ( $0 \text{ m}$ : πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{\text{ΜΗΧαρχ}} = E_{\text{ΜΗΧτελ}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U = K_{\text{τελ}} \quad \text{ή} \quad K_{\text{αρχ}} + U = 4 \cdot K_{\text{αρχ}}$$

οπότε

$$U = 3 \cdot K_{\text{αρχ}}$$

Δηλ. σε ύψος σε  $h$  – αρχική θέση

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος  $T$  και η δύναμη από τον τοίχο  $N$ .

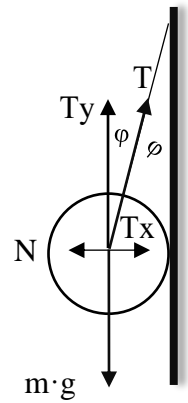
Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

$$T_y = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T \cdot \text{συν}\varphi = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = \frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi}$$

Στον οριζόντιο άξονα:

$$T_x = N \quad \text{ή} \quad T \cdot \eta\mu\varphi = N \quad \text{ή} \quad N = \frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi} \eta\mu\varphi$$



# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2°

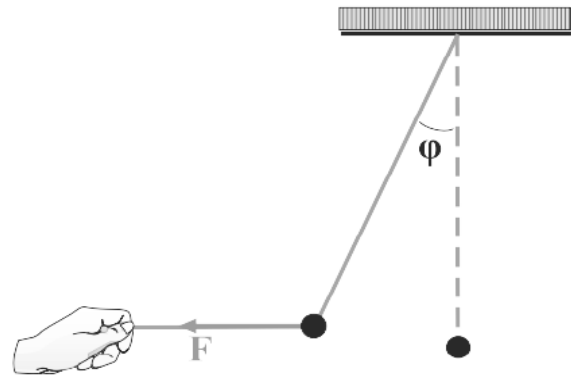
**2.1** Σφαίρα μάζας 1 kg ισορροπεί όπως στο σχήμα υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F = 10 \text{ N}$ . Δίνεται:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**2.1.A** Η γωνία απόκλισης του (αβαρούς) νήματος από την κατακόρυφο στην θέση ισορροπίας της σφαίρας είναι:

α)  $30^\circ$  , β)  $45^\circ$  , γ)  $60^\circ$ .

Δίνονται:  $\sin 60^\circ = \eta\mu 30^\circ = 0,5$ ,  $\eta\mu 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

και  $\eta\mu 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



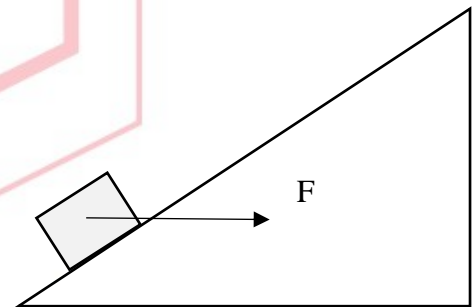
Μονάδες 6

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**B2.** Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με τον ορίζοντα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F$  (όπως στο σχήμα). Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,2$  και το σώμα διανύει συνολικό μήκος 10 m.

Δίνονται:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\eta\mu 30^\circ = 0,5$  και  $\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .



**B2.1** Αν το έργο της τριβής κατά την μετακίνηση του σώματος είναι  $-20\sqrt{3} \text{ J}$ , το μέτρο της δύναμης  $F$  ισούται με:

α)  $10\sqrt{3} \text{ N}$  , β)  $5\sqrt{3} \text{ N}$  , γ)  $\frac{5\sqrt{3} \text{ N}}{3}$ .

Μονάδες 6

**B2.2** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

## 13574-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

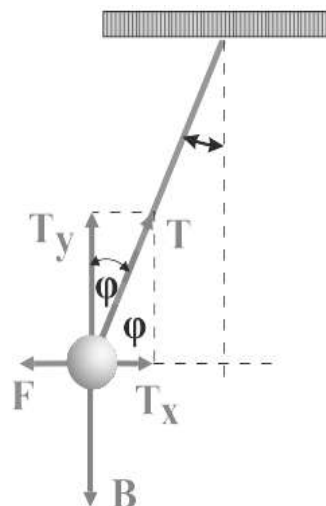
$$T_y = m \cdot g \text{ ή } T \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = m \cdot g$$

Στον οριζόντιο άξονα:

$$T_x = F \text{ ή } T \cdot \eta\mu\phi = F$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη προκύπτει:  $\frac{\eta\mu\phi}{\sigma\upsilon\nu\phi} = \frac{F}{m \cdot g} = \frac{10}{10} = 1$

Άρα η γωνία είναι  $45^\circ$ .



2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Το έργο της τριβής θα είναι:  $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ$ , άρα

$$-20\sqrt{3} = T \cdot 10 \cdot (-1)$$

Άρα  $T = 2\sqrt{3} \text{ N}$  και από τον ορισμό της τριβής:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } N = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

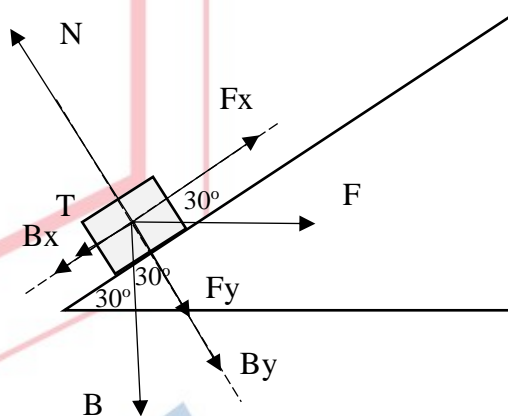
Στον κάθετο άξονα:

Με βάση τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$F_y + B_y = N \text{ ή } F_y = N - m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ N}$$

Και δεδομένου ότι:  $F_y = F \cdot \eta\mu 30^\circ$

Προκύπτει ότι:  $F = 10\sqrt{3} \text{ N}$



**ΘΕΜΑ 2°****13575**

**2.1** Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας  $m$  βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος  $h_1$ . Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος (οριακά πριν ακουμπήσει στο έδαφος) είναι διπλάσια της αρχικής του. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη αλλά αυτή τη φορά αφήνουμε το σώμα από ύψος  $h_2$  χωρίς αρχική ταχύτητα και καταλήγει να έχει πάλι την ίδια τελική κινητική ενέργεια. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος.

**2.1.A** Η σχέση που συνδέει τα ύψη  $h_1$  και  $h_2$  είναι:

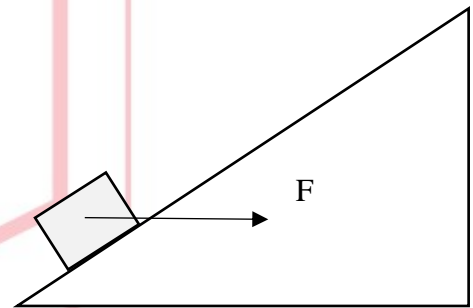
$$\alpha) h_1 = 2 \cdot h_2 \quad , \quad \beta) 2 \cdot h_1 = h_2 \quad , \quad \gamma) h_2 = 4 \cdot h_1 .$$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Σώμα μάζας 1 kg γλιστράει με σταθερή ταχύτητα προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο (γωνίας  $\phi$ ) υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F$  (όπως στο σχήμα). Δίνονται ως δεδομένα: ο συντελεστής τριβής του επιπέδου  $\mu = 0,2$  ,  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



**2.2.A** Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα και ισχύει:

$\eta \mu \phi = \sigma \nu \nu \phi$  ποια από τις επόμενες επιλογές είναι σωστή;

$$\alpha) F = \frac{3}{2} \cdot B \quad , \quad \beta) \frac{3}{2} \cdot F = B \quad , \quad \gamma) F = B$$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# 13575-Λύση

Ενδεικτική Λύση

2.1) Σωστή απάντηση: (β)

1<sup>η</sup> ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη  $h_1$  θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{ΜΗΧαρχ} = E_{ΜΗΧτελ} \text{ ή } K_{αρχ} + U = K_{τελ} \text{ ή } K_{αρχ} + U = 2 \cdot K_{αρχ}$$

$$\text{Οπότε: } U = K_{αρχ} = K \text{ ή } K = mgh_1$$

2<sup>η</sup> ρίψη: Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στην ανώτερη  $h_2$  θέση και στην κατώτερη θέση (ύψος 0 m: πριν χτυπήσει το σώμα στο έδαφος):

$$E_{ΜΗΧαρχ,2} = E_{ΜΗΧτελ,2} \text{ ή } U_2 = K_{τελ} = 2 \cdot K \text{ ή } mgh_2 = 2 \cdot mgh_1$$

$$\text{Οπότε: } h_2 = 2 \cdot h_1$$

2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Έστω σύστημα αναφοράς όπως αυτό του σχήματος.

Δεδομένου ότι το σώμα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κάθετο άξονα:

$$B_y + F_y = N \text{ ή } B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi = N \quad (1)$$

Στον παράλληλο άξονα:

$$F_x = B_x + T \text{ ή } F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + T$$

Δεδομένου ότι  $T = \mu \cdot N$  η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot N$$

και, λόγω της (1) και επειδή  $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\varphi$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \eta\mu\varphi)$$

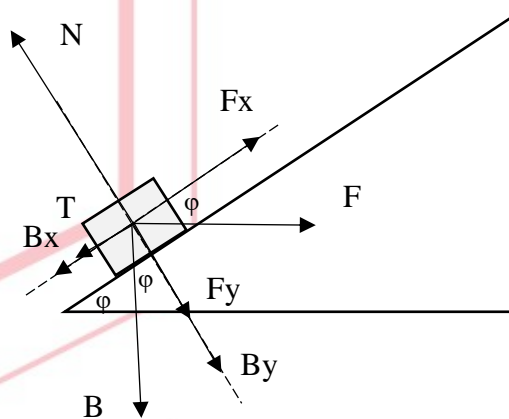
$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + 0,2 \cdot (B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

$$0,8 \cdot F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 1,2 \cdot B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$8 \cdot F = 12 \cdot B$$

$$2 \cdot F = 3 \cdot B$$

$$F = \frac{3}{2} \cdot B$$





**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>****13576**

**2.1.** Σφαίρα μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$  κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι:  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**2.1.1.** Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $g/4$	1) 0 N
β) κάτω με επιτάχυνση $g$	2) 50 N
γ) πάνω με επιβράδυνση $g/2$	3) 100 N
δ) πάνω με σταθερή ταχύτητα	4) 125 N
	5) 200 N

**Μονάδες 4**

**2.1.2.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Ένας συμπαγής ομογενής κύβος μάζας  $m$  ολισθαίνει από τη βάση, προς την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi$  ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι ο κύβος ξεκινάει με αρχική ταχύτητα  $v$  και διανύει μήκος  $L$  μέχρι την κορυφή. Επίσης, η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου απέχει ύψος  $h$  από τη βάση του. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**2.2.1.** Επιλέξτε ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του κύβου όταν φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου:

α)  $\frac{1}{2}mv^2 - mgh$  ,    β)  $mgL - \frac{1}{2}mv^2$  ,    γ)  $\frac{1}{2}mv^2 - mgL\sin\varphi$

**Μονάδες 4**

**2.2.2.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



2.1. Σωστές απαντήσεις

α – 4

β – 1

γ – 2

δ – 3

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g = m \cdot a \quad (1)$$

α) κίνηση με επιτάχυνση  $a = \frac{g}{4}$

από (1)  $T - m \cdot g = m \cdot \frac{g}{4}$  ή  $T = 5 \cdot m \cdot \frac{g}{4}$  ή  $T = 125 \text{ N}$

β) κίνηση με επιτάχυνση  $a = g$

από (1)  $T - m \cdot g = -m \cdot g$  ή  $T = m \cdot g - m \cdot g = 0 \text{ N}$

γ) κίνηση με επιτάχυνση  $a = -g/2$  (θετική φορά κίνησης η κατεύθυνση της T)

από (1)  $T - m \cdot g = -m \cdot \frac{g}{2}$  ή  $T = m \cdot \frac{g}{2} = 50 \text{ N}$

δ) κίνηση με σταθερή ταχύτητα άρα  $a = 0 \frac{m}{s^2}$

από (1)  $T - m \cdot g = 0$  ή  $T = 100 \text{ N}$

2.2.1. Σωστή απάντηση: (α)

2.2.2. Συμβολίζουμε με  $K_y$  την κινητική ενέργεια του κύβου σε ύψος  $y$ .

Εφόσον ο κύβος κινείται υπό την επίδραση του βάρους και της δύναμης από το κεκλιμένο επίπεδο (που έχει μηδενικό έργο ως δύναμη κάθετη στη μετατόπιση), από το Θ.Μ.Κ.Ε. προκύπτει:

$$K_y - K_{αρχ} = -m \cdot g \cdot y \quad \text{ή} \quad K_y = K_{αρχ} - m \cdot g \cdot y$$

Δηλαδή, η κινητική ενέργεια εξαρτάται από το ύψος  $y$  του σώματος. Για  $y = h$  από το οριζόντιο επίπεδο:

$$K_{τελ} = K_{αρχ} - m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}mv^2 - mgh$$

Διευκρινιστικά αναφέρεται ότι:

Η σχέση β) είναι λάθος επειδή i) η αρχική κινητική ενέργεια πρέπει να προστεθεί στο ισοζύγιο ενεργειών και όχι να αφαιρεθεί, ii) το έργο του βάρους κατά την άνοδο είναι αρνητικό και iii) η υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης είναι  $h$  και όχι  $L$ .

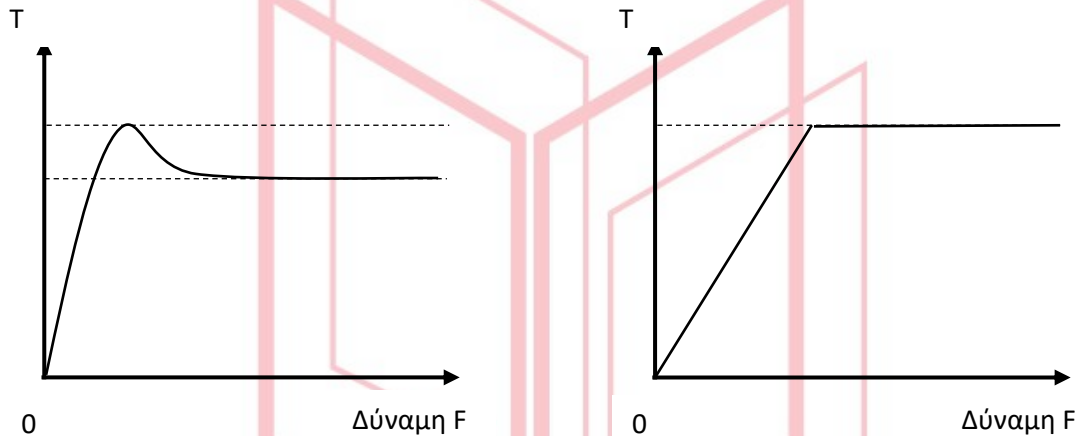
Η σχέση γ) είναι λάθος επειδή ισχύει  $mgh = mgL\eta\mu\phi$ .

ΘΕΜΑ 2°

13577

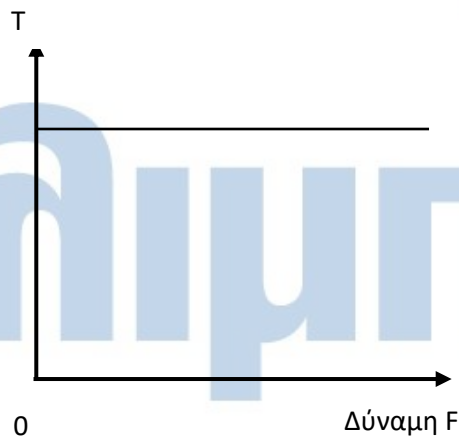
2.1. Σε σώμα μάζας  $m$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $\vec{F}$ , οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

2.1.A Ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη  $\vec{F}$ ;



(α)

(β)



(γ)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 6

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

2.2 Σφαίρα μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$  κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα με ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα. Γνωρίζετε ότι:  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα  $F_A$  μπορεί να θεωρηθεί ως μια σταθερή δύναμη μέτρου  $10 \text{ N}$  που έχει πάντα αντίθετη φορά από τη φορά κίνησης της σφαίρας.

2.2.A Να συνδυάσετε κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	Τάση νήματος
α) πάνω με επιτάχυνση $\frac{3g}{4}$	1) 0 N
β) πάνω με σταθερή ταχύτητα	2) 10 N
γ) κάτω με επιτάχυνση $\frac{g}{2}$	3) 15 N
δ) κάτω με σταθερή ταχύτητα	4) 30 N
	5) 45 N

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**2.1) Σωστή απάντηση:** (α)

Αιτιολόγηση

Το σώμα δε θα κινηθεί απευθείας όταν ασκηθεί δύναμη  $\vec{F}$ , επειδή η στατική τριβή αυξάνεται επίσης προοδευτικά, άρα ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton. Όταν η  $\vec{F}$  ξεπεράσει, έστω και κατ' ελάχιστο, την οριακή τριβή, η συνισταμένη δύναμη θα είναι πλέον διάφορη του μηδενός, οπότε το σώμα θα αρχίσει να κινείται, υπό την επίδραση της  $\vec{F}$  και της τριβής ολίσθησης, που είναι πάντα μικρότερη από την οριακή τριβή. Το μοναδικό γράφημα που συμφωνεί με αυτή την περιγραφή είναι το (α).

**2.2) Σωστές απαντήσεις:**

α - 5

β - 4

γ - 1

δ - 2

Στον κατακόρυφο άξονα με θετική φορά κίνησης προς τα πάνω ισχύει:

$$T - m \cdot g - F_A = m \cdot a \quad (1)$$

α) κίνηση προς τα πάνω με επιτάχυνση  $a = \frac{3g}{4}$

από (1)  $T - m \cdot g - F_A = m \cdot \frac{3g}{4}$  ή  $T = 7 \cdot m \cdot \frac{g}{4} + F_A$

συνεπώς  $T = (7 \cdot 2 \cdot \frac{10}{4} + 10)N = 45 N$

β) κίνηση προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα,  $a = 0 \frac{m}{s^2}$

από (1)  $T - m \cdot g - F_A = 0$  ή  $T = m \cdot g + F_A = (20 + 10)N = 30 N$

γ) κίνηση προς τα κάτω με επιτάχυνση  $a = g/2$

από (1)  $T - m \cdot g + F_A = -m \cdot \frac{g}{2}$  ή  $T = m \cdot \frac{g}{2} - F_A = (2 \cdot \frac{10}{2} - 10)N = 0 N$

δ) κίνηση προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα:  $a = 0 \frac{m}{s^2}$

από (1)  $T - m \cdot g + F_A = 0$  ή  $T = m \cdot g - F_A = (20 - 10)N = 10 N$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>****13578**

**2.1.** Ένας ανελκυστήρας μάζας  $5 \cdot m$  μεταφέρει δύο άτομα μάζας  $m$  το κάθε ένα. Αρχικά ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Μετά από μια στάση σε έναν όροφο και αφότου κατέβει ο ένας επιβάτης ο ανελκυστήρας συνεχίζει να ανεβαίνει διατηρώντας σταθερή την τάση του (αβαρούς και άκαμπτου) συρματόσχοινου καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής. Δίνεται  $g = 10 \frac{m}{s^2}$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη  $\Gamma\eta$  και το συρματόσχοινο.

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Όταν ο ανελκυστήρας έχει πλέον έναν επιβάτη κινείται με επιτάχυνση:

α)  $\frac{5 m}{3 s^2}$  ,     β)  $\frac{8 m}{3 s^2}$  ,     γ)  $\frac{10 m}{3 s^2}$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

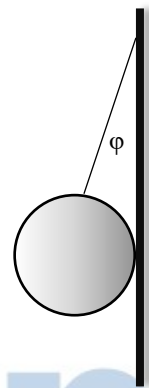
**2.2** Λεία σφαίρα μάζας  $m$  ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία  $\phi$  με τον κατακόρυφο τοίχο.

**2.2.A** Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα είναι διπλάσιο της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, επιλέξτε ποια σχέση ισχύει για τη γωνία  $\phi$ :

α)  $\eta\mu\phi = 0,5$  ,

β)  $\eta\mu\phi = 0,6$  ,

γ)  $\eta\mu\phi = \sigma\upsilon\nu\phi$  .



**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

## 13578-Λύση

### Ενδεικτική Λύση

#### 2.1) Σωστή απάντηση: (α)

Το δεδομένο ότι ο ανελκυστήρας αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα –σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton- σημαίνει ότι η συνολική δύναμη που ασκείται στον ανελκυστήρα είναι μηδέν. Άρα η τάση του συρματόσχοινου είναι ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος ανελκυστήρα-επιβατών.

$$\text{Συνολική μάζα: } 5 \cdot m + 2 \cdot m = 7 \cdot m$$

$$\text{Άρα } T = 7 \cdot m \cdot g = 7 \cdot m \cdot 10 \text{ N} = 70 \cdot m \text{ N}$$

Όταν κατεβαίνει ο ένας επιβάτης (η μάζα του ανελκυστήρα με τον έναν επιβάτη γίνεται  $6 \cdot m$  και παραμένει σταθερή τη τάση του συρματόσχοινου τότε το σώμα επιταχύνεται προς τα πάνω:

$$T - 6 \cdot m \cdot g = 6 \cdot m \cdot a$$

$$\frac{T - 6 \cdot m \cdot g}{6 \cdot m} = a$$

$$\frac{70 \cdot m - 60 \cdot m}{6 \cdot m} = a$$

$$a = \frac{5 \text{ m}}{3 \text{ s}^2}$$

#### 2.2) Σωστή απάντηση: (α)

Οι δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα είναι το βάρος της, η τάση του νήματος  $T$  και η δύναμη από τον τοίχο  $N$ .

Δεδομένου ότι η σφαίρα ισορροπεί, η συνολική δύναμη σε κάθε άξονα θα είναι μηδενική.

Στον κατακόρυφο άξονα:

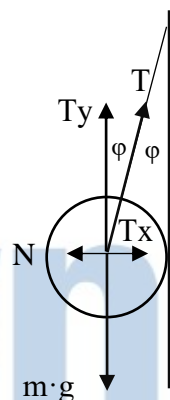
$$T_y = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T \cdot \text{συν}\varphi = m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = \frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi} \quad (1)$$

Στον οριζόντιο άξονα:

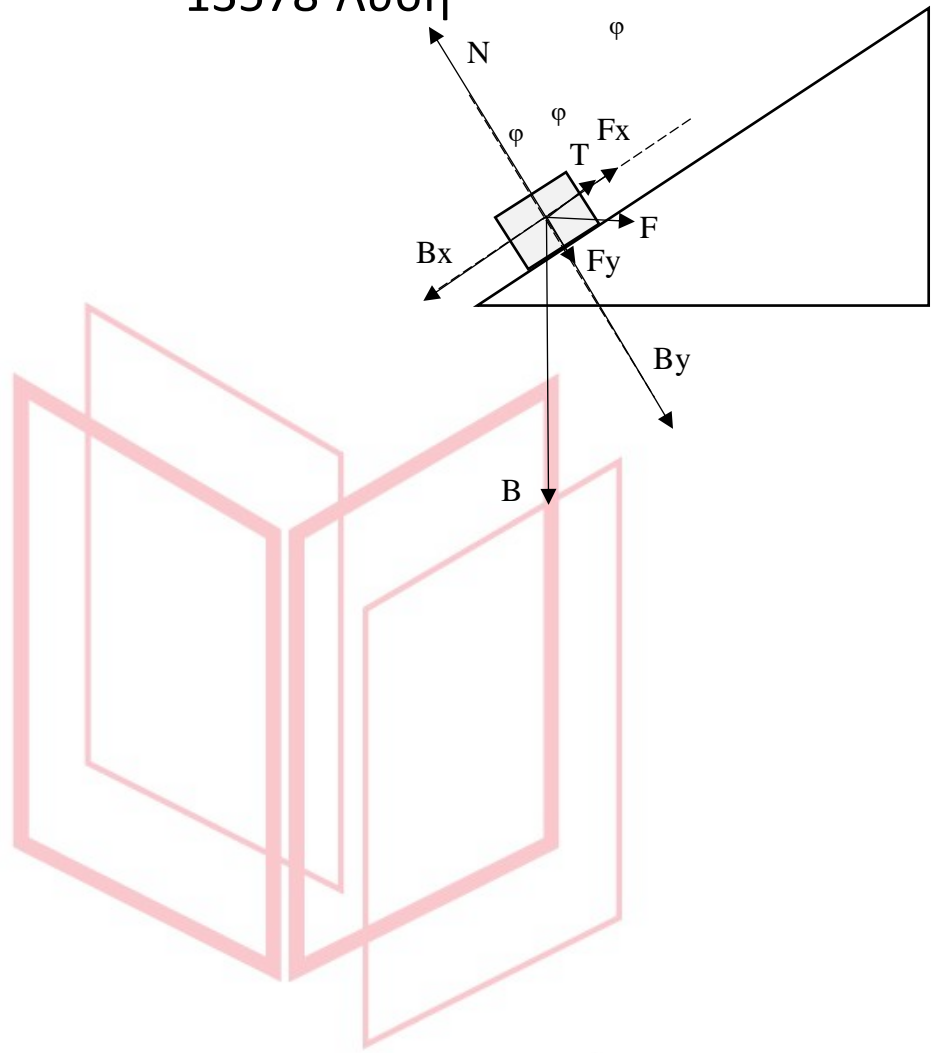
$$T_x = N \quad \text{ή} \quad T \cdot \eta\mu\varphi = N \quad (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση  $T = 2 \cdot N$  άρα από (1) και (2):

$$\frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi} = 2 \cdot \frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi} \cdot \eta\mu\varphi \quad \text{ή} \quad \eta\mu\varphi = 0,5$$



13578-Λύση



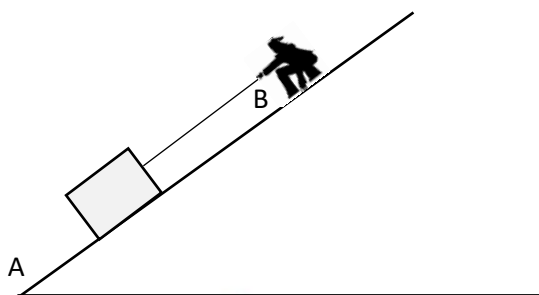
# αθημπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**Θέμα 4°**

Η αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη είναι να τραβάει και να μετακινεί κιβώτια σε κεκλιμένο επίπεδο. Ο Μιχάλης στέκεται ακίνητος στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και μετακινεί ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μέσω αβαρούς και μη



εκτατού νήματος στο οποίο κατά την μετακίνηση ασκεί δύναμη  $\vec{F}$  σταθερού μέτρου και ίδιας διεύθυνσης με αυτήν του επιπέδου. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι γωνίας  $\varphi$  (δίνεται ότι  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ ) και η απόσταση που διανύει το κιβώτιο από τη βάση του επιπέδου (A) μέχρι το σημείο (B) είναι 10 m. Δίνεται ότι το κιβώτιο έχει μάζα 10 kg, η χρονική διάρκεια της μετακίνησης του από το σημείο (A) μέχρι το σημείο (B) είναι 10 s και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Αν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρηθεί λείο:

- 4.1)** Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο σε ένα τυχαίο σημείο της διαδρομής (ανάμεσα στα A, B)
- 4.2)** Υπολογίστε το έργο του βάρους για τη διαδρομή A-B.
- 4.3)** Τι ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο στη θέση B;

Στην πραγματικότητα όμως το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο, οπότε στο κιβώτιο κατά την κίνηση του ασκείται και η τριβή ολίσθησης.

- 4.4)** Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, για ποια τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου ο Μιχάλης χρειάζεται 50% περισσότερη ενέργεια (από την ενέργεια που χρειάστηκε για να μετακινήσει το ίδιο κιβώτιο σε λείο επίπεδο) για να μετατοπίσει το κιβώτιο στον ίδιο χρόνο από το σημείο A στο B;

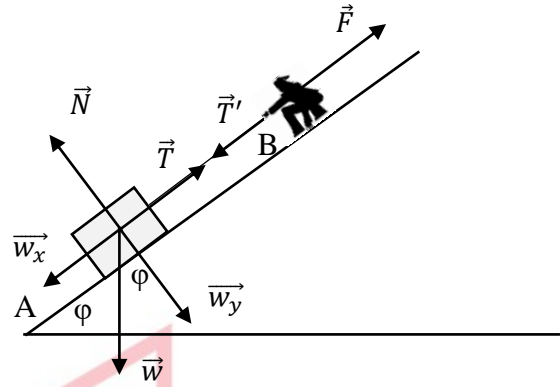
(Μονάδες 7+5+6+7)

Ενδεικτική Λύση

# 13579-Λύση

**4.1)** Αν το επίπεδο είναι λείο στο κιβώτιο θα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη δύναμη του δαπέδου και η τάση του νήματος. Λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος

$T = T' = F$ , όπου η  $T'$  η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο χέρι του Μιχάλη και  $F$  η δύναμη που ασκεί ο Μιχάλης στο νήμα. Όπως στο σχήμα:



Με μέτρα:  $w = m \cdot g = 100 \text{ N}$

$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\phi = 60 \text{ N}$

Για τον άξονα των  $y$ :  $N = w_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\phi = 80 \text{ N}$

Και για τον άξονα των  $x$ :  $F - w_x = m \cdot a$  ή  $F = m \cdot a + w_x$  (1)

Το κιβώτιο ανεβαίνει 10 m σε 10 s οπότε

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Άρα από τη σχέση (1) προκύπτει:  $F = (2 + 60)\text{N} = 62 \text{ N}$

(Μονάδες 7)

**4.2)** Ένας από τους πιθανούς τρόπους να υπολογιστεί το έργο του βάρους είναι

$$W = -m \cdot g \cdot \eta\mu\phi \cdot (AB) = -600\text{J} \text{ ή } -0,6 \text{ kJ}$$

(Μονάδες 5)

**4.3)** Το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το κιβώτιο κατά την μετακίνηση (AB) είναι:

$$W_{F_{ολ}} = (F - m \cdot g \cdot \eta\mu\phi) \cdot (AB) = 20\text{J} \text{ ή } 0,02 \text{ kJ}$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε.:  $K_B - K_A = W_{F_{ολ}}$  ή  $\frac{1}{2} m v^2 = W_{F_{ολ}}$  ή  $v^2 = \frac{2 \cdot W_{F_{ολ}}}{m} = 4 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$

Οπότε:  $v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Το έργο της δύναμης  $F$  όταν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο είναι:

$$W_F = F \cdot (AB) = 620\text{J}$$

Άρα, λόγω της τριβής θα απαιτούνται επιπλέον  $620\text{J} \cdot 50\% = 310\text{J}$  κατανάλωση ενέργειας από τον Μιχάλη.

$$\text{Έργο Τριβής: } W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\phi \cdot (AB) = -310\text{J}$$

Οπότε:

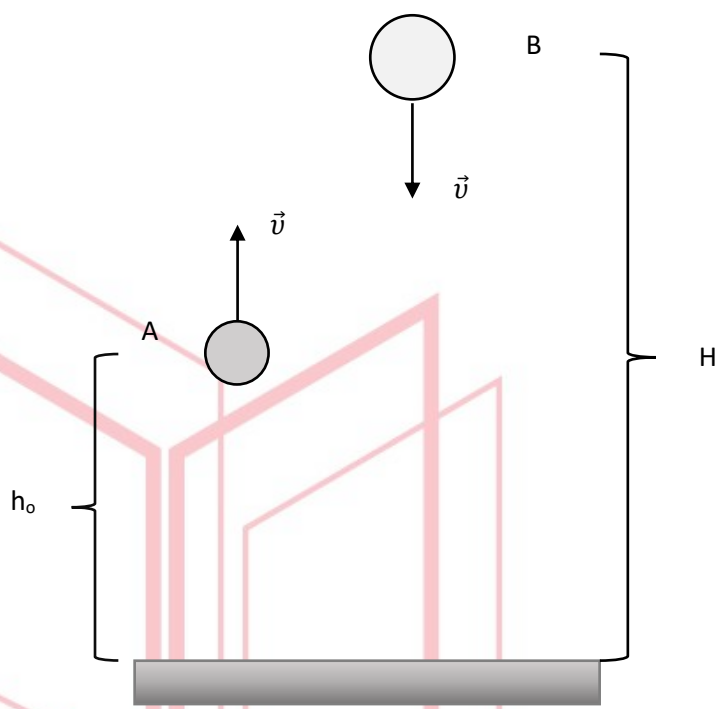
$$\mu = \frac{310}{10 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 10} = 0,3875 \cong 0,4$$

(Μονάδες 7)

13581

**Θέμα 4ο**

Σώμα A μάζας  $m_A = 0,5 \text{ Kg}$  βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 10 \text{ m/s}$ , από ύψος  $h_0 = 5 \text{ m}$ . Την ίδια χρονική στιγμή, από ύψος  $H$  ίσο με το μέγιστο της τροχιάς του A, βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω σώμα B, μάζας  $m_B = 2 \text{ Kg}$ , με αρχική ταχύτητα μέτρου επίσης  $u_0$ , σε μια παράλληλη τροχιά με αυτή του A. Θεωρήστε



την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Να υπολογίσετε:

- 4.1) Το ύψος  $H$  (από το έδαφος) από το οποίο βάλλεται το σώμα B.
- 4.2) Τη χρονική στιγμή όπου οι αποστάσεις των δύο σωμάτων από το έδαφος θα είναι ίσες.
- 4.3) Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο θα βρίσκεται το κάθε σώμα τη χρονική στιγμή  $t = 0,25 \text{ s}$ .
- 4.4) Την μηχανική ενέργεια του κάθε σώματος.

(Μονάδες 6+7+6+6)

**4.1)** Το ύψος  $H$  από το οποίο βάλλεται το σώμα Β είναι το ανώτερο ύψος της τροχιάς του σώματος Α.

$$v_{A\text{τελ}} = v_o - g \cdot t_A \quad \text{ή} \quad \frac{v_o - v_{A\text{τελ}}}{g} = t_A \quad \text{ή} \quad t_A = 1 \text{ s}$$

$$H = h_o + v_o \cdot t_A - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \left(5 + 10 - \frac{10}{2}\right) m = 10 \text{ m, από το έδαφος.}$$

Άρα  $H = 2 \cdot h_o$  και η διαφορά ύψους των σημείων Α-Β είναι  $h_o$ .

(Μονάδες 6)

**4.2)** Τη χρονική στιγμή  $t_K$  που θα βρεθούν και τα δύο σώματα στο ίδιο ύψος, το σώμα Α θα έχει διανύσει απόσταση  $y$  από την αρχική του θέση και το σώμα Β θα έχει κατέβει κατά  $h_o - y$  από τη θέση εκκίνησης.

$$y = v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

$$h_o - y = v_o \cdot t_K + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

Αν προσθέσω κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι:  $h_o = 2 \cdot v_o \cdot t_K$  ή  $t_K = \frac{h_o}{2 \cdot v_o} = \frac{5}{20} \text{ s}$  ή  $t_K = 0,25 \text{ s}$

β' τρόπος

Οι εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων είναι:

$$y_1 = h_o + v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

και

$$y_2 = H - v_o \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Όταν τα σώματα απέχουν ίσες αποστάσεις από το έδαφος ισχύει:

$$y_1 = y_2 \quad \text{ή} \quad h_o + v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = H - v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 \quad \text{ή} \quad h_o + v_o \cdot t_K = H - v_o \cdot t_K$$

$$\text{ή} \quad 2v_o \cdot t_K = H - h_o \quad \text{ή} \quad t_K = \frac{H - h_o}{2v_o} \quad \text{ή} \quad t_K = 0,25 \text{ s}$$

(Μονάδες 7)

**4.3)** Τα δύο σώματα θα βρίσκονται σε ύψος  $y$  πάνω από την επιφάνεια του εδάφους οπότε:

$$y = h_o + v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2 = (5 + 2,5 - 0,3125)m \cong 7,19 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Η μηχανική ενέργεια των σωμάτων Α και Β διατηρείται σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τους. Αν επιλέξουμε να βρούμε τη μηχανική τους ενέργεια στο ανώτερο ύψος της τροχιάς τους.

Για το σώμα Α

$$E_A = U_A + K_A = m_A \cdot g \cdot H = 0,5 \cdot 10 \cdot 10 \text{ J} = 50 \text{ J}$$

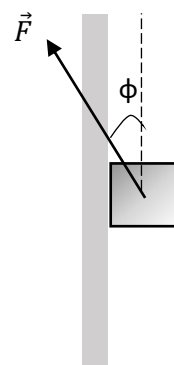
Για το σώμα Β

$$E_B = U_B + K_B = m_B \cdot g \cdot H + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_o^2 = (2 \cdot 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2) \text{ J} = 300 \text{ J}$$

(Μονάδες 6)

**Θέμα 4ο**

Σώμα μάζας  $m_A = 3 \text{ Kg}$  ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{1}{3}$ . Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,  $\eta\mu\varphi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\upsilon\varphi = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\upsilon(180^\circ - \varphi) = -0,8$ .



Να υπολογίσετε:

**4.1)** Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.

**Μονάδες 6**

**4.2)** Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

**Μονάδες 6**

**4.3)** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση  $5 \text{ m}$ , αν το σώμα κινείται όπως περιγράφει το ερώτημα 4.2.

**Μονάδες 7**

Αν το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  μηδενιζόταν,

**4.4)** υπολογίστε τη μεταβολή της κινητικής και της μηχανικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση  $10 \text{ m}$ .

**Μονάδες 6**

## 13582-Λύση

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$F_y - T - w = 0 \quad (1)$$

$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

όπου  $T = \mu \cdot N = \mu \cdot F_x$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot g = 0$$

$$\left(F \cdot 0,8 - \frac{1}{3} \cdot F \cdot 0,6 - 3 \cdot 10\right) N = 0 \text{ N ή } 0,6 \cdot F = 30 \text{ N ή } F = 50 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**

**4.2)** Αν το σώμα κατεβαίνει προς τα κάτω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Στον κατακόρυφο άξονα ας θεωρήσουμε θετική τη φορά της κίνησης του σώματος. Από 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - F'y = m \cdot a \quad (2)$$

$$F'x - N = 0 \text{ ή } F'x = N$$

Όπου με συμβολίζουμε  $F'$  το νέο μέτρο της δύναμης.

Άρα:

$$m \cdot g - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi - F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot a$$

$$3 \cdot 10 \text{ N} - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0,6 - F' \cdot 0,8 = 3 \cdot 2 \text{ N ή } 24 \text{ N} = F' \cdot 1 \text{ ή } F' = 24 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**

**4.3)** Το έργο της δύναμης  $F'$  για μετατόπιση 5 m είναι:

$$W_F = F' \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \varphi) = 24 \cdot 5 \cdot (-0,8) \text{ J} = -96 \text{ J}$$

**Μονάδες 3**

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας για τη μετατόπιση  $\Delta x = 5 \text{ m}$  θα ισούται με το έργο της συνολικής δύναμης στον κατακόρυφο άξονα.

$$\Delta K = F_{ολ} \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x = 3 \cdot 2 \cdot 5 \text{ J} = 30 \text{ J}$$

**Μονάδες 4**

**4.4)** Αν το μέτρο της δύναμης  $F$  γίνει μηδενικό, το ίδιο θα ισχύει και για τις συνιστώσες της. Άρα το σώμα θα κινείται προς τα κάτω χωρίς τριβή.

Δηλαδή το σώμα θα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους του, οπότε θα έχουμε μια ελεύθερη πτώση.

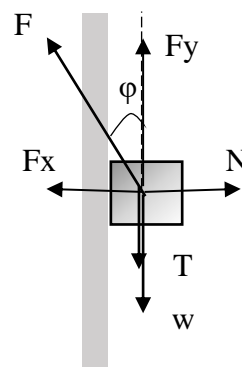
Για την μετατόπιση  $\Delta x' = 10 \text{ m}$  η μεταβολή της κινητικής ενέργειας θα είναι:

$$\Delta K = m \cdot g \cdot \Delta x' = 3 \cdot 10 \cdot 10 \text{ J} = 300 \text{ J}$$

**Μονάδες 3**

Η μηχανική ενέργεια θα παραμένει σταθερή όσο το σώμα κινείται ελεύθερο χωρίς τριβές, οπότε  $\Delta E = 0$ .

**Μονάδες 3**

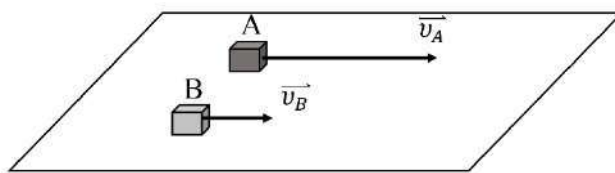




13583

**Θέμα 4ο**

Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες  $m_A = 2 \text{ Kg}$  και  $m_B = 8 \text{ Kg}$  ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα,



πάνω στο ίδιο (απείρου μήκους) επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  (θέση  $x_0 = 0$ ) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο A έχει ταχύτητα  $u_{A0} = 30 \text{ m/s}$  και ο B έχει  $u_{B0} = 10 \text{ m/s}$ . Ο A κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a_A = 5 \text{ m/s}^2$ , που έχει φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του, ενώ ο σώμα B κινείται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και σωμάτων είναι  $\mu = 0,4$  και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

- 4.1) Το μέτρο της συνολικής δύναμης που ασκείται σε κάθε σώμα.
- 4.2) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα ξαναβρεθούν τα σώματα πάλι το ένα δίπλα στο άλλο (θέση  $x_1$ );
- 4.3) Ποιες δύο χρονικές στιγμές  $t_1, t_2$  τα σώματα θα έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα;
- 4.4) Το έργο της τριβής για το κάθε σώμα κατά το χρονικό διάστημα από  $t_0$  έως  $t_2$ .

(Μονάδες 5+6+7+7)

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**4.1)** Το σώμα Β που κινείται με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη.

Το σώμα Α δέχεται συνισταμένη δύναμη  $F_{ολ} = m \cdot \alpha_A = 2 \cdot 5N = 10 N$ , με φορά ίδια με της επιτάχυνσης, δηλαδή αντίθετη από της ταχύτητας.

(Μονάδες 5)

**4.2)** Το σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα (αρχικά μικρότερη της ταχύτητας του σώματος Α). Το σώμα Α απομακρύνεται από τη θέση  $x_0 = 0$  πιο γρήγορα από το Β, με ταχύτητα όμως που διαρκώς μειώνεται αφού επιβραδύνεται. Την στιγμή που η ταχύτητά του θα μηδενιστεί, ακινητοποιείται στιγμιαία και μετά αλλάζει φορά κίνησης.

Για το σώμα Β:  $x = v_{B0} \cdot t$

Για το σώμα Α:  $x = v_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$ , από αυτές τις δύο με αντικατάσταση του  $x$ :

$$v_{B0} \cdot t = v_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$$

Οπότε προκύπτει  $t = 0$  ή  $t = 8 s$

Δηλαδή τα σώματα θα ξαναβρεθούν το ένα δίπλα στο άλλο μετά από 8s.

(Μονάδες 6)

**4.3)** Αφού το Β έχει σταθερή ταχύτητα, αρκεί να βρούμε πότε η ταχύτητα του Α γίνεται κατά μέτρο ίση με 10m/s:

$$v_{A1} = v_{A0} - \alpha_A \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_A \cdot t_1 = v_{A0} - v_{A1} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_{A0} - v_{A1}}{\alpha_A}$$

Στην μία περίπτωση θα έχουμε  $v_{A1} = 10m/s$ , οπότε η παραπάνω σχέση μας δίνει:

$$t_1 = 4s$$

(Μονάδες 3)

Για  $v_{A2} = -10m/s$  έχουμε:

$$t_2 = 8s$$

(Μονάδες 4)

**Δ4)** Το έργο της τριβής θα υπολογιστεί για κάθε σώμα:

Σώμα Β:

Η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο 8 s είναι  $\Delta x = v_{B0} \cdot t_2 = 80 m$

Και η τριβή  $T_B = \mu \cdot N = \mu \cdot m_B \cdot g = 0,4 \cdot 8 \cdot 10N = 32 N$

Άρα έργο τριβής:  $W_{TB} = T_B \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -32 \cdot 80J = -2560J$

(Μονάδες 3)

Σώμα Α:

Το σώμα Α αλλάζει φορά κίνησης τη χρονική στιγμή 6s. Συνεπώς το διάστημα που διανύει στην διάρκεια των 8s δε συμπίπτει με την μετατόπισή του. Άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής με τον τρόπο που εφαρμόσαμε στην περίπτωση του Β.

## 13583-Λύση

Για 6 s διανύει:  $x' = v_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$  ή  $x = (30 \cdot 6 - \frac{5}{2} \cdot 36) m = 90 m$

Τα επόμενα 2 s προς την αντίθετη κατεύθυνση  $x'' = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 m = 10 m$

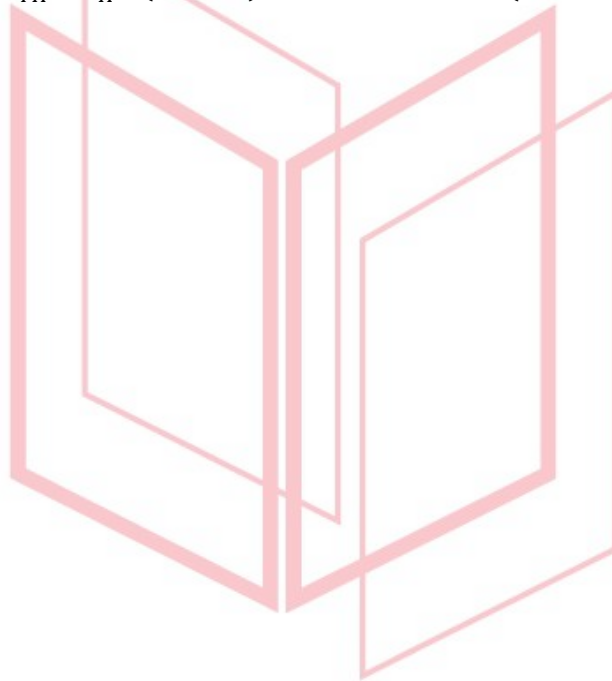
Άρα συνολικά διανύει μήκος διαδρομής 100 m.

Η τριβή σε όλο το χρονικό διάστημα κίνησης έχει κατεύθυνση αντίθετη της φοράς κίνησης και της μετατόπισης. Έχει όμως σταθερό μέτρο:

$$T_A = \mu \cdot N' = \mu \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10 N = 8 N$$

Άρα συνολικό έργο τριβής:  $W_{TA} = T_A \cdot (x' + x'') \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -8 \cdot (10 + 90) J = -800 J$

(Μονάδες 4)



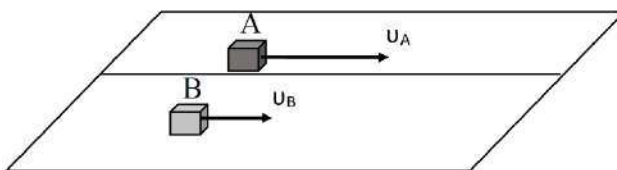
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13584

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες  $m_A = 2 \text{ Kg}$  και  $m_B = 4 \text{ Kg}$  ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα,



πάνω σε ένα απείρου μήκους επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  (θέση  $x_0 = 0$ ) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο κύβος A έχει ταχύτητα  $u_{A0} = 20 \text{ m/s}$  και ο B έχει ταχύτητα  $u_{B0} = 10 \text{ m/s}$ . Και στους δύο ασκούνται κατάλληλες σταθερές δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  προς τη φορά της κίνησης τους, με αποτέλεσμα και οι δύο να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κύβων είναι  $\mu_A = 0,4$  και  $\mu_B = 0,1$  αντίστοιχα, η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Να υπολογίσετε:

**4.1)** Τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που ασκούνται στους δύο κύβους.

Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$

**4.2)** Διερευνήστε αν οι δύο κύβοι σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες.

Αν ναι σε ποια; αν όχι αιτιολογήστε την απάντησή σας.

**4.3)** Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο μέχρι τη χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;

Μελετήστε τώρα την περίπτωση όπου τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  οι κύβοι δέχονται δυνάμεις  $F_1 = 8 \text{ N}$  και  $F_2 = 4 \text{ N}$  που έχουν κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα των κύβων.

Οι δυνάμεις αυτές παραμένουν σταθερές για όλο το διάστημα της κίνησης των κύβων.

**4.4)** Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κύβοι θα ξαναβρεθούν ο ένας δίπλα στον άλλο; Αν ναι ποιες είναι αυτές, αν όχι γιατί;

(Μονάδες 5+7+6+7)

Ενδεικτική Λύση

# 13584-Λύση

**4.1)** Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10N = 8N$$

$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0,1 \cdot 4 \cdot 10N = 4N$$

(Μονάδες 5)

**4.2)** Χωρίς τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  τα σώματα κάνουν ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Θα κινηθούν μέχρι να ακινητοποιηθούν.

Για τον κύβο Α έχουμε:

$$\alpha_1 = \frac{T_A}{m_A} = 4 \frac{m}{s^2}$$

Η στιγμή της ακινητοποίησης, έστω  $t_1$ , υπολογίζεται από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$v_A = v_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } 0 = v_{A0} - \alpha_1 \cdot t_1 \text{ ή } t_1 = \frac{v_{A0}}{\alpha_1} \text{ ή } t_1 = 5s$$

Η μετατόπισή του ως εκείνη την στιγμή είναι:

$$\Delta x = v_{A0} \cdot t_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_1 \cdot t_1^2 = \left( 20 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 \right) m = 50m$$

Αντίστοιχα, για τον κύβο Β:

$$\alpha_2 = \frac{T_B}{m_B} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$v_B = v_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } 0 = v_{B0} - \alpha_2 \cdot t_2 \text{ ή } t_2 = \frac{v_{B0}}{\alpha_2} \text{ ή } t_2 = 10s$$

$$\Delta x' = v_{B0} \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha_2 \cdot t_2^2 = \left( 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 \right) m = 50m$$

Έστω  $t_\kappa$  η χρονική στιγμή κατά την οποία οι δύο κύβοι θα έχουν την ίδια ταχύτητα. Ισχύει:

$$v_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = v_{B0} - \alpha_2 \cdot t_\kappa$$
$$t_\kappa = \frac{v_{A0} - v_{B0}}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{20 - 10}{4 - 1} s = 3,33s$$

(Μονάδες 7)

**4.3)** Το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο θα υπολογιστεί από το Θ.Μ.Κ.Ε.

Με βάση το προηγούμενο ερώτημα, η κοινή ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$v_\kappa = v_{A0} - \alpha_1 \cdot t_\kappa = \left( 20 - 4 \cdot \frac{10}{3} \right) \frac{m}{s} = \frac{20m}{3s} = 6,67 \frac{m}{s}$$

Για το σώμα Α:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{Ta}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_\kappa^2 - \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_{A0}^2 = W_{Ta}$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left( \frac{20}{3} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \right] J = W_{Ta}$$

$$W_{Ta} = -355,56J$$

Για το σώμα Β:

## 13584-Λύση

$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_{\kappa}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_{B0}^2 = W_{T\beta}$$

$$\left[ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(\frac{20}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^2 \right] J = W_{Ta}$$

$$W_{Ta} = -111.11 J$$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Αν τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  οι δυνάμεις  $F_1 = 8 \text{ N}$  και  $F_2 = 4 \text{ N}$  έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

Για τον κύβο A:

$$\alpha'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8 \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_A = v_{A0} - \alpha'_1 \cdot t'_1$  ή  $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$  ή  $t'_1 = 2,5 \text{ s}$

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y$ :  $\Delta y = v_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_1 \cdot t'^2_1 = \left[ 20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right] m = 25 \text{ m}$

Για τον κύβο B:

$$\alpha'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2 \frac{m}{s^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_B = v_{B0} - \alpha'_2 \cdot t'_2$  ή  $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$  ή  $t'_2 = 5 \text{ s}$

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y'$ :  $\Delta y' = v_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_2 \cdot t'^2_2 = \left[ 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \right] m = 25 \text{ m}$

Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση  $x_0 = 0$ . Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

Σημείωση: Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$ .

(Μονάδες 7)

13587

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Σώμα μάζας  $m = 10 \text{ kg}$  εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  με οριζόντια ταχύτητα μέτρου  $u_0 = 10 \text{ m/s}$  από θέση  $O$  οριζοντίου δαπέδου. Το σώμα ολισθαίνει, ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη  $F = 50 \text{ N}$  με κατεύθυνση ίδια με την αρχική του ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή  $t_A = 10\text{s}$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $A$  και έχει πλέον αποκτήσει ταχύτητα μέτρου  $30 \text{ m/s}$ . Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**4.1)** Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**4.2)** Σε ποια θέση, έστω  $B$ , βρίσκεται το σώμα όταν κινείται με ταχύτητα διπλάσια σε μέτρο από την αρχική;

**4.3)** Αν, μετά τη χρονική στιγμή  $t_A = 10 \text{ s}$ , το σώμα συνεχίζει την ολίσθησή του σε διαφορετικό δάπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,6$ , σε ποια θέση θα ακινητοποιηθεί;

**4.4)** Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

**(Μονάδες 6+6+7+6)**

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



## Ενδεικτική Λύση

# 13587-Λύση

**4.1)** Σώμα κινείται ευθύγραμμα με μεταβαλλόμενη ταχύτητα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης και με αρχική ταχύτητα. Η επιτάχυνση που δέχεται το σώμα θα βρεθεί ως εξής:

$$v = v_0 + \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } \alpha = \frac{v-v_0}{\Delta t} \text{ ή } \alpha = \frac{30-10}{10} \frac{m}{s^2} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Αν το σώμα κινούνταν μόνο υπό την επίδραση της  $F$  από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton θα είχε επιτάχυνση μέτρου

$$\frac{F}{m} = \frac{50}{10} = 5 \frac{m}{s^2}, \text{ άρα δεν ασκείται μόνο η δύναμη } F \text{ στο σώμα, υπάρχει και τριβή ολίσθησης από το δάπεδο}$$

προς το σώμα. Οπότε ο 2<sup>ος</sup> νόμος Newton θα είναι:

$$F - T = m \cdot \alpha \text{ ή } F - m \cdot \alpha = T \text{ ή } T = (50 - 20) N = 30 N$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$F_{ολ} = m \cdot a$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = F_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{τελ}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \Delta x \cdot m \cdot a$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v_0^2 = \Delta x \cdot a$$

$$\frac{3 \cdot v_0^2}{2 \cdot a} = \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 2} m = 75 m$$

Συνεπώς η θέση που η ταχύτητα του σώματος θα είναι διπλάσια θα είναι  $x_B = 75 m$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Το σώμα μετά τα πρώτα 10 s κινείται σε δάπεδο όπου δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T' = \mu \cdot m \cdot g = 0,6 \cdot 10 \cdot 10 = 60 N > F$$

οπότε από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει:

$$T' - F = m \cdot \alpha'$$

$$\mu \cdot m \cdot g - F = m \cdot \alpha'$$

$$\alpha' = \frac{\mu \cdot m \cdot g - F}{m} = \frac{60 - 50}{10} \frac{m}{s^2} = 1 \frac{m}{s^2}$$

Το διάστημα που θα διανύσει στο επίπεδο με το νέο συντελεστή τριβής ολίσθησης θα προκύψει από τις εξισώσεις κίνησης της νέας ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

$$v = v_A - \alpha' \cdot \Delta t \quad (1)$$

$$\Delta x' = v_A \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot \Delta t^2 \quad (2)$$

$$\text{Από (1) προκύπτει } \Delta t = \frac{v_A}{\alpha'} = \frac{30}{1} s = 30 s$$

$$\text{Από τη (2) } \Delta x' = (30 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2) m = 450 m$$



## 13587-Λύση

Για να υπολογίσουμε τη θέση του σώματος πρέπει να βρούμε πόσο διάστημα διένυσε τα πρώτα 10 s της κίνησης του.

Από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$K_A - K_o = F_{ολ} \cdot \Delta x''$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_A^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 = \Delta x'' \cdot m \cdot a$$

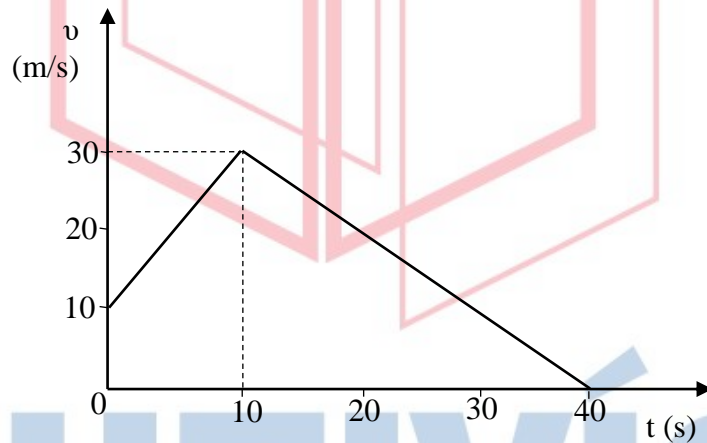
$$\Delta x'' = \frac{900 - 100}{2 \cdot 2} m$$

$$\Delta x'' = \frac{800}{2 \cdot 2} m = 200 m$$

Συνεπώς το σώμα θα ακινητοποιηθεί στη θέση  $x_{\tauελ} = (200 + 450) m = 650 m$ .

(Μονάδες 7)

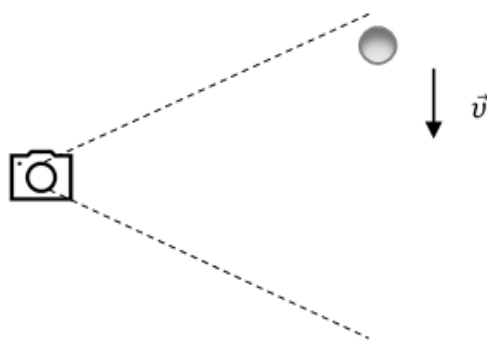
**4.4)** Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα το διάγραμμα θα έχει τη μορφή :



(Μονάδες 6)

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Πειραματική διάταξη περιλαμβάνει μια σφαίρα μάζας  $m = 1\text{ kg}$  που αφήνεται να πέσει από ύψος  $h$  (από το έδαφος), απέναντι από ακίνητη ψηφιακή φωτογραφική μηχανή που είναι προρυθμισμένη να παίρνει λήψεις ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα  $\Delta t = 0,1\text{ s}$ . Στη



συνέχεια μελετώντας τις φωτογραφίες μπορεί κανείς να υπολογίσει τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με το φαινόμενο που εξελίχθηκε μπροστά από τη φωτ. μηχανή. Δίνεται:  $g = 10\text{ m/s}^2$

**4.1)** Αν συγκρίνουμε την 1<sup>η</sup> φωτογραφία ( $t = 0$ , η στιγμή που αφήνεται η σφαίρα) και την 6<sup>η</sup> φωτογραφία μετράμε ότι η σφαίρα έχει μετατοπιστεί  $1\text{ m}$ . Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε αν η σφαίρα κάνει ελεύθερη πτώση ή όχι; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

**4.2)** Υπολογίστε πόσο επιπλέον θα έχει μετατοπιστεί η σφαίρα στην 7<sup>η</sup> φωτογραφία.

**4.3)** Αν θεωρήσουμε ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι σταθερού μέτρου, να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

**4.4)** Αν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος ακριβώς τη στιγμή που η φωτ. μηχανή βγάζει την 11<sup>η</sup> φωτογραφία, να υπολογίσετε την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το έδαφος και την τελική κινητική της ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος.

(Μονάδες 6+6+5+8)

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**4.1)** Τα χρονικά διαστήματα στα οποία η φωτογραφική μηχανή λάμβανε λήψεις όσο έπεφτε η σφαίρα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Λήψεις	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>	11 <sup>η</sup>
Χρόνος (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Συνεπώς από την 1<sup>η</sup> έως την 6<sup>η</sup> λήψη έχουν μεσολαβήσει 0,5 s

Η σφαίρα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της σφαίρας:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \alpha = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \text{ ή } \alpha = 8 \frac{m}{s^2}, \text{ άρα η σφαίρα δεν κάνει ελεύθερη πτώση.}$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Το σώμα από την 6<sup>η</sup> φωτογραφία στην 7<sup>η</sup> θα έχει μετακινηθεί κατά  $\Delta y$

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_7^2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_6^2 = \left( \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 0,6^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 0,5^2 \right) m = 0,44 m$$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Αν το σώμα έκανε ελεύθερη πτώση θα κινούνταν με την επιτάχυνση της βαρύτητας. Αυτό όμως δεν ισχύει συνεπώς πέρα από το βάρος ασκείται και η αντίσταση του αέρα. Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$m \cdot g - F_A = m \cdot \alpha$$

Το βάρος του σώματος είναι  $m \cdot g = 10 N$ , συνεπώς η αντίσταση του αέρα θα είναι:  $F_A = m \cdot g - m \cdot \alpha$   
ή  $F_A = 10 - 8 N = 2 N$

(Μονάδες 5)

**4.4)** Όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος (11<sup>η</sup> λήψη) έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα 1 s. Και έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta z$ .

$$\Delta z = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_{11}^2 = 4 m$$

Συνεπώς η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας θα είναι:  $E_{Δυν} = m \cdot g \cdot \Delta z = 40 J$

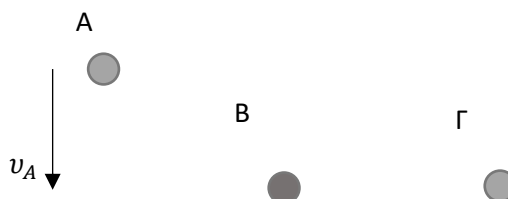
Και η τελική κινητική  $K_{Τελ} - K_{Αρχ} = W_{Fολ}$  ή  $K_{Τελ} - 0 = m \cdot \alpha \cdot \Delta z$  ή  $K_{Τελ} = m \cdot \alpha \cdot \Delta z = 32 J$

(Μονάδες 8)

13589

**Θέμα 4<sup>ο</sup>**

Τρεις σφαίρες πέφτουν κατακόρυφα προς το έδαφος. Η σφαίρα Α έχει μάζα  $m_A = 1 \text{ kg}$  και βάλλεται με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_A = 10 \text{ m/s}$  από ύψος  $h_A = 7,8 \text{ m}$ . Η Β έχει μάζα  $m_B = 3 \text{ kg}$  και αφήνεται να πέσει από ύψος  $h_B = 5 \text{ m}$  ενώ η Γ έχει  $m_\Gamma = 1 \text{ kg}$  και αφήνεται από ύψος  $h_\Gamma = h_B$  (όπως στο σχήμα). Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 4.1)** Και οι τρεις σφαίρες ξεκινούν την κίνηση τους ταυτόχρονα, τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Ποια από τις τρεις σφαίρες θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και σε πόσο χρόνο;
- 4.2)** Θα βρεθούν οι τρεις σφαίρες στο ίδιο ύψος από το έδαφος την ίδια χρονική στιγμή; Ανά δύο ή και οι τρεις; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- 4.3)** Να αιτιολογήσετε ποια από τις τρεις σφαίρες θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος και να υπολογίσετε την τιμή της.
- 4.4)** Χρησιμοποιώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, αυτό του εδάφους, να συγκρίνετε τις μηχανικές ενέργειες των τριών σφαιρών.

(Μονάδες 6+7+7+5)

αδιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.1) Ας υπολογίσουμε το χρόνο πτώσης για κάθε σφαίρα.

Σφαίρα Α:

$$h_A = v_A \cdot t_A + \frac{1}{2} g \cdot t_A^2$$

$$5 \cdot t_A^2 + 10 \cdot t_A - 7,8 = 0$$

Προκύπτουν δύο λύσεις αποδεκτή η:  $t_A = 0,6s$  (η αρνητική λύση απορρίπτεται).

Σφαίρα Β:

$$h_B = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2 h_B}{g}} = 1 s$$

Σφαίρα Γ:

$$h_\Gamma = \frac{1}{2} g \cdot t_\Gamma^2$$

$$t_\Gamma = \sqrt{\frac{2 h_\Gamma}{g}} = 1 s$$

Δηλαδή πρώτη φτάνει στο έδαφος η Α, μετά από χρόνο 0,6s.

(Μονάδες 6)

4.2) Οι σφαίρες Β και Γ εκτελούν ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος, άρα βρίσκονται διαρκώς στο ίδιο ύψος.

Η σφαίρα Α θα βρεθεί στο ίδιο ύψος από το έδαφος μαζί τους τη χρονική στιγμή  $t_K$ .

Πρέπει  $h_B - y_B = h_A - y_A$ , όπου  $y_A, y_B$  οι αποστάσεις που θα διανύσουν οι σφαίρες Α, Β καθώς πέφτουν.

$$\text{Άρα: } 5 - \frac{1}{2} g \cdot t_K^2 = 7,8 - v_A \cdot t_K - \frac{1}{2} g \cdot t_K^2$$

$$t_K = \frac{7,8 - 5}{10} = 0,28 s$$

(Μονάδες 7)

4.3) Η ταχύτητα που θα έχουν οι σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος και οι κινητικές τους ενέργειες θα είναι:

Σφαίρα Α:

$$v'_A = v_A + g \cdot t_A = (10 + 6) \frac{m}{s} = 16 \frac{m}{s}$$

$$K_A = \frac{1}{2} m_A \cdot v'_A{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 16^2 J = 128 J$$

Σφαίρα Β:

$$v'_B = g \cdot t_B = (10 \cdot 1) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$

$$K_B = \frac{1}{2} m_B \cdot v'_B{}^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^2 J = 150 J$$

Σφαίρα Γ:

## 13589-Λύση

$$v'_Γ = g \cdot t_Γ = (10 \cdot 1) \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s}$$
$$K_Γ = \frac{1}{2} m_Γ \cdot v'^2_Γ = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 J = 50 J$$

(Μονάδες 7)

**4.4)** Κατά την κίνηση υπό την επίδραση βαρυντικού πεδίου η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Συνεπώς, η μηχανική ενέργεια κάθε σφαίρας θα είναι ίση με την τελική κινητική της ενέργεια.

Συνεπώς:

$$E_{MηχA} = 128 J$$

$$E_{MηχB} = 150 J$$

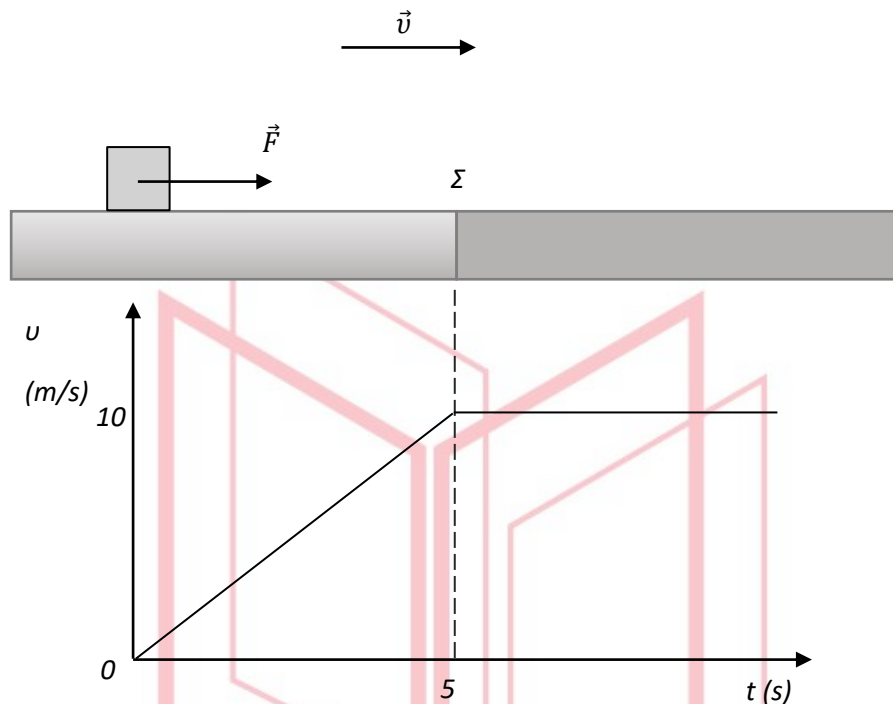
$$E_{MηχΓ} = 50 J$$

(Μονάδες 5)

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## Θέμα 4°



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας  $m = 2$  kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής, οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο  $\Sigma$  = σημείο αλλαγής επιφάνειας). Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ασκείται στον κύβο σταθερή δύναμη  $F = 6$  N, παράλληλη προς το επίπεδο. Η τιμή της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη  $F$ ). Δίνεται :  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

**4.1)** Με βάση το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο, να διερευνήσετε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για τις διαφορετικές επιφάνειες του επιπέδου. Σε καταφατική περίπτωση, να υπολογίσετε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή  $t = 5$  s).

