

15011

ΘΕΜΑ 2

Ο Κώστας καταθέτει σε μια τράπεζα 15 χαρτονομίσματα των 20 € και 50€. Συμβολίζουμε με  $x$  και  $y$  το πλήθος των χαρτονομισμάτων των 20 € και 50€ αντίστοιχα.

α)

i. Δίνονται οι εξισώσεις:

1.  $y = 15 - x$

2.  $y - x = 15$

Να επιλέξετε ποια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις περιγράφει την σχέση των  $x$  και  $y$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ii. Η συνολική αξία των χρημάτων είναι 480 €.

Δίνονται, ακόμα, οι εξισώσεις:

3.  $50y - 20x = 480$

4.  $20x + 50y = 480$

Να επιλέξετε ποια από τις δύο παραπάνω εξισώσεις περιγράφει την συνολική αξία των χρημάτων σε σχέση με τα  $x$  και  $y$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

β) Επιλύοντας το σύστημα των δύο εξισώσεων που επιλέξατε στα ερωτήματα αι) και αιι) να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα των 20 € και 50€ κατάθεσε ο Κώστας.

(Μονάδες 11)

αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 15011-Λύση

ΛΥΣΗ

α)

i. Όλα τα χαρτονομίσματα είναι 15, οπότε το άθροισμα των  $x$  και  $y$  είναι 15, δηλαδή σωστή είναι η εξίσωση 1.  $y = 15 - x \Leftrightarrow y + x = 15$ .

ii. Τα  $x$  χαρτονομίσματα των 20 € έχουν αξία  $20x$  €. Αντίστοιχα τα  $y$  χαρτονομίσματα των 50 € έχουν αξία  $50y$  €. Η συνολική αξία είναι 480 €, οπότε σωστή είναι η εξίσωση 4.  $20x + 50y = 480$ .

β) Επιλύουμε το σύστημα

$$\begin{cases} y = 15 - x \\ 20x + 50y = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - x \\ 20x + 50(15 - x) = 480 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - x \\ -30x = 480 - 750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 15 - x \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 9 \end{cases}$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση  $x = 9$  είναι τα χαρτονομίσματα των 20 € και  $y = 6$  τα χαρτονομίσματα των 50 €.

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

15016

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το γραμμικό σύστημα  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ .

α) Να αιτιολογήσετε γιατί το ζεύγος  $(0, 4)$  δεν αποτελεί λύση του παραπάνω συστήματος.

(Μονάδες 8)

β) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών  $(\varepsilon_1): 3x + 2y = 8$  και  $(\varepsilon_2): 2x - y = 3$ .

(Μονάδες 7)



# αθηνάϊσιν

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 15016-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Το ζεύγος  $(0,4)$  επαληθεύει μόνο την εξίσωση  $3x+2y=8$  και όχι την εξίσωση  $2x-y=3$ , οπότε δεν αποτελεί λύση του συστήματος.

β) Από τη δεύτερη εξίσωση του συστήματος έχουμε  $2x-y=3 \Leftrightarrow -y=-2x+3 \Leftrightarrow y=2x-3$  και με αντικατάσταση στην εξίσωση  $3x+2y=8$  έχουμε:

$$3x+2(2x-3)=8 \Leftrightarrow 3x+4x-6=8 \Leftrightarrow 7x=14 \Leftrightarrow x=2.$$

Για  $x=2$  στην εξίσωση  $2x-y=3$  έχουμε  $y=1$ .

Συνεπώς η λύση του συστήματος είναι το ζεύγος  $(2,1)$ .

γ) Οι συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών  $(\varepsilon_1), (\varepsilon_2)$  είναι η λύση του συστήματος

$$\begin{cases} 3x+2y=8 \\ 2x-y=3 \end{cases}, \text{ δηλαδή το ζεύγος } (2,1).$$

# αθιμπινίσης

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## ΘΕΜΑ 2

Σε μια συνεστιάση μεταξύ συγγενών παρευρίσκονται οι γονείς με τα παιδιά τους. Στο τραπέζι υπάρχουν 5 παιδιά επιπλέον από τους γονείς. Κάθε γονιός πλήρωσε 12€ και κάθε παιδί τα μισά. Ο συνολικός λογαριασμός ήταν 300€.