**4.2)** Ποια η μετατόπιση του κύβου για το χρονικό διάστημα των πρώτων 10 s;

**4.3)** Αν τη χρονική στιγμή  $t' = 10$  s παύει να ασκείται η δύναμη  $F$ , ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος;

**4.4)** Υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται στον κύβο για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης του.

(Μονάδες 6+6+6+7)



**4.1)** Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κάνει ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση με μέτρο επιτάχυνσης που προκύπτει από την κλίση της ευθείας του διαγράμματος της ταχύτητας ως προς το χρόνο.

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Αν ασκούνταν μόνο η δύναμη  $F$  στο οριζόντιο επίπεδο (από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton)  $F = m \cdot \alpha$  θα προέκυπτε επιτάχυνση  $\alpha = \frac{F}{m} = 3 \frac{m}{s^2}$ . Άρα υπάρχει και τριβή οπότε:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$T = F - m \cdot \alpha = 2 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για την πρώτη επιφάνεια είναι  $\mu_A = \frac{T}{m \cdot g} = 0,1$

Μετά τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα (από το 1<sup>ο</sup> νόμο Newton):  $F = T' = 6 \text{ N}$

Από το νόμο της τριβής, ο συντελεστής τριβής για τη δεύτερη επιφάνεια είναι  $\mu_B = \frac{T'}{m \cdot g} = 0,3$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Η μετατόπιση του κύβου (στις δύο επιφάνειες) είναι:

$$\Delta x_A + \Delta x_B = \frac{1}{2} a \cdot t_A^2 + v \cdot t_B = \left( \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 \right) m = 75 \text{ m}$$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton έχουμε

$$T' = m \cdot \alpha' \quad \text{ή} \quad \alpha' = \frac{T'}{m} = 3 \frac{m}{s^2}$$

με αρχική ταχύτητα 10 m/s.

$$v'_B = v_B - \alpha' \cdot \Delta t_\Gamma$$

$$\frac{v_B}{\alpha'} = \Delta t_\Gamma$$

$$\Delta t_\Gamma = 3,33 \text{ s}$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 13,33 s

(Μονάδες 6)

**4.4)** Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι η δύναμη  $\vec{F}$ , η τριβή στην πρώτη και στη δεύτερη επιφάνεια ( $\vec{T}$  και  $\vec{T}'$ ), το βάρος  $\vec{B}$  (που είναι κάθετο στη μετατόπιση άρα το έργο του είναι μηδενικό) και η κάθετη αντίδραση του δαπέδου  $\vec{N}$  (με μηδενικό έργο, όμοια με το βάρος).

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ :  $W_F = F \cdot (\Delta x_A + \Delta x_B) = 6 \cdot 75 \text{ J} = 450 \text{ J}$

Τα τελευταία 3,33 s της κίνησης του ο κύβος μετατοπίζεται:

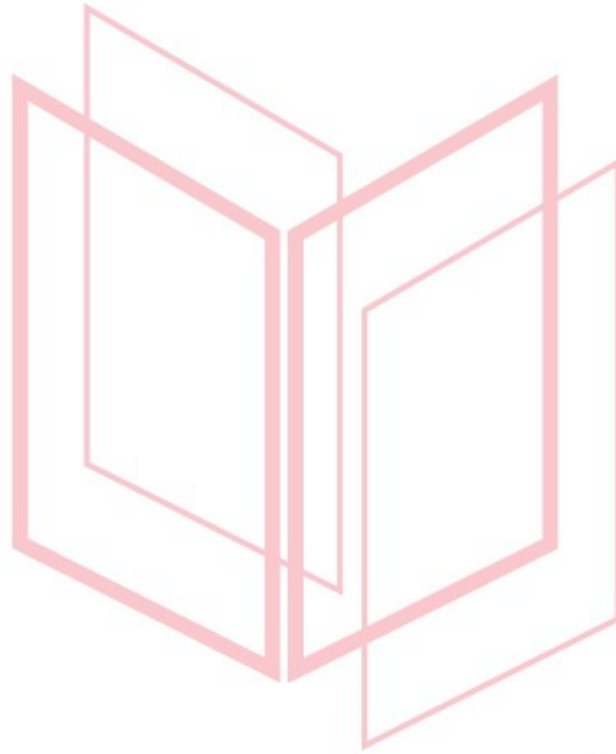
$$\Delta x_\Gamma = v_B \cdot t_\Gamma - \frac{1}{2} \alpha' \cdot t_\Gamma^2 = (33,3 - 16,6)m = 16,7 \text{ m}$$

Έργο τριβής:  $W_{\text{τριβής 1η επιφάνεια}} = T \cdot \Delta x_A \cdot \cos 180^\circ = -50 \text{ J}$

## 13590-Λύση

$$W_{\text{τριβης 2η επιφάνεια}} = T' \cdot (\Delta x_G + \Delta x_B) \cdot \sin 180^\circ = -400J$$

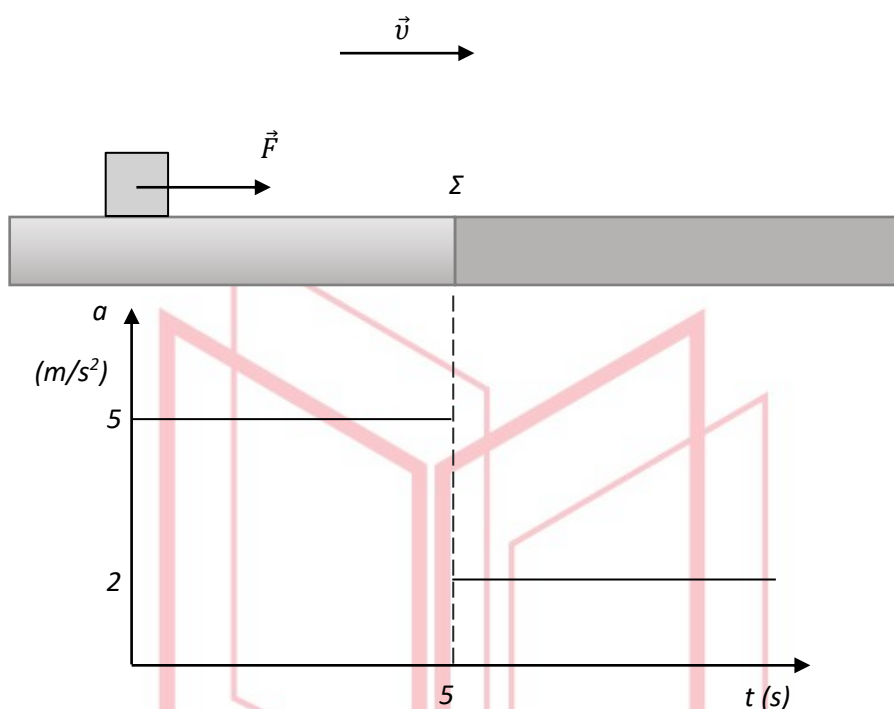
(Μονάδες 7)



# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## Θέμα 4°



Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ , ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο  $\Sigma$  = σημείο αλλαγής υφής). Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  ασκείται πάνω στον κύβο σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  παράλληλη προς το επίπεδο. Η μεταβολή του μέτρου της επιτάχυνσης του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη  $F$ ). Δίνεται :  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**4.1)** Με βάση το διάγραμμα διερευνήστε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για την περιοχή που ξεκινάει μετά το σημείο  $\Sigma$ . Σε καταφατική περίπτωση, υπολογίστε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας που τελειώνει στο σημείο  $\Sigma$  είναι  $\mu = 0,2$ . Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή  $t = 5 \text{ s}$ ).

**4.2)** Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο  $\Sigma$  καθώς και μετά από  $5 \text{ s}$  κίνησης στην δεύτερη επιφάνεια.

**4.3)** Πόση απόσταση διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s}$  μέχρι  $10 \text{ s}$ ;

**4.4)** Αν τη χρονική στιγμή  $t' = 10 \text{ s}$  παύει να ασκείται η δύναμη  $F$ , ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος και πόσο θα έχει μετατοπιστεί από την αρχική του θέση;

(Μονάδες 6+6+6+7)

Ενδεικτική Λύση

# 13591-Λύση

**4.1)** Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος έχει επιτάχυνση  $5 \frac{m}{s^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$F - T = m \cdot \alpha$$

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot \alpha$$

$$F = m \cdot \alpha + \mu \cdot m \cdot g$$

$$F = (2 \cdot 5 + 0,2 \cdot 2 \cdot 10)N = 14 \text{ N}$$

Μετά το σημείο Σ ο κύβος έχει επιτάχυνση  $2 \frac{m}{s^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$F - T' = m \cdot \alpha'$$

$$T' = F - m \cdot \alpha'$$

$$T' = (14 - 2 \cdot 2)N = 10 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής:

$$T' = \mu' \cdot m \cdot g$$

$$\mu' = \frac{T'}{m \cdot g} = 0,5$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Ο χρόνος που χρειάζεται ο κύβος για να φτάσει στο σημείο Σ (στο τέλος της πρώτης επιφάνειας) είναι 5 s. Η ταχύτητα του τότε θα είναι:

$$v_5 = \alpha \cdot t_5 = 25 \frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα του 5s πιο μετά θα είναι:

$$v_{10} = v_5 + \alpha' \cdot t_{5-10}$$

$$v_{10} = (25 + 2 \cdot 5) \frac{m}{s} = 35 \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Η απόσταση που διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s (για τις δύο επιφάνειες) είναι:

$$S_A + S_B = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_{0-5}^2 + v_5 \cdot t_{5-10} + \frac{1}{2} \alpha' \cdot t_{5-10}^2 = \left( \frac{1}{2} 5 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 \right) m = 212,5 \text{ m}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ (Μονάδες 6)

**4.4)** Μετά τη χρονική στιγμή 10 s ο κύβος θα ολισθαίνει σε επιφάνεια με τριβή και θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$T' = m \cdot \alpha'' \quad \text{ή} \quad \alpha'' = \frac{T'}{m} = 5 \frac{m}{s^2}, \text{ με αρχική ταχύτητα } 35 \text{ m/s.}$$

$$v'_{\Gamma} = v_{10} - a'' \cdot \Delta t_{\Gamma}$$

$$\frac{v_{10}}{a''} = \Delta t_{\Gamma}$$

$$\Delta t_{\Gamma} = 7 \text{ s}$$

Άρα ο κύβος θα ακινητοποιηθεί τη χρονική στιγμή 17 s.

## 13591-Λύση

Μετά τη χρονική στιγμή 10 s θα διανύσει απόσταση:

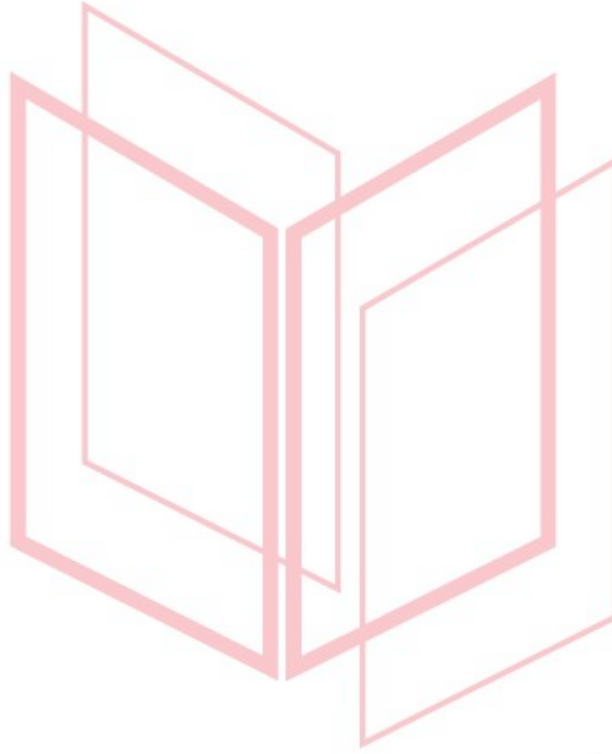
$$S_{\Gamma} = v_{10} \cdot \Delta t_{\Gamma} - \frac{1}{2} \cdot a'' \cdot \Delta t_{\Gamma}^2$$

$$S_{\Gamma} = \left( 35 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7^2 \right) \text{m} = 122,5 \text{ m}$$

Συνεπώς και με βάση το ερώτημα 4.3 ο κύβος θα μετατοπιστεί συνολικά κατά:

$$(212,5 + 122,5) \text{m} = 335 \text{ m}$$

(Μονάδες 7)

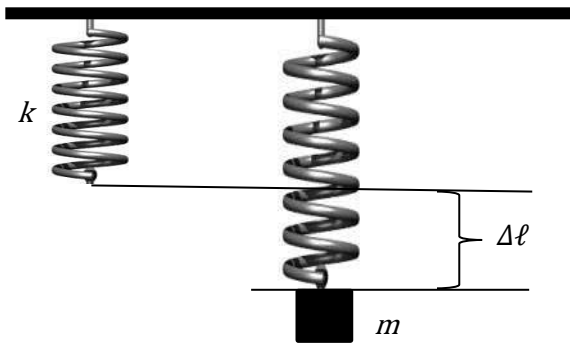


# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς  $k$ , έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Δένουμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σώμα μάζας  $m$  και το σύστημα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση  $\Delta\ell$ .



A. Αν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου συνδέσουμε σώμα μάζας  $2 \cdot m$ , το σύστημα θα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο θα έχει επιμήκυνση:

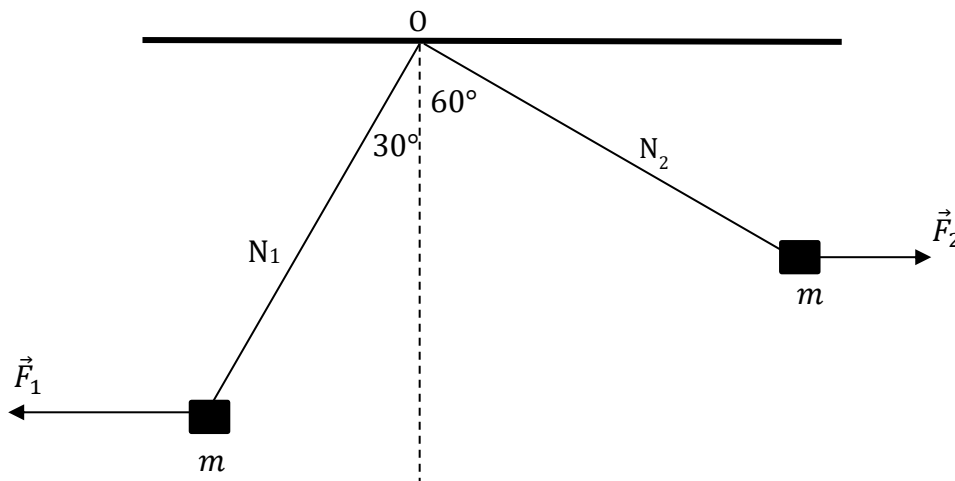
- α)  $\Delta\ell$ ,      β)  $2 \cdot \Delta\ell$ ,      γ)  $\frac{\Delta\ell}{2}$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Δύο σώματα ίσων μαζών  $m$  ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων  $N_1$  και  $N_2$  (τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα ακλόνητα σε σημείο O), με την

13614

επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , όπως στο σχήμα. Το νήμα  $N_1$  σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $30^\circ$  και το νήμα  $N_2$   $60^\circ$ .

A. Για τα μέτρα των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  ισχύει

$$\alpha) \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3} \quad \beta) \frac{F_1}{F_2} = 3 \quad \gamma) \frac{F_1}{F_2} = \sqrt{3}$$

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δίνονται:  $\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$  και  $\varepsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3}$ .

Μονάδες 4

Μονάδες 9

αθιμπινίσις

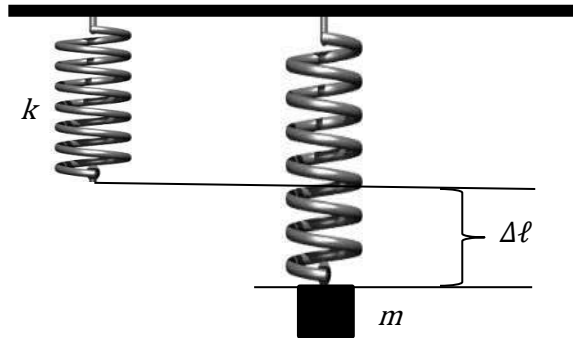
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 13614-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.



A. β)

Μονάδες 4

B. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας  $m$  ισχύει:

$$\sum F = 0, F_{\varepsilon\lambda} = w, k \cdot \Delta\ell = m \cdot g, \Delta\ell = \frac{m \cdot g}{k} \quad [1]$$

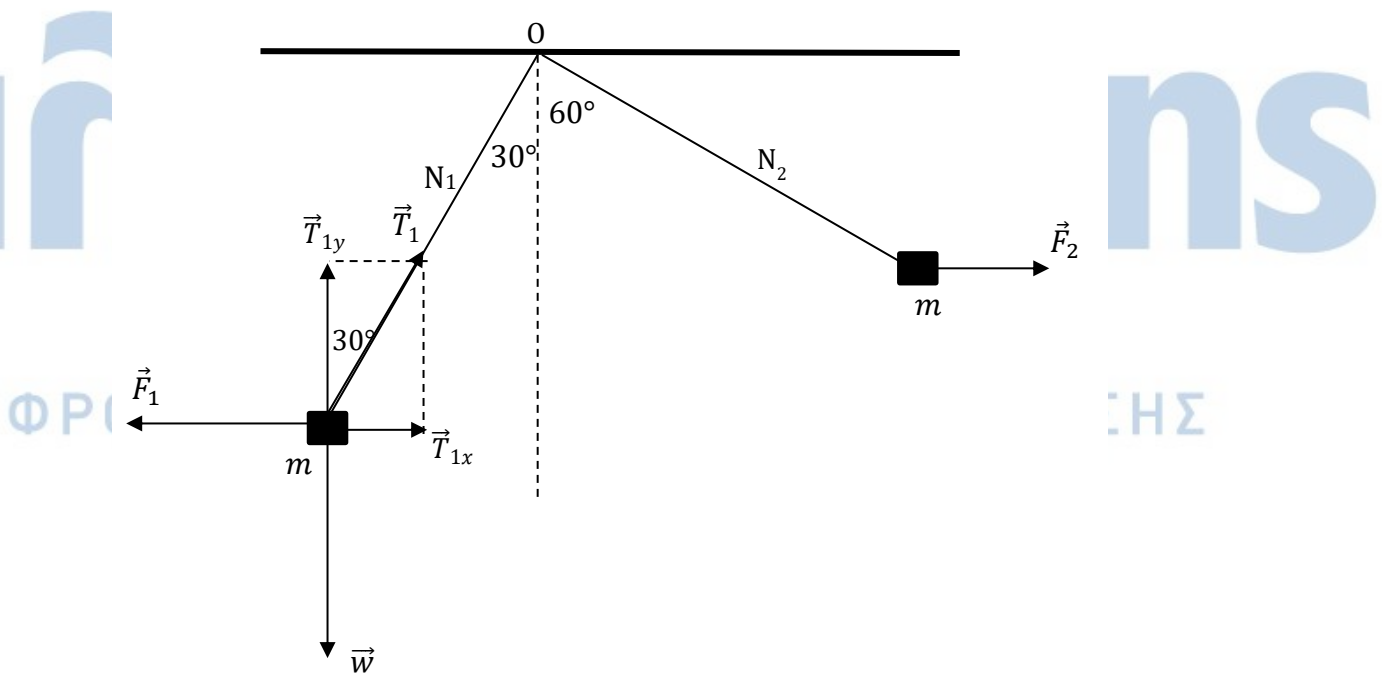
Στη θέση ισορροπίας του συστήματος ιδανικό ελατήριο – σώμα μάζας  $2 \cdot m$  ισχύει:

$$\sum F = 0, F'_{\varepsilon\lambda} = w, k \cdot \Delta\ell' = 2 \cdot m \cdot g, \Delta\ell' = \frac{2 \cdot m \cdot g}{k} \quad [2]$$

Από τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει:  $\Delta\ell' = 2 \cdot \Delta\ell$

Μονάδες 8

### 2.2.



A. α)

Μονάδες 4

## 13614-Λύση

Β. Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα  $N_1$  ισχύει:

$$\Sigma F = 0, \left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} T_{1x} = F_1 \\ T_{1y} = w \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} T_1 \cdot \eta\mu 30^\circ = F_1 \\ T_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ = m \cdot g \end{array} \right\},$$

$$\epsilon\varphi 30^\circ = \frac{F_1}{m \cdot g}, F_1 = m \cdot g \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} [1]$$

Από την ισορροπία του συστήματος σώμα – ιδανικό νήμα  $N_2$  ισχύει αντίστοιχα:

$$\Sigma F = 0, \left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} T_{2x} = F_2 \\ T_{2y} = w \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} T_2 \cdot \eta\mu 60^\circ = F_2 \\ T_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = m \cdot g \end{array} \right\},$$

$$\epsilon\varphi 60^\circ = \frac{F_2}{m \cdot g}, F_2 = \sqrt{3} \cdot m \cdot g [2]$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις [1] και [2] προκύπτει:  $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ .

Μονάδες 9

# αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2**

**2.1.** Ένα σώμα ολισθαίνει σε οριζόντιο, τραχύ και ακλόνητο δάπεδο. Το σώμα έχει βάρος  $\vec{B}$ .

**A.** Η δύναμη που δέχεται το σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο:

- α) ίσο με το μέτρο του βάρους,
- β) μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους,
- γ) μικρότερο από το μέτρο του βάρους

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Να αποδείξετε τη σχέση  $v = \pm \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x}$  στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, όπου:

$v$  είναι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή  $t$ ,  $v_0$  είναι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ ,  $a$  η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του κινητού και  $\Delta x$  η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του κινητού από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$ ,

**Μονάδες 13**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13616-Λύση

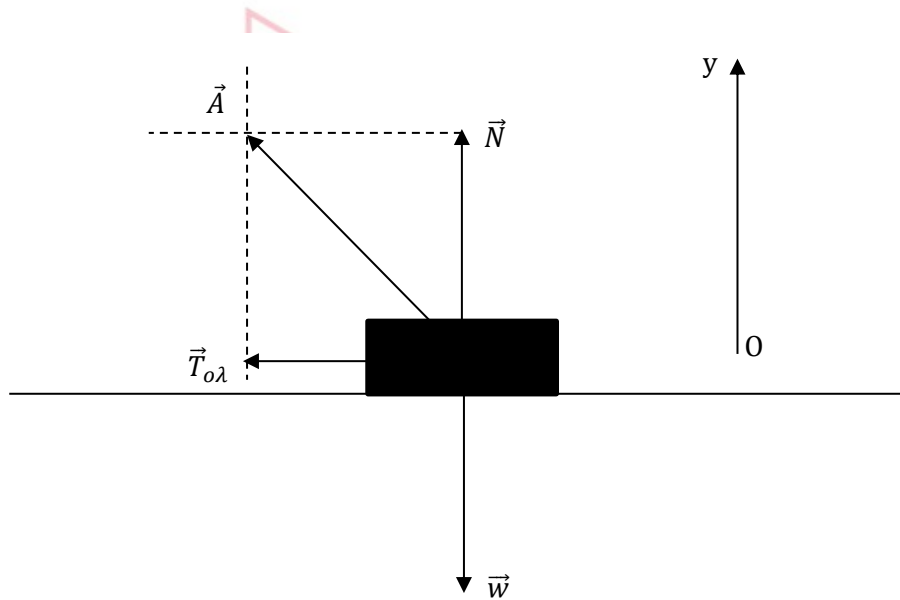
## ΘΕΜΑ 2

2.1.

A. β)

Μονάδες 4

B.



Η δύναμη που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι η  $\vec{A}$ . Στον άξονα Ογ δεν υπάρχει κίνηση, οπότε:

$\sum F_y = 0$ ,  $N = w$ . Ισχύει:

$$A = \sqrt{N^2 + T_{ol}^2} = \sqrt{w^2 + T_{ol}^2} > \sqrt{w^2} = w$$

Μονάδες 8

2.2. Ισχύουν:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = v_0 + \alpha \cdot t \\ \Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{l} t = \frac{v - v_0}{\alpha} \\ \Delta x = v_0 \cdot \frac{v - v_0}{\alpha} + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot \left( \frac{v - v_0}{\alpha} \right)^2 \end{array} \right\},$$

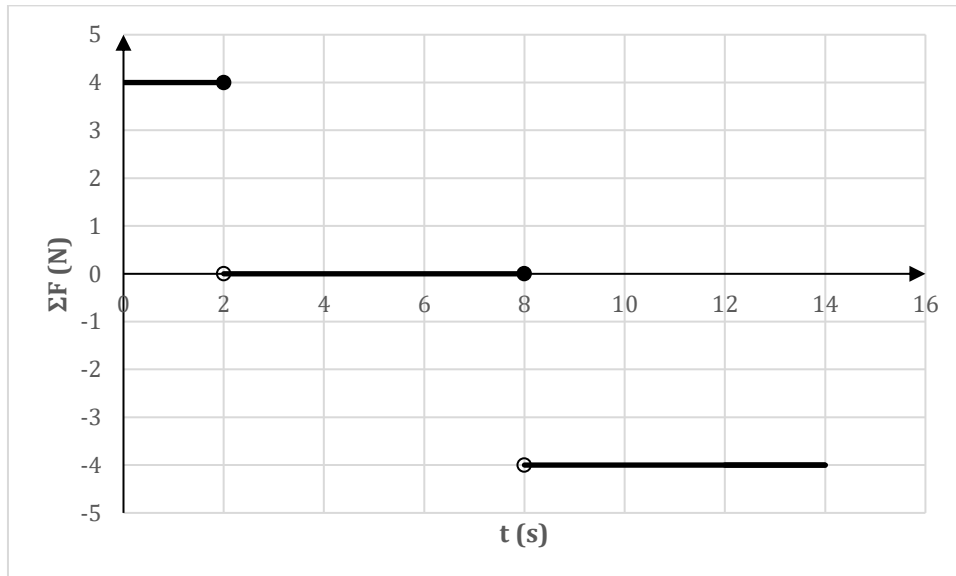
$$\Delta x = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{\alpha} + \frac{v^2 - 2 \cdot v_0 \cdot v + v_0^2}{2 \cdot \alpha}, \Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot \alpha}, v = \pm \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta x}$$

Μονάδες 13

## ΘΕΜΑ 2

## 2.1.

Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Α. Αν τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , η ταχύτητά του είναι:  $v_0 = 0$ , να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$t \text{ (s)}$	2	4	6	8	10	12	14
$v \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$							

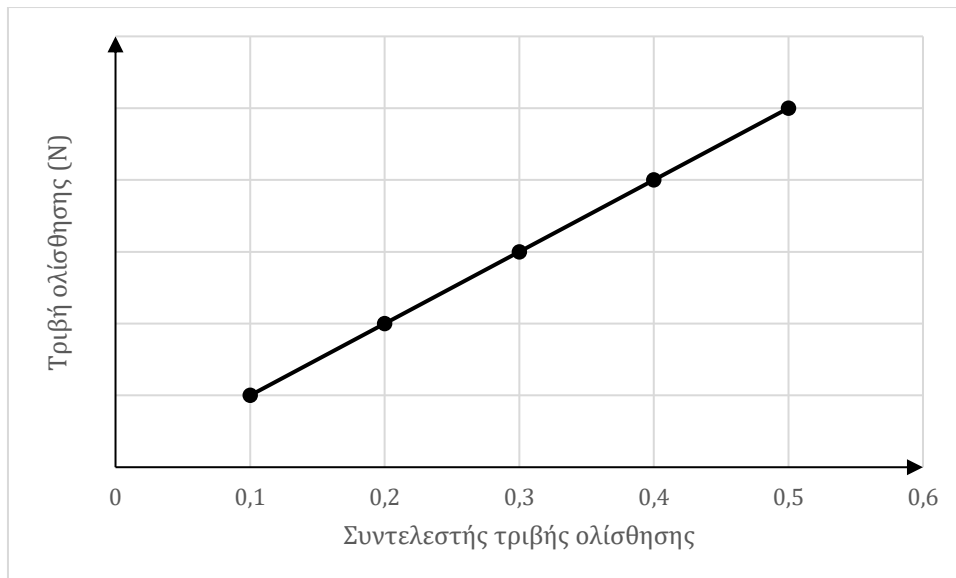
Μονάδες 7

Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας για τη χρονική στιγμή  $t_5 = 10 \text{ s}$ .

Μονάδες 5

2.2. Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m$  εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, που παρουσιάζει το σημειακό αντικείμενο με το δάπεδο, μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα  $(0,1, 0,5)$ , οπότε μεταβάλλεται και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο, όπως στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος είναι  $10 \text{ N}$ .

13617



A. Αν  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , η μάζα του σώματος είναι:

α)  $m = 1 \text{ Kg}$ ,      β)  $m = 2 \text{ Kg}$ ,      γ)  $m = 0,5 \text{ Kg}$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13617-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.

#### A.

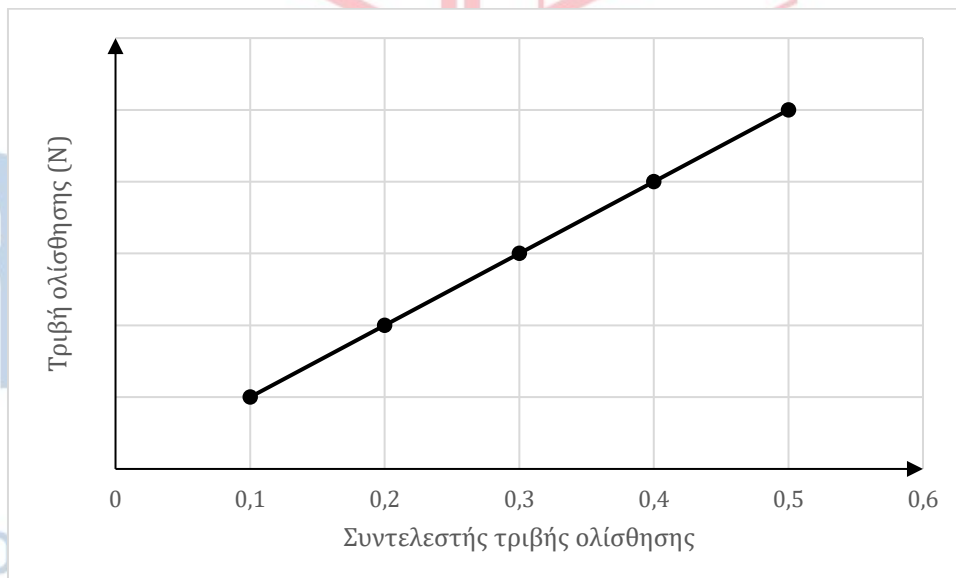
$t$ (s)	2	4	6	8	10	12	14
$v$ ( $\frac{m}{s}$ )	8	8	8	8	0	-8	-16

Μονάδες 7

**B.** Η χρονική στιγμή  $t_5 = 10$  s ανήκει στο χρονικό διάστημα (8 s, 14 s), κατά τη διάρκεια του οποίου, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{-4 \text{ N}}{1 \text{ kg}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_4 = 8$  s το σημειακό κινητό έχει ταχύτητα  $v_4 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Έτσι,  $v_5 = v_4 + \alpha \cdot (t_5 - t_4) = 0$ .

Μονάδες 5

### 2.2.



#### A. α)

Μονάδες 4

**B.**  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$ ,  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot w$ , συνεπώς ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος ισούται με το μέτρο του βάρους του  $w$ . Έτσι:  $w = 10$  N.  
 $m = \frac{w}{g} = 1$  kg.

Μονάδες 9

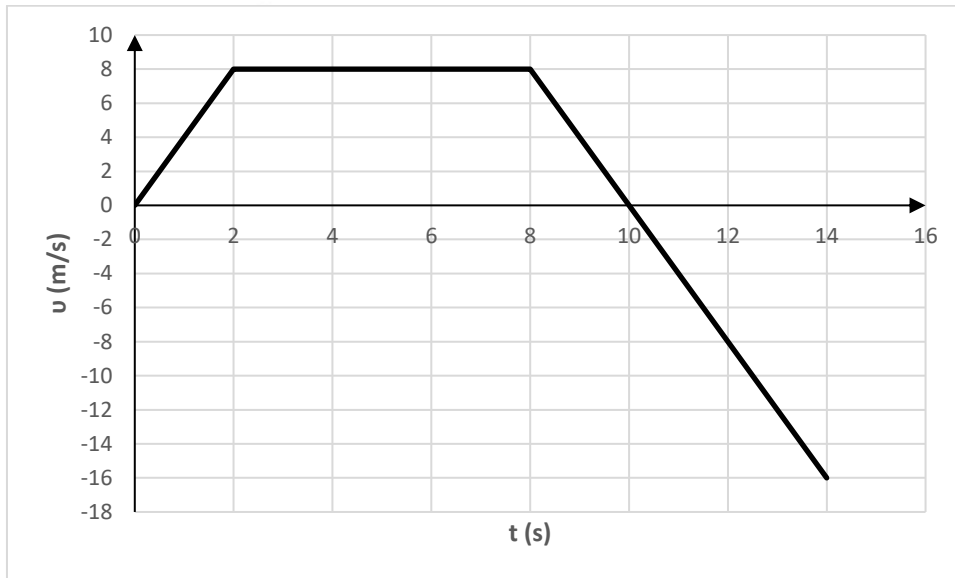


13618

ΘΕΜΑ 2

2.1.

Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί.



A. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$t \text{ (s)}$	2	4	6	10	12	14
$\sum F \text{ (N)}$						

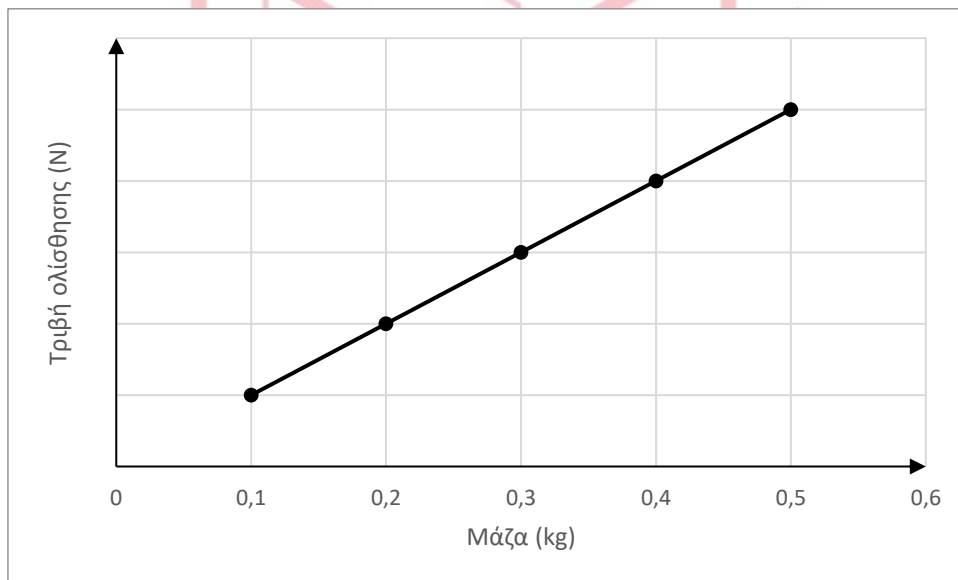
Μονάδες 6

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας για τη χρονική στιγμή  $t_5 = 10 \text{ s}$ .

Μονάδες 6

13618

2.2. Σημειακό αντικείμενο έχει μάζα που μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα (0,1 kg , 0,5 kg) και εκτοξεύεται, με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ}$ . Επειδή η μάζα του μπορεί να μεταβάλλεται, αλλάζει και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος, του διαγράμματος είναι  $10 \frac{N}{kg}$ .



A. Αν  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σημειακού αντικειμένου με το δάπεδο είναι:

α)  $\mu_{ολ} = 1$ , β)  $\mu_{ολ} = 2$  γ)  $\mu_{ολ} = 0,5$

Μονάδες 4

B. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13618-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.

A. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$t$ (s)	2	4	6	10	12	14
$\sum F$ (N)	4	0	0	-4	-4	-4

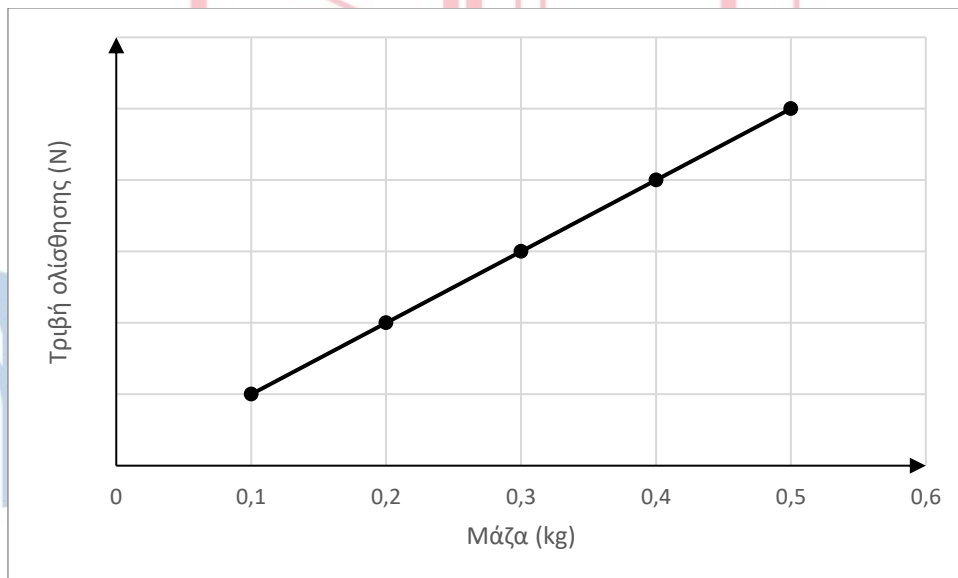
Μονάδες 6

B. Η χρονική στιγμή  $t_5 = 10$  s ανήκει στο χρονικό διάστημα (8 s , 14 s), κατά τη διάρκεια του οποίου, το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή επιτάχυνση

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ s}} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \sum F = m \cdot a = -4 \text{ N}.$$

Μονάδες 6

### 2.2.



A. α)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ Μονάδες 4

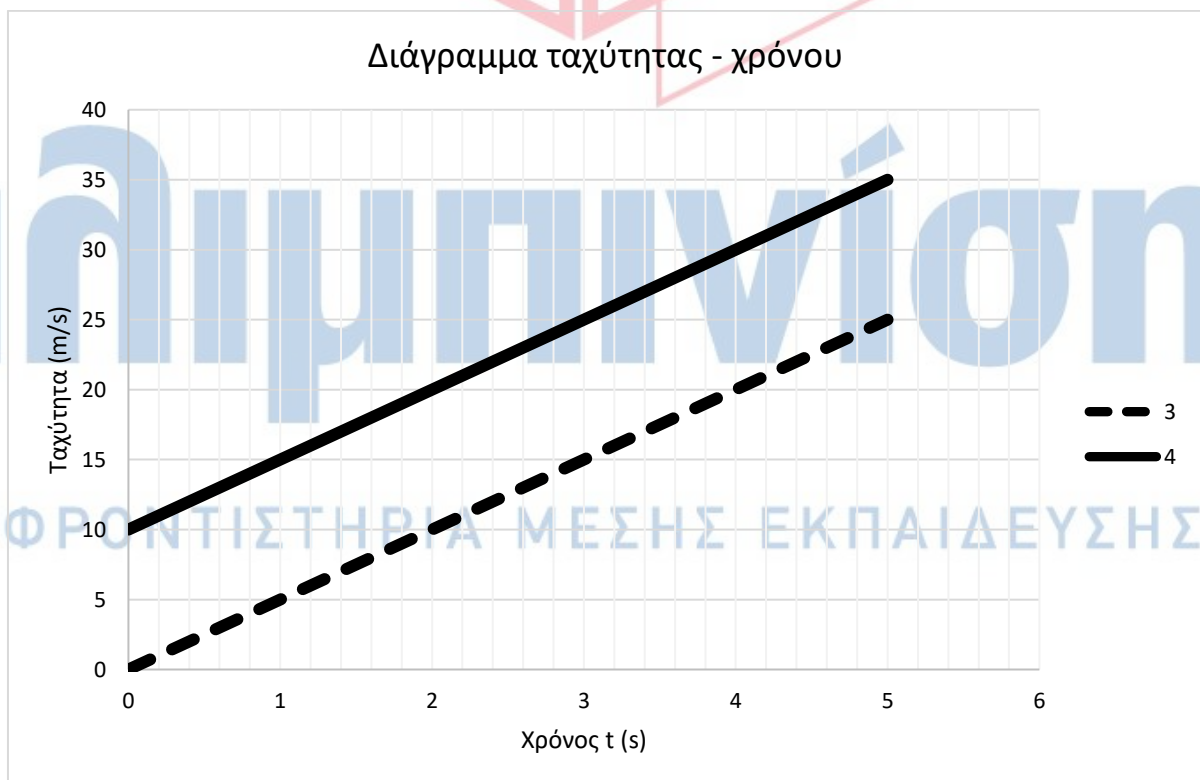
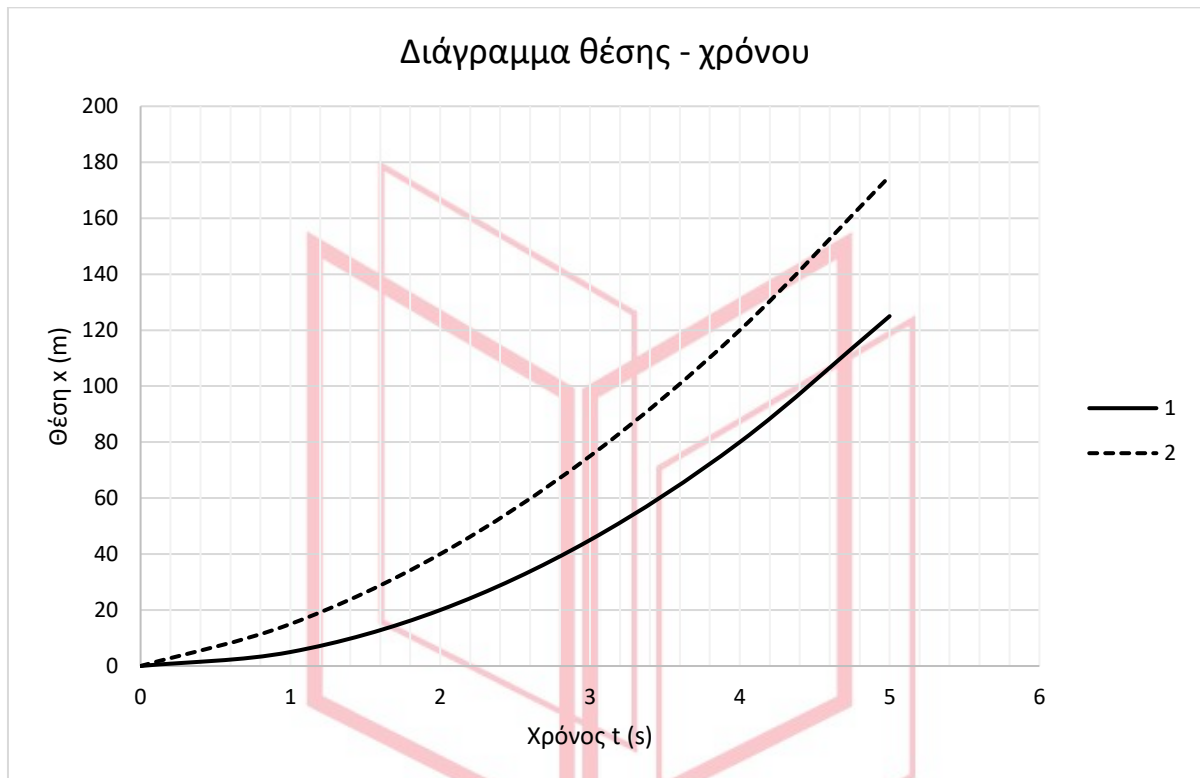
B.  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N$ ,  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot w$ ,  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$ , συνεπώς ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος ισούται με το γινόμενο  $\mu_{ολ} \cdot g$ .

$$\text{Έτσι: } \mu_{ολ} \cdot g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \mu_{ολ} = 1$$

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ 2

## 2.1.



Δύο σημειακά κινητά A και B κινούνται στην ίδια ευθεία, με την ίδια, σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ . Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό A και ένα

13620

στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.

**A.** Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε στο κινητό αυτό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου:

- α) 3                      β) 4

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας  $m$ , κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ . Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας  $2 \cdot m$ , κινείται ευθύγραμμα και προς την ίδια κατεύθυνση με το Α με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ .

**A.** Αν  $\Delta \vec{v}_A$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και  $\Delta \vec{v}_B$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα  $2 \cdot \Delta t$ , τότε:

α)  $\Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B$ ,      β)  $\Delta \vec{v}_A = 2 \cdot \Delta \vec{v}_B$ ,      γ)  $\Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{2}$

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

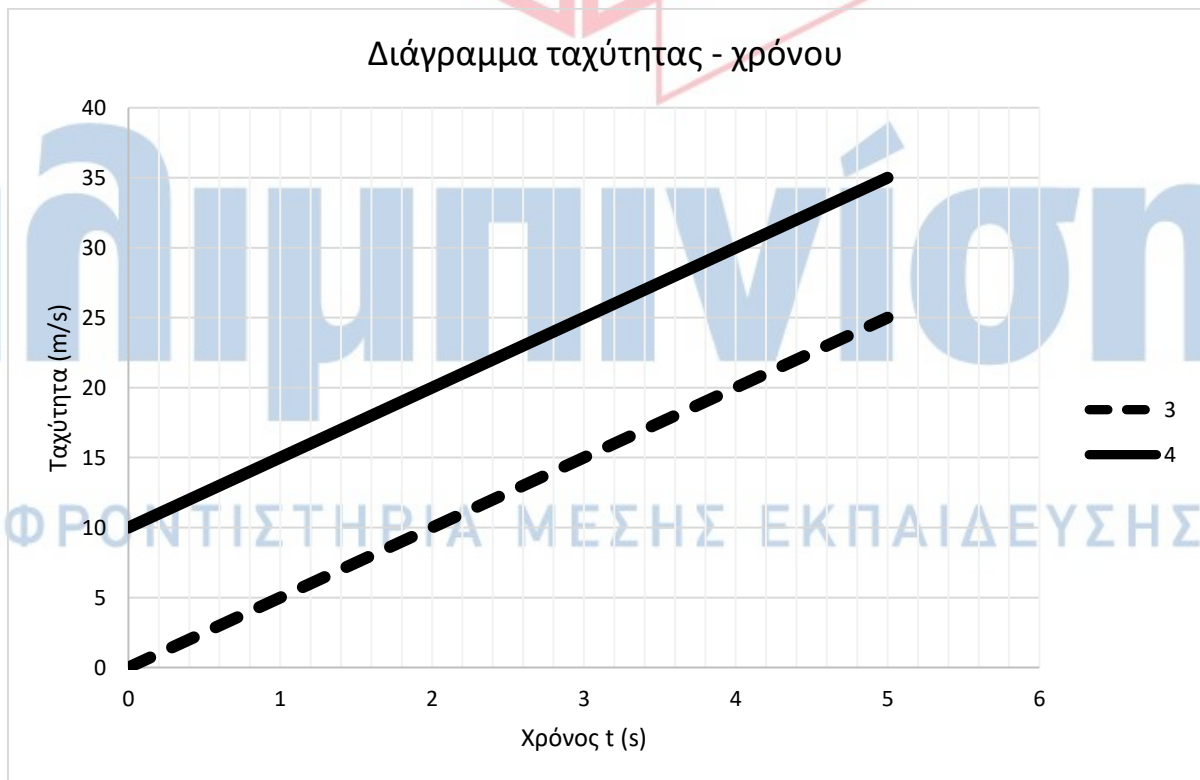
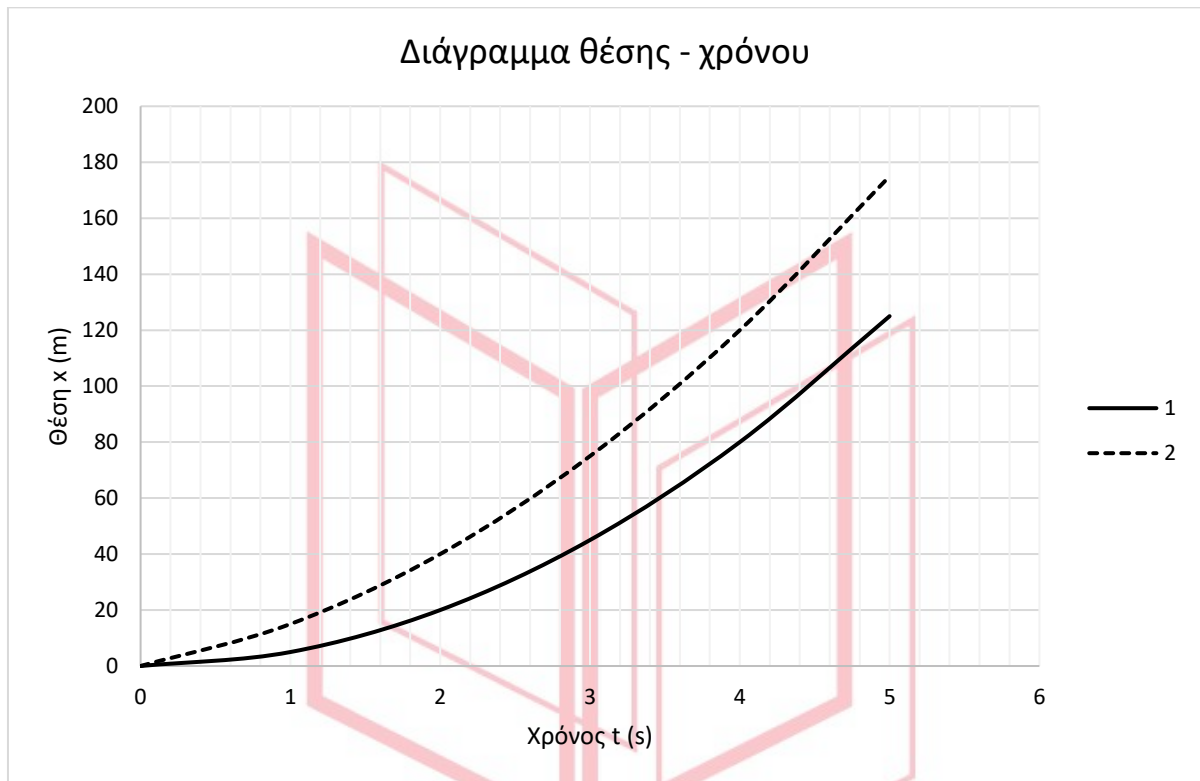
αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13620-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.



A. α)

Μονάδες 4

## 13620-Λύση

**B.** Επειδή στο σημειακό κινητό A αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, κάθε χρονική στιγμή ισχύει:  $x_B > x_A$ . Για τις αρχικές θέσεις των σημειακών αντικειμένων A και B ισχύει:  $x_{0B} = x_{0A} = 0$ . Για τις επιταχύνσεις των σημειακών αντικειμένων A και B ισχύει:  $\alpha_B = \alpha_A = \alpha$ . Έτσι, για να ισχύει  $x_B > x_A$ , θα πρέπει το σημειακό κινητό B να έχει μεγαλύτερη αρχική ταχύτητα από το σημειακό κινητό A.

**Μονάδες 8**

**2.2.**

**A. α)**

**Μονάδες 4**

**B.** Ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{2 \cdot m} \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B.$

**Μονάδες 9**

# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 2**

**2.1.** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$  από ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος.

**A.** Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σώμα δέχεται από τον αέρα και  $g$  είναι το μέτρο της γήινης βαρυτικής επιτάχυνσης, τότε, τη στιγμή που μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σώματος, αυτό βρίσκεται σε ύψος  $h'$  από το έδαφος για το οποίο ισχύει:

$$\alpha) h' = \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \quad \beta) h' = h + \frac{v_0^2}{2 \cdot g} \quad \gamma) h' = h - \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Σημειακό αντικείμενο A, μάζας  $m$ , κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ . Σημειακό αντικείμενο B, μάζας  $m$ , κινείται στην ίδια κατεύθυνση με το A, υπό την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $2 \cdot \Sigma \vec{F}$ .

**A.** Αν  $\Delta \vec{v}_A$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου A σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και  $\Delta \vec{v}_B$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου B σε χρονικό διάστημα  $2 \cdot \Delta t$ , τότε:

$$\alpha) \Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B, \quad \beta) \Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B, \quad \gamma) \Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{4}$$

**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# 13622-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

2.1.

A. β)

Μονάδες 4

B. Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή. Έτσι:

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = m \cdot g \cdot h', h' = h + \frac{v_0^2}{2 \cdot g}.$$

Μονάδες 8

2.2.

A. β)

Μονάδες 4

B. Ισχύει: 
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot \Sigma \vec{F}}{m} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B.$$

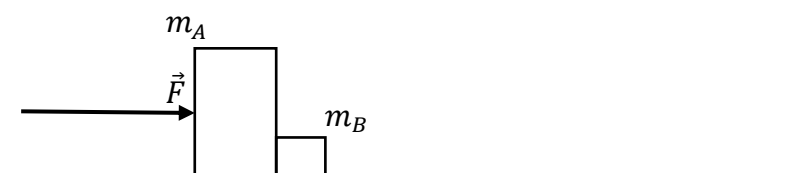
Μονάδες 9

# αξιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες  $m_A = 4 \text{ kg}$  και  $m_B = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, είναι σε επαφή μεταξύ τους και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 20 \text{ N}$ . Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι:  $\mu_{op} = 0,25$ , ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι:  $\mu_{ολ} = 0,2$ . Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



4.1. Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

**Μονάδες 10**

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

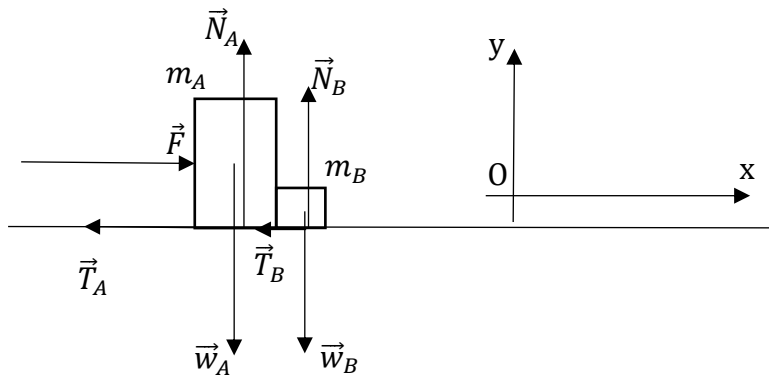
**Μονάδες 4**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

# 13632-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα A και B ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oγ δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ορΑ} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ορΒ} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα A τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ορΑ} + T_{ορΒ} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολΑ} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολΒ} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$ .  
(Μονάδες 2)

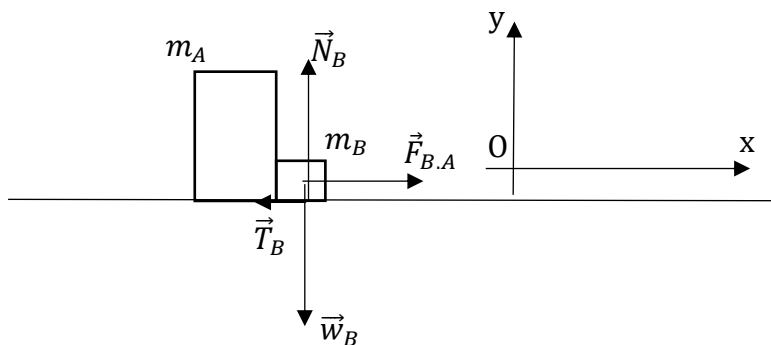
Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολΑ} - T_{ολΒ}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$a_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

## 13632-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες.  $\vec{F}_{B,A}$  είναι η δύναμη επαφής που ασκείται στο σώμα Β από το σώμα Α. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B, F_{B,A} - T_{o\lambda B} = m_B \cdot a, F_{B,A} = T_{o\lambda B} + m_B \cdot a, F_{B,A} = 4 \text{ N. (Μονάδες 3)}$$

**Μονάδες 10**

**4.3.** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα:  $v_1 = a \cdot t_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  είναι:  $P_1 = F \cdot v_1 = 400 \text{ W}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 4**

**4.4.** Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, \Delta x_1 = 100 \text{ m}$ . (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  είναι:  $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000 \text{ J}$ . (Μονάδες 3)

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ 4

Δύο ομογενή σώματα A και B, με μάζες  $m_A = 4 \text{ kg}$  και  $m_B = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, συνδέονται με τεντωμένο ιδανικό νήμα και είναι ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα B σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 20 \text{ N}$ . Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι:  $\mu_{ορ} = 0,25$ , ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι:  $\mu_{ολ} = 0,2$ . Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



4.1 Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων A και B αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

**Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων A και B και το μέτρο της τάσης του νήματος κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

**Μονάδες 10**

4.3. Πόση είναι η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

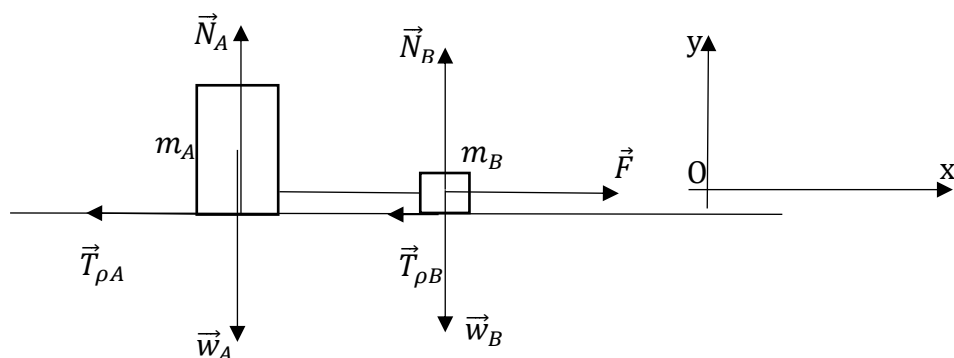
**Μονάδες 4**

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

# 13633-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα A και B και το ιδανικό, τεντωμένο, νήμα που τα συνδέει ως σύστημα σωμάτων, οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα A τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ολ,A} + T_{ολ,B} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$ .

(Μονάδες 2)

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

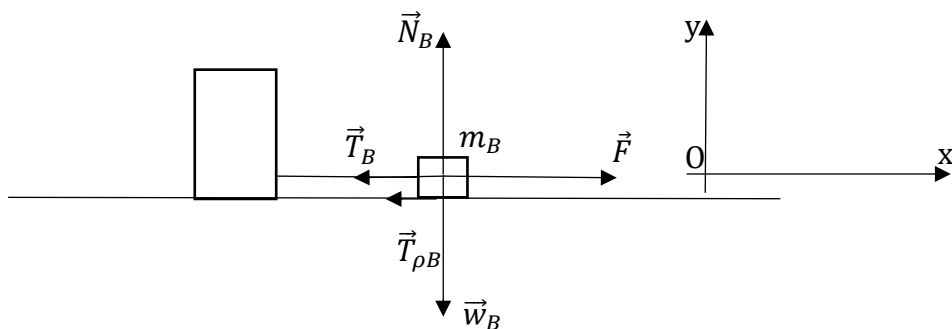
$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολ,A} - T_{ολ,B}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$\alpha_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 2)}$$



## 13633-Λύση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β είναι οι εικονιζόμενες.  $\vec{T}_B$  είναι η δύναμη που δέχεται το σώμα Β από το νήμα (τάση του νήματος). Επειδή το νήμα είναι ιδανικό, ίσου μέτρου, αλλά αντίθετης κατεύθυνσης δύναμη δέχεται και το σώμα Α από το νήμα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα Β ισχύει:

$$\sum F_{Bx} = m_B \cdot a_B, F - T_{o\lambda,B} - T_B = m_B \cdot a, T_B = F - T_{o\lambda,B} - m_B \cdot a = 16 \text{ N. (Μονάδες 3)}$$

**Μονάδες 10**

**4.3.** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα:  $v_1 = a \cdot t_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . (Μονάδες 2) Η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  είναι:  $P_1 = F \cdot v_1 = 400 \text{ W}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 4**

**4.4.** Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, \Delta x_1 = 100 \text{ m}$ . (Μονάδες 2) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  είναι:  $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 2000 \text{ J}$ . (Μονάδες 3)

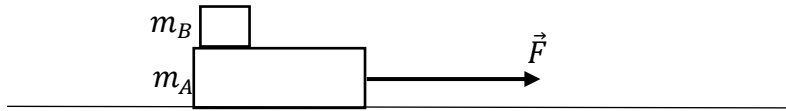
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Μονάδες 5**

13634

**ΘΕΜΑ 4**

Δύο σώματα A και B, με μάζες  $m_A = 4 \text{ kg}$  και  $m_B = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα είναι ακίνητα, με το σώμα B να βρίσκεται πάνω στο σώμα A. Το σώμα A βρίσκεται πάνω σε λείο, ακλόνητο, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται στο σώμα A σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 20 \text{ N}$  και το σύστημα των σωμάτων A και B αρχίζει να κινείται, με το σώμα B να μην ολισθαίνει πάνω στο A εξαιτίας της μεταξύ τους τριβής. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



**4.1.** Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων A και B.

**Μονάδες 6**

**4.2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα B.

**Μονάδες 6**

**4.3.** Πόση είναι η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

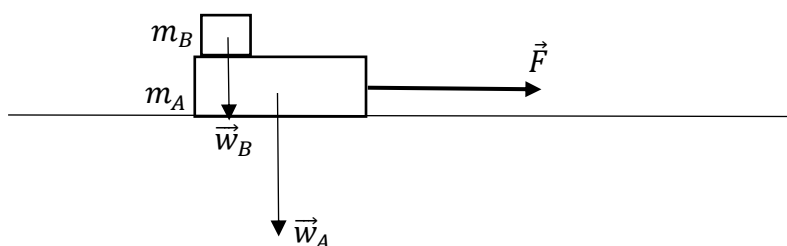
**Μονάδες 6**

**4.4.** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων A και B μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

# 13634-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



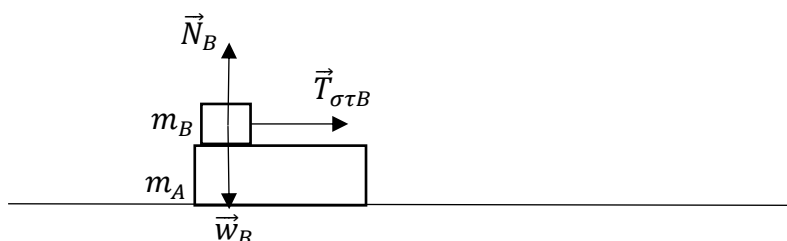
4.1. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

$$\Sigma F_x = (m_A + m_B) \cdot a, \quad a = \frac{F}{m_A + m_B}, \quad a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Μονάδες 6**

4.2. Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$a_B = a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (\text{Μονάδες 3})$$



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα B είναι οι εικονιζόμενες.  $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$  είναι η στατική τριβή που δέχεται το σώμα B. Η κατεύθυνσή της είναι η εικονιζόμενη, αφού το σώμα B επιταχύνεται προς τα δεξιά. Η  $\vec{T}_{\sigma\tau,B}$  είναι η μοναδική οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα B και σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής, η επιτάχυνση και η συνισταμένη δύναμη είναι διανύσματα συγγραμμικά και ομόρροπα. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα B ισχύει:

$$\Sigma F_{Bx} = m_B \cdot a_B, \quad T_{\sigma\tau,B} = m_B \cdot a, \quad T_{\sigma\tau,B} = 4 \text{ N}. \quad (\text{Μονάδες 3})$$

**Μονάδες 6**

## 13634-Λύση

4.3. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των σωμάτων Α και Β έχει ταχύτητα:  
 $v_1 = a \cdot t_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . (Μονάδες 3) Η ισχύς της δύναμης  $\vec{F}$  τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$   
είναι:  $P_1 = F \cdot v_1 = 800 \text{ W}$ . (Μονάδες 3)

**Μονάδες 6**

4.4. Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 10 \text{ s}$  το σύστημα των  
σωμάτων Α και Β μετατοπίζεται κατά:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2$ ,  $\Delta x_1 = 200 \text{ m}$ . (Μονάδες  
3) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  
 $t_1 = 10 \text{ s}$  είναι:  $W_{\vec{F}} = F \cdot \Delta x_1 = 4000 \text{ J}$ . (Μονάδες 4)

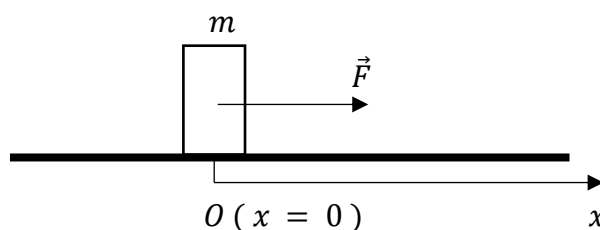
**Μονάδες 7**

# αθηνάπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση  $x = 0$ . Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής  $\mu_{ορ} = 0,5$  και συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,4$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 10 - 5 \cdot x \text{ (S.I)}$ , όπου  $x$  η θετική θέση του σώματος. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Οι δυνάμεις που ασκούνται από τον ατμοσφαιρικό αέρα να αμεληθούν.



4.1. Να αποδείξετε ότι το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

Μονάδες 6

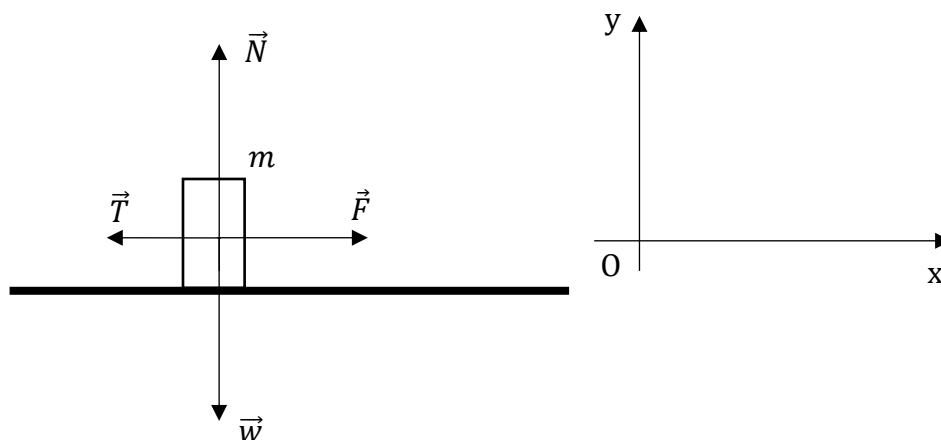
4.3. Πόσο είναι το έργο της τριβής ολίσθησης  $\vec{T}_{ολ}$  από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 1,2 \text{ m}$ .

# 13638-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



4.1. Για κάθε χρονική στιγμή  $t$  ισχύει:

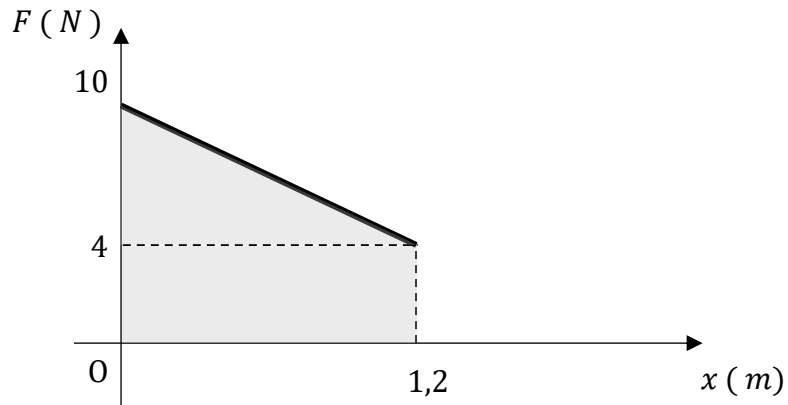
$$\sum F_y = 0, N = w, N = m \cdot g, N = 10 \text{ N (2 μονάδες)}$$

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα είναι ακίνητο στη θέση  $x_0 = 0$  και συνεπώς η τριβή που δέχεται από το δάπεδο είναι στατική. Για το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής ισχύει:  $T_{op} = \mu_{op} \cdot N, T_{op} = 5 \text{ N}$ . (2 μονάδες) Στη θέση  $x_0 = 0$  το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  είναι  $F = 10 \text{ N} > 5 \text{ N} = T_{op}$ , συνεπώς το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . (2 μονάδες)

**Μονάδες 6**

4.2. Εφόσον καλούμαστε να υπολογίσουμε έργο δύναμης μεταβλητού μέτρου, θα κατασκευάσουμε τη γραφική παράσταση  $F - x$  και θα υπολογίσουμε την απόλυτη τιμή του ζητούμενου έργου εμβαδομετρώντας. Η δύναμη  $\vec{F}$  είναι ομόρροπη της μετατόπισης και συνεπώς το έργο της είναι θετικό (παραγόμενο).

## 13638-Λύση



$$W_{\vec{F}} = \frac{10\text{ N} + 4\text{ N}}{2} \cdot 1,2\text{ m} = 8,4\text{ J} \text{ (2 μονάδες)}$$

(4 μονάδες)

**Μονάδες 6**

**4.3.** Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = 4\text{ N}$  (3 μονάδες) και κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της κίνησης. Ως σταθερή δύναμη, έχει έργο:

$$W_{\vec{T}_{ολ}} = -T_{ολ} \cdot \Delta x = -4,8\text{ J} \text{ (3 μονάδες)}$$

**Μονάδες 6**

**4.4.** Η εκλυόμενη θερμότητα ισούται με την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής ολίσθησης:  $Q = |W_{\vec{T}_{ολ}}| = 4,8\text{ J}$

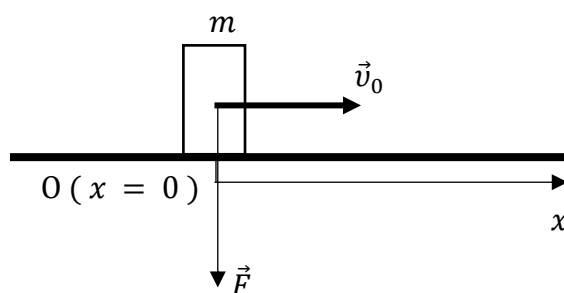
**Μονάδες 7**



13640

**ΘΕΜΑ 4**

Σημειακό αντικείμενο, μάζας  $m = 1 \text{ kg}$ , εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κατά μήκος οριζόντιου, ακλόνητου δαπέδου, από σημείο του  $O (x = 0)$ , με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , μέτρου  $v_0 = 4 \cdot \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα κάτω δύναμης  $\vec{F}$ , που έχει μέτρο  $F = 10 - 5 \cdot x (S \cdot I)$ , όπου  $x$  η θέση του σώματος. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_{ολ} = 0,4$ . Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .



**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση  $x$ .

**Μονάδες 9**

**4.2** Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση  $x = +4 \text{ m}$ .

**Μονάδες 9**

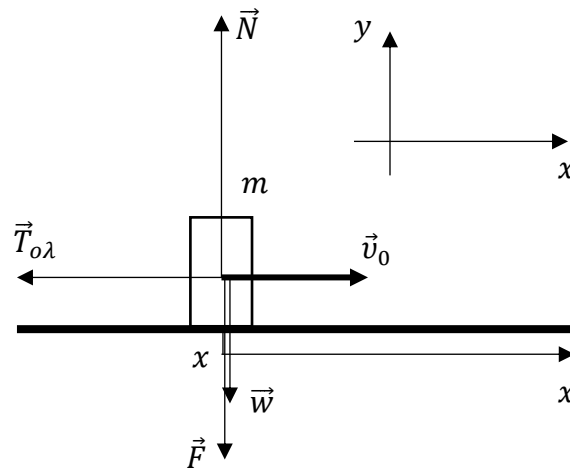
**4.3** Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου.

**Μονάδες 7**

Να αμελήσετε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

# 13640-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



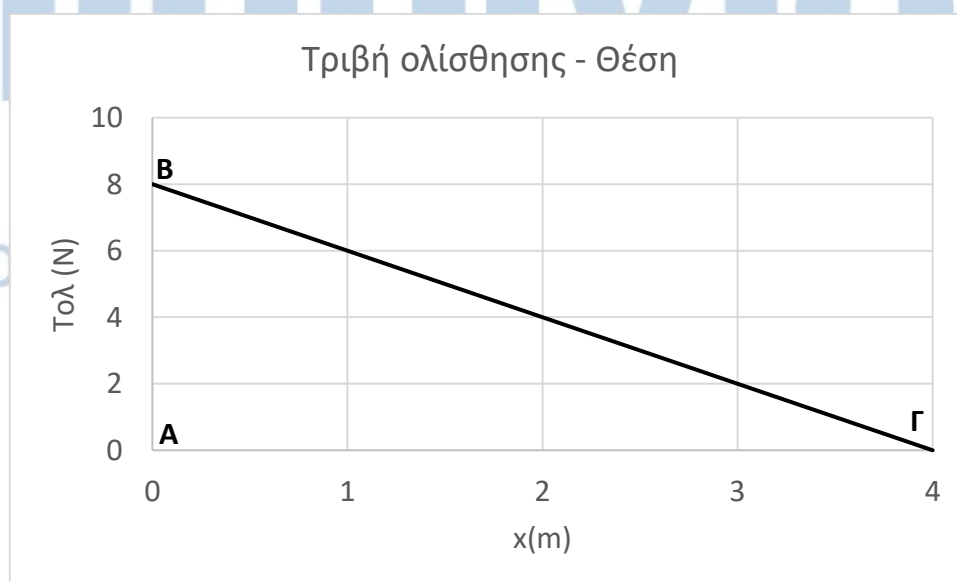
**4.1.** Στην τυχαία θέση  $x$ , το σημειακό αντικείμενο δέχεται τις δυνάμεις του παραπάνω σχήματος. Το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται στον κατακόρυφο άξονα, οπότε, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum F_y = 0, N = w + F, N = m \cdot g + F, N = 20 - 5 \cdot x (S. I.).$$

$$\text{Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης: } T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = 8 - 2 \cdot x (S. I.).$$

**Μονάδες 9**

**4.2** Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταβάλλεται με τη θέση του σημειακού κινητού, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



## 13640-Λύση

Το έργο της τριβής ολίσθησης από τη θέση  $x = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 4$  m είναι αρνητικό (η κατεύθυνση της τριβής ολίσθησης είναι αντίθετη από την φορά της κίνησης) και η απόλυτη τιμή του είναι ίση με το εμβαδόν του ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ του γραφήματος. Έτσι,  $W_{T_{ολ}} = - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8\text{J} = - 16\text{J}$ .

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σημειακού αντικειμένου από τη θέση  $x = 0$  μέχρι τη θέση  $x = + 4$  m έχουμε:

$$\Delta K = W_{T_{ολ}}, \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = W_{T_{ολ}}, v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2 \cdot W_{T_{ολ}}}{m}} = 0.$$

**Μονάδες 9**

4.3 Ισχύει:  $Q = |W_{\vec{T}_{ολ}}| = 16\text{J}$ .

**Μονάδες 7**

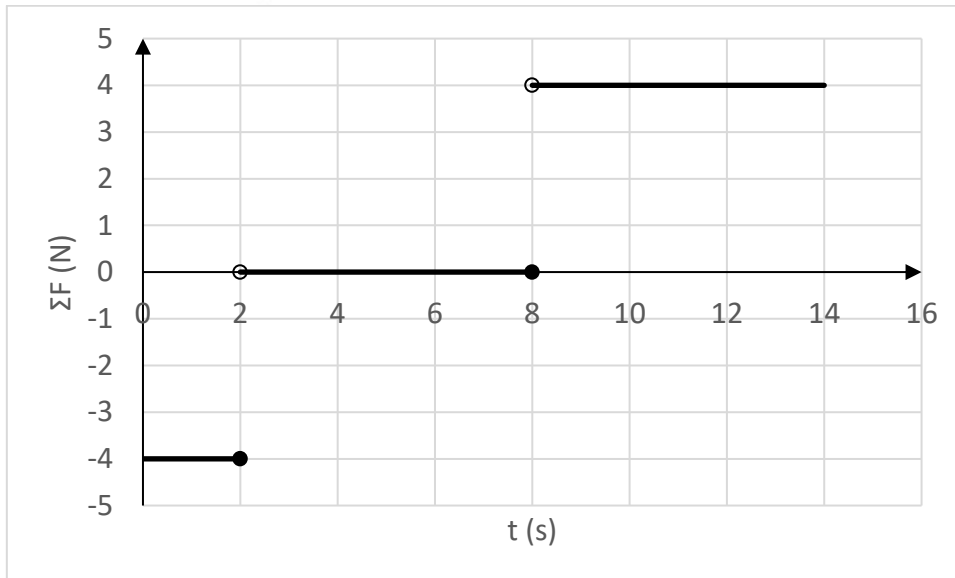
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13642

**ΘΕΜΑ 4**

Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση  $x_0 = 0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



**4.1.** Να υπολογίσετε:

**A.** την ταχύτητα  $\vec{v}_1$  και τη θέση  $\vec{x}_1$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**B.** την ταχύτητα  $\vec{v}_2$  και τη θέση  $\vec{x}_2$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**Γ.** την ταχύτητα  $\vec{v}_3$  και τη θέση  $\vec{x}_3$  του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

**4.2.** Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

**A.** ταχύτητας - χρόνου ( $v - t$ ) και

**Μονάδες 5**

**B.** θέσης - χρόνου ( $x - t$ )

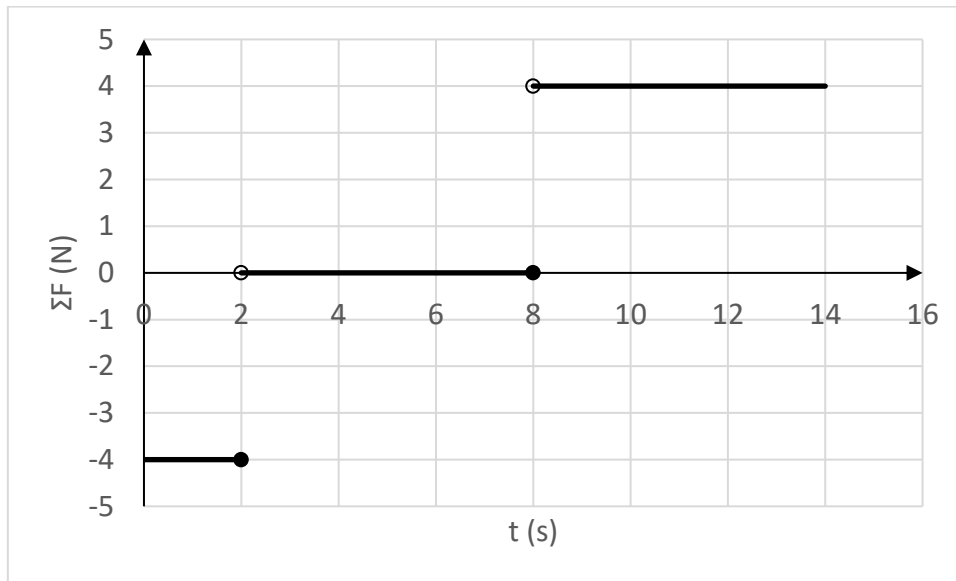
**Μονάδες 5**

από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14 \text{ s}$ .

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13642-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



### 4.1.

**A.** Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s:

$$\Sigma F_1 = -4 \text{ N}, m \cdot a_1 = -4 \text{ N}, a_1 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδα 1)}$$

Ισχύουν:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot t_1 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 2)}$$

και

$$x_1 = x_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2, x_1 = -8 \text{ m}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

**Μονάδες 5**

**B.** Μετά την χρονική στιγμή 2 s και μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 8$  s:  $\Sigma F_2 = 0$ . (Μονάδα 1)

Ισχύουν:  $v_2 = v_1 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (Μονάδες 2) και

$$x_2 = x_1 + v_1 \cdot (t_2 - t_1), x_2 = -56 \text{ m}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

**Μονάδες 5**

**Γ.** Μετά την χρονική στιγμή 8 s μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3 = 14$  s:

$$\Sigma F_3 = 4 \text{ N}, m \cdot a_3 = 4 \text{ N}, a_3 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδα 1)}$$

Ισχύουν:

$$v_3 = v_2 + a_3 \cdot (t_3 - t_2) = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ (Μονάδες 2)}$$

και

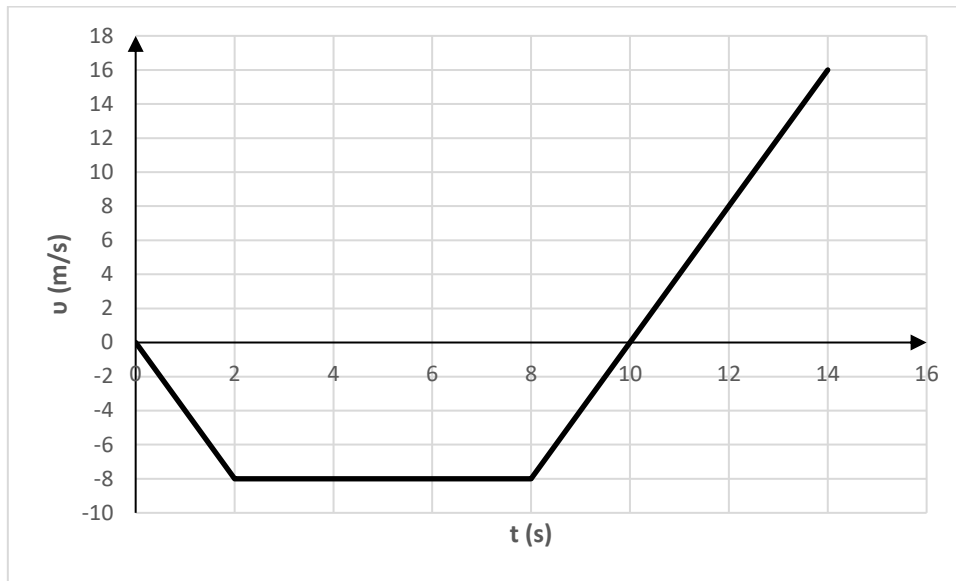
$$x_3 = x_2 + v_2 \cdot (t_3 - t_2) + \frac{1}{2} \cdot a_3 \cdot (t_3 - t_2)^2, x_3 = -32 \text{ m}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

**Μονάδες 5**

# 13642-Λύση

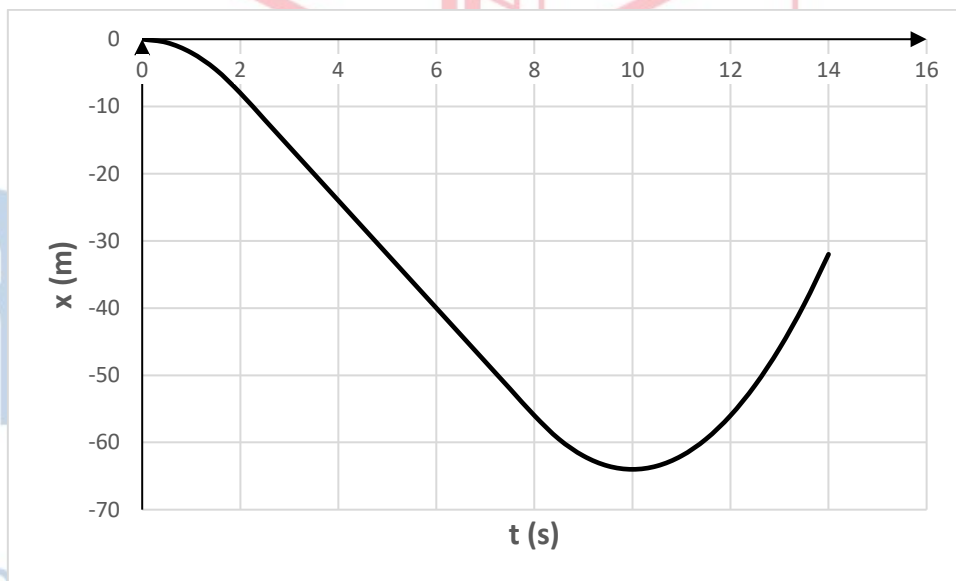
4.2.

A.



Μονάδες 5

B. Θέσης - χρόνου ( $x - t$ )

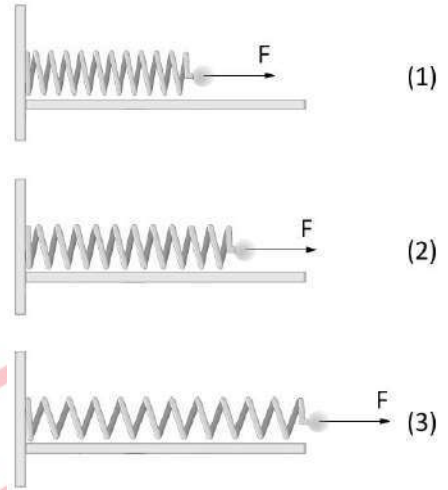


Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2°

13657

2.1. Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα ελατήριο που στην ελεύθερη άκρη του υπάρχει σώμα μικρής μάζας  $m$ . Το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως σε λείο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή (1) απεικονίζεται το ελατήριο συσπειρωμένο, στη (2) βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και στην (3) είναι επιμηκυμένο. Και στα τρία πιθανά στιγμιότυπα, στην άκρη του, έχει σχεδιαστεί μόνο η πιθανή δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα.



2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η δύναμη από το ελατήριο έχει σχεδιαστεί σωστά στο:

- α) Στιγμιότυπο 1,
- β) Στιγμιότυπο 2,
- γ) Στιγμιότυπο 3

Μονάδες 4

2.1.B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας τσιμεντένιος κύβος μάζας  $m$  ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\phi$ . Αντιστοιχίστε τις δυνάμεις τις αριστερής στήλης με μια από τις πιθανές απαντήσεις στη δεξιά στήλη.

2.1.A Να επιλέξετε την σωστή απάντηση για τα μέτρα των παρακάτω δυνάμεων.

- |                                                          |                                               |
|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| α) Η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο | i) $m \cdot g$                                |
| β) Στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου               | ii) $m \cdot g \cdot \eta\mu\phi$             |
| γ) Η δύναμη που ασκεί το επίπεδο στον κύβο               | iii) $m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\eta\phi$ |

Μονάδες 6

2.2.B Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Μονάδες 7



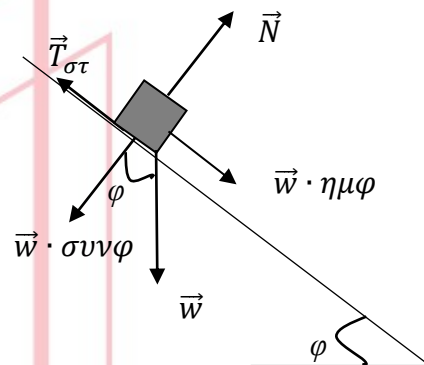
2.1 ) Σωστή απάντηση: (α).

Όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (δηλαδή όταν δεν έχει υποστεί καμία παραμόρφωση), δεν ασκεί δύναμη, συνεπώς η επιλογή (β) απορρίπτεται.

Σε κάθε άλλη περίπτωση, η δύναμη του ελατηρίου τείνει να το επαναφέρει στο φυσικό του μήκος. Στην περίπτωση (γ), θα έπρεπε λοιπόν να έχει φορά προς τα αριστερά. Η μόνη ορθή επιλογή είναι τελικά η (α).

2.2) Σωστές απαντήσεις: (α – iii), (β – ii), (γ – i)

Ο κύβος ισορροπεί οπότε σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton η συνολική δύναμη που του ασκείται είναι μηδέν. Αν αναλύσουμε τη δύναμη του βάρους, η παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο συνιστώσα του θα είναι αντίθετη της (στατικής) τριβής, ενώ η κάθετη στο κεκλιμένο επίπεδο θα είναι αντίθετη της κάθετης δύναμης επαφής  $\vec{N}$  που ασκεί το επίπεδο στον κύβο.



Συνεπώς, η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο είναι ίση με  $m \cdot g \cdot \sin\varphi$ .

Η στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου είναι ίση με  $m \cdot g \cdot \cos\varphi$ .

Η συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων (αφού ο κύβος ισορροπεί) θα έχει το ίδιο μέτρο με το βάρος, δηλ.  $m \cdot g$ , αλλά αντίθετη φορά.

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας  $m = 20 \text{ Kg}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ένας μαθητής αρχίζει να τραβά το κιβώτιο, ασκώντας σε αυτό σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $100 \text{ N}$ , η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με το οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με  $v_1 = 2 \text{ m/s}$  και ο μαθητής σταματά να τραβά το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη επάνω στο δάπεδο και τέλος ακινητοποιείται. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1 α.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου κατά το χρονικό διάστημα που ο μαθητής ασκούσε δύναμη σ' αυτό.

**Μονάδες 2**

**β.** Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος να εξηγήσετε γιατί υπάρχει τριβή μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

**Μονάδες 4**

**4.2** Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο για τα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} \rightarrow 4 \text{ s}$  και  $4 \text{ s} \rightarrow t_2$  (όπου  $t_2$  η χρονική στιγμή κατά την οποία το κιβώτιο ακινητοποιείται).

**Μονάδες 7**

Να υπολογίσετε:

**4.3 α.** Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

**Μονάδες 5**

**β.** Την ενέργεια που προσφέρθηκε από τον μαθητή στο κιβώτιο.

**Μονάδες 2**

**4.4** Το συνολικό διάστημα που διανύθηκε από το κιβώτιο επάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , μέχρις αυτό να σταματήσει.

**Μονάδες 5**

Δίνονται:  $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{3} \cong 1,7$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13658-Λύση

## Ενδεικτική λύση

### 4.1.α

$$v_1 = a \cdot t_1 \Rightarrow 2 \text{ m/s} = a \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 2)

### 4.1.β

Αν δεν υπήρχε τριβή:

$$F_x = m \cdot a' \Rightarrow F \cdot \sin 60^\circ = m \cdot a'$$

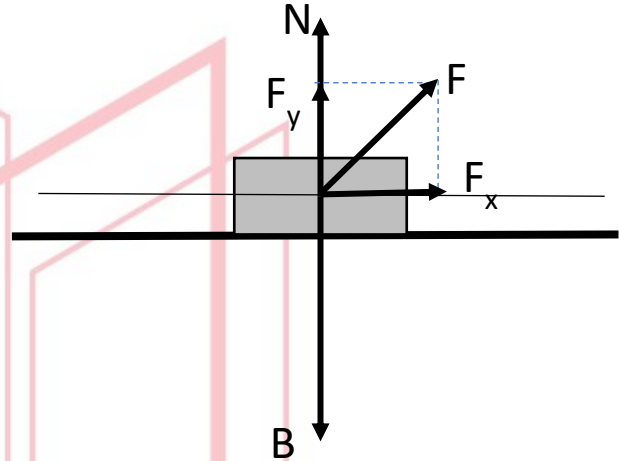
(Μονάδα 1)

$$\Rightarrow 100 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ kg} \cdot a' \Rightarrow a' = 2,5 \text{ m/s}^2$$

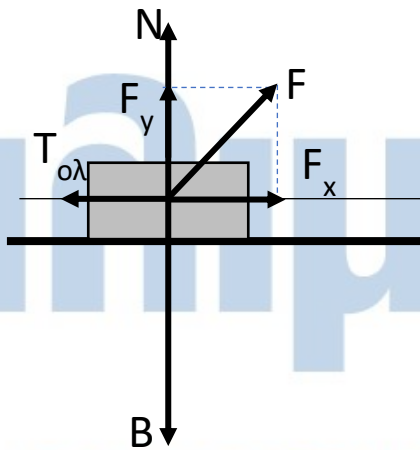
(Μονάδες 2)

Επομένως

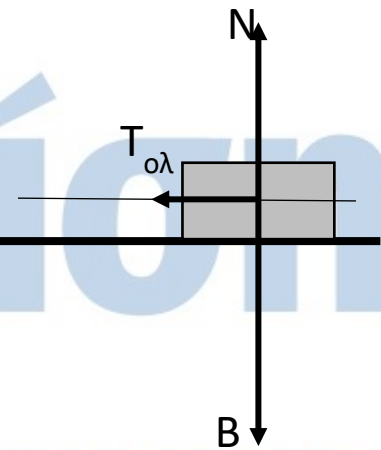
$\alpha < a'$  άρα υπάρχει τριβή (Μονάδα 1)



### 4.2



Από 0 s - 4 s



Από 4 s - t<sub>2</sub>

(Μονάδες 7)

### 4.3.α

Έχουμε

$$T = \mu \cdot N \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta \mu 60^\circ$$

## 13658-Λύση

$$\Rightarrow N = 20 \text{ Kg} \cdot \frac{10 \text{ m}}{\text{s}^2} - 100 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow N \cong 115 \text{ N} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F_x - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow F \cdot \text{συν}60^\circ - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow$$

$$T_{ολ} = 100 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} - 20 \text{ Kg} \cdot 0,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T_{ολ} = 40 \text{ N} \quad (3)$$

(Μονάδες 2)

Η (1) λόγω των (2) και (3) γίνεται:  $40 \text{ N} = \mu \cdot 115 \text{ N} \Rightarrow \mu = \frac{40}{115} \Rightarrow \mu \cong 0,35$  (Μονάδα 1)

### 4.3.β

$$W = F \cdot s \cdot \text{συν}60^\circ \quad (1)$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} 0,5 \text{ m/s}^2 (4 \text{ s})^2 \Rightarrow s = 4 \text{ m}$$

(Μονάδα 1)

Από την (1) με αντικατάσταση προκύπτει:  $W = 100 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot 0,5 \Rightarrow W = 200 \text{ J}$

(Μονάδα 1)

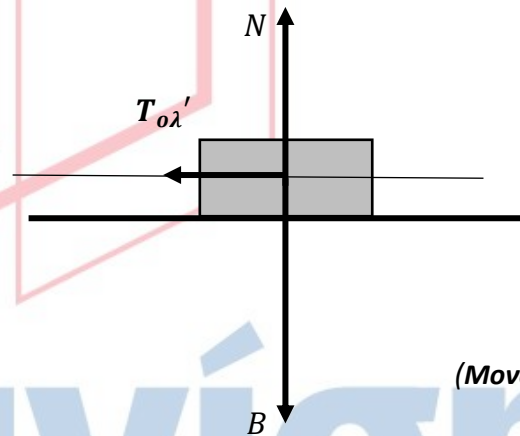
### 4.4.

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  έχουμε:

$$\text{Η νέα } T'_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$$\Rightarrow T'_{ολ} = 0,35 \cdot 20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T'_{ολ} = 70 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)



Από Θ.Μ.Κ.Ε., για το χρονικό διάστημα  $4 \text{ s} \rightarrow t_2$ , έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -T'_{ολ} \cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2} 20 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = 70 \text{ N} \cdot s_1 \Rightarrow s_1 = \frac{4}{7} \text{ m}$$

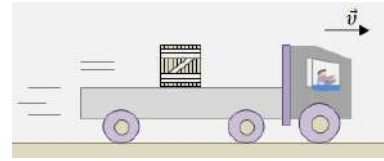
(Μονάδες 2)

$$s_{ολ} = s + s_1 \Rightarrow s_{ολ} = \frac{32}{7} \text{ m}$$

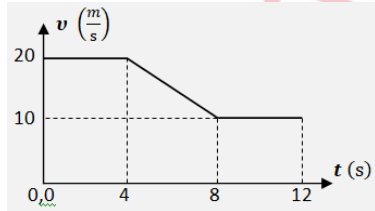
(Μονάδα 1)

## ΘΕΜΑ 4

Στην καρότσα ενός φορτηγού, το οποίο κινείται σε οριζόντιο δρόμο, βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας  $m = 200 \text{ kg}$ , χωρίς να είναι δεμένο ή στερεωμένο με οποιοδήποτε τρόπο πάνω σε αυτή. Η μάζα του φορτηγού, χωρίς το κιβώτιο είναι  $M = 2800 \text{ kg}$ .



Το φορτηγό αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , αλλά ο οδηγός του αναγκάστηκε να φρενάρει, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του διαγράμματος, ενώ κινείται πάντα ευθύγραμμα.



Στη διάρκεια του φρεναρίσματος, το κιβώτιο δεν ολίσθησε πάνω στην καρότσα, εξαιτίας της τριβής που

δημιουργήθηκε μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

**4.1** το μέτρο της μετατόπισης του φορτηγού από τη στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t = 12 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 6**

**4.2** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, η οποία επιβραδύνει το όχημα, στη διάρκεια του φρεναρίσματος,

**Μονάδες 6**

**4.3** τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της καρότσας, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του κιβωτίου πάνω σε αυτή, κατά το φρενάρισμα,

**Μονάδες 7**

**4.4** το έργο της τριβής που ασκήθηκε στο κιβώτιο από την καρότσα του φορτηγού, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

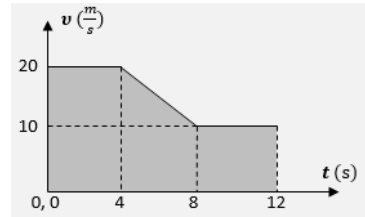
**Μονάδες 6**

Δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα, μπορούν να αγνοηθούν και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας να θεωρηθεί  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

# 13664-Λύση

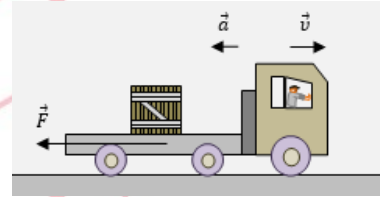
## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος υπολογίζεται ως εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που οριοθετείται από την γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και τον άξονα χρόνων από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_3 = 12$  s. Το σχήμα μπορεί να αναλυθεί σε δύο παραλληλόγραμμα και ένα τραπέζιο. Έτσι:



$$\Delta x = E_1 + E_2 + E_3 = \left[ 20 \cdot 4 + \frac{(20 + 10) \cdot 4}{2} + 10 \cdot 4 \right] \text{ m} = \mathbf{180 \text{ m}}$$

4.2 Η επιβράδυνση του οχήματος συμβαίνει από τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4$  s, μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 8$  s. Με την βοήθεια του δεδομένου διαγράμματος ταχύτητας-χρόνου μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης στην διάρκεια του φρεναρίσματος:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(10 - 20) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{(8 - 4) \text{ s}} = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Έτσι η συνισταμένη δύναμη η οποία επιβραδύνει το όχημα υπολογίζεται με την βοήθεια του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

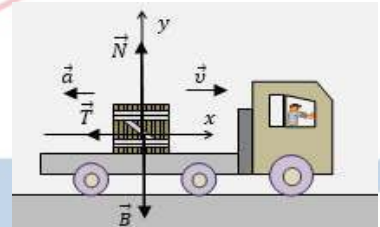
$$F = (m + M) \cdot a = 3000 \cdot (-2,5) \text{ N} = -7500 \text{ N}$$

Άρα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιβραδύνει το όχημα είναι:

$$|F| = \mathbf{7500 \text{ N}}$$

4.3 Κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος του φορτηγού, το κιβώτιο τείνει να ολισθήσει προς τα εμπρός πάνω στην καρότσα. Δημιουργείται τριβή που εμποδίζει την ολίσθηση, δηλαδή στατική τριβή, όπως στο σχήμα.

Κατακόρυφα στο κιβώτιο, έχουμε ισορροπία δυνάμεων:



$$\Sigma F_y = N - B = 0$$

$$\text{ή } N = B = m \cdot g = 2000 \text{ N}$$

Έστω  $T$  το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το κιβώτιο από την καρότσα. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής οριζόντια για το κιβώτιο:

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

$$\text{ή } -T = m \cdot a, \text{ οπότε } T = 500 \text{ N}$$

Επειδή πρόκειται για στατική τριβή, για το μέτρο της πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$T \leq \mu_{\text{ορ.}} \cdot N, \text{ όπου } \mu_{\text{ορ.}} \text{ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής.}$$

Έτσι καταλήγουμε στην σχέση:

$$\mu_{\text{ορ.}} \geq \frac{T}{N}, \text{ ή } \mu_{\text{ορ.}} \geq 0,25$$

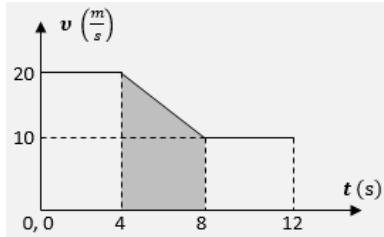
Τελικά δηλαδή συμπεραίνουμε ότι πρέπει:  $\mu_{\text{ορ.}}^{\text{min}} = \mathbf{0,25}$

4.4 Μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της μετατόπισης του οχήματος αλλά και του κιβωτίου κατά την διάρκεια του φρεναρίσματος, ως εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος (τραπεζίου) στο δεδομένο διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου, το οποίο δημιουργείται από την γραφική παράσταση και τον άξονα χρόνων, από τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4$  s, μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 8$  s :



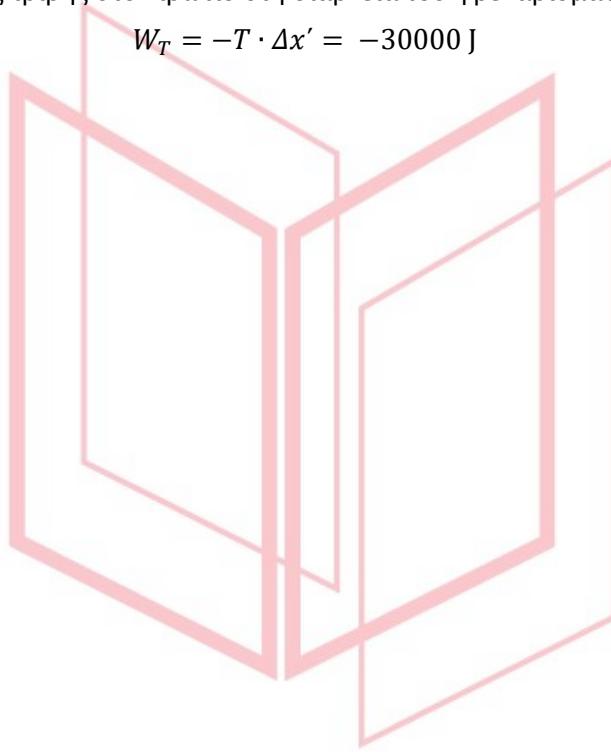
## 13664-Λύση

$$\Delta x' = \frac{(20 + 10) \cdot 4}{2} \text{ m} = 60 \text{ m}$$



Το έργο της στατικής τριβής στο κιβώτιο στη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι:

$$W_T = -T \cdot \Delta x' = -30000 \text{ J}$$



# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



## ΘΕΜΑ 4

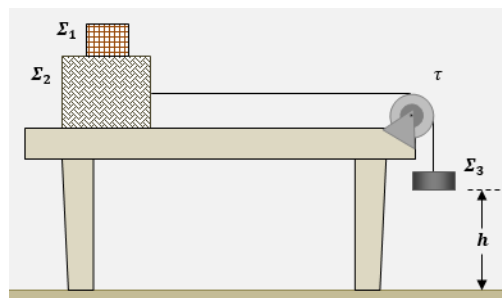
Ένα κιβώτιο (σώμα  $\Sigma_2$ ), σχήματος κύβου, μάζας  $m_2 = 4 \text{ kg}$ , με βάση από ομογενές υλικό, βρίσκεται πάνω σε έναν οριζόντιο πάγκο, επίσης από ομογενές υλικό.

Πάνω στο σώμα  $\Sigma_2$ , είναι τοποθετημένο ένα άλλο σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 8 \text{ kg}$ .

Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι δεμένο στο ύψος του κέντρου του στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο, περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας, στερεωμένης στο άκρο του πάγκου και το άλλο του άκρο δένεται στο πάνω μέρος σώματος  $\Sigma_3$ , μάζας  $m_3 = 2 \text{ kg}$ , όπως στο σχήμα.

Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, μεταξύ της βάσης του κιβωτίου και της επιφάνειας του πάγκου είναι  $\mu_{ορ} = 0,25$ , και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τους είναι  $\mu_{ολ} = 0,2$ . Μεταξύ του νήματος και του υλικού της τροχαλίας, δεν αναπτύσσεται τριβή, με αποτέλεσμα το τεντωμένο νήμα να μεταδίδει στα άκρα του δυνάμεις ίσου μέτρου.

Αρχικά το σύστημα ισορροπεί ελεύθερο και ακίνητο με το σώμα  $\Sigma_3$  να βρίσκεται σε ύψος  $h = 1 \text{ m}$  από οριζόντιο δάπεδο.



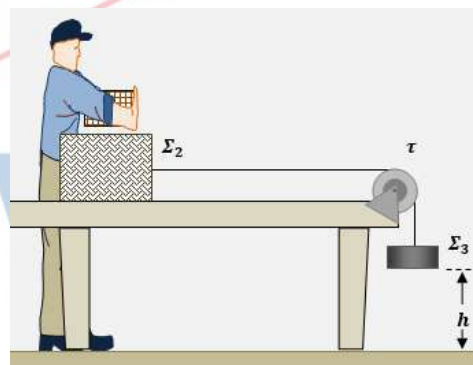
**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δημιουργείται μεταξύ κιβωτίου και πάγκου και να εξηγήσετε γιατί το σύστημα δεν κινείται.

**Μονάδες 6**

**4.2** Κάποια στιγμή κάποιος απομάκρυνε το σώμα  $\Sigma_1$ , σηκώνοντάς το κατακόρυφα. Να δείξετε ότι το υπόλοιπο σύστημα δεν μπορεί πλέον να παραμείνει ακίνητο και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του.

**Μονάδες 8**

**4.3** Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια κίνησης του συστήματος, από τη χρονική στιγμή που απομακρύνθηκε το σώμα  $\Sigma_1$ , μέχρι τη στιγμή που το σώμα  $\Sigma_3$  κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.



**Μονάδες 6**

**4.4** Να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβών, από τη στιγμή που το σύστημα άρχισε να κινείται, μέχρι τη στιγμή που το σώμα  $\Sigma_3$  κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

**Μονάδες 5**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

# 13666-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

**4.1** Αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Από την ισορροπία του σώματος  $\Sigma_3$  μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το τεντωμένο νήμα στα σώματα:

$$F_V = F_V' = B_3 = m_3 \cdot g = 20 \text{ N}$$

Η δύναμη που εμποδίζει την ολίσθηση του συστήματος των σωμάτων  $\Sigma_1, \Sigma_2$  είναι η τριβή του  $\Sigma_2$  με τον πάγκο. Άρα:

$$T = F_V = 20 \text{ N}$$

Από την κατακόρυφη ισορροπία των δυνάμεων που δέχεται το σύστημα των σωμάτων  $\Sigma_1, \Sigma_2$ , έχουμε  $N = B_1 + B_2 = (m_1 + m_2) \cdot g = 120 \text{ N}$

Έτσι η μέγιστη στατική (οριακή) τριβή μεταξύ του  $\Sigma_2$  και του πάγκου είναι:

$$T_{ορ.} = \mu_{ορ.} \cdot N = 30 \text{ N}$$

Διαπιστώνουμε ότι η στατική τριβή που δημιουργείται μεταξύ του σώματος  $\Sigma_2$  και του πάγκου είναι μικρότερη από την οριακή στατική τριβή. Γι' αυτό το σύστημα δεν κινείται.

**4.2** Μόλις αφαιρεθεί το σώμα  $\Sigma_1$  από την κατακόρυφη ισορροπία δυνάμεων στο σώμα του  $\Sigma_2$  προκύπτει  $N' = B_2 = m_2 \cdot g = 40 \text{ N}$

Έτσι η οριακή στατική τριβή για να ισορροπεί το του  $\Sigma_2$  προκύπτει τώρα

$$T_{ορ.}' = \mu_{ορ.} \cdot N' = 10 \text{ N}$$

Τώρα το σύστημα αρχίζει να ολισθαίνει αφού η

δύναμη που το τραβάει είναι το βάρος του σώματος  $\Sigma_3$ :  $B_3 = m_3 \cdot g = 20 \text{ N}$  και είναι  $B_3 > T_{ορ.}'$

Η τριβή μεταξύ του  $\Sigma_2$  και του πάγκου γίνεται τριβή ολίσθησης και είναι

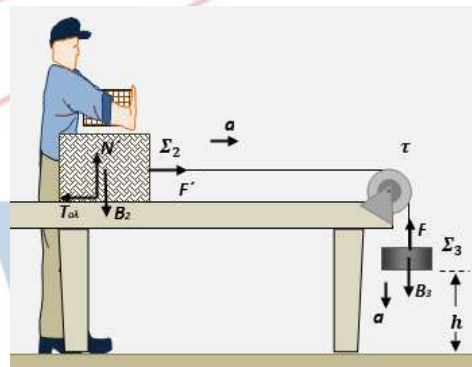
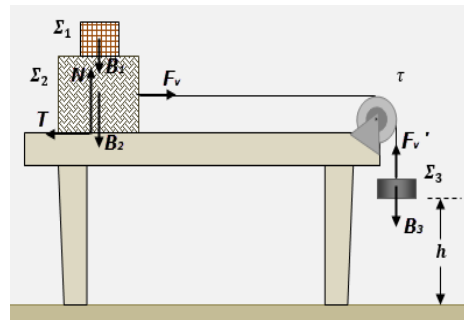
$$T_{ολ.} = \mu_{ολ.} \cdot N' = 8 \text{ N}$$

Η επιτάχυνση των σωμάτων του συστήματος έχει μέτρο:

$$a = \frac{\Sigma F}{m_3 + m_2} = \frac{B_3 - T_{ολ.}}{m_3 + m_2} = \frac{12 \text{ m}}{6 \text{ s}^2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**4.3** Το σώμα  $\Sigma_3$  κινείται κατακόρυφα με την επιτάχυνση που υπολογίσαμε και ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

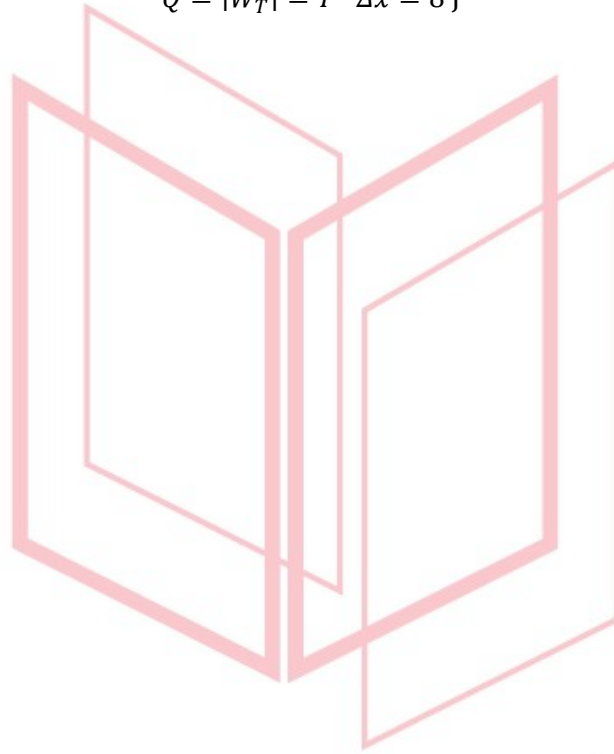


## 13666-Λύση

οπότε προκύπτει:  $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{a}} = 1 \text{ s}$

**4.4** Στον ίδιο χρόνο η μετατόπιση του σώματος  $\Sigma_2$  είναι  $\Delta x = h = 1 \text{ m}$  και η παραγόμενη θερμότητα ίση κατά μέτρο με το έργο της τριβής ολίσθησης:

$$Q = |W_T| = T \cdot \Delta x = 8 \text{ J}$$

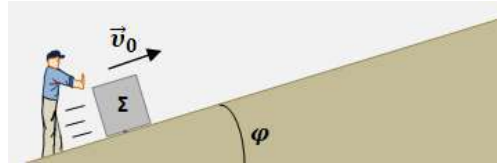


# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό κιβώτιο σχήματος κύβου (σώμα  $\Sigma$ ), με βάση από ομογενές υλικό, συγκρατείται αρχικά ακίνητο πάνω σε πλάγιο ομογενές δάπεδο μεγάλου μήκους, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,25$ . Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου δαπέδου είναι  $\varphi$ , για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .



Κάποια στιγμή το κιβώτιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $\vec{u}_0$  παράλληλη με το κεκλιμένο δάπεδο, με φορά προς τα πάνω και μέτρο  $v_0 = 8 \frac{m}{s}$ , όπως στο σχήμα.

**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος  $\Sigma$ , κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο δάπεδο.

**Μονάδες 7**

**4.2** Σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα φτάσει το σώμα  $\Sigma$ , μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

**Μονάδες 6**

**4.3** Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, είναι ίσοι, να δείξετε ότι το σώμα  $\Sigma$ , μετά τον στιγμιαίο μηδενισμό της ταχύτητάς του, επιστρέφει προς την βάση του κεκλιμένου.

**Μονάδες 6**

**4.4** Αν δίνεται ότι η μάζα του σώματος  $\Sigma$  είναι  $m = 2 \text{ kg}$ , να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών, από την στιγμή της εκτόξευσης του σώματος προς τα πάνω στο κεκλιμένο, μέχρι να περάσει και πάλι από την αρχική του θέση καθώς κατεβαίνει επιστρέφοντας προς αυτήν.

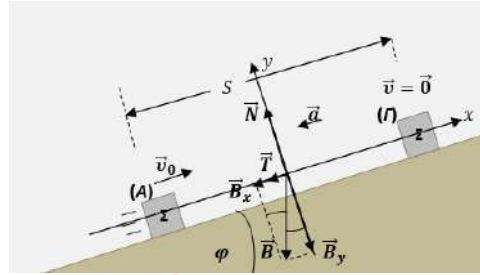
**Μονάδες 6**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ , οι αντιστάσεις αέρα θεωρούνται αμελητέες.

# 13667-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Κατά την άνοδο του σώματος  $\Sigma$  από το σημείο εκτόξευσης (Α), μέχρι το σημείο μηδενισμού της ταχύτητάς του (Γ), οι δυνάμεις που δέχεται είναι το βάρος του  $\vec{B}$ , η κάθετη δύναμη στήριξης  $\vec{N}$  και η τριβή  $\vec{T}$  από το κεκλιμένο δάπεδο. Δημιουργούμε ένα ελεύθερο διάγραμμα δυνάμεων μεταφέροντας όλες τις δυνάμεις στο κέντρο του σώματος και ένα σύστημα κάθετων αξόνων  $x'x$  και  $y'y$ , με τον  $x'x$  άξονα παράλληλο στο κεκλιμένο δάπεδο και αναλύουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες  $\vec{B}_x$  και  $\vec{B}_y$  στους άξονες αυτούς.



Στον άξονα  $y'y$  οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα ισχύει:

$$\Sigma F_y = 0,$$

$$\text{Δηλαδή } N - B_y = 0$$

$$\text{ή } N = B_y = m \cdot g \cdot \text{συν}\varphi = 0,8 \cdot m \cdot g$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης, σύμφωνα με τον νόμο της τριβής είναι:

$$T = \mu \cdot N = 0,25 \cdot 0,8 \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot m \cdot g$$

Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στον άξονα  $x'x$ :

$$\Sigma F_x = m \cdot a$$

$$\text{ή } -T - B_x = m \cdot a$$

$$\text{οπότε } a = -\frac{(T + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi)}{m} = -\frac{(0,2 \cdot m \cdot g + 0,6 \cdot m \cdot g)}{m} = -0,8 \cdot g = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Άρα το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος είναι

$$|a| = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

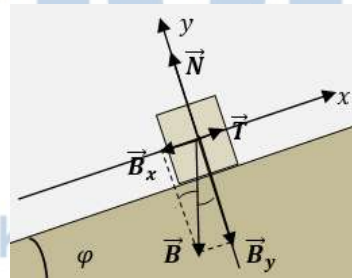
4.2 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, για την κίνηση του σώματος από το (Α), ως το (Γ):

$$\Delta K = W_{B_x} + W_T$$

$$\text{ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -B_x \cdot S - T \cdot S$$

$$\text{ή } S = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot (B_x + T)} = \frac{m \cdot v_0^2}{2 \cdot (m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{συν}\varphi)} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g \cdot (\eta\mu\varphi + \mu \cdot \text{συν}\varphi)} = \frac{64}{2 \cdot 10 \cdot 0,8} \text{m} = 4 \text{m}$$

4.3 Όταν το σώμα φτάσει στο ανώτατο σημείο πάνω στο κεκλιμένο δάπεδο, μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του και εξαιτίας του βάρους του τείνει να κινηθεί προς τα κάτω. Η τριβή που δέχεται από το δάπεδο αντιστρέφεται, έχει φορά προς τα πάνω ώστε να αντιτίθεται στην ολίσθηση του σώματος. Για να αποφασίσουμε αν θα κινηθεί προς τα κάτω, πρέπει να συγκρίνουμε το μέτρο της συνιστώσας  $\vec{B}_x$ , με το μέτρο της οριακής τριβής, για την οποία δόθηκε ότι είναι ίσο με το μέτρο της τριβής ολίσθησης:



$$\frac{B_x}{T} = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi}{\mu \cdot m \cdot g \cdot \text{συν}\varphi} = \frac{\eta\mu\varphi}{\mu \cdot \text{συν}\varphi} = \frac{0,6}{0,25 \cdot 0,8} = 3$$

Έτσι προκύπτει  $B_x > T$

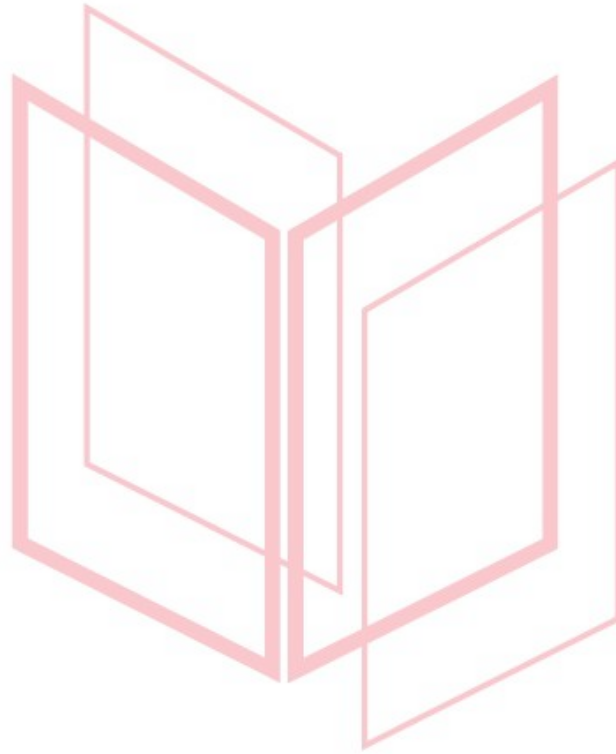
Άρα το σώμα επιστρέφει προς τη βάση του κεκλιμένου δαπέδου.

4.4 Η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κίνηση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης, μέχρι να περάσει και πάλι από αυτό επιστρέφοντας, είναι σε απόλυτη τιμή ίση με το έργο της τριβής σε αυτή την διαδρομή:

## 13667-Λύση

$$Q = |W_{T_{\rho\lambda}}| = |-T \cdot S - T \cdot S| = 2 \cdot T \cdot S = 2 \cdot \mu \cdot m \cdot g \cdot \sin\varphi \cdot S$$

$$\text{Τελικά } Q = 2 \cdot 0,25 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 4 \text{ J} = 32 \text{ J}$$



# αθημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 1**

Να γράψετε στο φύλλο των απαντήσεων τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1.1-1.4 και δίπλα, χωρίς δικαιολόγηση, το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση.

**1.1** Ένα σώμα αφήνεται να πέσει ελεύθερα από το μπαλκόνι του τρίτου ορόφου μιας πολυκατοικίας. Το σώμα έχει αρκετά μικρή επιφάνεια ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Τότε η επιτάχυνση του σώματος:

- α) Είναι μηδέν τη στιγμή που αφήνεται.
- β) Αυξάνεται καθώς το σώμα κατέρχεται.
- γ) Είναι μέγιστη μόλις φτάνει στο έδαφος.
- δ) Είναι ίδια σε όλη τη διαδρομή.

**Μονάδες 5**

**1.2** Ένα σώμα ανεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $30^\circ$  ( $\eta_{\mu 30^\circ}=0,5$ ), με σταθερή ταχύτητα. Στη χρονική διάρκεια που το σώμα ανέβηκε κατά ύψος  $h$  το έργο του βάρους του είναι:

- α)  $-m \cdot g \cdot h$
- β) 0
- γ)  $+0,5 \cdot m \cdot g \cdot h$
- δ)  $-0,5 \cdot m \cdot g \cdot h$

**Μονάδες 5**

**1.3** Βαρυτική δυναμική ενέργεια περικλείει ένα σώμα που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από την επιφάνεια της Γης, ως προς αυτήν:

- α) μόνο όταν κινείται,
- β) λόγω της θέσης του,
- γ) μόνο αν η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται είναι μηδέν,
- δ) μόνο αν του ασκήσουμε κάποια εξωτερική δύναμη.

**Μονάδες 5**

**1.4** Ένα σώμα κινείται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο μόνο με την επίδραση του βάρους του. Η κάθετη δύναμη που ασκείται από το επίπεδο στο σώμα είναι:

- α) Πάντα ίση με το βάρος.
- β) Ίση με το βάρος μόνο όταν το σώμα παραμένει ακίνητο.
- γ) Πάντα μεγαλύτερη από το βάρος.
- δ) Πάντα μικρότερη από το βάρος.

**Μονάδες 5**

**1.5** Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή, και το γράμμα Λ αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

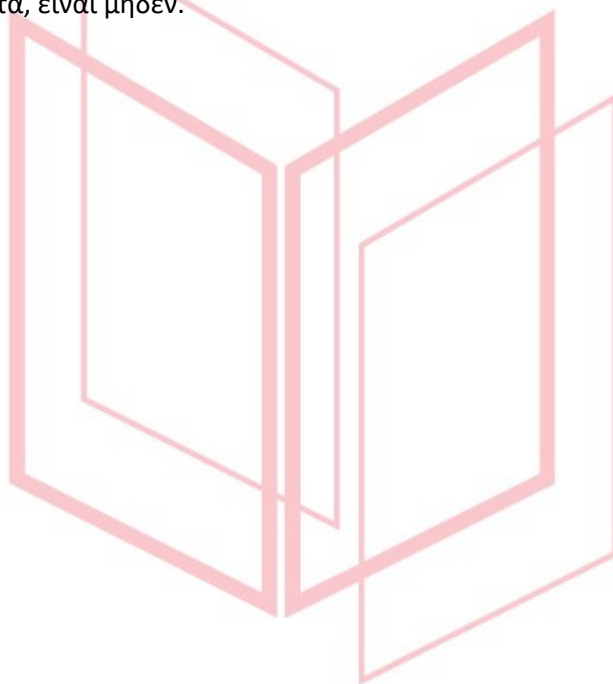
1. Για ένα σώμα που κινείται σε οριζόντιο και τραχύ επίπεδο, το έργο της τριβής ολίσθησης είναι αρνητικό.



13693

2. Η τριβή ολίσθησης εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία κινείται το σώμα στο οποίο ασκείται.
3. Η δύναμη του βάρους, ανήκει στις δυνάμεις επαφής.
4. Μια ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση όπου η τιμή της ταχύτητας και η τιμή της επιτάχυνσης έχουν αντίθετα πρόσημα, χαρακτηρίζεται ως επιβραδυνόμενη.
5. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα, είναι μηδέν.

**Μονάδες 5**



# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

13693-Λύση

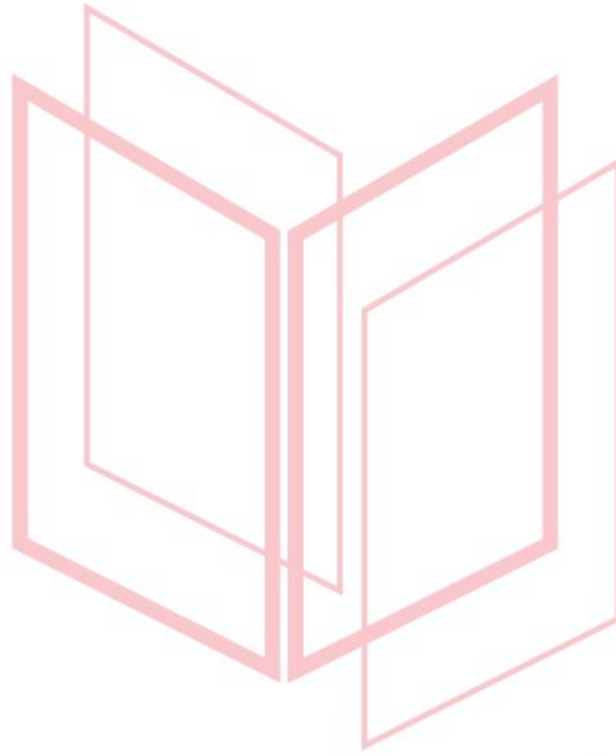
1.1 δ

1.2 α

1.3 β

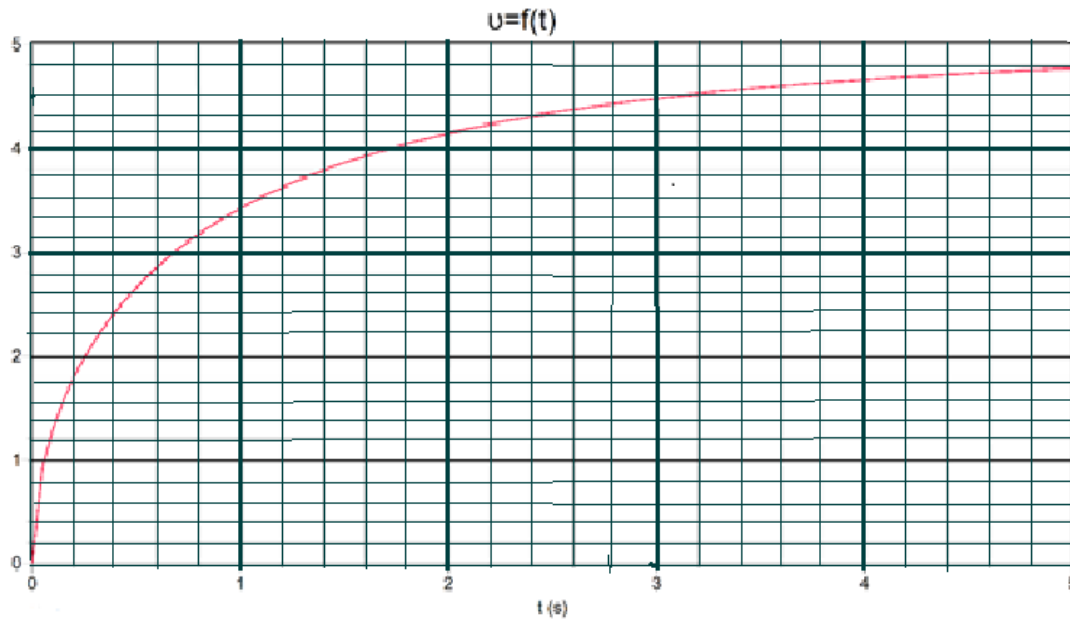
1.4 δ

1.5 Σ, Λ, Λ, Σ, Σ



# αθημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Θέμα 3**

Στην παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος με μάζα 4kg, το οποίο αφέθηκε να πέσει από τη ύψος  $h$  από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα προσκρούει στο έδαφος πέντε δευτερόλεπτα αργότερα.

**3.1)** Να δικαιολογήσετε αν κατά την πτώση του σώματος, υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα.

**Μονάδες 5**

**3.2)** Να εκτιμήσετε το ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα.

**Μονάδες 8**

**3.3)** Να υπολογίσετε το επί τοις εκατό ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας κατά την πτώση θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

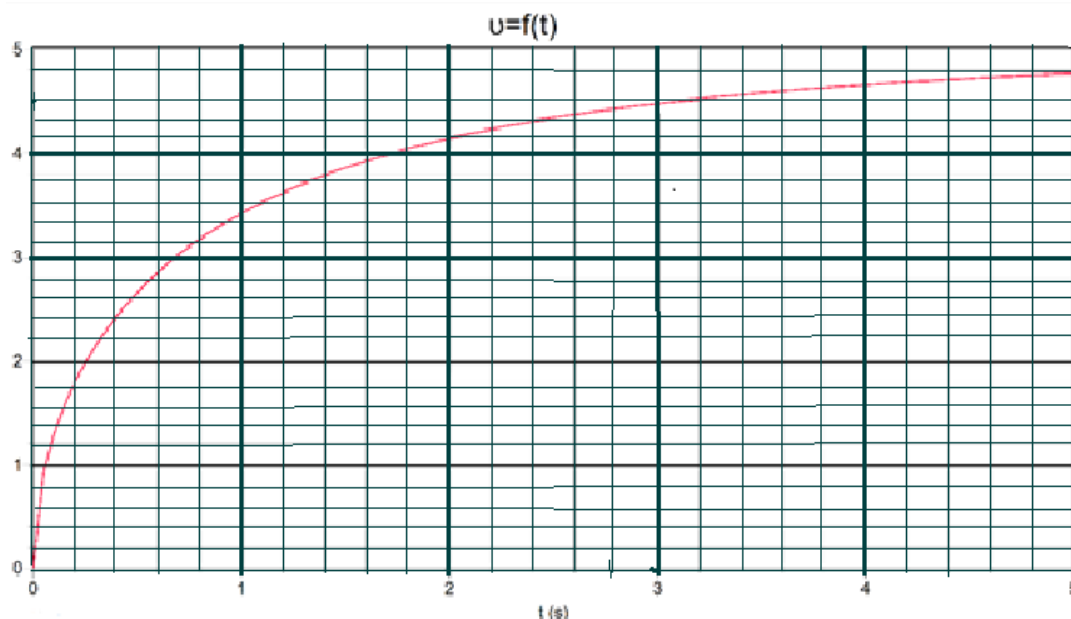
**Μονάδες 6**

**3.4)** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας πρόσκρουσης που θα είχε το σώμα, αν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος που υπολογίσατε στο ερώτημα 3.2.

**Μονάδες 6**

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10\text{m/sec}^2$ .

## 13695-Λύση



**3.1)** Αν η κίνηση του σώματος ήταν ελεύθερη πτώση, η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου θα ήταν ευθεία διερχόμενη από την αρχή των αξόνων σύμφωνα με την εξίσωση ταχύτητας σε αυτήν την κίνηση που είναι:

$$v = g \cdot t$$

Άρα η κίνηση δεν είναι ελεύθερη πτώση, δηλαδή κατά την πτώση υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα η οποία δεν μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Μονάδες 5

**3.2)** Εφόσον δεν υπάρχουν πληροφορίες για τη συνάρτηση της δύναμης αντίστασης, ο μόνος τρόπος να εκτιμήσουμε το ύψος είναι να υπολογίσουμε το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση και τον άξονα των χρόνων. Σύμφωνα με την κλίμακα το κάθε «κουτάκι» έχει εμβαδό που είναι αριθμητικά ίσο με:

$$(0,2 \cdot 0,2) \frac{m}{s} \cdot s = 0,04 m$$

Και κάτω από τη γραφική παράσταση περικλείονται περίπου 498 «κουτάκια», οπότε:

$$(498 \cdot 0,04)m = 19,92m \cong 20m$$

Σημείωση: Στο ερώτημα δεν μας ενδιαφέρει η ακρίβεια με την οποία θα μετρηθούν τα κουτάκια αλλά η μέθοδος που θα ακολουθηθεί για να εκτιμηθεί το ύψος πτώσης. Όσοι ακολουθήσουν τη σωστή μέθοδο και εκτιμήσουν το ύψος πτώσης μεταξύ 18m και 22m (450 έως 550 «κουτάκια»), να βαθμολογηθούν με όλες τις μονάδες.

Μονάδες 8

**3.3)** Στο σημείο που αφήνεται το σώμα η μηχανική ενέργεια του σώματος ως προς το έδαφος είναι:

$$E_{αρχ} = K_{αρχ} + U_{αρχ} = 0 + m \cdot g \cdot h = (4 \cdot 10 \cdot 20)J = 800J$$

## 13695-Λύση

Μονάδες 2

Ενώ ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος η μηχανική του ενέργεια είναι:

$$E_{\tau\epsilon\lambda} = K_{\tau\epsilon\lambda} + U_{\tau\epsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\tau\epsilon\lambda}^2 + 0 = \left(\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4,8^2\right) J = 46,08 J$$

Μονάδες 2

όπου η ταχύτητα πρόσκρουσης  $v_{\tau\epsilon\lambda} = 4,8 m/s$  λαμβάνεται από την γραφική παράσταση.

Άρα το ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας θα είναι:

$$\frac{E_{\tau\epsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi}}{E_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\% = \frac{46,08 - 800}{800} \cdot 100\% = -94,24\%$$

Το πρόσημο στον παραπάνω υπολογισμό δηλώνει τη μείωση της μηχανικής ενέργειας.