α) Αν  $x$  το πλήθος των γονιών και  $y$  το πλήθος των παιδιών, να διαλέξετε από τις παρακάτω επιλογές, ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους που εκφράζει τα δεδομένα του παραπάνω προβλήματος.

A. 
$$\begin{cases} x + y + 5 = 0 \\ 12x + 6y = 300 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 6x + 12y = 300 \end{cases}$$

Γ. 
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 12x + 6y = 300 \end{cases}$$

Δ. 
$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 6x + 12y = 300 \end{cases}$$

(Μονάδες 10)

β) Από τη λύση του συστήματος που επιλέξατε στο α) ερώτημα να βρείτε πόσοι γονείς και πόσα παιδιά υπήρχαν στο τραπέζι.

(Μονάδες 15)

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 15849-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Στο τραπέζι υπάρχουν 5 παιδιά επιπλέον από τους γονείς, τότε η εξίσωση που προκύπτει είναι  $y = x + 5$  (1).

Επίσης, το ποσό που πλήρωσαν οι γονείς είναι  $12x$  και το ποσό που πλήρωσαν τα παιδιά είναι  $6y$ .

Άρα, η ζητούμενη εξίσωση είναι:  $12x + 6y = 300$  (2)

Το σύστημα των δύο εξισώσεων είναι το Γ, δηλαδή  $\begin{cases} y = x + 5 \\ 12x + 6y = 300 \end{cases}$

β) Λύνουμε το σύστημα Γ των δύο εξισώσεων (1) και (2) του πρώτου ερωτήματος.

Με αντικατάσταση της (1) στην (2) προκύπτει

$12x + 6(x + 5) = 300 \Leftrightarrow 12x + 6x + 30 = 300 \Leftrightarrow 18x = 270 \Leftrightarrow x = 15$  και το  $y$  προκύπτει αν στην (1) αντικαταστήσουμε το  $x$ , δηλαδή  $y = 15 + 5 = 20$ .

Άρα, οι γονείς ήταν 15 και τα παιδιά 20.

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

18431

ΘΕΜΑ 2

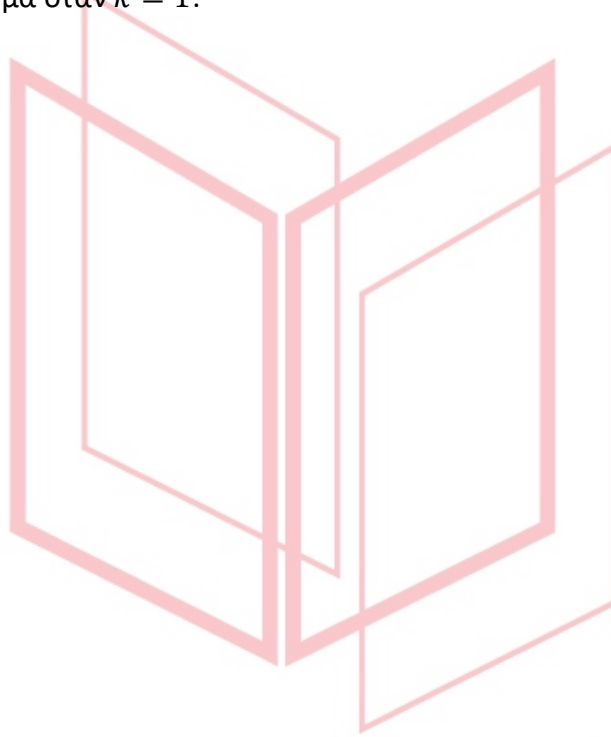
Δίνεται το σύστημα  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 6x + ky = 8 \end{cases}$  με αγνώστους  $x, y$  και  $k$  παράμετρος.