Μονάδες 2

**3.4)** Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας  $v(t)$  και της μετατόπισης  $\Delta y(t)$  στην ελεύθερη πτώση είναι:

$$v(t) = g \cdot t = 10 \cdot t \text{ (S.I)} \quad (1)$$

$$\Delta y(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 5 \cdot t^2 \text{ (S.I)} \quad (2)$$

Μονάδες 2

Από την εξίσωση (2) θέτοντας  $\Delta y = h = 20 m$ , υπολογίζουμε το χρόνο πτώσης:

$$20 = 5 \cdot t^2 \text{ ή } t^2 = 4s^2 \text{ ή } t = 2 s$$

Μονάδες 2

Και από την εξίσωση (1):  $v(t) = g \cdot t = 10 \cdot t = 20 m/s$ .

Μονάδες 2

**Θέμα 4**

Ένα ορεινό χωριό της Θεσσαλίας είναι αποκλεισμένο και χρειάζεται άμεσα βοήθεια με τρόφιμα και φάρμακα. Η τροφοδοσία του χωριού πραγματοποιείται με ένα ελικόπτερο. Κατά την παράδοση των εφοδίων, ο χειριστής διατηρεί το ελικόπτερο ακίνητο σε ύψος  $H = 40 \text{ m}$



από το έδαφος καθώς ο συγκυβερνήτης αφήνει διαδοχικά ελεύθερα όμοια δέματα, καθένα μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ . Για την ασφαλή προσεδάφισή του, κάθε δέμα φέρει αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας. Η πτώση του δέματος είναι συνεχώς κατακόρυφη, η δύναμη αντίστασης στο δέμα, θεωρείται, για λόγους απλότητας, σταθερή, ενώ το μέτρο της λαμβάνεται ίσο με  $100 \text{ N}$ .

**4.1)** Να χαρακτηρίσετε την κίνηση του δέματος και να γράψετε τις αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας  $v(t)$  και της μετατόπισης  $\Delta y(t)$ .

**4.2)** Να υπολογίσετε το χρόνο πτώσης καθώς και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το δέμα φτάνει στο έδαφος.

**4.3)** Θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό του εδάφους, να υπολογίσετε την ταχύτητα του δέματος στο σημείο όπου η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με το  $1/4$  της αρχικής.

**4.4)** Νομίζοντας ότι έχει ολοκληρωθεί η παράδοση των εφοδίων, ο κυβερνήτης θέτει το ελικόπτερο σε κατακόρυφη ανοδική πορεία με ταχύτητα μέτρου  $v_{ελικ} = 10 \text{ m/s}$  την στιγμή που ο συγκυβερνήτης αφήνει ελεύθερο το τελευταίο δέμα. Εξ αιτίας του λάθους αυτού, το αλεξίπτωτο του τελευταίου δέματος δεν ανοίγει. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(Μονάδες 6+6+7+6)

# 13696-Λύση

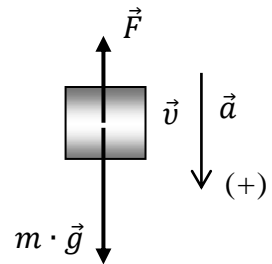
## Ενδεικτική Επίλυση Θέμα 4

4.1) Το βάρος έχει την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$w = m \cdot g = 200 \text{ N},$$

Επειδή  $w > F$ , το δέμα θα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του, υπολογίζεται από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } a = \frac{200 - 100}{20} \text{ m/s}^2 = 5 \text{ m/s}^2$$



(Μονάδες 4)

Οι χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας  $v(t)$  και της μετατόπισης  $\Delta y(t)$  θα είναι:

$$v(t) = a \cdot t = 5 \cdot t \text{ (S.I.) (1)}$$

$$\Delta y(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2,5 \cdot t^2 \text{ (S.I.) (2)}$$

(Μονάδες 2)

4.2) Από την εξίσωση (2) θέτοντας  $\Delta y = H = 40 \text{ m}$ , υπολογίζουμε το χρόνο πτώσης:

$$40 = 2,5 \cdot t^2 \text{ ή } t^2 = 16 \text{ ή } t = 4 \text{ s}$$

Και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (1) υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία προσγειώνεται το δέμα στο έδαφος:

$$v = 20 \text{ m/s.}$$

(Μονάδες 6)

4.3) Υπολογίζουμε τη δυναμική ενέργεια στην αρχική θέση  $U_1$  καθώς και το ύψος από το έδαφος για το οποίο ισχύει  $U_2 = \frac{1}{4} \cdot U_1$ :

$$U_1 = m \cdot g \cdot H = 8000 \text{ J και}$$

$$U_2 = m \cdot g \cdot h \text{ ή } \frac{U_1}{4} = m \cdot g \cdot h \text{ ή } m \cdot g \cdot h = 2000 \text{ ή } h = 10 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση  $\Delta h = H - h = 30 \text{ m}$  μεταξύ των παραπάνω θέσεων:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_F \text{ ή } \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0 = +m \cdot g \cdot \Delta h - F \cdot \Delta h \text{ ή } 10 \cdot v^2 = 3000,$$

$$\text{Άρα } v = 10 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

4.4) Τη στιγμή που το δέμα αφήνεται ελεύθερο κινείται με την ταχύτητα του ελικοπτέρου, άρα θα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  και φορά προς τα πάνω. Το δέμα θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

(Μονάδες 2)



## 13696-Λύση

Αναλυτικότερα, κατά την άνοδο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση  $\vec{g}$  και από τις εξισώσεις κίνησης υπολογίζουμε την μετατόπιση του δέματος:

$$v = v_0 - g \cdot t \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_{\alpha\nu} \text{ ή } t_{\alpha\nu} = 1s, \text{ και}$$

$$\Delta y_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{\alpha\nu}^2 = 10 - 5 = 5m$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο, η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και η μετατόπιση του δέματος θα είναι:

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + H = 45 m$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος είναι:

$$S = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 50 m$$

(Μονάδες 2)

# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Μία ομάδα μαθητών αναλαμβάνει να κατασκευάσει και να εκτοξεύσει ένα μικρό σώμα που είναι εφοδιασμένο με κατάλληλους αισθητήρες θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας κ.ά., έτσι ώστε να συλλέξει μετεωρολογικά δεδομένα. Στο σώμα είναι ενσωματωμένο μικρό αλεξιπτωτο αμελητέας μάζας το οποίο είναι προγραμματισμένο να ανοίξει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του. Στην πρώτη τους δοκιμή, αν και κατάφεραν να εκτοξεύσουν το σώμα



κατακόρυφα, το αλεξιπτωτο δεν άνοιξε λόγω κάποιου προβλήματος στην κατασκευή. Αν γνωρίζετε ότι η συνολική μάζα του σώματος είναι  $m = 0,5 \text{ kg}$  και ότι το σώμα έφτασε σε μέγιστο ύψος  $H = 45 \text{ m}$ , να υπολογιστούν,

**4.1)** η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος, θεωρώντας την αντίσταση του αέρα καθώς και οποιαδήποτε άλλη τριβή αμελητέα,

**Μονάδες 6**

**4.2)** το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που βρίσκεται το σώμα, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τετραπλάσια της δυναμικής,

**Μονάδες 6**

**4.3)** η μέση ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

**Μονάδες 6**

Σε μία δεύτερη απόλυτα επιτυχημένη δοκιμή όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος  $H$  το αλεξιπτωτο ανοίγει. Για λόγους απλότητας θεωρήστε ότι η δύναμη που ασκείται από το αλεξιπτωτο στο σώμα, έχει σταθερό μέτρο,  $F = 4,55 \text{ N}$ .

**4.4)** Να υπολογιστεί ο χρόνος πτώσης του σώματος.

**Μονάδες 7**

Θεωρήστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την επιφάνεια του εδάφους και την επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Είναι γνωστό ότι και οι δύο εκτοξεύσεις γίνονται από μηχανισμό στην επιφάνεια του εδάφους.

# 13700-Λύση

## Ενδεικτική επίλυση Θέματος 4:

**4.1)** Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση (κατακόρυφη βολή προς τα πάνω) στο βαρυτικό πεδίο της Γης. Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton κατά την κίνηση, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους αποδεικνύουμε ότι η επιτάχυνση  $\vec{a}$  είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας:

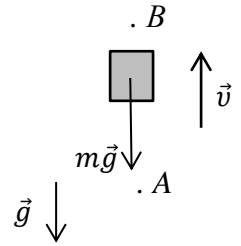
$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g = m \cdot a \text{ ή } a = g$$

Κατά την κίνηση του σώματος (ανιχνευτής-καταγραφέας μετεωρολογικών δεδομένων), αφού σε αυτό ασκείται μόνο το βάρος του, η μηχανική ενέργεια διατηρείται. Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και στο μέγιστος ύψος  $H$  (θέση Β):

$$E_{\Delta} = E_B \text{ ή } K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_B + U_B \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\Delta}^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot H$$

$$\text{ή } v_{\Delta} = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \text{ ή } v_{\Delta} = 30 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6



**4.2)** Έστω Α το σημείο της τροχιάς στο οποίο η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της δυναμικής και  $h_A$  το αντίστοιχο ύψος. Ισχύει:

$$K_A = 4 \cdot U_A$$

Εφαρμόζουμε τη διατήρηση της μηχανικής ενέργεια στη θέση εκτόξευσης (θέση Δ) και σε ύψος  $h_A$  από το έδαφος (θέση Α):

$$E_{\Delta} = E_A \text{ ή } K_{\Delta} + U_{\Delta} = K_A + U_A \text{ ή } K_{\Delta} + 0 = 4 \cdot U_A + U_A$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\Delta}^2 = 5 \cdot m \cdot g \cdot h_A \text{ ή } h_A = \frac{v_{\Delta}^2}{10 \cdot g} \text{ ή } h_A = 9 \text{ m}$$

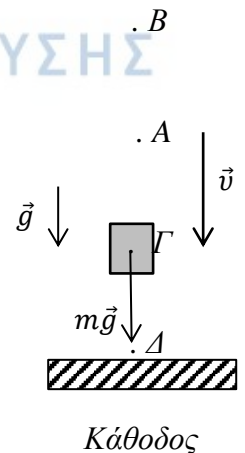
Μονάδες 6



**4.3) Ανόδος:** Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_A$ . Από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της ανόδου (από τη θέση Δ στη θέση Β):

$$v_B = v_A - g \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 30 - 10 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 3 \text{ s.}$$

Μονάδες 2



## 13700-Λύση

**Κάθοδος:** Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος  $H = 45 \text{ m}$ . Αν  $\Delta t'$  η χρονική διάρκεια της πτώσης χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης για να την υπολογίσουμε:

$$H = \frac{1}{2}g\Delta t'^2 \text{ ή } \Delta t' = 3 \text{ s,}$$

Μονάδες 2

Άρα ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος είναι:

$$\Delta t_{ολ} = \Delta t + \Delta t' = 6 \text{ s}$$

Και η μέση ταχύτητα θα είναι ίση με:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{H + H}{\Delta t_{ολ}} = \frac{90}{6} = 15 \text{ m/s.}$$

Μονάδες 2

**4.4)** Κατά την κάθοδο του σώματος, στην επιτυχημένη δοκιμή των μαθητών η δύναμη  $F$  και το βάρος έχουν τη φορά του σχήματος. Το βάρος έχει μέτρο:

$$w = m \cdot g = 5 \text{ N,}$$

Επειδή  $w > F$ , το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση προς τα κάτω και το μέτρο της επιτάχυνσης του υπολογίζεται από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum F = m \cdot a \text{ ή } m \cdot g - F = m \cdot a \text{ ή } a = \frac{5 - 4,55}{0,5} \text{ m/s}^2 = 0,9 \text{ m/s}^2$$

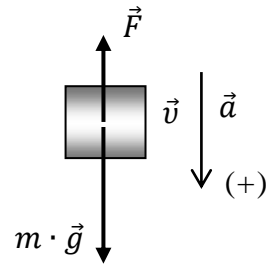
Μονάδες 5

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση της κίνησης υπολογίζουμε τη χρονική διάρκεια της πτώσης:

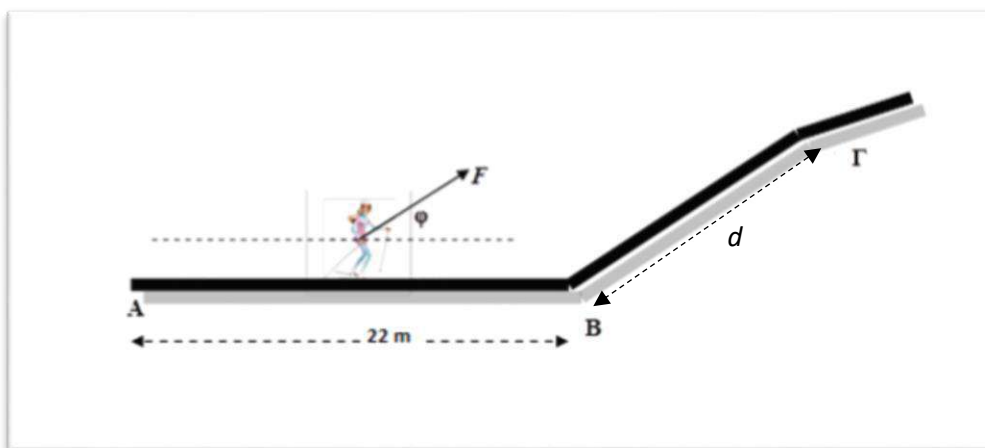
$$H = \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t_{\pi\tau}^2 \text{ ή } \Delta t_{\pi\tau} = 100 \text{ s,}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 2



## ΘΕΜΑ 4



Νεαρή σκιέρ που μαζί με τον εξοπλισμό της έχει μάζα,  $m = 50 \text{ kg}$  τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχεται από το σημείο A οριζόντια χιονισμένης πίστας με ταχύτητα μέτρου  $11 \text{ m/s}$ . Το οριζόντιο τμήμα της πίστας στο τέλος του οποίου βρίσκεται ο τερματισμός (σημείο B) έχει μήκος  $22 \text{ m}$  και κατά μήκος του η αθλήτρια χρησιμοποιεί συνέχεια τα μπαστούνια στήριξης με αποτέλεσμα να της ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου  $F = 250 \text{ N}$  η οποία σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την οριζόντια πίστα. Αφού η αθλήτρια τερματίσει παύει να χρησιμοποιεί τα μπαστούνια, οπότε η  $\vec{F}$  καταργείται και ταυτόχρονα εισέρχεται σε πλαγιά γωνία κλίσης επίσης  $\varphi$  με αποτέλεσμα να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει (σημείο Γ). Δεδομένου ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τα πέδιλα της σκιέρ με το χιόνι παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ ,

**4.1)** να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής  $\vec{N}$ , στην οριζόντια πίστα, Μονάδες 6

**4.2)** να αποδείξετε ότι στην οριζόντια πίστα (AB), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Μονάδες 6

**4.3)** να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου η αθλήτρια ακινητοποιείται στην πλαγιά καθώς και το μήκος της διαδρομής που διάνυσε από το σημείο A έως το σημείο Γ.

Μονάδες 8

**4.4)** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν.

Μονάδες 5

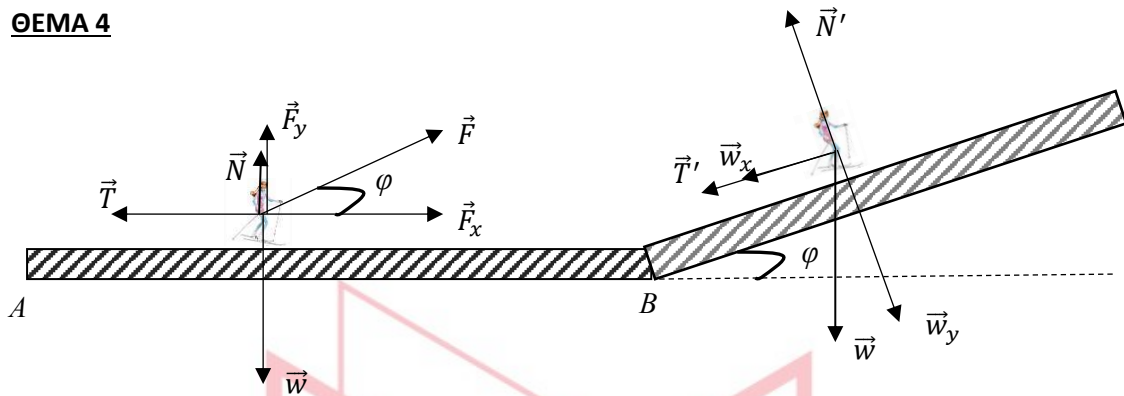
Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο B δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση.

Δίνονται,  $\eta\mu\varphi = 0,8$ ,  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10\text{m/s}^2$ .



# 13701-Λύση

## ΘΕΜΑ 4



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί τόσο οι δυνάμεις που ασκούνται στην σκιέρ στο οριζόντιο επίπεδο όσο και στην πλαγιά. Στο οριζόντιο τμήμα της διαδρομής η δύναμη  $\vec{F}$  έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στο οριζόντιο επίπεδο αντίστοιχα, ενώ στην πλαγιά η  $\vec{F}$  έχει καταργηθεί και η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά.

### 4.1) Οριζόντιο επίπεδο

Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 150 \text{ N}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 200 \text{ N}$$

$$w = m \cdot g = 500 \text{ N}$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w - F_y = 300 \text{ N}$$

Μονάδες 6

4.2) Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην οριζόντια πίστα:

$$T = \mu \cdot N = 0,5 \cdot 300 \text{ N} = 150 \text{ N}$$

Μονάδες 3

Στη συνέχεια υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στον οριζόντιο άξονα λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της κίνησης:

$$\sum F_x = F_x - T = (150 - 150) \text{ N} = 0$$

Άρα στην οριζόντια πίστα (AB), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Μονάδες 3

4.3) Από την εξίσωση κίνησης στην οριζόντια πίστα (AB) υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που η αθλήτρια τερματίζει (σημείο B):

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \text{ ή } 22 = 11 \cdot (t_1 - t_0) \text{ ή } t_1 = \frac{22}{11} \text{ s} = 2 \text{ s}$$

## 13701-Λύση

### Πλαγιά

Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί υπολογίζουμε:

$$w_x = w \cdot \eta\mu\varphi = 400 \text{ N}$$

$$w_y = w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 300 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}' + \vec{w}_y = 0 \text{ ή } N' = w_y = 300 \text{ N}$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην πλαγιά:

$$T' = \mu \cdot N' = 0,5 \cdot 300 \text{ N} = 150 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \text{ ή } -T' - w_x = m \cdot a, \quad -550 = 50 a \text{ ή}$$
$$a = -11 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 2

Η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση και τελικά ακινητοποιείται. Από την εξίσωση ταχύτητας σε αυτήν την κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή της ακινητοποίησης:

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = 11 - 11 \cdot \Delta t \text{ ή } \Delta t = 1 \text{ s}$$

$$\text{ή } (t_2 - t_1) = 1 \text{ s ή } t_2 = 3 \text{ s,}$$

και από την εξίσωση κίνησης το μήκος  $d$ :

$$d = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = (11 - 5,5) \text{ m} = 5,5 \text{ m}$$

Άρα το συνολικό μήκος της διαδρομής θα είναι:

$$(AB) + (B\Gamma) = (22 + 5,5) \text{ m} = 27,5 \text{ m}$$

Μονάδες 2

**4.4)** Η δύναμη που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν, είναι η συνισταμένη της τριβής  $T'$  και της κάθετης δύναμης επαφής  $N'$  και έχει μέτρο:

$$A = \sqrt{T'^2 + N'^2} = 150 \cdot \sqrt{5} \text{ N}$$

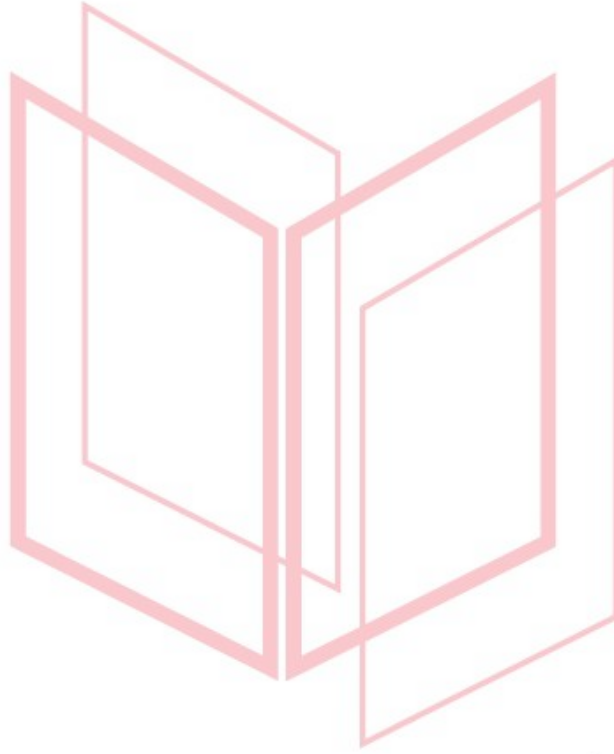
Μονάδες 5

(Σχόλιο): Οι μαθητές μπορούν να προχωρήσουν, ανάλογα με την στρατηγική που θα επιλέξουν, στην ανάλυση δυνάμεων και στον υπολογισμό των αντίστοιχων μέτρων σε



## 13701-Λύση

διάφορα σημεία της λύσης. Για το σωστό σχήμα, την ανάλυση των δυνάμεων και τους σωστούς υπολογισμούς να βαθμολογηθούν μέχρι και με 5 Μονάδες)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Αυτοκίνητο ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , με σταθερή επιτάχυνση σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 8 \text{ s}$  ο οδηγός του αυτοκινήτου, αντιλαμβάνεται ότι μπροστά του ο δρόμος είναι κλειστός λόγω έργων· εφαρμόζει απότομα τα φρένα με αποτέλεσμα οι τροχοί του αυτοκινήτου να μπλοκάρουν. Το αυτοκίνητο κινείται για διάστημα ίσο με  $16 \text{ m}$  με μπλοκαρισμένους τροχούς και τελικά ακινητοποιείται, αφήνοντας στο δρόμο χαρακτηριστική μαύρη γραμμή από τα λιωμένα ελαστικά του (*η Τροχαία την αποκαλεί γραμμή φρεναρίσματος*). Το ευχάριστο είναι ότι δεν προκλήθηκε ατύχημα και ο οδηγός είναι ασφαλής. Αξιοποιώντας τα παρακάτω δεδομένα:

- Η συνολική μάζα αυτοκινήτου και οδηγού είναι  $1250 \text{ kg}$ .
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των ελαστικών του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος είναι ίσος με  $0,8$ .
- Το όριο ταχύτητας στο σημείο που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα είναι  $72 \text{ km/h}$ .
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $10 \text{ m/s}^2$ .
- Οι αντιστάσεις του αέρα να μην ληφθούν υπόψη,

**4.1)** να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος,

**Μονάδες 5**

**4.2)** να ελέγξετε αν τη χρονική στιγμή  $t_1$  που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα, έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας,

**Μονάδες 7**

**4.3)** να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου καθώς και το διάστημα που διάνυσε στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_1$ ,

**Μονάδες 6**

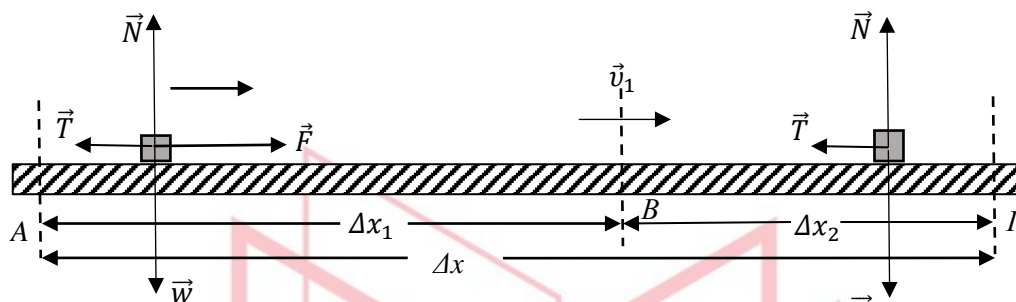
**4.4)** να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F$  που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_1$ .

**Μονάδες 7**

# 13703-Λύση

## ΘΕΜΑ 4

### Ενδεικτική Λύση



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται τόσο η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (ΑΒ), όσο και η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (ΒΓ) μέχρι να ακινητοποιηθεί (σημείο Γ). Έχουν σχεδιαστεί επίσης οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε κίνηση.

**4.1)** Στον άξονα που είναι κάθετος στο οριζόντιο επίπεδο ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 12500 \text{ N}$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T = \mu \cdot N = 0,8 \cdot 12500 \text{ N} = 10000 \text{ N}$$

Οπότε το έργο της για τη διαδρομή (ΒΓ) θα είναι:

$$W_T = |\vec{T}| \cdot |\Delta \vec{x}_2| \cdot \cos 180^\circ = -(10000 \cdot 16) \text{ J} = -160000 \text{ J}$$

**Μονάδες 5**

**4.2)** Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του σώματος από το Β στο Γ:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_B + W_N + W_T \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} m v_1^2 = 0 + 0 + W_T$$

$$\text{ή } -\frac{1}{2} \cdot 1250 \text{ kg} \cdot v_1^2 = -160000 \text{ J} \text{ ή } v_1 = 16 \text{ m/s} \text{ ή } v_1 = 57,6 \text{ km/h}$$

Άρα ο οδηγός την χρονική στιγμή  $t_1$ , δεν είχε παραβιάσει το όριο ταχύτητας.

**Μονάδες 7**

**4.3)** Στη διαδρομή (ΑΒ) το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε την επιτάχυνση του:

## 13703-Λύση

$$v_1 = a \cdot t_1 \text{ ή } a = \frac{v_1}{t_1} \text{ ή } a = \frac{16\text{m/s}}{8\text{s}} = 2\text{m/s}^2$$

**Μονάδες 3**

Για να υπολογίσουμε το μήκος της διαδρομής (AB) χρησιμοποιούμε την εξίσωση της κίνησης:

$$(AB) = \frac{1}{2} a \cdot t_1^2 \text{ ή } (AB) = 64\text{m}$$

**Μονάδες 3**

**4.4)** Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης  $F$  που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_1$  εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης, :

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης}$$

$$F - T = m \cdot a \text{ ή } F - 10000\text{N} = (1250 \cdot 2)\text{N} \text{ ή } F = 12500\text{N}$$

**Μονάδες 7**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Στις καλοκαιρινές διακοπές το αυτοκίνητό σας (A1), που μαζί με τους επιβάτες έχει μάζα  $2000\text{kg}$ , ακινητοποιείται από κάποια βλάβη. Ευτυχώς για εσάς, μετά από λίγο περνάει μια φιλική οικογένεια, με το αυτοκίνητό της (A2), που έχει μάζα μαζί με τους επιβάτες του  $3000\text{kg}$ , και προσφέρεται να σας ρυμουλκήσει στο πιο κοντινό συνεργείο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείτε ένα σχοινί, το οποίο να θεωρήσετε μη ελαστικό και με αμελητέα μάζα. Γνωρίζετε ότι το αυτοκίνητό σας και το αυτοκίνητο των φίλων σας εμφανίζουν συντελεστές τριβής ολίσθησης με τον οριζόντιο δρόμο ίσους με 0,3 και 0,4 αντιστοίχως, ενώ η δύναμη που επιταχύνει το αμάξι των φίλων σας έχει μέτρο ίσο με  $F = 33000\text{N}$ .

**4.1)** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο, και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δέχεται το καθένα.

**Μονάδες 7**

**4.2)** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση την οποία αποκτούν τα δύο αυτοκίνητα.

**Μονάδες 6**

**4.3)** Να υπολογίσετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκίνητό σας, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά 6 m.

**Μονάδες 7**

**4.4)** Τη χρονική στιγμή που το σύστημα των δύο αυτοκινήτων έχει μετατοπιστεί κατά 6 m χαλαίει και το αυτοκίνητο των φίλων σας, οπότε η δύναμη  $F$  παύει να δρα. Να ελέγξετε αν το σχοινί που συνδέει τα δύο αυτοκίνητα θα χαλαρώσει οπότε υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης.

ΥΠΟΔΕΙΞΗ (για το 4.4): Θεωρήστε ότι το νήμα δεν χαλαρώνει και υπολογίστε την τιμή της δύναμης που ασκεί. Ελέγξτε αν η τιμή που προσδιορίσατε είναι λογική για σχοινί.

**Μονάδες 5**

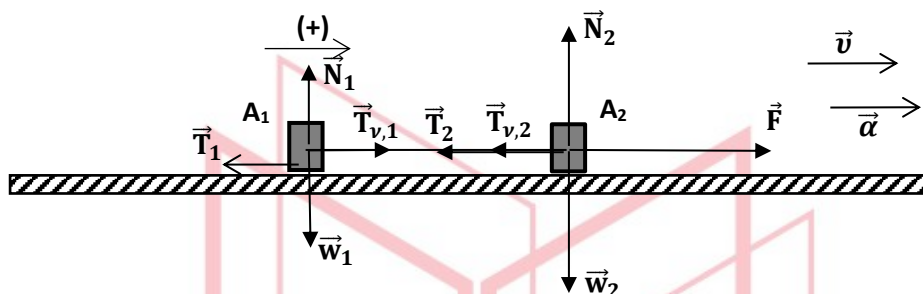
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

# 13705-Λύση

## ΘΕΜΑ 4

### Ενδεικτική Λύση

#### 4.1)



Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώνοντας το ένα το άλλο.

**Μονάδες 3**

Στον άξονα που είναι κάθετος στον οριζόντιο δρόμο ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton για το κάθε αυτοκίνητο, οπότε:

$$A1: \sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w}_1 = 0 \text{ ή } N_1 = w_1 = m_1 \cdot g = 20000 \text{ N}$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_1 = \mu_1 \cdot N_1 = (0,3 \cdot 20000) \text{ N} = 6000 \text{ N}$$

**Μονάδες 2**

Ομοίως για το αυτοκίνητο 2, υπολογίζουμε:

$$A2: \sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w}_2 = 0 \text{ ή } N_2 = w_2 = m_2 \cdot g = 30000 \text{ N}$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = (0,4 \cdot 30000) \text{ N} = 12000 \text{ N}$$

**Μονάδες 2**

4.2) Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{v,1} = T_{v,2} = T_v$$

**Μονάδες 1**

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$F + T_{v,1} - T_{v,2} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a, \text{ ή}$$

$$F - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a \text{ ή } (33000 - 18000) \text{ N} = 5000 \text{ kg} \cdot a, \text{ ή}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

**Μονάδες 5**



## 13705-Λύση

4.3) Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το A1 στον άξονα της κίνησης :

$$\sum \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{v,1} - T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_{v,1} - 6000N = (2000 \cdot 3)N \text{ ή } T_{v,1} = 12000N$$

**Μονάδες 3**

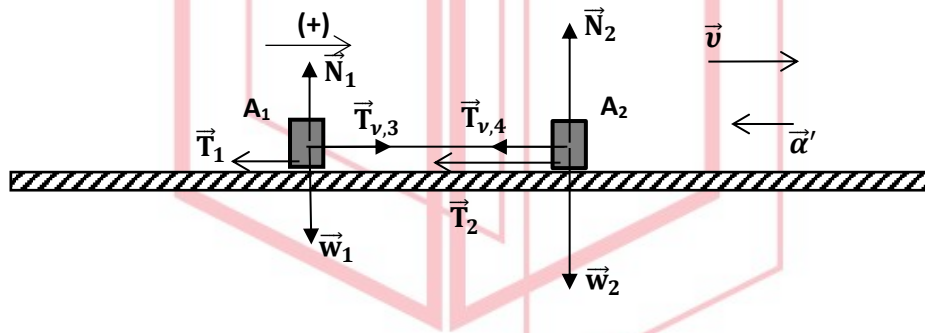
Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) για τη μετατόπιση του A1 κατά  $\Delta x = 6m$ :

$$\Delta K = W_{w_1} + W_{N_1} + W_{T_1} + W_{T_{v,1}} \text{ ή } \Delta K = 0 + 0 + T_{v,1} \cdot \Delta x - T_1 \cdot \Delta x$$

$$\text{ή } \Delta K = ((12000 - 6000) \cdot 6)J \text{ ή } \Delta K = 36000J$$

**Μονάδες 4**

4.4)



Στο παραπάνω σχήμα, φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στα αυτοκίνητα μετά την κατάργηση της  $\vec{F}$ . Λόγω αβαρούς και μη εκτατού σκοινιού για τα μέτρα των τάσεων, ισχύει:

$$T_{v,3} = T_{v,4} = T_v'$$

Έστω ότι το σκοινί παραμένει τεντωμένο, οπότε θα ισχύει:

$$T_{v,3} > 0 \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα των δύο αυτοκινήτων:

$$\sum \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}', \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_{v,3} - T_{v,4} - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a', \text{ ή}$$

$$-T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a' \text{ ή } -18000N = 5000kg \cdot a', \text{ ή}$$

$$a' = -3,6 \text{ m/s}^2$$

Η φορά της επιτάχυνσης είναι αντίρροπη της ταχύτητας οπότε η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

**Μονάδες 3**

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το A1 στον άξονα της κίνησης :



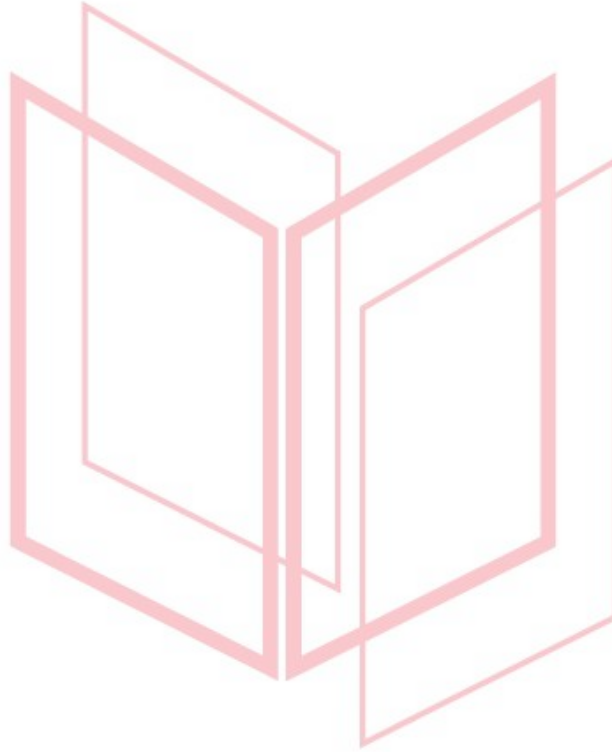
## 13705-Λύση

$\Sigma \vec{F} = m_1 \cdot \vec{a}'$ , ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,

$$+T_{\nu,3} - T_1 = m_1 \cdot a \quad \text{ή} \quad T_{\nu,3} - 6000N = -(2000 \cdot 3,6)N \quad \text{ή} \quad T_{\nu,3} = -1200N$$

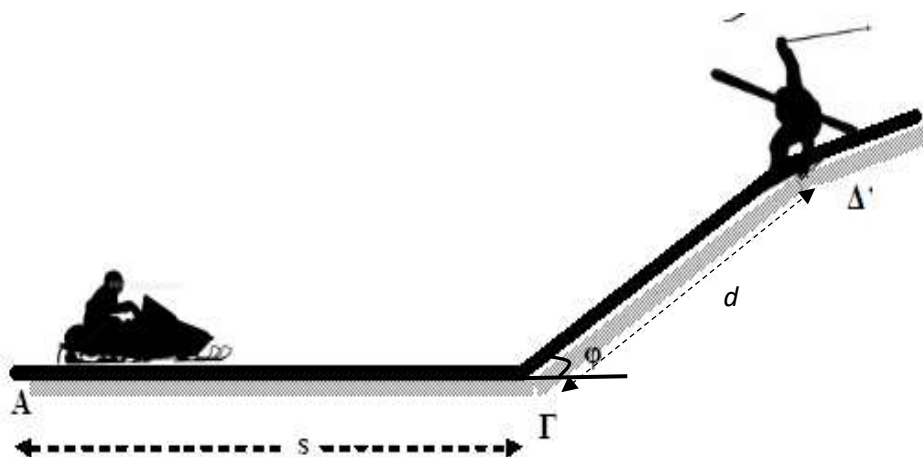
Το αποτέλεσμα παραβιάζει την υπόθεση που κάναμε και περιγράφεται στην (1), άρα το σκοινί μετά την κατάργηση της  $\vec{F}$  παύει να είναι τεντωμένο με συνέπεια να υπάρχει πιθανότητα σύγκρουσης των αυτοκινήτων.

**Μονάδες 2**



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Σε ένα χιονοδρομικό κέντρο, ένα παιδί κάνει snowmobile. Η συνολική μάζα του παιδιού και του snowmobile είναι  $m = 100\text{kg}$ . Το snowmobile ξεκινά να κινείται σε οριζόντια επιφάνεια με την οποία έχει συντελεστή τριβής  $\mu_1 = 0,2$ , με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F = 300\text{N}$ . Αφού διανύσει διάστημα  $s = 50\text{m}$  στην οριζόντια επιφάνεια το όχημα συναντά ανηφορική χιονισμένη πλαγιά γωνίας κλίσης  $\varphi$  και ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη  $F$  (σβήνει η μηχανή του).

Να υπολογίσετε :

**4.1)** Το μέτρο της επιτάχυνσης του οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο.

**Μονάδες 6**

**4.2)** Τη χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι τη βάση της χιονισμένης πλαγιάς καθώς και το μέτρο της ταχύτητας του εκεί (Σημείο Γ).

**Μονάδες 6**

**4.3)** Το μέτρο της επιβράδυνσης του οχήματος στο κεκλιμένο επίπεδο (χιονισμένη πλαγιά) αν γνωρίζετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης οχήματος-πλαγιάς είναι  $\mu_2 = 0,5$ .

**Μονάδες 7**

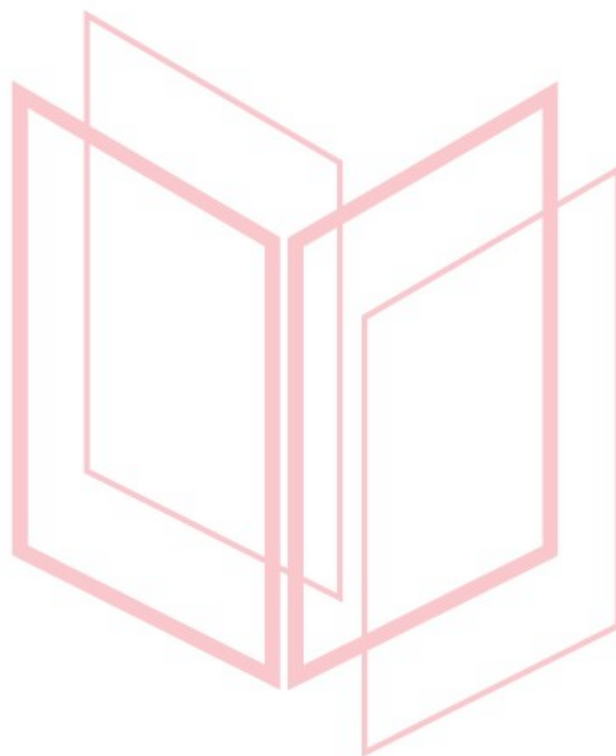
**4.4)** Αν σε απόσταση  $d = 10\text{m}$  από τη βάση της πλαγιάς, βρίσκεται τραυματισμένος ένας σκιέρ, να ελέγξετε αν το παιδί θα καταφέρει να αποφύγει τη σύγκρουση με τον σκιέρ, λαμβάνοντας υπόψη ότι η πορεία του θα παραμείνει ευθύγραμμη.

**Μονάδες 6**

Να θεωρήσετε ότι το παιδί και το snowmobile έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα του οχήματος στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Γ δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση.

Δίνονται,  $\eta\mu\varphi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

13706



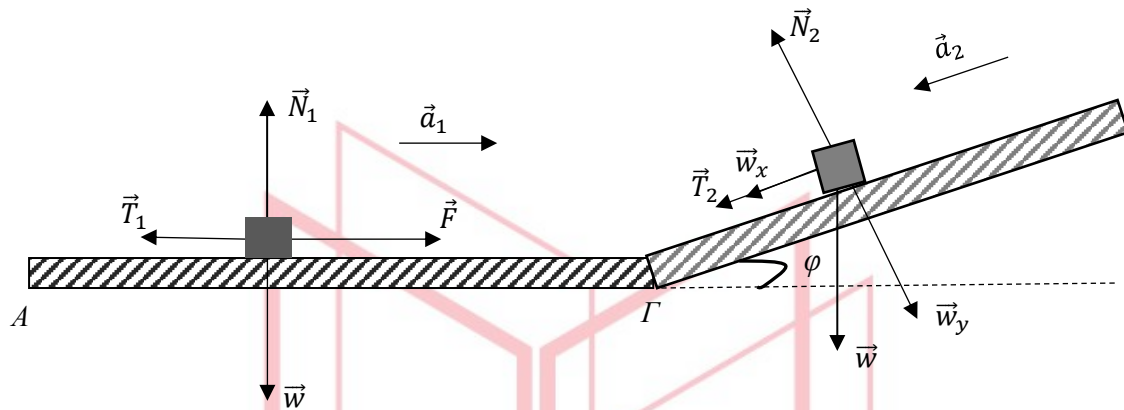
# αθημπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13706-Λύση

## ΘΕΜΑ 4

### Ενδεικτική Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο snowmobile και στο παιδί τόσο στο οριζόντιο επίπεδο όσο και στην πλαγιά. Στην πλαγιά η  $\vec{F}$  έχει καταργηθεί και η δύναμη του βάρους έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε άξονα παράλληλο και κάθετο στην πλαγιά.

**4.1)** Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_1 + \vec{w} = 0 \text{ ή } N_1 = w = 1000 \text{ N}$$

Μονάδα 1

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της τριβής στην οριζόντια διαδρομή:

$$T_1 = \mu_1 \cdot N_1 = 0,2 \cdot 1000 \text{ N} = 200 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της κίνησης:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, \text{ ή } F - T_1 = m \cdot a_1, \text{ ή } 300 - 200 = 100 \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = 1 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 3

**4.2)** Το snowmobile και το παιδί στην οριζόντια διαδρομή εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση κίνησης υπολογίζεται η χρονική διάρκεια  $\Delta t_1$  αυτής της κίνησης:

$$s = \frac{1}{2} a_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{a_1}} \text{ ή } \Delta t_1 = 10 \text{ s}$$

Μονάδες 3

Και από την εξίσωση της ταχύτητας υπολογίζουμε την ταχύτητα ( $v_1$ ) στο σημείο Γ:

$$v_1 = a_1 \cdot \Delta t_1 = 10 \text{ m/s}$$

## 13706-Λύση

Μονάδες 3

4.3) Για τα μέτρα των δυνάμεων που έχουν σχεδιαστεί στην χιονισμένη πλαγιά υπολογίζουμε:

$$w = m \cdot g = 1000 \text{ N},$$

$$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 600 \text{ N}$$

$$w_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 800 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στον άξονα που είναι κάθετος στην πλαγιά ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N}_2 + \vec{w}_y = 0 \text{ ή } N_2 = w_y = 800 \text{ N}$$

Και από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το μέτρο της:

$$T_2 = \mu_2 \cdot N_2 = 0,5 \cdot 800 \text{ N} = 400 \text{ N}$$

Μονάδες 2

Στη συνέχεια εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης στην χιονισμένη πλαγιά :

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιβράδυνσης,}$$

$$w_x + T_2 = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{w_x + T_2}{m} \text{ ή } a_2 = \frac{1000 \text{ N}}{100 \text{ kg}} \text{ ή } a_2 = 10 \text{ m/s}^2$$

Μονάδες 3

4.4) Το όχημα και το παιδί εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στην χιονισμένη πλαγιά. Από την εξίσωση της ταχύτητας, υπολογίζεται η χρονική διάρκεια  $\Delta t_2$  αυτής της κίνησης:

$$v = v_0 - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } v_\Delta = v_r - a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = 1 \text{ s}$$

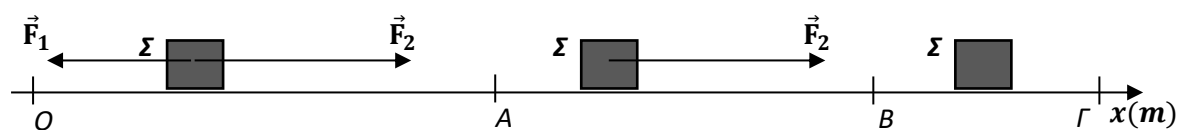
Μονάδες 3

Και από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε το διάστημα που θα διανύσει το όχημα και το παιδί, στη χιονισμένη πλαγιά μέχρι να ακινητοποιηθεί:

$$(\Gamma\Delta) = v_0 \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t_2^2 \text{ ή } (\Gamma\Delta) = \left(10 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\right) \text{ m}$$
$$\text{ή } (\Gamma\Delta) = 5 \text{ m.}$$

Εφόσον  $(\Gamma\Delta) < d$ , η σύγκρουση με τον σκιέρ αποφεύγεται.

Μονάδες 3

**Θέμα 4**

Το σώμα  $\Sigma$  με μάζα  $m = 2\text{kg}$  κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο η διεύθυνση του οποίου ταυτίζεται με ευθεία  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το σώμα διέρχεται από το σημείο  $O$  ( $x_O = 0$ ) με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 5\text{m/s}$ , ενώ δέχεται δύο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  με μέτρα  $6\text{N}$  και  $8\text{N}$  αντίστοιχα, που είναι αντίρροπες μεταξύ τους. Στο σχήμα δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο  $\Sigma$ . Το σώμα μετά την  $t_0$  κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μέχρι τη θέση  $A$  ( $x_A = 16\text{m}$ ). Στη θέση  $A$  η  $\vec{F}_1$  καταργείται, ενώ, όταν το  $\Sigma$  διέρχεται από τη θέση  $B$  ( $x_B = 32\text{m}$ ), καταργείται και η  $\vec{F}_2$  με αποτέλεσμα το  $\Sigma$  να ακινητοποιηθεί στη θέση  $\Gamma$ . Να υπολογίσετε:

**4.1)** το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου.

**Μονάδες 6**

**4.2)** Τη χρονική στιγμή όπου το σώμα διέρχεται από τη θέση  $B$ .

**Μονάδες 7**

**4.3)** Τη θέση του σημείου  $\Gamma$ .

**Μονάδες 7**

**4.4)** Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

**Μονάδες 5**

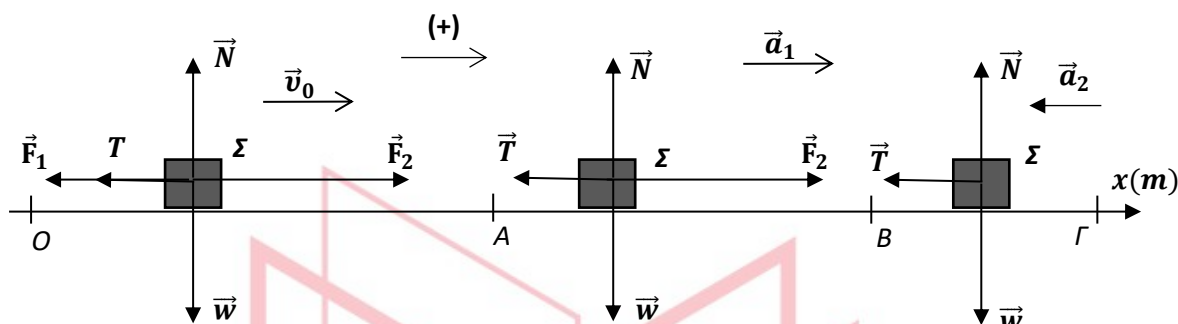
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .



# 13710-Λύση

## Θέμα 4

### Ενδεικτική Λύση



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις τρεις διαδοχικές κινήσεις που εκτελεί, ενώ έχει ληφθεί ως θετική η φορά της ταχύτητας.

**4.1)** Στη διαδρομή (OA) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής, ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } F_2 - F_1 - T = 0 \text{ ή } T = 2N$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g = 20 N$$

Μονάδες 4

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T_1 = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{2}{20} = 0,1$$

Μονάδες 2

**4.2)** Στη διαδρομή (AB) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_0$ . Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιτάχυνσης  $\vec{a}_1$ , ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1, \text{ ή}$$

$$F_2 - T = m \cdot a_1 \text{ ή } a_1 = \frac{F_2 - T}{m} = \frac{(8 - 2)N}{2kg} = 3m/s^2$$

Η μετατόπιση το Σ από τη θέση A στη θέση B είναι ίση με:

$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A = (32 - 16)m = 16m$$

Μονάδες 2



## 13710-Λύση

Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική της διάρκεια  $\Delta t_1$ :

$$\Delta x_{AB} = v_0 \cdot \Delta t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot \Delta t_1^2 \text{ ή } 16 = 5 \cdot \Delta t_1 + 1,5 \cdot \Delta t_1^2 \text{ (S.I)}$$

$$\text{ή } 1,5 \cdot \Delta t_1^2 + 5 \cdot \Delta t_1 - 16 = 0 \text{ (S.I)}(1)$$

Η διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (1) είναι:

$$\Delta = (+5)^2 - 4 \cdot 1,5 \cdot (-16) = 121$$

Οι λύσεις της (1) είναι:

$$\Delta t_1 = \frac{-5 + \sqrt{121}}{2 \cdot 1,5} = 2s \text{ (δεκτή) ή}$$

$$\Delta t_1 = \frac{-5 - \sqrt{121}}{2 \cdot 1,5} = -\frac{16}{3}s \text{ (απορρίπτεται)}$$

Μονάδες 3

Η μετατόπιση του Σ από τη θέση Ο στη θέση Α είναι ίση με:

$$\Delta x_{OA} = x_A - x_O = (16 - 0)m = 16m$$

Οπότε η χρονική στιγμή  $t_1$  που το σώμα διέρχεται από το Α θα είναι:

$$v_0 = \frac{\Delta x_{OA}}{\Delta t} \text{ ή } 5m/s = \frac{16m}{t_1 - 0} \text{ ή } t_1 = 3,2s$$

Ενώ η χρονική στιγμή  $t_2$  που το σώμα διέρχεται από το Β θα είναι:

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 \text{ ή } t_2 = \Delta t_1 + t_1 = 5,2s$$

Μονάδες 2

**4.3)** Την χρονική στιγμή  $t_2$  που το σώμα διέρχεται από το Β η ταχύτητα του θα είναι:

$$v_1 = v_0 + a_1 \cdot \Delta t_1 = (5 + 3 \cdot 2)m/s = 11m/s$$

Στη διαδρομή (ΒΓ) το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $\vec{v}_1$ . Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε την τιμή της επιβράδυνσης  $\vec{a}_2$ , ενώ η κατεύθυνση της έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_2, \text{ ή}$$

$$-T = m \cdot a_2 \text{ ή } a_2 = \frac{-T}{m} = \frac{(-2)N}{2kg} = -1m/s^2$$

Μονάδες 3

Από την εξίσωση της ταχύτητας στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη χρονική της διάρκεια  $\Delta t_2$ :

$$v_f = v_1 + a_2 \cdot \Delta t_2 \text{ ή } 0 = \frac{11m}{s} - \left(\frac{1m}{s^2}\right) \cdot \Delta t_2 \text{ ή } \Delta t_2 = 11s$$

## 13710-Λύση

Από την εξίσωση της μετατόπισης στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση υπολογίζουμε τη μετατόπιση  $\Delta x_{BG}$  και στην συνέχεια τη θέση και τη χρονική στιγμή  $t_3$  της ακινητοποίησης του Σ:

$$\Delta x_{BG} = v_1 \cdot \Delta t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot \Delta t_2^2 \text{ ή } \Delta x_{BG} = (11 \cdot 11 - 0,5 \cdot 11^2)m \text{ ή } \Delta x_{BG} = 60,5m$$

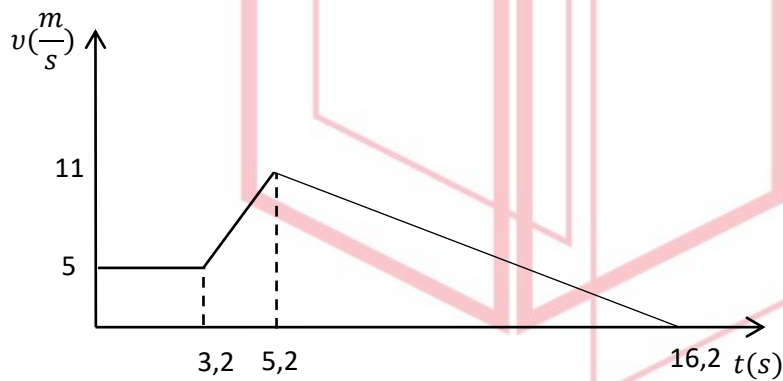
Όπου,

$$\Delta x_{BG} = x_G - x_B \text{ ή } 60,5m = x_G - 32m \text{ ή } x_G = 92,5 m$$

$$\text{Και } \Delta t_2 = t_3 - t_2 \text{ ή } 11s = t_3 - 5,2s \text{ ή } t_3 = 16,2s$$

Μονάδες 4

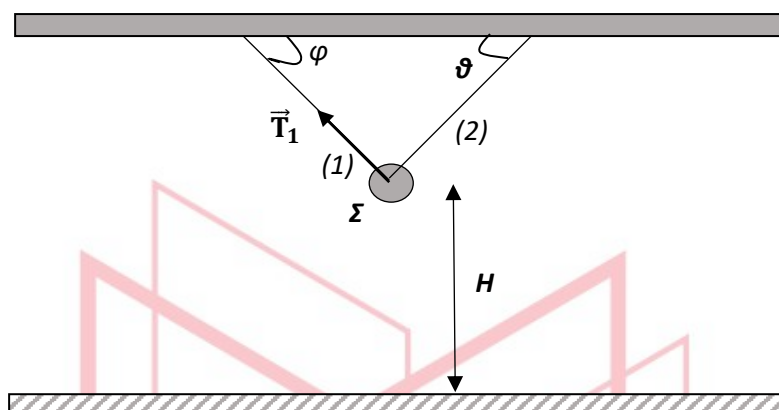
**4.4)** Αξιοποιώντας αποτελέσματα που υπολογίστηκαν στα προηγούμενα ερωτήματα, κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη στιγμή που το σώμα ακινητοποιείται.



Μονάδες 5

# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Θέμα 4

Η σφαίρα  $\Sigma$  με μάζα  $m$  ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη  $\Sigma$  και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η  $\Sigma$  απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση  $H = 5\text{m}$ . Το μέτρο της δύναμης (τάσης,  $\vec{T}_1$ ) που ασκεί το νήμα (1) στη σφαίρα είναι  $60\text{ N}$ .

**4.1)** Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης,  $\vec{T}_2$ ) που ασκεί το νήμα (2) στη  $\Sigma$ .

**Μονάδες 6**

**4.2)** Να υπολογίσετε τη μάζα της  $\Sigma$ .

**Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα  $\Sigma$  να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

**4.3)** Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική της ενέργεια είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια.

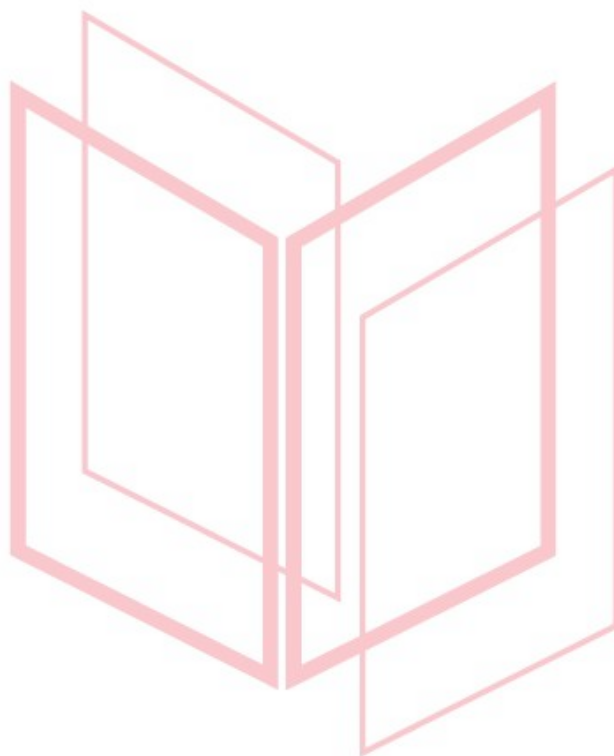
**Μονάδες 7**

**4.4)** Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της  $\Sigma$  κατά την πτώση της σε συνάρτηση με την απόσταση της  $y$  από τη θέση όπου κόβονται τα νήματα, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

**Μονάδες 6**

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\eta\mu\theta = \sigma\upsilon\nu\theta = 0,6$  και ότι  $\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\theta = 0,8$ . Επίσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η σφαίρα  $\Sigma$  έχει μικρές διαστάσεις έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ως υλικό σημείο.

13711

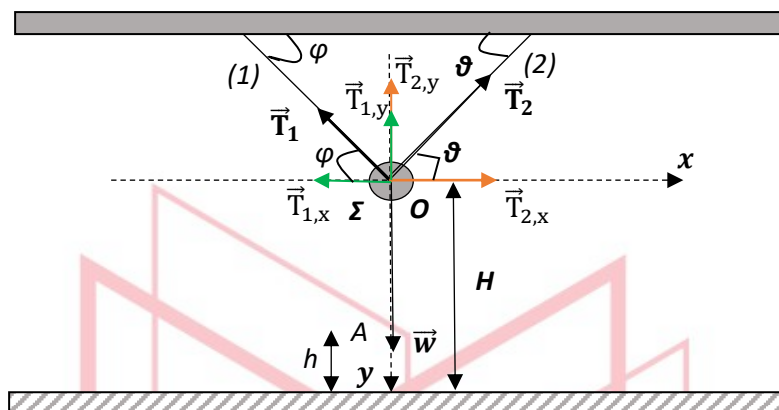


# αλημπνίσns

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13711-Λύση

## Θέμα 4



**4.1)** Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφαίρα κατά την ισορροπία της. Επίσης θεωρήθηκε ορθογώνιο σύστημα αξόνων  $xOy$ , όπου η αρχή  $O$  ταυτίζεται με τη θέση της σφαίρας  $\Sigma$ . Στη συνέχεια οι τάσεις των νημάτων  $\vec{T}_1$  και  $\vec{T}_2$  έχουν αναλυθεί σε συνιστώσες στο επιλεγμένο σύστημα αξόνων. Οι γωνίες με το όνομα  $\varphi$  είναι μεταξύ τους ίσες ως εντός εναλλάξ και το ίδιο ισχύει για τις γωνίες με το όνομα  $\theta$ . Στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{T}_{1,x} + \vec{T}_{2,x} = 0 \text{ ή } T_{2,x} - T_{1,x} = 0 \text{ ή}$$

$$T_2 \cdot \text{συν}\theta = T_1 \cdot \text{συν}\varphi \text{ ή } T_2 = \frac{T_1 \cdot \text{συν}\varphi}{\text{συν}\theta} \text{ ή } T_2 = \frac{60 \cdot 0,8}{0,6} \text{ N} = 80 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**

**4.2)** Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε λαμβάνοντας ως θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{w} + \vec{T}_{1,y} + \vec{T}_{2,y} = 0 \text{ ή } w - T_{2,y} - T_{1,y} = 0 \text{ ή}$$

$$m \cdot g = T_2 \cdot \eta\mu\theta + T_1 \cdot \eta\mu\varphi \text{ ή } m = \frac{T_2 \cdot \eta\mu\theta + T_1 \cdot \eta\mu\varphi}{g} \text{ ή } m = \frac{80 \cdot 0,8 + 60 \cdot 0,6}{10} \text{ kg}$$

$$\text{ή } m = 10 \text{ kg}$$

**Μονάδες 6**

**4.3)** Έστω η θέση  $A$  που απέχει απόσταση  $h$  από το οριζόντιο δάπεδο, στην οποία η κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια, δηλαδή:

$$4 \cdot U_A = K_A$$

## 13711-Λύση

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας στις θέσεις Ο και Α:

$$E_O = E_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = K_A + U_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = 5 \cdot U_A \text{ ή } m \cdot g \cdot H = 5 \cdot m \cdot g \cdot h$$

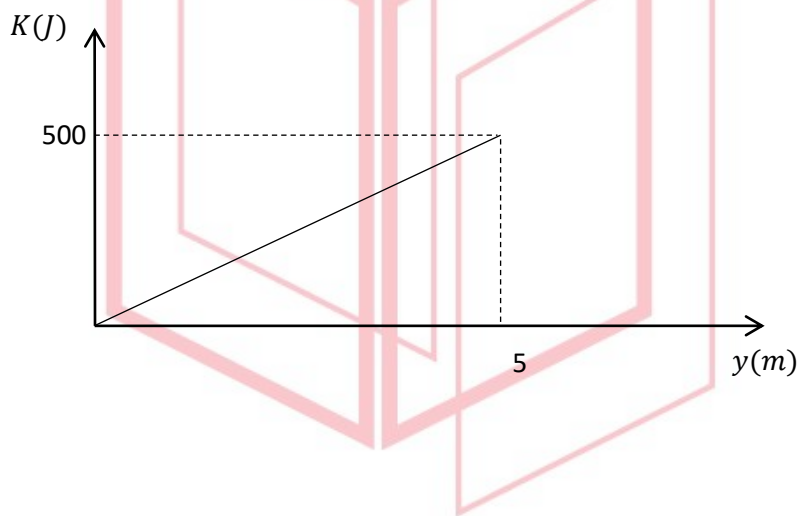
$$\text{ή } h = \frac{H}{5} = 1\text{m}$$

**Μονάδες 7**

**4.4)** Κατά την πτώση ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot (H - y) = 100y, \text{ για } 0 \leq y \leq 5\text{ m}$$

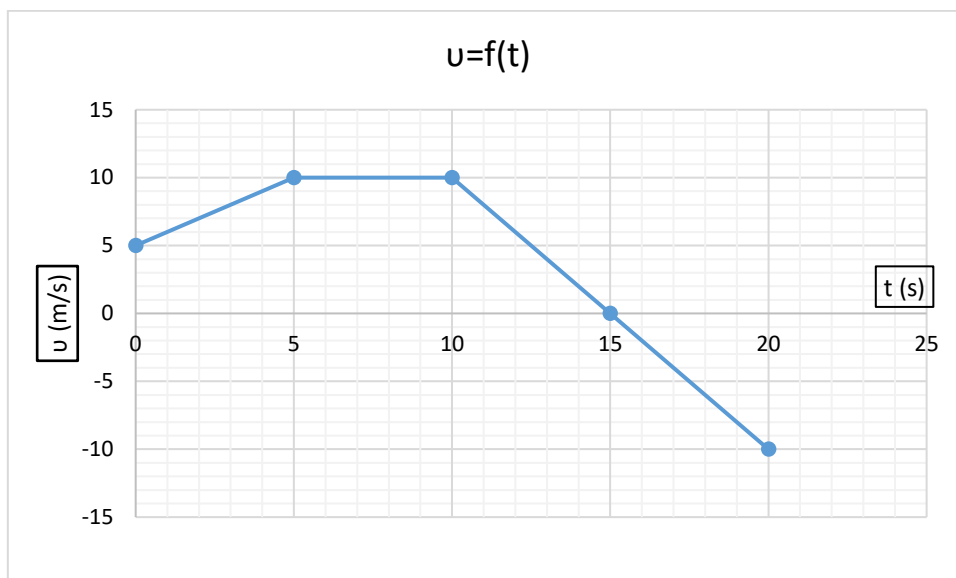
Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση  $K = f(y)$ :



# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4



Σώμα μικρών διαστάσεων μάζας  $1\text{ kg}$  κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα  $Ox$  και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 5\text{ m}$ .

4.1) Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 10\text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

4.2) Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20\text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

4.3) Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$  που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20\text{ s}$  σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.

**Μονάδες 7**

4.4) Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20\text{ s}$ .

**Μονάδες 6**



# 13713-Λύση

## ΘΕΜΑ 4

### Ενδεικτική Λύση

4.1) Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης  $v = f(t)$  και του άξονα των χρόνων είναι αριθμητικά ίσο με τη μετατόπιση στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα:

$$\text{Για } 0 \leq t \leq 5s, \Delta x_1 = \frac{(5 + 10)m}{2} \cdot 5s = 37,5 m$$

$$\text{Και για } 5s < t \leq 10s, \Delta x_2 = 10m/s \cdot (10 - 5)s = 50 m$$

Άρα η μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 10s$  θα είναι:

$$\Delta x_{0 \rightarrow 10s} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 87,5 m \text{ και θα βρίσκεται στη θέση:}$$

$$\Delta x_{0 \rightarrow 10s} = x - x_0 \text{ ή } x = 87,5 m$$

**Μονάδες 6**

4.2) Όπως στο ερώτημα 4.1 υπολογίζονται οι μετατοπίσεις για τα χρονικά διαστήματα  $10s \rightarrow 15s$  και  $15s \rightarrow 20s$  αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα:

$$\text{Για } 10s < t \leq 15s, \Delta x_3 = \frac{10m/s \cdot (15 - 10)s}{2} = 25 m$$

$$\text{Και για } 15s < t \leq 20s, \Delta x_4 = \frac{-10m}{s} \cdot (20 - 15)s}{2} = -25 m$$

Το συνολικό διάστημα που διανύει το σώμα στο χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 20 s$  θα είναι:

$$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| = (37,5 + 50 + 25 + 25)m = 137,5m$$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{t_{ολ}} = \frac{137,5m}{20s} = 6,875m/s$$

**Μονάδες 6**

4.3) Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα υπολογίζουμε την τιμή της επιτάχυνσης και την τιμή της συνισταμένης δύναμης για κάθε ένα από τα επιμέρους χρονικά διαστήματα:

$$\alpha) \text{ Για } 0 \leq t \leq 5s, \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-5}{5-0} m/s^2 = 1m/s^2$$

Με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_1 = +1N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα.

$$\beta) \text{ Για } 5s < t \leq 10s, \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10-10}{10-5} m/s^2 = 0 m/s^2$$

## 13713-Λύση

Με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_2 = 0$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $10\text{m/s}$ .

γ) Για  $10\text{s} < t \leq 15\text{s}$ ,  $\alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-10}{15-10} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \text{m/s}^2$

Με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_3 = -2N$$

Η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη και τη χρονική στιγμή  $t = 15\text{s}$  η ταχύτητα μηδενίζεται.

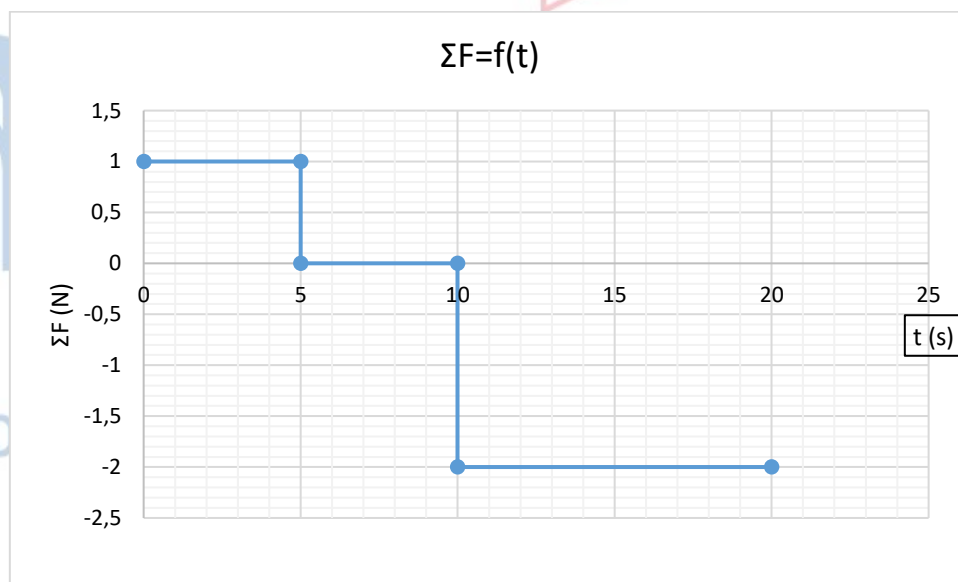
δ) Για  $15\text{s} < t \leq 20\text{s}$ ,  $\alpha_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-10-0}{20-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \text{m/s}^2$

Με εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Newton:

$$\sum F = m \cdot \alpha_4 = -2N$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της επιτάχυνσης και της συνισταμένης δύναμης δεν αλλάζει σε σχέση με την περίπτωση γ). Όμως αλλάζει το είδος της κίνησης αφού αλλάζει η φορά κίνησης (αρνητική ταχύτητα). Μετά την  $t = 15\text{s}$  η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Αξιοποιώντας τους παραπάνω υπολογισμούς κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης  $\sum \vec{F}$  που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20\text{s}$ :



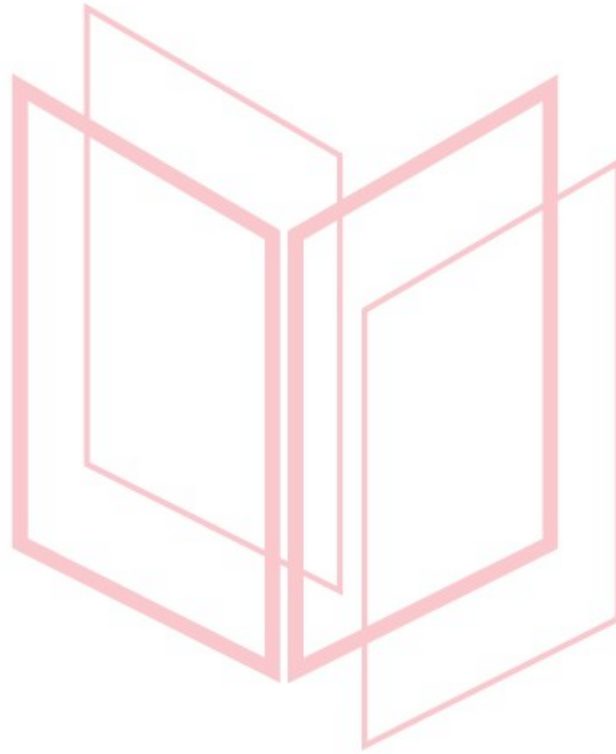
**Μονάδες 7**

**4.4)** Το έργο της συνισταμένης δύναμης  $\sum \vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 20\text{s}$  υπολογίζεται από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

## 13713-Λύση

$$W_{\Sigma F} = K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\tau\epsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\alpha\rho\chi}^2 =$$
$$\left( \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (-10)^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (+5)^2 \right) J = 37,5 J$$

**Μονάδες 6**



# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2**

**2.1** Ο αστροναύτης Dave Scott στην αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι, το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο.... όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι κι εσείς αφήνετε να πέσει ελεύθερα ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό του Scott και από το ίδιο ύψος που το άφησε αυτός στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη  $\vec{g}_Γ$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη  $\vec{g}_Σ$  συνδέονται με τη σχέση,  $\vec{g}_Γ = 6 \cdot \vec{g}_Σ$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $K_Γ$  και  $K_Σ$  είναι οι κινητικές ενέργειες του σφυριού ακριβώς πριν ακουμπήσει στην επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, τότε θα ισχύει :

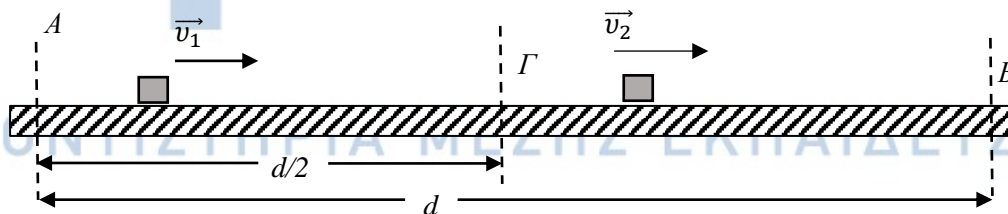
α)  $K_Γ = \sqrt{6} \cdot K_Σ$  ,     β)  $K_Γ = K_Σ$  ,     γ)  $K_Γ = 6 \cdot K_Σ$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Στους κυλιόμενους διαδρόμους που μεταφέρουν τις βαλίτσες, από το αεροπλάνο στο χώρο παραλαβής των αποσκευών, στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος» υπάρχει η δυνατότητα αυτοματοποιημένης επιλογής της ταχύτητας τους. Έστω ότι στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα  $(AB) = d$  όπως αυτό του σχήματος παρατηρείτε την κίνηση μιας βαλίτσας. Κάποια χρονική στιγμή, η βαλίτσα διέρχεται από το σημείο A με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v_1$ , ενώ όταν διέρχεται από το σημείο Γ το μέτρο της ταχύτητάς της διπλασιάζεται ακαριαία (σε ελάχιστο χρόνο μέσω του μηχανισμού αυτόματης επιλογής ταχύτητας) σε  $v_2 = 2 \cdot v_1$  και διατηρείται σταθερό, έως ότου η βαλίτσα να διέλθει από το σημείο B.



**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν το σημείο Γ απέχει  $d/2$  από το σημείο A για τη μέση ταχύτητα της βαλίτσας στη διαδρομή της από το A στο B ισχύει:

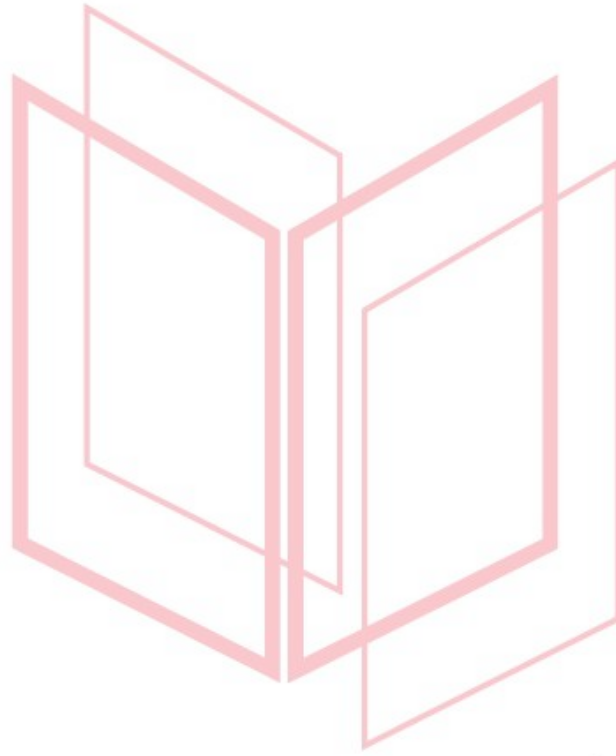
α)  $v_\mu = \frac{3}{2} \cdot v_1$  ,     β)  $v_\mu = \frac{4}{3} \cdot v_1$  ,     γ)  $v_\mu = \frac{3}{4} \cdot v_1$

**Μονάδες 4**

13769

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9



# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13769-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.1.B Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος  $h$ , ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

και η ταχύτητα που θα έχει το σώμα αφού διανύσει ύψος  $h$ , από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο, υπολογίζεται από την εξίσωση ταχύτητας:

$$v = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Εφαρμόζοντας κατάλληλα την εξίσωση (2) για το σφυρί, υπολογίζουμε τη σχέση των μέτρων των ταχυτήτων του σφυριού ακριβώς πριν ακουμπήσει στην επιφάνεια της Γης,  $v_{\Gamma}$  και της Σελήνης,  $v_{\Sigma}$ :

$$v_{\Gamma} = \sqrt{2 \cdot g_{\Gamma} \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot g_{\Sigma} \cdot h} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2 \cdot g_{\Sigma} \cdot h} = \sqrt{6} \cdot v_{\Sigma} \quad (3)$$

(Μονάδες 2)

Άρα αξιοποιώντας την σχέση (3) των ταχυτήτων, υπολογίζεται και η σχέση μεταξύ των κινητικών ενεργειών στη Γη,  $K_{\Gamma}$  και στη Σελήνη,  $K_{\Sigma}$  αντίστοιχα:

$$K_{\Gamma} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\Gamma}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 6 \cdot v_{\Sigma}^2 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\Sigma}^2 = 6 \cdot K_{\Sigma}$$

(Μονάδες 2)

## 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.2.B Έστω ότι η βαλίτσα διανύει το διάστημα (ΑΓ) σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$  και το διάστημα (ΓΒ) σε χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$ . Για τη σχέση των διαστημάτων σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει:

$$(ΑΓ) = (ΓΒ) = \frac{d}{2}$$

Η βαλίτσα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v_1$  στο (ΑΓ) και ταχύτητα επίσης σταθερού μέτρου,  $v_2 = 2 \cdot v_1$  στο (ΓΒ). Άρα από την εξίσωση κίνησης υπολογίζουμε τα χρονικά διαστήματα κίνησης ως εξής:

$$(ΑΓ) = \frac{d}{2} = v_1 \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = \frac{d}{2 \cdot v_1} \quad (1) \quad \text{και} \quad (ΓΒ) = \frac{d}{2} = v_2 \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{d}{2 \cdot v_2} \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = \frac{d}{4 \cdot v_1} \quad (2)$$

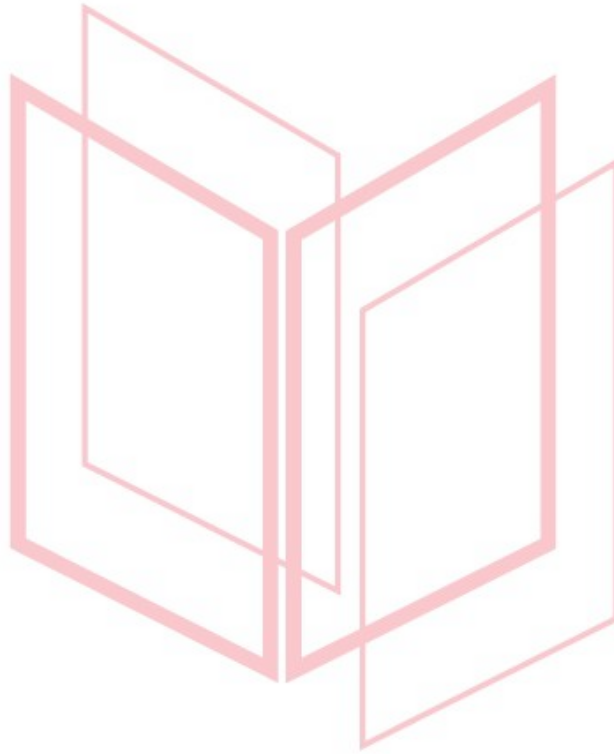
(Μονάδες 5)

## 13769-Λύση

Τέλος από τον ορισμό της μέσης ταχύτητας υπολογίζουμε:

$$v_{\mu} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{(ΑΓ) + (ΓΒ)}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{d}{\frac{d}{2 \cdot v_1} + \frac{d}{4 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{2 \cdot d}{4 \cdot v_1} + \frac{d}{4 \cdot v_1}} = \frac{d}{\frac{3 \cdot d}{4 \cdot v_1}} = \frac{4 \cdot v_1}{3}$$

(Μονάδες 4)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 2**

**2.1** Ο αστροναύτης Dave Scott στη αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο... όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι αφήνετε να πέσει ελεύθερα και εσείς ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό που άφησε ο Scott στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα στη Γη θεωρείται αμελητέα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη  $\vec{g}_Γ$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη  $\vec{g}_Σ$  συνδέονται με τη σχέση  $\vec{g}_Γ = 6 \cdot \vec{g}_Σ$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

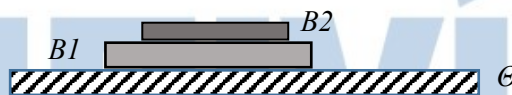
Αν εσείς αφήνατε το σφυρί να πέσει στη Γη από ύψος  $h_1$  από την επιφάνεια του εδάφους, τότε το ύψος  $h_2$  από την επιφάνεια της Σελήνης από το οποίο θα έπρεπε να αφήσει ο αστροναύτης το σφυρί έτσι ώστε οι χρόνοι πτώσης στη Γη και στην Σελήνη να είναι ίδιοι, θα ήταν :

$$\alpha) h_1 = \sqrt{6} \cdot h_2 \quad , \quad \beta) h_1 = 6 \cdot h_2 \quad , \quad \gamma) h_1 = h_2$$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**

Στο παραπάνω σχήμα (I) απεικονίζονται δύο βιβλία B1 και B2 με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει  $m_1 = 2 \cdot m_2$ . Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ.

**2.2.A** Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (B1) στο βιβλίο (B2) έχει μέτρο  $F$ , τότε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (B1) είναι:

$$\alpha) F \quad , \quad \beta) 2 \cdot F \quad , \quad \gamma) 3 \cdot F$$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# 13770-Λύση

## 2.1

### 2.1.A Σωστή η απάντηση (β).

#### Ενδεικτική αιτιολόγηση

2.1.B Για σώμα που εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος  $h$ , ο χρόνος πτώσης υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζοντας κατάλληλα την εξίσωση (1) για το σφυρί, για την περίπτωση που αυτό πέφτει ελεύθερα στη Γη από ύψος  $h_1$  από την επιφάνεια του εδάφους και για την περίπτωση του αστροναύτη που άφησε το σφυρί από ύψος  $h_2$  από την επιφάνεια της Σελήνης, απαιτώντας οι χρόνοι πτώσης να είναι ίδιοι υπολογίζουμε:

$$t_1 = t_2 \quad \text{ή} \quad \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{g_T}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g_S}} \quad \text{ή} \quad \sqrt{\frac{2 \cdot h_1}{6 \cdot g_S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h_2}{g_S}} \quad \text{ή} \quad \frac{h_1}{6 \cdot g_S} = \frac{h_2}{g_S} \quad \text{ή} \quad h_1 = 6 \cdot h_2,$$

όπου  $t_1$  και  $t_2$  οι χρόνοι πτώσης στη Γη και στη Σελήνη αντίστοιχα.

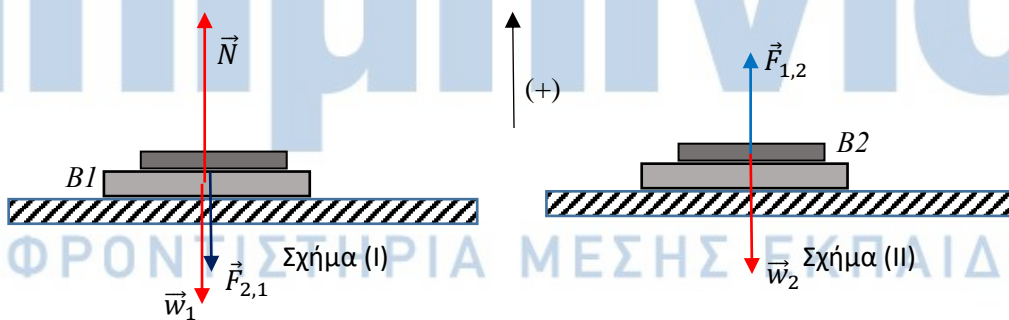
Μονάδες 6

## 2.2

### 2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).

#### Ενδεικτική αιτιολόγηση

### 2.2.B



Στο 1<sup>ο</sup> βιβλίο (B1) ασκούνται το βάρος από τη Γη  $\vec{w}_1$ , η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{N}$  από το θρανίο και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{F}_{2,1}$  από το 2<sup>ο</sup> βιβλίο (B2).

Μονάδα 1

Στο 2<sup>ο</sup> βιβλίο (B2) ασκούνται το βάρος από τη Γη  $\vec{w}_2$  και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{F}_{1,2}$  από το 1<sup>ο</sup> βιβλίο (B1).

Μονάδα 1

## 13770-Λύση

Οι δυνάμεις  $\vec{F}_{2,1}$  και  $\vec{F}_{1,2}$  ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και ικανοποιούν τον 3<sup>ο</sup> νόμο του Newton, καθώς:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \text{ και για τα μέτρα τους ισχύει:}$$

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F \quad (1)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton για κάθε βιβλίο:

$$1^\circ \text{ Βιβλίο (B1): } \sum \vec{F} = 0 \text{ ή } \vec{w}_1 + \vec{N} + \vec{F}_{2,1} = 0 \text{ ή } N = w_1 + F \quad (2)$$

Μονάδες 2

$$2^\circ \text{ Βιβλίο (B2): } \sum \vec{F} = 0 \text{ ή } \vec{w}_2 + \vec{F}_{1,2} = 0 \text{ ή } F - w_2 = 0 \text{ ή } F = w_2 \quad (3)$$

Μονάδες 2

$$\text{Όμως } m_1 = 2 \cdot m_2 \text{ ή } m_1 \cdot g = 2 \cdot m_2 \cdot g \text{ ή } w_1 = 2 \cdot w_2 \quad (4)$$

Άρα η εξίσωση (2) τροποποιείται με κατάλληλη χρήση των εξισώσεων (3) και (4) σε:

$$N = w_1 + F \text{ ή } N = 2 \cdot w_2 + F \text{ ή } N = 2 \cdot F + F \text{ ή } N = 3 \cdot F$$

Μονάδα 1

# αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2**

**2.1.** Μία μοτοσυκλέτα κινείται ευθύγραμμα και ομαλά σε οριζόντιο δρόμο και η κινητική της ενέργεια είναι ίση με  $K$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν η ταχύτητα της μοτοσυκλέτα υποδιπλασιαστεί, τότε η κινητική της ενέργεια θα μειωθεί κατά:

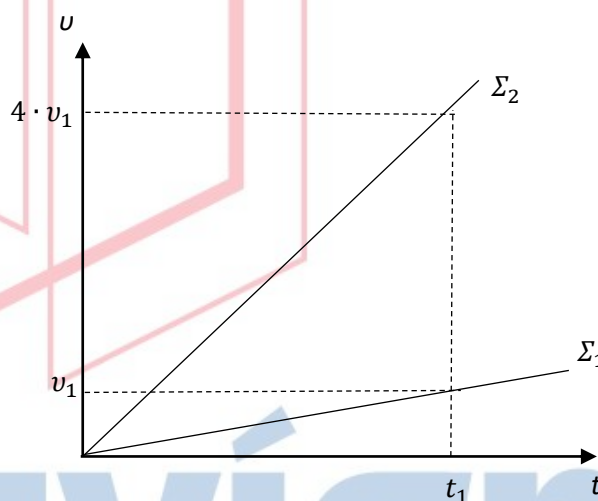
**α)**  $\frac{K}{4}$  , **β)**  $\frac{3K}{4}$  , **γ)**  $K$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , στα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  ασκούνται σταθερές οριζόντιες δυνάμεις οι οποίες έχουν ίσα μέτρα, με αποτέλεσμα τα σώματα να ξεκινήσουν να κινούνται ευθύγραμμα. Στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, φαίνεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας των δύο σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει η σχέση:

**α)**  $m_1 = \frac{1}{4} \cdot m_2$  , **β)**  $m_1 = 4 \cdot m_2$  , **γ)**  $m_1 = m_2$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# 13771-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 4

2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Αν  $v$  η αρχική ταχύτητα της μοτοσυκλέτας τότε η κινητική της ενέργεια θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Μονάδες 3

Μετά τον υποδιπλασιασμό της ταχύτητας η κινητική ενέργεια θα γίνει:

$$K_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{v^2}{4} = \frac{K}{4}$$

Μονάδες 3

Άρα η κινητική ενέργεια μεταβλήθηκε κατά:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K = \frac{K}{4} - K = -\frac{3 \cdot K}{4}$$

Δηλαδή μειώθηκε κατά  $\frac{3 \cdot K}{4}$ .

Μονάδες 2

## 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 4

2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η κλίση της ευθείας στη γραφική παράσταση  $v = f(t)$  είναι ίση με την επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 2

Οπότε:

$$\Sigma_1: \alpha_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{v_1}{t_1} \text{ και}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

$$\Sigma_2: \alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 \cdot v_1 - 0}{t_1 - 0} = \frac{4 \cdot v_1}{t_1} = 4 \cdot \alpha_1$$

Μονάδες 2

Μονάδες 2

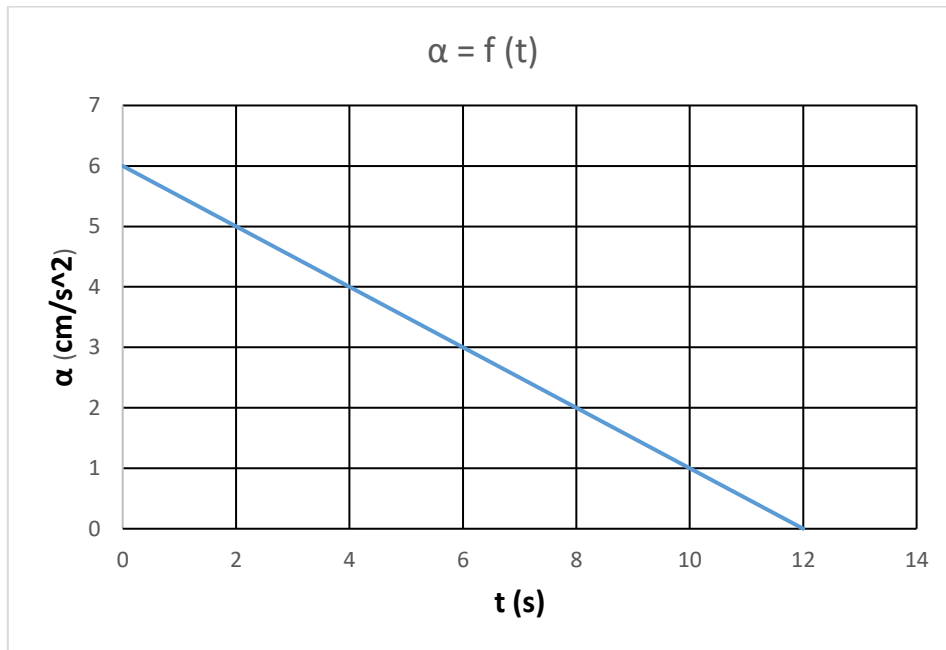
Αν θεωρήσουμε ότι και στα δύο σώματα ασκούνται δυνάμεις μέτρου  $F$ , εφαρμόζοντας τον 2° νόμο του Newton έχουμε:

$$F = m_1 \cdot \alpha_1 = m_2 \cdot \alpha_2 \text{ ή } m_1 \cdot \alpha_1 = m_2 \cdot 4 \cdot \alpha_1 \text{ ή } m_1 = 4 \cdot m_2$$

Μονάδες 3

## ΘΕΜΑ 2

## 2.1



Η παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως τη χρονική στιγμή  $t = 12s$  είναι:

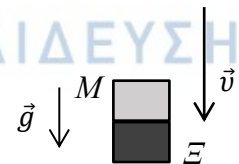
α)  $36 \text{ m/s}$  , β)  $72 \text{ m/s}$  , γ)  $0,36 \text{ m/s}$

Μονάδες 4

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

**2.2** Δύο μαθητές της Α Λυκείου πειραματίζονται στην ελεύθερη πτώση. Σε κάποιο από τα πειράματά τους επιλέγουν να αφήσουν να πέσουν ελεύθερα ένα κομμάτι μάρμαρο (M) και ένα κομμάτι ξύλο (Ξ) από το μπαλκόνι του 1<sup>ου</sup> ορόφου του σχολείου τους. Το μάρμαρο και το ξύλο έχουν ίδιο σχήμα (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο) και όγκο. Ο Νίκος τοποθετεί το μάρμαρο πάνω στο ξύλο και αφήνει τα σώματα να πέσουν, ενώ η Αγγελική βρίσκεται στο προαύλιο και παρατηρεί ότι τα σώματα φτάνουν στο προαύλιο και σε κανένα σημείο της τροχιάς δεν παρατηρείται απομάκρυνση του ενός από το άλλο.



13772

**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, η δύναμη που ασκεί το (M) στο (Ξ) κατά την πτώση είναι:

- α) ομόροπη με την ταχύτητα,
- β) μηδέν,
- γ) αντίροπη με την ταχύτητα.

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 13772-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

## 2.1.B

Το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης και του άξονα του χρόνου είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος. Οπότε:

$$\Delta v = \left( \frac{0,06 \cdot 12}{2} \right) m/s = 0,36 m/s$$

(Μονάδες 8)

## 2.2

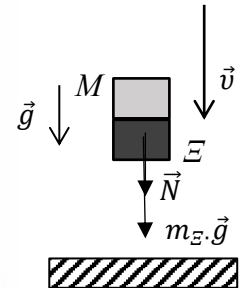
2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

## 2.2.B

Έστω  $\vec{N}$  η δύναμη που ασκεί το (M) στο (Ξ) κατά την πτώση. Η αυθαίρετη φορά της φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα που εκτελούν ελεύθερη πτώση πέφτουν με την επιτάχυνση της βαρύτητας ( $\vec{a} = \vec{g}$ ) (Μονάδες 5). Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το (Ξ), θεωρώντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ ή } N + m \cdot g = m \cdot g \text{ ή } N = 0$$



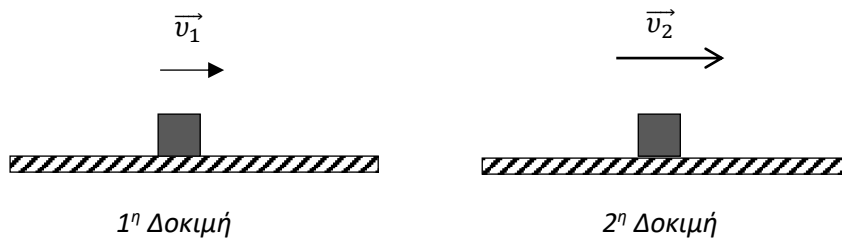
(Μονάδες 8)

Παρατήρηση: Στο ίδιο συμπέρασμα θα οδηγηθεί ένας μαθητής που ενδέχεται αρχικά να

θεωρήσει ότι η  $\vec{N}$  έχει φορά προς τα επάνω.

**ΘΕΜΑ 2**

2.1



Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην πρώτη ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_1$  και στη δεύτερη με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $u_2$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $T_1$  και  $T_2$  είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο στην 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> δοκιμή αντίστοιχα και για τις ταχύτητες που κινείται ο κύβος ισχύει η σχέση  $\vec{u}_1 < \vec{u}_2$  τότε :

α)  $T_1 = T_2$  ,   β)  $T_1 > T_2$  ,   γ)  $T_1 < T_2$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

2.2



Στο παραπάνω σχήμα (I) απεικονίζονται δύο βιβλία B1 και B2 με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα.

Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ.

**2.2.A** Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (B1) στο βιβλίο (B2) έχει μέτρο  $F$ , και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (B1) είναι  $3 \cdot F$  για το λόγο των μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , ισχύει:

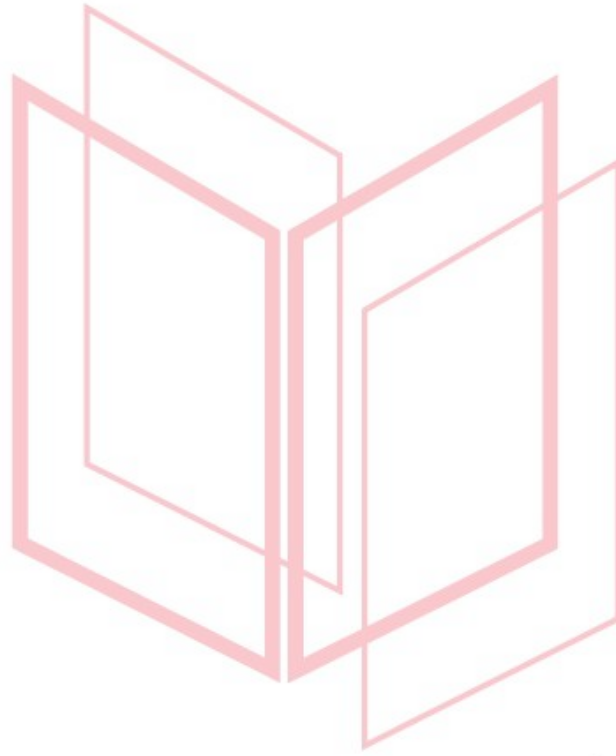
α)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{1}$  ,   β)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$  ,   γ)  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

13773



# αλημπνίση

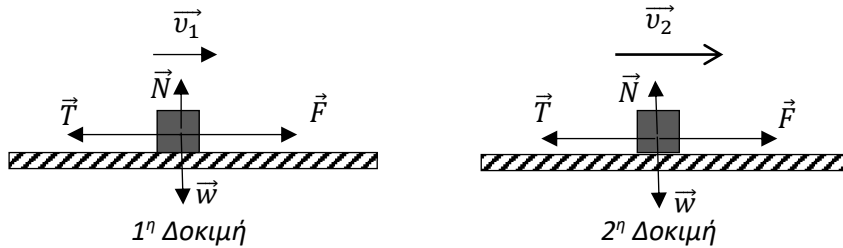
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13773-Λύση

## 2.1

### 2.1.A Σωστή η απάντηση (α).

#### Ενδεικτική αιτιολόγηση



Εφόσον για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιείται ο ίδιος ομογενής κύβος και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από την ταχύτητα κίνησης της μίας πάνω στην άλλη.

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

Και από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \quad (1)$$

Μονάδες 4

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης παραμένει σταθερό καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης  $\mu$  και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{N}$  δεν αλλάζουν.

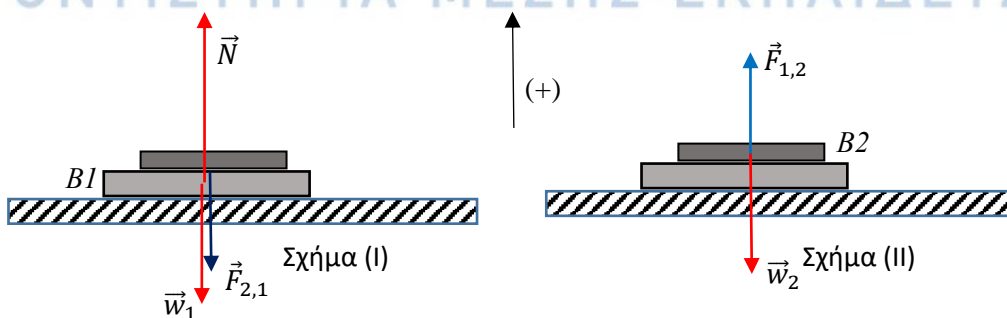
Μονάδες 2

## 2.2

### 2.2.A Σωστή η απάντηση (β).

#### 2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



## 13773-Λύση

Στο 1° βιβλίο (B1) ασκούνται το βάρος από τη Γη  $\vec{w}_1$ , η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{N}$  από το θρανίο και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{F}_{2,1}$  από το 2° βιβλίο (B2).

Μονάδα 1

Στο 2° βιβλίο (B2) ασκούνται το βάρος από τη Γη  $\vec{w}_2$  και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{F}_{1,2}$  από το 1° βιβλίο (B1).

Μονάδα 1

Οι δυνάμεις  $\vec{F}_{2,1}$  και  $\vec{F}_{1,2}$  ασκούνται σε διαφορετικά σώματα και ικανοποιούν τον 3° νόμο του Newton, καθώς:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \text{ και για τα μέτρα τους ισχύει:}$$

$$F_{1,2} = F_{2,1} = F \quad (1)$$

$$\text{και } N = 3 \cdot F \quad (2)$$

Μονάδες 2

Εφαρμόζουμε τον 1° νόμο του Newton για κάθε βιβλίο:

$$\begin{aligned} \text{1° Βιβλίο (B1): } \sum \vec{F} = 0 \text{ ή } \vec{w}_1 + \vec{N} + \vec{F}_{2,1} = 0 \text{ ή } N = w_1 + F \text{ ή } 3 \cdot F = w_1 + F \\ \text{ή } w_1 = 2 \cdot F \quad (3) \end{aligned}$$

Μονάδες 2

$$\text{2° Βιβλίο (B2): } \sum \vec{F} = 0 \text{ ή } \vec{w}_2 + \vec{F}_{1,2} = 0 \text{ ή } F - w_2 = 0 \text{ ή } F = w_2 \quad (4)$$

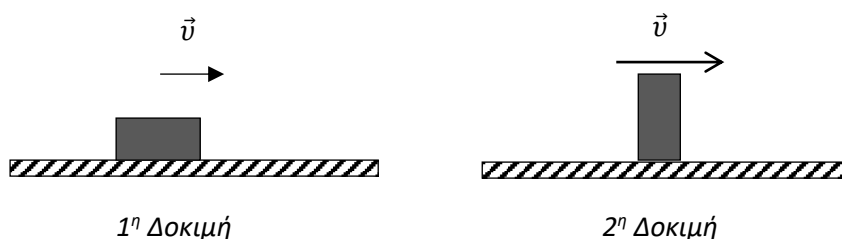
$$\text{Από (3) και (4) } w_1 = 2 \cdot w_2 \quad (5)$$

Μονάδες 2

Οπότε,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_1 \cdot g}{m_2 \cdot g} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$$

Μονάδα 1

**ΘΕΜΑ 2****2.1**

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1<sup>η</sup> δοκιμή επιλέγεται από τους μαθητές, η μεγαλύτερη επιφάνεια εμβαδού  $A_1$  του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής με τον εργαστηριακό πάγκο ενώ στην 2<sup>η</sup> επιλέγεται η μικρότερη επιφάνεια εμβαδού  $A_2 = \frac{A_1}{3}$  του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής.

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν  $T_1$  και  $T_2$  είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> δοκιμή αντίστοιχα τότε :

α)  $T_1 = 3 \cdot T_2$  ,     β)  $T_1 = T_2$  ,     γ)  $T_1 = \frac{1}{3} \cdot T_2$

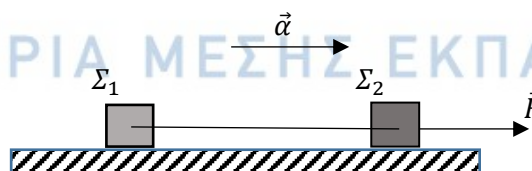
**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο . Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο  $\Sigma_2$  ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $\vec{a}$ .

13774

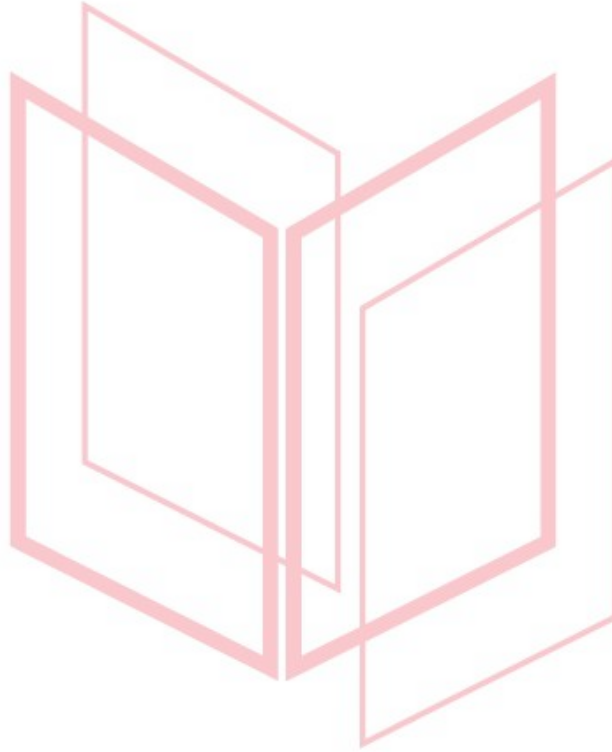
2.2.A Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης  $\vec{F}$  και της τάσης που ασκεί το νήμα στο  $\Sigma_1$ ,  $\vec{T}_1$  είναι:

α)  $F = 2 \cdot T_1$  ,     β)  $F = 1,5 \cdot T_1$  ,     γ)  $F = T_1$

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



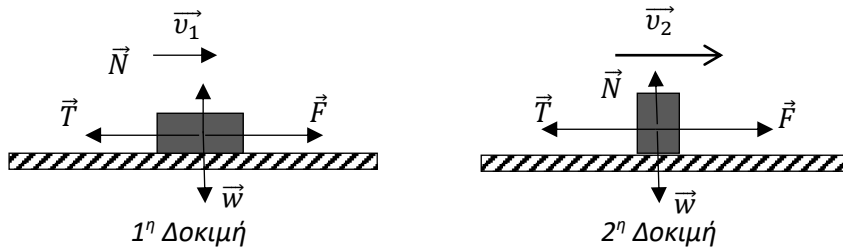
# 13774-Λύση

## 2.1

### 2.1.A Σωστή η απάντηση (β).

Ενδεικτική αιτιολόγηση

### 2.1.B



Εφόσον σε όλες τις δοκιμές της άσκησης χρησιμοποιείται ο ίδιος κύβος, που είναι ομογενής, δηλ. όλες οι επιφάνειές του είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από τα εμβαδά των επιφανειών που έρχονται σε μακροσκοπική επαφή.

Μονάδες 2

Στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w$$

ανεξάρτητα από τον προσανατολισμό του σώματος.

Και από το νόμο της τριβής,

$$T_1 = T_2 = \mu \cdot N \quad (1)$$

Μονάδες 4

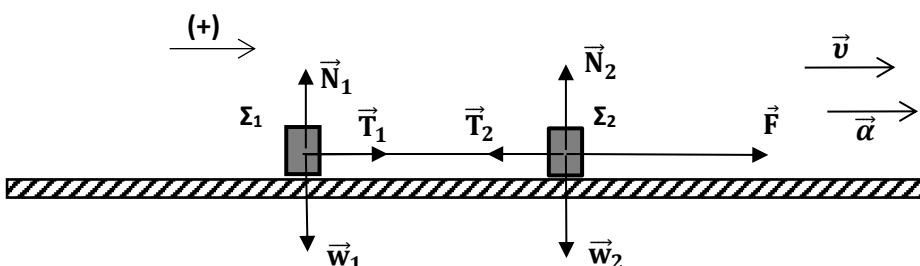
Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς ο συντελεστής τριβής ολίσθησης  $\mu$  και η κάθετη δύναμη επαφής  $\vec{N}$  δεν αλλάζουν.

Μονάδες 2

## 2.2

### 2.2.A Σωστή η απάντηση (α).

Ενδεικτική αιτιολόγηση



## 13774-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα. Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες θέτουμε:

$$m_1 = m_2 = m$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος ισχύει:

$$T_1 = T_2 = T$$

Μονάδα 1

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα:

$$\Sigma \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$F + T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a, \text{ ή } F = 2 \cdot m \cdot a \text{ ή } a = \frac{F}{2 \cdot m}$$

Μονάδες 4

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το  $\Sigma_1$ ,

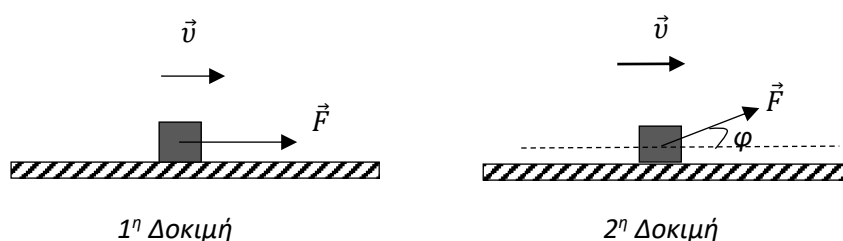
$$\Sigma \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_1 = m \cdot \frac{F}{2 \cdot m} \text{ ή } F = 2 \cdot T_1$$

Μονάδες 4

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****2.1**

Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη σταθερή δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα ίδιου μέτρου  $v$ . Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1<sup>η</sup> δοκιμή η δύναμη  $\vec{F}$  είναι οριζόντια, ενώ στην 2<sup>η</sup> δοκιμή έχει διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την οριζόντια, για την οποία ισχύει,  $\eta\mu\varphi = 0,8$  και  $\sigma\upsilon\upsilon\varphi = 0,6$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

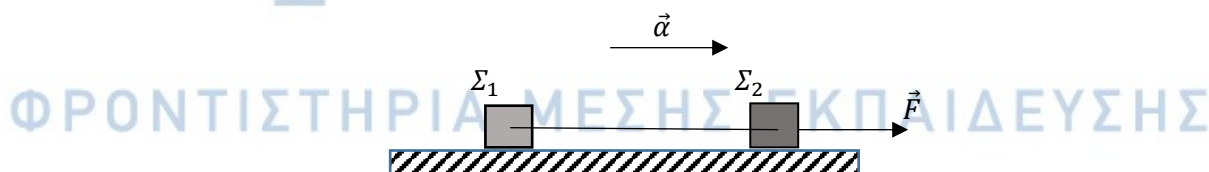
Αν  $\vec{T}_1$  και  $\vec{T}_2$  είναι οι δυνάμεις της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1<sup>η</sup> και 2<sup>η</sup> δοκιμή αντίστοιχα τότε για τον λόγο των μέτρων τους ισχύει:

$$\alpha) \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1} \quad , \quad \beta) \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5} \quad , \quad \gamma) \frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{3}$$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει  $m_1 = 3 \cdot m_2$ . Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο  $\Sigma_2$  ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $\vec{a}$ .

13776

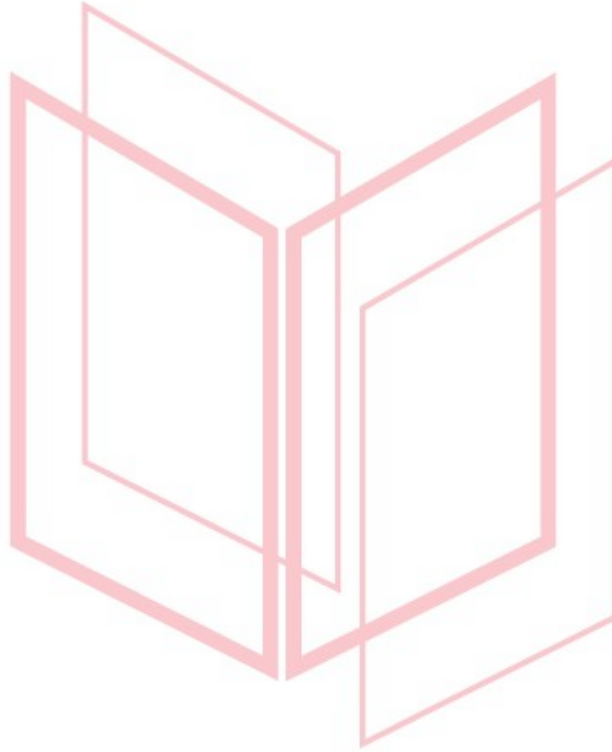
2.2.A Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης  $\vec{F}$  και της τάσης που ασκεί το νήμα στο  $\Sigma_1$ ,  $\vec{T}_1$  είναι:

α)  $F = 3 \cdot T_1$  ,     β)  $F = 2 \cdot T_1$  ,     γ)  $F = \frac{4}{3} \cdot T_1$

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



# αθλημπινίσης

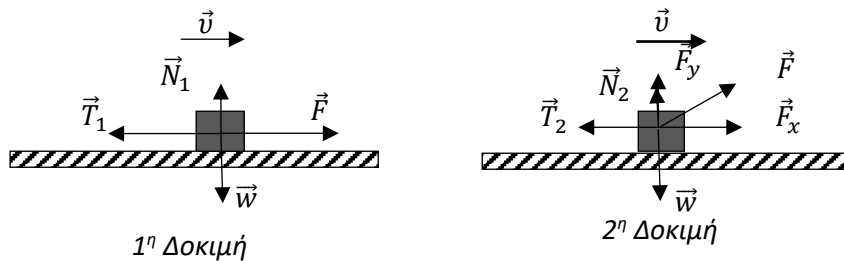
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13776-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.1.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



Στο παραπάνω σχήμα, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο στις δύο πειραματικές δοκιμές των μαθητών. Στην 2<sup>η</sup> δοκιμή η δύναμη  $\vec{F}$  έχει αναλυθεί σε συνιστώσες σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα αντίστοιχα, οι οποίες έχουν μέτρα:

$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6 \cdot F, \text{ και}$$

$$F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 0,8 \cdot F,$$

Μονάδες 2

Στον οριζόντιο άξονα, ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

1<sup>η</sup> Δοκιμή

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T}_1 = 0 \text{ ή } F = T_1 \quad (1)$$

Μονάδες 2

2<sup>η</sup> Δοκιμή

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F}_x + \vec{T}_2 = 0 \text{ ή } F_x = T_2 = 0,6 \cdot F \quad (2)$$

Μονάδες 2

Από τις (1) και (2) προκύπτει:

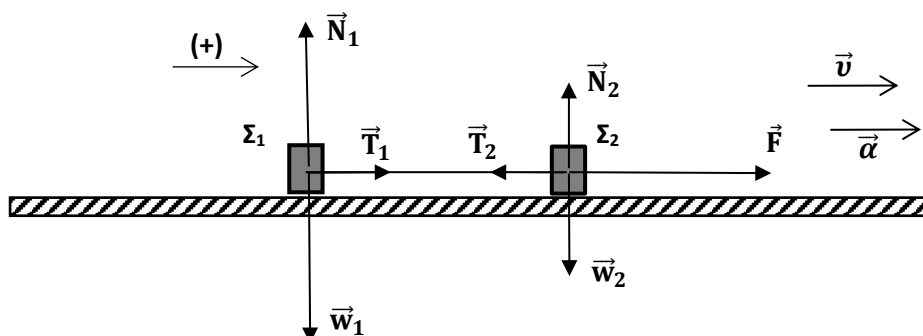
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{F}{0,6 \cdot F} = \frac{5}{3}$$

Μονάδες 2

## 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).

2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



## 13776-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος ισχύει:

$$T_1 = T_2 = T$$

Μονάδα 1

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το σύστημα:

$$\Sigma \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$F + T_1 - T_2 = (m_1 + m_2) \cdot a, \text{ ή } F = 4 \cdot m_2 \cdot a \text{ ή } a = \frac{F}{4 \cdot m_2}$$

Μονάδες 4

Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για το  $\Sigma_1$ ,

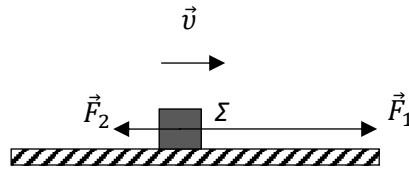
$$\Sigma \vec{F} = m_{ολ} \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του σχήματος,}$$

$$T_1 = m_1 \cdot a \text{ ή } T_1 = 3 \cdot m_2 \cdot \frac{F}{4 \cdot m_2} \text{ ή } F = \frac{4}{3} \cdot T_1$$

Μονάδες 4

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****2.1**

Το σώμα  $\Sigma$  με βάρος  $\vec{w}$  κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο  $\Sigma$  δύο αντίρροπες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το  $\Sigma$  κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα μέτρου  $u$ . Γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  ισχύει  $F_1 = 3 \cdot F_2$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

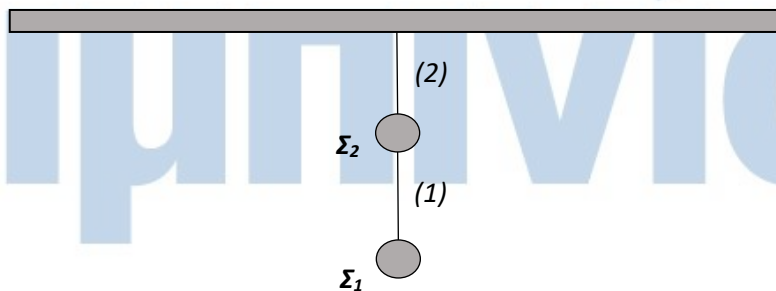
Αν η δύναμη  $\vec{F}_1$  είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος  $\vec{w}$  του σώματος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:

**α)**  $\mu = \frac{1}{3}$  ,      **β)**  $\mu = \frac{2}{3}$  ,      **γ)**  $\mu = \frac{1}{2}$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**

## ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες που ισορροπούν με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο  $\Sigma_2$  και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή.

**2.2.A** Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της τάσης  $\vec{T}_1$  που ασκεί το νήμα (1) στο  $\Sigma_1$ , και της τάσης  $\vec{T}_2$  που ασκεί το νήμα (2) στο  $\Sigma_2$  είναι:

**α)**  $T_2 = 2 \cdot T_1$  ,      **β)**  $T_2 = T_1$  ,      **γ)**  $T_1 = 2 \cdot T_2$

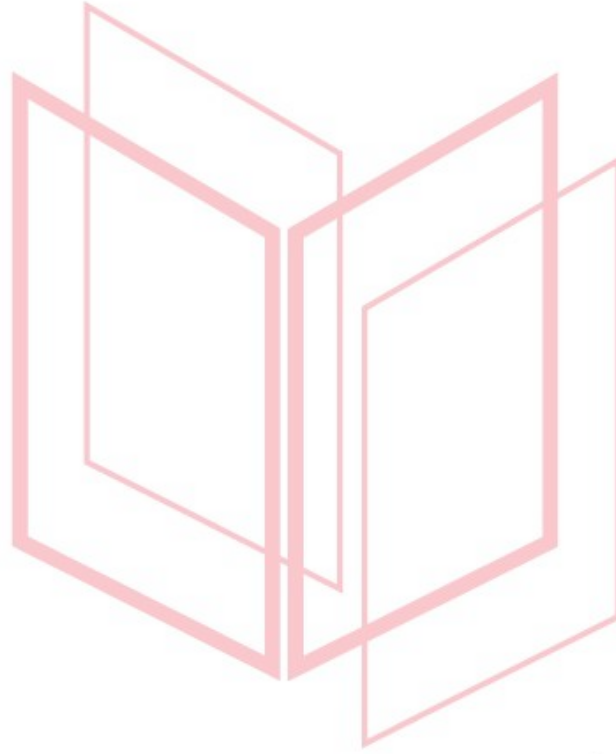


13777

*Μονάδες 4*

**2.2.Β** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

*Μονάδες 9*



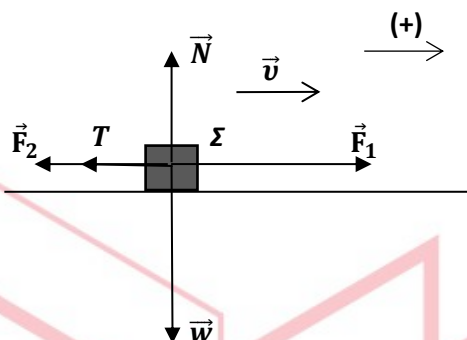
# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13777-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).



2.1.B Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το Σ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης, της οποίας η κατεύθυνση έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = 0 \text{ ή } F_1 - F_2 - T = 0 \text{ ή } -F_2 + 3 \cdot F_2 - T = 0 \text{ ή } T = 2 \cdot F_2 \quad (1)$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g \quad (2)$$

Μονάδες 4

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{2 \cdot F_2}{w} \quad (3),$$

Όμως,  $F_1 = w$  και  $F_1 = 3 \cdot F_2$  οπότε,  $w = 3 \cdot F_2$  ή  $F_2 = \frac{w}{3}$  (4)

Τέλος, η (3), λόγω της (4), γίνεται:

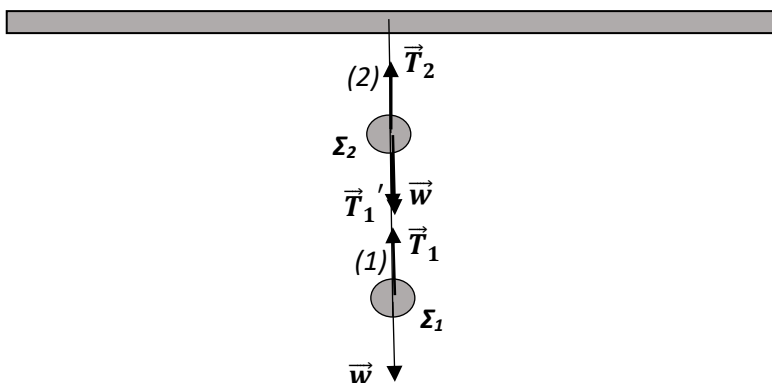
$$\mu = \frac{2 \cdot \frac{w}{3}}{w} = \frac{2}{3}$$

Μονάδες 4

## 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).

2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



## 13777-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Μονάδες 3

Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες, ισχύει:

$$w_1 = w_2 = w \quad (1)$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος για το νήμα (1) ισχύει:

$$T_1 = T_1' \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το  $\Sigma_1$ :

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w - T_1 = 0 \quad \text{ή} \quad T_1 = w \quad (3)$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το  $\Sigma_2$ :

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

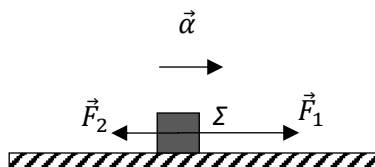
$$w + T_1' - T_2 = 0, \quad \text{ή} \quad w + T_1 = T_2 \quad \text{ή} \quad T_2 = 2 \cdot w \quad (4)$$

Άρα από τις (3) και (4) προκύπτει:  $T_2 = 2 \cdot T_1$

Μονάδες 3

# αθηνάϊκης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****2.1**

Το σώμα  $\Sigma$  με βάρος  $\vec{w}$  κινείται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο  $\Sigma$  δύο αντίρροπες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το  $\Sigma$  κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενο με επιτάχυνση μέτρου  $\vec{a} = \frac{\vec{g}}{3}$ , όπου  $\vec{g}$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Επίσης γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  ισχύει  $F_1 = 2 \cdot F_2$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

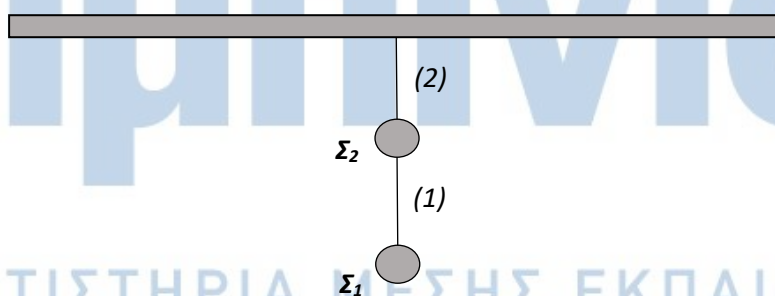
Αν η δύναμη  $\vec{F}_1$  είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος  $\vec{w}$  του σώματος, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:

α)  $\mu = 0,1$  , β)  $\mu = 0,2$  , γ)  $\mu = 0,3$

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2**

Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει  $m_1 = 2 \cdot m_2$ . Τα σώματα ισορροπούν ακίνητα με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο  $\Sigma_2$  και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή.

13778

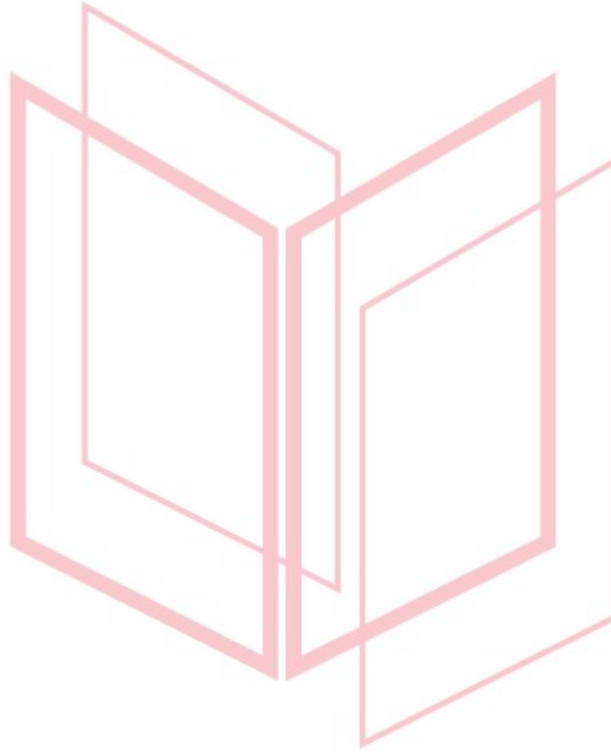
2.2.A Ο λόγος των μέτρων της τάσης  $\vec{T}_1$  που ασκεί το νήμα (1) στο  $\Sigma_1$ , και της τάσης  $\vec{T}_2$  που ασκεί το νήμα (2) στο  $\Sigma_2$  είναι:

$$\alpha) \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} \quad , \quad \beta) \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2} \quad , \quad \gamma) \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$$

**Μονάδες 4**

2.2.B Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**



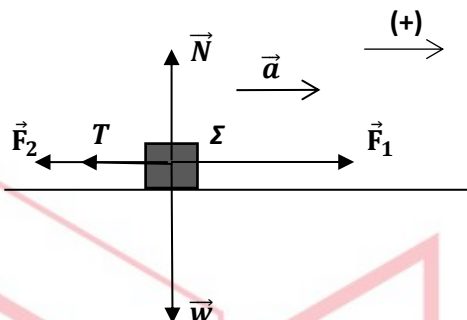
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 13778-Λύση

## 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).



### 2.1.B Ενδεικτική αιτιολόγηση

Το  $\Sigma$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης για να υπολογίσουμε το μέτρο της τριβής ολίσθησης, της οποίας η κατεύθυνση έχει σχεδιαστεί στο σχήμα:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \text{ ή } F_1 - F_2 - T = m \cdot a \text{ ή } -F_2 + 2 \cdot F_2 - T = m \cdot \frac{g}{5}$$

$$\text{ή } T = F_2 - \frac{w}{5} \quad (1)$$

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0 \text{ ή } N = w = m \cdot g \quad (2)$$

Μονάδες 4

Όμως,  $F_1 = w$  και  $F_1 = 2 \cdot F_2$  οπότε,  $w = 2 \cdot F_2$  ή  $F_2 = \frac{w}{2}$  (3)

Οπότε, η (1), λόγω των (2) και (3), γίνεται:

$$T = \frac{w}{2} - \frac{w}{5} \text{ ή } T = \frac{3 \cdot w}{10} \quad (4)$$

Από το νόμο της τριβής, υπολογίζουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } \mu = \frac{T}{N} = \frac{\frac{3 \cdot w}{10}}{w} = 0,3$$

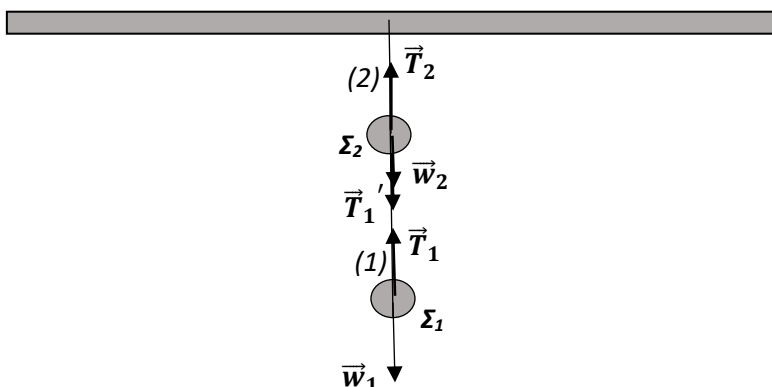
Μονάδες 4

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (γ).

### 2.2.B Ενδεικτική αιτιολόγηση



## 13778-Λύση

Στο παραπάνω σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε σώμα.

Μονάδες 3

Επειδή τα σώματα έχουν μάζες με  $m_1 = 2 \cdot m_2$ , ισχύει:

$$w_1 = 2 \cdot w_2 \quad (1)$$

Επίσης λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος για το νήμα (1) ισχύει:

$$T_1 = T_1' \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το  $\Sigma_1$ :

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w_1 - T_1 = 0 \quad \text{ή} \quad T_1 = w_1 \quad (3)$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον κατακόρυφο άξονα για το  $\Sigma_2$ ,

$$\sum \vec{F} = 0$$

ή, λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους,

$$w_2 + T_1' - T_2 = 0, \quad \text{ή} \quad w_2 + T_1 = T_2 \quad \text{ή} \quad T_2 = w_1 + w_2 \quad \text{ή} \quad T_2 = 3 \cdot \frac{w_1}{2} \quad (4)$$

Άρα από τις (1), (3) και (4) προκύπτει:  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{3}$

Μονάδες 3

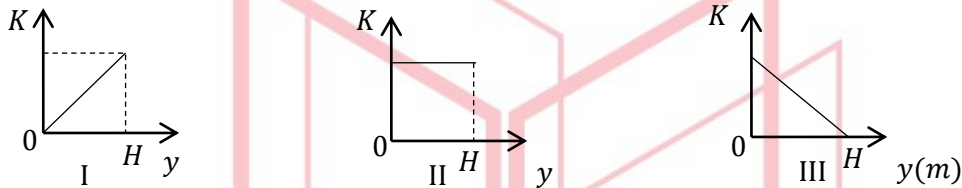


**ΘΕΜΑ 2**

**2.1** Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι  $H$ .

**2.1.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας  $K$  της πέτρας σε συνάρτηση με την απόσταση της  $y$  από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η:

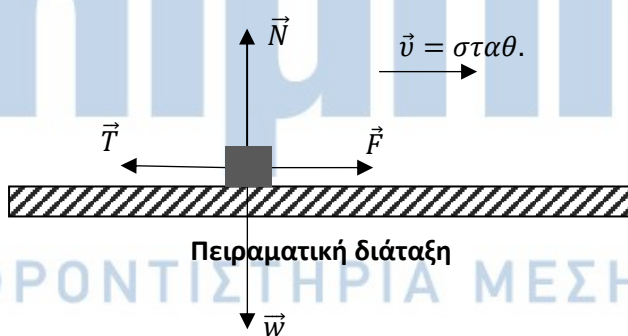


α) I , β) II , γ) III

**Μονάδες 4**

**2.1.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

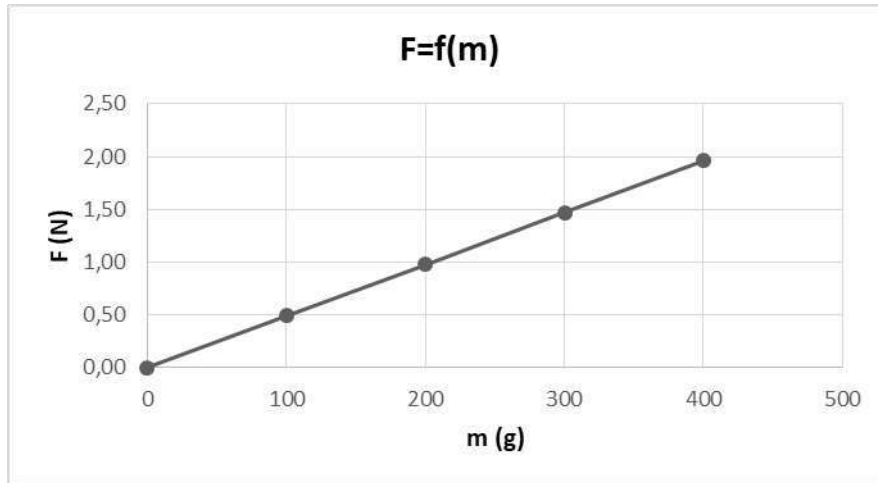
**Μονάδες 8**

**2.2**

$m(\text{g})$	$F(\text{N})$
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96

Πίνακας Τιμών

13790



### Γραφική Παράσταση

Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος. Το ομογενές σώμα  $\Sigma$  τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο  $\Sigma$  βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το  $\Sigma$  ζυγίζεται και στη συνέχεια μετρίεται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης  $\vec{F}$  ως συνάρτηση της μάζας του  $\Sigma$ . Δίνεται η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας ίση με  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**2.2.A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ  $\Sigma$  και πάγκου εργασίας είναι ίδιος, η τιμή του είναι ίση με :

- α) 0,5 , β) 0,05 , γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να την υπολογίσουμε.

**Μονάδες 4**

**2.2.B** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

## 13790-Λύση

### 2.1

2.1.A Σωστή η απάντηση (γ).

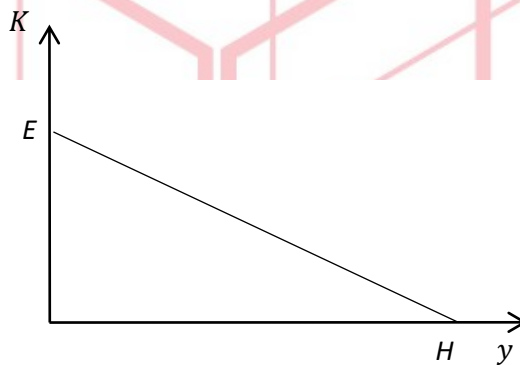
2.1.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Κατά την κίνηση της πέτρας ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$E = K + U \text{ ή } K = E - U \text{ ή } K = m \cdot g \cdot H - m \cdot g \cdot y, \text{ για } 0 \leq y \leq H$$

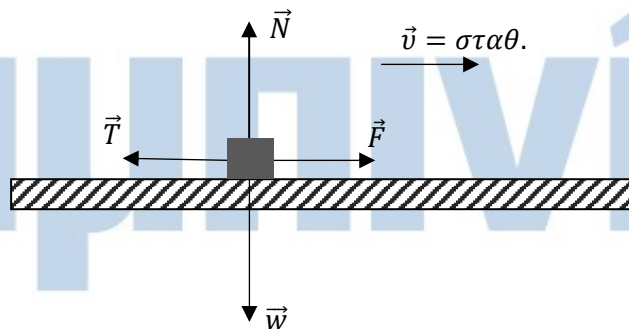
όπου  $H$  το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα.

Με βάση την παραπάνω συνάρτηση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση  $K = f(y)$ :



### 2.2

2.2.A Σωστή η απάντηση (α).