α) Να λύσετε το σύστημα όταν  $k = 2$ .

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε το σύστημα όταν  $k = 1$ .

(Μονάδες 13)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

## 18431-Λύση

ΛΥΣΗ

α) Για  $k = 2$ , το σύστημα γίνεται  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases}$  και διαιρώντας κάθε όρο της δεύτερης

εξίσωσης με το 2 παίρνουμε  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$  οπότε το σύστημα είναι αδύνατο.

β) Για  $k = 1$ , το σύστημα γίνεται  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 6x + y = 8 \end{cases}$  και πολλαπλασιάζοντας κάθε όρο της

δεύτερης εξίσωσης με το  $-1$  παίρνουμε  $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ -6x - y = -8 \end{cases}$

Προσθέτοντας κατά μέλη παίρνουμε την εξίσωση  $-3x = 3 \Leftrightarrow x = -1$ .

Τότε από την πρώτη εξίσωση παίρνουμε  $3(-1) + y = 11$ , οπότε  $-3 + y = 11 \Leftrightarrow y = 14$ .

Άρα το σύστημα έχει μοναδική λύση το ζεύγος  $(x, y) = (-1, 14)$

# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ



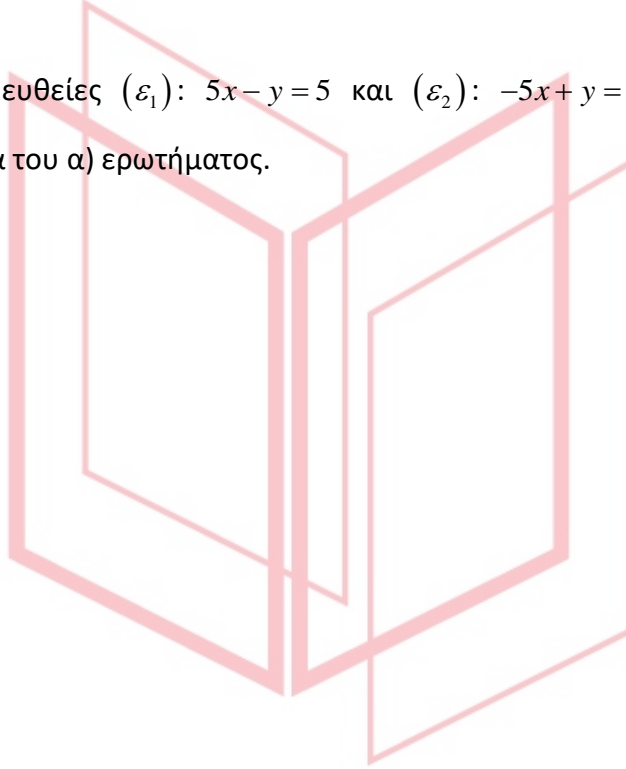
## ΘΕΜΑ 2

α) Να λύσετε το σύστημα  $\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$ .

(Μονάδες 12)

β) Να σχεδιάσετε τις ευθείες  $(\varepsilon_1): 5x - y = 5$  και  $(\varepsilon_2): -5x + y = 2$  και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.

(Μονάδες 13)



# αθιμπινίσις

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε  $\begin{cases} 5x - y = 5 & (+) \\ -5x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0x + 0y = 7 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$ , επομένως το σύστημα είναι αδύνατο.

β) Για την ευθεία ( $\varepsilon_1$ ):  $5x - y = 5$  έχουμε

$x$	0	1
$y$	-5	0

Για την ευθεία ( $\varepsilon_2$ ):  $-5x + y = 2$  έχουμε

$x$	0	-1
$y$	2	-3

Οι δύο ευθείες είναι παράλληλες, δηλαδή δεν έχουν κοινό σημείο, που γραφικά εκφράζει ότι το σύστημα του α) ερωτήματος είναι αδύνατο.