2.2.B Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Λόγω της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης στον οριζόντιο άξονα ισχύει ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\sum \vec{F}_x = 0 \text{ ή } \vec{F} + \vec{T} = 0$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας:

$$F - T = 0 \text{ ή } F = T \text{ ή } (1)$$

Μονάδες 2

## 13790-Λύση

Στον κατακόρυφο άξονα ισχύει επίσης ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Newton, οπότε:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \text{ ή } \vec{N} + \vec{w} = 0$$

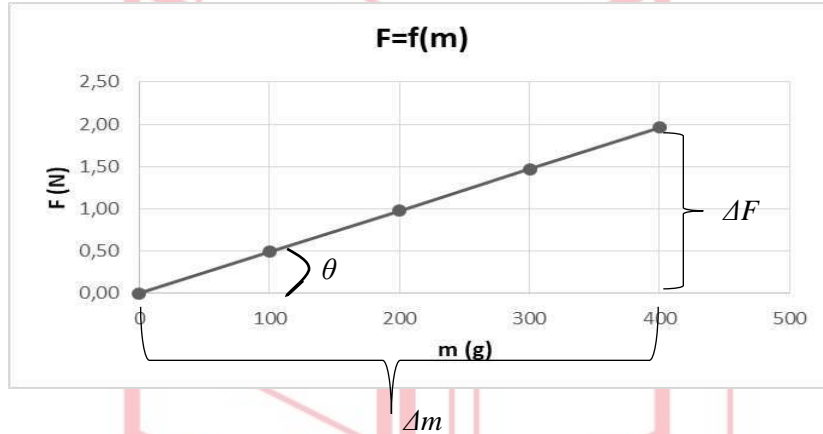
Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά του βάρους:

$$w - N = 0 \text{ ή } w = N = m \cdot g \quad (2)$$

Από το νόμο της τριβής, αξιοποιώντας τις (1) και (2) έχουμε:

$$T = \mu \cdot N \text{ ή } F = \mu \cdot m \cdot g \quad (3)$$

Μονάδες 3



Η κλίση  $K$  της καμπύλης στη γραφική παράσταση  $F = f(m)$ :

$$K = \varepsilon \varphi \theta = \frac{\Delta F}{\Delta m} = \frac{1,96}{400} N/g = \frac{1,96}{0,4} N/kg = 4,9 m/s^2 \quad (4)$$

Μονάδες 2

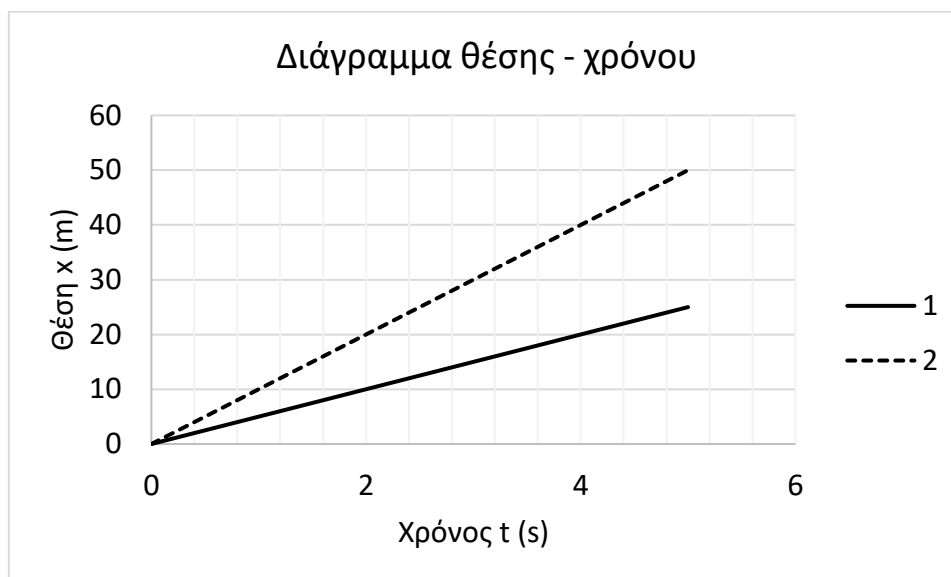
Από τις (3) και (4) προκύπτει:

$$K = \mu \cdot g \text{ ή } \mu = \frac{K}{g} \text{ ή } \mu = \frac{4,9}{9,8} = 0,5$$

Μονάδες 2

## ΘΕΜΑ 2

## 2.1.



Τα διαγράμματα θέσης – χρόνου για τα κινητά 1 και 2 δίνονται παραπάνω.

**A.** Για τα μέτρα των σταθερών τους ταχυτήτων  $\vec{v}_1$  και  $\vec{v}_2$  αντίστοιχα ισχύει:

α)  $v_1 = v_2$     β)  $v_1 > v_2$     γ)  $v_1 < v_2$

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2.** Σημειακό αντικείμενο A, μάζας  $m$ , κινείται με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ . Σημειακό αντικείμενο B, μάζας  $2 \cdot m$ , κινείται με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης  $2 \cdot \Sigma \vec{F}$ .

**A.** Αν  $\Delta \vec{v}_A$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου A σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και  $\Delta \vec{v}_B$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου B σε χρονικό διάστημα  $2 \cdot \Delta t$ , τότε:

α)  $\Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B$ ,    β)  $\Delta \vec{v}_A = 2 \cdot \Delta \vec{v}_B$ ,    γ)  $\Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{2}$

**Μονάδες 4**

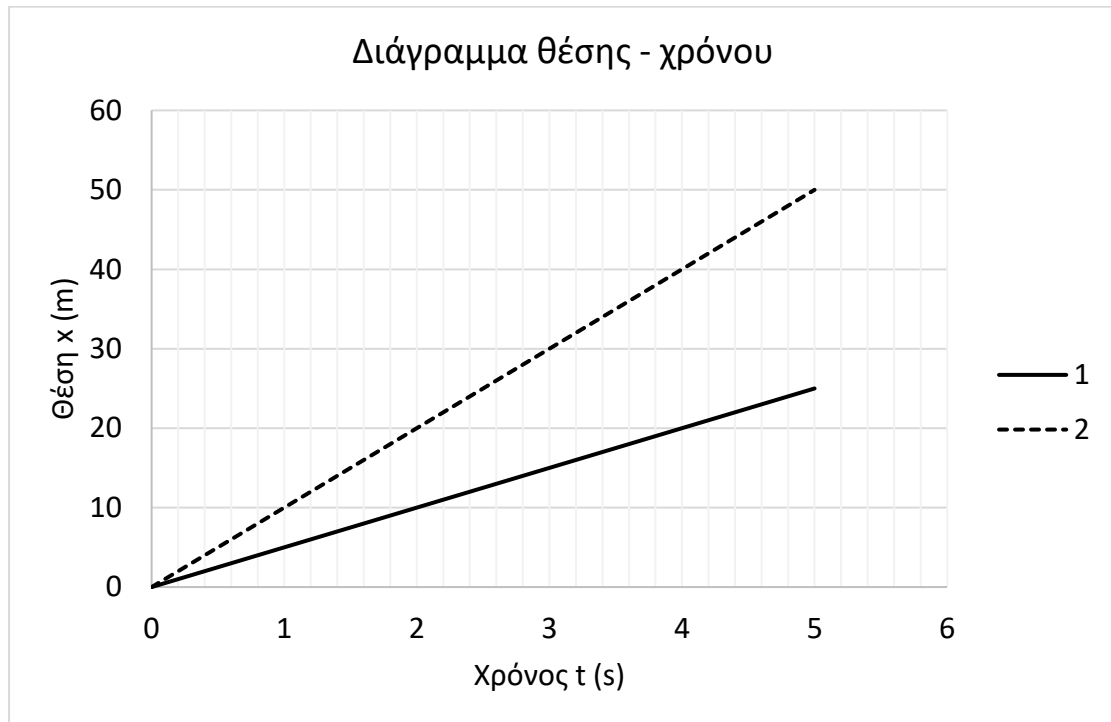
**B.** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 9**

# 14202-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.



A. γ)

Μονάδες 4

B. Ο συντελεστής διεύθυνσης καθενός από τα ευθύγραμμα τμήματα του διαγράμματος ισούται με:  $\frac{\Delta x}{\Delta t} = v$ . Έτσι,  $v_1 < v_2$ .

Μονάδες 8

### 2.2.

A. γ)

Μονάδες 4

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

B. Ισχύει: 
$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{v}_A &= \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B &= \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot \Sigma \vec{F}}{2 \cdot m} \cdot 2 \cdot \Delta t = 2 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{aligned} \right\} \Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{2}.$$

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας  $m$ , όταν κινείται με ταχύτητα  $\vec{v}$  έχει κινητική ενέργεια  $K$ .

A. Όταν το ίδιο σώμα κινείται με ταχύτητα  $2 \cdot \vec{v}$ , η κινητική του ενέργεια  $K'$  θα είναι:

α)  $K' = K$       β)  $K' = 2 \cdot K$       γ)  $K' = 4 \cdot K$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό αντικείμενο A, μάζας  $m$ , κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ . Σημειακό αντικείμενο B, μάζας  $\frac{m}{2}$ , κινείται στο ίδιο δάπεδο, με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης  $\Sigma \vec{F}$ .

A. Αν  $\Delta \vec{v}_A$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου A σε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και  $\Delta \vec{v}_B$  είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου B σε χρονικό διάστημα  $2 \cdot \Delta t$ , τότε:

α)  $\Delta \vec{v}_A = \Delta \vec{v}_B$ ,      β)  $\Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B$ ,      γ)  $\Delta \vec{v}_A = \frac{\Delta \vec{v}_B}{4}$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9



# 14204-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1.

A. γ)

Μονάδες 4

B. Ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \\ K' = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (2 \cdot v_0)^2 \end{array} \right\}, K' = 4 \cdot K.$

Μονάδες 8

### 2.2.

A. β)

Μονάδες 4

B.

Ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{\frac{m}{2}} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B.$$

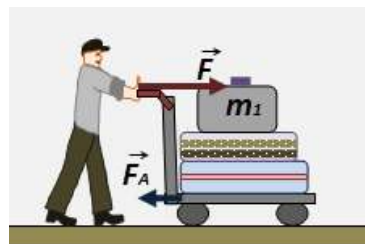
Μονάδες 9

# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένας άνθρωπος μεταφέρει τις αποσκευές του με ένα καρότσι μεταφοράς, σπρώχνοντάς το έτσι, ώστε να κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Η συνολική μάζα του καροτσιού και των αποσκευών είναι  $M$ , ενώ η αποσκευή που βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μάζα  $m_1$  και ισχύει η



σχέση  $M = 4,2 \cdot m_1$ . Ο άνθρωπος ασκεί σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και το καρότσι δέχεται στην κίνησή του σταθερή οριζόντια αντίσταση  $\vec{F}_A$ , για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση  $F_A = 0,3 \cdot F$ .

Αν οι αποσκευές κινούνται έτσι ώστε καμιά να μην ολισθαίνει πάνω στην άλλη, τότε η τριβή  $\vec{T}_1$ , την οποία δέχεται η αποσκευή μάζας  $m_1$ , η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μέτρο:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

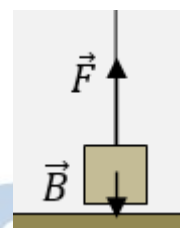
- i.  $T_1 = F$       ii.  $T_1 = 0,7 \cdot F$       iii.  $T_1 = \frac{F}{6}$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 8

2.2 Ένα μικρό κιβώτιο βάρους  $\vec{B}$  είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Κάποια στιγμή ασκείται στο κιβώτιο σταθερή κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  με φορά προς τα πάνω, για το μέτρο της οποίας ισχύει η σχέση  $F = 3 \cdot B$ , με αποτέλεσμα το κιβώτιο αμέσως να αρχίσει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω.



Όταν το κιβώτιο απέχει κατά ύψος  $h_1$  από το δάπεδο, η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται, οπότε το κιβώτιο φτάνει σε ύψος  $h_2$  από το δάπεδο, μέχρι στιγμιαία να μηδενιστεί η ταχύτητά του.

Αν μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και τα ύψη είναι αρκετά μικρά, ώστε το βάρος του κιβωτίου να θεωρείται σταθερό, τότε για το ύψος  $h_2$ , ισχύει η σχέση:

A. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- i.  $h_2 = 3 \cdot h_1$       ii.  $h_2 = 2 \cdot h_1$       iii.  $h_2 = 4 \cdot h_1$

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 9

# 14209-Λύση

## ΘΕΜΑ 2 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

### 2.1

A. Σωστή η απάντηση iii.

B. Εφαρμόζουμε στην οριζόντια διεύθυνση τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των αποσκευών και του καροτσιού:

$$\Sigma F_x = F - F_A = M \cdot a$$

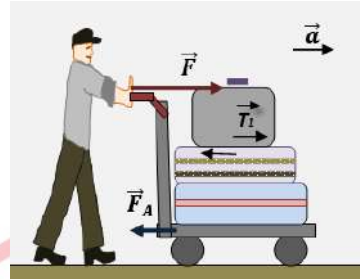
$$a = \frac{F - F_A}{M} = \frac{F - 0,3 \cdot F}{M} = 0,7 \cdot \frac{F}{M} \quad (1)$$

Η αποσκευή μάζας  $m_1$ , η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, κινείται με την ίδια επιτάχυνση με το υπόλοιπο σύστημα, εξαιτίας της στατικής τριβής που δημιουργείται στη βάση της. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για αυτή την αποσκευή:

$$\Sigma F_x' = T_1 = m_1 \cdot a \quad (2)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$T_1 = m_1 \cdot 0,7 \cdot \frac{F}{M} = \frac{0,7 \cdot m_1 \cdot F}{4,2 \cdot m_1} = \frac{F}{6}$$



### 2.2

A. Σωστή η απάντηση i.

B. Το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατακόρυφα, από την ηρεμία (θέση A), με την επίδραση της κατακόρυφης και σταθερής δύναμης  $\vec{F}$  και του βάρους του  $\vec{B}$ , μέχρι τη θέση (Γ), όπου καταργείται η  $\vec{F}$ , ενώ το κιβώτιο έχει ανέβει σε ύψος  $h_1$  και έχει αποκτήσει ταχύτητα  $\vec{v}_1$ .

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\Delta K_{A \rightarrow \Gamma} = W_{\vec{F}}^{A \rightarrow \Gamma} + W_{\vec{B}}^{A \rightarrow \Gamma}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - 0 = F \cdot h_1 - B \cdot h_1$$

Δίνεται όμως ότι  $F = 3 \cdot B$ , οπότε προκύπτει:  $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = 2 \cdot B \cdot h_1$ , (1)

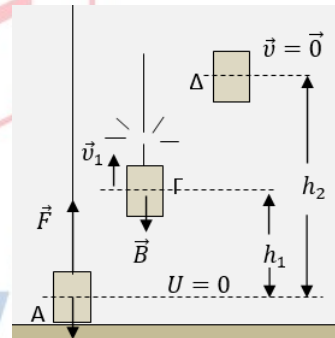
Στη θέση Γ καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$  και το σώμα κινείται κατακόρυφα μόνο με την επίδραση του βάρους του, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του (θέση Δ), φτάνοντας έτσι σε ύψος  $h_2$ . Στην κίνηση αυτή μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το κιβώτιο. Θεωρούμε επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας, το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο του κιβωτίου στην αρχική θέση A, όπως στο σχήμα.

$$E_{μηχ}^{\Gamma} = E_{μηχ}^{\Delta}, \text{ δηλαδή } U_{βαρ}^{\Gamma} + K_{\Gamma} = U_{βαρ}^{\Delta} + K_{\Delta}, \text{ όπου } K_{\Delta} = 0$$

$$\text{Άρα } B \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = B \cdot h_2 \quad (2)$$

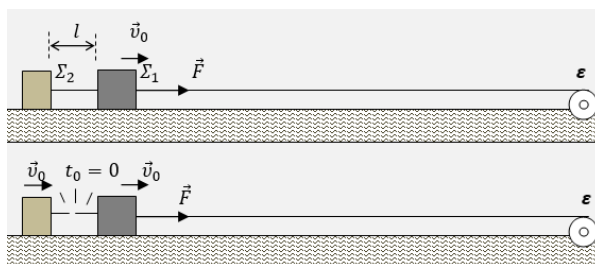
Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει  $B \cdot h_1 + 2 \cdot B \cdot h_1 = B \cdot h_2$

$$\text{και τελικά } \mathbf{h_2 = 3 \cdot h_1}$$



## ΘΕΜΑ 4

Ένας μηχανισμός  $\varepsilon$  (εργάτης), είναι στερεωμένος στο άκρο μιας οριζόντιας ράμπας μεγάλου μήκους και σέρνει ένα σύστημα δύο κιβωτίων, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος.



Τα δύο κιβώτια  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  έχουν μάζες

$m_1 = 2 \text{ kg}$  και  $m_2 = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα και είναι μεταξύ τους δεμένα με οριζόντιο και τεντωμένο νήμα, αβαρές και μη ελαστικό, μήκους  $l = 12,5 \text{ cm}$ , όπως στην εικόνα. Τα δύο κιβώτια εμφανίζουν τριβή με το επίπεδο της ράμπας, με ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,25$ .

Το νήμα του μηχανισμού είναι δεμένο στο κιβώτιο  $\Sigma_1$ , ασκεί σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και το αποτέλεσμα είναι το σύστημα των δύο κιβωτίων, να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}_0$ , μέτρου  $v_0 = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το νήμα που συνδέει τα δύο κιβώτια κόβεται, ενώ η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός διατηρείται σταθερή.

**4.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος  $\Sigma_1$  και το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος  $\Sigma_2$ , μετά το κόψιμο του νήματος.

**Μονάδες 6**

**4.3** Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο σώματα, τη στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ακινητοποιείται το σώμα  $\Sigma_2$ ;

**Μονάδες 7**

**4.4** Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα  $\Sigma_1$  από τον μηχανισμό, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι τη στιγμή κατά την οποία έχει διανύσει  $3 \text{ m}$ ;

**Μονάδες 6**

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και ότι οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

# 14217-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Στην κατακόρυφη διεύθυνση (διεύθυνση  $y$ ) οι δυνάμεις ισορροπούν σε κάθε σώμα. Άρα ισχύουν:

$$\Sigma_1: \quad \Sigma F_y = N_1 - B_1 = 0$$

$$\text{Άρα } N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma_2: \quad \Sigma F_y = N_2 - B_2 = 0$$

$$\text{Άρα } N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 10 \text{ N}$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής, υπολογίζουμε τα μέτρα των τριβών στα δύο σώματα:

$$T_1 = \mu \cdot N_1 = 0,25 \cdot 20 \text{ N} = 5 \text{ N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0,25 \cdot 10 \text{ N} = 2,5 \text{ N}$$

Επειδή στην οριζόντια διεύθυνση τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στη διεύθυνση αυτή (διεύθυνση  $x$ ). Εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F_x = F - T_1 - T_2 = 0$$

$$\text{Άρα } F = T_1 + T_2 = 7,5 \text{ N}$$

4.2 Από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  κατά την οποία κόπηκε το νήμα που συνέδεε τα δύο σώματα, η σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  που κινούσε το σύστημα, ασκείται μόνο στο σώμα  $\Sigma_1$ .

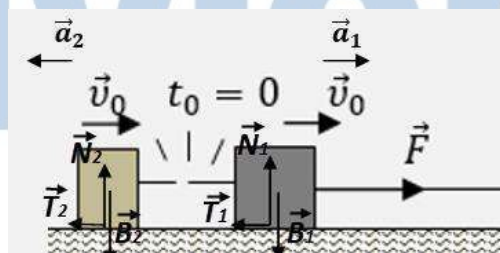
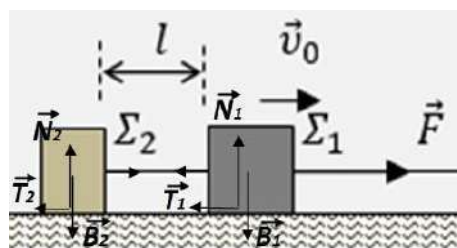
Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής μόνο για το σώμα αυτό:

$$\Sigma_1: \quad \Sigma F_x = F - T_1 = m_1 \cdot a_1, \quad \text{άρα } a_1 = \frac{F - T_1}{m_1} = \frac{7,5 - 5}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Το σώμα  $\Sigma_2$  στην οριζόντια διεύθυνση δέχεται μόνο την τριβή  $T_2$ , η οποία το επιβραδύνει. Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σώμα αυτό:

$$\Sigma_2: \quad \Sigma F_x' = -T_2 = m_2 \cdot a_2, \quad \text{άρα } a_2 = \frac{-T_2}{m_2} = -\frac{2,5}{1} = -2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

το μέτρο της επιβράδυνσης του  $\Sigma_2$ , είναι  $|a_2| = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$





## 14217-Λύση

**4.3** Το σώμα  $\Sigma_2$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ακινητοποιείται. Ισχύει:

$$v = v_0 - |a_2| \cdot t_1 = 0, \quad \text{άρα} \quad t_1 = \frac{v_0}{|a_2|} = \frac{2,5}{2,5} \text{ s} = 1 \text{ s}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  και μέχρι την στιγμή  $t_1$  διανύει διάστημα  $S_1$ , για το οποίο ισχύει:

$$S_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = \left( 2,5 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 1 \right) \text{ m} = 3,125 \text{ m}$$

Επειδή τη στιγμή  $t_0 = 0$  κατά την οποία κόπηκε το νήμα που τα συνέδεε, τα σώματα είχαν μεταξύ τους απόσταση  $l$  ίση με το μήκος του νήματος αυτού, τη στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία ακινητοποιείται το  $\Sigma_2$ , η μεταξύ τους απόσταση είναι:

$$d = l + S_1 = (0,125 + 3,125) \text{ m} = \mathbf{3,25 \text{ m}}$$

**4.4** Από τη στιγμή  $t_0 = 0$  που κόπηκε το νήμα, μέχρι το σώμα  $\Sigma_1$  να διανύσει διάστημα  $S = 3 \text{ m}$ , του έχει προσφερθεί ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$  η οποία το τραβάει:

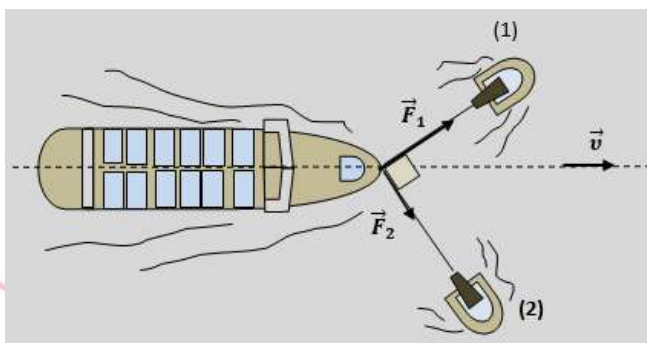
$$E_{\text{πρ.}} = W_F = F \cdot S = 7,5 \cdot 3 \text{ J} = 22,5 \text{ J}$$

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με σχοινιά, που μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια.



Για μια σημαντική χρονική

διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν το πλοίο, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί δύναμη  $\vec{F}_1$  μέτρου  $F_1 = 8 \cdot 10^4 \text{ N}$ , το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη  $\vec{F}_2$  μέτρου  $F_2 = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$  και το πλοίο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  μέτρου  $v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Να υπολογίσετε:

**4.1** το μέτρο της οριζόντιας δύναμης – αντίστασης  $\vec{A}$  που δέχεται το πλοίο από το νερό,

**Μονάδες 8**

**4.2** τη μετατόπιση του πλοίου σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = 2 \text{ min}$ ,

**Μονάδες 5**

**4.3** την ενέργεια που προσφέρθηκε συνολικά στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια.

**Μονάδες 6**

**4.4** την ενέργεια που προσέφερε κάθε ρυμουλκό στο πλοίο, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια,

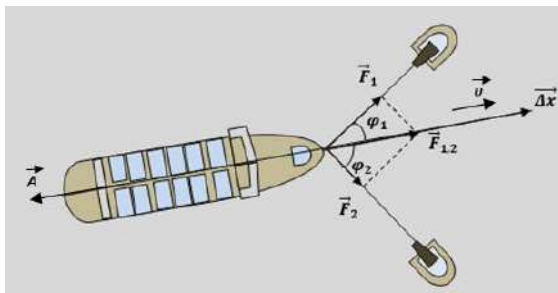
**Μονάδες 6**



# 14254-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Η κατεύθυνση κίνησης του πλοίου είναι αυτή της συνισταμένης των δύο δυνάμεων που δέχεται από τα ρυμουλκά, οι οποίες έχουν την κατεύθυνση των σχοινιών, άρα είναι οριζόντιες. Στην ίδια διεύθυνση, με αντίθετη φορά, δημιουργείται και η οριζόντια δύναμη αντίστασης  $\vec{A}$  από το νερό.



Οι δύο δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  οι οποίες ασκούνται στο πλοίο από τα σχοινιά, με τα οποία το τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετες μεταξύ τους και υπολογίζουμε το μέτρο της συνισταμένης τους  $\vec{F}_{1,2}$  με την βοήθεια του πυθαγόρειου θεωρήματος:

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 10 \cdot 10^4 \text{ N} = 10^5 \text{ N}$$

Το πλοίο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οπότε στην κατεύθυνση κίνησης  $x'$ , ισχύει:

$$\Sigma F_x = F_{1,2} - A = 0, \text{ άρα } A = F_{1,2} = 10^5 \text{ N}$$

4.2 Για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση του πλοίου, ισχύει:

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 5 \cdot 2 \cdot 60 \text{ m} = 600 \text{ m}$$

4.3 Η συνολική ενέργεια που προσφέρεται στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, υπολογίζεται με το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκούν στο πλοίο σε αυτή την μετατόπιση:

$$E_{\text{πρ.}} = W_{F_{1,2}} = F_{1,2} \cdot \Delta x = 6 \cdot 10^7 \text{ J}$$

4.4 Το κάθε ρυμουλκό, προσφέρει στο πλοίο ενέργεια ίση με το έργο της δύναμης που ασκεί σε αυτό κατά την παραπάνω μετατόπιση:

$$\begin{aligned} E_1 = W_{F_1} &= F_1 \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_1}{F_{1,2}} = \frac{F_1^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{64 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J} \\ &= 384 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

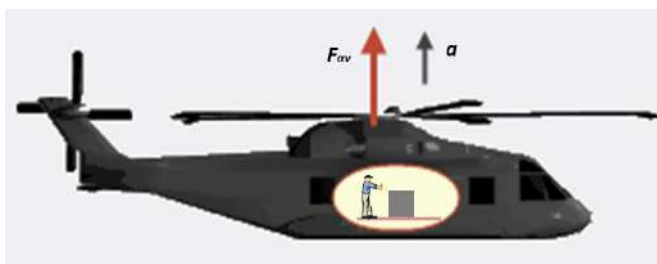
$$\begin{aligned} E_2 = W_{F_2} &= F_2 \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot \frac{F_2}{F_{1,2}} = \frac{F_2^2}{F_{1,2}} \cdot \Delta x = \frac{36 \cdot 10^8}{10^5} \cdot 600 \text{ J} \\ &= 216 \cdot 10^5 \text{ J} \end{aligned}$$

Εναλλακτικός υπολογισμός  $E_2$ :

$$E_2 = E_{\text{πρ.}} - E_1 = 600 \cdot 10^5 \text{ J} - 384 \cdot 10^5 \text{ J} = 216 \cdot 10^5 \text{ J}$$

## ΘΕΜΑ 4

Ένα ελικόπτερο αρχικά αιωρείται ακίνητο, με τη βοήθεια κατακόρυφης ανυψωτικής δύναμης  $\vec{F}_{αν}$ , η οποία δημιουργείται από την αλληλεπίδραση των πτερυγίων της έλικας που περιστρέφεται οριζόντια και του αέρα.



Με κατάλληλους χειρισμούς του πιλότου, αυξάνεται το μέτρο της ανυψωτικής δύναμης και το ελικόπτερο αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$ , μέτρου  $a = 2 \frac{m}{s^2}$ .

Η συνολική μάζα του ελικοπτέρου, μαζί με τους επιβαίνοντες και τα φορτία που μεταφέρει είναι  $M = 5 \cdot 10^3 \text{ kg}$ . Στην διάρκεια αυτής της κατακόρυφης κίνησης του ελικοπτέρου, το δάπεδό του είναι οριζόντιο και πάνω σε αυτό βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας  $m_{\kappa} = 20 \text{ kg}$ . Το κιβώτιο εμφανίζει με το δάπεδο τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,4$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης  $\vec{F}_{αν}$ , η οποία αρχικά καταφέρνει να διατηρεί ακίνητο, αιωρούμενο στον αέρα το ελικόπτερο, αλλά και το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης  $\vec{F}'_{αν}$ , η οποία καταφέρνει να ανεβάζει το ελικόπτερο με επιτάχυνση  $\vec{a}$ .

**Μονάδες 6 (3+3)**

**4.2** Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση του ελικοπτέρου, σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = 20 \text{ s}$ , από την έναρξη της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

**Μονάδες 5**

**4.3** Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης  $\vec{N}$ , την οποία δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο του ελικοπτέρου, στη διάρκεια αυτής της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

**Μονάδες 6**

**4.4** Καθώς διαρκεί αυτή η ομαλά επιταχυνόμενη κατακόρυφη κίνηση του ελικοπτέρου, κάποιος από το πλήρωμα, ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα, οπότε το μετατοπίζει κατά  $\Delta x_{\kappa} = 60 \text{ cm}$ .

Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο του πληρώματος στο κιβώτιο σε αυτή την οριζόντια μετατόπιση που του προκάλεσε;

**Μονάδες 8**

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ .

# 14255-Λύση

## ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Αρχικά το ελικόπτερο διατηρείται ακίνητο στον αέρα, με την επίδραση της ανυψωτικής δύναμης που δέχεται από την έλικα  $\vec{F}_{αν.}$  και του (συνολικού) βάρους του  $\vec{B}$ . Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = F_{αν.} - B = 0 \quad \text{ή} \quad F_{αν.} = B = M \cdot g = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Η ανυψωτική δύναμη αυξάνεται και ανεβάζει κατακόρυφα το ελικόπτερο με σταθερή επιτάχυνση. Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

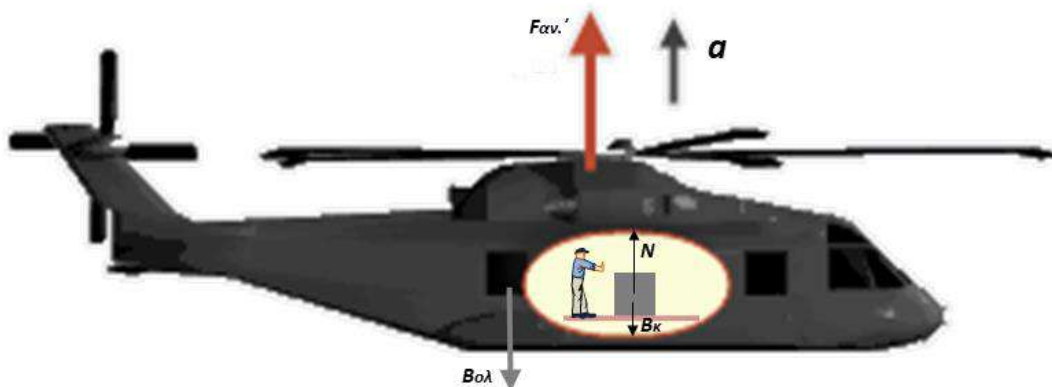
$$\Sigma F = F'_{αν.} - B = M \cdot a$$

$$\text{ή} \quad F'_{αν.} = B + M \cdot a = M \cdot g + M \cdot a = M \cdot (g + a) = 5 \cdot 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

4.2 Κατακόρυφα το ελικόπτερο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Σε χρονική διάρκεια  $\Delta t$  από την έναρξη της κίνησης αυτής, η μετατόπισή του είναι:

$$\Delta x_{ελ.} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 20^2 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

4.3 Το κιβώτιο ανεβαίνει προς τα πάνω με την επιτάχυνση του ελικόπτερου, υπό την επίδραση της κατακόρυφης δύναμης στήριξης  $\vec{N}$ , (την οποία δέχεται από το οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου) και του βάρους του  $\vec{B}_κ$ .



Εφαρμόζοντας στο κιβώτιο τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα:

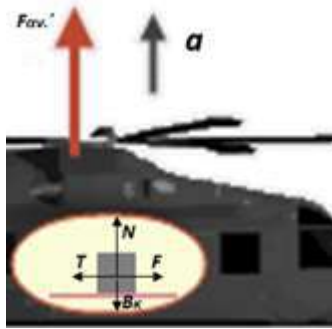
$$\Sigma F_{κιβ.} = N - B_κ = m_κ \cdot a$$

$$\text{ή} \quad N = B_κ + m_κ \cdot a = m_κ \cdot g + m_κ \cdot a = m_κ \cdot (g + a) = 20 \cdot 12 \text{ N} = 240 \text{ N}$$

4.4 Καθώς ο άνθρωπος μετατοπίζει ευθύγραμμα το κιβώτιο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο του ελικοπτέρου, δημιουργείται τριβή ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου, το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τον νόμο της τριβής:

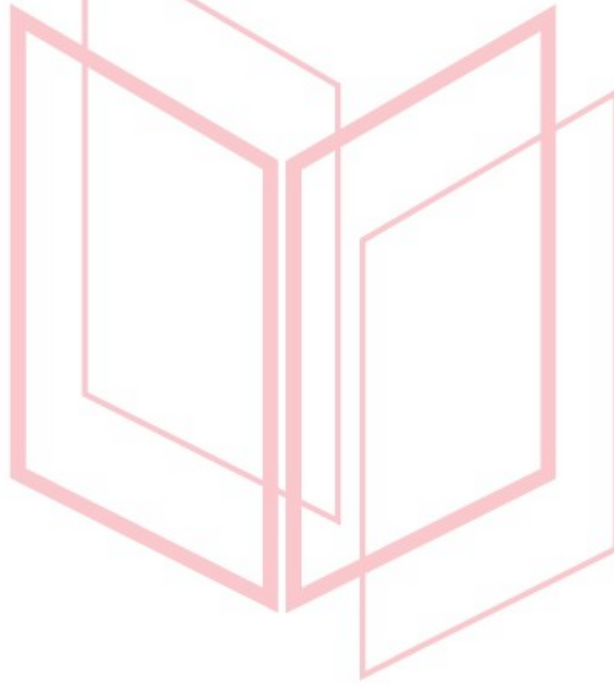
$$T = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 240 \text{ N} = 96 \text{ N}$$

## 14255-Λύση



Η ενέργεια που προσέφερε ο άνθρωπος στο κιβώτιο σε αυτή την μετατόπιση που του προκάλεσε, είναι ίση με το έργο της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$  που ασκεί σε αυτό. Επειδή το κιβώτιο μετατοπίζεται οριζόντια με σταθερή και ασήμαντη ταχύτητα, η δύναμη αυτή είναι κατά μέτρο ίση με την τριβή ολίσθησης. Άρα:

$$F = T = 96 \text{ N και } W_F = F \cdot \Delta x_{\kappa} = 96 \cdot 0,6 \text{ J} = 57,6 \text{ J}$$



# αθλημπινίσις

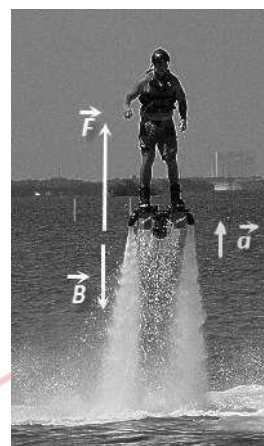
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 4

Το flyboard είναι θαλάσσιο σπορ, στο οποίο ένας αθλητής είναι στερεωμένος πάνω σε μια βάση, στο κάτω μέρος της οποίας υπάρχουν σωλήνες που εκτοξεύουν προς τα κάτω νερό, με αποτέλεσμα να ασκούν στη βάση δύναμη προς τα πάνω και να προκαλούν κατακόρυφη μετατόπιση στο σύστημα.

Στη διπλανή εικόνα ο αθλητής έχει μάζα  $M = 80 \text{ kg}$  και η βάση με τους σωλήνες έχει μάζα  $m = 10 \text{ kg}$ .

Το σύστημα βάση-αθλητής, δέχεται από τον μηχανισμό σταθερή προς τα πάνω δύναμη  $\vec{F}$ , μέτρου  $F = 1080 \text{ N}$ , ξεκινάει τη στιγμή  $t_0 = 0$ , από την ηρεμία και από την επιφάνεια της θάλασσας και κινείται κατακόρυφα.



Να υπολογίσετε:

**4.1** το ύψος που έχει ανέβει η βάση του συστήματος, από την επιφάνεια της θάλασσας, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 7**

**4.2** το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης  $\vec{F}_1$  που δέχεται ο αθλητής από τη βάση στην οποία πατάει,

**Μονάδες 6**

**4.3** την ενέργεια που δόθηκε στον αθλητή από την βάση που τον ανεβάζει, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ ,

**Μονάδες 6**

**4.4** την μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος βάση-αθλητής, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και αντιστάσεις αέρα-νερού αγνοούνται.



## 14256-Λύση

### ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στο σύστημα βάση-αθλητής:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{συστ.}} &= (M + m) \cdot a \\ F - (M + m) \cdot g &= (M + m) \cdot a \\ a &= \frac{F}{M + m} - g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η βάση έχει ανέβει σε ύψος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 4 \text{ m}$$

4.2 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον αθλητή:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{αθλ.}} &= M \cdot a \\ F_1 - M \cdot g &= M \cdot a \\ F_1 &= M \cdot (g + a) = 960 \text{ N}\end{aligned}$$

4.3 Ενέργεια προσφέρεται από τη βάση στον αθλητή, μέσω του έργου της δύναμης που του ασκεί:

$$E_{\text{πρ.}} = W_{F_1} = F_1 \cdot h = 3840 \text{ J}$$

4.4 Σε αυτή την κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση, αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του συστήματος βάση-αθλητής:

$$\Delta U = (M + m) \cdot g \cdot h = 3600 \text{ J}$$

# αθλημπινίσκος

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 1

14263

Στις ερωτήσεις 1-3 να γράψετε στη κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.

1. Σώμα κινείται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Αν  $B$  το βάρος του σώματος,  $N$  η δύναμη που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο, το μέτρο της τριβής ολίσθησης ( $T_{ol}$ ) δίδεται από τη σχέση:

(α)  $T_{ol} = \mu \cdot B$

(β)  $T_{ol} = \mu \cdot (B + N)$

(γ)  $T_{ol} = \mu \cdot (B - N)$

(δ)  $T_{ol} = B$

Μονάδες 5

2. Ακίνητο σώμα σε ύψος  $h$  από το έδαφος έχει δυναμική ενέργεια  $U = 100 \text{ J}$ . Αφήνουμε το σώμα να πέσει προς τα κάτω. Σε ύψος  $h/4$  από το έδαφος η κινητική ενέργεια ( $K$ ) του σώματος είναι ίση με:

(α)  $K = 100 \text{ J}$

(β)  $K = 25 \text{ J}$

(γ)  $K = 50 \text{ J}$

(δ)  $K = 75 \text{ J}$

Μονάδες 5

3. Ένα αυτοκίνητο, αρχικά ακίνητο, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 4 \text{ m/s}^2$ . Η εξίσωση της κίνησής του είναι:

(α)  $x = 4 \cdot t$

(β)  $x = 4 \cdot t^2$

(γ)  $x = 2 \cdot t^2$

(δ)  $x = 8 \cdot t$

Μονάδες 5

4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

Α. Όταν ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα η κινητική του ενέργεια παραμένει σταθερή.

Β. Σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα σε κάθε σώμα ασκούνται δύο αντίθετες δυνάμεις.

Γ. Το έργο είναι διανυσματικό μέγεθος για αυτό μπορεί να πάρει θετικές και αρνητικές τιμές.

Δ. Η επιτάχυνση είναι διανυσματικό μέγεθος.

Ε. Αν μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος τότε το έργο της είναι μηδέν.

Μονάδες 5

5. Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της στήλης Α με τις μονάδες της στήλης Β, γράφοντας στην κόλα σας τους αριθμούς της στήλης Α με τα αντίστοιχα γράμματα της στήλης Β.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗ

Α

Β

ΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

1. Διάστημα α) J(Joule)

2. Επιτάχυνση β) m/s

3. Ενέργεια γ) N(Newton)

4. Τριβή δ) W(Watt)

5. Ταχύτητα ε) m/s<sup>2</sup>

στ) m

Μονάδες 5



## 14263-Λύση

### Απαντήσεις

1. α

2. δ

3. γ

4.

A. Σωστό

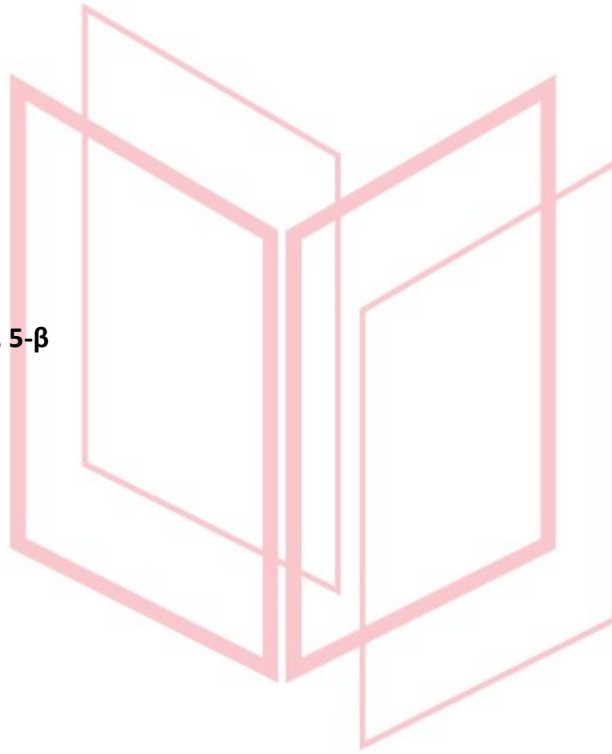
B. Λάθος

Γ. Λάθος

Δ. Σωστό

Ε. Σωστό

5. 1-στ, 2-ε, 3-α, 4-γ, 5-β



# αθημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 3**

Ελαστικό σώμα, μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$ , αφήνεται από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  πάνω από την επιφάνεια της Γης. Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**3.1** Να υπολογίσετε το απαιτούμενο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  μέχρι να φτάσει το έδαφος, καθώς και την ταχύτητα  $v_0$  με την οποία φτάνει το έδαφος.

**Μονάδες 6**

**3.2** Ποια η ταχύτητα  $v_\mu$  του σώματος τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια γίνεται ίση με την κινητική του ενέργεια;

**Μονάδες 6**

Το σώμα, μετά την επαφή του με το έδαφος, αναπηδά κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό του μέτρου της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

**3.3** Να υπολογισθεί το μέγιστο ύψος  $h_1$  στο οποίο θα φτάσει το σώμα.

**Μονάδες 7**

**3.4** Ποιο είναι το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μετατράπηκε σε άλλη μορφή ενέργειας (π.χ. σε θερμότητα) κατά την αναπήδηση του σώματος;

**Μονάδες 6**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 14264-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

3.1 Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2}g\Delta t^2 \\ v_o &= g\Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Delta t &= \sqrt{\frac{2h}{g}} \\ v_o &= g\Delta t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \Delta t &= 2 \text{ s} \\ v_o &= 20 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

3.2 Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \stackrel{K=U}{\Rightarrow} E_{MHX} = 2K \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Αλλά

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$mgh = 2\frac{1}{2}mv_{\mu}^2 \quad \text{ή} \quad v_{\mu} = \sqrt{gh} \quad \text{ή} \quad v_{\mu} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

3.3 Η μηχανική ενέργεια του σώματος μετά την αναπήδηση είναι

$$E_{MHX1} = K_{max1} = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_o}{2}\right)^2 \quad \text{και τελικά} \quad E_{MHX1} = 50 \text{ J} \quad (3)$$

(Μονάδες 3)

Αλλά

$$E_{MHX1} = U_{max1} \stackrel{(3)}{\Rightarrow} U_{max1} = 50 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

και τελικά

$$h_1 = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

3.4 Το ζητούμενο ποσοστό είναι

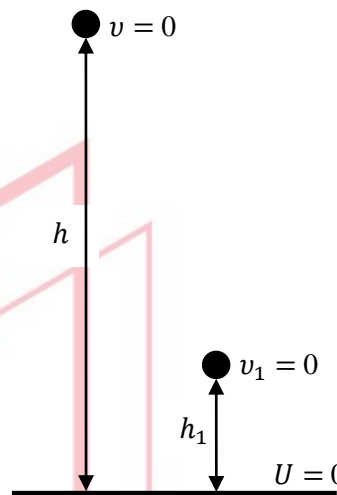
$$\Pi\% = \frac{|E_{MHX1} - E_{MHX}|}{E_{MHX}} 100\%$$

(Μονάδες 4)

και τελικά

$$\Pi\% = 75\%$$

(Μονάδες 2)

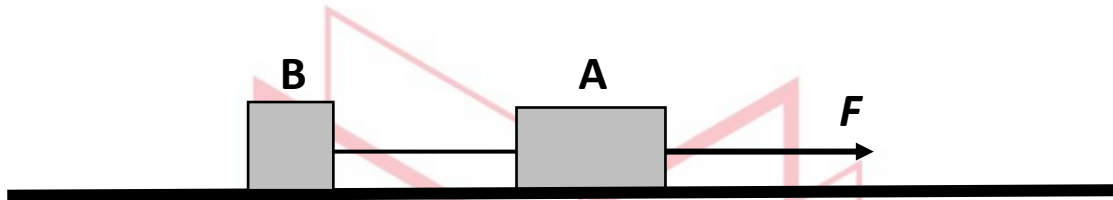


αδιμπίνας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4****14388**

Στο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος ηρεμούν δυο σώματα A και B με μάζες  $M = 3 \text{ kg}$  και  $m = 1 \text{ kg}$  αντίστοιχα, τα οποία είναι δεμένα μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος. Ένα παιδί, κάποια στιγμή που θεωρούμε  $t = 0 \text{ s}$ , τραβάει το σώμα A, ασκώντας του οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 28 \text{ N}$ , όπως στο σχήμα. Τα σώματα ολισθαίνουν στο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κάθε σώματος με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$ .



**4.1** Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας και να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα.

**Μονάδες 8**

Να υπολογίσετε:

**4.2** Την επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα.

**Μονάδες 5**

**4.3** Την τάση του νήματος που ασκείται σε κάθε σώμα.

**Μονάδες 3**

**4.4** Τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  το νήμα που ενώνει τα δύο σώματα κόβεται, ενώ η δύναμη μέτρου  $F = 28 \text{ N}$  συνεχίζει να ασκείται στο σώμα A.

**α.** Ποιο είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί το κάθε σώμα, αφού κοπεί το νήμα;

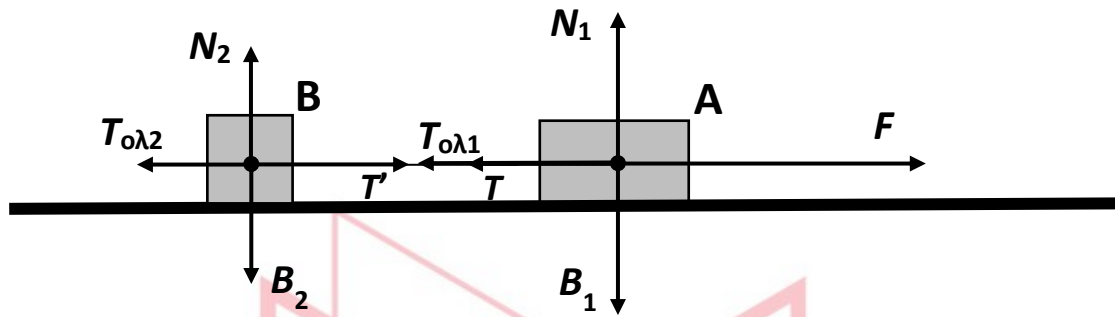
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 6**

**β.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος B την χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 1,6 \text{ s}$ .

**Μονάδες 3**

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 σώματα.

(Μονάδες 8X1=8)

4.2

$\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα. Άρα

$$N_1 = B_1 = M \cdot g \quad (1) \text{ και}$$

$$N_2 = B_2 = m \cdot g \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο σωμάτων και για τον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = (M + m) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ1} - T_{ολ2} = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$F - \mu \cdot N_1 - \mu \cdot N_2 = (M + m) \cdot a \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$F - \mu \cdot M \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$28 \text{ N} - 0,5(3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot a \Rightarrow$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

4.3

Το νήμα είναι αβαρές, άρα ισχύει:  $T = T'$  (3)

(Μονάδα 1)

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το σώμα Β προκύπτει:

$$\Sigma F_B = m \cdot a \Rightarrow T' - T_{ολ2} = m \cdot a \Rightarrow T' - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow$$

$$T' = 0,5 \cdot 1 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 1 \text{ Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \xrightarrow{(3)}$$

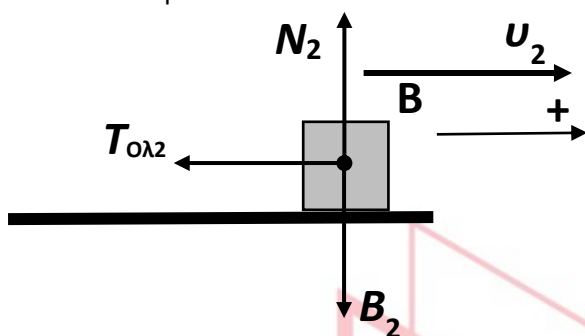
$$T' = T = 7 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

## 14388-Λύση

4.4

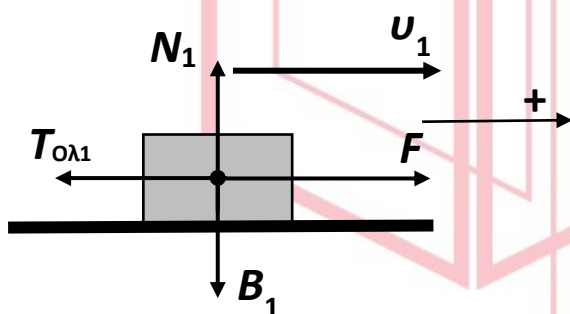
α. Για το σώμα Β:



Στο σώμα Β κατά την διεύθυνση της κίνησης ασκείται η σταθερή δύναμη της τριβής ολίσθησης με φορά αντίθετη αυτής της ταχύτητας. Άρα το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

(Μονάδες 3)

Για το σώμα Α:



Στον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = F - T_{ολ1} = F - \mu \cdot M \cdot g = 28 \text{ N} - 0,5 \cdot 3 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow \Sigma F = 13 \text{ N} > 0$$

Επειδή  $F > T_{ολ1}$  η  $\Sigma F$  έχει την φορά της δύναμης μεγαλύτερου μέτρου, άρα είναι ομόρροπη της ταχύτητας, οπότε το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (λόγω του ότι στο σώμα ασκούνται σταθερές δυνάμεις, το σώμα αποκτά και σταθερή επιτάχυνση).

(Μονάδες 3)

β. Το σύστημα των δύο σωμάτων, άρα και κάθε σώμα του συστήματος, τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  που κόβεται το νήμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v_1 = a \cdot t_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow v_1 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F = m \cdot a_2 \Rightarrow -T = m \cdot a_2 \Rightarrow -\mu \cdot m \cdot g = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

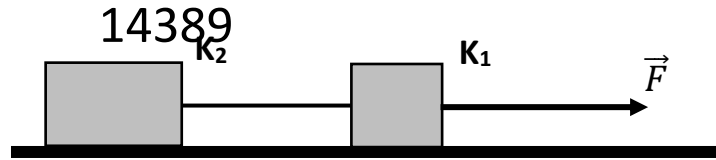
Άρα τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 1,6 \text{ s}$

$$v_2 = v_1 + a_2 \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow v_2 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,6 \text{ s} \Rightarrow v_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

**ΘΕΜΑ 4**

Τα κιβώτια  $K_1$  και  $K_2$  του διπλανού σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  αντίστοιχα και



βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,5$ . Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο  $K_1$  οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

**Μονάδες 12**

**4.2** Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο.

**Μονάδες 3**

**4.3** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο  $K_1$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική  $t_1 = 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**4.4** Να υπολογίσετε, πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, παραμένει ως κινητική στο κιβώτιο  $K_1$ .

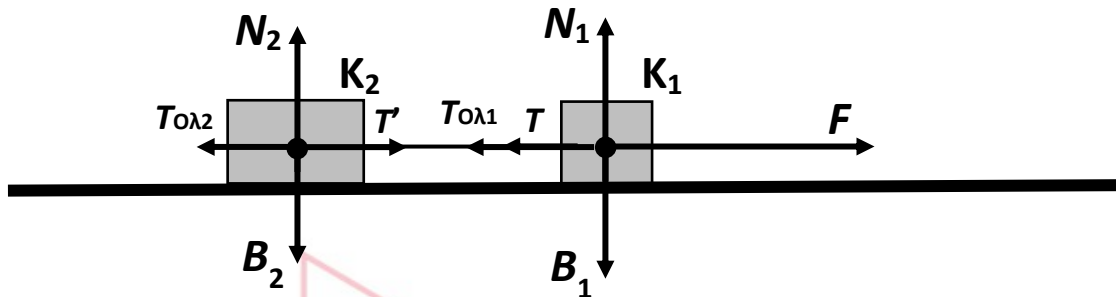
**Μονάδες 6**

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

# αδιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ





Σχεδίαση όλων των δυνάμεων και με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 κιβώτια.

(Μονάδες 8Χ1=8)

$\Sigma F_y = 0$  για κάθε κιβώτιο. Άρα

$$N_1 = B_1 = m_1 \cdot g \quad (1) \quad \text{και} \quad N_2 = B_2 = m_2 \cdot g \quad (2)$$

$$T_{ολ1} = \mu \cdot N_1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T_{ολ1} = \mu \cdot m_1 \cdot g \Rightarrow T_{ολ1} = 0,5 \cdot 3 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$T_{ολ1} = 15 \text{ N}$$

$$T_{ολ2} = \mu \cdot N_2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_{ολ2} = \mu \cdot m_2 \cdot g \Rightarrow T_{ολ2} = 0,5 \cdot 5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$T_{ολ2} = 25 \text{ N}$$

(Μονάδες 2Χ2=4)

4.2

Το νήμα είναι αβαρές, άρα ισχύει:  $T = T'$  (3)

(Μονάδα 1)

Από την εφαρμογή του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα για το κιβώτιο  $K_2$  προκύπτει:

$$\Sigma F_{K2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - T_{ολ2} = m_2 \cdot a \Rightarrow T' - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow$$

$$T' = 0,5 \cdot 5 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 5 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \stackrel{(3)}{\Rightarrow}$$

$$T' = T = 30 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

4.3

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Από τη χρονική στιγμή  $t = 0 \text{ s}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ , η μετατόπιση των κιβωτίων είναι:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow \Delta x = 8 \text{ m}$$

**14389-Λύση**

$$W_T = -T \cdot \Delta x = -30 \text{ N} \cdot 8 \text{ m} \Rightarrow$$

$$W_T = -240 \text{ J}$$

(Μονάδες 2+2=4)

#### 4.4

Έχουμε

$$a = \frac{W_{\Sigma F(K1)}}{W_F} 100\% = \frac{(F - T - T_{ολ1}) \cdot \Delta x}{F \cdot \Delta x} 100\% \quad (4)$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της  $\vec{F}$ .

$$F - T_{ολ1} - T_{ολ2} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 15 \text{ N} + 25 \text{ N} + 8 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$F = 48 \text{ N} \quad (5)$$

Και από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε τελικά

$$(4) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} a = \frac{48 \text{ N} - 30 \text{ N} - 15 \text{ N}}{48 \text{ N}} 100\% \Rightarrow$$

$$a = 6,25\%$$

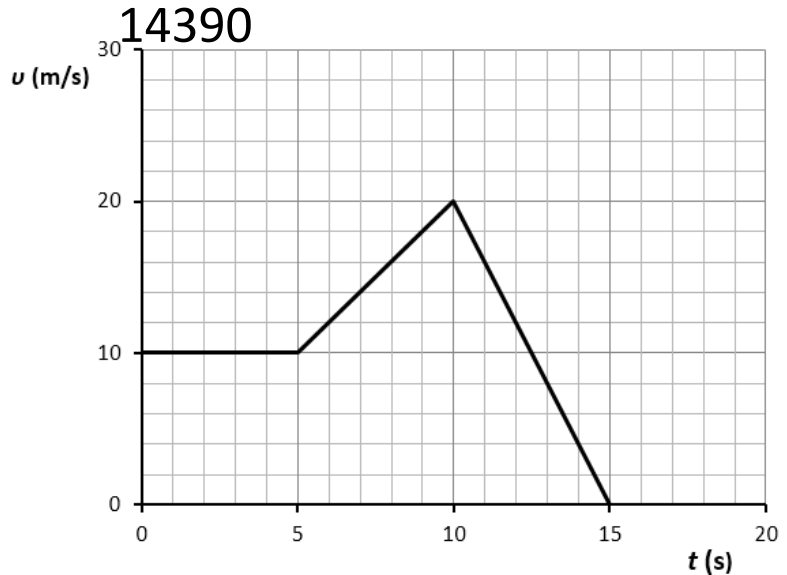
(Μονάδες 2+3+1=6)

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

#### ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα με μάζα  $m = 120 \text{ kg}$  ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , διέρχεται από τη θέση  $x_0 = -25 \text{ m}$ , κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η



γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Ποιο είναι το είδος της κίνησης του σώματος για καθένα από τα χρονικά διαστήματα:

$0 \text{ s} - 5 \text{ s}$ ,  $5 \text{ s} - 10 \text{ s}$ ,  $10 \text{ s} - 15 \text{ s}$ .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα.

**Μονάδες 10**

**4.2** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο σώμα, στο χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 5 \text{ s}$ .

**Μονάδες 7**

**4.3** Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**4.4** Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , στη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

**ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ** **Μονάδες 4**

ΘΕΜΑ 4

14390-Λύση

Ενδεικτική λύση

4.1

Το κινητό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο, άρα η κίνησή του σε όλα τα χρονικά διαστήματα είναι **ευθύγραμμη**.

(Μονάδα 1)

Σύμφωνα με το διάγραμμα:

Από  $0\text{ s} - 5\text{ s}$  το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του παραμένει σταθερό. Άρα:

$$\alpha_1 = 0 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

Από  $5\text{ s} - 10\text{ s}$  το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του αυξάνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \Rightarrow \alpha_2 = 2 \text{ m/s}^2$$

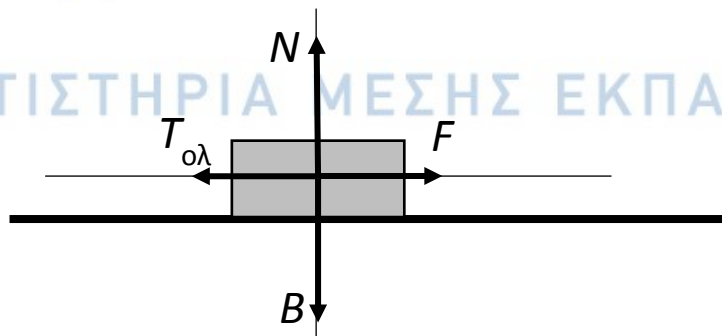
(Μονάδες 3)

Από  $10\text{ s} - 15\text{ s}$  το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση**, καθώς το μέτρο της ταχύτητάς του μειώνεται με σταθερό ρυθμό (η γραφική παράσταση είναι τμήμα ευθείας, άρα η κλίση είναι σταθερή).

$$\alpha_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\text{τελ}} - v_{\text{αρχ}}}{\Delta t} = \frac{0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} \Rightarrow \alpha_3 = -4 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

4.2



(Μονάδες 4)

Από  $0\text{ s} - 5\text{ s}$  το κινητό εκτελεί **ευθύγραμμη ομαλή κίνηση**, άρα:

$$\Sigma F = 0 \begin{cases} \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B = m \cdot g \Rightarrow N = 120 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow N = 1200 \text{ N} \\ T_{ολ} = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 1200 \text{ N} \Rightarrow T_{ολ} = 240 \text{ N} \\ \Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{ολ} = F \Rightarrow F = 240 \text{ N} \end{cases}$$

(Μονάδες 3)

4.3

### 14390-Λύση

Από  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$  η τιμή της μετατόπισης  $\Delta x$  του κινητού υπολογίζεται από το άθροισμα των εμβαδών  $E_1$  και  $E_2$ .

$$\Delta x = E_1 + E_2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + \left( \frac{10 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}}{2} \right) \cdot 5 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Delta x = +125 \text{ m}$$

Άρα το κινητό τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$  βρίσκεται την στη θέση :

$$x = x_0 + \Delta x = -25 \text{ m} + 125 \text{ m} \Rightarrow$$

$$x = +100 \text{ m}$$

(Μονάδες 3+1=4)

4.4

Έχουμε:

$$\Delta x_{3-4} = v \cdot \Delta t_{3-4} = 10 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} \Rightarrow$$

$$\Delta x_{3-4} = +10 \text{ m} \quad (1)$$

$$W_F = F \cdot \Delta x_{3-4} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} W_F = 240 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \Rightarrow$$

$$W_F = +2400 \text{ J}$$

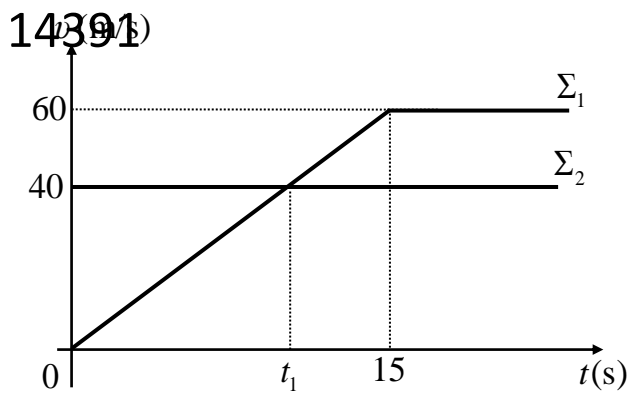
(Μονάδες 2+2=4)

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες  $m_1 = m_2 = 40 \text{ Kg}$ , βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Ο οριζόντιος δρόμος συμπίπτει με τον οριζόντιο άξονα  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  το  $\Sigma_1$  ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την



ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα  $\Sigma_2$  κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με  $40 \text{ m/s}$ , στην ίδια κατεύθυνση με το  $\Sigma_1$ . Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.

**4.1** Στο γραπτό σας να σχεδιάσετε τα σώματα και τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα.

**Μονάδες 8**

**4.2** Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα κατά την διεύθυνση του οριζόντιου άξονα  $x'x$  (α) για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 15 \text{ s}$  και (β) μετά τη χρονική στιγμή  $t = 15 \text{ s}$ .

**Μονάδες 8**

**4.3** Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σώματα τη χρονική στιγμή  $t_1$ ;

**Μονάδες 5**

**4.4** Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή μετά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά.

**Μονάδες 4**

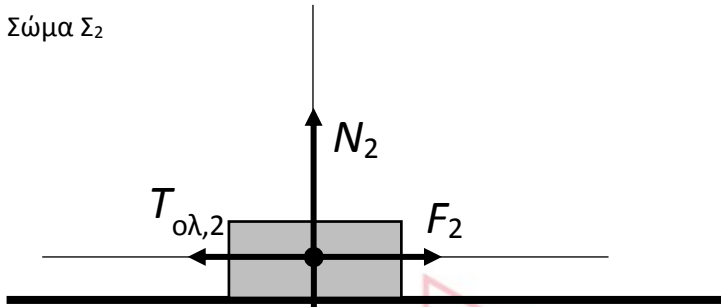
Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Ενδεικτική λύση

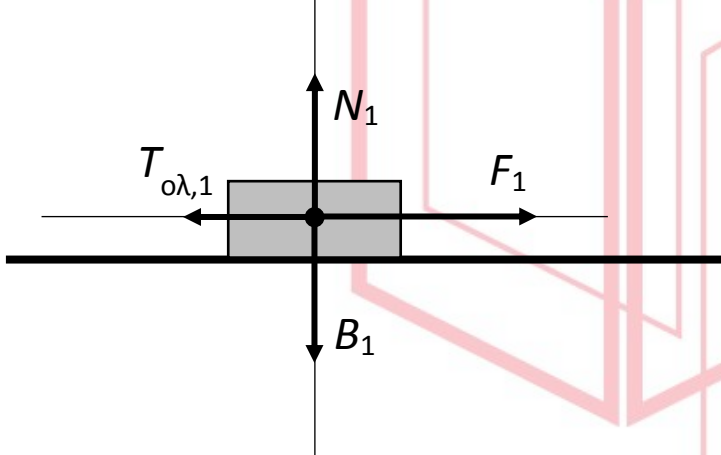
14391-Λύση

4.1

Σώμα Σ<sub>2</sub>



Σώμα Σ<sub>1</sub>



(Μονάδες 2Χ4=8)

4.2

Το σώμα Σ<sub>2</sub> εκτελεί Ε.Ο.Κ. σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του άρα  $\Sigma F = 0$  ( $\Sigma F_y = 0$ ,  $\Sigma F_x = 0$ ).

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = B_2 \Rightarrow N_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow N_2 = 40 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$N_2 = 400 \text{ N} \quad (1)$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{0\lambda,2} = F_2 \Rightarrow F_2 = \mu \cdot N_2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F_2 = 0,2 \cdot 400 \text{ N} \Rightarrow$$

$$F_2 = 80 \text{ N} \text{ και } T_{0\lambda,2} = 80 \text{ N} \quad (2)$$

(Μονάδα 1)

Αφού τα σώματα έχουν ίσες μάζες έχουμε

$$B_1 = B_2 \Rightarrow N_1 = N_2 \Rightarrow T_{0\lambda,1} = T_{0\lambda,2} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T_{0\lambda,1} = 80 \text{ N} \quad (3)$$

(Μονάδα 1)

Το σώμα Σ<sub>1</sub> εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στο χρονικό διάστημα 0 s – 15 s και Ε.Ο.Κ. μετά τα 15 s. Άρα:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{15 \text{ s}} \Rightarrow$$

$$a = 4 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$

(Μονάδες 2)



$$\Sigma F_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 - T_{0\lambda,1} = m_1 \cdot a \Rightarrow F_1 = T_{0\lambda,1} + m_1 \cdot a \stackrel{(3),(4)}{\Rightarrow} F_1 = 80 \text{ N} + 40 \text{ Kg} \cdot 4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_1 = 240 \text{ N}$$

14391-Λύση

(Μονάδες 2)

Μετά τη χρονική στιγμή  $t = 15 \text{ s}$ :

$$\Sigma F'_x = 0 \Rightarrow T_{0\lambda,1} = F'_1 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} F'_1 = 80 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

### 4.3

Τα δύο κινητά τη χρονική στιγμή  $t_1$  έχουν αποκτήσει ταχύτητες ίσων μέτρων.

$$v_1 = v_2 = 40 \text{ m/s} \Rightarrow a \cdot t_1 = 40 \text{ m/s} \Rightarrow 4 \text{ m/s}^2 \cdot t_1 = 40 \text{ m/s} \Rightarrow t_1 = 10 \text{ s}$$

(Μονάδες 2)

Το  $\Sigma_1$  έχει διανύσει διάστημα:

$$s_1 = (OAB) = \frac{10 \text{ s} \cdot 40 \text{ m/s}}{2} \Rightarrow s_1 = 200 \text{ m}$$

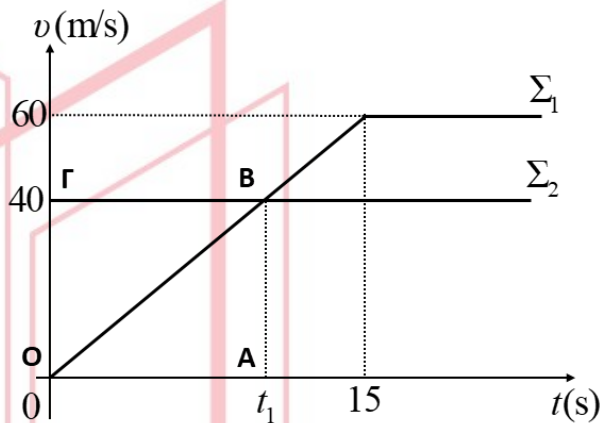
Το  $\Sigma_2$  έχει διανύσει διάστημα:

$$s_2 = (OAB\Gamma) = 10 \text{ s} \cdot 40 \text{ m/s} \Rightarrow s_2 = 400 \text{ m}$$

Άρα, τη χρονική στιγμή  $t_1$ , τα δύο σώματα απέχουν μεταξύ τους:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = 200 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)



### 4.4

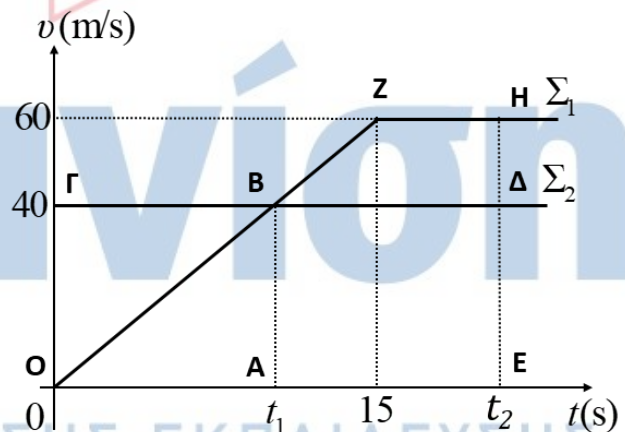
Έστω ότι τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά τη χρονική στιγμή  $t_2$  μετά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$

Τότε:

$$s'_1 = s'_2 \Rightarrow (OEHZ) = (OE\Delta\Gamma) \Rightarrow \frac{t_2 + (t_2 - 15 \text{ s})}{2} \cdot 60 \text{ m/s} = t_2 \cdot 40 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow t_2 = 22,5 \text{ s}$$

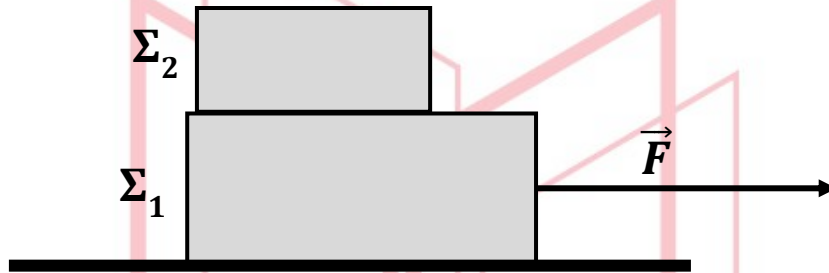
(Μονάδες 4)



ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4****14392**

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 6 \text{ kg}$  και  $m_2 = 4 \text{ kg}$  αντίστοιχα, με το  $\Sigma_2$  τοποθετημένο πάνω στο  $\Sigma_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ασκούμε στο  $\Sigma_1$  οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σώματα, εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους, κινούνται μαζί σαν ένα σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2 \text{ m/s}^2$ , επάνω στο οριζόντιο ακίνητο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του δαπέδου είναι ίσο με  $T_{ολ} = 30 \text{ N}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

**Μονάδες 3**

4.2 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 9 \text{ m}$ .

**Μονάδες 4**

4.3 Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του οριζόντιου δαπέδου.

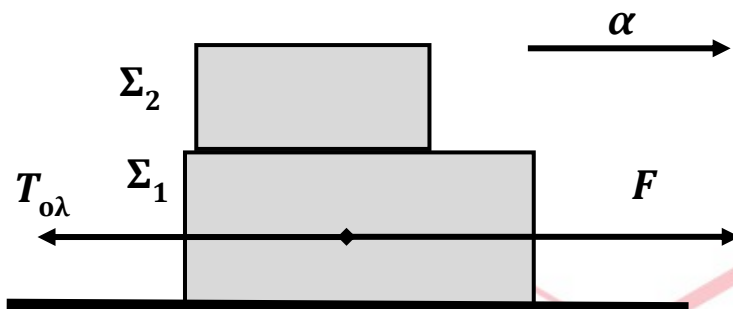
**Μονάδες 10**

4.4 Τη χρονική στιγμή  $t_1$  που η ταχύτητα του συστήματος είναι ίση με  $v_1 = 10 \text{ m/s}$ , απομακρύνουμε ακαριαία το σώμα  $\Sigma_2$ , χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη  $\vec{F}$ .

Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 3 \text{ s}$ .

**Μονάδες 8**

4.1



Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 30 \text{ N} + (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$F = 50 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα των δύο σωμάτων:

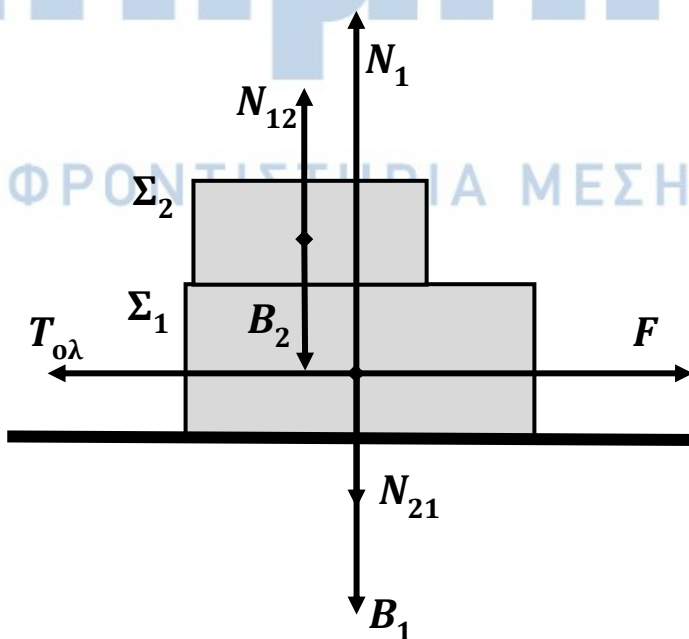
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 - 0 = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot v^2 = 50 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} \Rightarrow$$

$$v = 6 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

4.3



Σχεδιασμός δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα γ'γ.

(Μονάδες 5)

Στον κατακόρυφο άξονα γ'γ ισχύει  $\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα.

Για το  $\Sigma_2$ :  $N_{12} = B_2 = m_2 \cdot g$

$$N_{12} = 4 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow N_{12} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

Από τον 3<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

$$N_{12} = N_{21} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

Για το  $\Sigma_1$ :

## 14392-Λύση

$$N_1 = B_1 + N_{21} = m_1 \cdot g + N_{21} =$$

$$6 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 40 \text{ N} \Rightarrow$$

$$N_1 = 100 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N_1 \Rightarrow 30 \text{ N} = \mu \cdot 100 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\mu = 0,3$$

(Μονάδα 1)

### 4.4

Υπολογίζουμε την νέα τιμή  $T'_{ολ}$  της τριβής ολίσθησης:

$$T'_{ολ} = \mu \cdot N'_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 0,3 \cdot 6 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow T'_{ολ} = 18 \text{ N}$$

(Μονάδες 2)

Η νέα επιτάχυνση του σώματος  $\Sigma_1$  είναι

$$\Sigma F_x = m_1 \cdot a \Rightarrow F - T'_{ολ} = m_1 \cdot a \Rightarrow 50 \text{ N} - 18 \text{ N} = 6 \text{ Kg} \cdot a' \Rightarrow$$

$$a' = \frac{16 \text{ m}}{3 \text{ s}^2}$$

(Μονάδες 3)

και η ταχύτητά του τη χρονική στιγμή  $t_2$

$$v_2 = v_1 + a' \cdot \Delta t \Rightarrow v_2 = 10 \text{ m/s} + \frac{16 \text{ m}}{3 \text{ s}^2} \cdot 3 \text{ s}$$

$$\Rightarrow v_2 = 26 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 3)

**ΘΕΜΑ 4****14393**

Σε σώμα μάζας  $m = 4 \text{ Kg}$ , το οποίο είναι ακίνητο στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ , επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο, ασκείται την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ . Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του 6<sup>ου</sup> μέτρου της μετατόπισής του είναι  $\Delta K = 12 \text{ J}$ .

Δίνεται:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Να υπολογίσετε:

**4.1** Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ) μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου.

**Μονάδες 5**

**4.2** Την χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση  $x_1 = 6 \text{ m}$  και το μέτρο  $v_1$  της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει.

**Μονάδες 6**

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1$  καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

**4.3** Σε ποια θέση  $x_2$  και σε ποια χρονική στιγμή  $t_2$  θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

**Μονάδες 9**

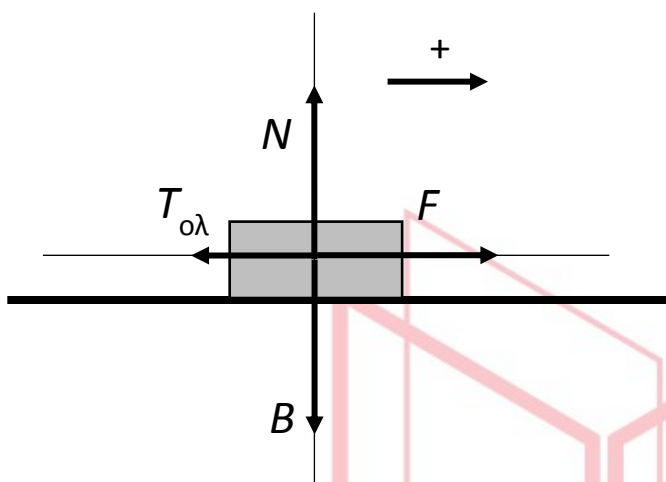
**4.4** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το παραπάνω σώμα από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  μέχρι την χρονική στιγμή  $t_2$ .

**Μονάδες 5**

# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

4.1



Κατά τη διάρκεια του 6<sup>ου</sup> μέτρου της μετατόπισης του σώματος, δηλαδή από την θέση  $x_5 = 5 \text{ m}$  μέχρι τη θέση  $x_6 = 6 \text{ m}$  το σώμα μετατοπίζεται κατά  $\Delta x = 1 \text{ m}$ .

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. για την παραπάνω μετατόπιση:

$$\begin{aligned} \Delta K &= W_{ολ} \Rightarrow \Delta K = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x \\ \Rightarrow 12 \text{ J} &= 20 \text{ N} \cdot 1 \text{ m} - T_{ολ} \cdot 1 \text{ m} \\ \Rightarrow T_{ολ} &= 8 \text{ N} \end{aligned}$$

$$T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{T_{ολ}}{m \cdot g} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{8 \text{ N}}{4 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Rightarrow \mu = 0,2$$

(Μονάδες 1+2+2=5)

4.2

Μέχρι την χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Επομένως

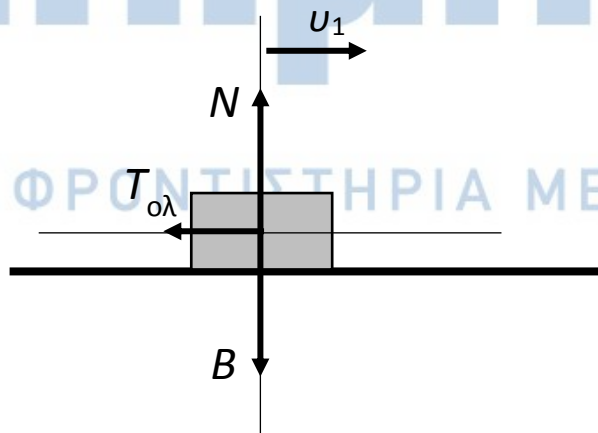
$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 20 \text{ N} - 8 \text{ N} = 4 \text{ Kg} \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 6 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ m/s}^2 \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ s}$$

$$v_1 = a \cdot t_1 \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2+2+2=6)

4.3



Μετά την κατάργηση της δύναμης  $\vec{F}$  το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση λόγω της τριβής ολισθήσης.

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = -T_{ολ} \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = -T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ Kg} \cdot (6 \text{ m/s})^2 = -8 \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = 9 \text{ m}$$

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_2 = x_1 + \Delta x \Rightarrow x_2 = 6 \text{ m} + 9 \text{ m} \Rightarrow x_2 = 15 \text{ m}$$

(Μονάδες 4)

$$T_{ολ} = m \cdot a' \Rightarrow -8 \text{ N} = 4 \text{ Kg} \cdot a' \Rightarrow a' = -2 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 2)

$$v_{\text{τελ}} = v_1 + a \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 6 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ s}$$

(Μονάδες 2)

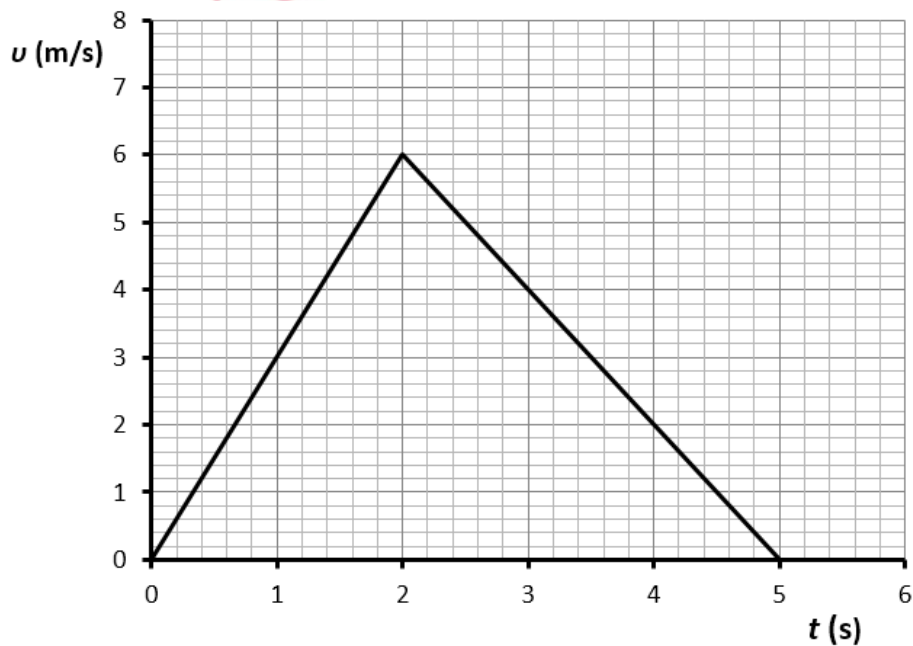
Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται τη χρονική στιγμή:

$$t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 2 \text{ s} + 3 \text{ s} \Rightarrow t_2 = 5 \text{ s}$$

(Μονάδα 1)

#### 4.4

Το ζητούμενο διάγραμμα είναι



(Μονάδες 5)

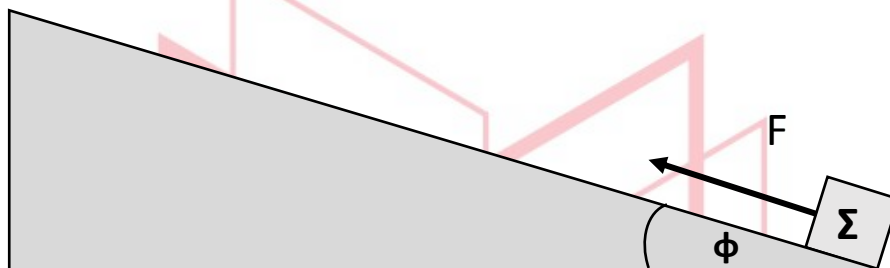
# αθημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 4****14395**

Σε σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$ , το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ ) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , σταθερή δύναμη μέτρου  $F = 120 \text{ N}$ , με διεύθυνση παράλληλη του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνοντας με σταθερή επιτάχυνση και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησής του, είναι  $\Delta x = 7 \text{ m}$ .



**4.1** Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, για το χρονικό διάστημα  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_4 = 4 \text{ s}$  και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης. **Μονάδες 5**

Να υπολογίσετε:

**4.2** Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος για το παραπάνω χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$ .

**Μονάδες 4**

**4.3** Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ) μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

**Μονάδες 7**

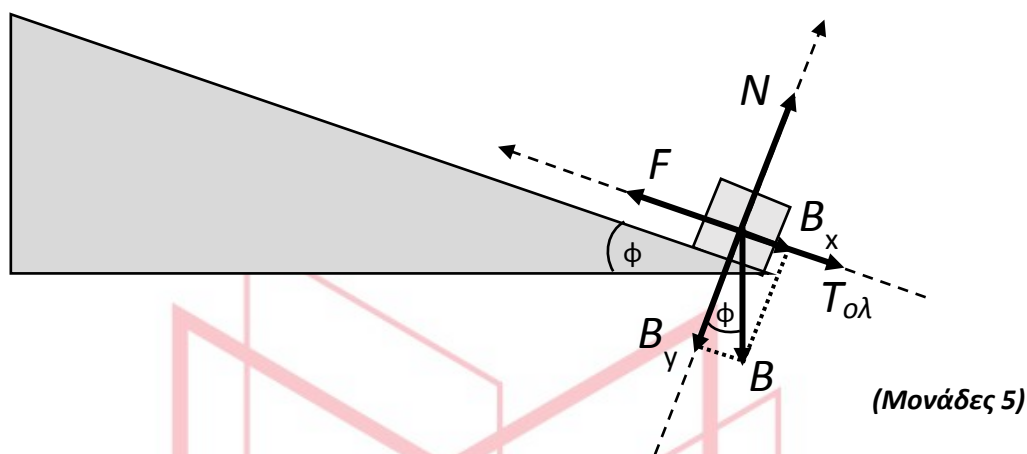
Μετά την χρονική στιγμή  $t_4 = 4 \text{ s}$  και ενώ το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_4$  επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .

**4.4** Σε ποια θέση ( $x_5$ ) θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

**Μονάδες 9**

Δίνονται:  $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4.1



(Μονάδες 5)

4.2

Η μετατόπιση  $\Delta x$  του σώματος κατά τη διάρκεια του 4<sup>ου</sup> δευτερολέπτου της κίνησής του προκύπτει από την διαφορά:

$$\Delta x = x_4 - x_3 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_4^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 \Rightarrow 7 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (16 - 9) \text{ s}^2 \Rightarrow$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 4)

4.3

Έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow N = 10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$N = 50 \cdot \sqrt{3} \text{ N (1)}$$

(Μονάδες 2)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N$$

(Μονάδα 1)

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow F - B_x - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow F - m \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ - \mu \cdot N = m \cdot a \Rightarrow$$

$$120 \text{ N} - 10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} - \mu \cdot 50 \cdot \sqrt{3} = 10 \text{ Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(Μονάδες 4)

4.4

Το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το σώμα τη χρονική στιγμή  $t_4 = 4 \text{ s}$  θα είναι:

$$v = a \cdot t_4 \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$v = 8 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

Το σώμα θα βρίσκεται στη θέση:

**14395-Λύση**

$$x_4 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_4^2 \Rightarrow x_4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$x_4 = 16 \text{ m}$$

**(Μονάδες 2)**

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση  $x_4$  μέχρι τη θέση  $x_5$ , που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος προκύπτει:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_B + W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = -m \cdot g \cdot \eta\mu 30^\circ \cdot \Delta x - \mu \cdot N \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot 10 \text{ Kg} \cdot (8 \text{ m/s})^2 = -10 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \Delta x - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 50 \cdot \sqrt{3} \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Delta x = 3,2 \text{ m}$$

**(Μονάδες 4)**

Άρα η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται στη θέση:

$$x_5 = x_4 + \Delta x \Rightarrow x_5 = 16 \text{ m} + 3,2 \text{ m} \Rightarrow$$

$$x_5 = 19,2 \text{ m}$$

**(Μονάδα 1)**

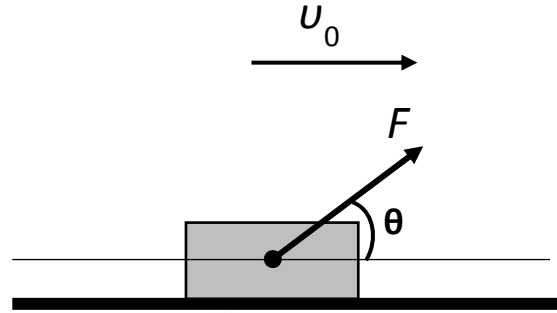
# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

14396

Το κιβώτιο του σχήματος που έχει μάζα  $m = 16 \text{ Kg}$  διέρχεται από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  του οριζώντιου δαπέδου, την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , κινούμενο με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ . Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο κιβώτιο είναι  $F = 100 \text{ N}$ . Η διεύθυνση της δύναμης  $\vec{F}$  σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση.



**4.1** Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, να αποδείξετε ότι το δάπεδο, στο οποίο κινείται το σώμα, δεν μπορεί να είναι λείο και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

**Μονάδες 7**

**4.2** Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ).

**Μονάδες 6**

Την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται.

**4.3** Να υπολογίσετε το μέτρο  $v_2$  της ταχύτητας του κιβωτίου την χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$

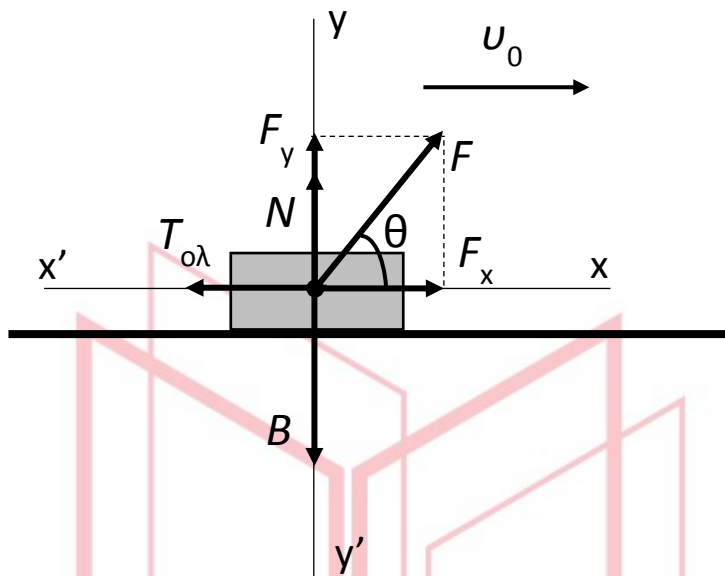
**Μονάδες 6**

**4.4** Σε ποια θέση ( $x_3$ ) η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται;

**Μονάδες 6**

Δίνονται:  $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sqrt{3} = 1,7$   $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4.1



(Μονάδες 5)

Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα άρα θα πρέπει και στον άξονα κίνησης  $\Sigma F_x = 0$ , δηλ. θα πρέπει να υπάρχει στον άξονα αυτόν μια δύναμη αντίθετη της  $\vec{F}_x$  και αυτή είναι η τριβή ολίσθησης, επομένως

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ}$$

(Μονάδες 2)

4.2

Από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y + N = B \Rightarrow N = m \cdot g - F \cdot \eta\mu 60^\circ \Rightarrow N = 16 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 - 100 \text{ N} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

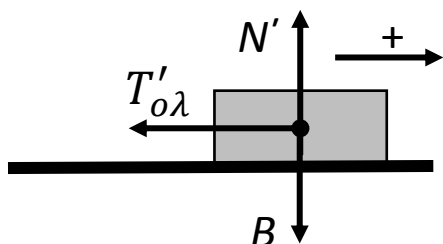
$$N = 75 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x = T_{ολ} \Rightarrow F \cdot \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \mu \cdot N \Rightarrow 100 \text{ N} \cdot \frac{1}{2} = \mu \cdot 75 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\mu = \frac{2}{3}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ (Μονάδες 2Χ3=6)

4.3



Όταν καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}$ , προκύπτει νέα τιμή για την τριβή ολίσθησης δεδομένου ότι:

$$F_y = 0 \Rightarrow N' = B \Rightarrow N' = m \cdot g = 16 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$N' = 160 \text{ N}$$

$$T'_{ολ} = 14396 \frac{\Delta x}{3} \text{ N} \Rightarrow$$

$$T'_{ολ} = \frac{320}{3} \text{ N}$$

Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a' \Rightarrow -T'_{ολ} = m \cdot a' \Rightarrow -\frac{320}{3} \text{ N} = 16 \text{ Kg} \cdot a'$$

$$\Rightarrow a' = -\frac{20}{3} \text{ m/s}^2$$

και τελικά

$$v_2 = v_0 + a' \cdot \Delta t \Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s} - \frac{20}{3} \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

(Μονάδες 1+1+2+2=6)

#### 4.4

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από την θέση όπου καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}$  μέχρι την θέση που μηδενίζεται η ταχύτητα του κιβωτίου.

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = -T'_{ολ} \cdot \Delta x \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot 16 \text{ Kg} \cdot (20 \text{ m/s})^2 = -\frac{320}{3} \text{ N} \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Delta x = 30 \text{ m}$$

Το κιβώτιο τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  βρίσκεται στη θέση

$$x_1 = 20 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} \Rightarrow$$

$$x_1 = 80 \text{ m}$$

Άρα η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται στη θέση

$$x_3 = x_1 + \Delta x \Rightarrow$$

$$x_3 = 110 \text{ m}$$

(Μονάδες 4+1+1=6)

**ΘΕΜΑ 4****14397**

Σώμα μάζας  $m = 20 \text{ Kg}$  είναι ακίνητο επάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 80 \text{ N}$  και αυτό αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα την χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  φθάνει στη θέση  $x_1 = 45 \text{ m}$ .

Η επιτάχυνση της βαρύτητας δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**4.2** Να δικαιολογήσετε, ότι μεταξύ του δαπέδου και του σώματος ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή ( $\mu$ ).

**Μονάδες 10**

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  το σώμα συνεχίζει την κίνησή του επάνω στο οριζόντιο δάπεδο, ενώ εξακολουθεί να ασκείται σ' αυτό η δύναμη  $\vec{F}$  και την χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$  φθάνει στη θέση  $x_2 = 137 \text{ m}$ .

**4.3** Υπάρχει δύναμη τριβής ολίσθησης από τη θέση  $x_1$  μέχρι τη θέση  $x_2$ ;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 4**

**4.4** Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  μέχρι την θέση  $x_2 = 137 \text{ m}$  και να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από την χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  μέχρι την χρονική στιγμή  $t_2 = 10 \text{ s}$ .

**Μονάδες 5**

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



Ενδεικτική λύση

## 14397-Λύση

4.1

Από τις εξισώσεις θέσης και ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση έχουμε:

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 \Rightarrow 45 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (6 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 3)

$$v_1 = a \cdot t_1 = 2,5 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ s} \Rightarrow$$

$$v_1 = 15 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Αν δεν ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δαπέδου τότε:

$$\Sigma F = F = m \cdot a' \Rightarrow a' = \frac{F}{m} \Rightarrow a' = \frac{80 \text{ N}}{20 \text{ Kg}} \Rightarrow$$

$$a' = 4 \text{ m/s}^2$$

Η επιτάχυνση του σώματος, που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα 4.1, σύμφωνα με τα δεδομένα του προβλήματος είναι

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2 < a'$$

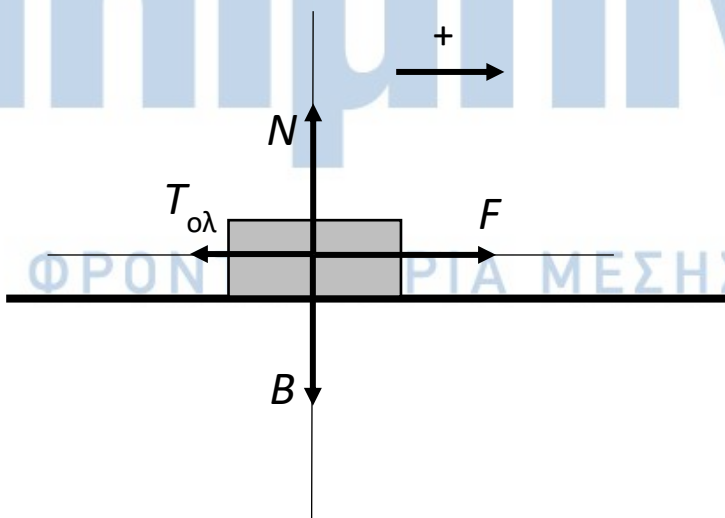
(Μονάδες 3)

Άρα το σώμα δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης, επομένως:

$$\Sigma F = F - T_{ολ} = m \cdot a \Rightarrow 80 \text{ N} - T_{ολ} = 20 \text{ Kg} \cdot 2,5 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$T_{ολ} = 30 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)



(Μονάδες 3)

$$T_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow \mu = \frac{30 \text{ N}}{20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2} \Rightarrow$$

$$\mu = 0,15$$

(Μονάδες 2)

### 4.3

Από τη θέση  $x_1 = 45 \text{ m}$  μέχρι τη θέση  $x_2 = 137 \text{ m}$  η μετατόπιση του σώματος είναι

$$\Delta x = 92 \text{ m}$$

και η χρονική διάρκεια της κίνησης

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10 \text{ s} - 6 \text{ s} \Rightarrow \Delta t = 4 \text{ s}$$

επομένως:

$$\Delta x = v_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow 92 \text{ m} = 15 \text{ m/s} \cdot 4 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot (4 \text{ s})^2 \Rightarrow$$

$$a_1 = 4 \text{ m/s}^2$$

Με το δεδομένο ότι δεν έχει καταργηθεί η δύναμη  $\vec{F}$  και συγκρίνοντας την τιμή της επιτάχυνσης  $a_1$  με την  $a'$  (απάντηση ερωτήματος 4.2) συμπεραίνουμε ότι αυτό το τμήμα του δαπέδου είναι λείο.

(Μονάδες 4)

### 4.4

Τα ζητούμενα έργα είναι

$$W_F = F \cdot (x_2 - x_0) \Rightarrow W_F = 80 \text{ N} \cdot 137 \text{ m} \Rightarrow$$

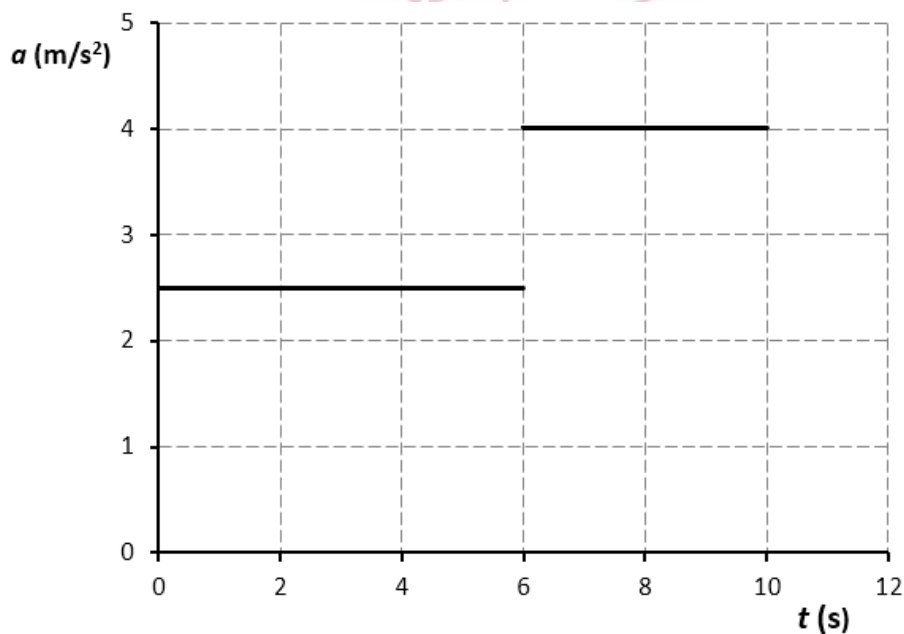
$$W_F = 10960 \text{ J}$$

$$W_{T_{ολ}} = -T_{ολ} \cdot (x_1 - x_0) \Rightarrow W_{T_{ολ}} = -30 \text{ N} \cdot 45 \text{ m} \Rightarrow$$

$$W_{T_{ολ}} = -1350 \text{ J}$$

$$W_B = W_N = 0 \text{ J}$$

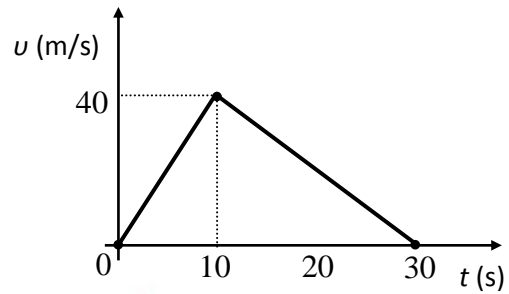
(Μονάδες 3)



(Μονάδες 2)

**ΘΕΜΑ 4**

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$  που κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



**4.1** Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από  $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**4.2** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου ( $a-t$ ) για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**4.3** Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10			
10 - 30			

**Μονάδες 6**

**4.4** Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$  και  $10 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

**Μονάδες 7**

# 14525-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

**4.1** Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\Delta x_1 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$\Delta x_2 = \frac{(+40) \cdot 20}{2} \text{ m} = +400 \text{ m}$$

και η συνολική μετατόπιση είναι :

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \text{ ή } \Delta x = +600 \text{ m}$$

(Μονάδες 3)

Το ολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα είναι:

$$S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 600 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

και η μέση ταχύτητά του είναι:

$$v = \frac{S}{t_{\text{ολικο}}} \text{ ή } v = \frac{600 \text{ m}}{30 \text{ s}} \text{ και τελικά } v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 1)

Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από

$$\Delta x = \frac{(+40) \cdot 30}{2} = +600 \text{ m}$$

**4.2** Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \alpha_1 = \frac{+40 \text{ m/s}}{10 \text{ s}}$$

και τελικά

$$\alpha_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

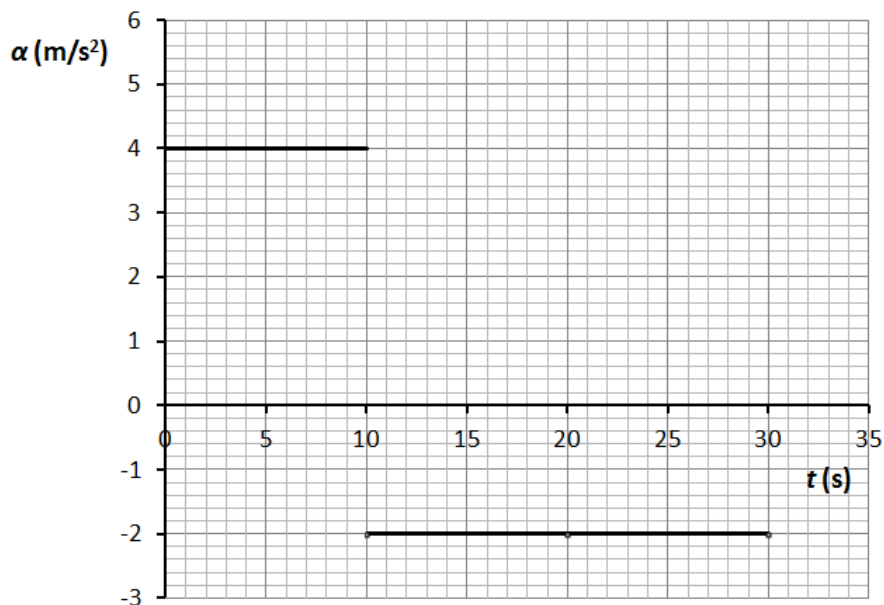
$$\alpha_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \text{ ή } \alpha_2 = \frac{-40 \text{ m/s}}{20 \text{ s}}$$

και τελικά

$$\alpha_2 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)

# 14525-Λύση



(Μονάδες 3)

4.3 Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε  $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα (N)	Η συνισταμένη οριζόντια δύναμη και η ταχύτητα της σώματος είναι ομόρροπα ή αντίρροπα διανύσματα	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10	+40	ομόρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10 - 30	-20	αντίρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

4.4 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200) \text{ J} = +8.000 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = (-20) \cdot (+400) \text{ J} = -8.000 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 10 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 2)

## 14525-Λύση

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} \quad \text{ή} \quad W = 0 \text{ J}$$

Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει και με την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W$$

αλλά

$$K_{\text{τελ}} = K_{\text{αρχ}} = 0 \text{ J}$$

επομένως και

$$W = 0 \text{ J}$$

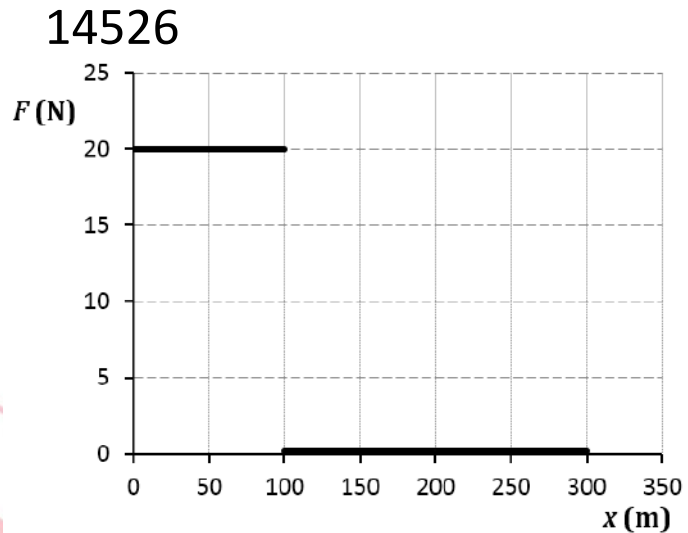
(Μονάδες 3)

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

#### ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$  είναι ακίνητο στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  στο σώμα αρχίζει ν' ασκείται οριζόντια δύναμη, της οποίας η αλγεβρική της τιμή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



4.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:

“ευθύγραμμη ομαλή”, “ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη”, “ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη”

Μεταξύ των θέσεων  $0 \text{ m} - 100 \text{ m}$  η κίνηση είναι .....

Μεταξύ των θέσεων  $100 \text{ m} - 300 \text{ m}$  η κίνηση είναι .....

**Μονάδες 4**

4.2 Να υπολογίσετε το έργο της οριζόντιας δύναμης όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x = 300 \text{ m}$ .

**Μονάδες 6**

4.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό διέρχεται από τη θέση  $x = +300 \text{ m}$ .

**Μονάδες 7**

4.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου ( $v-t$ ) για το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να φτάσει το σώμα στη θέση  $x = +300 \text{ m}$ .

**Μονάδες 8**



# 14526-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

4.1 Μεταξύ των θέσεων 0 m – 100 m η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 2)

Μεταξύ των θέσεων 100 m – 300 m η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

(Μονάδες 2)

4.2 Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Μετατόπιση από 0 m – 100 m:

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 = (+20) \cdot (+100) \text{ J} = +2.000 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

Μετατόπιση από 100 m – 300 m:

$$W_F = F \cdot \Delta x_2 = 0 \cdot (+100) \text{ J} = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Με εφαρμογή του ΘΜΚΕ για την μετατόπιση από 0 m – 100 m έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta K = W_F &\Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\tau\epsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2} m v_{\alpha\rho\chi}^2 = W_F \Rightarrow m v_{\tau\epsilon\lambda}^2 = 2W_F \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_{\tau\epsilon\lambda}^2 = \frac{2W_F}{m} \Rightarrow v_{\tau\epsilon\lambda} = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \end{aligned}$$

και τελικά

$$v_{\tau\epsilon\lambda} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 5)

Για την μετατόπιση από 100 m – 300 m η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή επομένως στη θέση  $x = +300 \text{ m}$  η ταχύτητά του είναι

$$v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(Μονάδες 2)

4.4 Για την μετατόπιση από 0 m – 100 m έχουμε:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = +2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Από την εξίσωση της ταχύτητας έχουμε:

$$v = a \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{v}{a} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{20}{2} \text{ s} \Rightarrow \Delta t_1 = 10 \text{ s}$$

Αλλά  $\Delta t_1 = t_1 - t_0$  και τελικά για  $t_0 = 0 \text{ s}$

$$t_1 = 10 \text{ s}$$

(όπου  $t_1$  η χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x = +100 \text{ m}$ )

(Μονάδες 2)

## 14526-Λύση

Στη συνέχεια το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα επομένως:

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{+200}{20} \text{ s} \Rightarrow \Delta t_2 = 10 \text{ s}$$

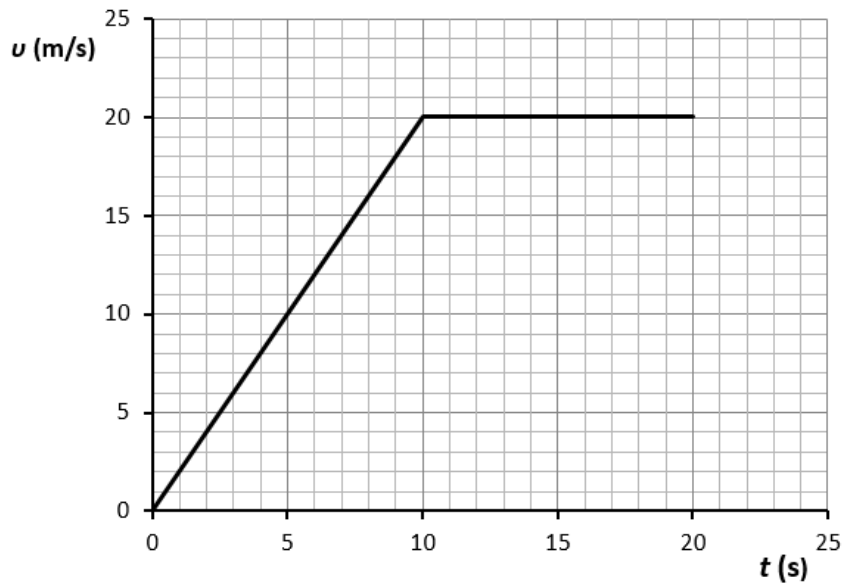
Αλλά  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  και τελικά

$$t_2 = 20 \text{ s}$$

(Μονάδες 2)

(όπου  $t_2$  η χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση  $x = +300 \text{ m}$ )

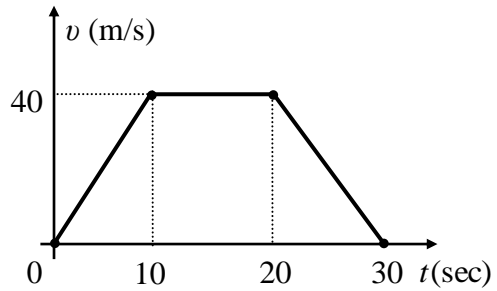
Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 4)

**ΘΕΜΑ 4****14527**

Ένα σώμα μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$  φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



**4.1** Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**4.2** Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου ( $a-t$ ) για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

**Μονάδες 6**

**4.3** Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10			
10-20			
20-30			

**Μονάδες 6**

**4.4** Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης κατά τα τρία χρονικά διαστήματα:  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ ,  $10 \text{ s} - 20 \text{ s}$  και  $20 \text{ s} - 30 \text{ s}$ .

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

**Μονάδες 7**

Ενδεικτική Λύση

## 14527-Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραφικής παράστασης της ταχύτητας και του άξονα των χρόνων είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης, επομένως:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\Delta x_1 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$\Delta x_2 = (+40) \cdot 10 \text{ m} = +400 \text{ m}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$\Delta x_3 = \frac{(+40) \cdot 10}{2} \text{ m} = +200 \text{ m}$$

(Μονάδες 4)

Η συνολική μετατόπιση είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \text{ ή } \Delta x = +800 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Εναλλακτικά, η συνολική μετατόπιση θα μπορούσε να βρεθεί και από το εμβαδό του τραapeζίου:

$$\Delta x = \frac{10 + 30}{2} \cdot (+40) \text{ m} = +800 \text{ m}$$

4.2 Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνει την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, οπότε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$\alpha_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \text{ ή } \alpha_1 = \frac{+40 \text{ m/s}}{10 \text{ s}}$$

Τελικά:

$$\alpha_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$\alpha_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

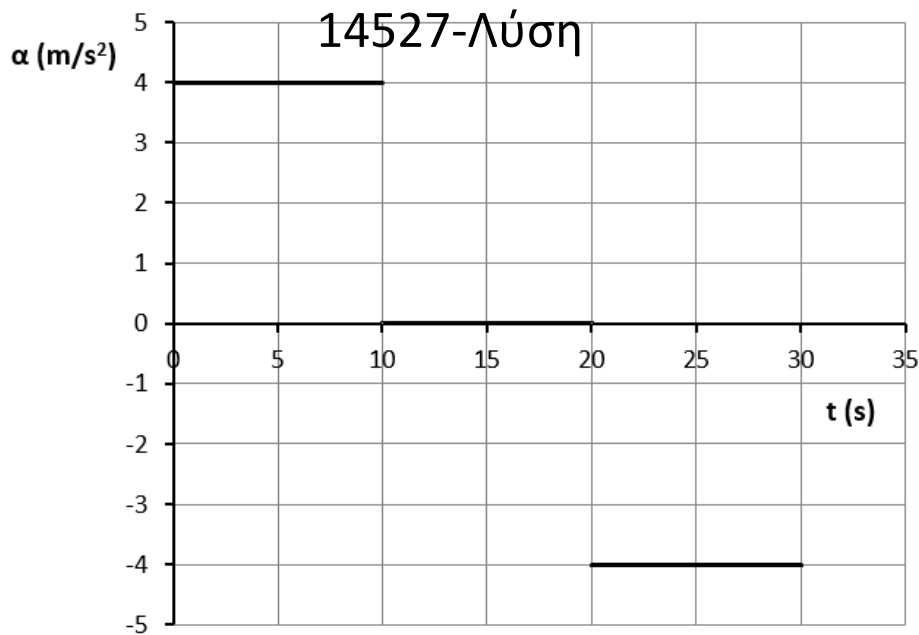
Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$\alpha_3 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \text{ ή } \alpha_3 = \frac{-40 \text{ m/s}}{10 \text{ s}}$$

Τελικά:

$$\alpha_3 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)



(Μονάδες 3)

**4.3** Από 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε  $\Sigma F = ma$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0-10	+40	ομόρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10-20	0	-	Ευθύγραμμη ομαλή
20-30	-40	αντίρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

(Μονάδες 6)

**4.4** Για το έργο της συνισταμένης δύναμης έχουμε:

Χρονικό διάστημα 0 s - 10 s:

$$W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = (+40) \cdot (+200) \text{ J} = +8.000 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 10 s - 20 s:

$$W_{\Sigma F_2} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = 0 \cdot (+400) \text{ J} = 0 \text{ J}$$

Χρονικό διάστημα 20 s - 30 s:

$$W_{\Sigma F_3} = \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 = (-40) \cdot (+200) \text{ J} = -8.000 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Στο χρονικό διάστημα 0 s - 10 s προσφέρεται ενέργεια στο σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι θετικό, ενώ στο χρονικό διάστημα 20 s - 30 s αφαιρείται ενέργεια από το σώμα, αφού το έργο της συνισταμένης δύναμης είναι αρνητικό.

(Μονάδες 2)

Παρατηρούμε ότι το συνολικό έργο για το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:

$$W = W_{\Sigma F_1} + W_{\Sigma F_2} + W_{\Sigma F_3} \quad \text{ή} \quad W = 0 \text{ J}$$

Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει και με την εφαρμογή του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W$$

Αλλά

$$K_{\text{τελ}} = K_{\text{αρχ}} = 0 \text{ J}$$

Επομένως

$$W = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 3)

# αθιμπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4****14528**

Μικρό σφαιρίδιο μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$  αφήνεται από ύψος  $h = 10 \text{ m}$ , από το έδαφος, να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

**4.1** Σε ποιο ύψος από το έδαφος, η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου ( $U$ ) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια ( $K$ ).

**Μονάδες 6**

**4.2** Ποια είναι η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια ( $U$ ) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια ( $K$ );

**Μονάδες 6**

**4.3** Έστω  $t_{ολ}$  η συνολική χρονική διάρκεια για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και  $t_E$  η χρονική διάρκεια μέχρις ότου, η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική.

Να υπολογίσετε το λόγο:  $\frac{t_{ολ}}{t_E}$ .

**Μονάδες 6**

(Η χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  είναι η στιγμή που αφήνουμε το σώμα να πέσει προς το έδαφος).

**4.4** Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις  $U = U(y)$ ,  $K = K(y)$  και  $E_{ΜΗΧ} = E_{ΜΗΧ}(y)$ , όπου  $y$  η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και  $E_{ΜΗΧ}$  η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

**Μονάδες 7**

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



# 14528-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

4.1 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xrightarrow{K=U} E_{MHX} = 2U \quad (1)$$

Αλλά

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad (2)$$

(Μονάδες 4)

Έστω  $h_1$  το ζητούμενο ύψος. Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε

$$mgh = 2mgh_1$$

και τελικά

$$h_1 = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η μηχανική ενέργεια του σώματος διατηρείται, επομένως:

$$E_{MHX} = K + U \xrightarrow{K=U} E_{MHX} = 2K \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

Έστω  $v_E$  η ζητούμενη ταχύτητα. Από τις σχέσεις (2) και (3) έχουμε

$$mgh = 2 \frac{1}{2} m v_E^2 \quad \text{ή} \quad v_E = \sqrt{gh} \quad \text{ή} \quad v_E = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

Εναλλακτικά με τη βοήθεια του ΘΜΚΕ έχουμε:

$$\Delta K = W_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_E^2 - 0 = mgh_1 \Rightarrow v_E = 10 \text{ m/s}$$

4.3 Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 \\ h - h_1 &= \frac{1}{2} g t_E^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{h}{h-h_1} = \frac{t_{ολ}^2}{t_E^2} \quad \text{και τελικά} \quad \frac{t_{ολ}}{t_E} = \sqrt{2}$$

(Μονάδες 6)

4.4 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 200 \text{ J} \quad (4)$$

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$U(y) = mgy \quad \text{ή} \quad U(y) = 20y \quad (\text{στο S.I.}) \quad (5)$$

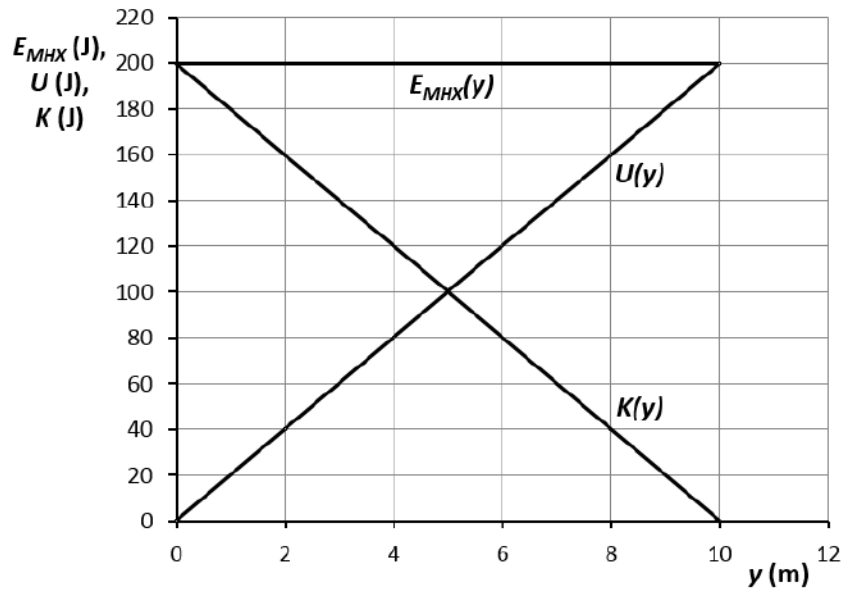
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου από την σχέση (1) είναι

$$K = E_{MHX} - U \xrightarrow{(4),(5)} K(y) = 200 - 20y \quad (\text{στο S.I.}) \quad (6)$$

(Μονάδες 4)

Με βάση τις σχέσεις (4), (5) και (6) το ζητούμενο διάγραμμα είναι

# 14528-Λύση



(Μονάδες 3)

# αλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4****14529**

Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας  $m = 10 \text{ Kg}$ , βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη  $F = 60 \text{ N}$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και το μετατοπίζει κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ .

Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι  $\mu = 0,4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

**Μονάδες 6**

**4.2** Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

**Μονάδες 7**

**4.3** Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ .

**Μονάδες 5**

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας  $m_1 = 40 \text{ Kg}$  και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

**4.4** Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  να το μετατοπίσει κατά  $\Delta x = 25 \text{ m}$ .

**Μονάδες 7**

# αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

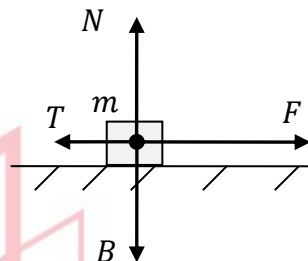
# 14529-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

**4.1** Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα  $yy'$  και τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα στον άξονα  $xx'$  προκύπτει:

$$\left. \begin{aligned} T &= \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow T = B \\ \Sigma F_x = ma &\Rightarrow F - T = ma \end{aligned} \right\} a = 2 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

(Μονάδες 4)



Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta t = 5 \text{ s} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

**4.2** Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \quad \text{ή} \quad W_F = 1.500 \text{ J} \quad (3)$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \cos 90^\circ \quad \text{ή} \quad W_B = 0 \text{ J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \cos 270^\circ \quad \text{ή} \quad W_N = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left. \begin{aligned} W_T &= T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ \\ T &= \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow T = B \end{aligned} \right\} W_T = -1.000 \text{ J} \quad (4)$$

(Μονάδες 3)

**4.3** Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = W_F + W_T \xrightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2} m v^2 = 500 \text{ J}$$

και τελικά

$$v = 10 \text{ m/s}$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

(Μονάδες 5)

**4.4** Η συνολική μάζα του γεμάτου κιβωτίου είναι  $m_{ολ} = 50 \text{ Kg}$ .

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B_{ολ} \quad \text{ή} \quad N' = 500 \text{ N} \quad \text{και}$$

$$T' = \mu \cdot N' \quad \text{ή} \quad T' = 200 \text{ N}$$

Σε ίσα χρονικά διαστήματα, τα δύο κιβώτια διανύουν ίσες αποστάσεις. Άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση, δηλ.:

## 14529-Λύση

$$a' = 2 \text{ m/s}^2$$

Στο αποτέλεσμα αυτό θα καταλήγαμε και από τη σχέση:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a' \Delta t^2 \text{ ή } a' = 2 \text{ m/s}^2$$

(Μονάδες 4)

Από τον 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F_x = m_{ολ} a' \Rightarrow F' - T' = m_{ολ} a'$$

και τελικά

$$F' = 300 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4**

Μικρή σφαίρα, μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$ , εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος ( $h$ ) που θα φτάσει η σφαίρα και το χρονικό διάστημα ( $\Delta t_{\alpha\nu}$ ) μέχρι να φτάσει στο ύψος αυτό (χρονικό διάστημα ανόδου).

**Μονάδες 6**

Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Γης.

**4.2** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα ( $\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$ ) μέχρις ότου η σφαίρα επιστρέψει στην επιφάνεια της Γης (χρονικό διάστημα καθόδου), καθώς και την ταχύτητα ( $v'_0$ ) με την οποία αυτή επιστρέφει.

**Μονάδες 6**

**4.3** Να συγκρίνετε:

(α) το μέτρο της αρχικής ταχύτητας ( $v_0$ ) εκτόξευσης της σφαίρας με το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης ( $v'_0$ ).

(β) το χρονικό διάστημα ανόδου ( $\Delta t_{\alpha\nu}$ ) με αυτό της καθόδου της σφαίρας ( $\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$ ).

(γ) Αν η μάζα της σφαίρας ήταν τετραπλάσια της αρχικής τα συμπεράσματα των δυο προηγούμενων ερωτημάτων θα ήταν τα ίδια ή διαφορετικά και γιατί;

**Μονάδες 6**

**4.4** Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της σφαίρας:

(α) κατά την άνοδο της σφαίρας και (β) κατά την κάθοδο της σφαίρας.

Τι συμπεραίνετε;

**Μονάδες 7**

4.1 Κατά την άνοδο της σφαίρας η μόνη δύναμη που αυτή δέχεται είναι το βάρος της,

$$\Sigma F_y = ma \text{ ή } -mg = ma \text{ ή } a = -g$$

(Μονάδες 2)

Επομένως η σφαίρα, κατά την άνοδό της, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Άρα έχουμε:

$$y = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g \Delta t^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{για } y=h \\ v = v_0 - g \Delta t \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{για } y=h} \left\{ \begin{array}{l} h = v_0 \Delta t_{αν} - \frac{1}{2} g \Delta t_{αν}^2 \\ 0 = v_0 - g \Delta t_{αν} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

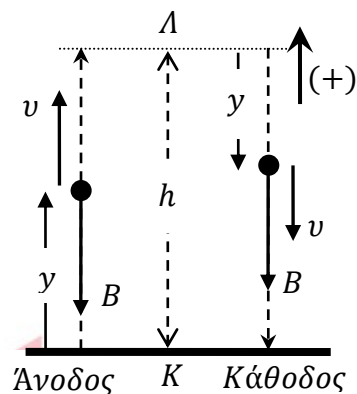
$$\left\{ \begin{array}{l} h = \frac{v_0^2}{2g} \\ \Delta t_{αν} = \frac{v_0}{g} \end{array} \right\}$$

και τελικά

$$h = 20 \text{ m} \quad (1)$$

$$\Delta t_{αν} = 2 \text{ s} \quad (2)$$

(Μονάδες 4)



4.2 Στη συνέχεια η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$y = \frac{1}{2} g \Delta t^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{για } y=h \\ v = g \Delta t \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{για } y=h} \left\{ \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} g \Delta t_{καθ}^2 \\ v'_0 = g \Delta t_{καθ} \end{array} \right\}$$

και τελικά

$$v'_0 = 20 \text{ m/s} \quad (3)$$

$$\Delta t_{καθ} = 2 \text{ s} \quad (4)$$

(Μονάδες 6)

4.3

(α) Από την σχέση (3) έχουμε  $v'_0 = v_0$

(Μονάδες 1)

(β) Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε  $\Delta t_{αν} = \Delta t_{καθ}$

(Μονάδες 1)

(γ) Παρατηρούμε ότι οι τελικές σχέσεις που μας δίνουν τα μεγέθη  $v'_0$ ,  $\Delta t_{αν}$  και  $\Delta t_{καθ}$  είναι ανεξάρτητες της μάζας της σφαίρας, επομένως τα αποτελέσματα θα παραμείνουν τα ίδια.

(Μονάδες 4)

4.4

Κατά την άνοδο:

$$W_B = B \cdot h \cdot \sin 180^\circ \text{ ή } W_B = -200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)



Κατά την κάθοδο:

## 14530-Λύση

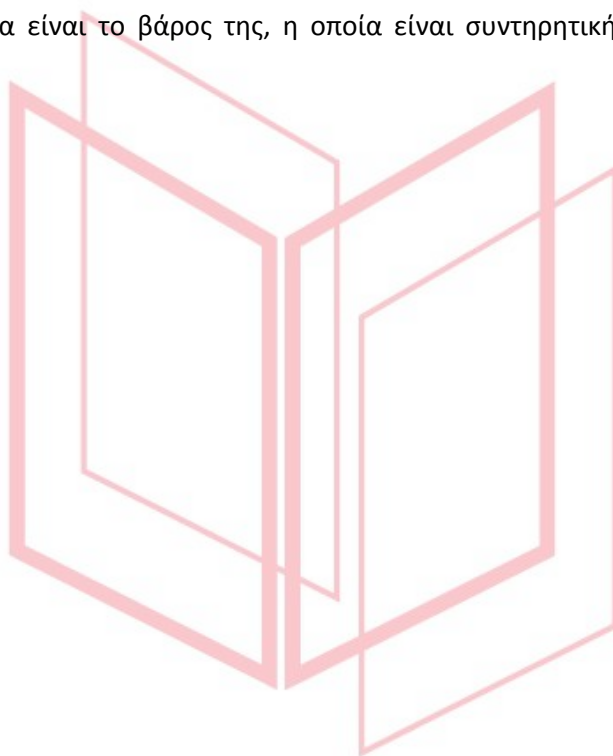
$$W_B = B \cdot h \cdot \sin 0^\circ \text{ ή } W_B = 200 \text{ J}$$

(Μονάδες 2)

Το συνολικό έργο του βάρους κατά τη κλειστή διαδρομή  $K \rightarrow \Lambda \rightarrow K$  είναι μηδέν.

(Μονάδες 3)

(Το ανωτέρω συμπέρασμα προκύπτει και από το γεγονός ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος της, η οποία είναι συντηρητική δύναμη, επομένως  $W_{B(K \rightarrow \Lambda \rightarrow K)} = 0 \text{ J}$ )



# αθηνάϊνίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 4****14531**

Μικρή σφαίρα μάζας,  $m = 2 \text{ Kg}$ , αφήνεται από ύψος  $h = 20 \text{ m}$  να πέσει προς την επιφάνεια της Γης. Η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια με ταχύτητα  $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$ . Μία ίδια σφαίρα αν αφεθεί από το ίδιο ύψος σε έναν πλανήτη Α θα φτάσει στην επιφάνειά του με ταχύτητα  $v_{A\kappa\alpha\theta} = v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}/2$ .

Η αντίσταση του αέρα είναι και στις δύο περιπτώσεις αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη είναι  $g_{\Gamma} = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$  μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, καθώς και την ταχύτητα  $v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}$  που έχει εκείνη την στιγμή.

**Μονάδες 6**

**4.2** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας του πλανήτη Α ( $g_A$ ).

**Μονάδες 6**

**4.3** Αν  $\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$  είναι το χρονικό διάστημα μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Α, να βρεθεί ο λόγος  $\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}$ .

**Μονάδες 6**

**4.4** Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις  $U = U(y)$ ,  $K = K(y)$  και  $E_{MHX} = E_{MHX}(y)$ , όπου τα  $U$ ,  $K$  και  $E_{MHX}$  αντιστοιχούν στην δυναμική, την κινητική και την μηχανική ενέργεια της σφαίρας στη Γη και το  $y$  στην απόσταση του σφαίρας από την επιφάνεια της Γης.

**Μονάδες 7**

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 14531-Λύση

## Ενδεικτική Λύση

4.1 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, επομένως

$$\left. \begin{aligned} y_{\Gamma} &= \frac{1}{2} g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma}^2 \\ v_{\Gamma} &= g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{για } y_{\Gamma}=h} \left\{ \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}^2 \\ v_{\Gamma\kappa\alpha\theta} &= g_{\Gamma} \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} \end{aligned} \right\}$$

(Μονάδες 4)

και τελικά

$$\begin{aligned} v_{\Gamma\kappa\alpha\theta} &= 20 \text{ m/s (1)} \\ \Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta} &= 2 \text{ s (2)} \end{aligned}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση και στον πλανήτη Α, επομένως

$$\left. \begin{aligned} y_A &= \frac{1}{2} g_A \Delta t_A^2 \\ v_A &= g_A \Delta t_A \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{για } y_A=h} \left\{ \begin{aligned} h &= \frac{1}{2} g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}^2 \\ v_{A\kappa\alpha\theta} &= g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

(Μονάδες 3)

$$v_{A\kappa\alpha\theta}^2 = 2g_A h \Rightarrow \left( \frac{v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2} \right)^2 = 2g_A h$$

και τελικά

$$g_A = 2,5 \text{ m/s}^2 \text{ (3)}$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από τη σχέση  $v_{A\kappa\alpha\theta} = g_A \Delta t_{A\kappa\alpha\theta}$  έχουμε:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{v_{A\kappa\alpha\theta}}{g_A} \Rightarrow \Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = \frac{v_{\Gamma\kappa\alpha\theta}}{2g_A}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$\Delta t_{A\kappa\alpha\theta} = 4 \text{ s (4)}$$

(Μονάδες 4)

Από τις σχέσεις (2) και (4) έχουμε τελικά:

$$\frac{\Delta t_{A\kappa\alpha\theta}}{\Delta t_{\Gamma\kappa\alpha\theta}} = 2$$

(Μονάδες 2)

4.4 Η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου ( $E_{MHX} = K + U$ ) είναι σταθερή ίση με

$$E_{MHX} = U_{max} = mgh \text{ ή } E_{MHX} = 400 \text{ J (5)}$$

Η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$U(y) = mgy \text{ ή } U(y) = 20y \text{ (στο S.I.) (6)}$$

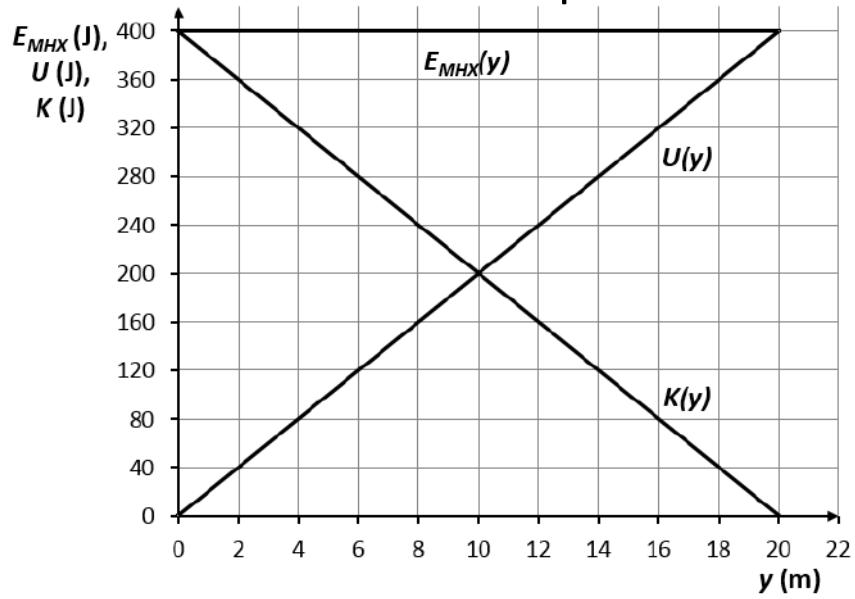
Η κινητική ενέργεια του σφαιριδίου είναι ίση με

$$K = E_{MHX} - U \xrightarrow{(5),(6)} K(y) = 400 - 20y \text{ (στο S.I.) (7)}$$

(Μονάδες 4)

Με βάση τις σχέσεις (5), (6) και (7) το ζητούμενο διάγραμμα είναι:

# 14531-Λύση



(Μονάδες 3)

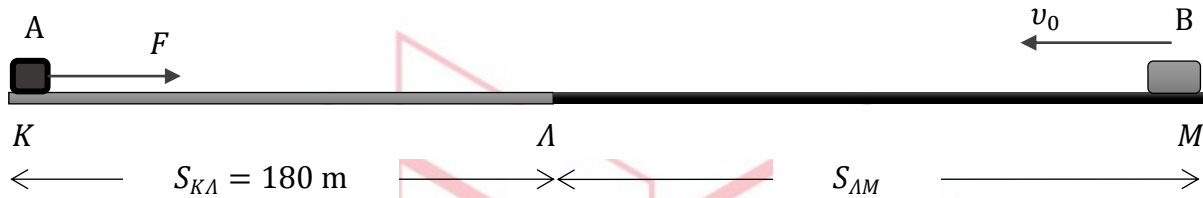
# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 14532

## ΘΕΜΑ 4

Στο αρχικά ακίνητο σώμα A, μάζας  $m_A = 2 \text{ Kg}$ , ασκείται, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$ , οριζόντια δύναμη  $F = 20 \text{ N}$ . Το σώμα A κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο  $KL$ , μήκους  $S_{KL} = 180 \text{ m}$ . Ένα δεύτερο σώμα B, διπλάσιας μάζας ( $m_B = 2m_A$ ), διέρχεται, τη χρονική στιγμή  $t_0$ , από το σημείο  $M$  του μη λείου οριζοντίου επιπέδου  $LM$  με ταχύτητα  $v_0 = 42 \text{ m/s}$ , κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος B και του επιπέδου  $LM$  είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**4.1** Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_A$  μέχρι το σώμα A να φτάσει στο σημείο  $L$ , καθώς και τη ταχύτητα  $v_A$  με την οποία φτάνει σε αυτό.

**Μονάδες 6**

**4.2** Να υπολογίσετε το μήκος  $S_{LM}$ , αν γνωρίζετε ότι το σώμα B φτάνει στο σημείο  $L$  ταυτόχρονα με το σώμα A.

**Μονάδες 6**

**4.3** Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο  $L$ , ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

**Μονάδες 7**

**4.4** Να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_B}{K_A}$ , όπου  $K_A$  η κινητική ενέργεια του σώματος A, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος  $S_{KL}/2$  και  $K_B$  η κινητική ενέργεια του σώματος B, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος  $S_{LM}/2$ .

**Μονάδες 6**

4.1 Το σώμα Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με

$$\alpha_A = \frac{F}{m_A}$$

ή

$$\alpha_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Επομένως

$$\left. \begin{aligned} S_{K\Lambda} &= \frac{1}{2} \alpha_A \Delta t_A^2 \\ v_A &= \alpha_A \Delta t_A \end{aligned} \right\}$$

και τελικά

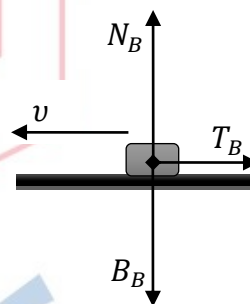
$$\Delta t_A = 6 \text{ s} \quad (2)$$

$$v_A = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (3)$$

(Μονάδες 4)

4.2 Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Β φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

$$\left. \begin{aligned} T_B &= \mu \cdot N_B \\ \Sigma F_y = 0 &\Rightarrow N_B = B_B \\ \Sigma F_x = m_B a_B &\Rightarrow T_B = m_B a_B \end{aligned} \right\} a_B = 2 \text{ m/s}^2 \quad (4)$$



(Μονάδες 4)

Το σώμα Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση, δεδομένου ότι η δύναμη  $T_B$  είναι αντίρροπη της ταχύτητας, επομένως

$$S_{\Lambda M} = v_0 \Delta t_B - \frac{1}{2} \alpha_B \Delta t_B^2 \xrightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} S_{\Lambda M} = 216 \text{ m} \quad (5)$$

(Μονάδες 2)

4.3 Η κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K_{A\text{τελ}} = \frac{1}{2} m_A v_A^2 \quad \text{ή} \quad K_{A\text{τελ}} = 3.600 \text{ J} \quad (6)$$

(Μονάδες 2)

Η ταχύτητα του σώματος Β όταν αυτό φτάνει στο σημείο Λ είναι:

$$v_B = v_0 - \alpha_B \Delta t_B \xrightarrow{\Delta t_B = \Delta t_A} v_B = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (7)$$

και η κινητική του ενέργεια είναι:

$$K_{B\text{τελ}} = \frac{1}{2} m_B v_B^2 \quad \text{ή} \quad K_{B\text{τελ}} = 1.800 \text{ J} \quad (8)$$

(Μονάδες 2)

Η ολική μηχανική ενέργεια είναι:

**14532 Λύση**

$$E_{ολ} = K_{Aτελ} + K_{Bτελ} \xrightarrow{60.48} E_{ολ} = 5.400 \text{ J}$$

(Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο επίπεδο κίνησης των δύο σωμάτων).

Δεδομένου ότι τα δύο σώματα ακινητοποιήθηκαν, όλη η μηχανική ενέργειά τους, δηλ. 5.400 J, μετατράπηκε σε άλλες μορφές ενέργειας.

(Μονάδες 3)

4.4 Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ για τα δύο σώματα έχουμε:

$$\left. \begin{aligned} K_A - 0 &= W_{\Sigma F_A} \\ K_B - K_{Bαρχ} &= W_{\Sigma F_B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} K_A - 0 &= F \cdot \frac{S_{K\Lambda}}{2} \\ K_B - \frac{1}{2} m_B v_0^2 &= -T_B \cdot \frac{S_{\Lambda M}}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} K_A &= 1.800 \text{ J} \\ K_B &= 2.664 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{2.664 \text{ J}}{1.800 \text{ J}} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = 1,48$$

(Μονάδες 2)

(Μονάδες 2)

(Μονάδες 2)

# αθλημπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



**ΘΕΜΑ 1****14582**

Στις ερωτήσεις 1.1-1.3 να γράψετε στη κόλα σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία συμπληρώνει σωστά την περιγραφή.

**1.1** Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο σε μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση δίνει:

- α. Τη μεταβολή της ταχύτητας.
- β. Τη μεταβολή της θέσης.
- γ. Τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας.
- δ. Τον ρυθμό μεταβολής της θέσης.

**1.2** Ένα σώμα μάζας  $m$  δέχεται την επίδραση συνισταμένης οριζόντιας δύναμης μέτρου  $F$  και αποκτά επιτάχυνση μέτρου  $a$ . Κόβουμε το σώμα στη μέση και στο ένα από τα δύο κομμάτια μάζας  $\frac{m}{2}$  ασκούμε συνισταμένη οριζόντια δύναμη μέτρου  $2F$ , οπότε αυτό αποκτά επιτάχυνση μέτρου  $\alpha_1$ .

Μεταξύ  $a$  και  $\alpha_1$  ισχύει:

- α.  $\alpha = 2 \cdot \alpha_1$
- β.  $\alpha = 4 \cdot \alpha_1$
- γ.  $\alpha_1 = 4 \cdot \alpha$
- δ.  $\alpha_1 = 2 \cdot \alpha$

**1.3** Ένα κουτί βάρους 10 N, ολισθαίνει επάνω σε οριζόντιο δάπεδο και μετατοπίζεται σ' αυτό κατά 5 m. Το έργο του βάρους του κατά τη μετατόπιση αυτή είναι:

- α. 0 J
- β. +20 J
- γ. +50 J
- δ. -50 J

**1.4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Στην ευθύγραμμη κίνηση, αν η επιτάχυνση είναι ομόρροπη με την ταχύτητα, το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται.
- β. Η κίνηση ενός αλεξιπτωτιστή που πέφτει κατακόρυφα στον αέρα, με ανοιγμένο το αλεξίπτωτο, μπορεί να χαρακτηριστεί ως ελεύθερη πτώση.
- γ. Η στατική τριβή είναι δύναμη μεταβλητού μέτρου.

δ. Το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας έργου δεν ισχύει στην περίπτωση μη συντηρητικών δυνάμεων.

ε. Σώμα κινείται σε μη λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης. Το έργο όλων των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.

- 1.5 Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της στήλης 1 με τις μονάδες της στήλης 2, γράφοντας στην κόλα σας τους αριθμούς της στήλης 1 με τα αντίστοιχα γράμματα της στήλης 2.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
1. Βάρος	α. N
2. Ενέργεια	β. W (Watt)
3. Ταχύτητα	γ. $m/s^2$
4. Επιτάχυνση	δ. J (Joule)
5. Ισχύς	ε. m/s
	στ. m

Μονάδες 5X5=25

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Απαντήσεις:**

14582-Λύση

1.1 γ

1.2 γ

1.3 α

1.4

α: Σ,

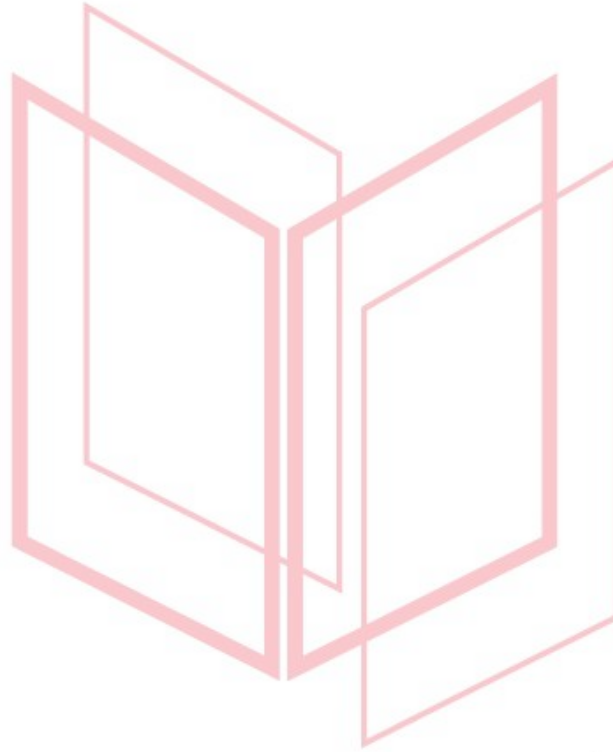
β: Λ,

γ: Σ,

δ: Λ,

ε: Λ

1.5 1-α, 2-δ, 3-ε, 4-γ, 5-β



# αθημπινίση

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

14583

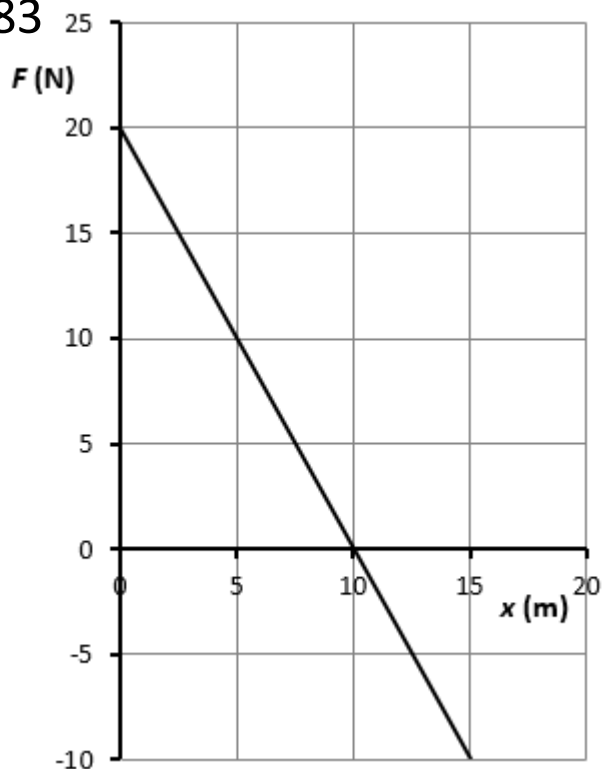
**ΘΕΜΑ 3**

Κιβώτιο μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  είναι ακίνητο επάνω σε λείο οριζόντιο, επίσης ακίνητο δάπεδο στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$ . Το κιβώτιο ξεκινά να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο, εξ αιτίας οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται σ' αυτό και της οποίας η τιμή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος, σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Η θετική φορά του άξονα κίνησης είναι προς τα δεξιά.

Να υπολογίσετε:

**3.1** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  για την μετατόπιση του σώματος από την θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x_3 = 15 \text{ m}$ .

**Μονάδες 5**



**3.2** Να σχεδιάσετε τα διανύσματα της ταχύτητας  $\vec{v}$  και της δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο σώμα, στις θέσεις  $x_1 = 5 \text{ m}$  και  $x_3 = 15 \text{ m}$ .

Τι κίνηση εκτελεί το σώμα:

(α) Μεταξύ των θέσεων  $x_0 = 0 \text{ m}$  και  $x_2 = 10 \text{ m}$ ;

(β) Μεταξύ των θέσεων  $x_2 = 10 \text{ m}$  και  $x_3 = 15 \text{ m}$ ;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**Μονάδες 10**

**3.3** Την ταχύτητα του σώματος στη θέση  $x_1 = 5 \text{ m}$ .

**Μονάδες 5**

**3.4** Σε ποια θέση το σώμα θα έχει αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητά του; Να υπολογίσετε το μέτρο της.

**Μονάδες 5**

# 14583-Λύση

## Ενδεικτική λύση

3.1

Έχουμε

$$W_{F(0 \rightarrow 15)} = W_{F(0 \rightarrow 10)} + W_{F(10 \rightarrow 15)}$$

Αλλά

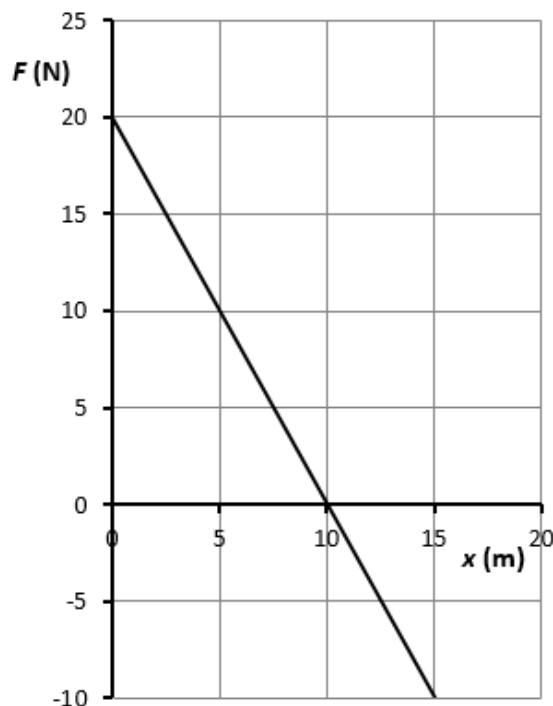
$$W_{F(0 \rightarrow 10)} = \frac{20 \text{ N} \cdot 10 \text{ m}}{2} \text{ J} = 100 \text{ J} \text{ και}$$

$$W_{F(10 \rightarrow 15)} = -\frac{10 \text{ N} \cdot 5 \text{ m}}{2} \text{ J} = -25 \text{ J}$$

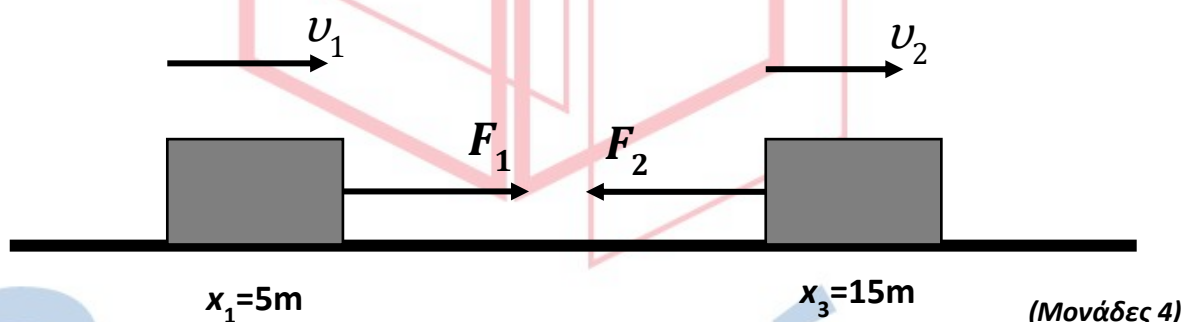
Και τελικά

$$W_{F(0 \rightarrow 15)} = 75 \text{ J}$$

(Μονάδες 5)



3.2



(Μονάδες 4)

(α) Μεταξύ των θέσεων  $x_0 = 0 \text{ m}$  και  $x_2 = 10 \text{ m}$ :

Το διάνυσμα της δύναμης έχει φορά προς τα θετικά του άξονα  $x'$ , το κινητό κινείται εξ αιτίας της δύναμης  $\vec{F}$  προς τα θετικά του άξονα, ξεκινώντας από την ηρεμία, επομένως τα διανύσματα δύναμης (άρα και επιτάχυνσης) και ταχύτητας είναι ομόρροπα. Άρα η κίνηση είναι επιταχυνόμενη.

(Μονάδες 3)

(β) Μεταξύ των θέσεων  $x_0 = 10 \text{ m}$  και  $x_3 = 15 \text{ m}$ :

Το διάνυσμα της δύναμης έχει φορά προς τα αρνητικά του άξονα  $x'$ , το κινητό συνεχίζει να κινείται προς τα θετικά του άξονα, επομένως τα διανύσματα δύναμης (άρα και επιτάχυνσης) και ταχύτητας είναι αντίρροπα, άρα η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη. Όπως προκύπτει από τα αποτελέσματα του ερωτήματος 3.1 μέχρι την θέση  $x_3 = 15 \text{ m}$  η φορά της κίνησης του σώματος δεν αντιστρέφεται, δεδομένου ότι  $|W_{F(0 \rightarrow 10)}| > |W_{F(10 \rightarrow 15)}|$ .

(Μονάδες 3)

## 14583-Λύση

### 3.3

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας έχουμε:

$$\begin{aligned}K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= W_{F(0-5)} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 = W_{F(0-5)} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot v^2 &= \frac{20 \text{ N} + 10 \text{ N}}{2} \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow \\ v &= \sqrt{75} \text{ m/s}\end{aligned}$$

(Μονάδες 5)

### 3.4

Το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητά του στη θέση  $x_2 = 10 \text{ m}$  καθώς μέχρι την θέση αυτή επιταχύνεται, ενώ από την θέση αυτή και μετά το σώμα επιβραδύνεται.

$$\begin{aligned}K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= W_{F(0-10)} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 - 0 = W_{F(0-10)} \Rightarrow \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \text{ Kg} \cdot v_{\text{max}}^2 &= \frac{20 \text{ N}}{2} \cdot 10 \text{ m} \Rightarrow \\ v_{\text{max}} &= 10 \text{ m/s}\end{aligned}$$

(Μονάδες 5)

# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

# 14834

## ΘΕΜΑ 2

**2.1** Αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει ελικόπτερο που βρίσκεται ακίνητο σε ύψος  $1\text{Km}$  από την επιφάνεια του εδάφους. Αρχικά ο αλεξιπτωτιστής έχει κλειστό το αλεξίπτωτο, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία έχει αποκτήσει ταχύτητα  $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ , ανοίγει το αλεξίπτωτο. Στη συνέχεια κινείται με τη παραπάνω σταθερή ταχύτητα μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  τότε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ο αλεξιπτωτιστής εγκατέλειψε το ελικόπτερο μέχρι που έφτασε στο έδαφος είναι:

- (α)  $100,0\text{ s}$
- (β)  $101,0\text{ s}$
- (γ)  $100,5\text{ s}$

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

Μονάδες 4

Μονάδες 8

**2.2** Κιβώτιο μάζας  $10\text{Kg}$  βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται σε αυτό δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα  $F_1 = 25\text{N}$  και  $F_2 = 5\text{N}$ .



**2.2A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και  $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  τότε ο συντελεστής τριβής ολίσθησης  $\mu$  μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι:

- (α)  $\mu = 0,1$
- (β)  $\mu = 0,2$
- (γ)  $\mu = 0,3$

Μονάδες 4

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



**ΘΕΜΑ 2****14834-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (γ)**Μονάδες 4****2.1B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Η κίνηση του αλεξιπτωτιστή διακρίνεται σε δυο στάδιο:

1<sup>ο</sup> στάδιο: ελεύθερη πτώση για χρονικό διάστημα  $t_1$  και τελική ταχύτητα  $v_1 = g \cdot t_1$  ή  $v_1 = 10 \frac{m}{s}$  και με επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \frac{m}{s^2}$

Από τα παραπάνω δεδομένα προκύπτει ότι  $t_1 = 1s$ , συνεπώς κατά την ελεύθερη πτώση ο αλεξιπτωτιστής διανύει διάστημα που δίδεται από τη σχέση  $s_1 = \frac{1}{2} g \cdot t_1^2$  ή  $s_1 = 5 m$  (1)

2<sup>ο</sup> στάδιο: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα  $v_1 = 10 \frac{m}{s}$  για διάστημα  $s_2 = 1000 m - 5 m$

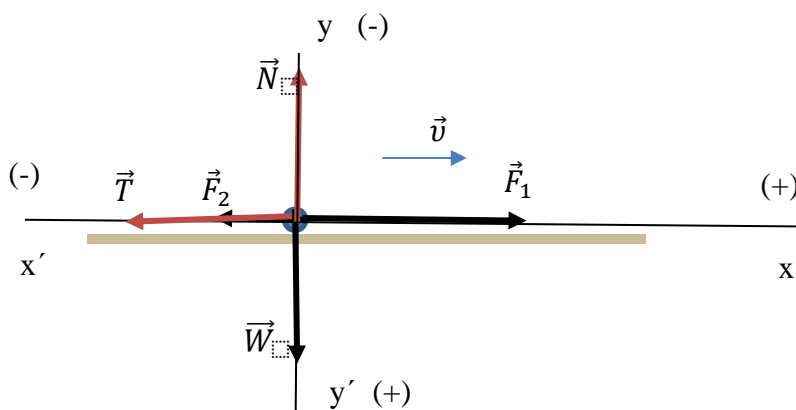
ή  $s_2 = 995 m$ , συνεπώς κινείται για  $t_2 = 99,5 s$ .

Ο χρόνος κίνησης του αλεξιπτωτιστή από τη στιγμή που εγκαταλείπει το ελικόπτερο μέχρι που φτάνει στο έδαφος είναι:  $t = t_1 + t_2$  ή  $t = 1s + 99,5$  ή  $t = 100,5 s$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 8****2.2****2.2A** Σωστή απάντηση η (β)**Μονάδες 4****2.2B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Σχεδιάζω τις δυνάμεις στον άξονα της κίνησης ( $xx'$ ) και στον κάθετο άξονα ( $yy'$ ).



Υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα σε κάθε άξονα.

$$\Sigma F_x = F_1 - F_2 - T \quad \text{ή} \quad 0 = 25N - 5N - T \quad \text{ή} \quad T = 20N \quad (1)$$

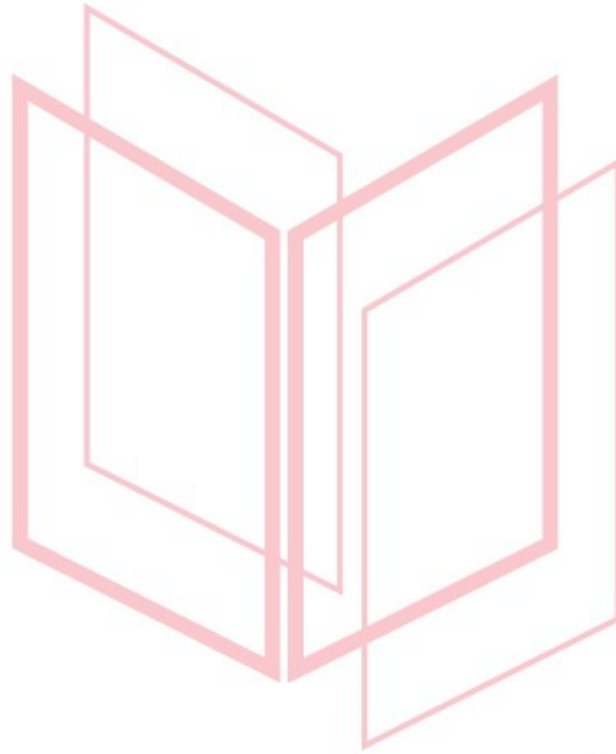
$$\Sigma F_y = W - N \quad \text{ή} \quad 0 = W - N \quad \text{ή} \quad N = W \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \quad \text{ή} \quad N = 100N \quad (2)$$

Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης ( $T = \mu \cdot N$ ), υπολογίζω το  $\mu$

$\mu = \frac{T}{N}$  ή από τις (1) και (2)  $\mu = \frac{20N}{100N}$  ή  $\mu = 0,2$ . Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

14834-Λύση

Μονάδες 9

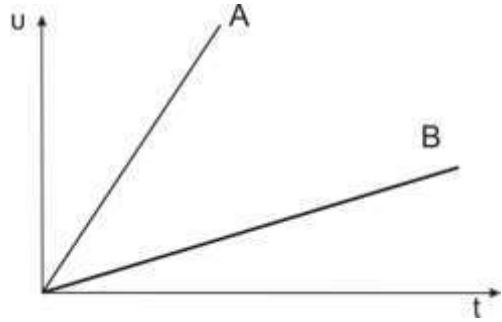


# αθηνάμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****14835**

**2.1** Στη διπλανή εικόνα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο δυο κινητών A και B τα οποία κινούνται ευθύγραμμα.



**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Τα δυο κινητά διανύουν το ίδιο διάστημα σε χρόνους  $t_A$  και  $t_B$  αντίστοιχα για τους οποίους ισχύει

(α)  $t_A > t_B$

(β)  $t_A = t_B$

(γ)  $t_A < t_B$

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας

**Μονάδες 8**

**2.2** Κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα η τιμή της οποίας δίνεται από τη σχέση  $v = 5 \cdot t$  (SI).

**2.2A** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

Συμπεραίνουμε ότι η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο

(α) ελαττώνεται με το χρόνο

(β) παραμένει σταθερή

(γ) αυξάνεται με το χρόνο

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 2****14835-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (γ)**Μονάδες 4****2.1B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Από το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου προκύπτει ότι και τα δυο κινητά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα, συνεπώς ισχύουν:

$$s_A = \frac{v_A \cdot t_A}{2} \quad (1) \quad s_B = \frac{v_B \cdot t_B}{2} \quad (2) \quad \text{και} \quad s_A = s_B \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις (1), (2) και (3) προκύπτει:  $v_A \cdot t_A = v_B \cdot t_B$  ή  $\frac{v_A}{v_B} = \frac{t_B}{t_A}$  (4)

Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι κάθε χρονική στιγμή ισχύει:  $v_A > v_B$ .

Συνεπώς από την (4) συμπεραίνουμε  $t_B > t_A$ , δηλαδή σωστή απάντηση η (γ).

**Μονάδες 8****2.2 A** Σωστή απάντηση η (β)**Μονάδες 4****2.2B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Από τη σχέση ταχύτητας χρόνου συμπεραίνουμε ότι το σώμα εκτελεί ΕΟΜ κίνηση, επιταχυνόμενη, χωρίς αρχική ταχύτητα.

Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα συμπεραίνουμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι σταθερή.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β).

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 2****14836**

**2.1** Ένας αφηρημένος επιβάτης αεροπλάνου ξεχνάει να δέσει τη ζώνη του και η αεροσυνοδός δεν το αντιλαμβάνεται.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν η τριβή που ασκεί το κάθισμα στον επιβάτη θεωρηθεί αμελητέα, τότε ο επιβάτης κινδυνεύει περισσότερο:

- (α) κατά την απογείωση του αεροπλάνου
- (β) κατά την προσγείωση του αεροπλάνου
- (γ) εξίσου κατά την απογείωση και την προσγείωση του αεροπλάνου

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

**2.2** Δυο αυτοκίνητα A και B κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο σε αντίθετες κατευθύνσεις. Τη χρονική στιγμή  $t = 0\text{s}$  απέχουν απόσταση 800m και κινούνται με ταχύτητες ίσων μέτρων με το A να βρίσκεται σε σημείο O ευθύγραμμου δρόμου και να διατηρεί σταθερή την ταχύτητα του ενώ το B κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Τα δυο αυτοκίνητα θα συναντηθούν όταν το A θα έχει διανύσει απόσταση  $s_A$ , για την οποία ισχύει:

- (α)  $s_A < 400\text{ m}$
- (β)  $s_A = 400\text{ m}$
- (γ)  $s_A > 400\text{ m}$

**2.2A** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 2****14836-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (β).**Μονάδες 4****2.1B**

Ο επιβάτης θα κινδυνεύει περισσότερο όταν κινηθεί σε σχέση με το κάθισμα προς τα εμπρός. Εφόσον η τριβή από το κάθισμα θεωρείται αμελητέα μπορούμε να εφαρμόσουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, δηλαδή ο επιβάτης θα διατηρεί την ταχύτητά του:

i) κατά την προσγείωση του αεροπλάνου η αρχική ταχύτητα του επιβάτη έχει φορά προς τα εμπρός. Συνεπώς ο επιβάτης θα κινηθεί εμπρός ως προς το κάθισμα, με κίνδυνο να τραυματιστεί.

ii) κατά την απογείωση του αεροπλάνου η αρχική ταχύτητα του επιβάτη είναι μηδέν. Συνεπώς ο επιβάτης κινείται προς τα πίσω ως προς το κάθισμα. Η ράχη του καθίσματός του τον στηρίζει, παρέχοντάς του την απαιτούμενη επιτάχυνση και σχετική προστασία από τραυματισμούς.

Δηλ. στην προσγείωση ο επιβάτης κινδυνεύει περισσότερο.

**Μονάδες 8****2.2****2.2A** Σωστή απάντηση η (α).**Μονάδες 4****2.2B**α' τρόπος

Συνθήκη συνάντησης για τα A και B:

$$s_A + s_B = 800 \quad (1)$$

Έστω  $t$  η στιγμή συνάντησης των δυο αυτοκινήτων.

Ισχύει:

$$s_A = v_A \cdot t \quad \text{και} \quad s_B = v_{0B} \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad (2)$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι  $v_A = v_{0B} = v_0 \quad (3)$

Αντικαθιστώντας την (3) στις σχέσεις (2) λαμβάνουμε:

$$\begin{aligned} s_A &= v_0 \cdot t \\ s_B &= v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow s_A + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 = s_B \Rightarrow s_A < s_B \stackrel{(1)}{\Rightarrow} s_A < 800 - s_A \Rightarrow 2s_A < 800m$$

$$\Rightarrow s_A < 400m$$

Συνεπώς σωστή η (α).

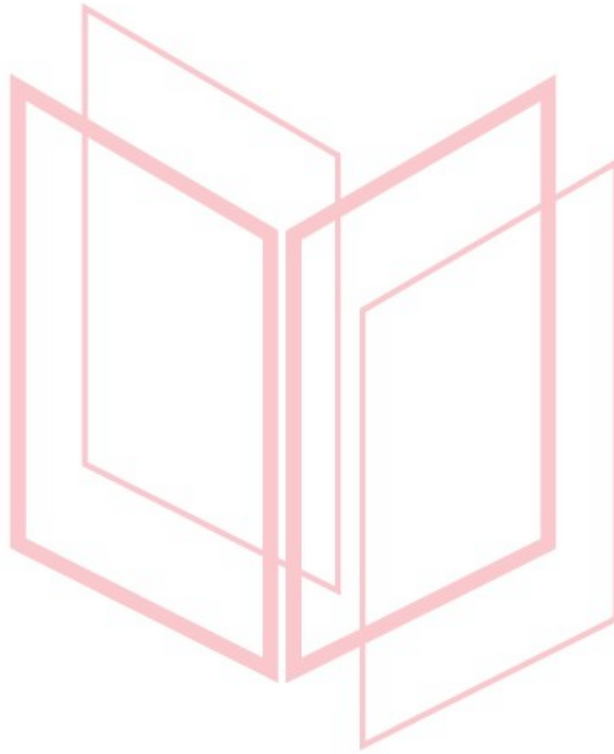
β' τρόπος

Επειδή η αρχική ταχύτητα του B έχει το ίδιο μέτρο την ταχύτητα του A και το B εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση στο ίδιο χρονικό διάστημα το B θα διανύει μεγαλύτερη απόσταση από το A. Τη στιγμή της συνάντησης το

## 14836-Λύση

άθροισμα των αποστάσεων που έχουν διανύσει τα Α και Β είναι  $800m$  και το Α έχει διανύσει μικρότερη απόσταση από το Β συνεπώς η απόσταση που έχει διανύσει το Α θα είναι μικρότερη από το μισό της αρχικής απόστασης των δύο αυτοκινήτων δηλαδή μικρότερη των  $400m$ . Συνεπώς σωστή απάντηση η α.

**Μονάδες 9**



# αξιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



## ΘΕΜΑ 2

**2.1** Διαστημικό σκάφος προσεγγίζει την επιφάνεια της σελήνης. Είναι γνωστό ότι η Σελήνη δεν έχει αμόσφαιρα. Θεωρούμε ότι στο σκάφος ασκείται σταθερή βαρυτική δύναμη από τη σελήνη (το σεληνιακό βάρος) ενώ οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται από άλλα ουράνια σώματα θεωρούνται αμελητέες.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Προκειμένου το σκάφος να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οι αστροναύτες ενεργοποιούν βοηθητικούς πυραύλους, οι οποίοι ασκούν στο σκάφος πρόσθετη δύναμη. Αυτή, σε σύγκριση με το βάρος του σκάφους έχει:

- (α) το ίδιο μέτρο και την ίδια κατεύθυνση
- (β) το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση
- (γ) διπλάσιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Σε αγώνα της formula 1 ένα αυτοκίνητο A εισέρχεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0s$  σε ευθύγραμμο τμήμα της πίστας με ταχύτητα  $50 \frac{m}{s}$ . Εκείνη τη στιγμή ο οδηγός του ενεργοποιεί σύστημα που προσδίδει στο αυτοκίνητο σταθερή επιτάχυνση  $2 \frac{m}{s^2}$  για όλη την ευθύγραμμη διαδρομή πριν την επόμενη στροφή. Την ίδια στιγμή σε απόσταση 400m από το A προπορεύεται αυτοκίνητο B το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $50 \frac{m}{s}$ . Αν το ευθύγραμμο τμήμα της διαδρομής είναι 1000m και τα δυο αυτοκίνητα μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία τότε το A

- (α) δεν προσπερνά το B μέχρι την επόμενη στροφή
- (β) θα προσπεράσει το B μετά από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος
- (γ) θα προσπεράσει το B στο τέλος του ευθύγραμμου τμήματος

**2.2A** Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# 14837-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1

2.1A Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

### 2.1B

Σύμφωνα με τον α' νόμο του Νεύτωνα για να εκτελεί το σκάφος ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση θα πρέπει να ισχύει:  $\vec{F}_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = 0$  (1)

Στο σκάφος ασκούνται δυο δυνάμεις: Το σεληνιακό βάρος:  $\vec{w}_{\Sigma}$  και η δύναμη από τους βοηθητικούς πυραύλους:  $\vec{F}_{\Pi}$ .

Συνεπώς  $\vec{F}_{\text{ΟΛΙΚΟ}} = \vec{w}_{\Sigma} + \vec{F}_{\Pi}$  ή από (1)  $\vec{w}_{\Sigma} + \vec{F}_{\Pi} = 0$  ή  $\vec{F}_{\Pi} = -\vec{w}_{\Sigma}$ , δηλαδή σωστή η (β).

Μονάδες 8

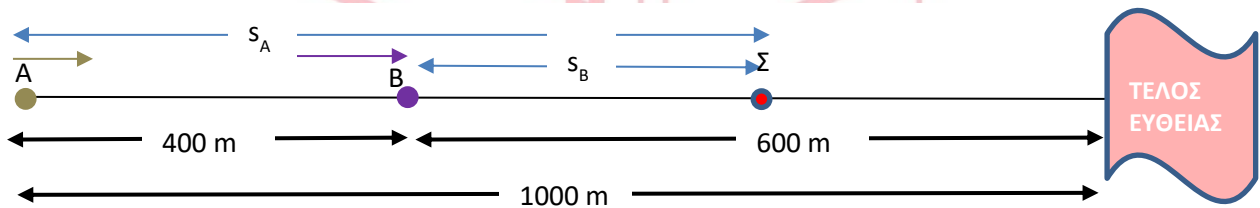
### 2.2

2.2A Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 4

### 2.2B

α' τρόπος



Έστω Σ το σημείο στο οποίο το αυτοκίνητο Α προσπερνά το αυτοκίνητο Β. Τότε ισχύει:

$$s_A - s_B = 400 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad 50 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t^2 - 50 \cdot t = 400 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad t^2 = 400 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad t = 20s$$

$$s_B = 50 \cdot 20 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad s_B = 1000m \quad (1)$$

Για να γίνει η προσπέραση πριν από την στροφή θα πρέπει το Β να διανύσει απόσταση μικρότερη των 600m, από τη σχέση (1) βλέπουμε ότι αυτό δεν ισχύει, συνεπώς σωστή η (α).

β' τρόπος

Το Α θα προσπεράσει το Β όταν θα έχει καλύψει την αρχική απόσταση μεταξύ τους, δηλαδή τα 400m. Η ταχύτητα με την οποία κινείται το Β έχει ίδιο μέτρο με την αρχική ταχύτητα του Α. Συνεπώς για κάθε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  το Β πλησιάζει το Α κατά  $\frac{\alpha \cdot \Delta t^2}{2}$  ( $\alpha$  η επιτάχυνση του Α). Συνεπώς για τη στιγμή  $t$  της προσπέρασης θα ισχύει:  $400 = \frac{2 \cdot t^2}{2} \quad (SI) \quad \text{ή} \quad t = 20s$ . Σε αυτό το χρονικό διάστημα το Β θα έχει καλύψει απόσταση  $s_B = 50 \cdot 20 \text{ m}$ , δηλαδή 1000m συνεπώς θα έχει περάσει από την επόμενη στροφή. Σωστή απάντηση η (α).

Μονάδες 9

## ΘΕΜΑ 2

2.1 Σώμα A είναι ακίνητο. Από τη χρονική στιγμή  $t = 0s$  ασκούνται σε αυτό μόνο δυο δυνάμεις ίσων μέτρων και αντίθετων κατευθύνσεων.

2.1A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Το σώμα A

(α) παραμένει ακίνητο

(β) κινείται ευθύγραμμα και ομαλά

(γ) κινείται με σταθερή επιτάχυνση

Μονάδες 4

2.1B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σε έναν αγώνα δρόμου των 800m αθλητής A εισέρχεται τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0s$  στο τελευταίο ευθύγραμμο τμήμα της διαδρομής που έχει μήκος 85m με ταχύτητα  $6 \frac{m}{s}$  και επιταχύνει κινούμενος με σταθερή επιτάχυνση  $0,5 \frac{m}{s^2}$  μέχρι τον τερματισμό. Την ίδια στιγμή σε απόσταση 25m προπορεύεται αθλητής B κινούμενος μέχρι τον τερματισμό με σταθερή ταχύτητα  $6 \frac{m}{s}$ . Από τα δεδομένα αυτά μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

(α) ο A θα τερματίσει πριν από τον B

(β) οι δυο αθλητές θα τερματίσουν συγχρόνως και ο νικητής θα αναδειχθεί στο photo finish

(γ) ο A θα τερματίσει μετά από τον B

2.2A Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

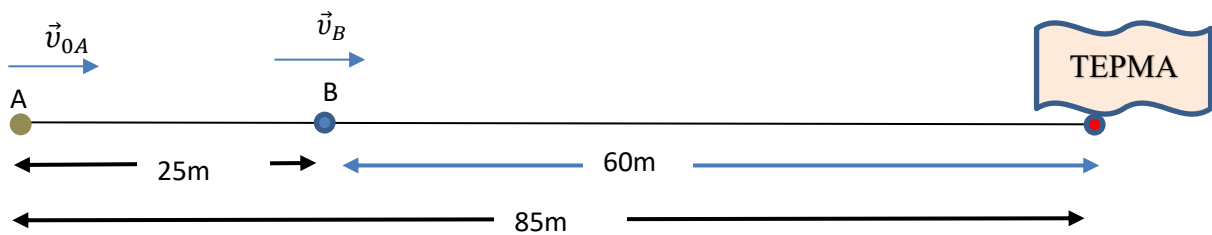
Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ 2****14838-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (α).**Μονάδες 4****2.1B**

Εφόσον στο σώμα ασκούνται δυο δυνάμεις, ίδιας διεύθυνσης, αντίθετης φοράς και ίσων μέτρων, η συνισταμένη δύναμη θα είναι μηδέν, δηλαδή:

$$\vec{F}_{ολικό} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \text{ή} \quad \vec{F}_{ολικό} = \vec{F}_1 + (-\vec{F}_1) \quad \text{ή} \quad \vec{F}_{ολικό} = 0$$

Εφόσον το σώμα αρχικά είναι ακίνητο, από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι θα παραμείνει ακίνητο. Συνεπώς σωστή είναι απάντηση η (α).

**Μονάδες 8****2.2****2.2A** Σωστή απάντηση η (β).**Μονάδες 4****2.2B**α' τρόπος

Ο αθλητής A θα προσπεράσει τον B σε χρονικό διάστημα  $t$  στο οποίο θα έχει καλύψει την διαφορά  $\Delta s = 25m$ .

$$\text{Ισχύει } v_{0A} = v_B = 6 \frac{m}{s} \quad (1) \quad \text{συνεπώς } \Delta s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad 25 = \frac{1}{2} 0,5 t^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad 100 = t^2 \quad (SI) \quad t = 10s$$

$$\text{Στο παραπάνω χρονικό διάστημα ο B διανύει διάστημα } s_B = v_B \cdot t \quad \text{ή} \quad s_B = 6 \cdot 10 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad s_B = 60m$$

Δηλαδή τη στιγμή που ο A προσπερνά τον B αυτός θα βρίσκεται στο σημείο τερματισμού

Συνεπώς σωστή η (β)

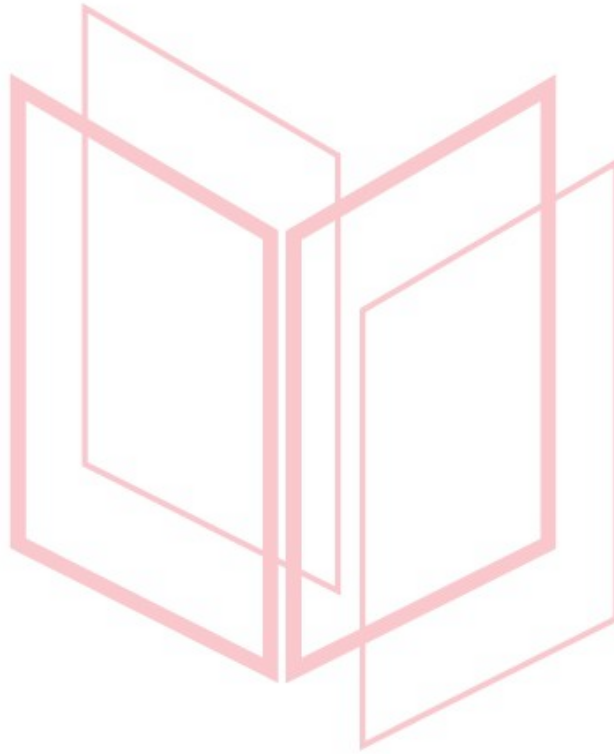
β' τρόπος

Για να βρούμε ποιος αθλητής θα τερματίσει πρώτος θα ελέγξουμε αν ο A προσπερνάει τον B πριν από τον τερματισμό, οπότε και θα τερματίσει πρώτος, αν τον προσπεράσει στον τερματισμό θα τερματίσουν συγχρόνως διαφορετικά θα τερματίσει πρώτος ο B. Ο αθλητής A θα προσπεράσει τον B όταν θα έχει καλύψει την αρχική απόσταση με τον B δηλαδή τα 25m. Η ταχύτητα με την οποία κινείται ο B έχει ίδιο μέτρο με την αρχική ταχύτητα του A. Συνεπώς για κάθε χρονικό διάστημα  $\Delta t$  ο A πλησιάζει τον B κατά  $\frac{\alpha \cdot \Delta t^2}{2}$  (όπου  $\alpha$  η

## 14838-Λύση

επιτάχυνση του Α). Συνεπώς τη στιγμή  $t$  της προσπέρασης θα ισχύει:  $25 = \frac{0,5 \cdot t^2}{2}$  (SI) ή  $t = 10\text{s}$ . Σε αυτό το χρονικό διάστημα ο Β θα έχει καλύψει απόσταση  $s_B = 6 \cdot 10\text{ m}$ , δηλαδή  $60\text{m}$ ,. συνεπώς θα βρίσκεται στον τερματισμό. Άρα σωστή απάντηση η (β).

**Μονάδες 9**



# αθλημπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****14839**

**2.1** Τον Ιούλιο του 1971 η αποστολή της ΝΑΣΑ Apollo-15 φτάνει στην επιφάνεια της Σελήνης. Ο αστροναύτης David Scott πραγματοποίησε ένα πείραμα ελεύθερης πτώσης, αφήνοντας ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος ένα σφυρί και ένα πούπουλο.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν γνωρίζουμε ότι η Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα και το βάρος των αντικειμένων στην επιφάνειά της είναι περίπου το  $\frac{1}{4}$  του βάρους τους στη Γη, τότε στο έδαφος της Σελήνης

(α) φτάνει πρώτο το πούπουλο,

(β) φτάνει πρώτο το σφυρί,

(γ) φτάνουν και τα δυο ταυτόχρονα.

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Σε αγώνα δρόμου των 100m, αθλητής ξεκινά από την ηρεμία, κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση για χρονικό διάστημα 4s και αποκτά ταχύτητα  $v = 10 \frac{m}{s}$ . Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, διατηρώντας την ταχύτητα που απέκτησε τη χρονική στιγμή  $t_1 = 4s$  μέχρι τον τερματισμό της κούρσας. Η επίδοση (ρεκόρ) του αθλητή, δηλαδή το συνολικό χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να διανύσει την απόσταση των 100 m, είναι:

(α) 12s

(β) 10s

(γ) 15s

**2.2A** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9****ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**



**ΘΕΜΑ 2****14839-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (γ).**Μονάδες 4****2.1B**

Το σφυρί και το πούπουλο κινούνται με την επίδραση μόνο της βαρυτικής δύναμης που τους ασκεί η Σελήνη. Αποκτούν την ίδια επιτάχυνση, η οποία είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη ( $g_{\Sigma}$ ). Το σφυρί και το πούπουλο αφήνονται από το ίδιο ύψος  $h$ .

Για το χρόνο πτώσης του σφυριού ( $t_{\Sigma}$ ) και του πούπουλου ( $t_{\pi}$ ) θα ισχύει:  $t_{\Sigma}^2 = \frac{2h}{g_{\Sigma}}$  (1) και  $t_{\pi}^2 = \frac{2h}{g_{\Sigma}}$  (2)

από τις σχέσεις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι:

$t_{\Sigma} = t_{\pi}$  δηλ. το σφυρί και το πούπουλο θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 8****2.2****2.2A** Σωστή απάντηση η (α).**Μονάδες 4****2.2B**

Η κίνηση του αθλητή διακρίνεται σε δυο στάδια:

1<sup>ο</sup> στάδιο: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα για χρονικό διάστημα  $t_1 = 4\text{s}$  και τελική ταχύτητα  $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Η μετατόπιση του αθλητή είναι:  $\Delta x_1 = \frac{0+10}{2} \cdot 4$  (SI) ή  $\Delta x_1 = 20\text{m}$

2<sup>ο</sup> στάδιο: Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα ίση με την τελική του πρώτου σταδίου:

και για μετατόπιση  $\Delta x_2 = 100\text{m} - 20\text{m}$  ή  $\Delta x_2 = 80\text{m}$ , συνεπώς το χρονικό διάστημα της κίνησης του δεύτερου σταδίου θα είναι:  $t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_1}$  ή  $t_2 = 8\text{s}$  (1)

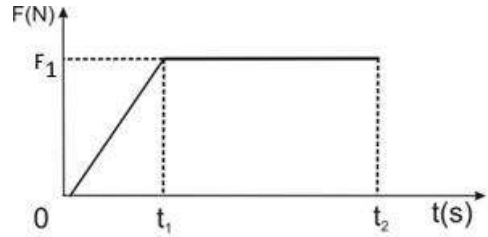
Από την σχέση (1) προκύπτει ότι το συνολικό χρονικό διάστημα της κίνησης του αθλητή (δηλ. το ρεκόρ του) είναι  $12\text{s}$ , συνεπώς σωστή απάντηση είναι η (α).

**ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ** **Μονάδες 9**



**ΘΕΜΑ 2****14840**

**2.1** Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0\text{s}$  στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης, το μέτρο της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα της διπλανής εικόνας,



**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η κίνηση του κιβωτίου είναι:

- (α) επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  και ομαλή από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ .
- (β) ομαλά επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  και ομαλή από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ .
- (γ) επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$  και ομαλά επιταχυνόμενη από τη χρονική στιγμή  $t_1$  έως τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Δυο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο προς αντίθετες κατευθύνσεις. Τη χρονική στιγμή  $t = 0\text{s}$  απέχουν απόσταση 800 m. Το Α κινείται με σταθερή ταχύτητα  $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ενώ το Β ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση, πλησιάζοντας το Α. Τα δυο αυτοκίνητα συναντώνται τη χρονική στιγμή  $t = 10\text{s}$ .

**2.2A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Το αυτοκίνητο Β κινείται με επιτάχυνση:

(α)  $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(β)  $a = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

(γ)  $a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

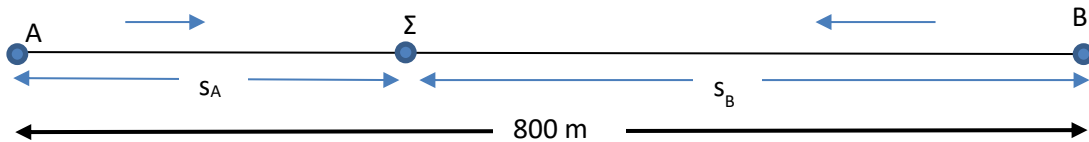
**ΘΕΜΑ 2****14840-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (γ).**Μονάδες 4****2.1B**

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι ίση με την οριζόντια δύναμη  $F$ . Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για

i) το χρονικό διάστημα  $0s - t_1$ : Το κιβώτιο αποκτά μεταβλητή επιτάχυνση με μέγιστη τιμή  $\alpha_1 = \frac{F_1}{m}$ , δηλαδή το κιβώτιο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση, όχι όμως ομαλά.

ii) το χρονικό διάστημα  $t_1 - t_2$ : το κιβώτιο διατηρεί σταθερή επιτάχυνση  $\alpha_1 = \frac{F_1}{m}$ , συνεπώς η κίνηση που εκτελεί είναι ομαλά επιταχυνόμενη

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 8****2.2****2.2A** Σωστή απάντηση η (α).**Μονάδες 4****2.2B**α' τρόποςΣχεδιάζουμε τα σημεία που βρίσκονται τα αυτοκίνητα τη χρονική στιγμή  $t = 0s$ Έστω  $\Sigma$  το σημείο συνάντησης. Τότε μπορούμε να γράψουμε για την συνθήκη συνάντησης των A και B:

$$s_A + s_B = 800 \text{ m} \quad \text{ή} \quad 30 \cdot 10 + s_B = 800 \text{ (SI)} \quad \text{ή} \quad s_B = 500 \text{ m}$$

Επίσης

$$s_B = \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad 500 = \frac{1}{2} \alpha \cdot 10^2 \text{ (SI)} \quad \text{ή} \quad \alpha = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Συνεπώς σωστή η (β).

β' τρόπος

Η περίπτωση (β) αποκλείεται γιατί, αν ίσχυε, το αυτοκίνητο B θα διέγραφε απόσταση ίση με την αρχική απόσταση των 800 m μεταξύ των A και B. Αυτό όμως είναι αδύνατον γιατί γνωρίζουμε ότι ισχύει:  $s_A + s_B = 800 \text{ m}$ . Ομοίως αποκλείεται η περίπτωση (γ), αφού τότε το B θα διένυε απόσταση μεγαλύτερη των 800 m. Άρα σωστή είναι η (α).

**Μονάδες 9**

## ΘΕΜΑ 2

**2.1** Δυο μικρές μεταλλικές σφαίρες A και B με μάζες  $m_A$  και  $m_B$  αντίστοιχα με  $m_A > m_B$  βρίσκονται σε ύψος  $H$  από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ s οι δυο σφαίρες αφήνονται ελεύθερες. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Τη χρονική στιγμή  $t$  οι σφαίρες βρίσκονται σε ύψη  $h_A$  και  $h_B$  αντίστοιχα για τα οποία ισχύει:

(α)  $h_A > h_B$

(β)  $h_A < h_B$

(γ)  $h_A = h_B$

Μονάδες 4

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**2.2** Σφαίρα μάζας  $m$  βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους με αρχική ταχύτητα και κινείται μέχρι να φτάσει σε μέγιστο ύψος  $H$ . Θεωρούμε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

**2.2A** Να σχεδιάσετε σε κοινούς άξονες την κινητική ( $K$ ) ενέργεια, τη δυναμική ενέργεια ( $U$ ) και την ολική ενέργεια ( $E_{ολ}$ ) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους.

Μονάδες 4

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

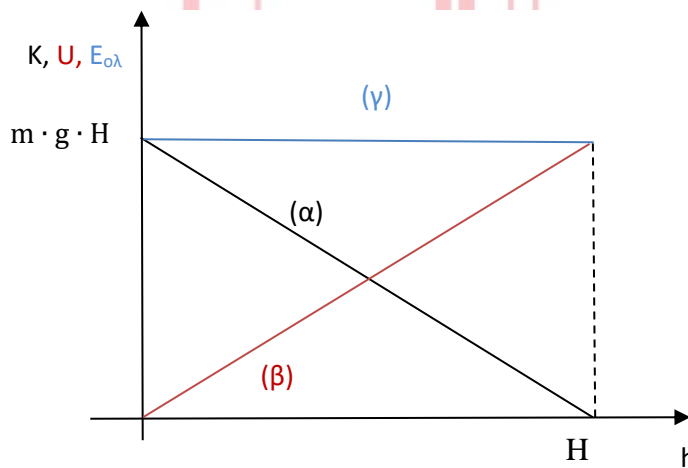
Μονάδες 9

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****14841-Λύση****2.1****2.1A** Σωστή απάντηση η (γ)**Μονάδες 4****2.1B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Οι δυο σφαίρες κινούνται με την ίδια επιτάχυνση ίση με  $g$  (εκτελούν ελεύθερη πτώση), συνεπώς το ύψος από το έδαφος δίνεται από τη σχέση:  $h = H - \Delta x$  ή  $h = H - \frac{1}{2}g \cdot t^2$ , δηλαδή κάθε στιγμή οι δύο σφαίρες βρίσκονται στο ίδιο ύψος από το έδαφος. Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 8****2.2****2.2A****Μονάδες 4****2.2B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας ( $U$ ) από την επιφάνεια του εδάφους δίνεται από τη σχέση:

$$U = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

δηλαδή η γραφική παράσταση της σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από την αρχή των αξόνων μέχρι το σημείο  $(H, (m \cdot g \cdot H))$ , γραμμή (β).

Η ολική ενέργεια της σφαίρας διατηρείται (κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους της /συντηρητική δύναμη) συνεπώς για κάθε θέση θα ισχύει:  $E_{ολ} = K + U = \text{σταθερό}$  (2)

Δηλαδή στο μέγιστο ύψος ( $K = 0$ ) ισχύει:  $E_{ολ} = U_{\max} = m \cdot g \cdot H$  (3)

Στην επιφάνεια του εδάφους ( $U_0 = 0$ ) ισχύει:  $E_{ολ} = K_0 = m \cdot g \cdot H$  (4)

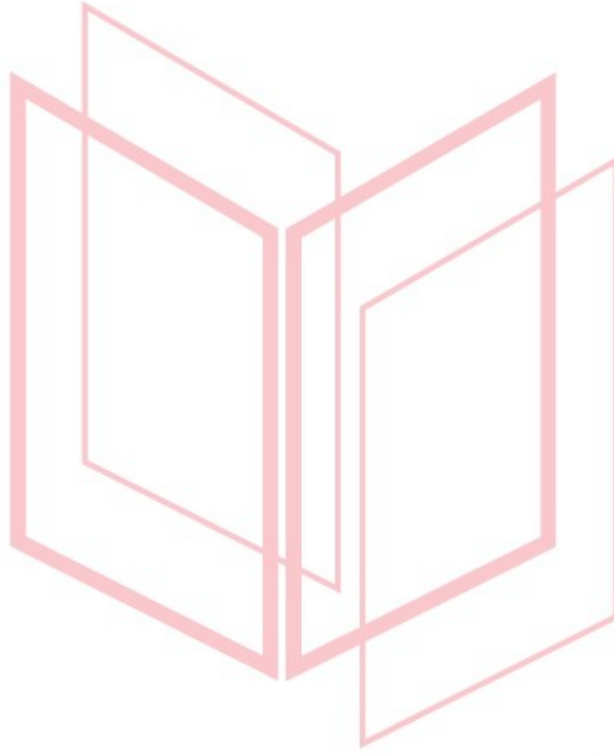
Δηλαδή η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το ύψος είναι μια ευθεία γραμμή παράλληλη στον άξονα του ύψους, γραμμή (γ)

Η κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με το ύψος προκύπτει συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (4):

## 14841-Λύση

Δηλαδή η γραφική παράσταση σε συνάρτηση με το ύψος είναι μια ευθεία γραμμή που διέρχεται από τα σημεία  $(0, K_0)$  και  $(H, 0)$ , γραμμή (α)

Μονάδες 9

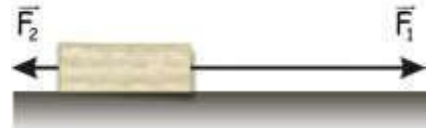


# αθηνιαστική

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 2****14843**

**2.1** Κιβώτιο μάζας  $10\text{Kg}$  βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται στο κιβώτιο δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα  $F_1 = 25\text{N}$  και  $F_2 = 5\text{N}$ .



**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τότε η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο είναι:

(α)  $20\text{N}$

(β)  $30\text{N}$

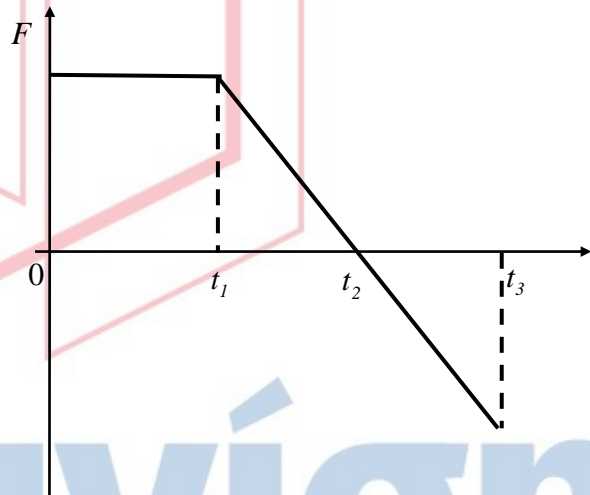
(γ)  $40\text{N}$

Μονάδες 4

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

**2.2** Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα της διπλανής εικόνας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



**2.2A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή

(α)  $t_1$

(β)  $t_2$

(γ)  $t_3$

Μονάδες 4

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



# 14843-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1

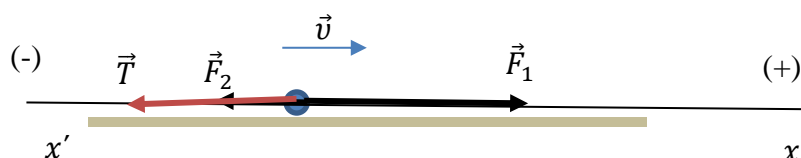
#### 2.1A Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

### 2.1B

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Σχεδιάζω τις δυνάμεις στον άξονα της κίνησης ( $xx'$ ), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα.



$$\Sigma F_x = F_1 - F_2 - T \quad \text{ή} \quad 0 = 25\text{N} - 5\text{N} - T \quad \text{ή} \quad T = 20\text{N}$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 8

### 2.2

#### 2.2A Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

### 2.2B

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Εφαρμόζω τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του κιβωτίου.

Η κίνηση του σώματος διακρίνεται σε 3 στάδια:

1<sup>ο</sup> στάδιο: Από  $0\text{s} - t_1$ , συνισταμένη δύναμη σταθερή και θετικής φοράς, αρχική ταχύτητα μηδέν. Συνεπώς κίνηση Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου αυξάνεται.

2<sup>ο</sup> στάδιο: Από  $t_1 - t_2$ , η συνισταμένη δύναμη έχει θετική φορά και το μέτρο της μειώνεται. Συνεπώς η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη με επιτάχυνση ομόρροπη της ταχύτητας δηλαδή επιταχυνόμενη. Συνεπώς το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου αυξάνεται.

3<sup>ο</sup> στάδιο: Από  $t_2 - t_3$  το μέτρο της δύναμης αυξάνεται αλλά η φορά της είναι προς τα αρνητικά, συνεπώς η επιτάχυνση του κιβωτίου έχει αρνητική φορά δηλαδή αντίθετη της ταχύτητας. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη δηλαδή το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, άρα και η κινητική ενέργεια του κιβωτίου μειώνεται.

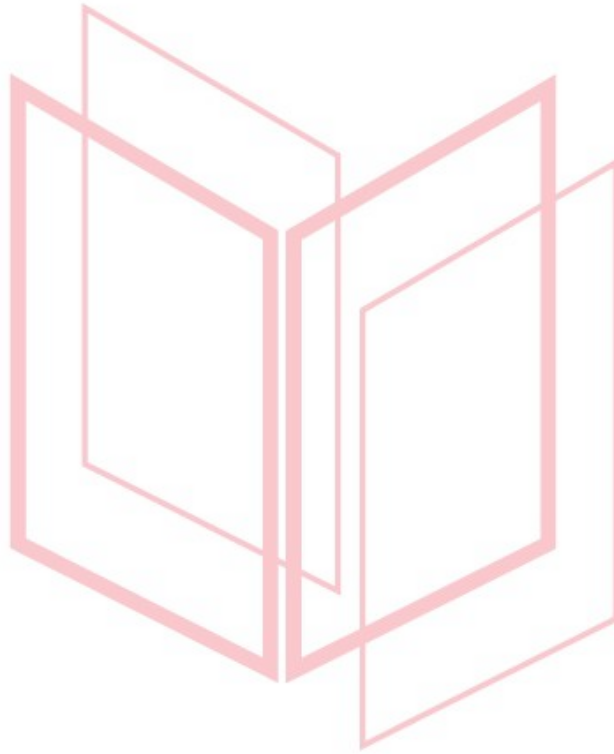


## 14843 Λύση

Συνεπώς, το κιβώτιο αποκτά την μέγιστη κινητική ενέργεια τη στιγμή που η κίνηση από επιταχυνόμενη γίνεται επιβραδυνόμενη, δηλ. τη χρονική στιγμή  $t_2$ , όπου μηδενίζεται η συνισταμένη δύναμη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (β)

**Μονάδες 9**



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

2.1 Δυο κιβώτια A και B ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα κιβώτια ασκούνται δυο οριζόντιες ομόρροπες δυνάμεις με ίσα μέτρα.

2.1A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Αν γνωρίζετε ότι η μάζα του A είναι διπλάσια της μάζας του B δηλ.  $m_A = 2 \cdot m_B$  τότε για τις επιταχύνσεις με τις οποίες κινούνται τα κιβώτια ισχύει:

(α)  $\alpha_A = \alpha_B$

(β)  $\alpha_A = 2 \cdot \alpha_B$

(γ)  $\alpha_B = 2 \cdot \alpha_A$

Μονάδες 4

2.1B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κιβώτιο το οποίο κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι  $\mu$ .

2.2A Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από τον άνθρωπο στο κιβώτιο με την πάροδο του χρόνου

(α) παραμένει σταθερός

(β) αυξάνεται

(γ) μειώνεται

Μονάδες 4

2.2B Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

**ΘΕΜΑ 2****14844-Λύση****2.1**

**2.1A** Σωστή απάντηση η (γ).

**Μονάδες 4**

**2.1B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Εφαρμόζω τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο A:  $F = m_A \cdot \alpha_A$  (1)

Εφαρμόζω τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο B:  $F = m_B \cdot \alpha$  (2)

Από τα δεδομένα έχουμε:  $m_A = 2 \cdot m_B$  (3)

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1), (2) και (3) έχουμε:

$$m_B \cdot \alpha_B = m_A \cdot \alpha_A \quad \text{ή} \quad m_B \cdot \alpha_B = 2 \cdot m_B \cdot \alpha_A \quad \text{ή} \quad \alpha_B = 2 \cdot \alpha_A$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (γ).

**Μονάδες 8**

**2.2**

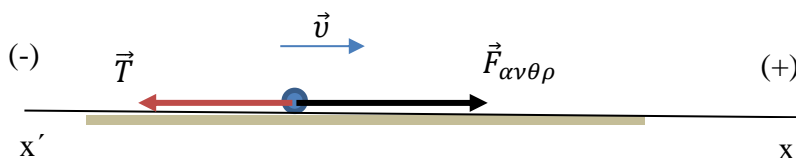
**2.2A** Σωστή απάντηση η (α).

**Μονάδες 4**

**2.2B****ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ**

Ο ρυθμός που μεταφέρεται ενέργεια από τον άνθρωπο στο κιβώτιο είναι ίσος με την ισχύ της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος στο κιβώτιο δηλαδή Ρυθμός =  $P_F$ .

Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο στον άξονα της κίνησης (xx'), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα.



$$\Sigma F_x = F_{\text{ανθρ}} - T \quad \text{ή} \quad 0 = F_{\text{ανθρ}} - T \quad \text{ή} \quad F_{\text{ανθρ}} = T$$

Επειδή το μέτρο της δύναμης της τριβής είναι σταθερό ( $T = \mu \cdot m \cdot g$ ) και το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άνθρωπος θα είναι σταθερό.

Συνεπώς  $P_F = F_{\text{ανθρ}} \cdot v = \text{σταθ.}$

Δηλαδή σωστή απάντηση η (α).

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 2****14845**

**2.1** Ένα φορτηγό και ένα επιβατηγό ΙΧ αυτοκίνητο συγκρούονται μετωπικά.

**2.1A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο ΙΧ αυτοκίνητο συγκριτικά με αυτό της δύναμης που ασκείται στο φορτηγό είναι:

- (α) ίδιο
- (β) μικρότερο
- (γ) μεγαλύτερο

**Μονάδες 4**

**2.1B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**2.2** Ένας αλεξιπτωτιστής μάζας  $m$  πέφτει κατακόρυφα προς το έδαφος, έχοντας, λόγω της αντίστασης του αέρα, σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή θεωρείται σταθερή και ίση με  $g$ .

**2.2A** Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε την επιστημονικά ορθή:

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με:

- (α)  $m \cdot g \cdot v$
- (β)  $m \cdot g \cdot v^2$
- (γ)  $\frac{1}{2} m \cdot v^2$

**Μονάδες 4**

**2.2B** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**

# 14845-Λύση

## ΘΕΜΑ 2

### 2.1

#### 2.1A Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

### 2.1B

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Από τον 3<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα οι δυο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες φορές.

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 8

### 2.2

#### 2.2A Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

### 2.2B

#### ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με τη θερμική ενέργεια που προέρχεται από τον μετασχηματισμό της μηχανικής ενέργειας του αλεξιπτωτιστή (μέσω του έργου της αντίστασης του αέρα) σε κάθε δευτερόλεπτο. Δηλαδή ισούται με την απόλυτη τιμή της ισχύος της αντίστασης του αέρα  $P_A$ .

Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται ως ακολούθως:

Σχεδιάζω τις δυνάμεις που ασκούνται στον αλεξιπτωτιστή στον άξονα της κίνησης ( $yy'$ ), υπολογίζω τη συνισταμένη των δυνάμεων και εφαρμόζω τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα.

Η αντίσταση του αέρα υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\Sigma F_y = W - A_{αντ} \quad \text{ή} \quad 0 = W - A_{αντ} \quad \text{ή} \quad W = A_{αντ}$$

Δηλαδή η αντίσταση του αέρα είναι ίση με το βάρος του αλεξιπτωτιστή επομένως:

$$P_A = W \cdot u \quad \text{ή} \quad P_A = m \cdot g \cdot u$$

Συνεπώς σωστή απάντηση η (α)

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Μονάδες 9

